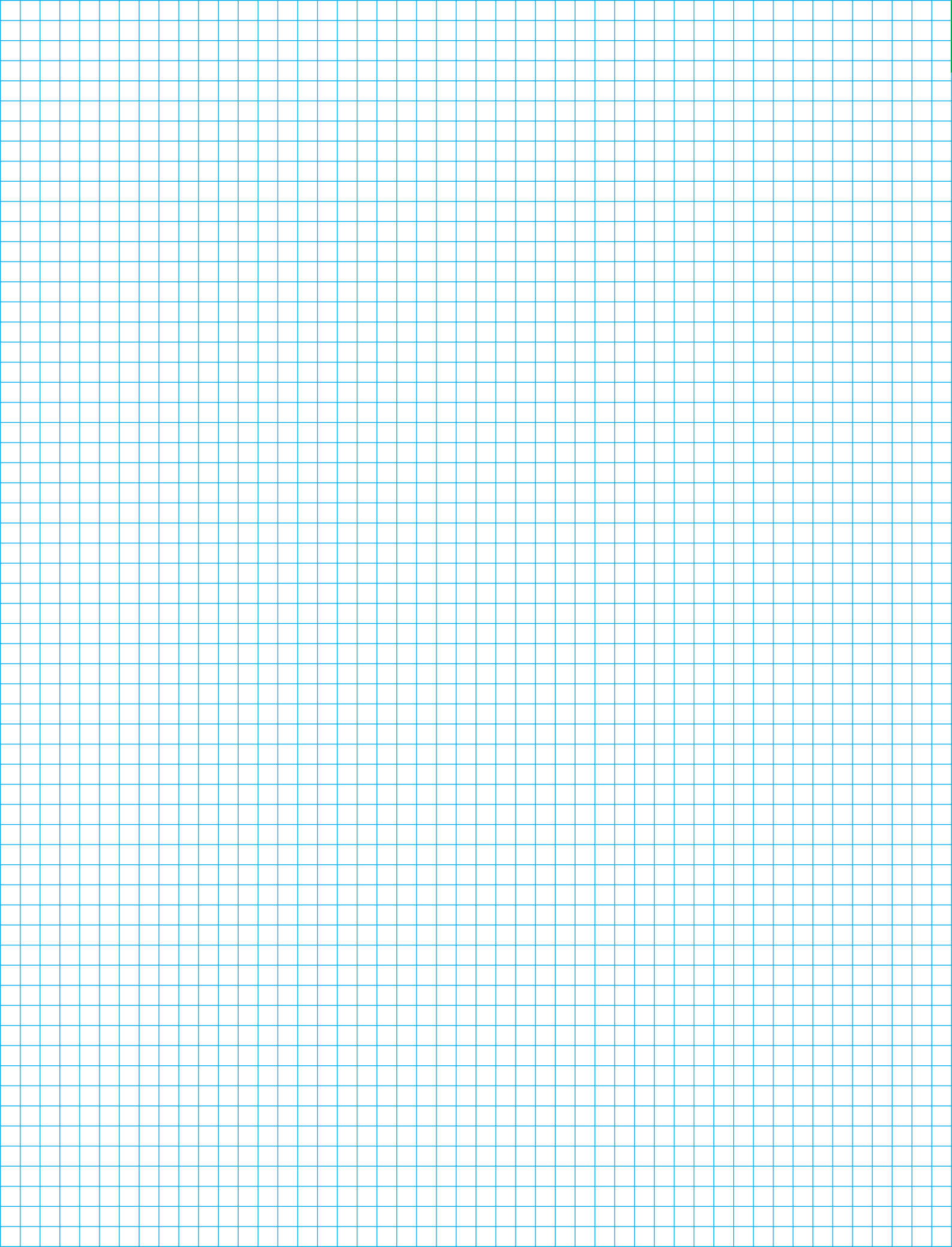


## ÜNİTE – 12

### İNTEGRAL

- ✓ İntegral Tanımı ve Özellikleri
- ✓ Belirsiz İntegral
- ✓ Belirli İntegral
- ✓ İntegralde Alan Hesabı



## İNTEGRAL

$f'(x)$ ,  $f$  fonksiyonunun türevi olmak üzere,

$$d(f(x)) = f'(x) dx$$

ifadesine  $f$ , fonksiyonunun **diferansiyeli** denir.

## Belirsiz İntegral

$$f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R} \text{ ve } F : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$$

tanımlı ve türevlenebilir  $f$  ve  $F$  fonksiyonları verilmiş olsun.

Her  $x \in (a, b)$  için  $F'(x) = f(x)$  ise  $F(x) + c$  fonksiyonuna  $f(x)$  fonksiyonunun **belirsiz integrali** denir.

$$\int f(x) dx = F(x) + c$$

$c$  : integral sabiti

## Belirsiz İntegralin Özellikleri

$$1. \frac{d}{dx} \left( \int f(x) dx \right) = f(x)$$

$$2. d \left( \int f(x) dx \right) = f(x) dx$$

$$3. \int d(f(x)) = \int f(x) dx = f(x) + c$$

$$4. \int a \cdot f(x) dx = a \cdot \int f(x) dx \quad (a \in \mathbb{R})$$

$$5. \int [f(x) \mp g(x)] dx = \int f(x) dx \mp \int g(x) dx$$

6.  $a \in \mathbb{R}$  olmak üzere

$$\int a dx = ax + c$$

7.  $n \neq -1$  olmak üzere

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

## Değişken Değiştirme

İntegrali alınacak ifadedeki çarpanlar birbirinin türevi oluyorsa çarpanlardan birine  $u$  denir.

$u$  nun diferansiyeli alınarak integrali alınabilecek duruma getirilir.

$$\int f(g(x)) dx \cdot g'(x) dx$$

$u = g(x)$  ise  $du = g'(x) dx$  dönüşümü yapılarak

$$\int f(u) \cdot du$$

integrali alınabilecek duruma dönüştürülür.

## İntegral Hesabının Temel Teoremi

$$f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}, F : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$F'(x) = f(x) \text{ ise } \int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Bu ifadeye  $f(x)$  in **Belirli İntegrali** denir.

- Parçalı ve mutlak değerli fonksiyonların belirli integralinde integral fonksiyonun kritik noktalarına göre parçalanır.

## Belirli İntegralin Özellikleri

$a, b, c \in \mathbb{R}$ ,  $f$  ve  $g$  fonksiyonları  $[a, b]$  aralığında integrallenebilen iki fonksiyon olsun.

$$1. \int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$$

$$2. \int_a^a f(x) dx = 0$$

$$3. \int_a^b k \cdot f(x) dx = k \cdot \int_a^b f(x) dx \quad (k \in \mathbb{R})$$

$$4. \int_a^b [f(x) \mp g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \mp \int_a^b g(x) dx$$

5.  $a < b < c$  olmak üzere,

$$\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$$

6.  $f(-x) = -f(x)$ ,  $f$  tek fonksiyon ise

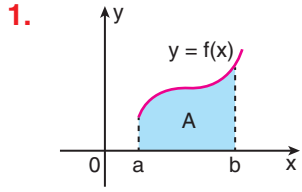
$$\int_{-a}^a f(x) dx = 0$$

7.  $f(-x) = f(x)$ ,  $f$  çift fonksiyon ise

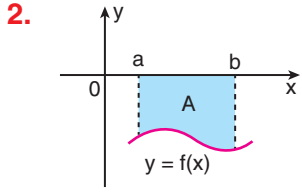
$$\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx = 2 \int_{-a}^0 f(x) dx$$

$$8. \frac{d}{dx} \left( \int_a^b f(x) dx \right) = 0$$

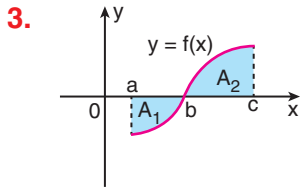
Belirli İntegralle Alan Hesabı



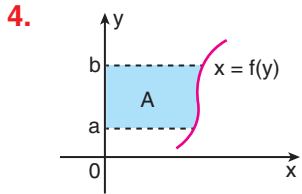
$$A = \int_a^b f(x) dx$$



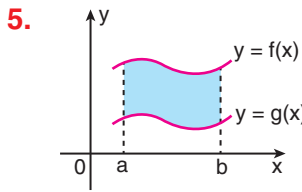
$$A = - \int_a^b f(x) dx$$



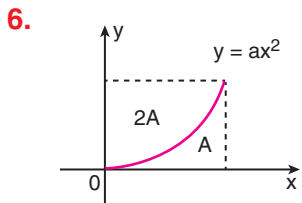
$$A_1 + A_2 = - \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$$



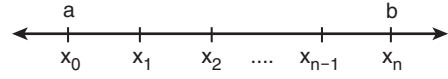
$$A = \int_a^b f(y) dy$$



$$A = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$



Bir Aralığın Bölüntüsü



$[a, b]$  aralığı  $n$  eşit parçaya bölünsün.

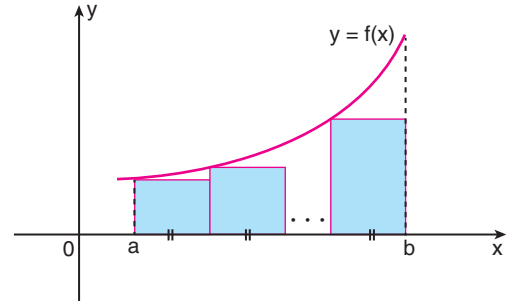
$$P = \{x_0, x_1, x_2, \dots, x_n\}$$

kümesine  $[a, b]$  Aralığının Düzgün Bölüntüsü denir.

Her bir aralığın uzunluğu  $= \frac{b-a}{n}$  dir.

Riemann Alt Toplam

$f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  olmak üzere



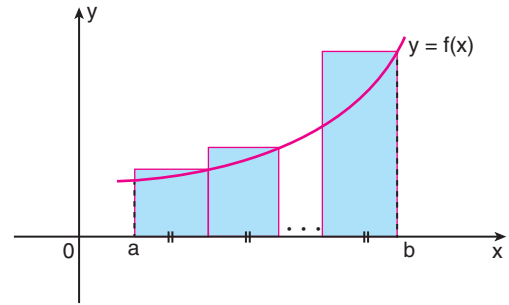
MATEMATİĞİN İLACI

$n \rightarrow \infty$  için  $[a, b]$  aralığı  $n$  eşit alt aralığa bölünürse oluşan dikdörtgenlerin alanları toplamı,  $f$  eğrisiyle  $x$  ekseninde kalan alana eşit olacaktır.

$n$  tane eşit alt aralıkla hesaplanan Riemann alt toplamına  $A$  dersek

$$A = \int_a^b f(x) dx \text{ olur.}$$

Riemann Üst Toplam



$n \rightarrow \infty$  için üst toplamda olduğu gibi oluşturulan dikdörtgenlerin alanları toplamı,  $f$  eğrisiyle  $x$  ekseninde kalan alana eşit olacaktır.

Riemann üst toplamına  $B$  dersek

$$B = \int_a^b f(x) dx \text{ olur.}$$

$$A \leq \int_a^b f(x) dx \leq B \text{ olur.}$$

1. I.  $y = x^2 + x \Rightarrow dy = (2x + 1)dx$   
 II.  $f(t) = t^3 \Rightarrow d(f(t)) = 3t^2 dt$   
 III.  $z = u^2 + 1 \Rightarrow d(z) = 2u du$

diferansiyellerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I      B) Yalnız II      C) Yalnız III  
 D) I ve II      **E) I, II ve III**

I.  $dy = (2x+1)dx$

II.  $d(f(t)) = 3t^2 dt$

III.  $d(z) = 2u du$

Öncüllerin hepsi doğrudur.

2.  $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$

ifadesinin diferansiyeli aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\left(-\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}\right)dx$       B)  $\left(-\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}\right)dx$       **C)  $-\frac{x+2}{x^3}dx$**

D)  $\frac{x-2}{x^3}dx$

E)  $\left(\frac{x^2-2}{x^4}\right)dx$

$$d(f(x)) = \left(-\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^3}\right) dx$$

$$= \frac{-x+2}{x^3} dx$$

3. I.  $\int 3 dx = 3x + c$  (Doğru)  
 II.  $\int 4x^3 dx = x^4 + c$  (Doğru)  
 III.  $\int (3x^2 + 4x - 1) dx = x^3 + 2x^2 - x + c$  (Doğru)

integrallerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I      B) Yalnız II      C) Yalnız III  
 D) I ve III      **E) I, II ve III**

I.  $\int 3 dx = 3x + c$

II.  $\int 4x^3 dx = 4 \cdot \frac{x^4}{4} + c = x^4 + c$

III.  $\int (3x^2 + 4x - 1) dx = 3 \cdot \frac{x^3}{3} + 4 \cdot \frac{x^2}{2} - x + c$   
 $= x^3 + 2x^2 - x + c$

4. I.  $\frac{d}{dx} \int (x^2 - x) dx = x^2 - x$  (Doğru)

II.  $d \left[ \int \left(x - \frac{1}{x}\right) dx \right] = \left(x - \frac{1}{x}\right) dx$  (Doğru)

III.  $\int d(x^3) = x^3 + c$  (Doğru)

IV.  $d(x^2 + 1) = 2x + c$  (Yanlış)

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I      B) I ve III      C) II ve III  
**D) I, II ve III**      E) I, II ve IV

IV.  $d(x^2 + 1) = 2x dx$  olması gereklidir.

5.  $f(x) = \frac{x-1}{2} \rightarrow f^{-1}(x) = 2x+1$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$$\int d(f^{-1}(x))$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $2x + c$**       B)  $4x + c$       C)  $2f(x) + c$

D)  $f(x) + c$       E)  $\frac{x+1}{2} + c$

$$\int d(f^{-1}(x)) = \int d(2x+1)$$

$$= 2x + c$$

6.  $\int x \cdot f(x) dx = x^3 + x^2$  (Eşitliğin türevini alalım)  
 eşitliği veriliyor.

Buna göre, f(1) değeri kaçtır?

- A) 4      **B) 5**      C) 6      D) 8      E) 10

$$\frac{d}{dx} \int x \cdot f(x) dx = \frac{d}{dx} (x^3 + x^2)$$

$$x \cdot f(x) = 3x^2 + 2x$$

$$1. f(1) = 3 \cdot 1^2 + 2 \cdot 1$$

$$f(1) = 5$$

7.  $f(x) = \int d(3x^2 - 4x)$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,  $f'(5)$  değeri kaçtır?

- A) 22      B) 24      **C) 26**      D) 32      E) 55

$$f(x) = 3x^2 - 4x + c$$

$$f'(x) = 6x - 4$$

$$f'(5) = 6 \cdot 5 - 4 = 26$$

8.  $\int (x^2 - 4x - 5) dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $x^3 - 2x^2 - 5x + c$

**B)  $\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x + c$**

C)  $2x - 4 + c$

D)  $x^3 - 4x^2 - 5x + c$

E)  $\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5 + c$

$$\int (x^2 - 4x - 5) dx = \frac{x^3}{3} - 4 \cdot \frac{x^2}{2} - 5x + c = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x + c$$

9.  $\int (\sqrt{x} - 1) dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

**A)  $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - x + c$**

B)  $\frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}} - x + c$

C)  $\frac{1}{2\sqrt{x^3}} - x + c$

D)  $\frac{1}{3}\sqrt[3]{x} - x + c$

E)  $\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}} - x + c$

$$\int (x^{\frac{1}{2}} - 1) dx = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - x + c = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} - x + c$$

10.  $\int (f''(x) + 2x) dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $f'''(x) + x^2 + c$

B)  $f''(x) + 2x^2 + c$

**C)  $f'(x) + x^2 + c$**

D)  $f'(x) + 2x^2 + c$

E)  $f'(x) + 2 + c$

$$\int (f''(x) + 2 \cdot x) dx = f'(x) + 2 \cdot \frac{x^2}{2} + c = f'(x) + x^2 + c$$

11.  $\int \left( \frac{1}{x^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\frac{1}{x^3} + \sqrt{x} + c$

B)  $\frac{1}{x} + \sqrt{x} + c$

C)  $-\frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + c$

**D)  $-\frac{1}{x} + \sqrt{x} + c$**

E)  $-\frac{1}{x} - \sqrt{x} + c$

$$\int \left( \frac{1}{x^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) dx = \int \left( x^{-2} + \frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}} \right) dx = \frac{x^{-1}}{-1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + c = -\frac{1}{x} + \sqrt{x} + c$$

12.  $\int [f(x) \cdot g(x) + g'(x) \cdot f(x)] dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $f'(x) \cdot g(x) + c$

**B)  $f(x) \cdot g(x) + c$**

C)  $f'(x) \cdot g'(x) + c$

D)  $f(x) + g(x) + c$

E)  $\frac{f(x)}{g(x)} + c$

$$\int [f'(x) \cdot g(x) + g'(x) \cdot f(x)] dx = \int d(f(x) \cdot g(x)) = f(x) \cdot g(x) + c$$

|      |      |      |       |       |       |
|------|------|------|-------|-------|-------|
| 1. E | 2. C | 3. E | 4. D  | 5. A  | 6. B  |
| 7. C | 8. B | 9. A | 10. C | 11. D | 12. B |

1. I.  $\int dt = t + c$  (Doğru)

II.  $\int \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{dy}{dx} + c$

III.  $\int 2y dx = y^2 + c$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I      B) Yalnız II      C) Yalnız III  
D) I ve II      E) I, II ve III

II.  $\int \frac{d^2y}{dx^2}$  integralinde integral operatörü bulunmadığından eşitlik doğru değildir.

III.  $\int 2y dx = 2xy + c$  olmalıdır.

2.  $\int (xy - x) dy$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $xy\left(\frac{y}{2} - 1\right) + c$       B)  $xy^2 - y + c$   
C)  $\frac{1}{2}x^2y - \frac{1}{x^2} + c$       D)  $x\left(\frac{y^2}{2} - 1\right) + c$

E)  $\frac{x^2y^2 - x^2}{2} + c$

$\int (xy - x) dy = x \cdot \frac{y^2}{2} - x \cdot y + c$   
 $= x \cdot y \left(\frac{y}{2} - 1\right) + c$

3.  $\int \frac{x-1}{x^3} dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + c$        B)  $-\frac{1}{x} + \frac{1}{2x^2} + c$   
C)  $-\frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} + c$       D)  $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} + c$   
E)  $-\frac{1}{x^2} + \frac{1}{2x^3} + c$

$\int \frac{x-1}{x^3} dx = \int \left(\frac{x}{x^3} - \frac{1}{x^3}\right) dx$   
 $= \int (x^{-2} - x^{-3}) dx$   
 $= \frac{x^{-1}}{-1} - \frac{x^{-2}}{-2} + c$   
 $= -\frac{1}{x} + \frac{1}{2x^2} + c$

4.  $\int \frac{x^4-1}{x^2+1} dx$        $x^4-1 = (x^2)^2-1$   
 $= (x^2-1)(x^2+1)$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{1}{2}x^2 - x + c$       B)  $\frac{1}{3}x^3 + x + c$   
 C)  $\frac{1}{3}x^3 - x + c$       D)  $x^3 + x + c$   
E)  $x^3 - x + c$

$\int \frac{x^4-1}{x^2+1} dx = \int \frac{(x^2-1) \cdot (x^2+1)}{x^2+1} dx$   
 $= \int (x^2-1) dx$   
 $= \frac{x^3}{3} - x + c$

5.  $\int \frac{2x^3-2}{x^2+x+1} dx$        $x^3-1 = (x-1)(x^2+x+1)$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $x^2 - 2x + c$       B)  $\frac{x^2}{2} - x + c$   
C)  $\frac{1}{2}x^2 + x + c$       D)  $x^2 + 2x + c$   
E)  $x^3 + 2x + c$

$\int \frac{2x^3-2}{x^2+x+1} dx = \int \frac{2(x-1) \cdot (x^2+x+1)}{x^2+x+1} dx$   
 $= 2 \int (x-1) dx$   
 $= 2 \cdot \left(\frac{x^2}{2} - x\right) + c = x^2 - 2x + c$

6.  $\int \sin x dy$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\cos x + c$       B)  $y \cos x + c$        C)  $y \sin x + c$   
D)  $y^2 \sin x + c$       E)  $y^2 \cos x + c$

$\int \sin x dy = y \cdot \sin x + c$

7.  $\int [f(x) + x \cdot f'(x)] dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $f'(x) + x^2 f(x) + c$       B)  $f'(x) + x \cdot f(x) + c$   
 C)  $x^2 \cdot f(x) + c$       D)  $x \cdot f(x) + c$   
 E)  $f'(x) + \frac{x^2}{2} f''(x) + c$

$$\int [f(x) + x \cdot f'(x)] dx = \int d(x \cdot f(x))$$

$$= x \cdot f(x) + c$$

→ eşitliğin integralini alalım.

8.  $f'(x) = 6x - 8$  ve  $f(-1) = 15$  olduğuna göre,  $f(1)$  kaçtır?

- A) 4      B) 2      C) 1      D) 0      E) -1

$$\int f'(x) dx = \int (6x - 8) dx$$

$$f(x) = 6 \cdot \frac{x^2}{2} - 8x + c$$

$$f(-1) = 3 \cdot (-1)^2 - 8 \cdot (-1) + c$$

$$15 = 11 + c \rightarrow c = 4$$

$$f(x) = 3x^2 - 8x + 4 \rightarrow f(1) = 3 - 8 + 4$$

$$f(1) = -1$$

9.  $A(1, 7)$  noktasından geçen  $f(x)$  fonksiyonunun türevi

$$f'(x) = 4x - 1 \text{ dir.}$$

Buna göre,  $f(2)$  kaçtır? *eşitliğin integralini alalım.*

- A) 8      B) 10      C) 12      D) 13      E) 15

$$\int f'(x) dx = \int (4x - 1) dx$$

$$f(x) = 2x^2 - x + c$$

$$f(1) = 2 \cdot 1^2 - 1 + c$$

$$7 = 2 - 1 + c \rightarrow c = 6$$

$$f(x) = 2x^2 - x + 6$$

$$f(2) = 2 \cdot 2^2 - 2 + 6$$

$$f(2) = 12$$

10.  $\int f'(g(x)) \cdot g'(x) dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(g \circ f)(x) + c$       B)  $(f \circ g)(x) + c$   
 C)  $f'(x) + g(x) + c$       D)  $g'(x) + f(x) + c$   
 E)  $f(g(x)) \cdot g(x) + c$

$$\int d((f \circ g)(x)) = (f \circ g)(x) + c$$

11.  $\int 4(x-1)(x^2+x+1) dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $x^4 - 1 + c$       B)  $x^4 - 4x + c$       C)  $x^4 + x + c$   
 D)  $\frac{1}{4}(x^4 - x) + c$       E)  $\frac{1}{4}(x^4 + x) + c$

$$\int (4x^3 - 4) dx = x^4 - 4x + c$$

12.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  olmak üzere,

$$f(x) = \int (-2x + 2) dx$$

$$f'(x) = 2$$

fonksiyonunun yerel maksimum değeri 2 olduğuna göre,  $f(1)$  değeri kaçtır?

