

DİFERANSİYEL

1. I. $\int d(f(x) - \pi) = f(x) + c$

II. $\int \left(\frac{d^2 f(x)}{dx^2} \right) dx = f'(x) + c$

III. $\int \frac{f'(x) \cdot g(x) - g'(x) \cdot f(x)}{g^2(x)} dx = \frac{f(x)}{g(x)} + c$

E ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I

B) I ve II

C) II ve III

D) I ve III

E) I, II ve III

✓ I. $\int d(f(x) - \pi) = \int (f(x) - \pi)' dx = \int f'(x) dx = f(x) + c$

✓ II. $\int \left(\frac{d^2 f(x)}{dx^2} \right) dx = \int f''(x) dx = f'(x) + c$

✓ III. $\int \frac{f'(x) \cdot g(x) - g'(x) \cdot f(x)}{g^2(x)} dx = \int \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' dx = \frac{f(x)}{g(x)} + c$

2. $\frac{d}{dx} \left(\int d(x^2 - 1) \right)$

B ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2x + c$

B) $2x$

C) $x^2 + c$

D) $2x^2 + c$

E) x^2

$\frac{d}{dx} \left(\int (x^2 - 1)' dx \right) = \frac{d}{dx} \int f'(x) dx = f(x)$

$\frac{d}{dx} \left(\int 2x dx \right) = 2x$

3. $d \left(\int 2x^3 dx \right)$

A ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2x^3 dx$

B) $2x^3 + c$

C) $2x^3$

D) $6x^2 \cdot dx$

E) $6x^2 + c$

$d \left(\int 2x^3 dx \right) = \left[\frac{d}{dx} \int 2x^3 dx \right] dx = 2x^3 \cdot dx$

4. $f(x) = \int d(\cos x + x)$

olmak üzere, $f(0) = 5$ 'tir.

C Buna göre, $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ ifadesinin sonucu kaçtır?

A) $\frac{\pi}{2} + 1$

B) $\frac{\pi}{2} + 2$

C) $\frac{\pi}{2} + 4$

D) $\pi + 2$

E) $\pi + 4$

$f(x) = \int d(\cos x + x) = \int (\cos x + x)' dx = \cos x + x + c$

$f(0) = \cos 0 + 0 + c = 5 \Rightarrow 1 + c = 5 \Rightarrow c = 4$

$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \cos \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + 4 = \frac{\pi}{2} + 4$

5. $\frac{d^2}{dx^2} \left[\int (x^{10} - 5) dx \right]$

C ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $10x^9 + c$

B) $x^{10} + c$

C) $10x^9$

D) $(x^{10} - 5) \cdot dx$

E) $10x^9 \cdot dx$

$\frac{d^2}{dx^2} \left[\int (x^{10} - 5) dx \right] = \frac{d}{dx} (x^{10} - 5) = 10x^9$

6. Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı f fonksiyonu

$f(x) = \frac{d}{dx} \int d\left(\frac{x^3}{3} - x^2 + x\right)$

eşitliğini sağlamaktadır.

Buna göre, f fonksiyonu için

✓ I. Süreklidir.

II. Bire birdir.

III. Görüntü kümesi $\mathbb{R}$ 'dir.

A ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I

B) I ve II

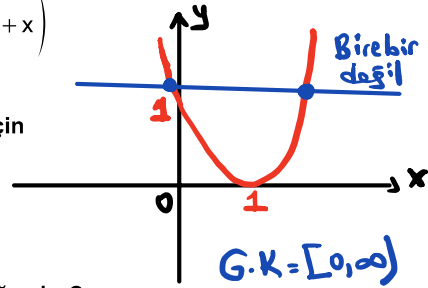
C) I ve III

D) II ve III

E) I, II ve III

$f(x) = \frac{d}{dx} \int d\left(\frac{x^3}{3} - x^2 + x\right)$

$f(x) = \frac{d}{dx} (x^2 - 2x + 1) \cdot dx$
 $f(x) = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$



TÜREV-İNTEGRAL İLİŞKİSİ-1

1. a gerçel sayı olmak üzere,

$$\int x^3 \cdot f(x) dx = x^4 + a$$

- D olduğuna göre, f(x) aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) x B) x^4 C) 3 D) 4 E) $\frac{x}{4}$

$$\left(\int x^3 \cdot f(x) dx \right)' = (x^4 + a)'$$

$$x^3 \cdot f(x) = 4x^3$$

$$\Rightarrow f(x) = 4$$

2. $\int f(2x-1) \cdot (x-1) dx = x^3 - 3x + c$

- E olduğuna göre, f(-1) kaçtır?

A) -3 B) -2 C) 1 D) 2 E) 3

$$\left(\int f(2x-1) \cdot (x-1) dx \right)' = (x^3 - 3x + c)'$$

$$f(2x-1) \cdot (x-1) = 3x^2 - 3$$

x=0 için $f(-1) \cdot (-1) = -3$

$$\Rightarrow f(-1) = 3$$

3. $\int f(x) dx = x \cdot f(x)$

eşitliği veriliyor.

Buna göre,

- I. $f(x) = x$
II. $f(x) = 2$
III. $f(x) = x - 1$

- B ifadelerinden hangileri doğru olabilir?

A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I ve III

$$\left(\int f(x) dx \right)' = (x \cdot f(x))'$$

$$f(x) = f(x) + f'(x) \cdot x$$

$$\Rightarrow f'(x) \cdot x = 0$$

$$\Rightarrow f'(x) = 0$$

$$\Rightarrow f \text{ sabit fonksiyondur.}$$

$$f(x) = 2 \text{ olur.}$$

4. $f(x) = \int (2^x \cdot x + x^2 - 3) dx$

fonksiyonunun grafiğine x = 1 noktasında teğet olan doğrunun eğimi kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$f'(1) = ?$$

$$f(x) = \int (2^x \cdot x + x^2 - 3) dx$$

$$f'(x) = 2^x \cdot x + x^2 - 3 \text{ olur.}$$

$$\Rightarrow f'(1) = 2 + 1 - 3 = 0$$

5. $f(x) = \int (x^2 + ax + 6) dx$

veriliyor.

f'(x) fonksiyonunun ekstremum noktasının apsisi 3 olduğuna göre, a kaçtır?

A) -12 B) -8 C) -6 D) -4 E) -2

$$f''(3) = 0$$

$$f(x) = \int (x^2 + ax + 6) dx$$

$$\Rightarrow f'(x) = x^2 + ax + 6$$

$$f''(x) = 2x + a \Rightarrow f''(3) = 6 + a = 0$$

$$\Rightarrow a = -6$$

6. f, x = 1'de yerel ekstremuma sahip ve f her noktada iki kere türevlenebilen bir fonksiyondur.

$$\int f''(x) dx = x^2 - 3x + c$$

$$f'(1) = 0$$

olduğuna göre, f nin yerel maksimum noktasının apsisi yerel minimum noktasının apsisinin kaç katıdır?

E A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

$$\int f''(x) dx = x^2 - 3x + c$$

$$\Rightarrow f'(x) = x^2 - 3x + c$$

$$f'(1) = 1 - 3 + c = 0 \Rightarrow c = 2$$

$$f'(x) = x^2 - 3x + 2 = (x-1) \cdot (x-2) = 0$$

$$\begin{array}{cc} 1 & 2 \\ + & - \\ \hline 1 & -1 & + \\ \hline \end{array} \quad \frac{1}{2}$$

$y_{\max}$ $y_{\min}$

KUVVET FONKSİYONLARIN İNTEGRALİ

1. $\int 5dx$

A integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $5x + c$ B) $\frac{x}{5} + c$ C) $\frac{x^2}{5} + c$
D) $\frac{x^2}{10} + c$ E) $-5x + c$

$$\int 5dx = 5x + c$$

2. $\int x^3 dx$

D integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^2}{2} + c$ B) $\frac{x^3}{3} + c$ C) $3x^2 + c$
D) $\frac{x^4}{4} + c$ E) $\frac{3x^4}{4} + c$

$$\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + c$$

3. $\int x\sqrt{x} dx$

E integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^2 \cdot \sqrt{x}}{4} + c$ B) $\frac{3x^2 \cdot \sqrt{x}}{5} + c$ C) $\frac{2x^2 \cdot \sqrt{x}}{3} + c$
D) $\frac{x^2 \cdot \sqrt{x}}{10} + c$ E) $\frac{2x^2 \cdot \sqrt{x}}{5} + c$

$$\int x\sqrt{x} dx = \int x^{\frac{3}{2}} dx = \frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + c = \frac{2x^2 \sqrt{x}}{5} + c$$

4. $\int \frac{6}{x^2} dx$

C integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{6}{x} + c$ B) $\frac{3}{x} + c$ C) $\frac{-6}{x} + c$
D) $\frac{-3}{x} + c$ E) $\frac{-12}{x} + c$

$$\int \frac{6}{x^2} dx = \int 6 \cdot x^{-2} dx = \frac{6 \cdot x^{-1}}{-1} + c = \frac{-6}{x} + c$$

5. $\int \frac{1}{\sqrt[4]{x}} dx$

C integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{4x^3}{3} + c$ B) $\frac{4\sqrt[4]{x^3}}{12} + c$ C) $\frac{4 \cdot 4\sqrt[4]{x^3}}{3} + c$
D) $\frac{4 \cdot 4\sqrt[4]{x^3}}{5} + c$ E) $\frac{4\sqrt[4]{x^3}}{4} + c$

$$\int \frac{1}{\sqrt[4]{x}} dx = \int x^{-\frac{1}{4}} \cdot dx = \frac{x^{\frac{3}{4}} \cdot 4}{\frac{3}{4}} + c = \frac{4 \cdot 4\sqrt[4]{x^3}}{3} + c$$

6. $\int \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} dx$

C integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $7 \cdot x \cdot \sqrt[4]{x^3} + c$ B) $\frac{11}{4} \cdot \sqrt[4]{x^3} + c$ C) $\frac{4}{7} \cdot x \cdot \sqrt[4]{x^3} + c$
D) $\frac{11}{7} \cdot x \cdot \sqrt[4]{x^3} + c$ E) $\frac{3}{4} \cdot x \cdot \sqrt[4]{x^3} + c$

$$\int \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} dx = \int \sqrt{x \cdot x} dx = \int \sqrt{x^2} dx = \int x dx = \frac{x^2}{2} + c = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \sqrt{x} + c$$

TOPLAM-FARKIN İNTEGRALI

1. $\int (2x^3 - a) dx$

B integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^4}{4} - ax + c$ B) $\frac{x^4}{2} - ax + c$ C) $\frac{x^4}{2} - 2ax + c$
D) $\frac{x^3}{3} - ax + c$ E) $\frac{x^3}{6} - ax + c$

$$\int (2x^3 - a) dx = \frac{2x^4}{4} - ax + c = \frac{x^4}{2} - ax + c$$

2. $\int (f(x) + 2g(x)) dx = 4x^2 + 5x + 17$

$\int (f(x) - g(x)) dx = x^2 - 7x + 2$

integraleri veriliyor.

D Buna göre, f(2) değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$\int f(x) dx + 2 \int g(x) dx = 4x^2 + 5x + 17$$

$$+ 2 \int f(x) dx - 2 \int g(x) dx = 2 \cdot (x^2 - 7x + 2)$$

$$3 \int f(x) dx = 6x^2 - 9x + 21$$

$$\int f(x) dx = 2x^2 - 3x + 7$$

3. $\int \frac{x^2}{x+2} dx - \int \frac{4}{x+2} dx \Rightarrow f(x) = 4x - 3$
 $f(2) = 8 - 3 = 5$

E integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^2}{2} + 2x + c$ B) $x^2 - x + c$ C) $\frac{x^2}{2} - x + c$
D) $x^2 - 2x + c$ E) $\frac{x^2}{2} - 2x + c$

$$\int \frac{x^2}{x+2} dx - \int \frac{4}{x+2} dx = \int \frac{x^2 - 4}{x+2} dx$$

$$= \int \frac{(x-2) \cdot (x+2)}{x+2} dx = \int (x-2) dx = \frac{x^2}{2} - 2x + c$$

4. $\int \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x-1} dx$

A integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^3}{3} + x + c$ B) $\frac{x^2}{2} + x + c$ C) $\frac{x^3}{6} + x + c$
D) $\frac{x^3}{3} - x + c$ E) $\frac{x^3}{3} + 2x + c$

$$\int \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x-1} dx = \int \frac{x^2(x-1) + (x-1)}{x-1} dx$$

$$= \int \frac{(x-1) \cdot (x^2 + 1)}{x-1} dx$$

5. $\int \frac{x\sqrt{x} - 2}{2x^2} dx = \int (x^2 + 1) dx = \frac{x^3}{3} + x + c$

A integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{x} + \frac{1}{x} + c$ B) $2\sqrt{x} - \frac{1}{x} + c$
C) $\sqrt{x} + \frac{2}{x} + c$ D) $\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{x} + c$
E) $x - \frac{1}{2\sqrt{x}} + c$

$$\int \frac{x\sqrt{x} - 2}{2x^2} dx = \frac{1}{2} \int \frac{x^{\frac{3}{2}} - 2}{x^2} dx$$

$$= \frac{1}{2} \left[\int (x^{-\frac{1}{2}} - 2 \cdot x^{-2}) dx \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} - 2 \cdot \frac{x^{-1}}{-1} \right] + c$$

$$= \sqrt{x} + \frac{1}{x} + c$$

6. $\int \frac{dx}{x+2} = A$

olduğuna göre,

$$\int \frac{x}{x+2} dx = \sqrt{x} + \frac{1}{x} + c$$

A integralinin A türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - 2A + c$ B) $2x - A + c$ C) $x + 2A + c$
D) $2x + A + c$ E) $2x - 2A + c$

$$\int \frac{dx}{x+2} = A \Rightarrow \int \frac{2 dx}{x+2} = 2A$$

$$\int \frac{x}{x+2} dx = B$$

$$\Rightarrow 2A + B = \int \frac{x+2}{x+2} dx = \int dx = x + c$$

$$B = x - 2A + c$$

TÜREV-İNTEGRAL İLİŞKİSİ-2

1. $f'(x) = 5x^4 - 3$
 $f(-1) = 4$

D olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?

- A) 34 B) 32 C) 30 D) 28 E) 26

$$\int f'(x) dx = \int (5x^4 - 3) dx$$

$$\Rightarrow f(x) = x^5 - 3x + C$$

$$\Rightarrow f(-1) = -1 + 3 + C = 4 \Rightarrow C = 2$$

$$f(x) = x^5 - 3x + 2$$

$$\Rightarrow f(2) = 32 - 6 + 2 = 28$$

2. Yerel ekstremum noktalarından biri $A(0, 2)$ olan f fonksiyonu için,

$$f(x) = \int (4x^3 + 2x - a) dx$$

$f'(0) = 0$ ve
 $f(0) = 2$ dir.

C olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

$$f'(x) = 4x^3 + 2x - a$$

$$f'(0) = -a = 0 \Rightarrow a = 0$$

$$f(x) = \int (4x^3 + 2x) dx = x^4 + x^2 + C$$

$$f(0) = C = 2$$

$$f(x) = x^4 + x^2 + 2$$

$$\Rightarrow f(1) = 1 + 1 + 2 = 4$$

3. $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğine $A(-1, 2)$ noktasında teğet olan doğrunun eğimi 1'dir.

$$f''(x) = 2$$

D olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

$$\int f''(x) dx = \int 2 dx$$

$$f'(x) = 2x + C$$

$$f'(-1) = -2 + C = 1 \Rightarrow C = 3$$

$$f(x) = \int (2x + 3) dx = x^2 + 3x + C$$

$$f(-1) = 1 - 3 + C = 2 \Rightarrow C = 4$$

$$f(x) = x^2 + 3x + 4 \Rightarrow f(1) = 8$$

4. $f(x) = \int (x^2 + ax - 2) dx$ fonksiyonu ile ilgili

- grafiğinin $A(-1, 1)$ noktasından geçtiği, $\rightarrow f(-1) = 1$
- türevinin grafiğine $x = -1$ apsisi noktasında teğet olan doğrunun eğiminin sıfır olduğu, $\rightarrow f'(-1) = 0$

bilgileri veriliyor.

C Buna göre, $f(1)$ kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) $-\frac{7}{3}$ D) 2 E) $\frac{8}{3}$

$$f(x) = \int (x^2 + ax - 2) dx \Rightarrow f'(x) = x^2 + ax - 2$$

$$f'(-1) = 1 - a - 2 = 0$$

$$a = -1$$

$$f(x) = \int (x^2 - x - 2) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x + C$$

$$f(-1) = -\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 2 + C = 1 \Rightarrow C = -\frac{1}{6}$$

5. $y = 4x + 1$ doğrusu

$$f(x) = \int (3x^2 - 5x + 2) dx$$

eşitliğini sağlayan $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğine A noktasında teğettir.

$$A(x_0, y_0)$$

D A noktasının apsisi tam sayı olduğuna göre, $f(0)$ kaçtır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

$$f(x) = \int (3x^2 - 5x + 2) dx = x^3 - \frac{5x^2}{2} + 2x + C$$

$$f(x) = x^3 - \frac{5x^2}{2} + 2x + C$$

$$f(2) = 8 - 10 + 4 + C = 9$$

$$8 - 10 + 4 + C = 9 \Rightarrow C = 7 = f(0)$$

$$f'(x_0) = 4 \Rightarrow 3x_0^2 - 5x_0 + 2 = 4$$

$$3x_0^2 - 5x_0 - 2 = 0$$

$$(3x_0 + 1) \cdot (x_0 - 2) = 0 \Rightarrow x_0 = 2 \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow y_0 = 9 \text{ olur}$$

6. $y = f(x)$ eğrisi $(-1, 4)$ noktasından geçmekte olup her x için eğriye (x, y) noktasında teğet olan doğrunun eğimi bu noktanın apsisinin iki katına eşittir.