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) 4

$$f(x) = -x^2 + 2x + c$$

$$f'(x) = -2x + 2$$

$0 = -2x + 2 \rightarrow 2x = 2 \rightarrow x = 1$  maksimum noktasının apsisi.

$$f(1) = 2$$

|      |      |      |       |       |       |
|------|------|------|-------|-------|-------|
| 1. A | 2. A | 3. B | 4. C  | 5. A  | 6. C  |
| 7. D | 8. E | 9. C | 10. B | 11. B | 12. C |



1.  $\int x^2(x^3+1)dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A)  $\frac{1}{6}x^2+c$  B)  $\frac{1}{6}(x^3+1)+c$

C)  $\frac{1}{6}(x^3+1)^2+c$  D)  $\frac{1}{3}(x^3+1)+c$

E)  $\frac{1}{2}(x^3+1)^2+c$

$$\begin{aligned}\int x^2 \cdot (x^3+1) dx &= \int (x^5+x^2) dx \\ &= \frac{x^6}{6} + \frac{x^3}{3} + c \\ &= \frac{1}{6} \cdot (x^3+1)^2 + c\end{aligned}$$

2.  $\int 8(2x+1)^3 dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\frac{1}{2}(2x+1)+c$  B)  $\frac{1}{4}(2x+1)^3+c$

C)  $24(2x+1)^2+c$  D)  $(2x+1)^4+c$

E)  $2(2x+1)^4+c$

$$\begin{aligned}\int 8 \cdot (2x+1)^3 dx &= \int 8 \cdot u^3 \cdot \frac{1}{2} du & 2x+1=u \\ & & 2 dx=du \\ &= \int 4 \cdot u^3 du & dx=\frac{1}{2} du \\ &= 4 \cdot \frac{u^4}{4} + c \\ &= (2x+1)^4 + c\end{aligned}$$

3.  $\int (6x+3)(x^2+x)^2 dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $(x^2+x)^3+c$  B)  $2(x^2+x)^3+c$

C)  $\frac{1}{2}(x^2+x)^2+c$  D)  $2(x^2+x)^2+c$

E)  $3(x^2+x)^3+c$

$$\begin{aligned}\int (6x+3) \cdot (x^2+x)^2 dx &= \int 3 \cdot (2x+1) \cdot (x^2+x)^2 dx \\ &= \int 3 \cdot u^2 du \\ &= 3 \cdot \frac{u^3}{3} + c \\ &= (x^2+x)^3 + c\end{aligned}$$

4.  $\int f'(x+1) dx$

$$\begin{aligned}x+1=u \\ dx=du\end{aligned}$$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $f'(x+1)+c$  B)  $f''(x+1)+c$  C)  $f(x+1)+c$

D)  $2f(x+1)+c$  E)  $2f'(x+1)+c$

$$\begin{aligned}\int f'(x+1) dx &= \int f'(u) \cdot du \\ &= f(u) + c \\ &= f(x+1) + c\end{aligned}$$

5.  $f(2x+1) = \int 4dx$

integrali veriliyor.

Buna göre,

$$f(7) - f(3)$$

farkı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

$$f(2x+1) = 4x+c$$

$$x=3 \text{ için } f(2 \cdot 3+1) = 4 \cdot 3+c \rightarrow f(7) = 12+c$$

$$x=1 \text{ için } f(2 \cdot 1+1) = 4 \cdot 1+c \rightarrow f(3) = 4+c$$

$$\begin{aligned}f(7) - f(3) &= (12+c) - (4+c) \\ &= 12+c - 4 - c \\ &= 8\end{aligned}$$

6.  $P(x)$  bir polinom olmak üzere,

$$\int [P(x) + P'(x)] dx = x^2 + 6x + c$$

integrali veriliyor.

Buna göre,  $P(1)$  kaçtır? ( $P'(x)$ ;  $P(x)$  polinomunun türevidir.)

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 9

$$\frac{d}{dx} \int [P(x) + P'(x)] dx = \frac{d}{dx} (x^2 + 6x + c)$$

$$P(x) + P'(x) = 2x + 6$$

$$P(x) = ax + b \text{ ise } P'(x) = a \text{ olur.}$$

$$P(x) + P'(x) = 2x + 6$$

$$ax + b + a = 2x + 6 \text{ (polinom eşitliğinden)}$$

$$a=2, b+2=6 \rightarrow b=4$$

$$P(x) = 2x + 4 \rightarrow P(1) = 2 \cdot 1 + 4 = 6$$

7.  $\int x\sqrt{x} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{3}{2} \cdot x^{\frac{3}{2}} + c$     B)  $\frac{2}{5} \cdot x^{\frac{3}{2}} + c$     C)  $(1 + \sqrt{x}) + c$   
 D)  $\frac{2}{5} \cdot x^{\frac{5}{2}} + c$     E)  $\frac{5}{2} \cdot x^{\frac{5}{2}} + c$

$$\int x \cdot \sqrt{x} dx = \int x \cdot x^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= \int x^{\frac{3}{2}} dx$$

$$= \frac{x^{\frac{3}{2}+1}}{\frac{3}{2}+1} + c = \frac{2}{5} \cdot x^{\frac{5}{2}} + c$$

8.  $\int \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{f'(x)}{f(x)} + c$     B)  $\frac{f(x)}{f'(x)} + c$     C)  $-\frac{1}{f(x)} + c$   
 D)  $\frac{1}{f(x)} + c$     E)  $\frac{2}{f(x)} + c$

$$\int \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx = \int \frac{du}{u^2}$$

$$= \int u^{-2} du$$

$$= \frac{u^{-1}}{-1} + c = -\frac{1}{f(x)} + c$$

9.  $\int \sqrt{4x+1} dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{1}{6}(4x+1)\sqrt{4x+1} + c$     B)  $\sqrt{(4x+1)^3} + c$   
 C)  $\frac{1}{3}(4x+1)\sqrt{4x+1} + c$     D)  $2\sqrt{(4x+1)^3} + c$   
 E)  $-\frac{1}{2}\sqrt{(4x+1)^3} + c$

$$\int \sqrt{4x+1} dx = \int \sqrt{u} \cdot \frac{1}{4} du = \frac{1}{4} \cdot \frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c$$

$$= \frac{1}{6} \cdot u\sqrt{u} + c$$

$$= \frac{1}{6} \cdot (4x+1) \cdot \sqrt{4x+1} + c$$

10.  $\int 6x \cdot \sqrt{x^2+1} dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $x(x^2+1) + c$     B)  $2\sqrt{(x^2+1)^3} + c$   
 C)  $\frac{1}{2}\sqrt{(x^2+1)^3} + c$     D)  $2\sqrt{x^2+1} + c$   
 E)  $x\sqrt{x^2+1} + c$

$$\int 6x \sqrt{x^2+1} dx = \int 6 \cdot \sqrt{u} \cdot \frac{1}{2} du = \int 3\sqrt{u} du$$

$$= 3 \cdot \frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c$$

$$= 2 \cdot \sqrt{u^3} + c$$

$$= 2 \cdot \sqrt{(x^2+1)^3} + c$$

11.  $\int f'(2x) dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $f(x) + c$     B)  $f(2x) + c$     C)  $\frac{1}{2}f(2x) + c$   
 D)  $2 \cdot f(2x) + c$     E)  $f^2(2x) + c$

$$\int f'(2x) dx = \int f'(u) \cdot \frac{1}{2} du$$

$$= \frac{1}{2} \cdot f(u) + c$$

$$= \frac{1}{2} \cdot f(2x) + c$$

12.  $\int f(x) \cdot f'(x) dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $f(x) + c$     B)  $f'(x) + c$     C)  $f''(x) + c$   
 D)  $\frac{1}{2}f^2(x) + c$     E)  $2 \cdot f^2(x) + c$

$$\int u \cdot du = \frac{1}{2} \cdot u^2 + c$$

$$= \frac{1}{2} \cdot f^2(x) + c$$

MATEMATİĞİN İLACI

|      |      |      |       |       |       |
|------|------|------|-------|-------|-------|
| 1. C | 2. D | 3. A | 4. C  | 5. E  | 6. C  |
| 7. D | 8. C | 9. A | 10. B | 11. C | 12. D |

$$1. \int (x-1)^3 dx \quad \begin{array}{l} x-1 = u \\ dx = du \end{array}$$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $3(x-1)^2 + c$       B)  $\frac{1}{3}(x-1)^4 + c$   
 C)  $\frac{1}{4}(x-1)^4 + c$       D)  $\frac{1}{2}(x-1)^4 + c$

$$\begin{aligned} \int (x-1)^3 dx &= \int u^3 du \\ &= \frac{1}{4} u^4 + c \\ &= \frac{1}{4} (x-1)^4 + c \end{aligned}$$

$$2. \int \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x}} dx \quad \begin{array}{l} x^2+x = u \\ (2x+1) dx = du \end{array}$$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\sqrt{x^2+x} + c$       B)  $2\sqrt{x^2+x} + c$   
 C)  $\frac{1}{2}\sqrt{x^2+x} + c$       D)  $\sqrt{2x+1}$   
 E)  $2\sqrt{2x+1} + c$

$$\begin{aligned} \int \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x}} dx &= \int \frac{du}{\sqrt{u}} \\ &= \int u^{-\frac{1}{2}} du \\ &= \frac{u^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + c = 2\sqrt{u} + c \\ &= 2\sqrt{x^2+x} + c \end{aligned}$$

$$3. \int \frac{dx}{x^2-2x+1} = \int \frac{dx}{(x-1)^2} \quad \begin{array}{l} x-1 = u \\ dx = du \end{array}$$

integralinin eğiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $-\frac{1}{x-1} + c$       B)  $-\frac{1}{(x-1)^2} + c$       C)  $\frac{1}{x-1} + c$   
 D)  $\frac{1}{(x-1)^2} + c$       E)  $\frac{1}{(x-1)^3} + c$

$$\begin{aligned} \int \frac{dx}{(x-1)^2} &= \int \frac{1}{u^2} du \\ &= \int u^{-2} du \\ &= \frac{u^{-1}}{-1} + c = -\frac{1}{x-1} + c \end{aligned}$$

$$4. \left[ \frac{x}{f(x)} \right]' = \frac{f(x) - x \cdot f'(x)}{f^2(x)}$$
 olmak üzere,

$$\int \frac{x \cdot f'(x) - f(x)}{f^2(x)} dx$$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $f^2(x) + c$       B)  $\frac{f(x)}{x} + c$       C)  $\frac{x}{f(x)} + c$

D)  $-\frac{x}{f(x)} + c$       E)  $\frac{x^2}{f(x)} + c$

$$\begin{aligned} \int \frac{x \cdot f'(x) - f(x)}{f^2(x)} dx &= \int d \left( -\frac{x}{f(x)} \right) \\ &= -\frac{x}{f(x)} + c \end{aligned}$$

$$5. \int f'(x) \cdot f(f(x)) dx \quad \begin{array}{l} f(x) = u \\ f'(x) \cdot dx = du \end{array}$$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $f(x) + c$       B)  $f^2(x) + c$       C)  $(f \circ f)(x) + c$   
 D)  $\frac{1}{2}f(f(x)) + c$       E)  $2 \cdot f(f(x)) + c$

$$\begin{aligned} \int \underbrace{f'(x)}_{du} \cdot f(f(x)) dx &= \int f'(u) \cdot du \\ &= f(u) + c \\ &= f(f(x)) + c \\ &= (f \circ f)(x) + c \end{aligned}$$

$$6. \int f'(x^3) \cdot d(x^3) \rightarrow x^3 = u$$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $f(x^3) + c$       B)  $f(x^3) + c$       C)  $f(x^4) + c$   
 D)  $f(x^4) + c$       E)  $f'(x^4) + c$

$$\begin{aligned} \int f'(u) \cdot du &= f(u) + c \\ &= f(x^3) + c \end{aligned}$$

7.  $\int (x-3)(x+1)^5 dx$

integralinde  $u = x + 1$  dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi oluşur?

A)  $\int (u^5 - u^4) du$  B)  $\int (u^6 - u^5) du$  C)  $\int (u^5 - 3u^4) du$

D)  $\int (u^6 - 3u^5) du$  E)  $\int (u^6 - 4u^5) du$

$u = x+1 \rightarrow (x = u-1)$   
 $du = dx$

$\int (x-3) \cdot (x+1)^5 dx = \int (u-1-3) \cdot u^5 \cdot du$   
 $= \int (u-4) \cdot u^5 du$   
 $= \int (u^6 - 4u^5) du$

8.  $\int x\sqrt{x+1} dx$

integralinde  $t = \sqrt{x+1}$  dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi oluşur?

A)  $\frac{1}{2} \int (t^2 - 1) dt$  B)  $\int (t^2 - 1) dt$  C)  $\int t(t^2 - 1) dt$

D)  $\int t(t^2 + 1) dt$  E)  $2 \int t^2 \cdot (t^2 - 1) dt$

$\int x\sqrt{x+1} dx = \int (t^2 - 1) \cdot t \cdot 2t dt$   $\left\{ \begin{array}{l} t = \sqrt{x+1} \\ dt = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \cdot dx \\ 2t dt = dx \end{array} \right.$   
 $= 2 \int t^2 \cdot (t^2 - 1) dt$

$t = \sqrt{x+1}$   
 $t^2 = x+1$   
 $t^2 - 1 = x$

9.  $\int 2(x+1)(x^2+2x+3)^2 dx$

integralinde  $u = (x + 1)^2 + 2$  dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi oluşur?

A)  $\int u(u+1)^2 du$  B)  $\int u du$  C)  $\int u^2 du$

D)  $\int u^3 du$  E)  $\int 2u^2 du$

$\int 2(x+1) \cdot (x^2+2x+3)^2 dx = \int u^2 du$   $\left\{ \begin{array}{l} u = (x+1)^2 + 2 \\ u = x^2 + 2x + 1 + 2 \\ u = x^2 + 2x + 3 \\ du = (2x+2) dx \end{array} \right.$

10.  $\int (\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2) dx = \int u \cdot (u+1+2) \cdot 2 \cdot (u+1) du$

integralinde  $u = \sqrt{x}-1$  dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi oluşur?

A)  $\int u(u+3) du$  B)  $\int u(u-3) du$

C)  $\int u(u+1)(u+3) du$  D)  $2 \int u(u+1)(u+3) du$

E)  $\int u(u+1)(u+2) du$

$u = \sqrt{x}-1 \rightarrow u+1 = \sqrt{x}$

$du = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$

$2\sqrt{x} du = dx \rightarrow 2 \cdot (u+1) du = dx$

11.  $\int x \cdot (\sqrt[3]{x}-1) dx = \int u^3 \cdot (u-1) \cdot 3u^2 du$

integralinde  $u = \sqrt[3]{x}$  dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi oluşturulur?

A)  $\int u^3(u-1) du$  B)  $\int 3 \cdot u^5(u-1) du$

C)  $\int u^5(u-1) du$  D)  $\int u^4(u-1) du$

E)  $\int 3u^3(u-1) du$

$u = \sqrt[3]{x}$

$u^3 = x$

$3 \cdot u^2 \cdot du = dx$

12.  $\int \frac{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}}{\sqrt[6]{x}} dx = \int \frac{\sqrt{u^6}-\sqrt[3]{u^6}}{\sqrt[6]{u^6}} \cdot 6u^5 du$

integralinde  $x = u^6$  dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi oluşur?

A)  $\int u^4(u-1) du$  B)  $\int (u^6-u) du$

C)  $6 \int u^6(u-1) du$  D)  $\int u^6(u-1) du$

E)  $\int u^3(u-1) du$

$x = u^6$

$dx = 6u^5 du$

$\int \frac{u^3 - u^2}{u} \cdot 6u^5 du$   
 $\Rightarrow 6 \int u^6 \cdot (u-1) du$

|      |      |      |       |       |       |
|------|------|------|-------|-------|-------|
| 1. C | 2. B | 3. A | 4. D  | 5. C  | 6. B  |
| 7. E | 8. E | 9. C | 10. D | 11. B | 12. C |

$$1. \int_1^7 2 dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 6 **(D) 12** E) 14

$$\begin{aligned} \int_1^7 2 dx &= 2x \Big|_1^7 \\ &= 2 \cdot 7 - 2 \cdot 1 \\ &= 12 \end{aligned}$$

$$2. \int_1^2 4x dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 **(D) 6** E) 8

$$\begin{aligned} \int_1^2 4x dx &= 2x^2 \Big|_1^2 \\ &= 2 \cdot 2^2 - 2 \cdot 1^2 \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$3. \int_2^5 x^2 dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 34 B) 35 C) 36 D) 37 **(E) 39**

$$\begin{aligned} \int_2^5 x^2 dx &= \frac{x^3}{3} \Big|_2^5 \\ &= \frac{125}{3} - \frac{8}{3} \\ &= \frac{117}{3} \end{aligned}$$

$$4. \int_0^4 3\sqrt{x} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 8 **(D) 16** E) 32

$$\begin{aligned} \int_0^4 3\sqrt{x} dx &= 2 \cdot x^{\frac{3}{2}} \Big|_0^4 \\ &= 2 \cdot 4^{\frac{3}{2}} - 2 \cdot 0 \\ &= 16 - 0 \\ &= 16 \end{aligned}$$

$$5. \int_1^2 3\sqrt{3x-2} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 7 B) 12 **(C) 14** D) 18 E) 24

$$\begin{aligned} & \text{Sınırlar için } x=1 \text{ ise } u=1, x=2 \text{ ise } u=4 \text{ tür.} \\ \int_1^2 3\sqrt{3x-2} dx &= \int_1^4 3\sqrt{u} \cdot du \\ &= 2 \cdot u^{\frac{3}{2}} \Big|_1^4 = 2 \cdot 4^{\frac{3}{2}} - 2 \cdot 1^{\frac{3}{2}} \\ &= 16 - 2 \\ &= 14 \end{aligned}$$

$$6. \int_1^3 d(x^3+1)$$

integralinin değeri kaçtır?

- (A) 26** B) 27 C) 28 D) 29 E) 32

$$\begin{aligned} \int_1^3 d(x^3+1) &= x^3 \Big|_1^3 \\ &= 3^3 - 1^3 \\ &= 26 \end{aligned}$$

$$7. \int_0^3 (3x^2 - 4x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 20 B) 18 C) 16 D) 12 **(E) 9**

$$\begin{aligned} \int_0^3 (3x^2 - 4x) dx &= \left( x^3 - 2x^2 \right) \Big|_0^3 \\ &= (3^3 - 2 \cdot 3^2) - (0 - 0) \\ &= 27 - 18 \\ &= 9 \end{aligned}$$

$$8. \int_3^6 2(x-3)^2 dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- (A) 18** B) 21 C) 24 D) 27 E) 30

$$\begin{aligned} \int_3^6 2(x-3)^2 dx &= \int_0^3 2u^2 du \\ &= \frac{2}{3} u^3 \Big|_0^3 \\ &= \frac{2}{3} \cdot 3^3 - \frac{2}{3} \cdot 0^3 \\ &= 18 \end{aligned}$$

9.  $\int_{-2}^4 |x| dx$   $|x|=0$  iken  $x=0$  dir.

integralinin değeri kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

$$\begin{aligned} \int_{-2}^4 |x| dx &= \int_{-2}^0 -x dx + \int_0^4 x dx \\ &= -\frac{x^2}{2} \Big|_{-2}^0 + \frac{x^2}{2} \Big|_0^4 \\ &= \left[ 0 - \left( -\frac{(-2)^2}{2} \right) \right] + \left[ \frac{4^2}{2} - 0 \right] \\ &= 2 + 8 = 10 \end{aligned}$$

10.  $\int_0^8 |x-2| dx$   $|x-2|=0$  iken  $x=2$  dir.

integralinin değeri kaçtır?

- A) 12 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

$$\begin{aligned} \int_0^8 |x-2| dx &= \int_0^2 (-x+2) dx + \int_2^8 (x-2) dx \\ &= \left( -\frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big|_0^2 + \left( \frac{x^2}{2} - 2x \right) \Big|_2^8 \\ &= \left[ \left( -\frac{2^2}{2} + 2 \cdot 2 \right) - (0+0) \right] + \left[ \left( \frac{8^2}{2} - 2 \cdot 8 \right) - \left( \frac{2^2}{2} - 2 \cdot 2 \right) \right] \\ &= 2 + 16 - (-2) \\ &= 20 \end{aligned}$$

11.  $\int_{-1}^1 |x^2-1| dx$   $|x^2-1|=0$  iken  $x=-1$  ve  $x=1$  dir.

integralinin değeri kaçtır?

- A)  $-\frac{4}{3}$  B)  $-\frac{2}{3}$  C)  $\frac{2}{3}$  D)  $\frac{4}{3}$  E) 2

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 |x^2-1| dx &= \int_{-1}^1 (-x^2+1) dx \\ &= \left( -\frac{x^3}{3} + x \right) \Big|_{-1}^1 \\ &= \left( -\frac{1^3}{3} + 1 \right) - \left( -\frac{(-1)^3}{3} + (-1) \right) \\ &= \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \\ &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

12.  $\frac{d}{dx} \left[ \int_1^{20} (x^5 - x^4 - x^2 - x + 20) dx \right]$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -12 B) 0 C) 12 D) 80 E) 160

$\int_1^{20} (x^5 - x^4 - x^2 - x + 20) dx$  integralinin sonucu bir c sabit sayısına eşit olsun.

$$\frac{d}{dx} (c) = 0 \text{ olur. (Sabit sayının türevi sıfırdır)}$$

13.  $f(x) = \begin{cases} -2x+6, & x \leq 1 \\ 2x+2, & x > 1 \end{cases}$

fonksiyonu veriliyor. integral fonksiyonun kritik noktalarına göre

Buna göre,

$$\int_{-1}^3 f(x) dx = \int_{-1}^1 (-2x+6) dx + \int_1^3 (2x+2) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 18 B) 20 C) 24 D) 28 E) 30

$$\begin{aligned} &= \left( -x^2 + 6x \right) \Big|_{-1}^1 + \left( x^2 + 2x \right) \Big|_1^3 \\ &= \left[ (-1+6) - (-1-6) \right] + \left[ (9+6) - (1+2) \right] \\ &= 12 + 12 \\ &= 24 \end{aligned}$$

14.  $f(x) = \begin{cases} -x, & x < -1 \\ 1, & -1 \leq x \leq 1 \\ x, & x > 1 \end{cases}$  integral fonksiyonun kritik noktalarına göre parçalanır.

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$$\int_{-3}^5 f(x) dx = \int_{-3}^{-1} -x dx + \int_{-1}^1 1 dx + \int_1^5 x dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 18 B) 24 C) 26 D) 28 E) 32

$$\begin{aligned} &= -\frac{x^2}{2} \Big|_{-3}^{-1} + x \Big|_{-1}^1 + \frac{x^2}{2} \Big|_1^5 \\ &= \left[ -\frac{1}{2} - \left( -\frac{9}{2} \right) \right] + (1 - (-1)) + \left( \frac{25}{2} - \frac{1}{2} \right) \\ &= 4 + 2 + 12 = 18 \end{aligned}$$

|      |      |       |       |       |       |       |
|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. D | 2. D | 3. E  | 4. D  | 5. C  | 6. A  | 7. E  |
| 8. A | 9. C | 10. D | 11. D | 12. B | 13. C | 14. A |

1.  $\int_{-2}^4 x^3 dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 36 B) 48 **C) 60** D) 72 E) 84

$$\int_{-2}^4 x^3 \cdot dx = \frac{x^4}{4} \Big|_{-2}^4$$

$$= \frac{4^4}{4} - \frac{(-2)^4}{4}$$

$$= 64 - 4$$

$$= 60$$

2.  $\int_{-3}^3 (x^3 - 4x) dx = 0$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -6 **B) 0** C) 3 D) 6 E) 18

Not 2

$$\int_{-2}^2 f(x) = 0 \quad [f(x) \text{ tek fonksiyon}]$$

3. I.  $\int_{-5}^5 x^5 dx = 0$  (Doğru)

II.  $\int_{-2}^2 x^4 dx = 2 \int_0^2 x^4 dx$  (Doğru)

III.  $\int_{-2}^6 4 dx = 32$  (Doğru)

integrallerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III  
D) I ve III **E) I, II ve III**

- I. Tek fonksiyon kuralını sağlar.  
II. Çift fonksiyon kuralını sağlar.

III.  $\int_{-2}^6 4 dx = 4x \Big|_{-2}^6$

$$= 24 - (-8)$$

$$= 32$$

4. A(1, 2) ve B(2, 6) noktaları f(x) fonksiyonu üzerindedir.

$$\int_1^2 f'(x) \cdot f(x) dx \quad \begin{array}{l} f(x) = u \\ f'(x) dx = du \end{array}$$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 12 **B) 16** C) 18 D) 32 E) 36

Sınırlar  $f(1) = u \quad , \quad f(2) = u$   
 $2 = u \quad \quad \quad 6 = u$

$$\int_1^2 f'(x) \cdot f(x) dx = \int_2^6 u \cdot du$$

$$= \frac{u^2}{2} \Big|_2^6$$

$$= \frac{6^2}{2} - \frac{2^2}{2} = 16$$

5. f(x) fonksiyonunun x = -2 ve x = 4 noktalarındaki teğetlerinin eğimleri 2 ve 8 dir.

$$f'(x) = u$$

$$f''(x) dx = du$$

Buna göre,

$$\int_{-2}^4 2f''(x) \cdot f'(x) dx \quad \begin{array}{l} f'(-2) = u \quad , \quad f'(4) = u \\ 2 = u \quad \quad \quad 8 = u \end{array}$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 32 B) 36 C) 48 **D) 60** E) 64

$$\int_{-2}^4 2 \cdot f''(x) \cdot f'(x) dx = \int_2^8 2 \cdot u \cdot du$$

$$= u^2 \Big|_2^8$$

$$= 8^2 - 2^2$$

$$= 60$$

6.  $\int_2^6 2 \cdot f(2x-4) dx$   $\begin{array}{l} 2x-4 = u \\ 2 dx = du \end{array}$

integrali aşağıdaki integrallerden hangisine eşittir?

**A)  $\int_0^8 f(x) dx$**  B)  $\int_{-2}^8 f(x) dx$  C)  $\int_4^{10} f(x) dx$

D)  $\frac{1}{2} \int_{-2}^8 f(x) dx$  E)  $\frac{1}{2} \int_0^8 f(x) dx$

Sınırlar  $x=2$  iken  $u=0$   
 $x=6$  iken  $u=8$

$$\int_2^6 2 \cdot f(2x-4) dx = \int_0^8 f(u) \cdot du$$

$$= \int_0^8 f(x) \cdot dx$$

7.  $\int_1^3 f(4x-1)dx = 6 \rightarrow$   $4x-1=u$   
 $4dx=du$   
 $dx=\frac{1}{4}du$   
 olduğuna göre,  
 $\int_3^{11} f(x)dx$   
 Sınırlar  
 $x=1$  iken  $u=3$   
 $x=3$  iken  $u=11$   
 integralinin değeri kaçtır?  
 A) 6 B) 12 C) 18 **(D) 24** E) 36

$$\int_1^3 f(4x-1) dx = \int_3^{11} \frac{1}{4} \cdot f(u) du$$

$$6 = \frac{1}{4} \cdot \int_3^{11} f(u) du \rightarrow \int_3^{11} f(u) du = 24$$

$$\int_3^{11} f(x) dx = 24$$

8.  $\int_1^4 (1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x}+x)dx$   
 integralinde  $u = \sqrt{x}$  dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi oluşur?

- (A)**  $\int_1^2 2u(1-u^3)du$  B)  $\int_1^2 (1-u^3)du$   
 C)  $\int_1^4 2u(1-u^3)du$  D)  $\int_1^2 u(1-u^3)du$

E)  $\int_1^2 u(u^3-1)du$

$u = \sqrt{x}$   
 $du = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$   
 $2\sqrt{x} \cdot du = dx$   
 $2u du = dx$

Sınırlar  
 $x=1$  iken  $u=1$   
 $x=4$  iken  $u=2$

$$\int_1^2 (1-u)(1+u+u^2) 2u du$$

$$\int_1^2 2 \cdot u(1-u^3) du$$

9.  $\int_1^5 x^3 dx - 3 \int_1^5 x^2 dx + 3 \int_1^5 x dx - \int_1^5 dx$   $x-1=u$   
 $dx=du$   
 $x=5$  iken  $u=4$   
 $x=1$  iken  $u=0$   
 işleminin sonucu kaçtır?  
 A) 16 B) 32 C) 60 **(D) 64** E) 128

Sınırlar eşit olduğundan tek integral yazalım.

$$\int_1^5 x^3 dx - 3 \int_1^5 x^2 dx + 3 \int_1^5 x dx - \int_1^5 dx = \int_1^5 (x^3 - 3x^2 + 3x - 1) dx$$

$$= \int_1^5 (x-1)^3 dx$$

$$= \int_0^4 u^3 du = \frac{u^4}{4} \Big|_0^4 = 64$$

10.  $f(x) = \begin{cases} 2x+3, & x < 1 \\ -4, & x \geq 1 \end{cases}$   
 fonksiyonu veriliyor.  
 Buna göre,  
 $\int_{-1}^4 f(x)dx$   
 integralinin değeri kaçtır?  
 A) -8 **(B) -6** C) -4 D) 4 E) 8

$$\int_{-1}^4 f(x) dx = \int_{-1}^1 (2x+3) dx + \int_1^4 -4 dx$$

$$= (x^2+3x) \Big|_{-1}^1 + (-4x) \Big|_1^4$$

$$= [(1+3) - (1-3)] + [(-16) - (-4)]$$

$$= 6 - 12 = -6$$

11.  $f(x) = \begin{cases} 3x^2, & x \leq 0 \\ 8x^3, & x > 0 \end{cases}$   
 fonksiyonu veriliyor.  
 Buna göre,  
 $\int_{-2}^2 f(x)dx$   
 integralinin değeri kaçtır?  
 A) 32 B) 34 C) 36 **(D) 40** E) 48

$$\int_{-2}^2 f(x) dx = \int_{-2}^0 3x^2 dx + \int_0^2 8x^3 dx$$

$$= x^3 \Big|_{-2}^0 + 2x^4 \Big|_0^2$$

$$= [0 - (-8)] + [2 \cdot 16 - 2 \cdot 0]$$

$$= 8 + 32 = 40$$

12.  $\int_{-4}^4 (x^3 + |x|)dx$   
 integralinin değeri kaçtır?  
 A) 8 B) 12 **(C) 16** D) 24 E) 32

$$\int_{-4}^4 x^3 dx + \int_{-4}^4 |x| dx = 0 + \int_{-4}^0 (-x) dx + \int_0^4 x dx$$

$$= -\frac{x^2}{2} \Big|_{-4}^0 + \frac{x^2}{2} \Big|_0^4$$

$$= [0 - (-\frac{16}{2})] + [\frac{16}{2} - 0]$$

$$= 8 + 8 = 16$$

|      |      |      |       |       |       |
|------|------|------|-------|-------|-------|
| 1. C | 2. B | 3. E | 4. B  | 5. D  | 6. A  |
| 7. D | 8. A | 9. D | 10. B | 11. D | 12. C |



1.  $f(x) = \begin{cases} 4x - 2, & x \leq 1 \\ -2x + 4, & x > 1 \end{cases}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$$\int_{-2}^6 f(x) dx = \int_{-2}^1 (4x-2) dx + \int_1^6 (-2x+4) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -27 B) -24 C) -12 D) 6 E) 12

$$\begin{aligned} &= (2x^2 - 2x) \Big|_{-2}^1 + (-x^2 + 4x) \Big|_1^6 \\ &= [(2-2) - (8+4)] + [(-36+24) - (-1+4)] \\ &= -12 - 15 = -27 \end{aligned}$$

2.  $f(-x) = f(x)$  olmak üzere,

*f(x) çift fonksiyondur.*  
 $\int_{-4}^4 [x^3 + 2x + f(x)] dx = 2A \rightarrow \int_{-4}^4 (x^3 + 2x) dx + \int_{-4}^4 f(x) dx = 2A$   
*Tek fonksiyon*

Buna göre,

$$\int_0^4 f(x) dx = 2 \cdot \int_0^4 f(x) dx = 2 \cdot A$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{A}{4}$  B)  $\frac{A}{2}$  C) A D) 2A E) 4A

$$\int_0^4 f(x) dx = A$$

3.  $f(x)$  ve  $g(x)$  türevlenebilir fonksiyonlar olmak üzere,

| x | f(x) | g(x) |
|---|------|------|
| 1 | 2    | -3   |
| 3 | 4    | 6    |

değerleri tablo ile verilmiştir.

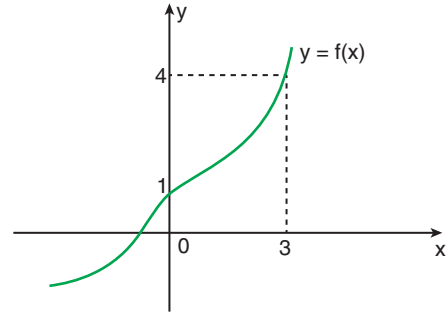
$$\int_1^3 f'(x) \cdot g(x) dx + \int_1^3 f(x) \cdot g'(x) dx = \int_1^3 (f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 8 B) 12 C) 18 D) 24 E) 30

$$\begin{aligned} &= \int_1^3 d(f(x) \cdot g(x)) = f(x) \cdot g(x) \Big|_1^3 \\ &= \underset{4}{f(3)} \cdot \underset{6}{g(3)} - \underset{2}{f(1)} \cdot \underset{-3}{g(1)} = 30 \end{aligned}$$

4.



Şekilde  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$$\int_0^3 f^2(x) \cdot f'(x) dx$$

*$f(x) = u$   
 $f'(x) dx = du$   
 $f(0) = 1$   
 $f(3) = 4$  } Sınırlar*

integralinin değeri kaçtır?

- A) 18 B) 21 C) 24 D) 27 E) 28

$$\begin{aligned} \int_0^3 f^2(x) \cdot f'(x) dx &= \int_1^4 u^2 \cdot du \\ &= \frac{u^3}{3} \Big|_1^4 \\ &= \frac{4^3}{3} - \frac{1^3}{3} = 21 \end{aligned}$$

5.

$$\int_2^6 f\left(\frac{x}{2}\right) dx = 12$$

*$\frac{x}{2} = u$   
 $x = 2u$   
 $dx = 2du$*

olduğuna göre,

$$\int_1^3 f(x) dx$$

*Sınırlar  
 $x=2$  iken  $u=1$   
 $x=6$  iken  $u=3$*

integralinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 12 E) 24

$$\begin{aligned} \int_2^6 f\left(\frac{x}{2}\right) dx &= 12 \\ \int_1^3 f(u) \cdot 2 du &= 12 \rightarrow 2 \cdot \int_1^3 f(u) du = 12 \\ &\rightarrow \int_1^3 f(x) dx = 6 \end{aligned}$$

6.

$$\int_{-1}^1 (x-1) \cdot x \cdot (x+1) dx = \int_{-1}^1 (x^3 - x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) -1 D) 0 E) 2

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 (x^3 - x) dx &= 0 \\ &\text{Tek fonksiyon kuralı} \end{aligned}$$

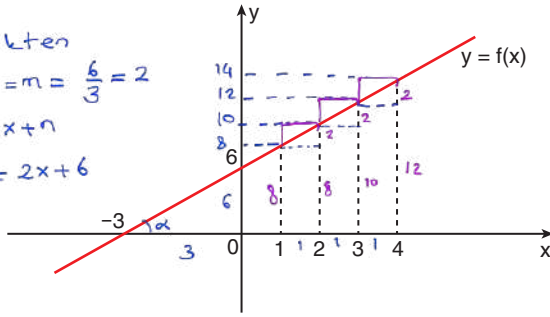
7.

Grafikten

$$\text{Eğim} = m = \frac{6}{3} = 2$$

$$y = mx + n$$

$$f(x) = 2x + 6$$



$y = f(x)$  fonksiyonunun  $[1, 4]$  aralığını 3 eşit parçaya bölen Riemann alt toplam  $S_1$  ve üst toplam  $S_2$  dir.

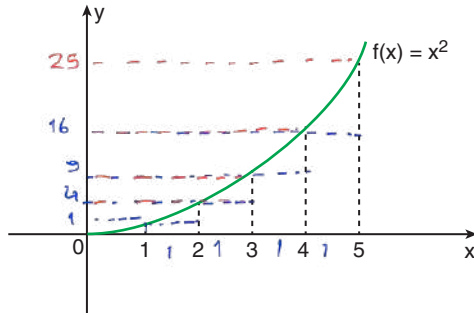
Buna göre,  $S_2 - S_1$  farkı kaçtır?

- A) 2      B) 4      C) 6      D) 8      E) 10

$$\left. \begin{aligned} S_2 &= 1 \cdot 14 + 1 \cdot 12 + 1 \cdot 10 = 36 \\ S_1 &= 1 \cdot 8 + 1 \cdot 10 + 1 \cdot 12 = 30 \end{aligned} \right\} S_2 - S_1 = 36 - 30 = 6$$

8 ve 9. soruları aşağıdaki fonksiyona göre cevaplayınız.

$f : [1, 5] \rightarrow \mathbb{R}$  olmak üzere,  $f(x) = x^2$  fonksiyonu veriliyor.



8.  $[1, 5]$  aralığını 4 eşit parçaya bölen Riemann alt toplamı kaçtır?

- A) 24      B) 25      C) 28      D) 30      E) 36

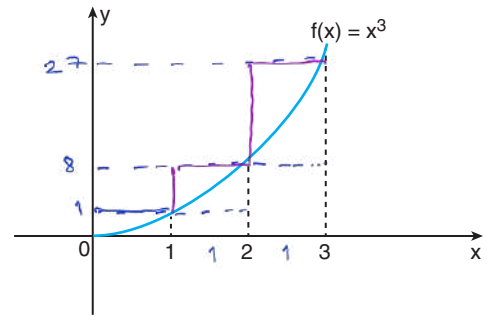
$$\text{Alt Toplam} = 1 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 9 \cdot 1 + 16 \cdot 1 = 30$$

9.  $[1, 5]$  aralığını 4 eşit parçaya bölen Riemann üst toplamı kaçtır?

- A) 60      B) 54      C) 52      D) 48      E) 44

$$\text{Üst Toplam} = 4 \cdot 1 + 9 \cdot 1 + 16 \cdot 1 + 25 \cdot 1 = 54$$

10.



Şekilde  $f(x) = x^3$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$[0, 3]$  aralığını 3 eşit parçaya bölen Riemann alt toplamı a ve üst toplamı b dir.

Buna göre,  $b - a$  farkı kaçtır?

- A) 27      B) 32      C) 36      D) 42      E) 45

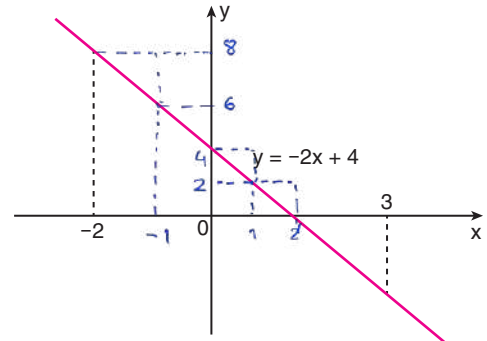
$$b = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 8 + 27 \cdot 1 = 36$$

$$a = 1 \cdot 1 + 8 \cdot 1 = 9$$

$$b - a = 36 - 9 = 27$$

MATEMATİĞİN İLACI

11.



Şekilde  $y = -2x + 4$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

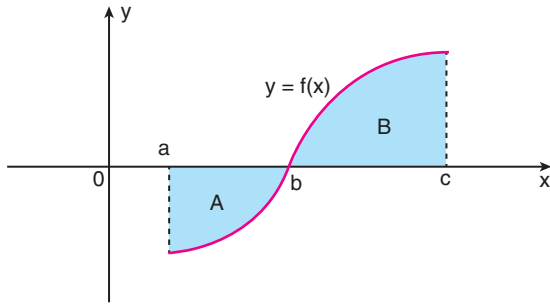
Buna göre,  $[-2, 3]$  aralığını 5 eşit parçaya bölen üst toplam kaçtır?

- A) 16      B) 18      C) 20      D) 22      E) 24

$$\text{Üst Toplam} = 1 \cdot 8 + 1 \cdot 6 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 0 = 20$$

|      |      |      |       |       |      |
|------|------|------|-------|-------|------|
| 1. A | 2. C | 3. E | 4. B  | 5. C  | 6. D |
| 7. C | 8. D | 9. B | 10. A | 11. C |      |

1.



Şekilde  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği ile x eksenini arasında kalan alanlar A ve B dir.

Buna göre,

(Yanlış) I.  $\int_a^b f(x) dx = A \rightarrow \int_a^b f(x) dx = -A$  olmalı

(Doğru) II.  $\int_b^c f(x) dx = B$  Doğru

(Yanlış) III.  $\int_a^c f(x) dx = A + B \rightarrow \int_a^c f(x) dx = -A + B$  olmalı

İfadelerinden hangileri doğrudur?

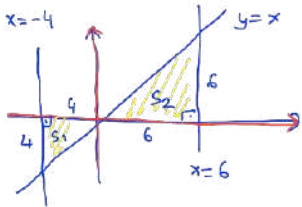
- A) Yalnız I      **B) Yalnız II**      C) Yalnız III  
D) I ve II      E) II ve III

2.

$f(x) = x$ ,  $x = -4$  ve  $x = 6$

doğruları ve x eksenini arasında kalan alan kaç birimkaredir?

- A) 10      B) 18      **C) 26**      D) 28      E) 52



$$S_1 + S_2 = \int_{-4}^0 -x dx + \int_0^6 x dx$$

$$S_1 + S_2 = \left. -\frac{x^2}{2} \right|_{-4}^0 + \left. \frac{x^2}{2} \right|_0^6$$

$$S_1 + S_2 = 8 + 18 = 26$$

3.

$f(x) = x^2$  parabolü,  $x = 6$  ve  $y = 0$

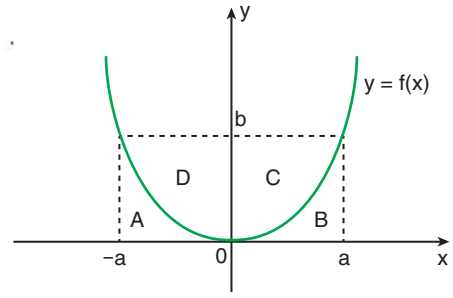
doğruları arasında kalan alan kaç birimkaredir?

- A) 48      B) 54      C) 60      **D) 72**      E) 108

$$\int_0^6 x^2 dx = \left. \frac{x^3}{3} \right|_0^6$$

$$= \frac{6^3}{3} - 0 = 72$$

4.



Şekilde x eksenine teğet olan  $y = f(x)$  parabolü ve eksenler arasındaki alanlar şekil üzerinde gösterilmiştir.

Buna göre,

(Doğru) I.  $\int_{-a}^a f(x) dx = 2B$  ( $A=B$ )

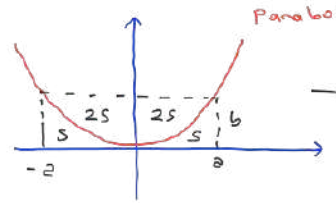
(Doğru) II.  $2 \int_0^a f(x) dx = \int_0^b f(y) dy$  (Aşağıdaki pratik kuralı inceleyin)

(Doğru) III.  $D + C = 4A$  ( $D=2A, C=2A$ )

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I      B) Yalnız II      C) Yalnız III  
D) I ve II      **E) I, II ve III**

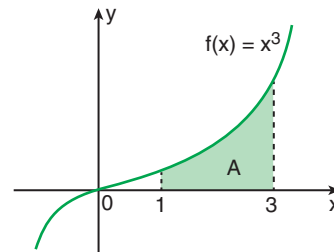
MATEMATİĞİN İLACI



$$s = \frac{a \cdot b}{3}$$

Pratik kuralları mevcuttur.

5.



Şekilde  $y = x^3$  eğrisi,  $x = 1$ ,  $x = 3$  doğruları ve x eksenini arasında kalan alan A dir.

Buna göre, A kaç birimkaredir?

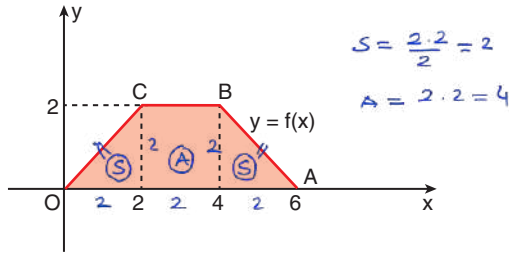
- A) 16      B) 18      **C) 20**      D) 40      E) 81

$$A = \int_1^3 x^3 dx$$

$$A = \left. \frac{x^4}{4} \right|_1^3$$

$$A = \frac{3^4}{4} - \frac{1^4}{4} = 20$$

6.



Şekildeki OABC ikizkenar yamuğunun üç kenarı  $f(x)$  parçalı fonksiyonu olarak verilmiştir.

$$\text{Alan}(OABC) = 2 + 4 + 2 = 8$$

Buna göre,

(Doğru) I.  $\int_0^6 f(x) dx = A(OABC) = 2 + 4$

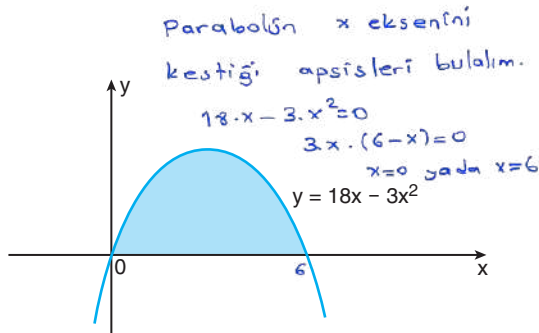
(Doğru) II.  $2 \int_0^2 f(x) dx + \int_2^4 2 \cdot dx = A(OABC) = 2 \cdot 5 + 4$

(Doğru) III.  $\int_0^4 2 \cdot dx = A(OABC) \rightarrow 2x \Big|_0^4 = 2 \cdot 4 - 2 \cdot 0 = 8$

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I      B) Yalnız II      C) Yalnız III  
D) I ve II      **E) I, II ve III**

7.