Buna göre, $y = f(x)$ eğrisinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A

- A) $f(x) = x^2 + 3$ B) $f(x) = x^2 + 1$
C) $f(x) = x^2 + 2$ D) $f(x) = x^2$
E) $f(x) = x^2 + 4$

$$f(-1) = 4$$

$$f'(x) = 2x$$

$$\int f'(x) dx = \int 2x dx$$

$$f(x) = x^2 + C$$

$$f(-1) = 1 + C = 4$$

$$C = 3$$

$$f(x) = x^2 + 3$$

POLİNOM İNTEGRAL İLİŞKİSİ

1. $P(x)$ bir polinom, $Q(x)$ üçüncü dereceden bir polinom olmak üzere,

$$Q(x) = \int P''(x) dx$$

$$\text{der}[P(x)] = n \text{ olsun.}$$

- B olduğuna göre, $\text{der}[P(x)]$ kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$$\text{der}[P(x)] = n \Rightarrow \text{der}[P''(x)] = n-2$$

$$\text{der}\left[\int P''(x) dx\right] = \text{der}[Q(x)]$$

$$n-2+1=3$$

$$\Rightarrow n=4 \text{ olur.}$$

2. $P(x)$ bir polinom olmak üzere,

$$P''(x) \cdot \int P(x) dx$$

ifadesi 9. dereceden bir polinomdur.

- C Buna göre, $\text{der}[P(x)]$ kaçtır?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

$$\text{der}[P(x)] = n \text{ olsun.}$$

$$\text{der}[P''(x)] = n-2 \text{ ve}$$

$$\text{der}\left[\int P(x) dx\right] = n+1 \text{ olur.}$$

$$\text{der}\left[P''(x) \cdot \int P(x) dx\right] = (n-2) + (n+1) = 9$$

$$2n-1=9$$

$$2n=10$$

$$n=5 \text{ olur.}$$

3. $P(x)$ bir polinomdur.

$$\int \frac{P(x+1)}{x-2} dx = 2x^2 + 5x + c$$

- C olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun sabit terimi kaçtır?

A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -6

$$\left(\int \frac{P(x+1)}{x-2} dx\right)' = (2x^2 + 5x + c)'$$

$$P(0) = ?$$

$$\frac{P(x+1)}{x-2} = 4x+5$$

$$P(x+1) = (x-2) \cdot (4x+5)$$

$$x=-1 \text{ için } P(0) = -3 \cdot 1 = -3 \text{ ter.}$$

$$\int x \cdot P(x) dx = P(x^2 - 2x) + x^3 - 2x^2 + 6x + 3$$

- olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun katsayıları toplamı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 5 D) 8 E) 10

$$\left(\int x \cdot P(x) dx\right)' = \left(P(x^2 - 2x) + x^3 - 2x^2 + 6x + 3\right)'$$

$$x \cdot P(x) = P'(x^2 - 2x) \cdot (2x - 2) + 3x^2 - 4x + 6$$

$$x=1 \text{ için } P(1) = P'(-1) \cdot 0 + 3 - 4 + 6$$

$$P(1) = 5$$

5. $P(x)$ baş katsayısı pozitif olan bir polinom olmak üzere, $m > 0$

$$P(x) \cdot \int P(x) dx = 2x^3 - 3x^2 + x$$

$$P(x) = mx + n$$

- C olduğuna göre, $P(4)$ kaçtır?

A) 11 B) 8 C) 7 D) 5 E) 3

$$P(x) = 2x - 1$$

$$P(4) = 7 \text{ olur.}$$

$$(mx+n) \cdot \int (mx+n) dx = 2x^3 - 3x^2 + x$$

$$(mx+n) \cdot \left(\frac{mx^2}{2} + nx + c\right) = 2x^3 - 3x^2 + x$$

$$\frac{m^2 x^3}{2} + mnx^2 + mcx + \frac{nm x^2}{2} + n^2 x + nc = 2x^3 - 3x^2 + x$$

$$m=2$$

$$n=-1$$

$$c=0$$

$$P(x) = \int (x^2 + x) dx$$

$$Q(x) = \frac{d}{dx}(x^2 + x)$$

$$406-4$$

- olmak üzere, $P(x)$ polinomu $Q(x)$ polinomuna tam bölündüğüne göre, $P(1)$ kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) 1 E) $\frac{5}{4}$

$$P(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + c \quad Q(x) = 2x + 1$$

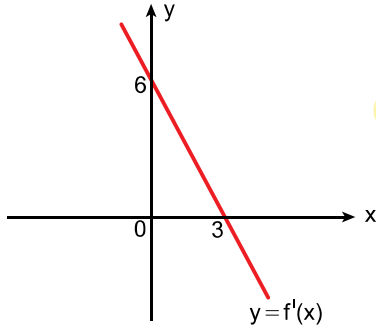
$$P(x) \text{ polinomu } Q(x) \text{ polinomuna tam bölündüğüne göre, } P(-\frac{1}{2}) = 0$$

$$P(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{24} + \frac{1}{8} + c = 0 \Rightarrow c = -\frac{1}{12}$$

$$P(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - \frac{1}{12} \Rightarrow P(1) = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{12} = \frac{3}{4}$$

ANALİTİK DÜZLEMDE VERİLEN TÜREV GRAFİKLERİ

1.



E) $6x - x^2 + c$

Yukarıdaki grafik $f(x)$ fonksiyonunun türevinin grafiğidir.

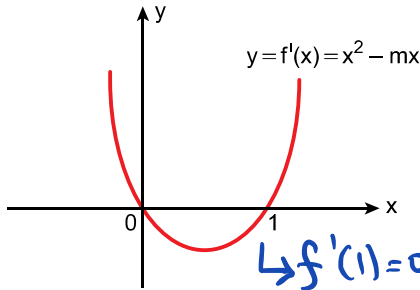
Buna göre, $f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{6} = 1 \Rightarrow 2x + y = 6$$

$$y = f'(x) = 6 - 2x$$

$$f(x) = \int (6 - 2x) dx = 6x - x^2 + c$$

2.



C) -4

Yukarıdaki şekilde $y = f'(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$$f(3) = \frac{1}{2}$$

olduğuna göre, $f(0)$ kaçtır?

$$f'(1) = 0 \Rightarrow 1 - m = 0 \Rightarrow m = 1$$

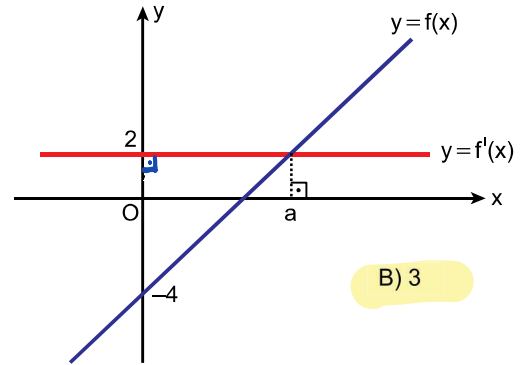
$$f'(x) = x^2 - x$$

$$f(x) = \int (x^2 - x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + c$$

$$f(3) = 9 - \frac{9}{2} + c = \frac{1}{2} \Rightarrow c = -4$$

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 4 \Rightarrow f(0) = -4$$

3. Aşağıda f ve f' fonksiyonlarının grafiği gösterilmiştir.



B) 3

Buna göre, a kaçtır?

$$f'(x) = 2 \text{ ve } f(0) = -4$$

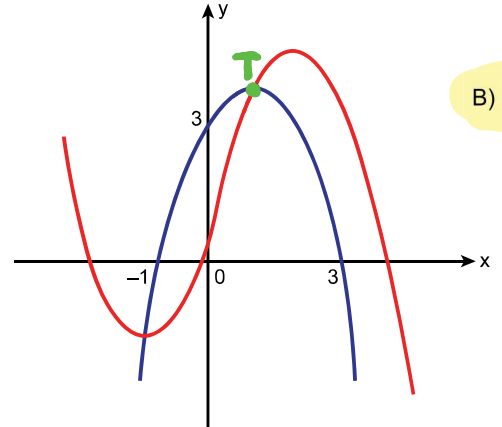
$$f(x) = \int 2 dx = 2x + c$$

$$f(0) = -4 \Rightarrow c = -4$$

$$f(x) = 2x - 4 \Rightarrow f(a) = 2a - 4 = 2$$

$$a = 3$$

4. Şekilde üçüncü dereceden $P(x)$ polinomu ile $P'(x)$ türev polinomunun grafikleri verilmiştir. $P(x)$ polinomunun grafiği parabolün tepe noktasından geçmektedir.



B) $\frac{23}{3}$

Buna göre, $P(2)$ kaçtır?

$$P'(x) = a \cdot (x+1) \cdot (x-3) \quad P'(0) = 3$$

$$P'(0) = a \cdot 1 \cdot (-3) = 3 \Rightarrow a = -1$$

$$P'(x) = -x^2 + 2x + 3 \quad T(1, 4)$$

$$P(x) = \int (-x^2 + 2x + 3) dx = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 3x + c$$

$$P(1) = 4 \Rightarrow -\frac{1}{3} + 1 + 3 + c = 4 \Rightarrow c = \frac{1}{3}$$

$$P(x) = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 3x + \frac{1}{3} \Rightarrow P(2) = -\frac{8}{3} + 4 + 6 + \frac{1}{3}$$

$$P(2) = \frac{23}{3}$$

İntegral

Konu Öğrenme

AYT

PARÇALI FONKSİYONLARIN İNTEGRALİNİ ALMAK

1. Gerçek sayılarda tanımlı türevlenebilir ve integrallenebilir bir f fonksiyonunun türevi,

$$f'(x) = \begin{cases} 2x + k, & x < 1 \\ -1, & x \geq 1 \end{cases}$$

olarak veriliyor.

- C $f(0) = 1$ olduğuna göre, $f(4)$ kaçtır?

A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -

$$\begin{aligned} f'(1^+) &= f'(1^-) \\ -1 &= k + 2 \\ k &= -3 \end{aligned}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x - 3, & x < 1 \\ -1, & x \geq 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \int (2x - 3) dx, & x < 1 \\ \int -dx, & x \geq 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + C_1, & x < 1 \\ -x + C_2, & x \geq 1 \end{cases} \quad f(0) = 1 \Rightarrow C_1 = 1$$

$$\begin{aligned} f \text{ türevli ise sürekli'dir.} \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \\ -1 + C_2 &= 1 - 3 + 1 \Rightarrow C_2 = 0 \\ f(4) &= -4 + 0 = -4 \end{aligned}$$

2. Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı ve sürekli bir f fonksiyonunun türevi,

$$f'(x) = \begin{cases} 5, & x < 0 \\ -2, & x > 0 \end{cases}$$

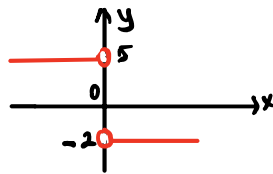
şeklinde tanımlanmıştır.

Buna göre,

- ✓ I. $f(-2) - f(-1) < 0$ dir. $f(-2) = C - 10$, $f(-1) = C - 5$ $f(-2) - f(-1) = -5 < 0$
✓ II. f fonksiyonunun $x = 0$ noktasında yerel maksimumu vardır.

- ✓ III. $\int f'(x) dx = g(x)$ ise $g(1) - g(-2) = 8$ dir.
E ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız II D) II ve III E) I, II ve III

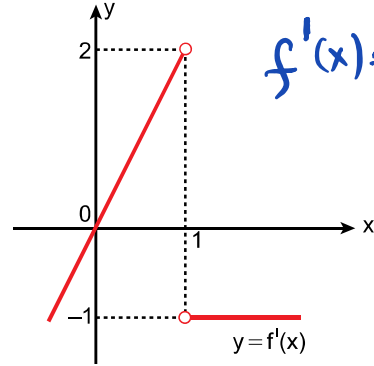


$$f'(x) = \begin{cases} 5, & x < 0 \\ -2, & x > 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 5x + C_1, & x < 0 \\ -2x + C_2, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \Rightarrow C_1 = C_2 = C$$

$$\begin{aligned} f(x) &= \begin{cases} 5x + C, & x < 0 \\ -2x + C, & x \geq 0 \end{cases} \\ f(1) - f(-2) &= (-2 + C) - (-10 + C) = 8 \end{aligned}$$

3. Gerçek sayılar kümesi üzerinde sürekli olan bir f fonksiyonunun türev grafiği aşağıda verilmiştir.



$$f'(x) = \begin{cases} 2x, & x < 1 \\ -1, & x > 1 \end{cases}$$

Buna göre; $f(0)$, $f(1)$ ve $f(2)$ ifadelerinin doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

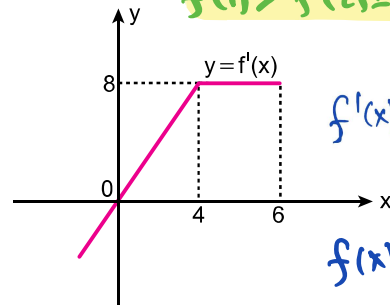
- B A) $f(0) > f(1) > f(2)$ B) $f(1) > f(2) = f(0)$
C) $f(1) = f(2) > f(0)$ D) $f(0) = f(1) > f(2)$
E) $f(1) > f(0) > f(2)$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + C_1, & x < 1 \\ -x + C_2, & x \geq 1 \end{cases}$$

$$\text{Sürekli'dir; } \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \Rightarrow -1 + C_2 = 1 + C_1 \Rightarrow C_2 = C_1 + 2$$

$$\begin{aligned} f(0) &= C_1 \\ f(1) &= 1 + C_1 \\ f(2) &= C_1 \\ f(1) &> f(2) = f(0) \end{aligned}$$

- 4.



$$f'(x) = \begin{cases} 2x, & x < 4 \\ 8, & 4 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \int 2x dx, & x < 4 \\ \int 8 dx, & 4 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

Yukarıda, $y = f'(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

- B Buna göre, $f(6) - f(2)$ farkı kaçtır?

A) 30 B) 28 C) 26 D) 24 E) 22

$$\begin{aligned} f(x) &= \begin{cases} x^2 + C_1, & x < 4 \\ 8x + C_2, & 4 \leq x \leq 6 \end{cases} \\ \text{Sürekli'dir; } 16 + C_1 &= 32 + C_2 \Rightarrow C_2 - C_1 = -16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(6) - f(2) &= (48 + C_2) - (4 + C_1) \\ &= 44 + C_2 - C_1 = 44 - 16 = 28 \end{aligned}$$

DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME

1. $\int (x^3 - x + 1)^3 \cdot (3x^2 - 1) dx$

A) $\frac{(x^3 - x + 1)^4}{4} + c$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

$$x^3 - x + 1 = u \Rightarrow (3x^2 - 1) \cdot dx = du$$

$$\int u^3 \cdot du = \frac{u^4}{4} + c$$

$$= \frac{(x^3 - x + 1)^4}{4} + c //$$

2. $\int \frac{x+2}{\sqrt{x^2+4x}} dx$

D) $\sqrt{x^2+4x} + c$

D integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

$$x^2 + 4x = u \Rightarrow (2x + 4) dx = du$$

$$(x+2) \cdot dx = \frac{du}{2}$$

$$\int \frac{du}{2\sqrt{u}} = \sqrt{u} + c$$

$$= \sqrt{x^2 + 4x} + c //$$

3. $\int \frac{f'\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2} dx$

B) $-f\left(\frac{1}{x}\right) + c$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

$$\frac{1}{x} = u \Rightarrow -\frac{1}{x^2} dx = du$$

$$-\int f'(u) du = -f(u) + c$$

$$= -f\left(\frac{1}{x}\right) + c //$$

4. a ve b birer reel sayı olmak üzere,

$$\int \frac{f'(x)}{f^3(x)} dx = a \cdot f^b(x) + c$$

D) $\frac{3}{2}$

olduğuna göre, a — b farkı kaçtır?

$$f(x) = u \Rightarrow f'(x) dx = du$$

$$\int \frac{du}{u^3} = \int u^{-3} \cdot du = \frac{u^{-2}}{-2} + c = -\frac{1}{2u^2} + c$$

$$= -\frac{1}{2f^2(x)} + c = a \cdot f^b(x) + c \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$b = -2$$

5. $\int f'(x) \cdot g(f(x)) dx$

A) $g(f(x)) + c$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

$$f(x) = u \Rightarrow f'(x) dx = du$$

$$\int g'(u) \cdot du = g(u) + c$$

$$= g(f(x)) + c //$$

6. $\int \frac{dx}{x^2 - 2x + 1}$

B) $\frac{-1}{x-1} + c$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

$$x - 1 = u$$

$$dx = du$$

$$\int \frac{dx}{(x-1)^2} = \int \frac{du}{u^2}$$

$$\int u^{-2} \cdot du = \frac{u^{-1}}{-1} + c = -\frac{1}{u} + c$$

$$= -\frac{1}{x-1} + c //$$

7. $f'(-2x) = g(x)$ olduğuna göre,

$$\int g(-3x) dx$$

A) $\frac{f(6x)}{6} + c$

integralinin f cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

$$\int g(-3x) dx$$

$$-3x = u$$

$$\Rightarrow -3 dx = du$$

$$-\frac{1}{3} \int g(u) du = -\frac{1}{3} \int f'(-2u) du$$

$$-2u = t$$

$$-2 du = dt$$

$$-\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \int f'(t) \cdot dt = \frac{1}{6} f(t) + c$$

$$= \frac{f(6x)}{6} + c$$

8. Gerçek sayılar kümesi üzerinde türevlenebilir bir f fonksiyonunun türevi f' ile gösterilmektedir.

$$\sqrt{x^2 - 1} \cdot f'(x) - x = 0$$

$$f(1) = \sqrt{3}$$

D) $5\sqrt{3}$

olduğuna göre, f(7) kaçtır?