Şekilde  $f(x) = 18x - 3x^2$  parabolünün grafiği verilmiştir.

Buna göre, boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 120      **B) 108**      C) 96      D) 84      E) 54

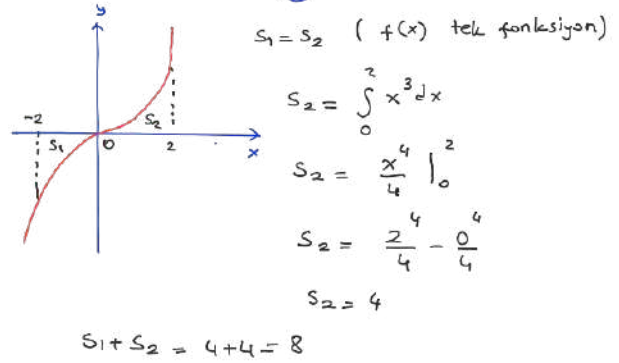
$$\begin{aligned} \text{Alan} &= \int_0^6 (18x - 3x^2) dx \\ &= (9x^2 - x^3) \Big|_0^6 \\ &= 9 \cdot 6^2 - 6^3 \\ &= 6^2(9 - 6) \\ &= 108 \end{aligned}$$

8.

$f(x) = x^3$  eğrisi  $x = -2$ , ve  $x = 2$

doğruları ve  $x$  eksenini arasında kalan alan kaç birimkaredir?

- A) 4      B) 6      **C) 8**      D) 12      E) 16

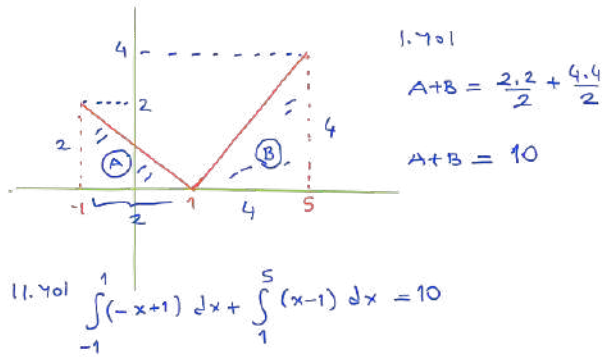


9.

$$\int_{-1}^5 |x-1| dx \quad |x-1|=0 \quad x=1 \text{ dir.}$$

İntegralinin değeri kaçtır?

- A) 4      B) 6      C) 8      **D) 10**      E) 12



10.

$$f(x) = \begin{cases} -(x-2)^2, & -1 \leq x < 2 \\ (x-2)^2, & 2 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

$x-2 = u$   
 $dx = du$   
 $x = -1$  iken  $u = -3$   
 $x = 5$  iken  $u = 3$  } Simetrik

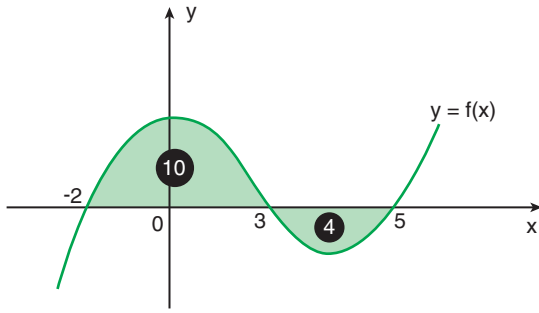
fonksiyonunun grafiği ile  $x$  eksenini arasında kalan alan kaç birimkaredir?

- A) 9      B) 12      **C) 18**      D) 24      E) 36

$$\begin{aligned} \int_{-1}^2 (x-2)^2 dx + \int_2^5 (x-2)^2 dx &= \int_{-1}^5 (x-2)^2 dx \\ &= \int_{-3}^3 u^2 du \\ &= \left[ \frac{u^3}{3} \right]_{-3}^3 \\ &= \frac{3^3}{3} - \frac{(-3)^3}{3} = 9 + 9 = 18 \end{aligned}$$

|      |      |      |      |       |
|------|------|------|------|-------|
| 1. B | 2. C | 3. D | 4. E | 5. C  |
| 6. E | 7. B | 8. C | 9. D | 10. C |

1.



Şekilde  $y = f(x)$  fonksiyonu ve  $x$  ekseninde kalan alanlar 10 birimkare ve 4 birimkaredir.

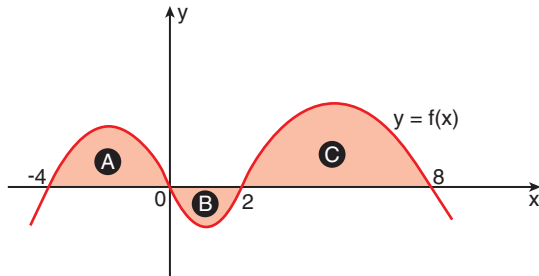
Buna göre,

$$\int_{-2}^5 f(x) dx = 10 + (-4) = 6$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

2.



Şekilde  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği ile  $x$  ekseninde kalan boyalı bölgelerin alanları A, B ve C birimkaredir.

$$\int_{-4}^2 f(x) dx = 2 \rightarrow A - B = 2$$

$$\int_0^8 f(x) dx = 8 \rightarrow -B + C = 8$$

$$\int_{-4}^8 f(x) dx = 14 \rightarrow A - B + C = 14$$

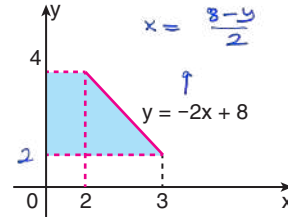
$$6 + 4 + 12 = 22$$

olduğuna göre,  $A + B + C$  toplamı kaç birimkaredir?

- A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

$$\begin{aligned} A - B + C &= 14 \\ A - B &= 2 \\ -B + C &= 8 \\ \hline A + 8 &= 14 \\ A &= 6 \\ \hline 6 - B &= 2 \\ B &= 4 \\ \hline -4 + C &= 8 \\ C &= 12 \end{aligned}$$

3.



$f : [2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$  fonksiyonu ile  $y$  ekseninde kalan boyalı bölgenin alanı verilmiştir.

$$x=3 \text{ iken } y=2$$

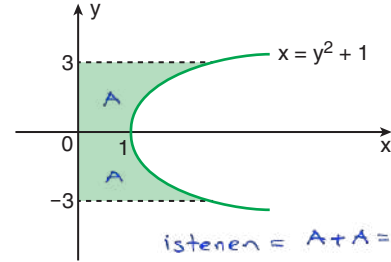
Buna göre, boyalı bölgenin alanı aşağıdaki integrallerden hangisi ile ifade edilir?

A)  $\int_0^3 (-2x+8) dx$  B)  $\int_0^3 \frac{y-8}{2} dy$  C)  $\int_2^4 \frac{8-y}{2} dy$

D)  $\int_2^4 (-2x+8) dy$  E)  $\int_0^3 (-2x+8) dx - \int_0^2 2 dx$

$$\text{Alan} = \int_2^4 x dy = \int_2^4 \left( \frac{8-y}{2} \right) dy$$

4.



$$\text{istenen} = A + A = 12 + 12 = 24$$

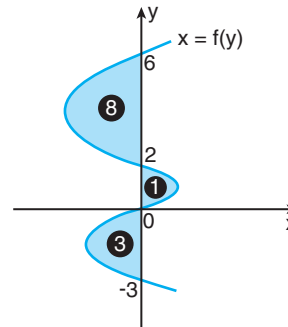
Şekilde  $x = y^2 + 1$  bağıntısının grafiği ile  $y$  ekseninde kalan boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 20 B) 24 C) 26 D) 28 E) 32

$$A = \int_0^3 (y^2+1) dy$$

$$A = \left( \frac{y^3}{3} + y \right) \Big|_0^3 \rightarrow A = \frac{3^3}{3} + 3 = 12$$

5.



Şekilde  $x = f(y)$  eğrisi ve  $y$  ekseninde kalan bölgelerin alanları 3 birimkare, 1 birimkare ve 8 birimkaredir.

Buna göre,

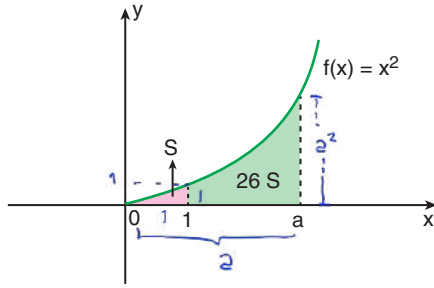
$$\int_{-3}^6 x dy$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -12 B) -11 C) -10 D) -8 E) -6

$$\int_{-3}^6 x dy = \int_{-3}^0 x dy + \int_0^2 x dy + \int_2^6 x dy = -3 + 1 - 8 = -10$$

6.



Şekilde  $f(x) = x^2$  fonksiyonunun grafiği ile x ekseninde kalan alanlar S ve  $26S$  dir.

Buna göre, a kaçtır?

- A)  $\sqrt{2}$  B)  $\sqrt{3}$  C) 2 D) 3 E)  $2\sqrt{3}$

pratik yoldan  $S = \frac{1 \cdot 1}{3} = \frac{1}{3}$

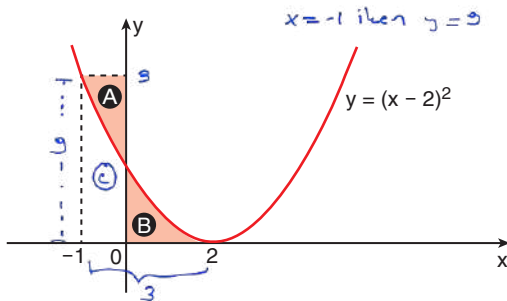
$$26S + S = \frac{a \cdot a^2}{3}$$

$$27 \cdot S = \frac{a^3}{3}$$

$$27 \cdot \frac{1}{3} = \frac{a^3}{3}$$

$$27 = a^3 \rightarrow a = 3$$

7.



Şekilde  $y = (x - 2)^2$  parabolü ile eksenler arasında kalan bölgenin alanları A ve B birimkaredir.

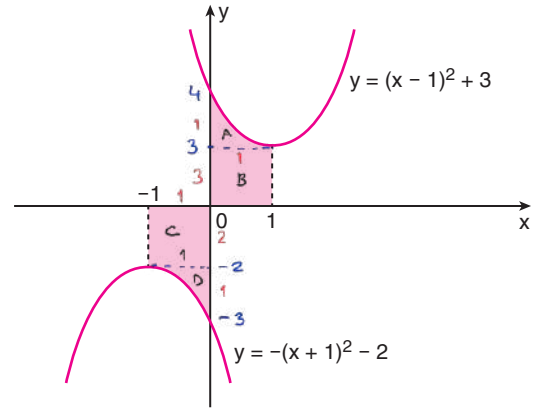
Buna göre,  $\frac{A}{B}$  oranı kaçtır?

- A)  $\frac{1}{2}$  B)  $\frac{2}{3}$  C) 1 D)  $\frac{4}{3}$  E)  $\frac{3}{2}$

$$\left. \begin{aligned} A + C &= 1 \cdot 9 \rightarrow A + C = 9 \\ B + C &= \frac{9 \cdot 3}{3} \rightarrow B + C = 9 \end{aligned} \right\} A = B$$

$\frac{A}{B} = 1$  dir.

8.

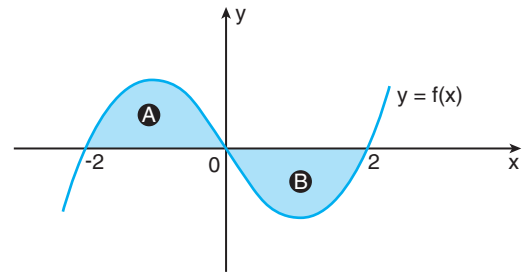


Şekilde verilen parabolere göre taralı alanlar toplamı kaç birimkaredir?

- A)  $\frac{16}{3}$  B)  $\frac{17}{3}$  C) 6 D)  $\frac{21}{3}$  E)  $\frac{22}{3}$

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{1 \cdot 1}{3} = \frac{1}{3} \\ B &= 1 \cdot 3 = 3 \\ C &= 1 \cdot 2 = 2 \\ D &= \frac{1 \cdot 1}{3} = \frac{1}{3} \end{aligned} \right\} A+B+C+D = \frac{1}{3} + 3 + 2 + \frac{1}{3} = \frac{17}{3}$$

9.



Şekilde  $f(x) = (x - 2) \cdot x \cdot (x + 2)$  fonksiyonunun grafiği ile x ekseninde kalan bölgelerin alanları A ve B birimkaredir.

Buna göre,  $\frac{A}{B}$  oranı kaçtır?

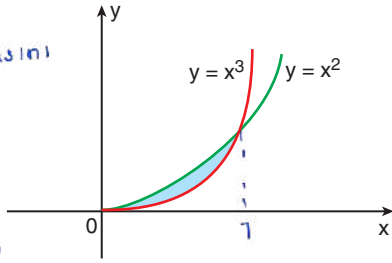
- A)  $\frac{1}{2}$  B)  $\frac{2}{3}$  C) 1 D)  $\frac{3}{2}$  E) 2

$f(x) = x^3 - 2x$  fonksiyonu tek fonksiyon olduğundan ve sınırlar orijine göre simetrik olduğundan  $A = B$  dir.

MATEMATİĞİN İLACI

|      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|
| 1. A | 2. D | 3. C | 4. B | 5. C |
| 6. D | 7. C | 8. B | 9. C |      |

1. Kesim noktasını bulalım.
- $$x^3 = x^2$$
- $$x^3 - x^2 = 0$$
- $$x^2(x-1) = 0$$
- $$x=0, x=1$$
- Şekilde  $y = x^2$  ve  $y = x^3$  eğrileri arasında kalan boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?



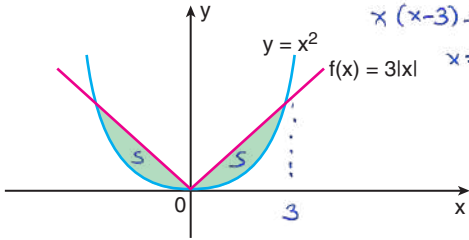
- A)  $\frac{1}{18}$  B)  $\frac{1}{12}$  C)  $\frac{1}{8}$  D)  $\frac{1}{6}$  E)  $\frac{1}{3}$

$$\int_0^1 (x^2 - x^3) dx = \left( \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^1$$

$$= \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) - (0 - 0)$$

$$= \frac{1}{12}$$

2. Kesim noktasını bulalım.
- $$x^2 = 3|x|$$
- $$x(x-3) = 0$$
- $$x=0, x=3$$
- Şekilde  $y = x^2$  parabolü ile  $f(x) = 3|x|$  fonksiyonu arasında kalan boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?



- A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 12

$$S = \int_0^3 (3x - x^2) dx$$

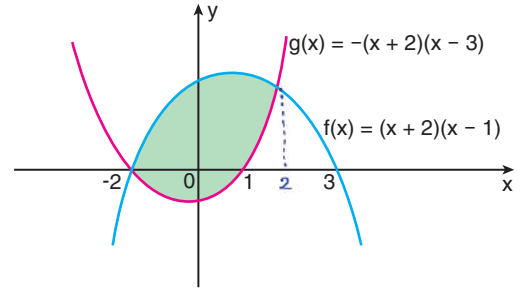
$$S = \left( \frac{3x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^3$$

$$S = \left( \frac{3 \cdot 3^2}{2} - \frac{3^3}{3} \right) - (0 - 0)$$

$$S = \frac{27}{2} - 9 = \frac{9}{2}$$

Tamamı Alan =  $S + S = 2 \cdot \frac{9}{2} = 9$

3. Şekilde  $f(x)$  ve  $g(x)$  parabolleri arasında kalan boyalı bölge;



I.  $\int_{-2}^2 [f(x) - g(x)] dx$  (Doğru)

II.  $\int_{-2}^3 g(x) dx - \int_1^3 f(x) dx$  (Yanlış)

III.  $2 \int_{-2}^2 (x^2 - 4) dx$  (Doğru)

İntegrallerinden hangileri ile hesaplanır?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

- D) I ve III E) I, II ve III

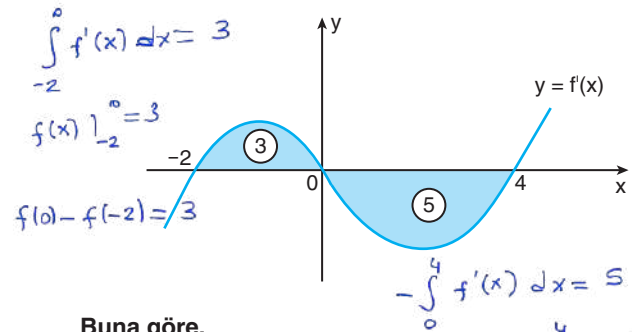
III.

$$f(x) - g(x) = (x^2 + x - 2) - (-x^2 + x + 6)$$

$$= 2x^2 - 8$$

$$= 2(x^2 - 4)$$

4. Aşağıda  $f$  fonksiyonunun türevinin grafiği ile  $x$  ekseninde kalan bölgelerin alanları 3 ve 5 birimkaredir.



Buna göre,

(Doğru) I.  $f(0) - f(-2) = 3$  tür.

(Yanlış) II.  $f(4) - f(0) = 5$  tir.

(Doğru) III.  $f(4) - f(-2) = -2$  dir.

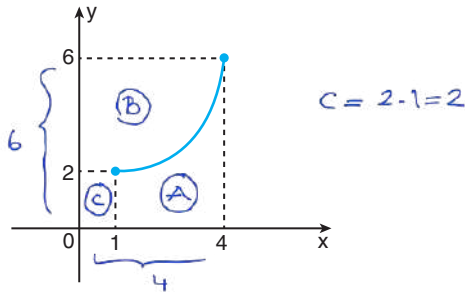
Öncüllerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız III C) I ve III

- D) II ve III E) I, II ve III

III.  $f(4) - f(0) = -5$   
 $f(0) - f(-2) = 3$  }  $f(4) - f(-2) = -2$

5.



Şekilde  $f : [1, 4] \rightarrow [2, 6]$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$$\int_1^4 f(x) dx + \int_2^6 f^{-1}(x) dx = A+B$$

toplamının değeri kaçtır?

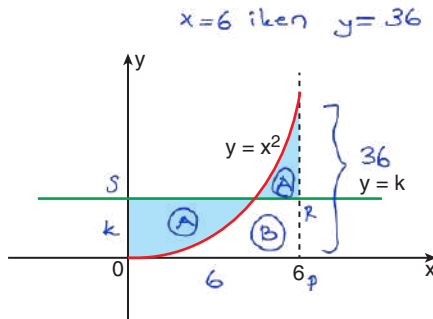
- A) 16    B) 18    C) 20    **D) 22**    E) 24

$$A+B+C = 6 \cdot 4$$

$$A+B+2 = 24$$

$$A+B = 22$$

6.



Şekilde  $y = x^2$  parabolü  $y = k$ ,  $x = 0$  ve  $x = 6$  doğruları arasında kalan boyalı bölgelerin alanları eşittir.

Buna göre,  $k$  kaçtır?

- A) 12**    B) 10    C) 9    D) 8    E) 6

Pratik kuraldan  $A+B = \frac{36 \cdot 6}{3}$

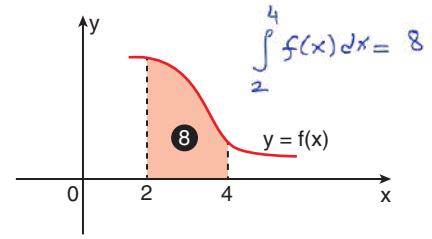
$$A+B = 72$$

$$\text{Alan (OPRS)} = A+B$$

$$6 \cdot k = 72$$

$$k = 12 \text{ dir.}$$

7.



Şekilde  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği  $x$  ekseninde boyalı bölgenin alanı 8 birimkaredir.

Buna göre,

$$\int_2^6 f\left(\frac{x}{2} + 1\right) dx$$

$$\frac{x}{2} + 1 = u$$

$$\frac{1}{2} dx = du$$

$$dx = 2 du$$

Sınırlar  
 $x=2$  iken  $u=2$   
 $x=6$  iken  $u=4$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 4    B) 8    C) 12    **D) 16**    E) 24

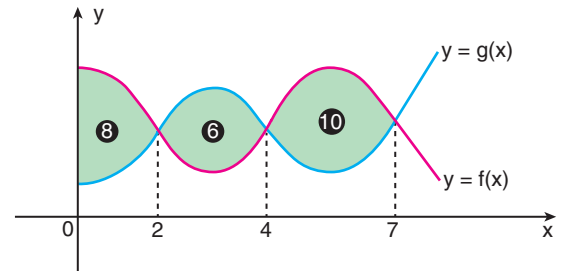
$$\int_2^6 f\left(\frac{x}{2} + 1\right) dx = \int_2^4 f(u) \cdot 2 du$$

$$= 2 \cdot \int_2^4 f(u) du$$

$$= 2 \cdot \int_2^4 f(x) dx$$

$$= 2 \cdot 8 = 16 \text{ dir.}$$

8.



Şekilde  $y = f(x)$  ve  $y = g(x)$  fonksiyonları arasında kalan boyalı bölgelerin alanları verilmiştir.

Buna göre,

$$\int_0^4 |f(x) - g(x)| dx - \int_2^7 [f(x) - g(x)] dx$$

$$\int_0^2 (f(x) - g(x)) dx = 8$$

$$\int_2^4 (g(x) - f(x)) dx = 6$$

$$\int_4^7 (f(x) - g(x)) dx = 10$$

toplamı kaçtır?

- A) 8    B) 9    **C) 10**    D) 12    E) 14

$$= \int_0^2 (f(x) - g(x)) dx + \int_2^4 (g(x) - f(x)) dx - \left[ \int_2^4 (f(x) - g(x)) dx + \int_4^7 (f(x) - g(x)) dx \right]$$

$$= 8 + 6 - (-6 + 10)$$

$$= 10$$

- |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1. B | 2. D | 3. D | 4. C | 5. D | 6. A | 7. D | 8. C |
|------|------|------|------|------|------|------|------|



1.  $\int f(x) dx = 3x^2 + 8x + 6$  *Eşitliğin türevini alalım.*

olduğuna göre,  $f(x)$  aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $3x + 8$       B)  $6x + 8$       C)  $6x + 4$   
D)  $2x + 8$       E)  $x^3 + 4x^2 + 6x$

$$\frac{d}{dx} \int f(x) dx = \frac{d}{dx} (3x^2 + 8x + 6)$$

$$f(x) = 6x + 8$$

2. I.  $d[\int x^2 dx] = x^2 dx$  (Doğru)

II.  $\frac{d}{dx} \int (x^3 - x) dx = x^3 - x + c$  (Yanlış)

III.  $\int d(x) = x + c$  (Doğru)

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I      B) Yalnız II      C) Yalnız III  
D) I ve II      E) I ve III

II.  $\frac{d}{dx} \int (x^3 - x) dx = x^3 - x$  olacaktır

3.  $\int x f(x) dx = 3x^3 - 2x^2 + 4x$  *dx yazalım* *(Eşitliğin türevini alalım)*

olduğuna göre,  $f(-2)$  değeri kaçtır?