$$f(x) = \int \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} dx$$

$$x^2 - 1 = u \Rightarrow 2x dx = du$$

$$f(x) = \int \frac{1}{2\sqrt{u}} du = \sqrt{u} + c = \sqrt{x^2 - 1} + c$$

$$f(1) = \sqrt{0} + c = \sqrt{3} \Rightarrow c = \sqrt{3}$$

$$f(7) = \sqrt{48} + \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME SONUCUNDA ELDE EDİLEN İNTEGRAL

1. $\int (x^2 - x + 1)^3 \cdot (2x - 1) dx$ E) $\int u^3 \cdot du$

integralinde $x^2 - x + 1 = u$ değişken değiştirmesi yapılıncaya oluşan integral aşağıdakilerden hangisidir?

$$x^2 - x + 1 = u \quad (2x - 1) \cdot dx = du$$

$$\int \underbrace{(x^2 - x + 1)^3}_u \cdot \underbrace{(2x - 1) \cdot dx}_{du}$$

$$\int u^3 \cdot du //$$

2. $\int \frac{dx}{x^2 + \sqrt{x}}$ E) $2 \cdot \int \frac{du}{u^3 + 1}$

integralinde $x = u^2$ değişken değiştirmesi yapılıncaya oluşan integral aşağıdakilerden hangisidir?

$$x = u^2 \Rightarrow dx = 2u \cdot du$$

$$\int \frac{dx}{x^2 + \sqrt{x}} = \int \frac{2u \cdot du}{u^4 + u} = \int \frac{2u \cdot du}{u(u^3 + 1)}$$

$$= 2 \int \frac{du}{u^3 + 1} //$$

3. $\int x \cdot (x - 3)^5 dx$ B) $\int (u^6 + 3u^5) du$

integralinde $x - 3 = u$ değişken değiştirmesi yapılıncaya oluşan integral aşağıdakilerden hangisidir?

$$x - 3 = u \Rightarrow dx = du$$

$$\int x \cdot (x - 3)^5 dx = \int (u + 3) \cdot u^5 \cdot du$$

$$= \int (u^6 + 3u^5) \cdot du //$$

4. $\int x^2 \cdot (x^6 + 1)^{10} dx$ E) $\frac{1}{3} \int (u^2 + 1)^{10} du$

integralinde $x = \sqrt[3]{u}$ dönüşümü yapılıncaya oluşan integral aşağıdakilerden hangisidir?

$$x = \sqrt[3]{u} \Rightarrow dx = \frac{1}{3} \cdot u^{-\frac{2}{3}} du$$

$$dx = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{u^2}} du$$

$$\int x^2 \cdot (x^6 + 1)^{10} dx = \frac{1}{3} \int \sqrt[3]{u^2} \cdot (u^2 + 1)^{10} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{u^2}} du$$

$$= \frac{1}{3} \int (u^2 + 1)^{10} du //$$

5. $\int \frac{\sqrt[4]{x} - x}{\sqrt[3]{x}} dx$ D) $12 \int (t^{10} - t^{19}) dt$

integrali için $x = t^{12}$ dönüşümü yapılıncaya oluşan integral aşağıdakilerden hangisidir?

$$x = t^{12} \Rightarrow dx = 12 \cdot t^{11} \cdot dt$$

$$\int \frac{\sqrt[4]{x} - x}{\sqrt[3]{x}} dx = 12 \int \frac{t^3 - t^{12}}{t^4} \cdot t^{11} \cdot dt$$

$$= 12 \cdot \int (t^{10} - t^{19}) dt //$$

6. $\int (f \circ g^{-1})(x) dx$ B) $\int f(u) \cdot g'(u) du$

integralinde $g^{-1}(x) = u$ dönüşümü yapılıncaya oluşan integral aşağıdakilerden hangisidir?

$$g^{-1}(x) = u \Rightarrow g(u) = x \Rightarrow g'(u) \cdot du = dx$$

$$\int (f \circ g^{-1})(x) dx = \int f(g^{-1}(x)) \cdot dx$$

$$= \int f(u) \cdot g'(u) \cdot du //$$

İNTEGRAL HESABININ TEMEL TEOREMİ

1. $\int_0^1 (2x+1)dx$

E integralinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$\int_0^1 (2x+1)dx = x^2+x \Big|_0^1 = (1+1) - (0+0) = 2$$

2. $a > 0$ olmak üzere,

$$\int_0^a (2x-5)dx = 6$$

E olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

$$\int_0^a (2x-5)dx = x^2-5x \Big|_0^a = 6$$

$$\Rightarrow (a^2-5a)-0=6 \Rightarrow a^2-5a-6=0$$

$$(a-6) \cdot (a+1)=0$$

$$\Rightarrow a=6 \vee a=-1$$

3. $f(x) = x^2 - 2x + 4$ fonksiyonu veriliyor.

C Buna göre, $\int_{-3}^2 f'(x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 12 B) 16 C) 20 D) 24 E) 32

$$f(x) = x^2 - 2x + 4$$

$$\Rightarrow f'(x) = 2x - 2$$

$$\Rightarrow f'(3) = 4$$

$$\int_{-3}^2 f'(x)dx = \int_{-3}^2 4dx$$

$$= 4x \Big|_{-3}^2 = 8 - (-12) = 20$$

4. $m, -1$ 'den farklı gerçel sayı olmak üzere,

$$\int_0^1 (x^m+1)dx = 4$$

B olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{2}{3}$ C) $-\frac{1}{3}$ D) $-\frac{1}{6}$ E) $-\frac{1}{12}$

$$\int_0^1 (x^m+1)dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} + x \Big|_0^1 = 4$$

$$\frac{1}{m+1} + 1 = 4 \Rightarrow \frac{1}{m+1} = 3$$

$$3m+3=1$$

$$3m=-2$$

$$m=-\frac{2}{3}$$

5. $\int_1^4 \sqrt{\frac{5}{x}}dx$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

C integralinin değeri kaçtır?

- A) $5\sqrt{5}$ B) $4\sqrt{5}$ C) $2\sqrt{5}$ D) $\sqrt{5}$ E) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

$$\int_1^4 \sqrt{\frac{5}{x}}dx = \int_1^4 \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{x}}dx = 2\sqrt{5} \cdot \int_1^4 \frac{dx}{2\sqrt{x}}$$

$$2\sqrt{5} \left(\sqrt{x} \Big|_1^4 \right)$$

$$2\sqrt{5} (\sqrt{4}-\sqrt{1})$$

$$= 2\sqrt{5}$$

6. $\int_1^9 \frac{\sqrt{u}-2u^2}{u}du$

B integralinin değeri kaçtır?

- A) -78 B) -76 C) -74 D) -72 E) -70

$$\int_1^9 \frac{\sqrt{u}-2u^2}{u}du = 2 \cdot \int_1^9 \frac{du}{2\sqrt{u}} - 2 \cdot \int_1^9 u du$$

$$2\sqrt{u} \Big|_1^9 - 2 \cdot \frac{u^2}{2} \Big|_1^9 = (2\sqrt{9}-2\sqrt{1}) - (9^2-1^2)$$

$$(6-2) - 80 = -76$$

7. $P(x)$ bir polinom fonksiyondur.

$$P'(x) + \int_{-1}^0 P(x)dx = 4x+6 \text{ ve } P(3) = 40$$

$$P(0) = 2$$

D olduğuna göre, $P(3)$ kaçtır?

- A) 28 B) 32 C) 36 D) 40 E) 42

$$2ax+b + \int_{-1}^0 (ax^2+bx+2)dx = 4x+6$$

$$2ax+b + \left(\frac{ax^3}{3} + \frac{bx^2}{2} + 2x \right) \Big|_{-1}^0 = 4x+6$$

8. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = 2x - \int_0^2 f(x)dx$$

$$2ax+b + \left(0 - \left(-\frac{a}{3} + \frac{b}{2} - 2 \right) \right) = 4x+6$$

$$2ax+b + \frac{a}{3} - \frac{b}{2} + 2 = 4x+6$$

$$a=2 \quad b=\frac{20}{3}$$

C olduğuna göre, $f\left(\frac{5}{3}\right)$ kaçtır?

- A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{5}{3}$ C) 2 D) $\frac{10}{3}$ E) 4

$$\int_0^2 f(x)dx = a \text{ olsun. } f(x) = 2x - a \text{ olur.}$$

$$\int_0^2 f(x)dx = \int_0^2 (2x-a)dx \Rightarrow a = x^2 - ax \Big|_0^2$$

$$a = 4 - 2a$$

$$3a = 4$$

$$a = \frac{4}{3}$$

$$f(x) = 2x - \frac{4}{3} \Rightarrow f\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{10}{3} - \frac{4}{3} = 2$$

BELİRLİ İNTEGRALIN ÖZELLİKLERİ-1

1. $\int_0^1 f(x) dx = 3$

$\int_0^1 g(x) dx = -6$

E) 12

olduğuna göre, $\int_0^1 [2f(x) - g(x)] dx$ integralinin değeri kaçtır?

$$\int_0^1 [2f(x) - g(x)] dx = 2 \cdot \int_0^1 f(x) dx - \int_0^1 g(x) dx$$

$$= 2 \cdot 3 - (-6) = 6 - (-6) = 12$$

2. a gerçel sayı olmak üzere,

$\int_0^1 f(x) dx = 1$

$\int_0^1 x \cdot f(x) dx = a$

$\int_0^1 x^2 f(x) dx = a^2$

C) 0

olduğuna göre, $\int_0^1 (x-a)^2 \cdot f(x) dx$ integralinin eşitliğinden hangisidir?

$$\int_0^1 (x-a)^2 \cdot f(x) dx = \int_0^1 (x^2 - 2ax + a^2) \cdot f(x) dx$$

$$= \int_0^1 x^2 \cdot f(x) dx - 2a \int_0^1 x \cdot f(x) dx + a^2 \int_0^1 f(x) dx$$

$$= a^2 - 2a^2 + a^2 = 0$$

3. $\int_1^4 \frac{3x-1}{x+2} dx = A$

olduğuna göre, $\int_1^4 \frac{x+9}{x+2} dx$ integralinin A türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir? A) 12 - A

$$\int_1^4 \frac{3x-1}{x+2} dx = A$$

$$\int_1^4 \frac{x+9}{x+2} dx = B$$

$$\int_1^4 \frac{4x+8}{x+2} dx = A+B$$

$$4 \cdot \int_1^4 1 dx = 4x \Big|_1^4 = 16-4 = A+B$$

$$B = 12 - A$$

4. $\int_0^2 \frac{x^2}{x+3} dx = M$

E) M + 4

olduğuna göre, $\int_0^2 \frac{9}{x+3} dx$ ifadesinin M türünden eşitliğinden hangisidir? $(x-3) \cdot (x+3)$

$$\int_0^2 \frac{x^2}{x+3} dx = M$$

$$\int_0^2 \frac{9}{x+3} dx = N$$

$$\Rightarrow \int_0^2 (x-3) dx = M-N$$

$$\frac{x^2}{2} - 3x \Big|_0^2 = M-N$$

$$2-6 = M-N$$

$$-4 = M-N$$

$$N = M+4$$

5. $\int_0^1 \left(\frac{\sin x}{x+1} \right)^2 dx = A$

olduğuna göre, $\int_0^1 \left(\frac{\cos x}{x+1} \right)^2 dx$ ifadesinin A türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir? A) $\frac{1}{2} - A$

$$\int_0^1 \frac{\sin^2 x}{(x+1)^2} dx = A$$

$$\int_0^1 \frac{\cos^2 x}{(x+1)^2} dx = B$$

$$A+B = \int_0^1 \frac{dx}{(x+1)^2} = \frac{-1}{x+1} \Big|_0^1 = -\frac{1}{2} - (-1)$$

$$A+B = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow B = \frac{1}{2} - A$$

6. $\int_0^2 f(x) dx = 5$

$\int_0^2 x \cdot f'(x) dx = 1$

olduğuna göre, f(2) kaçtır? B) 3

$$(x \cdot f(x))' = f(x) + f'(x) \cdot x$$

$$\int_0^2 (x \cdot f(x))' dx = 6 = x \cdot f(x) \Big|_0^2 = 6$$

$$2 \cdot f(2) - 0 = 6$$

$$f(2) = 3$$

BELİRLİ İNTEGRALIN ÖZELLİKLERİ-2

1. I. $\int_{-1}^0 (x-2)dx = \int_0^{-1} (2-x)dx$ ✓
 II. $\int_3^3 (x^2+1)dx = 0$ ✓
 III. $\int_1^3 (4x^2-16)dx = 4 \cdot \int_1^3 (x^2-4)dx$ ✓
 IV. $\int_0^1 x \cdot (x-1)dx = \int_0^1 xdx \cdot \int_0^1 (x-1)dx$ ✗

D ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) I ve II B) I ve II C) II ve IV

D) I, II ve III

E) I, II, III ve IV

$$\int_a^b (f(x) \cdot g(x)) dx \neq \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx$$

2. $f(x)$, $[2, 5]$ aralığında sürekli bir fonksiyon olmak üzere,

$$\int_2^5 f(x)dx = 6$$

A olduğuna göre, $\int_5^2 f(x)dx$ kaçtır?

- A) -6 B) -3 C) 0 D) 3 E) 6

$$\int_2^5 f(x)dx = 6 \Rightarrow \int_5^2 f(x)dx = -6$$

3. $\int_1^5 (f(x)-x)dx + \int_5^1 (f(x)-1)dx$

A ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -8 B) -6 C) -4 D) 6 E) 8

$$\begin{aligned} & \int_1^5 (f(x)-x)dx - \int_1^5 (f(x)-1)dx \\ & \int_1^5 (f(x)-x-f(x)+1)dx = \int_1^5 (1-x)dx \\ & = x - \frac{x^2}{2} \Big|_1^5 = (5 - \frac{25}{2}) - (1 - \frac{1}{2}) = 4 - 12 = -8 \end{aligned}$$

4. $\int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}}dx + \int_9^4 \frac{1}{x-\sqrt{x}}dx$

E işleminin sonucu kaçtır?

- A) 9 B) 7 C) 5 D) 3 E) 2

$$\begin{aligned} & \int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}}dx - \int_4^9 \frac{dx}{x-\sqrt{x}} \\ & = \int_4^9 \frac{\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}}dx = \int_4^9 \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x} \cdot (\sqrt{x}-1)}dx \\ & = 2 \int_4^9 \frac{1}{2\sqrt{x}}dx = 2\sqrt{x} \Big|_4^9 = 6-4 = 2 \end{aligned}$$

5. a gerçel sayı olmak üzere,

$$2 \cdot \int_a^a d(x \cdot f(x))$$

C ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -2 B) -a C) 0 D) a E) 2

$$\begin{aligned} & \int_a^a f(x)dx = 0 \text{ olduğundan;} \\ & 2 \cdot \int_a^a d(x \cdot f(x)) = 2 \cdot 0 = 0 \text{ olur.} \end{aligned}$$

6. $\frac{d}{dx} \left[\int_1^3 (x^2+2x-4) \cdot dx \right]$

C ifadesinin sonucu kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

Sabit sayıların türevi sıfırdır.

BELİRLİ İNTEGRALIN ÖZELLİKLERİ-3

1. $\int_1^2 x^2 dx + \int_2^4 x^2 dx$

D integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 24 B) 23 C) 22 D) 21 E) 20

$$\int_1^2 x^2 dx + \int_2^4 x^2 dx = \int_1^4 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_1^4 = \frac{64}{3} - \frac{1}{3} = \frac{63}{3} = 21$$

2. $\int_1^3 f(x) dx = 4$
 $\int_3^6 f(x) dx = 12$

E olduğuna göre, $\int_1^6 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) -16 B) -8 C) 8 D) 12 E) 16

$$\int_1^3 f(x) dx + \int_3^6 f(x) dx = \int_1^6 f(x) dx$$

$$4 + 12 = 16 = \int_1^6 f(x) dx$$

3. $a < b < c$ olmak üzere,

$$\int_a^b f(x) dx = 16$$

$$\int_c^b f(x) dx = 10 \Rightarrow \int_b^c f(x) dx = -10$$

D olduğuna göre, $\int_a^c 2f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 26 B) 24 C) 13 D) 12 E) 6

$$\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx$$

$$16 + (-10) = 6$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \int_a^c f(x) dx = 2 \cdot 6 = 12$$

4. $\int_2^4 f(x) dx = 10 = \int_2^3 f(x) dx + \int_3^4 f(x) dx = A$
 $\int_3^5 f(x) dx = 12 = \int_3^4 f(x) dx + \int_4^5 f(x) dx = B$

olduğuna göre, $\int_2^3 f(x) dx - \int_4^5 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 2 C) 0 D) -2 E) -4

$$A - B = \int_2^3 f(x) dx - \int_4^5 f(x) dx = -2$$

5. $a < b < c < d$ olmak üzere,

$$\int_a^b 2x dx - \int_c^b 2x dx - \int_d^c 2x dx = 6$$

B olduğuna göre, $a^2 - d^2$ farkı kaçtır?

- A) -12 B) -6 C) -3 D) 6 E) 12

$$\int_a^b 2x dx - \int_c^b 2x dx - \int_d^c 2x dx = \int_a^b 2x dx + \int_b^c 2x dx + \int_c^d 2x dx$$

$$= \int_a^d 2x dx = 6 \Rightarrow x^2 \Big|_a^d = 6 \Rightarrow d^2 - a^2 = 6$$

$$\Rightarrow a^2 - d^2 = -6$$

6. $\int_3^2 -f(x) dx = 6$ ve $\int_3^5 2 \cdot f(x) dx = -8$

olduğuna göre, $\int_2^5 [2x + f(x)] dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 26 B) 25 C) 24 D) 23 E) 21

$$\int_2^5 [2x + f(x)] dx = \int_2^3 (2x + f(x)) dx + \int_3^5 (2x + f(x)) dx$$

$$= \int_2^3 2x dx + \int_2^3 f(x) dx + \int_3^5 2x dx + \int_3^5 f(x) dx$$

$$x^2 \Big|_2^3 + 6 + x^2 \Big|_3^5 - 4 = 5 + 6 + 16 - 4 = 23$$

BELİRLİ İNTEGRALDE DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME YÖNTEMİ-1

1. f fonksiyonu gerçel sayılar kümesi üzerinde sürekli olduğuna göre,

I. $\int_2^4 f(x-2)dx \rightarrow \int_0^2 f(u) \cdot du$ $x-2=u \quad dx=du \quad x=2 \Rightarrow u=0 \quad x=4 \Rightarrow u=2$

II. $\int_{-2}^0 f(2-x)dx \rightarrow \int_4^2 f(u) \cdot du$ $2-x=u \quad -dx=du \quad x=-2 \Rightarrow u=4 \quad x=0 \Rightarrow u=2$

III. $\int_0^{\sqrt{2}} 2x \cdot f(x^2)dx \rightarrow \int_0^2 f(u) \cdot du$ $x^2=u \quad 2x dx=du \quad x=0 \Rightarrow u=0 \quad x=\sqrt{2} \Rightarrow u=2$

ifadelerinden hangileri $\int_0^2 f(x)dx$ integraline eşittir?
E) I ve III

2. $\int_0^1 (x^2 - x)^{10} \cdot (2x - 1) dx$

C) 0

integralinin değeri kaçtır?

$x^2 - x = u \quad (2x - 1)dx = du \quad x=0 \Rightarrow u=0 \quad x=1 \Rightarrow u=0$
 $\int_0^0 u^{10} du = 0$

3. $\int_0^1 \sqrt{x^2 + 1} \cdot x dx$

integralinin değeri kaçtır?

D) $\frac{2\sqrt{2}-1}{3}$

$x^2 + 1 = u \quad 2x dx = du \quad x=0 \Rightarrow u=1 \quad x=1 \Rightarrow u=2$

$\frac{1}{2} \int_1^2 \sqrt{u} \cdot du = \frac{1}{2} \cdot \frac{u^{3/2}}{3/2} \Big|_1^2 = \frac{1}{3} (2^{3/2} - 1) = \frac{2\sqrt{2}-1}{3}$

4. $\int_{-1}^4 f(3x+1)dx = A$

B) 3A

olduğuna göre, $\int_{-2}^{13} f(x)dx$ integralinin A türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

$3x+1=u \quad 3dx=du \Rightarrow dx=\frac{du}{3}$
 $x=-1 \Rightarrow u=-2 \quad x=4 \Rightarrow u=13$
 $\frac{1}{3} \int_{-2}^{13} f(u) du = A$
 $\Rightarrow \int_{-2}^{13} f(u) du = 3A$

5. $\int_1^4 \frac{f(\sqrt{x}-2)dx}{\sqrt{x}} = 2$

E) 1

olduğuna göre, $\int_{-1}^0 f(x)dx$ integralinin değeri kaçtır?

$\sqrt{x}-2=u \rightarrow x=1 \Rightarrow u=-1 \rightarrow x=4 \Rightarrow u=0$
 $\frac{1}{2\sqrt{x}} dx = du \quad 2 \int_{-1}^0 f(u) \cdot du = 2$
 $\int_{-1}^0 f(u) \cdot du = 1$

6. $\int_2^4 x \cdot f(x^2 - 1)dx = A$

olduğuna göre,

D) 2A

ifadesinin A türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

$x^2 - 1 = u \rightarrow 2x dx = du \Rightarrow x \cdot dx = \frac{du}{2}$
 $x=2 \Rightarrow u=3 \quad x=4 \Rightarrow u=15$
 $\frac{1}{2} \int_3^{15} f(u) \cdot du = A$
 $\Rightarrow \int_3^{15} f(u) \cdot du = 2A$

7. $\int_m^n f'(x)dx = 4$

$\int_m^n f(x) \cdot f'(x)dx = 12$ $f(x)=u \quad f'(x)dx=du$

olduğuna göre, $f(m) + f(n)$ toplamı kaçtır?

C) 6

$\int_m^n f'(x)dx = f(x) \Big|_m^n = f(n) - f(m) = 4$
 $\int_m^n f(x) \cdot f'(x)dx = \int_m^n u du = \frac{u^2}{2} = \frac{f^2(x)}{2} \Big|_m^n$
 $= \frac{f^2(n) - f^2(m)}{2} = 12$
 $(f(n) - f(m)) \cdot (f(n) + f(m)) = 24$

8. $\int_4^9 x \cdot f(x)dx = 2$

olduğuna göre, $\int_2^3 x^3 \cdot f(x^2)dx$ integralinin değeri kaçtır?

$\int_2^3 x^3 \cdot f(x^2)dx \quad x^2=u \Rightarrow 2x dx=du$
 $x=2 \Rightarrow u=4 \quad x=3 \Rightarrow u=9$
 $\frac{1}{2} \int_4^9 u \cdot f(u) du = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$

BELİRLİ İNTEGRALDE DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME YÖNTEMİ - 2

1. $\int_0^2 f(x) dx = 6$

$\int_2^4 f(x) dx = 12$

D) 9

olduğuna göre, $\int_0^2 f(2x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

$$\int_0^2 f(2x) dx$$

$2x = u \quad 2 dx = du$
 $x=0, u=0 \quad x=2, u=4$

$$\frac{1}{2} \int_0^4 f(u) du = \frac{1}{2} \left[\int_0^2 f(u) du + \int_2^4 f(u) du \right]$$

$\frac{1}{2} (6 + 12) = \frac{18}{2} = 9$

2. $\int_1^6 2f(x) dx = 3 \Rightarrow \int_1^6 f(x) dx = \frac{3}{2}$

$\int_6^2 f(x) dx = -\frac{1}{2} \Rightarrow \int_2^6 f(x) dx = \frac{1}{2}$

E) 1

olduğuna göre, $\int_{-2}^{-1} f(-x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

$$\int_{-2}^{-1} f(-x) dx =$$

$-x = u \quad -dx = du$
 $x = -2, u = 2 \quad x = -1, u = 1$

$$-\int_2^1 f(u) du = \int_1^2 f(u) du$$

$\int_1^2 f(u) du = \frac{3}{2} = A + \frac{1}{2}$
 $A = 1$

3. Her x gerçel sayısı için,

$f(x) = f(x+3)$

eşitliği sağlanmaktadır.

$\int_1^7 f(x) dx = 10 = \int_1^4 f(x) dx + \int_4^7 f(x) dx = 2A$

olduğuna göre, $\int_1^4 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

$A = \int_1^4 f(x) dx = \int_1^4 f(x+3) dx$

$d x = d u$
 $x+3 = u$
 $x=1, u=4 \quad x=4, u=7$

$A = \int_4^7 f(u) du$

B) 5

DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME SONUCUNDA ELDE EDİLEN İNTEGRAL

1. $\int_1^{16} \frac{4\sqrt{x} + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x}} dx$

C) $4 \cdot \int_1^2 \frac{u^2}{u-1} du$

integralinde $u = \sqrt[4]{x}$ dönüşümü yapıldığında oluşan integral aşağıdakilerden hangisidir?

$\sqrt[4]{x} = u \quad x = u^4$
 $dx = 4u^3 du$

$x=1 \Rightarrow u=1 \quad x=16 \Rightarrow u=2$

$4 \cdot du = \frac{4}{\sqrt[4]{x^3}} dx \Rightarrow 4u^3 du = dx$

$\int_1^2 \frac{u+u^2}{u^4-u^2} \cdot 4u^3 du = 4 \cdot \int_1^2 \frac{u(u+1)}{u^2(u^2-1)} \cdot u^3 du = 4 \cdot \int_1^2 \frac{u^2}{u-1} du$

2. $\int_1^4 \frac{x+1}{\sqrt{x}} dx$

A) $2 \cdot \int_1^2 (u^2+1) du$

integralinde $\sqrt{x} = u$ dönüşümü yapıldığında oluşan integral aşağıdakilerden hangisidir?

$x = u^2, \quad \sqrt{x} = u$
 $x=1 \Rightarrow u=1 \quad x=4 \Rightarrow u=2$

$\frac{1}{2\sqrt{x}} dx = du \Rightarrow dx = 2u du$

$\int_1^2 \frac{u^2+1}{u} \cdot 2u du = 2 \cdot \int_1^2 (u^2+1) du$

3. $\int_0^\pi x \cdot f(\sin x) dx$

E) $\int_0^\pi (\pi-t) \cdot f(\sin t) dt$

integralinde, $x = \pi - t$ dönüşümü yapılmış oluşan integral aşağıdakilerden hangisidir?

$x = \pi - t \quad dx = -dt$

$x=0 \quad t=\pi$
 $x=\pi \quad t=0$

$-\int_\pi^0 (\pi-t) \cdot f(\sin(\pi-t)) \cdot dt$

$= \int_0^\pi (\pi-t) \cdot \sin t \cdot dt$

TEK VE ÇİFT FONKSİYONLARIN İNTEGRALLERİ

1. $\int_{-3}^3 (1 + 3x + 5x^3) dx$

$\int_{-a}^a f(x) \cdot dx = 0$
Teh

C integralinin değeri kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 6 D) 4 E) 3

$\int_{-3}^3 dx + 3 \int_{-3}^3 x dx + 5 \int_{-3}^3 x^3 dx$
 $\int_{-3}^3 dx = x \Big|_{-3}^3 = 3 - (-3) = 6$

2. $\int_{-2}^2 \frac{1}{x^3 + x} dx$

E integralinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

$f(x) = \frac{1}{x^3 + x}$ olsun.

$\int_{-a}^a f(x) dx = 0$
Teh

$f(-x) = \frac{1}{-x^3 - x} = -\frac{1}{x^3 + x} = -f(x)$
olduğundan f tek fonksiyon.

3. f(x) çift fonksiyondur.

Buna göre, $\int_{-3}^3 f(x) dx$ integralinin değeri, $\int_3^0 f(x) dx$

A integralinin değerinin kaç katıdır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

f çift $\Rightarrow \int_{-3}^3 f(x) dx = 2 \cdot \int_0^3 f(x) dx$

Bundan; $\frac{\int_{-3}^3 f(x) dx}{\int_3^0 f(x) dx} = \frac{2 \cdot \int_0^3 f(x) dx}{-\int_0^3 f(x) dx} = -2$

4. f gerçel sayılar kümesinde tanımlı bir çift fonksiyondur.

$\int_{-4}^4 f(x) dx = 16$ ve $\int_0^2 f(x) dx = 2$

D olduğuna göre, $\int_2^4 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

f çift fonksiyon ise $\int_{-4}^4 f(x) dx = 2 \cdot \int_0^4 f(x) dx = 16$
 $\int_0^4 f(x) dx = 8$
 $\int_0^4 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx$

$8 = 2 + A$
 $A = 6$ ✓

5. f, [-1, 1] aralığında sürekli bir çift fonksiyon olmak üzere,

$\int_{-1}^0 f(x) dx = 3 \Rightarrow \int_0^1 f(x) dx = 3$

olduğuna göre, $\int_2^3 f(3-x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- D A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

$3-x = u$
 $x=2 \Rightarrow u=1$
 $x=3 \Rightarrow u=0$
 $-dx = du$
 $-\int_1^0 f(u) \cdot du = \int_0^1 f(u) \cdot du = 3$

6. f, grafiği orjine göre simetrik olan bir fonksiyon olmak üzere,

$\int_{-1}^1 [f(x) + 2|f(x)|] dx = 8$

tek fonksiyon.

E olduğuna göre, $\int_{-1}^0 |f(x)| dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 12 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2

$\int_{-1}^1 f(x) dx + 2 \cdot \int_{-1}^1 |f(x)| dx = 8$

$\Rightarrow \int_{-1}^1 |f(x)| dx = 4 = \int_{-1}^0 |f(x)| dx + \int_0^1 |f(x)| dx$
 $2A = 4$
 $A = 2$

7. f bir tek fonksiyon ve p bir gerçel sayıdır.

Buna göre,

$\int_0^{4p} f(x-2p) dx$

C integralinin değeri kaçtır?

- A) -4p B) -2p C) 0 D) 2p E) 4p

$x-2p = u$
 $x=0 \Rightarrow u=-2p$
 $x=4p \Rightarrow u=2p$
 $dx = du$
 $\int_{-2p}^{2p} f(u) du = 0$
Teh.

PARÇALI VE MUTLAK DEĞERLİ FONKSİYONLARIN İNTEGRALİ

1. $f(x) = \begin{cases} 2x & , x < 1 \\ 4 & , x \geq 1 \end{cases}$

(C) 9

olduğuna göre, $\int_{-2}^4 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

$$\int_{-2}^1 2x dx + \int_1^4 4 dx$$

$$x^2 \Big|_{-2}^1 + 4x \Big|_1^4 = (1-4) + (16-4)$$

$$-3 + 12 = 9$$

2. $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & , 0 \leq x < 1 \\ 1 - x^2 & , 1 \leq x < 2 \end{cases}$

(E) -2

olduğuna göre, $\int_0^2 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

$$\int_0^1 (x^2 - 1) dx + \int_1^2 (1 - x^2) dx$$

$$\frac{x^3}{3} - x \Big|_0^1 + x - \frac{x^3}{3} \Big|_1^2 = \frac{1}{3} - 1 + 2 - \frac{8}{3} - 1 + \frac{1}{3}$$

$$-\frac{6}{3} = -2$$

3. $f(x) = \begin{cases} x+1 & , x \leq 0 \\ x & , x > 0 \end{cases}$

(D) 1

olduğuna göre, $\int_0^2 f(x-1) dx$ integralinin değeri kaçtır?

$$x-1=u \quad x=0 \Rightarrow u=-1 \quad dx=du$$

$$x=2 \Rightarrow u=1$$

$$\int_{-1}^1 f(u) du = \int_{-1}^0 (x+1) dx + \int_0^1 x dx$$

$$\frac{x^2}{2} + x \Big|_{-1}^0 + \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$= 1$$

4. $f(x) = \begin{cases} x & , x \leq 2 \\ 2 & , x > 2 \end{cases}$

olduğuna göre, $\int_1^2 x \cdot f(x^2) dx$ integralinin değeri kaçtır?

$$x^2 = u \rightarrow 2x dx = du \quad x=1 \Rightarrow u=1$$

$$x=2 \Rightarrow u=4$$

$$\frac{1}{2} \cdot \int_1^4 f(u) du = \frac{1}{2} \left[\int_1^2 x dx + \int_2^4 2 dx \right]$$

$$\frac{1}{2} \left[\frac{x^2}{2} \Big|_1^2 + 2x \Big|_2^4 \right] = \frac{1}{2} \left[2 - \frac{1}{2} + 8 - 4 \right]$$

$$= \frac{11}{4}$$

5. $\int_0^4 |x-2| dx$

(C) 4

C integralinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

$$\int_0^2 (2-x) dx + \int_2^4 (x-2) dx$$

$$2x - \frac{x^2}{2} \Big|_0^2 + \frac{x^2}{2} - 2x \Big|_2^4$$

$$2 + (8-8) - (2-4) = 2+2 = 4$$

6. $\int_{-1}^1 x \cdot |x| dx$

(C) 0

integralinin değeri kaçtır?

$$\int_{-1}^0 -x^2 dx + \int_0^1 x^2 dx$$

$$-\frac{x^3}{3} \Big|_{-1}^0 + \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 0$$

7. $\int_{-2}^1 \frac{|3x|}{x} dx$

(C) -3

integralinin değeri kaçtır?

$$\int_{-2}^0 \frac{-3x}{x} dx + \int_0^1 \frac{3x}{x} dx$$

$$= \int_{-2}^0 -3 dx + \int_0^1 3 dx = -3x \Big|_{-2}^0 + 3x \Big|_0^1$$

$$-6 + 3 = -3$$

8. $\int_0^2 |x^2 + 2x - 3| dx$

(E) 4

integralinin değeri kaçtır?

$$\int_0^1 (-x^2 - 2x + 3) dx + \int_1^2 (x^2 + 2x - 3) dx$$

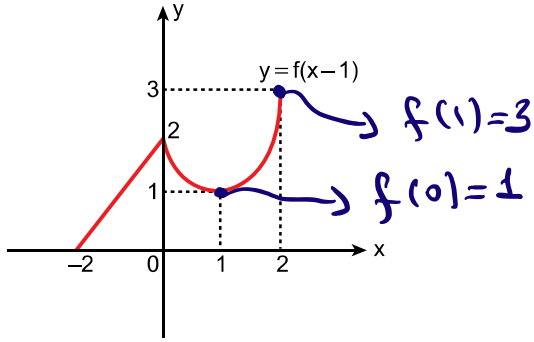
$$-\frac{x^3}{3} - x^2 + 3x \Big|_0^1 + \frac{x^3}{3} + x^2 - 3x \Big|_1^2$$

$$(-\frac{1}{3} - 1 + 3) + (\frac{8}{3} + 4 - 6) - (\frac{1}{3} + 1 - 3)$$

$$\frac{5}{3} + \frac{8}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

BELİRLİ İNTEGRALDE GRAFİK YORUMU

1.