- A) -36      B) -30      C) -24      D) 30      E) 36

$$\frac{d}{dx} \int x f(x) dx = \frac{d}{dx} (3x^3 - 2x^2 + 4x)$$

$$x \cdot f(x) = 9x^2 - 4x + 4$$

$x = -2$  için

$$(-2) \cdot f(-2) = 9 \cdot (-2)^2 - 4 \cdot (-2) + 4$$

$$(-2) \cdot f(-2) = 48$$

$$f(-2) = -24$$

4.  $\int_{-1}^4 3 dx$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 3      B) 8      C) 10      D) 12      E) 15

$$\begin{aligned} \int_{-1}^4 3 dx &= 3 \cdot x \Big|_{-1}^4 \\ &= 3 \cdot 4 - 3 \cdot (-1) \\ &= 12 + 3 \\ &= 15 \end{aligned}$$

5.  $\int_2^6 (2x + 8) dx$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 72      B) 64      C) 60      D) 54      E) 48

$$\begin{aligned} \int_2^6 (2x + 8) dx &= (x^2 + 8x) \Big|_2^6 \\ &= (6^2 + 8 \cdot 6) - (2^2 + 8 \cdot 2) \\ &= 84 - 20 \\ &= 64 \end{aligned}$$

6.  $\int_{-6}^6 (x^3 + x^2 + x) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\int_0^6 2x^2 dx$       B)  $\int_{-6}^0 x^2 dx$       C) 72

- D) 216      E) 280

$$\begin{aligned} \int_{-6}^6 (x^3 + x^2 + x) dx &= \int_{-6}^6 (x^3 + x) dx + \int_{-6}^6 x^2 dx \\ &= \int_{-6}^6 x^2 dx \\ &= \int_0^6 2 \cdot x^2 dx \end{aligned}$$

7.  $\int_1^4 \frac{f(2+\sqrt{x})}{2\sqrt{x}} dx$

integralinde  $u = 2 + \sqrt{x}$  dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi oluşur?

- A)  $\int_1^4 f(u) du$       B)  $\int_1^4 2f(u) du$       C)  $\int_3^4 f(u) du$   
 D)  $\int_3^4 2f(u) du$       E)  $\int_3^4 f(2+u) du$

$u = 2 + \sqrt{x}$

$du = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot 2 dx$

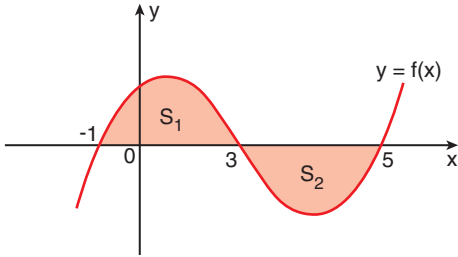
• Sınırlar

$x=1$  iken  $u=3$

$x=4$  iken  $u=4$

$\int_1^4 \frac{f(2+\sqrt{x})}{2\sqrt{x}} dx = \int_3^4 f(u) \cdot du$

8. Şekilde  $f(x)$  fonksiyonu ve  $x$  ekseninde kalan bölgelerin alanları  $S_1$  ve  $S_2$  dir.



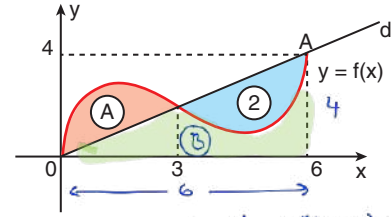
$S_1 = 7 br^2$   
 $S_2 = 3 br^2$

Buna göre,  $\int_{-1}^5 f(x) dx$  integralinin değeri kaçtır?

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 7      E) 10

$\int_{-1}^5 f(x) dx = \int_{-1}^3 f(x) dx + \int_3^5 f(x) dx$   
 $= 7 + (-3)$   
 $= 4$

9. Aşağıda  $[0, 6]$  aralığında  $d$  doğrusu ve  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$\int_0^6 f(x) dx = 14$

Yeşil bölgenin alanına  $B$  diyelim.

mavi bölgenin alanı 2 birimkare olduğuna göre, turuncu bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7

$B + 2 = \frac{6 \cdot 4}{2} \rightarrow B + 2 = 12 \rightarrow B = 10$

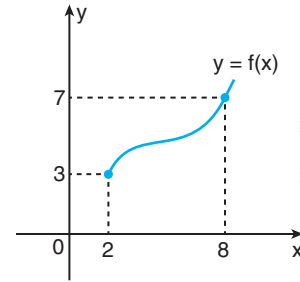
$\int_0^6 f(x) dx = A + B$

$14 = A + 10$

$4 = A$

10.

$f(x) = u$   
 $f'(x) dx = du$



Sınırlar  
 $f(2) = u \rightarrow u = 3$   
 $f(8) = u \rightarrow u = 7$

Şekilde  $f(x)$  fonksiyonunun grafiği veriliyor.

Buna göre,  $\int_2^8 f(x) \cdot f'(x) dx$  integralinin sonucu kaçtır?

- A) 16      B) 18      C) 20      D) 24      E) 36

$\int_2^8 f(x) \cdot f'(x) dx = \int_3^7 u \cdot du$   
 $= \frac{u^2}{2} \Big|_3^7$   
 $= \frac{7^2}{2} - \frac{3^2}{2}$   
 $= 20$

|      |      |      |      |       |
|------|------|------|------|-------|
| 1. B | 2. E | 3. C | 4. E | 5. B  |
| 6. A | 7. C | 8. B | 9. B | 10. C |

1.  $\int (x+1)f(x)dx = 2x^3 + 4x^2 - 4x + 8$   
 (Eşitliğin türevini alalım)  
 olduğuna göre,  $f(2)$  kaçtır?  
 A) 8 B) 9 C) 12 D) 16 E) 24

$$\frac{d}{dx} \int (x+1) \cdot f(x) dx = \frac{d}{dx} (2x^3 + 4x^2 - 4x + 8)$$

$$(x+1) \cdot f(x) = 6x^2 + 8x - 4$$

$x=2$  için  
 $3 \cdot f(2) = 24 + 16 - 4 \rightarrow 3 \cdot f(2) = 36$   
 $f(2) = 12$

2. I.  $\int x^2 dy = x^2 y + c$  (Doğru)  
 II.  $\int dx + \int dy = x + y + c$  (Doğru)  
 III.  $\int_{-1}^1 f(x) dx = 2 \cdot \int_0^1 f(x) dx$  (Yanlış)

integrallerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III  
 D) I ve II E) II ve III

III.  $f(x)$  fonksiyonun çift fonksiyon olduğu durumlarda geçerlidir.

3.  $\int (x^2 + 4x + 8)(x+2) dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{1}{2}(x^2 + 4x + 8) + c$   $x^2 + 4x + 8 = u$   
 B)  $\frac{1}{4}(x^2 + 4x + 8)^2 + c$   $(2x+4) dx = du$   
 C)  $(x^2 + 4x + 8)^2 + c$   $2 \cdot (x+2) dx = du$   
 D)  $2(x^2 + 4x + 8)^2 + 8$   $(x+2) dx = \frac{1}{2} \cdot du$   
 E)  $4(x^2 + 4x + 8) + c$

$$\int (x^2 + 4x + 8) \cdot (x+2) dx = \int u \cdot \frac{1}{2} \cdot du$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{u^2}{2} + c$$

$$= \frac{1}{4} \cdot (x^2 + 4x + 8) + c$$

4.  $\frac{d}{dx} \int f(x) dx$   
 ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?  
 A)  $f(x)$  B)  $f(x) + c$  C)  $f^2(x)$   
 D)  $f^2(x) + c$  E)  $-f(x) + c$

$$\frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x)$$

5.  $\int_{-3}^3 (x+1) dx$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

$$\int_{-3}^3 (x+1) dx = \left( \frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_{-3}^3$$

$$= \left( \frac{3^2}{2} + 3 \right) - \left( \frac{(-3)^2}{2} + (-3) \right)$$

$$= \frac{15}{2} - \frac{3}{2}$$

$$= 6$$

6.  $f(x) = \int (x^3 - 4x^2 + 6x) dx$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,  $f''(1)$  değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

$$f'(x) = x^3 - 4x^2 + 6x$$

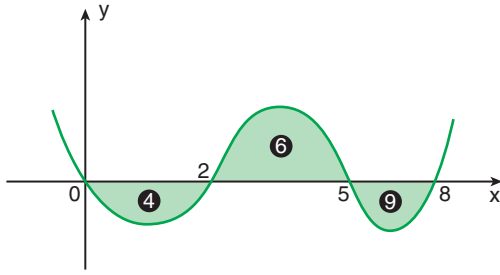
$$f''(x) = 3x^2 - 8x + 6$$

$$f''(1) = 3 - 8 + 6$$

$$f''(1) = 1$$

## ÜNİTE TESTİ - 2

7. Şekilde  $f(x)$  fonksiyonu ve  $x$  ekseninde kalan bölgelerin alanları şekil üzerinde verilmiştir.

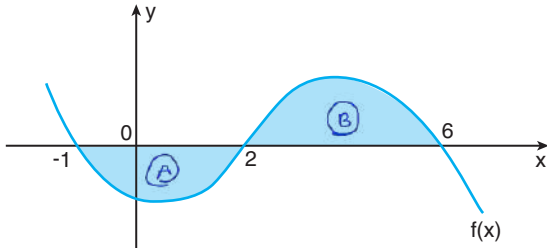


Buna göre,  $\int_0^8 f(x) dx$  integralinin sonucu kaçtır?

- (A) -7      B) -6      C) -3      D) 6      E) 19

$$\begin{aligned} \int_0^8 f(x) dx &= \int_0^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx + \int_5^8 f(x) dx \\ &= (-4) + 6 + (-9) \\ &= -7 \end{aligned}$$

8. Şekilde  $f(x)$  fonksiyonun grafiği verilmiştir.



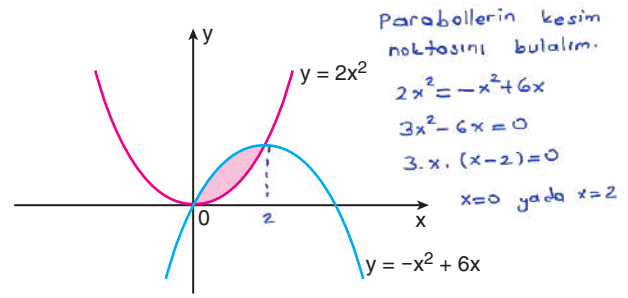
$$\begin{aligned} \int_{-1}^6 f(x) dx &= 5 \rightarrow -A + B = 5 \\ \int_{-1}^6 |f(x)| dx &= 21 \rightarrow A + B = 21 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} -A + B = 5 \\ A + B = 21 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -A + B = 5 \\ A + B = 21 \\ \hline B = 13 \\ A = 8 \end{array}$$

olduğuna göre,  $\int_{-1}^2 f(x) dx$  integralinin sonucu kaçtır?

- A) -10      (B) -8      C) -4      D) 4      E) 8

$$\int_{-1}^2 f(x) dx = -A = -8$$

- 9.



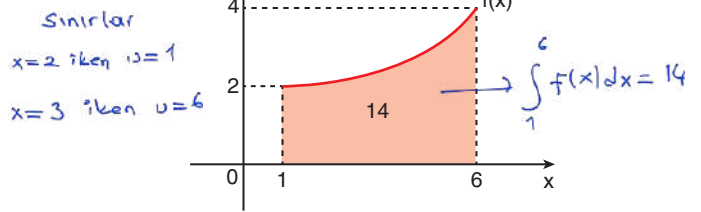
Şekilde  $y = -x^2 + 6x$  ve  $y = 2x^2$  parabolleri arasında kalan boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 2      (B) 4      C)  $\frac{9}{2}$       D) 6      E)  $\frac{15}{2}$

$$\begin{aligned} \text{Alan} &= \int_0^2 [(-x^2 + 6x) - 2x^2] dx \\ &= \int_0^2 (-3x^2 + 6x) dx \\ &= \left(-x^3 + 3x^2\right) \Big|_0^2 \\ &= (-2^3 + 3 \cdot 2^2) - (-0 + 0) \\ &= 4 \end{aligned}$$

### MATEMATİĞİN İLACI

- 10.



Şekilde  $f(x)$  fonksiyonu  $x=1$ ,  $x=6$  ve  $y=0$  doğruları arasında kalan alan 14 birimkaredir.

Buna göre,

$$\int_2^3 3x \cdot f(x^2 - 3) dx$$

$$\begin{aligned} x^2 - 3 &= u \\ 2x dx &= du \\ x \cdot dx &= \frac{1}{2} \cdot du \end{aligned}$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 7      B) 14      C) 18      (D) 21      E) 28

$$\begin{aligned} \int_2^3 3x \cdot f(x^2 - 3) dx &= \int_1^6 \frac{3}{2} \cdot f(u) du \\ &= \frac{3}{2} \cdot \int_1^6 f(u) du \\ &= \frac{3}{2} \cdot 14 = 21 \end{aligned}$$

|      |      |      |      |       |
|------|------|------|------|-------|
| 1. C | 2. D | 3. B | 4. A | 5. B  |
| 6. A | 7. A | 8. B | 9. B | 10. D |

1. I.  $\int dy = y + c$  (Doğru)

II.  $\int_{-4}^4 x^2 dx = 2 \int_0^4 x^2 dx$  (Doğru)

III.  $\int_{-2}^2 f(-x) dx = 0$

ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

- A) Yalnız I      B) Yalnız II      C) Yalnız III  
 D) I ve II      E) I, II ve III

III.  $f(-x)$  fonksiyonunun tek fonksiyon olduğu durumlarda geçerlidir.

2. f, doğrusal fonksiyon olmak üzere,  $f(x) = ax + b$

$\int [f(x) + f'(x)] dx = x^2 + 4x$   $f'(x) = a$

olduğuna göre,  $f(2)$  kaçtır?

- A) 2      B) 4      C) 6      D) 8      E) 12

$\frac{d}{dx} \int [f(x) + f'(x)] dx = \frac{d}{dx} (x^2 + 4x)$

$f(x) + f'(x) = 2x + 4 \rightarrow ax + b + a = 2x + 4$   
 Polinom eşitliğinden

$f(x) = 2x + 2$   $a = 2, b + a = 4$   
 $f(2) = 2 \cdot 2 + 2 = 6$   $b + 2 = 4$   
 $b = 2$

3.  $\int_1^2 3 \cdot (x^3 - 1)^3 x^2 dx$

integralinde  $u = x^3 - 1$  dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi oluşur?

- A)  $\int_1^2 u^3 du$       B)  $\int_1^2 u^4 du$       C)  $\frac{1}{3} \int_0^7 u^3 du$

D)  $\int_0^7 u^3 du$

E)  $\int_0^8 u^3 du$

$\int_1^2 3 \cdot (x^3 - 1)^3 \cdot x^2 dx = \int_0^7 u^3 du$

$u = x^3 - 1$   
 $du = 3 \cdot x^2 \cdot dx$   
 sınırlar  
 $x=1$  iken  $u=0$   
 $x=2$  iken  $u=7$

4. a pozitif bir sayı olmak üzere,

$\int_0^{2a} (x-a)^3 dx$

$x-a=u$

$dx=du$

Sınırlar

$x=0$  iken  $u=-a$

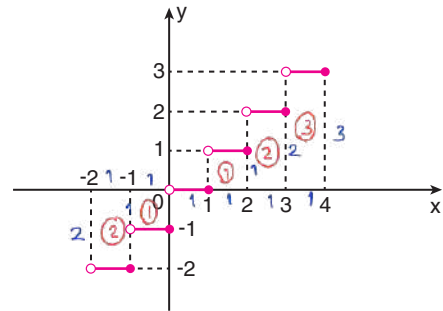
$x=2a$  iken  $u=a$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{1}{4}a^4$       B)  $\frac{1}{2}a^4$       C) 0      D)  $2a^4$       E)  $4a^4$

$\int_0^{2a} (x-a)^3 dx = \int_{-a}^a u^3 du$  (Tek fonksiyon kuralından)  
 $= 0$

5.



$f : [-2, 4] \rightarrow \mathbb{R}$  basamak fonksiyonu verilmiştir.

Buna göre,

$\int_{-2}^4 f(x) dx = (-2) + (-1) + 1 + 2 + 3 = 3$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 3      B) 4      C) 6      D) 8      E) 9

6.

$\int_1^9 \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} dx$

$\sqrt{x}-1=u$

$\frac{1}{2\sqrt{x}} dx = du$

Sınırlar

$x=1$  iken  $u=0$

$x=9$  iken  $u=2$

integralinin sonucu kaçtır?  $\frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2 du$

- A)  $\frac{1}{5}$       B)  $\frac{2}{5}$       C)  $\frac{3}{5}$       D) 2      E) 4

$\int_1^9 \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} dx = \int_0^2 u \cdot 2 du = u^2 \Big|_0^2$   
 $= 2^2 - 0^2$   
 $= 4$

7.  $f(x) = \begin{cases} 2x, & x < 1 \\ 4, & x \geq 1 \end{cases}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$$\int_{-1}^4 f(x) dx = \int_{-1}^1 2x dx + \int_1^4 4 dx$$

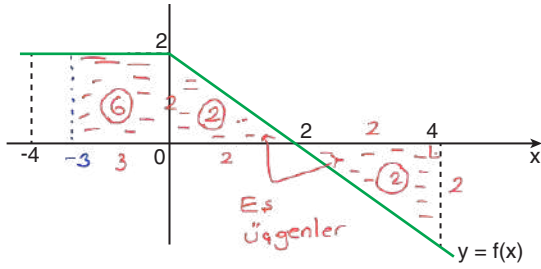
integralinin sonucu kaçtır?

- A) 8      B) 9      C) 10      **D) 12**      E) 15

$$= x^2 \Big|_{-1}^1 + 4x \Big|_1^4$$

$$= [1 - (-1)^2] + [4 \cdot 4 - 4 \cdot 1] = 12$$

8.



Şekilde  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$$\int_{-1}^6 f(x-2) dx$$

$x-2=u$       Sınırlar  
 $dx=du$        $x=-1$  iken  $u=-3$   
 $x=6$  iken  $u=4$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 6**      B) 8      C) 9      D) 10      E) 12

$$\int_{-1}^6 f(x-2) dx = \int_{-3}^4 f(u) du = \int_{-3}^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx$$

$$= 6 + 2 + (-2) = 6$$

9.  $f(x) = (x-2)^4 \rightarrow f'(x) = 4 \cdot (x-2)^3$   
fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$$\int_0^2 f(x+2) dx$$

$f'(x+2) = 4 \cdot (x+2-2)^3$   
 $f'(x+2) = 4 \cdot x^3$

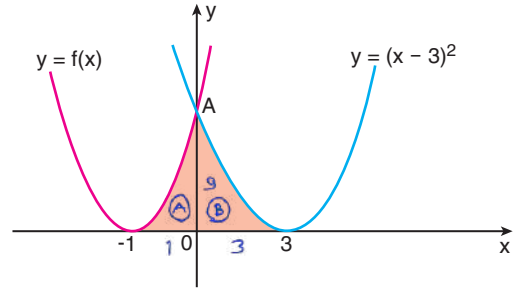
integralinin sonucu kaçtır?

- A) 6      B) 8      C) 10      D) 12      **E) 16**

$$\int_0^2 f'(x+2) dx = \int_0^2 4x^3 dx$$

$$= x^4 \Big|_0^2 = 2^4 - 0^4 = 16$$

10.



Şekilde x eksenine teğet olan paraboller y eksenini A noktasında kesiyor.

Buna göre, boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 9      **B) 12**      C) 15      D) 18      E) 24

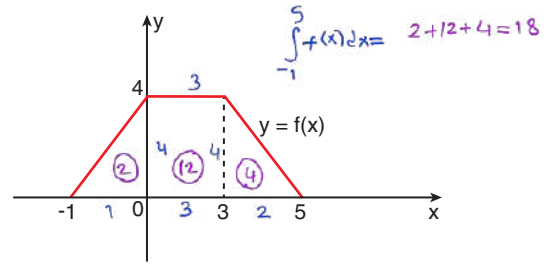
Pratik kuraldan

$$A = \frac{1 \cdot 9}{3} = 3$$

$$B = \frac{9 \cdot 3}{3} = 9$$

$A+B=12$

11.



Şekilde  $f : [-1, 5] \rightarrow [0, 4]$  aralığında  $y = f(x)$  parçalı fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$$\int_{-1}^2 f(2x+1) dx$$

Sınırlar  
 $2x+1=u$        $x=-1$  iken  $u=-1$   
 $2dx=du$        $x=2$  iken  $u=5$   
 $dx = \frac{1}{2} du$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 6      B) 8      **C) 9**      D) 10      E) 11

$$\int_{-1}^2 f(2x+1) dx = \int_{-1}^5 f(u) \cdot \frac{1}{2} du$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \int_{-1}^5 f(x) dx$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 18$$

$$= 9$$

|      |      |      |       |       |      |
|------|------|------|-------|-------|------|
| 1. D | 2. C | 3. D | 4. C  | 5. A  | 6. E |
| 7. D | 8. A | 9. E | 10. B | 11. C |      |

1. I.  $f'(x) = 3x^2$  ise  $f(x) = x^3 + 2$  (Doğru)  
 II.  $f'(x) = 3x^2$  ise  $f(x) = x^3 - 5$  (Doğru)  
 III.  $\int (3x^2) dx = x^3 + c$  (Doğru)  
 → bi tük yukarı alınsın.

Yukarıdaki ifadelerden hangileri doğru olabilir?

- A) Yalnız I      B) I ve II      C) I ve III  
 D) II ve III      E) I, II ve III

I. ve II. öncülde c sabiti 2 ve -5 alınabilir.

2.  $\int x \cdot \sqrt[3]{x} dx = \int x \cdot x^{\frac{1}{3}} dx = \int x^{\frac{4}{3}} dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{4}{3} \cdot x^{\frac{3}{4}} + c$       B)  $\frac{7}{3} \cdot x^{\frac{7}{3}} + c$       C)  $\frac{3}{7} \cdot x^{\frac{7}{3}} + c$   
 D)  $\frac{5}{3} \cdot x^{\frac{5}{3}} + c$       E)  $\frac{3}{5} \cdot x^{\frac{5}{3}} + c$

$\int x^{\frac{4}{3}} dx = \frac{x^{\frac{4}{3}+1}}{\frac{4}{3}+1} + c = \frac{x^{\frac{7}{3}}}{\frac{7}{3}} + c = \frac{3}{7} \cdot x^{\frac{7}{3}} + c$

3.  $\int (x^3 + x^2 + 4)^2 \cdot (3x^2 + 2x) dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{1}{2} (x^3 + x^2 + 4)^2 + c$        $x^3 + x^2 + 4 = u$   
 B)  $\frac{1}{3} (x^3 + x^2 + 4)^3 + c$        $(3x^2 + 2x) dx = du$   
 C)  $2(x^3 + x^2 + 4) + c$   
 D)  $\frac{1}{3} (x^3 + x^2 + 4)^3 \cdot (3x^2 + 2x) + c$   
 E)  $(x^3 + x^2 + 4)^3 + c$

$\int (x^3 + x^2 + 4)^2 \cdot (3x^2 + 2x) dx = \int u^2 du = \frac{u^3}{3} + c = \frac{1}{3} \cdot (x^3 + x^2 + 4)^3 + c$

4.  $\int \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} dx$

integralinde  $\sqrt{x} = t$  dönüşümü yapıldığında aşağıdaki integralerden hangisi oluşturulur?