Yukarıda grafiği verilen $y = f(x - 1)$ fonksiyonu için,

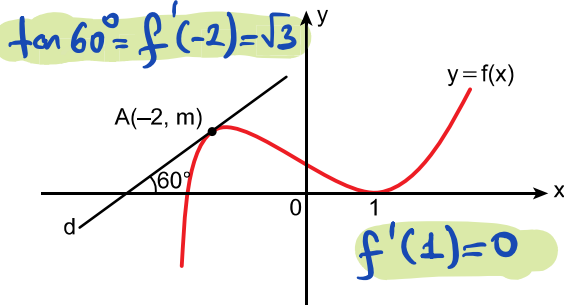
$$\int_0^1 f'(x) dx$$

B integralinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$\int_0^1 f'(x) dx = f(x) \Big|_0^1 = f(1) - f(0) = 3 - 1 = 2$$

2.



d doğrusu $y = f(x)$ eğrisine $A(-2, m)$ noktasında teğettir.

Buna göre,

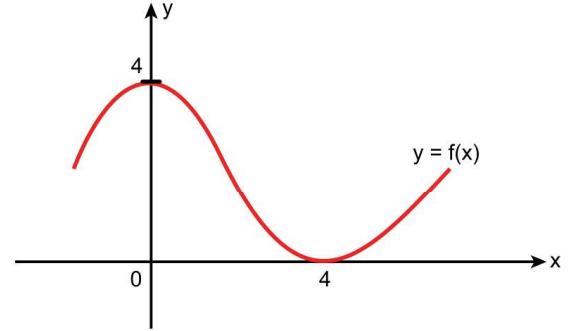
$$\int_{-2}^1 f''(x) dx$$

B integralinin değeri kaçtır?

- A) $-2\sqrt{3}$ B) $-\sqrt{3}$ C) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ D) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ E) $\sqrt{3}$

$$\int_{-2}^1 f''(x) dx = f'(x) \Big|_{-2}^1 = f'(1) - f'(-2) = 0 - \sqrt{3} = -\sqrt{3}$$

3. Aşağıda, f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



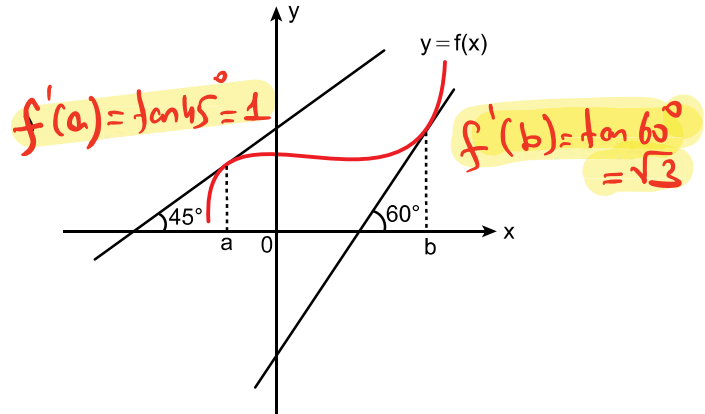
C Buna göre, $\int_0^4 f(x) \cdot f'(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) -12 B) -10 C) -8 D) -6 E) -4

$$f(x) = u \Rightarrow f'(x) dx = du$$

$$\begin{aligned} x=0, f(0)=4 &\Rightarrow \int_4^0 u \cdot du = \frac{u^2}{2} \Big|_4^0 \\ x=4, f(4)=0 &\Rightarrow 0 - 8 = -8 \end{aligned}$$

4.



$y = f(x)$ eğrisine $x = a$ ve $x = b$ apsisli noktalarda teğet olan doğruların eğim açıları ölçüleri sırasıyla 45° ve 60° dir.

Buna göre,

$$\int_a^b f'(x) \cdot f''(x) dx$$

A integralinin değeri kaçtır?

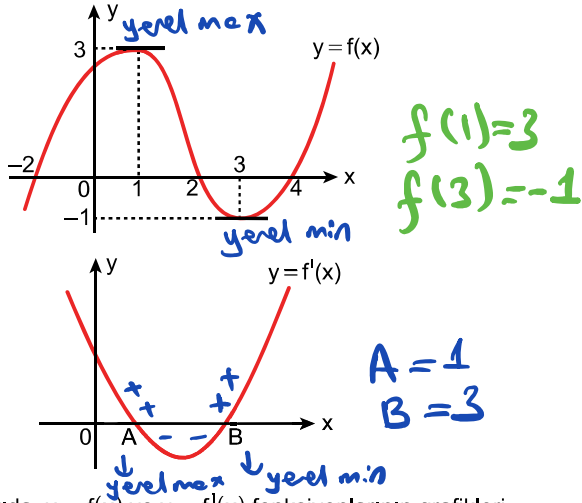
- A) 1 B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ E) $1 + \sqrt{3}$

$$\begin{aligned} x=a &\Rightarrow f'(a)=1 \\ x=b &\Rightarrow f'(b)=\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\int_1^{\sqrt{3}} u du = \frac{u^2}{2} \Big|_1^{\sqrt{3}} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$$

BELİRLİ İNTEGRALDE GRAFİK YORUMU

5.



Yukarıda, $y = f(x)$ ve $y = f'(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

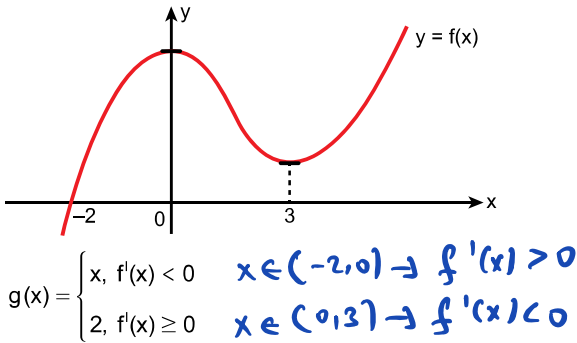
$$\int_A^B f'(x) dx$$

C integralinin değeri kaçtır?

- A) -8 B) -6 C) -4 D) -3 E) -2

$$\int_1^3 f'(x) dx = f(x) \Big|_1^3 = f(3) - f(1) = -1 - 3 = -4$$

6. Aşağıda, f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

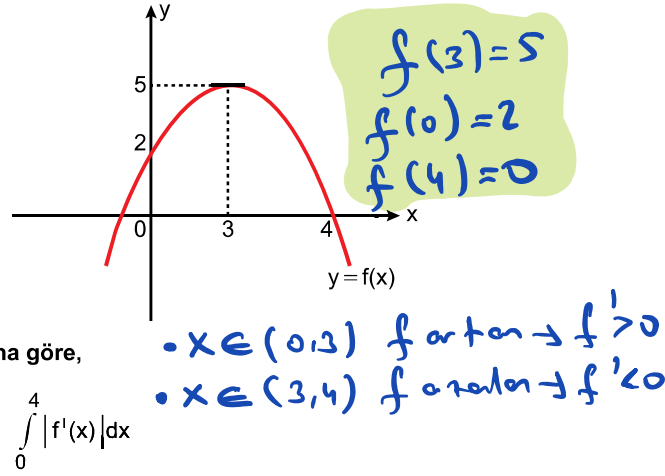


A olduğuna göre, $\int_{-2}^3 g(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{17}{2}$ B) $\frac{21}{2}$ C) $\frac{33}{2}$ D) $\frac{45}{2}$ E) $\frac{51}{2}$

$$\int_{-2}^0 2 dx + \int_0^3 x dx = 2x \Big|_{-2}^0 + \frac{x^2}{2} \Big|_0^3 = 4 + \frac{9}{2} = \frac{17}{2}$$

7. Aşağıda $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

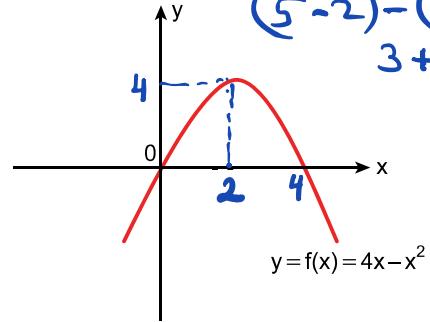
$$\int_0^4 |f'(x)| dx$$

C integralinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

$$\int_0^3 f'(x) dx + \int_3^4 -f'(x) dx = f(x) \Big|_0^3 - f(x) \Big|_3^4 = (f(3) - f(0)) - (f(4) - f(3)) = (5 - 2) - (0 - 5) = 3 + 5 = 8$$

8.



Yukarıda, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$$\int_{-1}^3 x \cdot \frac{|2f(x)|}{f(x)} dx$$

E integralinin değeri kaçtır?

- A) 20 B) 18 C) 16 D) 12 E) 10

$$\int_{-1}^0 -2x dx + \int_0^3 2x dx = -x^2 \Big|_{-1}^0 + x^2 \Big|_0^3 = 1 + 9 = 10$$

BELİRLİ İNTEGRAL KARMA

1. $\int_1^5 d(x^2 + 5x)$

E) 44

integralinin değeri kaçtır?

$$\int_1^5 (2x+5) dx = x^2 + 5x \Big|_1^5 = (25+25) - (1+5) = 50-6 = 44$$

2. $m > 0$ ve $n > -1$ olmak üzere,

$$\int_0^1 x^m dx \cdot \int_0^1 x^n dx = \int_0^1 x^{m+n} dx$$

C) 0

olduğuna göre, n kaçtır?

$$\frac{x^{m+1}}{m+1} \Big|_0^1 \cdot \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big|_0^1 = \frac{x^{m+n+1}}{m+n+1} \Big|_0^1$$

$$\frac{1}{m+1} \cdot \frac{1}{n+1} = \frac{1}{m+n+1}$$

$$m+n+1 = m+n+1$$

3. $\int_4^9 \frac{1-\sqrt{u}}{\sqrt{u}} du$

integralinin değeri kaçtır?

D) -3

$$2 \cdot \int_4^9 \frac{1}{2\sqrt{u}} du - \int_4^9 \frac{1}{\sqrt{u}} du$$

$$2 \cdot \sqrt{u} \Big|_4^9 - u \Big|_4^9 = 2(\sqrt{9}-\sqrt{4}) - (9-4) = 2(3-2) - 5 = 2-5 = -3$$

4. $\int_{-1}^0 (2x+3) \cdot (x^2+3x+2)^3 dx$

D) 4

integralinin değeri kaçtır?

$$x^2+3x+2 = u \quad (2x+3) dx = du$$

$$x=-1 \quad u=0$$

$$x=0 \quad u=2$$

$$\int_0^2 u^3 du = \frac{u^4}{4} \Big|_0^2 = \frac{16}{4} - 0 = 4$$

5. $\sqrt{\int_0^1 x^2 dx} = \int_0^m \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$

C) $\frac{1}{3}$

olduğuna göre, m kaçtır?

$$\sqrt{\frac{x^3}{3} \Big|_0^1} = \sqrt{x} \Big|_0^m$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{m} \Rightarrow m = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

6. $\int_1^8 f(\sqrt[3]{x}) dx = 12$

B) 4

olduğuna göre, $\int_1^2 x^2 \cdot f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

$$\int_1^8 f(\sqrt[3]{x}) dx = 12$$

$$x = u^3 \quad dx = 3u^2 du$$

$$\int_1^8 f(u) \cdot 3u^2 du = 12$$

$$\int_1^2 f(u) \cdot u^2 du = 4$$

7. Türevlenebilir ve integrallenebilir f ve g fonksiyonlarında,

$$g(x) = f'(2x)$$

$$f(4) = 3$$

eşitlikleri sağlanıyor.

$$\int_1^3 g(2x) dx = 5$$

olduğuna göre, f(12) kaçtır?

$$\int_1^3 g(2x) dx = 5$$

$$2x = u, 2 dx = du$$

$$\int_2^6 g(u) \frac{du}{2} = 5 \Rightarrow \int_2^6 g(u) du = 10$$

$$\int_2^6 f'(u) du = 10$$

$$\frac{1}{2} \int_4^{12} f'(t) dt = 10$$

$$\frac{1}{2} (f(12) - f(4)) = 10$$

$$f(12) - 3 = 20$$

$$f(12) = 23$$

8. $\int_0^4 f(x) dx = A$ olmak üzere,

$$g'(x) = f(2x) + 2x$$

olduğuna göre, g(2) - g(0) farkı aşağıdakilerden hangisidir?

$$g'(x) = f(2x) + 2x$$

$$\int_0^2 g'(x) dx = \int_0^2 f(2x) dx + \int_0^2 2x dx$$

$$g(2) - g(0) = \frac{1}{2} A + 4$$

BELİRLİ İNTEGRAL KARMA

9. $f(2x) = \begin{cases} x+1 & , \quad x < 0 \\ 1-x & , \quad x \geq 0 \end{cases}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$$\int_{-2}^2 f(x) dx$$

B) 2

integralinin değeri kaçtır?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} + 1, & x < 0 \\ 1 - \frac{x}{2}, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$\int_{-2}^0 \left(\frac{x}{2} + 1\right) dx + \int_0^2 \left(1 - \frac{x}{2}\right) dx$$

$$\left[\frac{x^2}{4} + x\right]_{-2}^0 + \left[x - \frac{x^2}{4}\right]_0^2$$

$$-(4-2) + (2-1) = 1+1 = 2$$

10. $\int_1^3 \sqrt{x^2 - 4x + 4} dx$

A) 1

integralinin değeri kaçtır?

$$\int_1^3 |x-2| dx = \int_1^2 (2-x) dx + \int_2^3 (x-2) dx$$

$$\left[2x - \frac{x^2}{2}\right]_1^2 + \left[\frac{x^2}{2} - 2x\right]_2^3$$

$$= (4-2) - (2-\frac{1}{2}) + (\frac{9}{2}-6) - (2-4)$$

$$2 - \frac{3}{2} - \frac{3}{2} + 2 = 4-3 = 1$$

11. Gerçek sayılar kümesi üzerinde sürekli olan f fonksiyonunun pozitif değer aldığı en geniş aralık $(2, \infty)$ ve

$$\int_1^4 |f(x)| dx = \int_2^4 (x + f(x)) dx$$

$x \in (2, \infty)$
için $f(x) > 0$

olduğuna göre, $\int_1^2 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

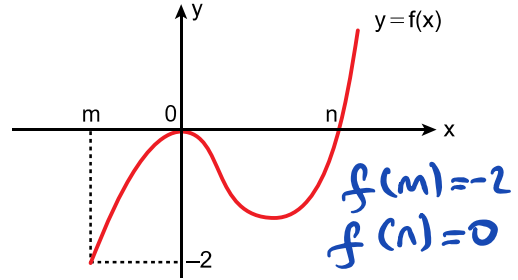
C) -6

$$\int_1^2 -f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx = \int_2^4 x dx + \int_2^4 f(x) dx$$

$$-\int_1^2 f(x) dx = \frac{x^2}{2} \Big|_2^4 = 8-2$$

$$-\int_1^2 f(x) dx = 6 \Rightarrow \int_1^2 f(x) dx = -6$$

12.



Gerçek sayılarda tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği yukarıda verilmiştir.

B) $\frac{8}{3}$

Buna göre, $\int_m^n f^2(x) \cdot f'(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

$$f(x) = u \quad f'(x) dx = du$$

$$\int u^2 \cdot du = \frac{u^3}{3} = \frac{f^3(x)}{3} \Big|_m^n$$

$$\frac{f^3(n) - f^3(m)}{3} = \frac{0 - (-8)}{3} = \frac{8}{3}$$

13. Bir $P(x)$ polinomunun x ile bölümünden kalan 2 ve katsayılarının toplamı -1 dir.

$$P'(x) = Q(x)$$

A) -3

olduğuna göre, $\int_0^1 Q(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

$$P(0) = 2 \quad P(1) = -1$$

$$\int_0^1 Q(x) dx = \int_0^1 P'(x) dx = P(1) - P(0)$$

$$= -1 - 2 = -3$$

14. a gerçel sayı olmak üzere,

$$f(2a - x) = -f(x)$$

olduğuna göre, $\int_0^a f(x) dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\int_{2a}^a f(x) dx$

$$\int_0^a f(x) dx = - \int_0^a f(2a-x) dx$$

$$2a-x = u \Rightarrow -dx = du$$

$$x=0, u=2a \text{ ve } x=a, u=a$$

$$- \int_{2a}^a f(u) du = \int_a^{2a} f(u) du$$

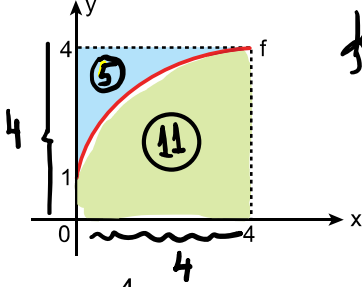
12. B

13. A

14. A

İNTEGRALDE ALAN HESABI-1

1. Aşağıda verilen f fonksiyonunun grafiğinde boyalı alan 5 birimkaredir.



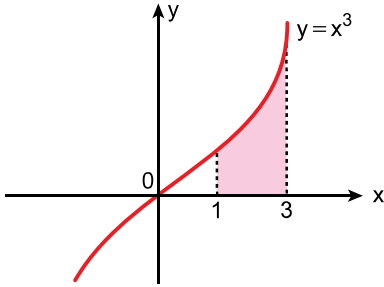
Karenin alanı
 $4 \cdot 4 = 16 \text{ br}^2$

Buna göre, $\int_0^4 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- D A) 16 B) 14 C) 12 D) 11 E) 7

$$\int_0^4 f(x) dx = 11$$

2. Şekilde, $y = x^3$ eğrisi verilmiştir.

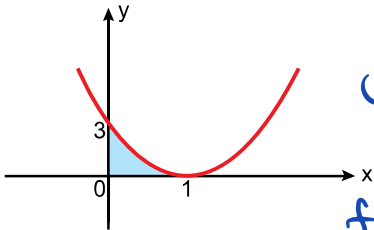


Buna göre, şekildeki boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- B A) $\frac{26}{3}$ B) 20 C) $\frac{81}{4}$ D) 23 E) 26

$$\int_1^3 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_1^3 = \frac{81}{4} - \frac{1}{4} = \frac{80}{4} = 20$$

3. Aşağıda, $y = f(x)$ parabolü verilmiştir.



$$y = a \cdot (x-1)^2$$

(0,3)

$$3 = a$$

$$f(x) = 3 \cdot (x-1)^2$$

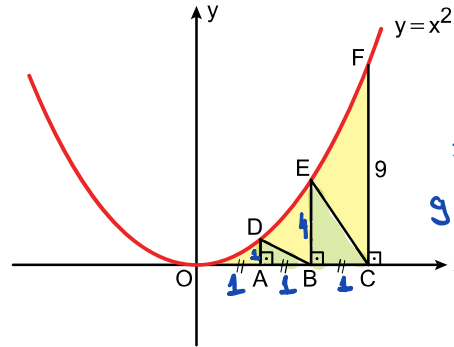
Buna göre, boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

$$3 \cdot \int_0^2 (x^2 - 2x + 1) dx = 3 \left(\frac{x^3}{3} - x^2 + x \right) \Big|_0^2$$

$$3 \cdot \left(\frac{1}{3} - 1 + 1 \right) = 1$$

4. Şekilde, $y = x^2$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$\int_0^3 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^3 = 9$$

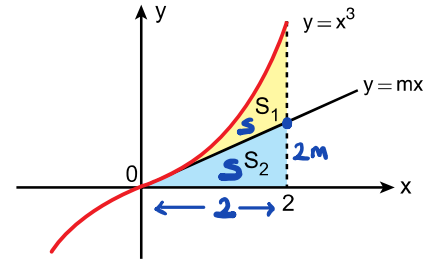
$$9 - \left(\frac{1}{2} + 2 \right) = 6.5$$

DAB ve EBC dik üçgenler, $|OA| = |AB| = |BC|$ ve $|FC| = 9 \text{ br}$

B olduğuna göre, boyalı alanlar toplamı kaç birimkaredir?

- A) 7 B) 6,5 C) 6 D) 5,5 E) 5

5. Aşağıda, $f(x) = x^3$ fonksiyonu ile $y = mx$ doğrusunun grafiği verilmiştir.



Şekilde verilen S_1 ve S_2 alanları birbirine eşit olduğuna göre, m kaçtır?

- A A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

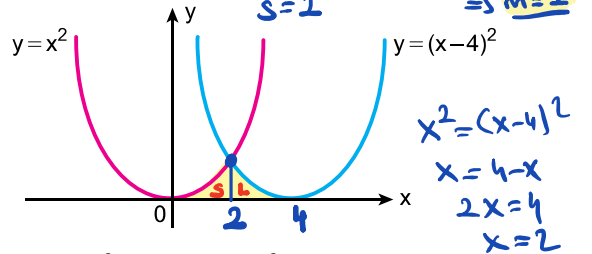
$$2S = \int_0^2 x^3 dx \Rightarrow 2S = \frac{x^4}{4} \Big|_0^2 = 4$$

$$S = 2$$

$$\frac{2m \cdot 2}{2} = S = 2$$

$$4m = 4 \Rightarrow m = 1$$

- 6.



Şekilde, $y = x^2$ ve $y = (x-4)^2$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre, boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) $\frac{64}{3}$ B) $\frac{56}{3}$ C) 16 D) $\frac{32}{3}$ E) $\frac{16}{3}$

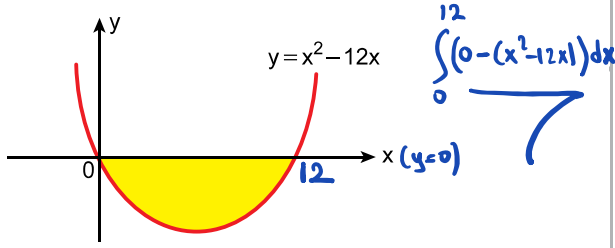
$$S = \int_2^4 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_2^4 = \frac{8}{3}$$

$$L = \int_2^4 (x-4)^2 dx = \frac{(x-4)^3}{3} \Big|_2^4 = 0 - \left(\frac{-8}{3} \right) = \frac{8}{3}$$

$$S + L = \frac{8}{3} + \frac{8}{3} = \frac{16}{3}$$

İNTEGRALDE ALAN HESABI-2

1.

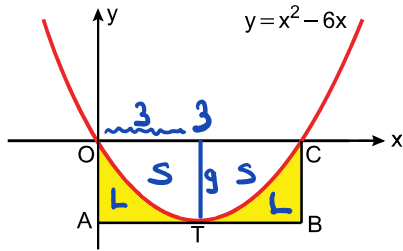


A Şekilde verilen boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 288 B) 276 C) 264 D) 180 E) 144

$$\int_0^{12} (12x - x^2) dx = 6x^2 - \frac{x^3}{3} \Big|_0^{12} = 6 \cdot 144 - \frac{12 \cdot 144}{3} = 6 \cdot 144 - 4 \cdot 144 = 2 \cdot 144 = 288$$

2. Aşağıda, $y = x^2 - 6x$ parabolünün grafiği verilmiştir. T, parabolün tepe noktası ve ABCO bir dikdörtgendir.



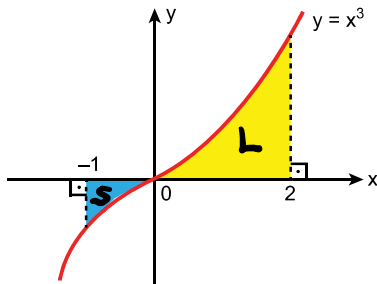
D Buna göre, boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 24 B) 22 C) 20 D) 18 E) 12

$$S = - \int_0^3 (x^2 - 6x) dx = \int_0^3 (6x - x^2) dx = 3x^2 - \frac{x^3}{3} \Big|_0^3 = 27 - 9 = 18$$

$S + L = 9 \cdot 3 = 27 \Rightarrow L = 9$
 $2L = 18$

3. Aşağıda, $y = x^3$ eğrisi verilmiştir.



Buna göre, boyalı bölgelerin alanları farkının pozitif değeri kaç birimkaredir?

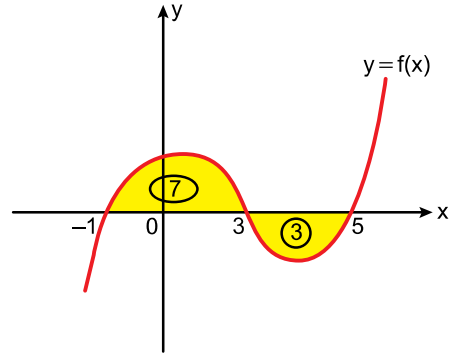
- A) $\frac{9}{2}$ B) $\frac{17}{4}$ C) 4 D) $\frac{15}{4}$ E) 3

$$S = - \int_{-1}^0 x^3 dx = - \frac{x^4}{4} \Big|_{-1}^0 = \frac{1}{4}$$

$$L = \int_0^2 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_0^2 = 4$$

$|\frac{1}{4} - 4| = \frac{15}{4}$

4.



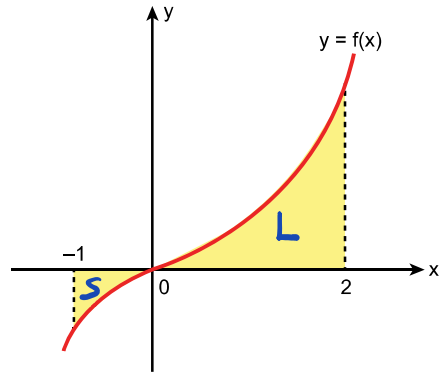
Şekilde $f(x)$ fonksiyonunun grafiği ve kapalı bölgelerin alanları birimkare türünden verilmiştir.

C Buna göre, $\int_{-1}^5 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 10

$$\int_{-1}^5 f(x) dx = \int_{-1}^3 f(x) dx + \int_3^5 f(x) dx = 7 - 3 = 4$$

5. Aşağıda, f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$a = \int_{-1}^2 f(x) dx \Rightarrow a = L - S$$

$$b = \int_{-1}^0 f(x) dx \Rightarrow b = -S$$

olduğuna göre, boyalı bölgelerin alanları toplamının a ve b cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) a + b B) a - b C) a + 2b

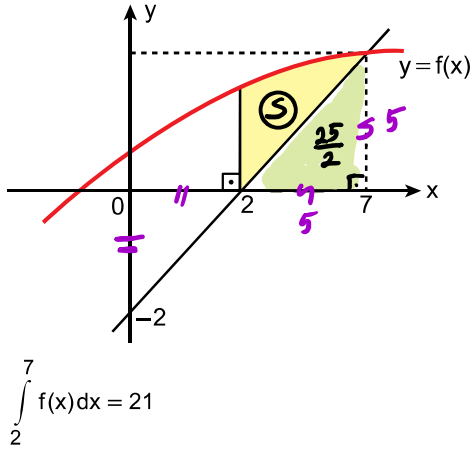
D) 2a - b

E) a - 2b

$$\left. \begin{array}{l} a = L - S \\ -2b = 2S \end{array} \right\} \Rightarrow a - 2b = S + L$$

İNTEGRALDE ALAN HESABI-3

1.



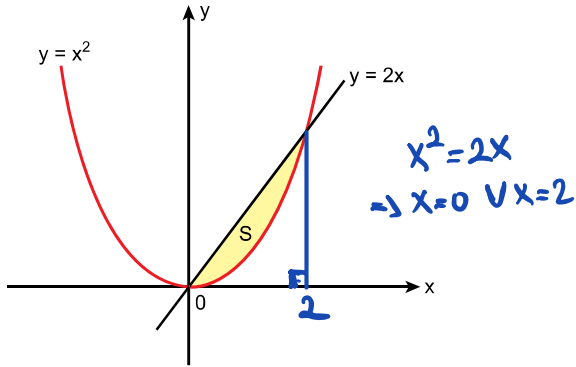
c olduğuna göre, boyalı alan kaç birimkaredir?

- A) $\frac{21}{2}$ B) $\frac{19}{2}$ C) $\frac{17}{2}$ D) $\frac{15}{2}$ E) $\frac{13}{2}$

$$21 = \int_2^7 f(x) dx = S + \frac{25}{2}$$

$$S = 21 - \frac{25}{2} = \frac{17}{2}$$

2.



Yukarıda $y = x^2$ parabolü ile $y = 2x$ doğrusu arasındaki boyalı S alanı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\int_0^2 (2x - x^2) dx$ B) $\int_0^2 (x^2 - 2x) dx$ C) $\int_0^2 x^2 dx$
D) $\int_0^2 2x dx$ E) $\int_0^1 (2x - x^2) dx$

$$S = \int_0^2 (2x - x^2) dx \checkmark$$

3.

$$f(x) = x^2 + x + 1$$

fonksiyonu ile $y = 2x + 7$ doğrusu arasında kalan sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 21 B) $\frac{125}{6}$ C) $\frac{62}{3}$ D) $\frac{41}{2}$ E) $\frac{61}{3}$

$$x^2 + x + 1 = 2x + 7$$

$$x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow (x-3) \cdot (x+2) = 0$$

$$\Rightarrow x = -2 \vee x = 3$$

$$\int_{-2}^3 [(2x+7) - (x^2+x+1)] dx = \int_{-2}^3 (-x^2+x+6) dx$$

$$-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 6x \Big|_{-2}^3 = \left(9 + \frac{9}{2} + 18\right) - \left(-\frac{8}{3} - 10 - 12\right)$$

$$\frac{9}{2} - \frac{8}{3} + 19 = \frac{125}{6}$$

4.

$$f(x) = x^2 - x$$

fonksiyonu ile $y = 6$ doğrusu arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 21 B) $\frac{125}{6}$ C) $\frac{62}{3}$ D) $\frac{41}{2}$ E) $\frac{61}{3}$

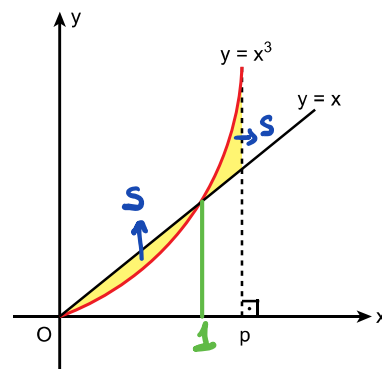
$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x-3) \cdot (x+2) = 0 \Rightarrow x = -2 \vee x = 3$$

$$\int_{-2}^3 (6 - x^2 + x) dx = \frac{125}{6}$$

5.

Şekilde, $y = x^3$ ve $y = x$ eğrileri çizilmiştir.



Boyalı bölgelerin alanları birbirine eşit olduğuna göre, p gerçel sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) $2\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{3}$

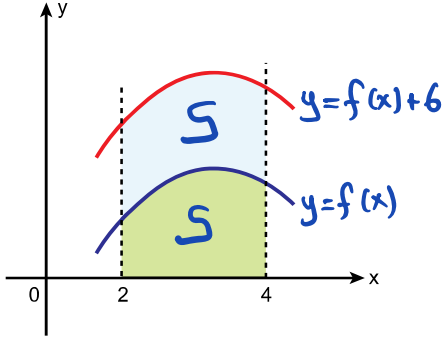
$$\int_0^p (x - x^3) dx = \int_0^p (x^3 - x) dx \Rightarrow \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} \Big|_0^p = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} \Big|_0^p$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \left(\frac{p^4}{4} - \frac{p^2}{2}\right) - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right) \Rightarrow \frac{p^4}{4} = \frac{p^2}{2}$$

$$p^2 = 2 \Rightarrow p = \sqrt{2}$$

İNTEGRALDE ALAN HESABI-3

6. Reel sayılarda tanımlı $y = f(x)$ ve $y = f(x) + 6$ fonksiyonlarının grafiklerinin bir kısmı aşağıda verilmiştir.



Şekildeki mavi ve yeşile boyalı bölgelerin alanları eşit olduğuna göre,

$$\int_2^4 f(x) dx$$

$$\int_2^4 6 dx = 6x \Big|_2^4 = 12$$

7. integralinin değeri kaçtır?

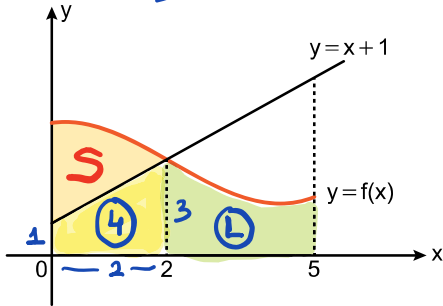
- A) 6 B) 9 C) 12 D) 18 E) 24

$$S = \int_2^4 f(x) dx \quad 2S = \int_2^4 f(x) dx + \int_2^4 6 dx$$

$$2 \cdot S = \int_2^4 f(x) dx + 12$$

$$\Rightarrow 2S - 12 = S \Rightarrow S = 12$$

7.



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun ve $y = x + 1$ doğrusunun grafiği verilmiştir.

$$\int_2^7 f(x-2) dx = 18 \text{ ve } \int_0^3 f(x+2) dx = 8$$

8. olduğuna göre, boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$$\int_2^7 f(x-2) dx = 18 \quad \int_0^3 f(x+2) dx = 8$$

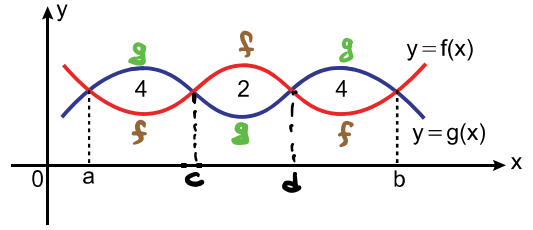
$$4 + S + L = 18$$

$$S + L = 14$$

$$L = 8$$

$$\Rightarrow S = 6$$

8.



Şekilde kapalı bölgelerin alanları birimkare türünden içlerine yazılmıştır.

Buna göre, $\int_a^b (f(x) - g(x)) dx$ integralinin değeri kaçtır?