- A)  $\int t dt$       B)  $\int (t-1) dt$       C)  $2 \int (t-1) dt$   
 D)  $2 \int t dt$       E)  $\int (t-2) dt$

•  $\sqrt{x} = t$   
 $\frac{1}{2\sqrt{x}} dx = dt$   
 $\frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2 dt$   
 •  $\int \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} dx = \int (t-1) \cdot 2 dt$   
 $= 2 \int (t-1) dt$

5.  $\int_1^5 d(x^2 + 5x)$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 36      B) 40      C) 44      D) 45      E) 48

$\int_1^5 d(x^2 + 5x) = (x^2 + 5x) \Big|_1^5 = (5^2 + 5 \cdot 5) - (1^2 + 5 \cdot 1) = 50 - 6 = 44$

6.  $\int_{-3}^2 f(x+2) dx + \int_4^6 f(x) dx = 24$

olduğuna göre,

$\int_{-1}^6 f(x) dx$

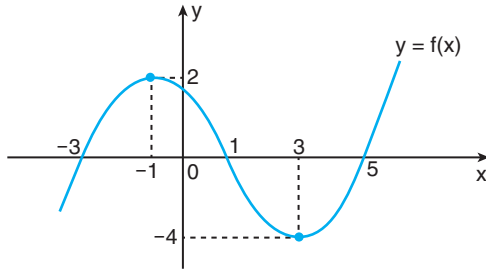
$x+2 = u$   
 $dx = du$   
 Sınırlar  
 $x = -3$  iken  $u = -1$   
 $x = 2$  iken  $u = 4$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 4      B) 6      C) 12      D) 24      E) 48

$\int_{-3}^2 f(x+2) dx + \int_4^6 f(x) dx = 24$   
 $\int_{-1}^4 f(u) du + \int_4^6 f(x) dx = 24$   
 $\int_{-1}^4 f(x) dx + \int_4^6 f(x) dx = 24 \rightarrow \int_{-1}^6 f(x) dx = 24$

7.



Şekilde  $y = f(x)$  fonksiyonun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

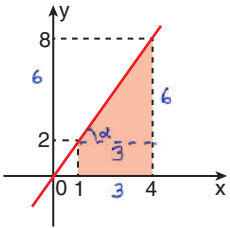
$$\int_{-1}^3 [f'(x) + f''(x)] dx$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) -2 D) 2 E) 4

$$\begin{aligned} \int_{-1}^3 [f'(x) + f''(x)] dx &= f(x) \Big|_{-1}^3 + f'(x) \Big|_{-1}^3 \\ &= \{f(3) - f(-1)\} + \{f'(3) - f'(-1)\} \\ &= (-4 - 2) + (0 - 0) \\ &= -6 \end{aligned}$$

8.



Şekildeki boyalı bölgenin alanı aşağıdaki integrallerden hangisi ile hesaplanır?

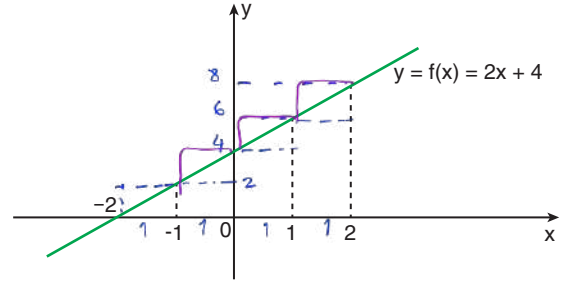
$$\begin{aligned} m &= \tan \alpha = \frac{6}{3} \\ \text{Doğru denklemi} \\ y &= m \cdot x \rightarrow y = 2x \end{aligned}$$

- A)  $\int_0^4 x dx$  B)  $\int_1^4 x dx$  C)  $\int_1^4 2x dx$

- D)  $\int_1^4 3x dx$  E)  $\int_1^4 4x dx$

$$\text{Alan} = \int_1^4 2x dx \text{ dir}$$

9. ve 10. soruları aşağıdaki grafiğe göre cevaplayınız.



Yukarıda,  $f(x) = 2x + 4$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$[-2, 2]$  aralığı eşit uzunlukta 4 alt aralığa bölünmüştür..

9.  $f(x) = 2x + 4$

fonksiyonunun bu bölüntüye göre, Riemann alt toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 16 E) 18

$$\text{Alt Toplam} = 1 \cdot 2 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 6 = 12$$

10.  $f(x) = 2x + 4$

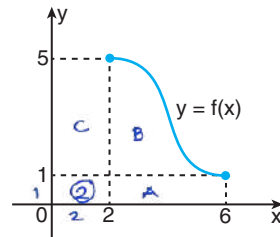
fonksiyonunun bu bölüntüye göre, Riemann üst toplamı kaçtır?

- A) 12 B) 16 C) 18 D) 20 E) 22

$$\text{Üst Toplam} = 1 \cdot 2 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 6 + 1 \cdot 8 = 20$$

MATEMATİĞİN İLACI

11.



Şekilde  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$$\begin{aligned} \text{Dik dörtgen alanından} \\ 5 \cdot 2 &= C + 2 \rightarrow C = 8 \\ 1 \cdot 6 &= 2 + A \rightarrow A = 4 \end{aligned}$$

$$\int_2^6 f(x) dx = 10 \rightarrow A + B = 10 \rightarrow 4 + B = 10 \\ B = 6$$

olduğuna göre,

$$\begin{aligned} \int_1^5 f^{-1}(x) dx &= B + C \\ &= 6 + 8 \\ &= 14 \end{aligned}$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 12 E) 14

|      |      |      |       |       |      |
|------|------|------|-------|-------|------|
| 1. E | 2. C | 3. B | 4. C  | 5. C  | 6. D |
| 7. A | 8. C | 9. C | 10. D | 11. E |      |



1.  $\frac{d}{dx}(\int (x^3 - 1) dx)$

işleminin sonucu kaçtır?

- A)  $x^3 - 1$       B)  $x^3 - x + c$       C)  $3x^2 + c$   
 D)  $\frac{1}{4}x^4 - x$       E)  $\frac{1}{4}x^4 - x + c$

$$\frac{d}{dx} \left( \int (x^3 - 1) dx \right) = x^3 - 1$$

2.  $\int \left( \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \int (x^{-3} - x^{-2}) dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{1}{x^4} - \frac{1}{x^3} + c$       B)  $\frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} + c$       C)  $\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + c$   
 D)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + c$       E)  $\frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^4} + c$

$$= \frac{x^{-2}}{-2} - \frac{x^{-1}}{-1} + c$$

$$= -\frac{1}{2x^2} + \frac{1}{x} + c$$

3.  $\int \sqrt{2x+5} dx$

$2x+5 = u$   
 $2 \cdot dx = du$   
 $dx = \frac{1}{2} \cdot du$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $2\sqrt{2x+5} + c$       B)  $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2x+5} + c$   
 C)  $\frac{1}{3} \sqrt{(2x+5)^3} + c$       D)  $\frac{1}{3} \cdot \sqrt{2x+5} + c$

E)  $\frac{1}{3} \cdot \sqrt[3]{(2x+5)^2} + c$

$$\int \sqrt{2x+5} \cdot dx = \int \sqrt{u} \cdot \frac{1}{2} \cdot du$$

$$= \int u^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot du$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \sqrt{u^3} + c = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{(2x+5)^3} + c$$

4.  $\int 4x \cdot f(x^2 + 1) dx$

$x^2 + 1 = u$   
 $2 \cdot x \cdot dx = du$   
 $4x \cdot dx = 2 \cdot du$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $4 \cdot f(x^2 + 1) + c$       B)  $2 \cdot f(2x) + c$   
 C)  $2 \cdot f(x^2 + 1) + c$       D)  $4 \cdot f(2x) + c$   
 E)  $f(x^2 + 1) + c$

$$\int 4x \cdot f(x^2 + 1) dx = \int f'(u) \cdot 2 du$$

$$= 2 \cdot f(u) + c$$

$$= 2 \cdot f(x^2 + 1) + c$$

5.  $f(x) = \frac{x-3}{2} \rightarrow f^{-1}(x) = 2x+3$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$$\int_{-1}^2 f^{-1}(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 12      B) 10      C) 9      D) 8      E) 6

$$\int_{-1}^2 f^{-1}(x) dx = \int_{-1}^2 (2x+3) dx$$

$$= (x^2 + 3x) \Big|_{-1}^2$$

$$= (2^2 + 3 \cdot 2) - ((-1)^2 + 3 \cdot (-1))$$

$$= 10 - (-2) = 12$$

6.  $\int_0^3 f(3x-1) dx = 12$

$3x-1 = u$   
 $3 \cdot dx = du$   
 $dx = \frac{1}{3} \cdot du$   
 sınırlar  
 $x=0$  iken  $u=-1$   
 $x=3$  iken  $u=8$

olduğuna göre

$$\int_{-1}^8 f(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 4      B) 12      C) 18      D) 24      E) 36

$$\int_0^3 f(3x-1) \cdot dx = 12$$

$$\int_{-1}^8 f(u) \cdot \frac{1}{3} \cdot du = 12$$

$$\int_{-1}^8 f(u) du = 3 \cdot 12 \rightarrow \int_{-1}^8 f(x) dx = 36$$

1.  $\frac{d}{dx} \left( \int (x^3 - 1) dx \right)$

işleminin sonucu kaçtır?

- A)  $x^3 - 1$       B)  $x^3 - x + c$       C)  $3x^2 + c$   
 D)  $\frac{1}{4}x^4 - x$       E)  $\frac{1}{4}x^4 - x + c$

$$\frac{d}{dx} \left( \int x^3 - 1 dx \right) = x^3 - 1$$

2.  $\int \left( \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \int (x^{-3} - x^{-2}) dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{1}{x^4} - \frac{1}{x^3} + c$       B)  $\frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} + c$       C)  $\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + c$   
 D)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + c$       E)  $\frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^4} + c$

$$= \frac{x^{-2}}{-2} - \frac{x^{-1}}{-1} + c$$

$$= -\frac{1}{2x^2} + \frac{1}{x} + c$$

3.  $\int \sqrt{2x+5} dx$   $2x+5 = u$   
 $2 dx = du$   
 $dx = \frac{1}{2} \cdot du$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $2\sqrt{2x+5} + c$       B)  $\frac{1}{2} \cdot \sqrt{2x+5} + c$   
 C)  $\frac{1}{3} \sqrt{(2x+5)^3} + c$       D)  $\frac{1}{3} \cdot \sqrt{2x+5} + c$   
 E)  $\frac{1}{3} \cdot \sqrt[3]{(2x+5)^2} + c$

$$\int \sqrt{u} \cdot \frac{1}{2} \cdot du = \frac{1}{2} \int u^{\frac{1}{2}} \cdot du$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \sqrt{u^3} + c = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{(2x+5)^3} + c$$

4.  $\int 4x \cdot f(x^2 + 1) dx$   $x^2 + 1 = u$   
 $2 \cdot 2x \cdot dx = du$   
 $4x dx = 2 \cdot du$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $4 \cdot f(x^2 + 1) + c$       B)  $2 \cdot f(2x) + c$   
 C)  $2 \cdot f(x^2 + 1) + c$       D)  $4 \cdot f(2x) + c$   
 E)  $f(x^2 + 1) + c$

$$\int 4x \cdot f'(x^2 + 1) dx = \int f'(u) \cdot 2 du$$

$$= 2 \cdot f(u) + c$$

$$= 2 \cdot f(x^2 + 1) + c$$

5.  $\int x \cdot \sqrt{x-1} dx$   $x-1 = u^2$   
 $dx = 2u du$

integralinde  $x - 1 = u^2$  dönüşümü yapıldığında aşağıdaki integrallerden hangisi oluşur?

- A)  $2 \cdot \int (u^4 + u^2) du$       B)  $\int (u^4 + u^2) du$   
 C)  $\int (u^3 + u^2) du$       D)  $\int (u^2 + u) du$   
 E)  $\int (u + 1) du$

$$\int x \cdot \sqrt{x-1} dx = \int (u^2 + 1) \cdot \sqrt{u^2} \cdot 2u du$$

$$= \int (u^2 + 1) \cdot u \cdot 2u du$$

$$= 2 \cdot \int (u^4 + u^2) du$$

6.  $\int_0^3 f(3x-1) dx = 12$   $3x-1 = u$   
 $3 dx = du$   
 $dx = \frac{1}{3} \cdot du$

olduğuna göre

$$\int_{-1}^8 f(x) dx$$

Sınırlar  
 $x=0$  iken  $u=-1$   
 $x=3$  iken  $u=8$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 4      B) 12      C) 18      D) 24      E) 36

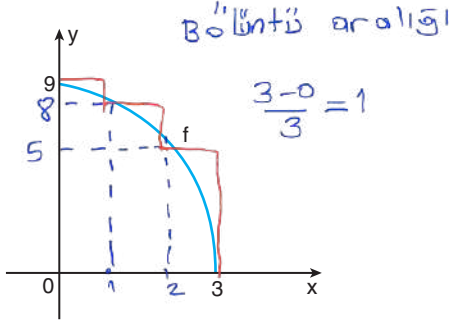
$$\int_0^3 f(3x-1) dx = 12$$

$$\int_{-1}^8 f(u) \cdot \frac{1}{3} \cdot du = 12 \rightarrow \frac{1}{3} \cdot \int_{-1}^8 f(u) du = 12$$

$$\rightarrow \int_{-1}^8 f(x) dx = 36$$

7. ve 8. soruları aşağıdaki grafiğe göre cevaplayınız.

$f: [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 9 - x^2$  fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



7.  $[0, 3]$  aralığını 3 eşit parçaya bölen düzgün P bölüntüsüne göre, Riemann üst toplamı kaçtır?

- A) 19    B) 20    C) 21    **D) 22**    E) 24

Üst Toplam =  $1 \cdot 9 + 1 \cdot 8 + 1 \cdot 5 = 22$

8.  $[0, 3]$  aralığını 3 eşit parçaya bölen düzgün P bölüntüsüne göre, Riemann alt toplamı kaçtır?

- A) 13**    B) 14    C) 15    D) 16    E) 18

Alt Toplam =  $1 \cdot 8 + 1 \cdot 5 + 1 \cdot 0 = 13$

9.  $y = 2x - 4$ ,  $x = -2$ ,  $x = 8$ ,  $y = 0$

doğruları arasında kalan alan aşağıdaki integrallerden hangisi ile hesaplanır?

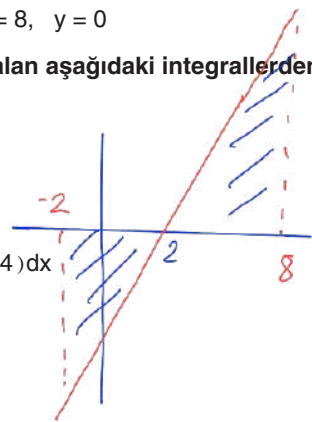
A)  $\int_{-2}^8 (2x - 4) dx$

**B)  $\int_{-2}^2 (4 - 2x) dx + \int_2^8 (2x - 4) dx$**

C)  $\int_{-2}^8 (4 - 2x) dx$

D)  $\int_{-2}^0 (4 - 2x) dx + \int_0^8 (2x - 4) dx$

E)  $\int_{-2}^4 (4 - 2x) dx + \int_4^8 (2x - 4) dx$

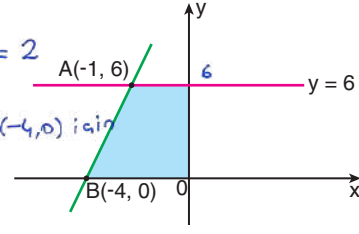


Alan =  $\int_{-2}^2 (-2x + 4) dx + \int_2^8 (2x - 4) dx$

10.

Eğim =  $\frac{6-0}{-1+4} = 2$

$y = 2x + n \rightarrow (-4, 0)$  için  
 $0 = -8 + n$   
 $n = 8$



Şekilde, eksenlerle  $y = 6$  ve AB doğrusu arasında kalan taralı alan aşağıdaki integrallerden hangisi ile hesaplanır?

A)  $\int_{-4}^0 (2x + 8) dx$     B)  $\int_{-4}^0 (2x + 2) dx$     C)  $\int_0^6 \left(\frac{y-8}{2}\right) dy$

**D)  $-\int_0^6 \frac{y-8}{2} dy$**

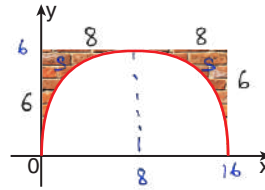
E)  $\int_0^6 \left(\frac{8-y}{2} + 6\right) dy$

Doğrunun denklemi  $y = 2 \cdot x + 8 \rightarrow x = \frac{y-8}{2}$

Alan =  $\int_0^6 -\frac{y-8}{2} dy = -\int_0^6 \frac{y-8}{2} dy$

MATEMATİĞİN İLACI

11.



Şekilde koordinat sistemine yerleştirilen tünelin görüntüsü

$f(x) = -\frac{3}{32}(x^2 - 16x)$

parabolüdür.

Buna göre, tünelin kenarlarına döşenen taşların yüzey alanı kaç birimkaredir?

- A) 20    B) 24    **C) 32**    D) 36    E) 48

$x^2 - 16x = 0 \rightarrow x(x - 16) = 0$   
 $x = 0$  yada  $x = 16$  dir.

$f(8) = -\frac{3}{32} \cdot (8^2 - 16 \cdot 8) = 6$

Pratik kuraldan

$S = \frac{6 \cdot 8}{3} = 16$

Alan =  $S + S = 16 + 16 = 32$  dir.

|      |      |      |       |       |      |
|------|------|------|-------|-------|------|
| 1. A | 2. B | 3. C | 4. C  | 5. A  | 6. E |
| 7. D | 8. A | 9. B | 10. D | 11. C |      |

1.  $\int (x + \sqrt{x}) dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $x^2 + 2\sqrt{x} + c$  B)  $\frac{1}{2}x^2 + 2\sqrt{x} + c$

C)  $\frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x \cdot \sqrt{x} + c$  D)  $\frac{1}{2}x^2 + \sqrt[3]{x} + c$

E)  $\frac{1}{2}x^2 + x \cdot \sqrt{x} + c$

$$\begin{aligned} \int (x + \sqrt{x}) dx &= \int (x + x^{\frac{1}{2}}) dx \\ &= \frac{x^2}{2} + \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c \\ &= \frac{x^2}{2} + \frac{2}{3}x \cdot \sqrt{x} + c \end{aligned}$$

2.  $\int (3x-1)^5 dx$

$3 \cdot x - 1 = u$   
 $3 \cdot dx = du$   
 $dx = \frac{1}{3} du$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $5(3x-1)^4 + c$  B)  $\frac{1}{6}(3x-1)^6 + c$

C)  $\frac{1}{18}(3x-1)^6 + c$  D)  $18(3x-1)^6 + c$

E)  $\frac{1}{2}(3x-1)^6 + c$

$$\begin{aligned} \int (3x-1)^5 dx &= \int u^5 \cdot \frac{1}{3} du \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{u^6}{6} + c \\ &= \frac{1}{18} (3x-1)^6 + c \end{aligned}$$

3.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  olmak üzere,

$$f(x) = \int (-2x + 4) dx$$

fonksiyonunun yerel maksimum değeri 5 tir.

Buna göre,  $f(0)$  değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

i)  $f(x) = -x^2 + 4x + c$   $\rightarrow$  ii)  $f(2) = 5$  tir.  
 $f'(x) = -2x + 4$   
 $0 = -2x + 4$   
 $2 \cdot x = 4$   
 $x = 2$

iii)  $f(x) = -x^2 + 4 \cdot x + 1$   
 $f(0) = 0 + 0 + 1 = 1$

E) 5

4. Yukarıdan aşağıya doğru  $V_0$  m/sn hızıyla atılan bir cismin t anındaki hızı,

$$V(t) = V_0 + gt$$

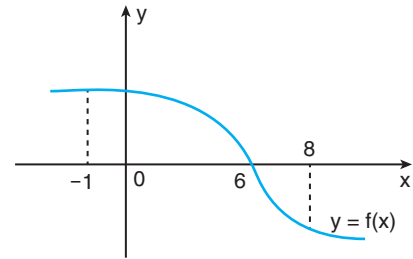
denklemleri ile bulunur. ( $g = 10$  m/sn<sup>2</sup> dir.)

Yukarıdan aşağıya  $V_0 = 30$  m/sn lik ilk hızla atılan bir cisim 5 saniyede yere düştüğüne göre, bu cisim kaç metre yükseklikten atılmıştır?

A) 260 B) 270  C) 275 D) 285 E) 290

i)  $\int v(t) dt = \int (30 + 10 \cdot t) dt$  ii)  $x(t) = 30 \cdot t + 5t^2 - 275$   
 $x(t) = 30 \cdot t + 5t^2 + c$   $x(0) = 0 + 0 - 275$   
 $x(5) = 30 \cdot 5 + 5 \cdot 5^2 + c$   $x(0) = -275$   
 $0 = 150 + 125 + c$   $(-)$  işareti cismin yönünü verir.  
 $c = -275$

5. Aşağıda  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

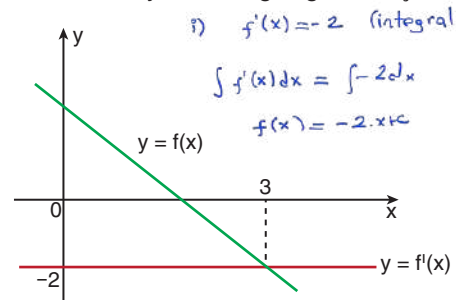
$$\int_{-1}^8 \frac{|f(x)|}{f(x)} dx = \int_{-1}^6 1 \cdot dx + \int_6^8 (-1) \cdot dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4  E) 5

$$\begin{aligned} &= x \Big|_{-1}^6 + (-x) \Big|_6^8 \\ &= 6 - (-1) + ((-8) - (-6)) \\ &= 7 + (-2) \\ &= 5 \end{aligned}$$

6. Aşağıda  $f$  ve  $f'$  fonksiyonlarının grafiği verilmiştir.



i)  $f'(x) = -2$  (integral alalım)

$$\int f'(x) dx = \int -2 dx$$

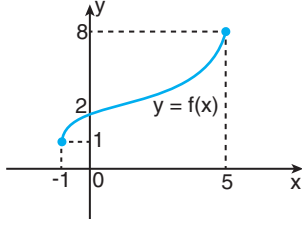
$$f(x) = -2 \cdot x + c$$

Buna göre,  $f(0)$  değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3  D) 4 E) 6

ii) Grafikten  $f(3) = -2$  dir. iii)  $f(x) = -2 \cdot x + 4$   
 $f(x) = -2 \cdot x + c$   $f(0) = -2 \cdot 0 + 4$   
 $f(3) = -2 \cdot 3 + c$   $f(0) = 4$   
 $-2 = -6 + c$   
 $c = 4$

7.