B

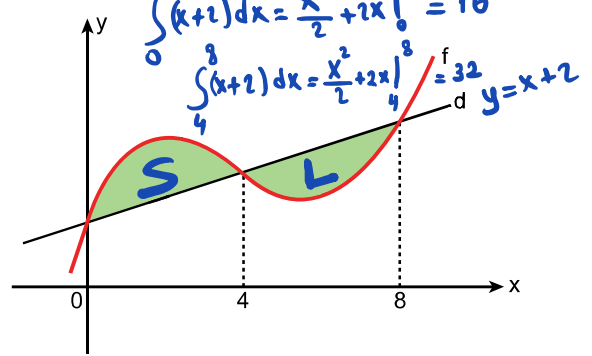
- A) -8 B) -6 C) -4 D) 4 E) 6

$$\int_a^b (f(x) - g(x)) dx = \int_a^c (f(x) - g(x)) dx + \int_c^d (f(x) - g(x)) dx + \int_d^b (f(x) - g(x)) dx$$

$$(-4) + 2 + (-4) = -6$$

9.

Aşağıda, f fonksiyonunun ve d doğrusunun grafiği gösterilmiştir.



d doğrusunun denklemi, $y = x + 2$ ve

$$\int_0^4 f(x) dx = 20$$

$$\int_3^7 f(x+1) dx = 27$$

$$\int_3^7 f(x+1) dx = 27 \Rightarrow \int_4^8 f(u) du = 27$$

olduğuna göre, boyalı bölgelerin alanları toplamı kaç birimkaredir?

E

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

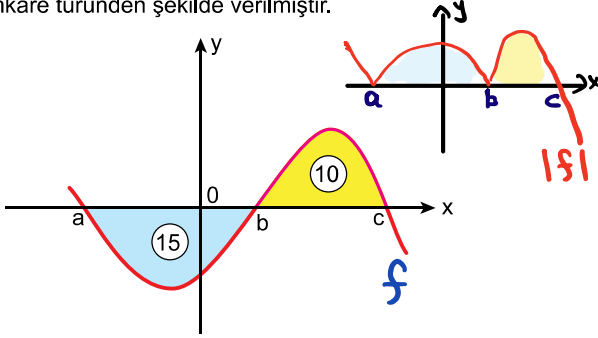
$$S = \int_0^4 f(x) dx - \int_0^4 (x+2) dx = 20 - 16 = 4$$

$$L = \int_4^8 (x+2) dx - \int_4^8 f(x) dx = 32 - 27 = 5$$

$$S + L = 9$$

MUTLAK DEĞERLİ FONKSİYONLARIN ALANA ETKİSİ

1. $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği ve boyalı bölgelerin alanları birimkare türünden şekilde verilmiştir.



Buna göre, $\int_a^c (|f(x)| + f(x)) dx$ integralinin değeri kaçtır?

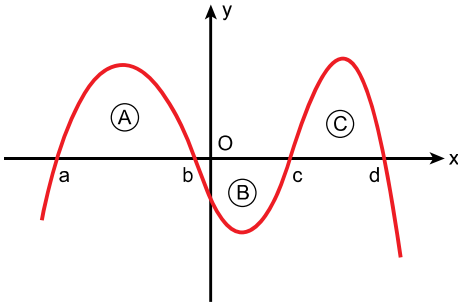
- A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 50

$$\int_a^c |f(x)| dx + \int_a^c f(x) dx$$

$$25 + (10 - 15)$$

$$25 - 5 = 20$$

2. Aşağıda, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



A, B ve C bulundukları bölgelerin alanlarını göstermektedir.

$$\int_a^d f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx + \int_c^d f(x) dx$$

olduğuna göre; A, B ve C arasındaki ilişki aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $A = C = 2B$ B) $2A = C = 2B$ C) $A - B = C$
D) $A - B + C = 0$ E) $3B = A = C$

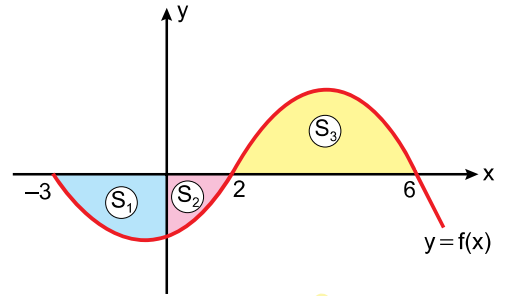
$$\int_a^d f(x) dx = A + C - B \quad \int_a^d |f(x)| dx = B + C \quad \int_a^d |f(x)| dx = A + B$$

$$A + C - B = B + C = A + B$$

$$A = 2B \quad A = C$$

$$A = C = 2B$$

3. Aşağıda, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$\int_{-3}^6 |f(x)| dx = A \Rightarrow S_2 + S_3 = A$$

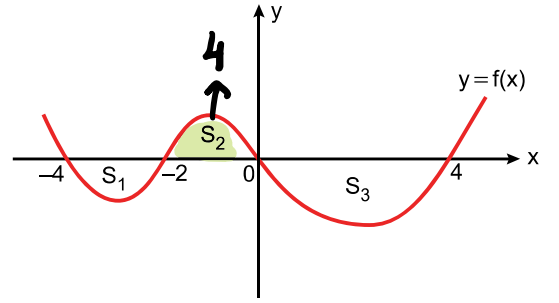
$$\int_{-3}^6 f(x) dx = B \Rightarrow S_3 - S_1 - S_2 = B$$

olmak üzere, $2S_3 - S_1$ ifadesinin A ve B türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $A + 2B$ B) $A + B$ C) $2A + B$
D) $2A - B$ E) $A - 2B$

$$2S_3 - S_1 = A + B$$

4. Aşağıda, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$S_2 = 4br^2$$

$$\int_{-4}^4 f(|x|) dx = \int_{-4}^4 f(-x) dx = \int_{-4}^4 f(x) dx$$

olduğuna göre, $S_1 - S_3$ farkı kaç birimkaredir?

- A) 8 B) 6 C) 4 D) 2 E) 0

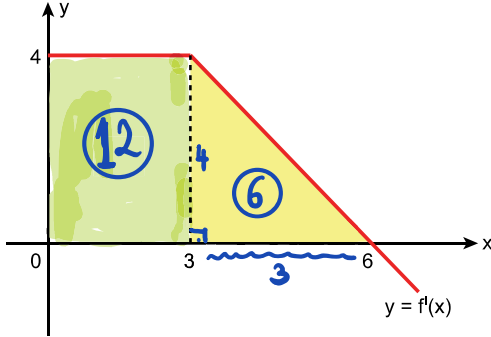
$$\int_{-4}^4 f(|x|) dx = -2S_3$$

$$-\int_{-4}^4 f(x) dx = 4 - S_1 - S_3$$

$$-2S_3 = 4 - S_1 - S_3 \Rightarrow S_1 - S_3 = 4$$

TÜREV FONKSİYONLARININ ALANLA İLİŞKİSİ

1. Aşağıda gerçel sayılar kümesinde sürekli olan bir f fonksiyonunun türevinin grafiği gösterilmiştir.



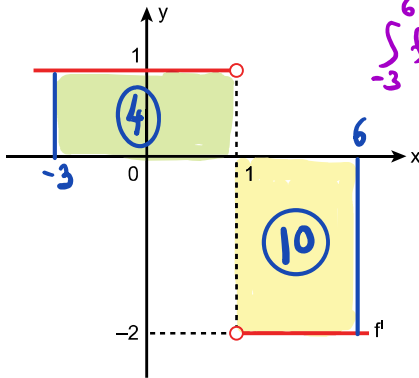
- A Buna göre, $f(6) - f(0)$ farkı kaçtır?

A) 18 B) 16 C) 14 D) 12 E) 10

$$\int_0^6 f'(x) dx = 18 = f(x) \Big|_0^6$$

$$f(6) - f(0) = 18$$

2. Aşağıda, gerçel sayılarda tanımlı ve sürekli bir f fonksiyonunun türevinin grafiği gösterilmiştir.



- A Buna göre, $f(-3) - f(6)$ farkı kaçtır?

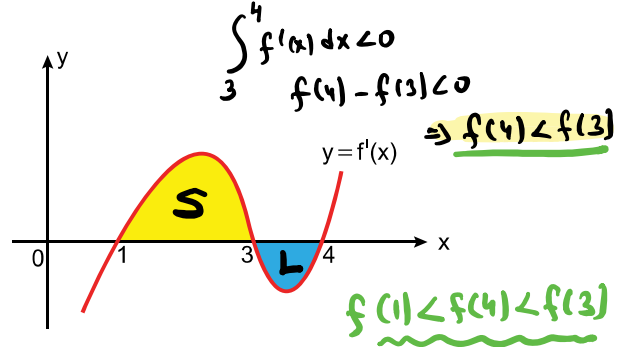
A) 6 B) 4 C) 2 D) -4 E) -6

$$\int_{-3}^6 f'(x) dx = -6 = f(x) \Big|_{-3}^6$$

$$f(6) - f(-3) = -6$$

$$f(-3) - f(6) = 6$$

- 3.



Şekilde verilen $f'(x)$ fonksiyonunun grafiğinde sarı renkli bölgenin alanı mavi bölgenin alanından büyüktür.

- A Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $f(1) < f(4) < f(3)$ B) $f(1) < f(3) < f(4)$
C) $f(1) = f(4) = f(3)$ D) $f(4) < f(1) < f(3)$
E) $f(1) = f(3) < f(4)$

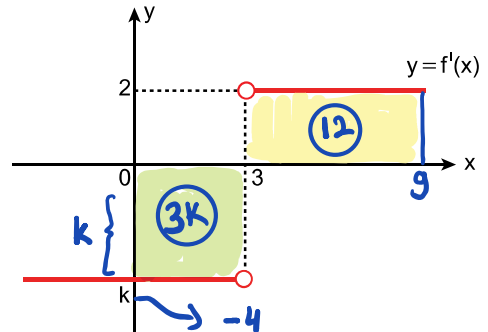
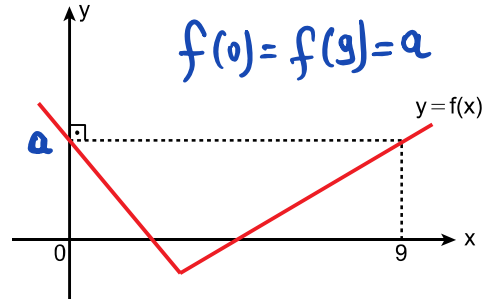
$$S > L$$

$$\int_1^3 f'(x) dx > -\int_3^4 f'(x) dx$$

$$f(3) - f(1) > -f(4) + f(3)$$

$$f(1) < f(4)$$

4. Aşağıda, f fonksiyonunun ve bu fonksiyonun türevinin grafiği verilmiştir.



- B Buna göre, k kaçtır?

A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

$$\int_0^9 f'(x) dx = 12 - 3k = f(9) - f(0) = 0$$

$$3k = 12 \Rightarrow k = 4$$

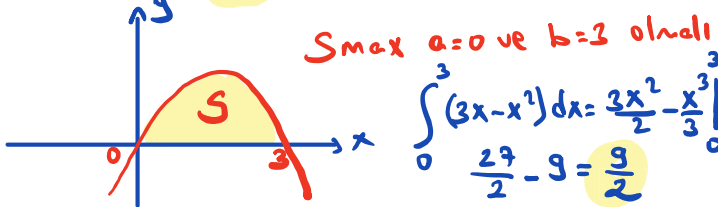
GRAFİK ÇİZEREK ALAN YORUMLAMA

1. $a < b$ olmak üzere,

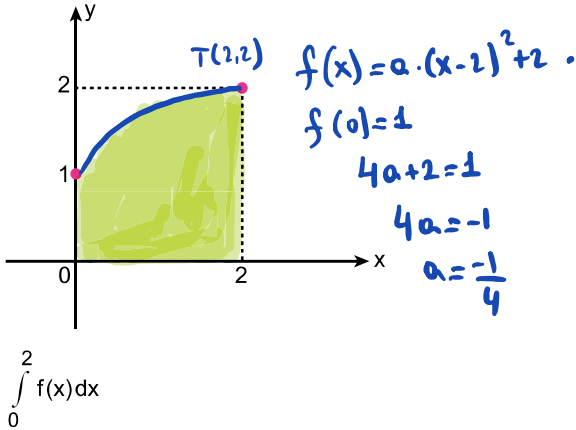
$$\int_a^b (3x - x^2) dx$$

B ifadesinin en büyük değeri kaçtır?

- A) 5 B) $\frac{9}{2}$ C) 4 D) $\frac{7}{2}$ E) 3



2. İkinci dereceden f fonksiyonunun grafiği aşağıda verilen iki noktadan geçmektedir. Bu iki noktadan biri f 'nin tepe noktasıdır.



C integralinin değeri en çok olduğunda $f(1)$ kaç olur?

- A) $\frac{7}{2}$ B) $\frac{7}{3}$ C) $\frac{7}{4}$ D) $\frac{7}{5}$ E) $\frac{7}{6}$

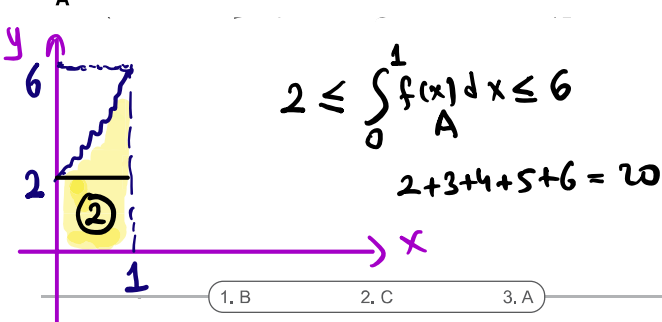
$$f(x) = -\frac{1}{4} \cdot (x-2)^2 + 2$$

$$f(1) = -\frac{1}{4} + 2 = \frac{7}{4} \checkmark$$

3. $f: [0, 1] \rightarrow [2, 6]$ fonksiyonu sürekli.

$$A = \int_0^1 f(x) dx$$

olduğuna göre, A'nın alabileceği farklı tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?



$$\int_a^b f(x) dx = 3$$

$$\int_a^b g(x) dx = -2$$

olduğuna göre,

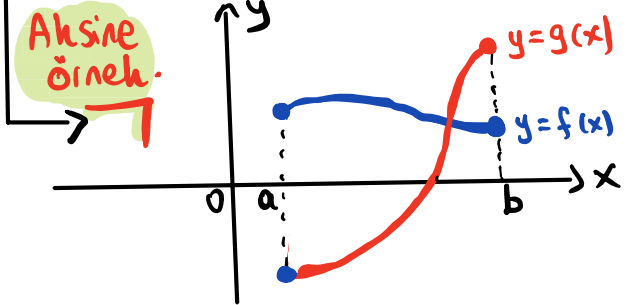
I. $x \in [a, b]$ olmak üzere $f(x) > g(x)$ dir.

II. $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = 1$

III. $[a, b]$ aralığında $f(x) = g(x)$ denkleminin çözüm kümesi boş küme ise her $x \in [a, b]$ için $f(x) \cdot g(x) < 0$ 'dir.

B ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I ve III



5. Gerçek sayılar kümesinde sürekli ve sabit olmayan f fonksiyonu için

$$\int_2^4 f(x) dx = 0$$

olduğuna göre,

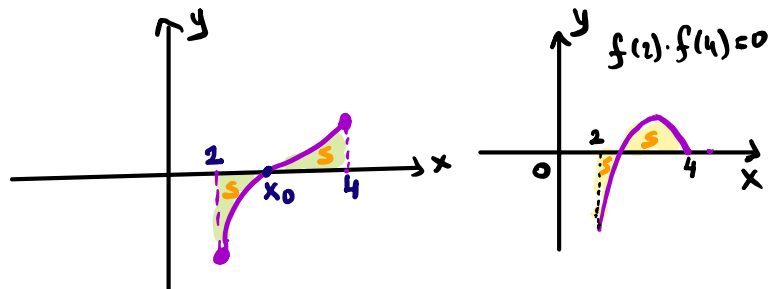
I. $f(x) = 0$ denkleminin $[2, 4]$ aralığında en az bir kökü vardır.

II. $f(2) \cdot f(4) < 0$

III. $f(2) = f(4)$

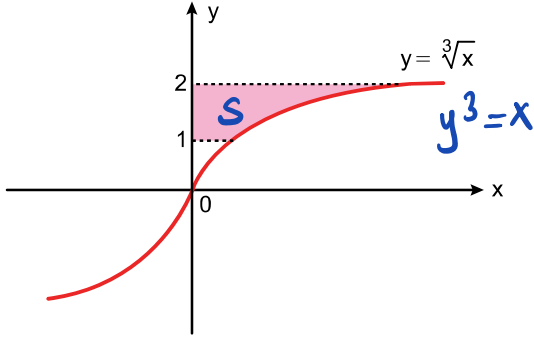
A ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III



Y-EKSENİNİN SAĞINDAKİ YA DA SOLUNDAKİ ALANLAR

1.