Şekilde,  $f : [-1, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$$\int_{-1}^5 f(x) dx$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7

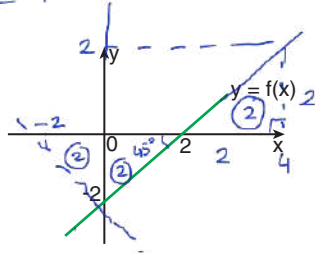
$$\begin{aligned} \int_{-1}^5 f(x) dx &= f(x) \Big|_{-1}^5 \\ &= f(5) - f(-1) \\ &= 8 - 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

8.

$m = \tan 45^\circ = 1$

Denklemler

$y = 2x - 2$



Yukarıda  $y = f(x)$  doğrusunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$$\int_{-2}^4 f(|x|) dx$$

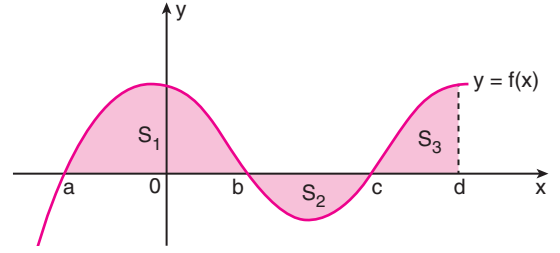
integralinin sonucu kaçtır?

- A) -2      B) -4      C) -6      D) -8      E) -10

$$\int_{-2}^0 f(|x|) dx = \int_0^2 f(x) dx = -\frac{2 \cdot 2}{2} = -2$$

$$\begin{aligned} \int_{-2}^4 f(|x|) dx &= \int_{-2}^0 f(|x|) dx + \int_0^4 f(x) dx \\ &= -2 + 2 \\ &= -2 \end{aligned}$$

9.



Şekilde,  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği ile  $x$  eksenini arasında kalan boyalı alanlar  $S_1$ ,  $S_2$  ve  $S_3$  tür.

$$\int_b^d f(x) dx = 6, \quad \int_a^d f(x) dx = 11$$

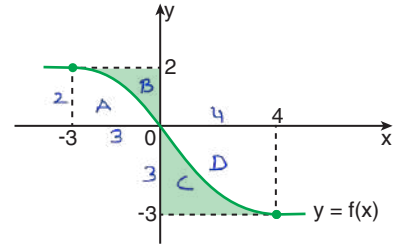
olduğuna göre,  $S_1$  kaç birimkaredir?

- A) 5      B) 6      C) 7      D) 8      E) 9

$$\int_b^d f(x) dx = 6 \rightarrow -S_2 + S_3 = 6$$

$$\begin{aligned} \int_a^d f(x) dx = 11 &\rightarrow S_1 - S_2 + S_3 = 11 \\ S_1 + 6 &= 11 \\ S_1 &= 5 \end{aligned}$$

10.



Şekilde,  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$$\int_{-3}^4 |f(x)| dx = 11$$

olduğuna göre, boyalı alanlar toplamı kaç birimkaredir?

- A) 4      B) 5      C) 6      D) 7      E) 8

$$\int_{-3}^4 |f(x)| dx = 11 \rightarrow A + D = 11$$

$$\begin{aligned} A + B &= 2 \cdot 3 = 6 \\ C + D &= 3 \cdot 4 = 12 \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \begin{aligned} A + B + C + D &= 6 + 12 \\ B + C + 11 &= 18 \\ B + C &= 7 \end{aligned}$$

|      |      |      |      |       |
|------|------|------|------|-------|
| 1. C | 2. C | 3. A | 4. C | 5. E  |
| 6. D | 7. E | 8. A | 9. A | 10. D |

1.  $\int_4^{36} \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 32      B) 16      C) 9      D) 6      E) 4

$$\int_4^{36} \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = \sqrt{x} \Big|_4^{36}$$

$$= \sqrt{36} - \sqrt{4}$$

$$= 6 - 2$$

$$= 4$$

2.  $\int_{-5}^5 (x^3 - x) dx + \int_{-3}^3 x^2 dx$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 16      B) 18      C) 20      D) 24      E) 28

Tek fonksiyon

$$\int_{-5}^5 (x^3 - x) dx + \int_{-3}^3 x^2 dx = 0 + \frac{x^3}{3} \Big|_{-3}^3$$

$$= \frac{3^3}{3} - \frac{(-3)^3}{3}$$

$$= 9 + 9$$

$$= 18$$

3.  $\int_{-3}^7 |x+1| dx$

$$x+1=0$$

$$x=-1$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 20      B) 24      C) 26      D) 28      E) 34

$$\int_{-3}^7 |x+1| dx = \int_{-3}^{-1} (-x-1) dx + \int_{-1}^7 (x+1) dx$$

$$= \left(-\frac{x^2}{2} - x\right) \Big|_{-3}^{-1} + \left(\frac{x^2}{2} + x\right) \Big|_{-1}^7$$

$$= \left[(-\frac{1}{2} + 1) - (-\frac{9}{2} + 3)\right] + \left[\left(\frac{49}{2} + 7\right) - \left(\frac{1}{2} - 1\right)\right]$$

$$= 2 + 32 = 34$$

4. Bir hareketlinin t saniyedeki ivmesi

$$f(t) = (3t^2 + 8t) \text{ m/sn}^2$$

İvme denkleminin integrali hız denklemini verir.

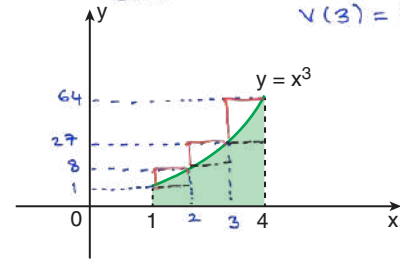
Bu hareketlinin 1. saniyedeki hızı 8 m/sn olduğuna göre, 3. saniyedeki hızı kaç m/sn dir?

- A) 55      B) 60      C) 63      D) 66      E) 72

$$f(t) dt = \int (3t^2 + 8t) dt \quad v(t) = t^3 + 4t^2 + 3$$

$$v(t) = t^3 + 4t^2 + c \quad v(1) = 1 + 4 + c \rightarrow 8 = 5 + c$$

$$3 = c \quad v(3) = 27 + 36 + 3 = 66$$



Şekildeki grafik,  $y = x^3$  fonksiyonunun bir kısmıdır.

[1, 4] aralığını üç eşit aralığa bölen düzgün bölüntüye ait Riemann alt toplamı A ve Riemann üst toplamı B dir.

Buna göre, B - A farkı kaçtır?

- A) 64      B) 63      C) 48      D) 38      E) 30

$$A = 1 \cdot 1 + 8 \cdot 1 + 27 \cdot 1 = 36$$

$$B = 1 \cdot 8 + 27 \cdot 1 + 64 \cdot 1 = 99$$

$$B - A = 99 - 36 = 63$$

6.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $y = f(x)$  bir çift fonksiyondur.

Buna göre,

I.  $\int_{-2}^2 f(x) dx = 2 \cdot \int_0^2 f(x) dx$  (Doğru)

II.  $\int_{-6}^{-3} f(x) dx = \int_3^6 f(x) dx$  (Doğru)

III.  $\int_{-1}^1 f(x) dx = 0$  (Yanlış)

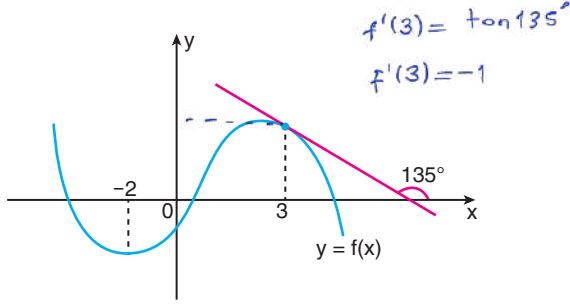
İfadelerinden hangileri daima doğrudur?

- A) Yalnız I      B) Yalnız II      C) Yalnız III

- D) I ve II      E) II ve III

III. Tek fonksiyonlarda geçerli bir kuraldır.

7.



$x = -2$  apsisi noktasında bir yerel minimumu olan  $y = f(x)$  fonksiyonunun  $x = 3$  apsisi noktasındaki teğeti  $x$  eksenine ile  $135^\circ$  lik açı yapmaktadır.

Buna göre,

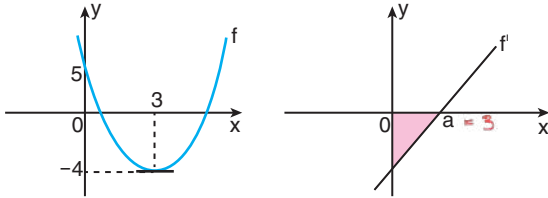
$$\int_{-2}^3 f'(x) \cdot f''(x) dx = \int_{-2}^3 4 \cdot du = \int_{-2}^3 [2 \cdot f''(x) + 4 \cdot f'(x) \cdot f''(x)] dx = -\frac{u^2}{2} \Big|_{-2}^3 = -\frac{f'(x)^2}{2} \Big|_{-2}^3$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 4      B) 2      C) 0      D) -1      E) -2

$$\begin{aligned} & \int_{-2}^3 [2 \cdot f''(x) + 4 \cdot f'(x) \cdot f''(x)] dx \\ &= 2 \cdot \int_{-2}^3 f''(x) dx + 4 \cdot \int_{-2}^3 f'(x) \cdot f''(x) dx \\ &= 2 \cdot f'(x) \Big|_{-2}^3 + 4 \cdot \left[ \frac{f'(x)^2}{2} \right]_{-2}^3 \\ &= 2 \cdot (f'(3) - f'(-2)) + 2 \cdot (f'(3)^2 - f'(-2)^2) \\ &= 2 \cdot (-1 - 0) + 2 \cdot ((-1)^2 - 0^2) = 0 \end{aligned}$$

8. Aşağıda  $f$  fonksiyonu ve türevinin grafiği verilmiştir.



Buna göre, boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 9      B) 10      C) 11      D) 12      E) 14

Parabol denkleminde

$$f(x) = a \cdot (x-3)^2 - 4$$

(0,5) parabol denklemini sağlar.

$$5 = a \cdot (0-3)^2 - 4 \rightarrow a = 1$$

$$f(x) = (x-3)^2 - 4 = x^2 - 6x + 5$$

$$f'(x) = 2x - 6 \rightarrow 2x - 6 = 0 \rightarrow x = 3$$

$$\text{Alan} = \int_0^3 (-2x+6) dx = (-x^2+6x) \Big|_0^3 = (-9+18) - 0 = 9$$

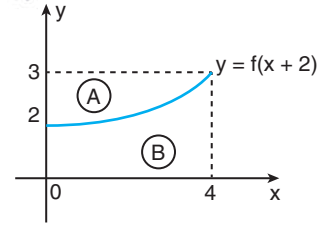
9. Aşağıda  $y = f(x + 2)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

A ve B buldukları bölgelerin alanlarıdır.

Dikdörtgen alanından

$$A+B = 4 \cdot 3$$

$$A+B = 12$$



Buna göre,

$$\int_2^6 f(x) dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 2A      B) 6 + A      C) 12 - B

- D) 12 - A      E) 6 - A

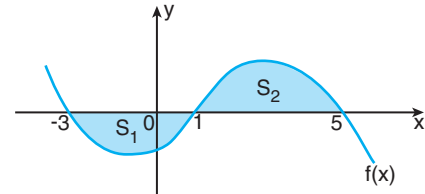
$$B = \int_0^4 f(x+2) dx$$

$x+2 = u$   
 $x=0$  iken  $u=2$   
 $x=4$  iken  $u=6$   
 $dx = du$

$$B = \int_2^6 f(u) du \quad (A+B=12)$$

$$12 - A = \int_2^6 f(x) dx$$

10.



Şekilde  $y = f(x)$  fonksiyonu ile  $x$  eksenini arasında kalan boyalı alanlar  $S_1 = 10 \text{ br}^2$  ve  $S_2 = 12 \text{ br}^2$  dir.

Buna göre,

$$\int_{-3}^5 (|f(x)| + f(x)) dx = \int_{-3}^5 |f(x)| dx + \int_{-3}^5 f(x) dx$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 2      B) 4      C) 22      D) 24      E) 44

$$\begin{aligned} &= (S_1 + S_2) + (-S_1 + S_2) \\ &= 2 \cdot S_2 \\ &= 2 \cdot 12 \\ &= 24 \end{aligned}$$

|      |      |      |      |       |
|------|------|------|------|-------|
| 1. D | 2. B | 3. E | 4. D | 5. B  |
| 6. D | 7. C | 8. A | 9. D | 10. D |

1.  $\int \sqrt{x+2} dx$   $x+2 = u$   
 $dx = du$
- integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?
- A)  $\sqrt{x+2} dx$       B)  $\frac{2}{3} \cdot (x+2) \cdot \sqrt{x+2} + c$
- C)  $\sqrt[3]{(x+2)^2} + c$       D)  $\frac{2}{3} \cdot \sqrt[3]{x+2} + c$
- E)  $\frac{3}{2} \cdot (x+2) \cdot \sqrt{x+2} + c$

$$\begin{aligned} \int \sqrt{x+2} dx &= \int \sqrt{u} \cdot du \\ &= \int u^{\frac{1}{2}} \cdot du \\ &= \frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c = \frac{2}{3} \cdot (x+2) \cdot \sqrt{x+2} + c \end{aligned}$$

2.  $\int \frac{x^3 + x^2 - 3}{x^2} dx = \int \left( \frac{x^3}{x^2} + \frac{x^2}{x^2} - \frac{3}{x^2} \right) dx$
- integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{x^2}{2} + x + \frac{3}{x} + c$       B)  $3x^2 + x - x^{-2} + c$
- C)  $\frac{x^2}{2} + x - \frac{3}{x} + c$       D)  $\frac{x^2}{2} - x + \frac{2}{x} + c$
- E)  $3x^2 - 4x + 3 + c$

$$\begin{aligned} &= \int (x + 1 - 3x^{-2}) dx \\ &= \frac{x^2}{2} + x - 3 \cdot \frac{x^{-1}}{-1} + c \\ &= \frac{x^2}{2} + x + \frac{3}{x} + c \end{aligned}$$

3.  $\frac{d}{dx} \int \frac{d(4x^3 - 1)}{x^2}$
- ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) 6x      B) 8x      C) 12x      D) 12      E) 6

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \int \frac{d(4x^3 - 1)}{x^2} &= \frac{d}{dx} \int \frac{12 \cdot x^2}{x^2} \cdot dx \\ &= \frac{d}{dx} \int 12 \cdot dx \\ &= 12 \end{aligned}$$

4.  $f'(x) = 6x - 4$   
 $f(0) = 4$
- olduğuna göre,  $f(1)$  değeri kaçtır?
- A) -3      B) -2      C) 1      D) 3      E) 5

$$\begin{aligned} \int f'(x) dx &= \int (6x - 4) \cdot dx & f(x) &= 3x^2 - 4x + c \\ f(x) &= 3x^2 - 4x + c & f(1) &= 3 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 + c \\ f(0) &= 0 - 0 + c & f(1) &= 3 - 4 + c \\ 4 &= c & f(1) &= 3 \end{aligned}$$

5.  $f(x) = \begin{cases} -x + 12, & x \leq 2 \\ x + 8, & x > 2 \end{cases}$
- olduğuna göre,

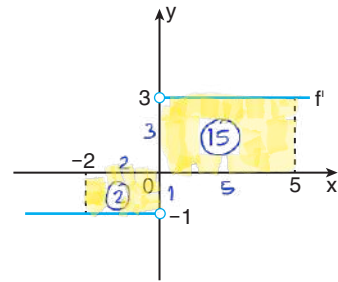
$$\int_{-2}^6 f(x) dx = \int_{-2}^2 (-x + 12) dx + \int_2^6 (x + 8) dx$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 84      B) 90      C) 96      D) 108      E) 120

$$\begin{aligned} &= \left( -\frac{x^2}{2} + 12x \right) \Big|_{-2}^2 + \left( \frac{x^2}{2} + 8x \right) \Big|_2^6 \\ &= \left[ \left( -\frac{4}{2} + 24 \right) - \left( -\frac{4}{2} - 24 \right) \right] + \left[ \left( \frac{36}{2} + 48 \right) - \left( \frac{4}{2} + 16 \right) \right] \\ &= 48 + 48 \\ &= 96 \end{aligned}$$

6. Aşağıda gerçel sayılarda sürekli bir  $f$  fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.



Buna göre,  $f(5) - f(-2)$  farkı kaçtır?

- A) 10      B) 11      C) 13      D) 15      E) 17

$$\begin{aligned} \int_{-2}^5 f'(x) dx &= -2 + 15 \\ f(x) \Big|_{-2}^5 &= 13 \\ f(5) - f(-2) &= 13 \end{aligned}$$



7.  $\int_2^6 f(5-x)dx = 12$

olduğuna göre,

$$\int_{-1}^3 f(x)dx$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) -12    B) -6    C) 6    **D) 12**    E) 24

$$5-x=u$$

$$-dx=du$$

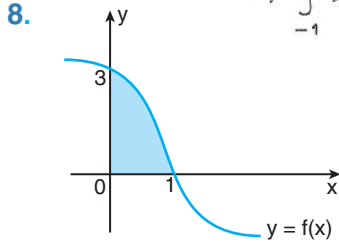
$$dx=-du$$

Sınırlar  
 $x=2$  iken  $u=3$   
 $x=6$  iken  $u=-1$

$$\int_2^6 f(5-x) dx = 12 \rightarrow \int_3^{-1} f(u) \cdot (-du) = 12$$

$$\rightarrow \int_{-1}^3 f(u) du = 12 \quad (- \text{ işaretini sınırların yerini değiştirdi})$$

$$\rightarrow \int_{-1}^3 f(x) dx = 12$$



Yandaki şekilde  $y=f(x)$  fonksiyonunun grafiği ile eksenler arasında kalan boyalı bölgenin alanı 2 birimkaredir.

Unutma  $\int f(x) \cdot f'(x) dx = \frac{[f(x)]^2}{2}$

Buna göre,

$$\int_0^1 f(x) \cdot (f'(x)+1) dx = \int_0^1 [f(x) \cdot f'(x) + f(x)] dx$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A)  $\frac{1}{2}$     B) -1    C)  $-\frac{3}{2}$     D) -2    **E)  $-\frac{5}{2}$**

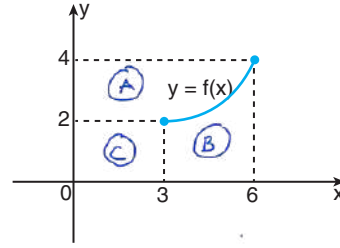
$$= \int_0^1 f(x) \cdot f'(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$$

$$= \frac{[f(x)]^2}{2} \Big|_0^1 + 2$$

$$= \frac{f^2(1)}{2} - \frac{f^2(0)}{2} + 2$$

$$= 0 - \frac{9}{2} + 2 = -\frac{5}{2}$$

9.



Şekilde,

$f:[3, 6] \rightarrow [2, 4]$ ,  $y=f(x)$  fonksiyonu bire bir ve örtendir.

Dik dörtgen alanından  $c=2, 3=6$

Buna göre,

$$\int_3^6 f(x) dx + \int_2^4 f^{-1}(x) dx = B+A=18$$

toplamı kaçtır?

- A) 12    B) 15    C) 16    **D) 18**    E) 24

Büyük dikdörtgenin alanından

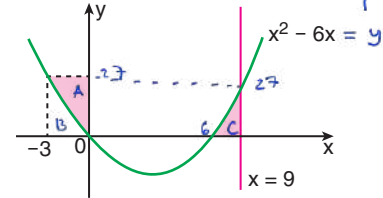
$$A+B+C = 6 \cdot 4$$

$$A+B+6 = 24$$

$$A+B = 18$$

MATEMATİĞİN İLACI

10.



Şekilde,  $y=x^2-6x$  parabolü,  $x=9$  doğrusu ve eksenler arasında kalan boyalı bölgelerin alanları toplamı kaç birimkaredir?

- A) 81**    B) 75    C) 72    D) 60    E) 48

$$\int_{-3}^0 (x^2-6x) dx = \int_6^9 (x^2-6x) dx \quad \text{olduğundan}$$

$B=C$  dir.

Yani, istenen alan

$$A+C = A+B = 3 \cdot 27 = 81 \quad \text{bulunur}$$

$$11. \text{Yol} \quad A+C = 81 - \int_0^3 (x^2-6x) dx + \int_6^9 (x^2-6x) dx$$

integrali hesaplanarak bulunabilir.

|      |      |      |      |       |
|------|------|------|------|-------|
| 1. B | 2. A | 3. D | 4. D | 5. C  |
| 6. C | 7. D | 8. E | 9. D | 10. A |

1.  $f(x) = x^2 + 3x \rightarrow f'(x) = 2 \cdot x + 3$   
fonksiyonu veriliyor.  $f'(2) = 2 \cdot 2 + 3$   
Buna göre,  $f'(2) = 7$

$$\int_{-1}^3 f(2) dx$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 21 B) 28 C) 30 D) 35 E) 40

$$\begin{aligned} \int_{-1}^3 7 \cdot dx &= 7 \cdot x \Big|_{-1}^3 \\ &= 7 \cdot 3 - 7 \cdot (-1) \\ &= 21 + 7 \\ &= 28 \end{aligned}$$

2.  $f: \mathbb{R} - \{-4\} \rightarrow \mathbb{R} - \{2\}$

$$f(x) = \frac{2x-3}{x+4} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-4x-3}{x-2}$$

olduğuna göre,

$$\int_3^4 d(f^{-1}(x)) = f^{-1}(x) \Big|_3^4$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 4 B)  $\frac{9}{2}$  C) 5 D)  $\frac{11}{2}$  E) 6

$$\begin{aligned} &= f^{-1}(4) - f^{-1}(3) \\ &= \left( \frac{-4 \cdot 4 - 3}{4 - 2} \right) - \left( \frac{-4 \cdot 3 - 3}{3 - 2} \right) \\ &= \frac{-19}{2} + 15 \\ &= \frac{11}{2} \end{aligned}$$

3. A(1, 4) ve B(3, 12) noktaları  $y = f(x)$  fonksiyonunun üzerindedir.

Buna göre,

NOT:  $\int_a^b f(x) \cdot f'(x) dx = \frac{f^2(x)}{2} \Big|_a^b$

$$\int_1^3 f(x) \cdot f'(x) dx$$

$f(1) = 4$   
 $f(3) = 12$  dir.

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 48 B) 50 C) 56 D) 60 E) 64

$$\begin{aligned} \int_1^3 f'(x) \cdot f(x) dx &= \frac{f^2(x)}{2} \Big|_1^3 \\ &= \frac{f^2(3)}{2} - \frac{f^2(1)}{2} \\ &= \frac{12^2}{2} - \frac{4^2}{2} = 72 - 8 = 64 \end{aligned}$$

4.  $\int_2^6 f\left(\frac{x}{2}-1\right) dx = 18$

$$\frac{x}{2} - 1 = u$$

$$\frac{1}{2} \cdot dx = du$$

$$dx = 2 \cdot du$$

olduğuna göre,

$$\int_0^2 f(x) dx$$

Sınırlar

$$x=2 \text{ iken } u=0$$

$$x=6 \text{ iken } u=2$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

$$\begin{aligned} \int_2^6 f\left(\frac{x}{2}-1\right) dx &= 18 \rightarrow \int_0^2 f(u) \cdot 2 \cdot du = 18 \\ \int_0^2 f(u) du &= 9 \rightarrow \int_0^2 f(x) dx = 9 \end{aligned}$$

5.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, y = f(x)$  tek fonksiyondur.

Buna göre,

I.  $\int_{-4}^4 f(x) dx = 2 \cdot \int_0^4 f(x) dx$  (Yanlış)

II.  $\int_{-6}^{-2} f(x) dx = \int_2^6 f(x) dx$  (Yanlış)

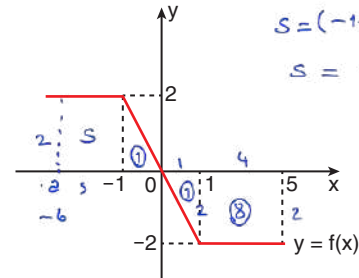
III.  $\int_{-5}^5 f(x) dx = 0$  (Doğru)

ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III  
D) I ve II E) II ve III

I. ve III. ifadeler çift fonksiyona ait özelliklerdir.

6. Aşağıda  $y = f(x)$  tek fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$S = (-1 - (-2)) \cdot 2$$

$$S = -2 - 2 \cdot 2$$

a negatif bir sayı olmak üzere

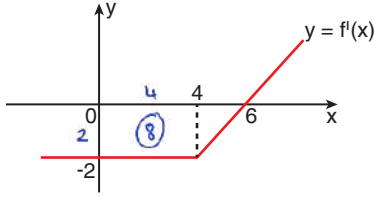
$$\int_a^5 f(x) dx = -6 \rightarrow -2 - 2 \cdot 2 + 1 - 1 - 8 = -6$$

$$-2 \cdot 2 - 10 = -6$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -2

7. Şekilde  $\mathbb{R}$  de tanımlı ve türevli olan  $y = f(x)$  fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.



Buna göre,  $f(0) - f(4)$  farkının sonucu kaçtır?

- A) 10 B) 8 C) 6 D) -8 E) -10

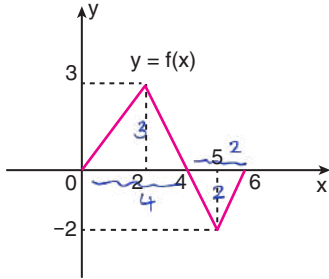
$$\int_0^4 -f'(x) dx = 8$$

$$-f(x) \Big|_0^4 = 8$$

$$-(f(4) - f(0)) = 8$$

$$f(0) - f(4) = 8$$

8.  $f : [0, 6] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

$$\int_0^6 f(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

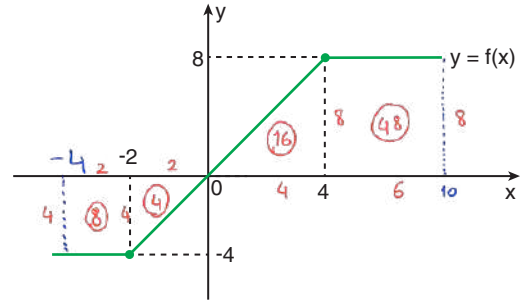
$$\int_0^6 f(x) dx = \int_0^4 f(x) dx + \int_4^6 f(x) dx$$

$$= \frac{3 \cdot 4}{2} + \left(-\frac{2 \cdot 2}{2}\right)$$

$$= 6 - 2$$

$$= 4$$

- 9.



Şekilde  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$$\int_{-4}^{10} [f(x) + f'(x)] dx = \int_{-4}^{10} f(x) dx + \int_{-4}^{10} f'(x) dx$$

$$= (-8 - 4 + 16 + 48) + f(x) \Big|_{-4}^{10}$$

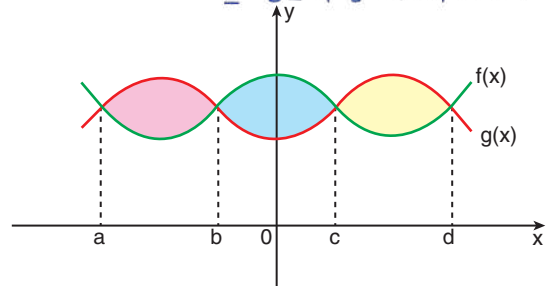
integralinin sonucu kaçtır?

- A) 40 B) 48 C) 56 D) 60 E) 64

$$= 52 + f(10) - f(-4)$$

$$= 52 + 8 - (-4) = 64$$

- 10.



Şekilde  $y = f(x)$  ve  $y = g(x)$  fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

- Pembe boyalı bölgenin alanı 4 birimkaredir.
- Mavi boyalı bölgenin alanı 6 birimkaredir.
- Sarı boyalı bölgenin alanı 8 birimkaredir.

Buna göre,

I.  $\int_a^c [f(x) - g(x)] dx = 2 \rightarrow -4 + 6 = 2$  (Doğru)

II.  $\int_b^d [f(x) - g(x)] dx = -2 \rightarrow 6 + (-8) = -2$  (Doğru)

III.  $\int_a^d [f(x) - g(x)] dx = -6 \rightarrow (-4) + 6 + (-8) = -6$  (Doğru)

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III  
D) II ve III E) I, II ve III

|      |      |      |      |       |
|------|------|------|------|-------|
| 1. B | 2. D | 3. E | 4. C | 5. C  |
| 6. E | 7. B | 8. A | 9. E | 10. E |

1.  $f'(x) = 6x + 8$   
 $f(1) = 7$

olduğuna göre,  $f(2)$  değeri kaçtır?

- A) 18    B) 20    **C) 24**    D) 28    E) 30

$$\int f'(x) dx = \int (6x+8) dx$$

$$f(x) = 3x^2 + 8x + c$$

$$f(1) = 3 \cdot 1 + 8 \cdot 1 + c$$

$$7 = 11 + c$$

$$-4 = c \quad \bullet \quad f(x) = 3x^2 + 8x - 4$$

$$f(2) = 3 \cdot 2^2 + 8 \cdot 2 - 4$$

$$f(2) = 24$$

2.  $\int \frac{6dx}{9x^2+6x+1}$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $-\frac{1}{3x+1} + c$     **B)  $-\frac{2}{3x+1} + c$**     C)  $-\frac{2}{(3x+1)^2} + c$   
 D)  $-(3x+1)^2 + c$     E)  $(-3x+1) + c$

$$\int \frac{6 dx}{9x^2+6x+1} = \int \frac{6 dx}{(3x+1)^2}$$

$$3x+1=u$$
  

$$\frac{2}{3} dx = du$$
  

$$6 dx = 2 du$$

$$= \int \frac{2 \cdot du}{u^2}$$

$$= 2 \cdot \int u^{-2} du$$

$$= 2 \cdot \frac{u^{-1}}{-1} + c = -2 \cdot \frac{1}{3x+1} + c$$

3. I.  $\int_{-2}^0 (x^2 - 4) dx = \int_0^2 (x^2 - 4) dx$  (Doğru)

II.  $\int_{-\pi}^{\pi} (x^3 + x) dx = 0$  (Doğru)

III.  $\int_{-\pi}^{\pi} x^4 dx = 2 \int_0^{\pi} x^4 dx$  (Doğru)

yukarıdaki eşitliklerden hangileri daima doğrudur?

- A) Yalnız I    B) Yalnız II    C) II ve III  
 D) I ve II    **E) I, II ve III**

I. ve III. öncüllerde verilen fonksiyonlar çift fonksiyon, II. öncülde verilen fonksiyon tek fonksiyondur.

4.  $\int_{-n}^n (x^4 + x^2 + 2) dx = 24$

olduğuna göre,

$$\int_{-n}^n (x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 2) dx$$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $n + 24$     B)  $2n + 24$     C)  $n + 48$

**D) 24**    E) 48

$$\int_{-n}^n (x^5 + x^3 + x) dx + \int_{-n}^n (x^4 + x^2 + 2) dx = 24$$

Tek fonk.

5.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $y = f(x)$  fonksiyonu  $\forall x \in \mathbb{R}$  için  $f(x) = f(-x)$  eşitliğini sağlamaktadır.

çift fonksiyon

$$\int_0^6 f(x) dx = 12$$

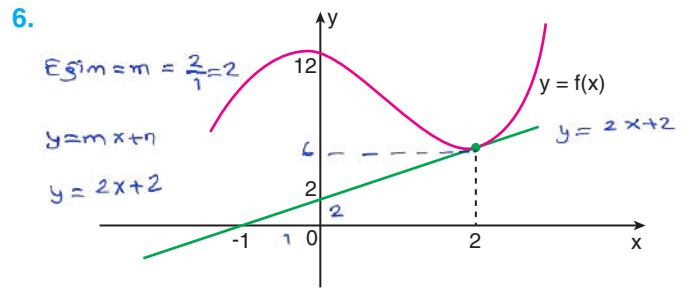
olduğuna göre,

$$\int_{-6}^6 f(x) dx = 2 \cdot \int_0^6 f(x) dx = 24$$

integralinin sonucu kaçtır? 12

- A) 6    B) 12    C) 18    **D) 24**    E) 32

MATEMATİĞİN İLACI



$y = f(x)$  fonksiyonunun  $x = 2$  noktasındaki teğeti verilmiştir.

Buna göre, NOT:  $\int_a^b f(x) \cdot f'(x) dx = \frac{f^2(x)}{2} \Big|_a^b$

$$\int_0^2 f(x) \cdot f'(x) dx = \frac{f^2(x)}{2} \Big|_0^2$$

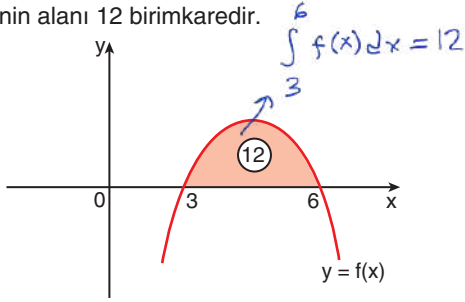
$$= \frac{f^2(2)}{2} - \frac{f^2(0)}{2}$$

- A) -36    B) -48    **C) -54**    D) -60    E) -72

$$= \frac{6^2}{2} - \frac{12^2}{2}$$

$$= 18 - 72 = -54$$

7. Aşağıda  $y = f(x)$  fonksiyonu ile x eksenini arasında kalan boyalı bölgenin alanı 12 birimkaredir.



Buna göre,

$$\int_1^2 f(3x) dx$$

sınırlar  
 $x=1$  iken  $u=3$   
 $x=2$  iken  $u=6$   
 $3x=u$   
 $3dx=du$   
 $dx=\frac{1}{3}du$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

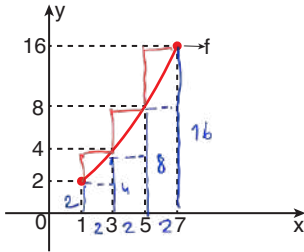
$$\int_3^6 f(u) \cdot \frac{1}{3} \cdot du = \frac{1}{3} \cdot \int_3^6 f(u) du$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \int_3^6 f(x) dx$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 12$$

$$= 4$$

8.



Yukarıda  $f : [1, 7] \rightarrow [2, 16]$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,  $\int_1^7 f(x) dx$  integralinin sonucu aşağıdaki-

lerden hangisi olamaz?

- A) 32 B) 36 C) 40 D) 52 E) 60

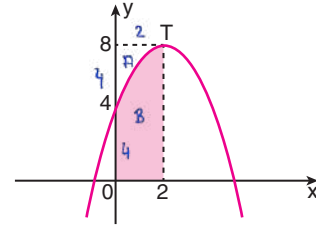
Riemann

$$Alt \ Toplamı = 2 \cdot 2 + 4 \cdot 2 + 8 \cdot 2 = 28$$

$$Üst \ Toplamı = 4 \cdot 2 + 8 \cdot 2 + 16 \cdot 2 = 56$$

$$28 \leq \int_1^7 f(x) dx \leq 56 \text{ aralığında olmalıdır.}$$

9.



Tepe noktası  $T(2, 8)$  olan şekildeki parabolün, y eksenini kestiği noktanın ordinatı 4 tür.

Buna göre, boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A)  $\frac{29}{6}$  B)  $\frac{37}{3}$  C)  $\frac{45}{6}$  D)  $\frac{44}{3}$  E)  $\frac{40}{3}$

Pratik kuraldan

$$A = \frac{4 \cdot 2}{3} = \frac{8}{3}$$

Dik dörtgen alanından

$$8 \cdot 2 = A + B$$

$$16 = \frac{8}{3} + B \rightarrow B = 16 - \frac{8}{3}$$

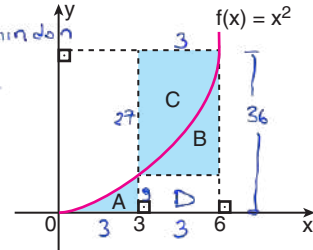
$$B = \frac{40}{3}$$

MATEMATİĞİN İLACI

10.

Dikdörtgen alanından

$$D = 3 \cdot 9 = 27$$



$f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Boyalı bölgelerin alanları, A, B ve C birimkaredir.

Buna göre,  $\frac{C}{A+B}$  oranı kaçtır?  $\frac{45}{9+36} = 1$

- A)  $\frac{3}{5}$  B)  $\frac{4}{5}$  C) 1 D)  $\frac{4}{3}$  E)  $\frac{3}{2}$

Pratik kuraldan

$$A = \frac{3 \cdot 9}{3} \rightarrow A = 9$$

$$A + B + D = \frac{36 \cdot 6}{3} \rightarrow A + B + D = 72$$

$$9 + B + 27 = 72$$

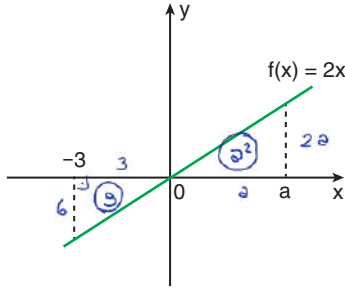
$$B = 36$$

Dik dörtgen alanından

$$C + B = 27 \cdot 3 \rightarrow C + 36 = 81 \rightarrow C = 45$$

|      |      |      |      |       |
|------|------|------|------|-------|
| 1. C | 2. B | 3. E | 4. D | 5. D  |
| 6. C | 7. A | 8. E | 9. E | 10. C |

1. Aşağıda  $f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$\int_{-3}^a f(x) dx = 16 \rightarrow -9 + a^2 = 16$$

$$a^2 = 25$$

olduğuna göre,  $a$  değeri kaçtır?  $a = 5$

- A) 4    B) 5    C) 6    D) 7    E) 8

2.  $f(x) = \begin{cases} 4x-1, & x < 1 \\ 3x^2+1, & x \geq 1 \end{cases}$

olduğuna göre,

$$\int_0^2 f(x) dx = \int_0^1 (4x-1) dx + \int_1^2 (3x^2+1) dx$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 4    B) 6    C) 8    D) 9    E) 10

$$= (2x^2 - x) \Big|_0^1 + (x^3 + x) \Big|_1^2$$

$$= [(2-1) - (0-0)] + [(8+2) - (1+1)]$$

$$= 1 + 8$$

$$= 9$$

3.  $f^{-1}(x) = x + m \rightarrow f(x) = x - m$

$$\int_{-2}^4 f(x) \cdot dx = 24$$

olduğuna göre,  $m$  kaçtır?

- A) -3    B) -2    C) 1    D) 2    E) 6

$$\int_{-2}^4 f(x) dx = \int_{-2}^4 (x-m) dx$$

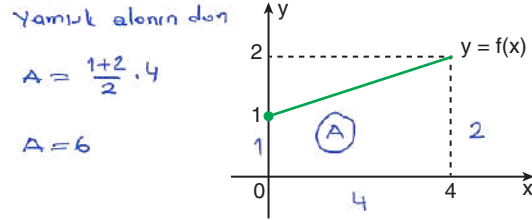
$$24 = \left( \frac{x^2}{2} - mx \right) \Big|_{-2}^4$$

$$24 = \left( \frac{4^2}{2} - m \cdot 4 \right) - \left( \frac{(-2)^2}{2} - m \cdot (-2) \right)$$

$$24 = (8 - 4m) - (2 + 2m)$$

$$24 = 6 - 6m \rightarrow 6m = -18 \rightarrow m = -3$$

4.  $f : [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}, y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

$$\int_0^4 [f(x) + f'(x)] dx = \int_0^4 f(x) dx + \int_0^4 f'(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 11    B) 10    C) 9    D) 8    E) 7

$$= 6 + f(x) \Big|_0^4$$

$$= 6 + f(4) - f(0)$$

$$= 6 + 2 - 1$$

$$= 7$$

5.  $\int_3^{15} f(x) dx = 24$

olduğuna göre,

$$\int_1^5 f(3x) dx$$

$$3x = u$$

$$3 dx = du$$

$$dx = \frac{1}{3} du$$

Sınırlar  
x=5 iken u=15  
x=1 iken u=3

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 8    B) 12    C) 24    D) 36    E) 48

$$\int_1^5 f(3x) dx = \int_3^{15} f(u) \cdot \frac{1}{3} \cdot du$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \int_3^{15} f(x) dx$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 24 = 8$$

6.  $y = f(x)$  fonksiyonu  $A(1, 4)$  noktasından geçmektedir.

Bu fonksiyonun diferansiyeli,

$$dy = (2x - 3) dx$$

olduğuna göre,  $x = 2$  iken  $y$  değeri kaçtır?

- A) 2    B) 3    C) 4    D) 5    E) 6

$$dy = (2x - 3) dx$$

$$\frac{dy}{dx} = 2x - 3$$

$$f'(x) = 2x - 3$$

$$\int f'(x) dx = \int (2x - 3) dx$$

$$f(x) = x^2 - 3x + c$$

$$f(1) = 1 - 3 + c$$

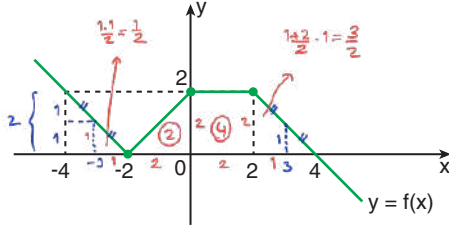
$$4 = -2 + c$$

$$6 = c$$

$$f(x) = x^2 - 3x + 6$$

$$f(2) = 2^2 - 3 \cdot 2 + 6 = 4$$

7.



Yukarıda  $y = f(x)$  parçalı fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

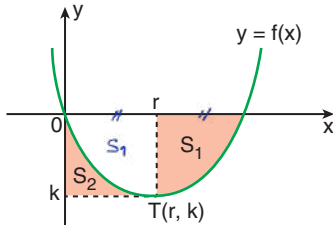
$$\int_{-3}^3 f(x) dx = \frac{1}{2} + 2 + 4 + \frac{3}{2} = 8$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 2      B) 4      C) 6      **D) 8**

E) 12

8.



Şekilde tepe noktası T olan  $y = f(x)$  parabolü orijinden geçmektedir.

$S_1$  ve  $S_2$  içinde buldukları bölgelerin alanlarıdır.

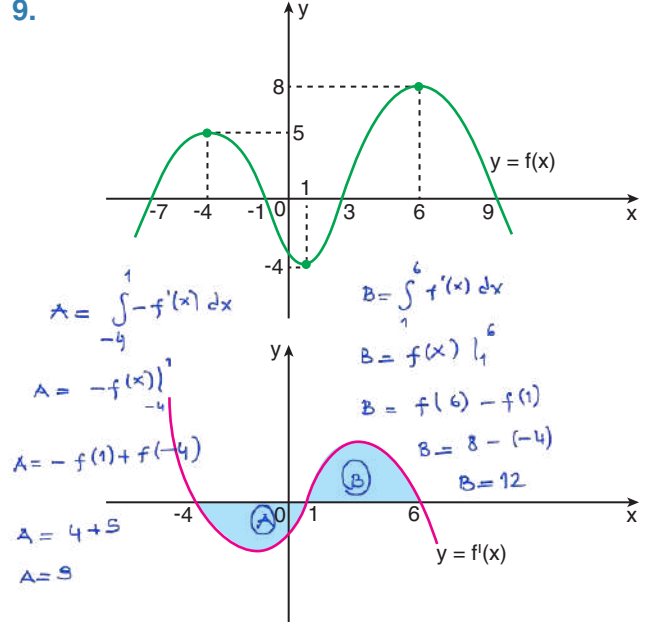
Buna göre,  $\frac{S_1}{S_2}$  oranı kaçtır?

- A)  $\frac{1}{3}$       B)  $\frac{2}{3}$       C) 1      **D) 2**      E)  $\frac{3}{2}$

Pratik kuraldan

$$\left. \begin{array}{l} S_1 = 2.5 \\ S_2 = 5 \end{array} \right\} \frac{S_1}{S_2} = \frac{2.5}{5} = \frac{1}{2}$$

9.



Şekilde  $y = f(x)$  ve  $y = f'(x)$  fonksiyonlarının grafiği verilmiştir.

Buna göre, şekildeki boyalı bölgenin alanı kaç birim-karedir?

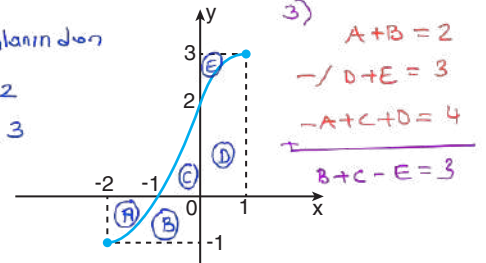
- A) 2      B) 3      C) 12      D) 18      E) 21

MATEMATİĞİN İLACI

10.

1) Dikdörtgen alanından

$$\begin{aligned} A+B &= 2.1 = 2 \\ D+E &= 1.3 = 3 \end{aligned}$$



$f : [-2, 1] \rightarrow [-1, 3]$  fonksiyonunun grafiği yukarıda verilmiştir.

$$2) \int_{-2}^1 f(x) dx = 4 \rightarrow -A + C + D = 4$$

olduğuna göre,

$$4) \int_{-1}^3 f^{-1}(x) dx = -B - C + E = -3$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) -4      **B) -3**      C) -2      D) -1      E) 0

|      |      |      |             |       |
|------|------|------|-------------|-------|
| 1. B | 2. D | 3. A | 4. E        | 5. A  |
| 6. C | 7. D | 8. D | 9. <b>B</b> | 10. B |