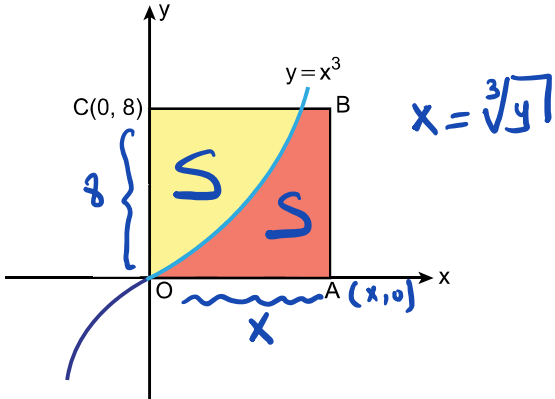


Yukarıdaki verilere göre, boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- D A) $\frac{9}{2}$ B) $\frac{17}{4}$ C) 4 D) $\frac{15}{4}$ E) $\frac{7}{2}$

$$S = \int_1^2 y^3 dy = \frac{y^4}{4} \Big|_1^2 = 4 - \frac{1}{4} = \frac{15}{4}$$

2. Aşağıda, $y = x^3$ fonksiyonunun grafiği ve OABC dikdörtgeni gösterilmiştir.



Boyalı bölgelerin alanları birbirine eşit ve C(0, 8) dir.

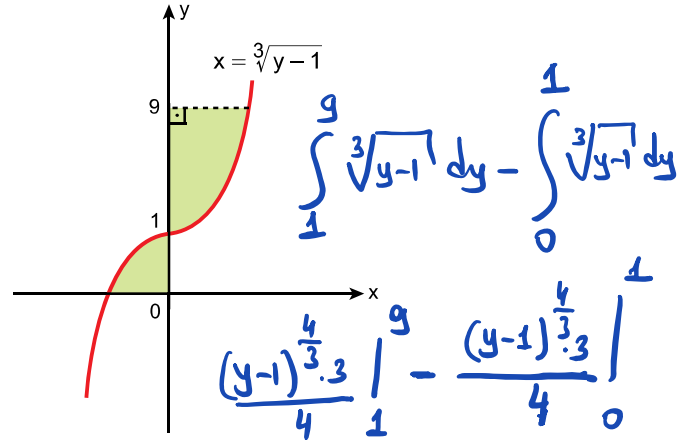
Buna göre, A noktasının apsisi kaçtır?

- D A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{6}$ C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) $\sqrt{10}$

$$S = \int_0^8 \sqrt[3]{y} dy = \frac{y^{\frac{4}{3}} \cdot \frac{3}{4}}{\frac{4}{3}} \Big|_0^8 = \frac{(2^3)^{\frac{4}{3}} \cdot \frac{3}{4}}{\frac{4}{3}} = \frac{12}{\frac{4}{3}} = 9$$

$$8x = 24 \Rightarrow x = 3$$

3. Aşağıda, $x = \sqrt[3]{y-1}$ eğrisinin grafiği verilmiştir.

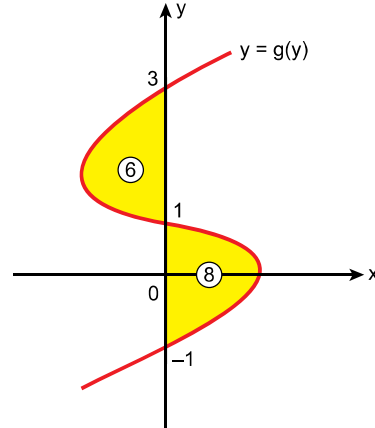


Buna göre, boyalı bölgelerin alanları toplamı kaç birimkaredir?

- D A) $\frac{27}{2}$ B) $\frac{53}{3}$ C) 14 D) $\frac{51}{4}$ E) $\frac{25}{2}$

$$\frac{(2^3)^{\frac{4}{3}} \cdot \frac{3}{4}}{\frac{4}{3}} - \left(0 - \frac{3}{4}\right) = 12 + \frac{3}{4} = \frac{51}{4}$$

4. Aşağıda, $x = g(y)$ eğrisi gösterilmiştir.



Verilen bölgelerdeki sayılar o bölgenin birimkare cinsinden alanını ifade etmektedir.

Buna göre, $\int_{-1}^3 g(y) dy$ integralinin değeri kaçtır?

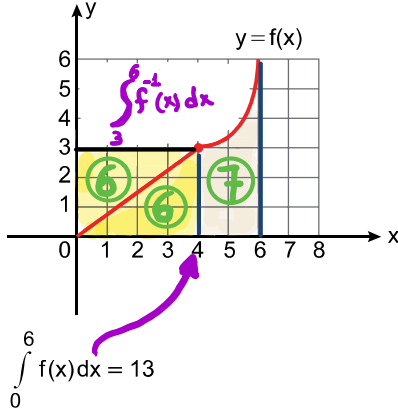
- A) -14 B) -2 C) 1 D) 2 E) 14

$$\int_{-1}^3 g(y) dy = \int_{-1}^1 g(y) dy + \int_1^3 g(y) dy = 8 - 6 = 2$$

TERS FONKSİYONUN İNTEGRALININ ALANLA İLİSKİSİ

Aşağıda, $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

1.



olduğuna göre, $\int_3^6 f^{-1}(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

C

- A) 21 B) 19 C) 17 D) 15 E) 13

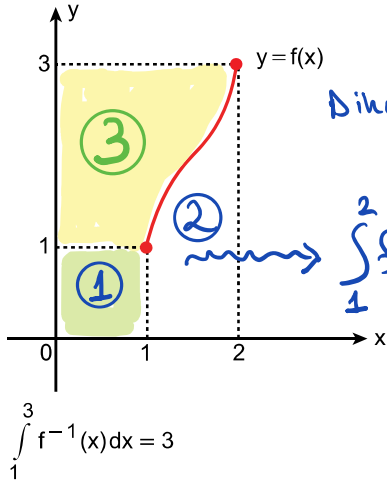
$$\int_3^6 f^{-1}(x) dx = \text{Karenin Alanı} - \text{Boyalı Alan}$$

$$= 36 - 19$$

$$= 17 \checkmark$$

2.

Aşağıda, $[1, 2]$ aralığında tanımlı f fonksiyonunun grafiği gösterilmiştir.



olduğuna göre, $\int_3^6 f\left(\frac{x}{3}\right) dx$ integralinin değeri kaçtır?

C

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

$$\int_3^6 f\left(\frac{x}{3}\right) dx$$

$$\frac{x}{3} = u \Rightarrow dx = 3 du$$

$$x=3, u=1$$

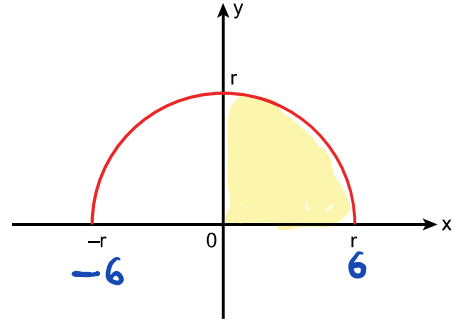
$$x=6, u=2$$

$$3 \cdot \int_1^2 f(u) du$$

$$3 \cdot 2 = 6$$

YARIM ÇEMBER DENKLEMİ

1.



Yukarıda, $y = \sqrt{r^2 - x^2}$ yarım çember denklemi verilmiştir.

Buna göre, $\int_0^6 \sqrt{36 - x^2} dx$ integralinin değeri kaçtır?

E

- A) 36π B) 27π C) 18π D) 12π E) 9π

$$\int_0^6 \sqrt{36 - x^2} dx \Rightarrow \text{Çeyrek Dairenin Alanı}$$

$$\frac{\pi \cdot 6^2}{4} = \frac{9 \cdot \pi}{1}$$

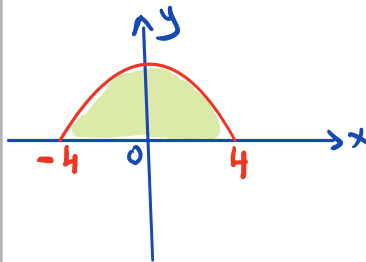
2.

$$\int_{-4}^4 \sqrt{16 - x^2} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

C

- A) 16π B) 12π C) 8π D) 4π E) 2π



$$\int_{-4}^4 \sqrt{16 - x^2} dx$$

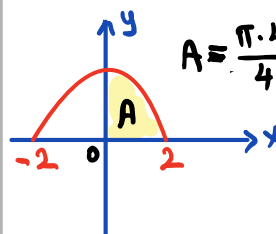
$$\text{Yarım Dairenin Alanı}$$

$$\frac{\pi \cdot 4^2}{2} = 8\pi$$

3.

$$\int_0^2 (2x - \sqrt{4 - x^2}) dx$$

integralinin değeri kaçtır?



$$A = \frac{\pi \cdot 4}{4} = \pi$$

$$\int_0^2 2x dx - \int_0^2 \sqrt{4 - x^2} dx$$

$$x^2/2 - A$$

$$4 - \pi$$

ALANDA ÖTELEME SORULARI

1. $\int_2^5 f(x) dx = P$ olmak üzere, $y = f(x)$ eğrisi x-ekseninde 5

birim sağa ve y-ekseninde 2 birim yukarı ötelendiğinde oluşan yeni eğri, $y = g(x)$ tir.

Buna göre,

$$\int_7^{10} g(x) dx = \int_2^5 (f(x-5) + 2) dx$$

$x-5=u, dx=du$
 $x=7 \rightarrow u=2, x=10 \rightarrow u=5$

- E integralinin P türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

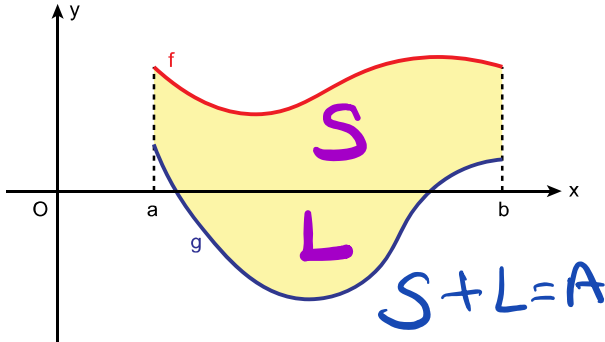
f eğrisi x ekseninde 5 br sağa ve y ekseninde 2 br ötelirse

$$g(x) = f(x-5) + 2$$

$$\int_2^5 f(u) du + \int_7^{10} 2 dx$$

$$P + 2 \times 3 = P + 6$$

2. Şekildeki dik koordinat düzleminde $[a, b]$ aralığında tanımlı f ve g fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



f'nin grafiği, 2 birim yukarı ve g'nin grafiği 3 birim aşağı ötelenirse sarı bölgenin alanı 30 birimkare artıyor.

- Buna göre, $b - a$ farkı kaçtır?

- A) 15 B) 10 C) 6 D) 5 E) 3

$$\int_a^b [f(x) - g(x)] dx = A$$

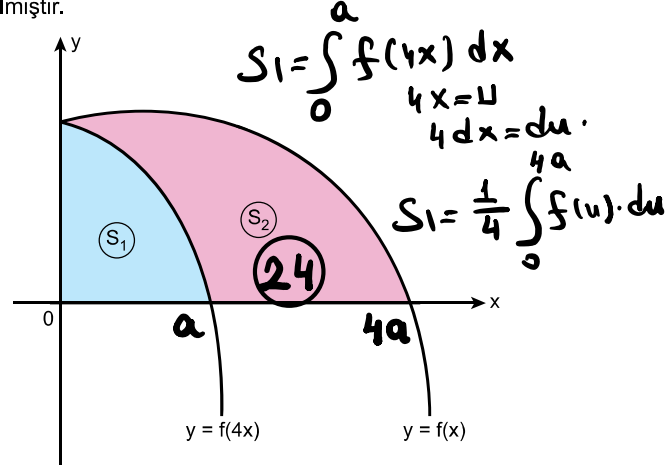
$$\int_a^b [(f(x)+2) - (g(x)-3)] dx = A+30$$

$$\int_a^b [f(x) - g(x)] dx + \int_a^b 5 dx = A+30$$

$$A + 5(b-a) = A+30$$

$$b-a=6$$

3. Aşağıda, $y = f(x)$ ve $y = f(4x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



S_1 ve S_2 bulundukları bölgelerin alanlarını göstermektedir.

- C $S_2 = 24$ birimkare olduğuna göre, S_1 kaç birimkaredir?

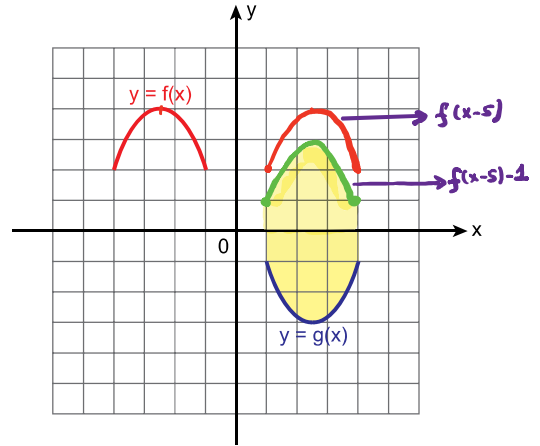
- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

$$S_1 = \frac{1}{4} \int_0^{4a} f(u) du \Rightarrow 4 \cdot S_1 = S_1 + 24$$

$$3S_1 = 24$$

$$S_1 = 8$$

4. Aşağıdaki birim kareli zeminde $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir. İki grafik özdeş olup konumları farklıdır.



- Buna göre, şekildeki sarı renkli bölgenin alanı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- E

A) $\int_1^4 g(x) dx$

B) $\int_1^4 (-f(x)) dx$

C) $\int_1^4 (5 - f(x)) dx$

D) $\int_1^4 (-f(x-5) + 1) dx$

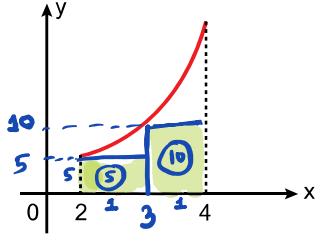
E) $\int_1^4 (f(x-5) - 1) dx$

RIEMANN TOPLAMI

1. Şekilde $[2, 4]$ aralığında tanımlı,

$$f(x) = x^2 + 1$$

fonksiyonunun grafiği gösterilmiştir.



$[2, 4]$ aralığı 2 eşit alt aralığa ayrılıyor.

- Buna göre, Riemann alt toplamı kaçtır?

A) 12 B) 14 C) 15 D) 18 E) 20

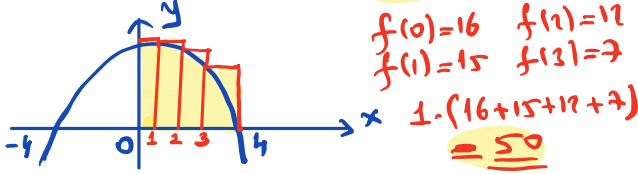
$$5 + 10 = 15$$

2. $f(x) = 16 - x^2$

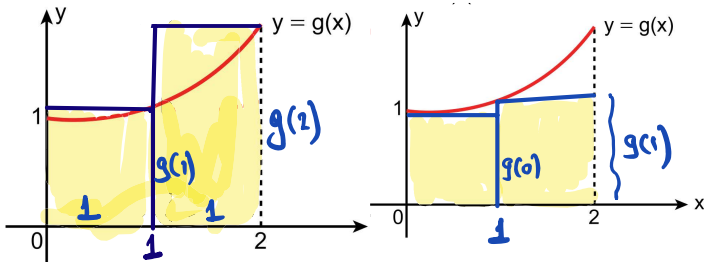
fonksiyonunun $[0, 4]$ aralığı 4 eşit alt aralığa ayrılıyor.

- Buna göre, Riemann üst toplamı kaçtır?

A) 54 B) 52 C) 50 D) 48 E) 45



3. g , gerçel sayılarda sürekli bir fonksiyon olmak üzere, bu fonksiyonun $[0, 2]$ aralığındaki grafiği aşağıda verilmiştir.



g fonksiyonunun $[0, 2]$ aralığında eşit uzunluktaki 2 alt aralığa göre,

- Riemann üst toplamının sonucu A, $= g(1) + g(2)$
- Riemann alt toplamının sonucu B'dir. $= g(0) + g(1)$

$$A - B = 2$$

- B olduğuna göre, $g(2)$ kaçtır?

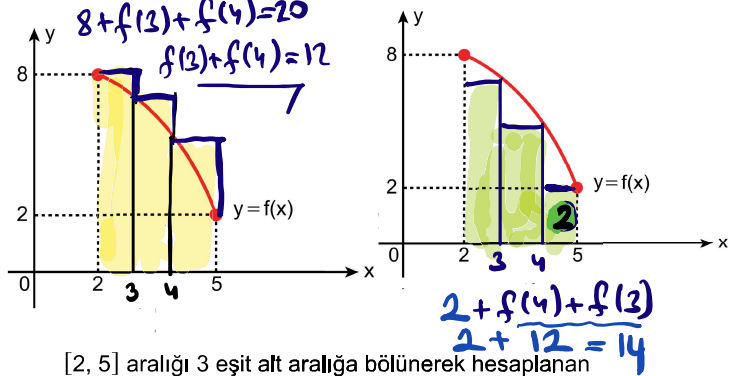
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$A - B = g(2) - g(0)$$

$$2 = g(2) - 1$$

$$\Rightarrow g(2) = 3$$

4. $f: [2, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere, f fonksiyonunun grafiği aşağıda gösterilmiştir.



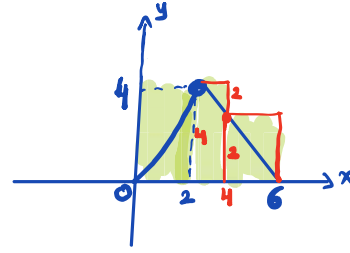
$[2, 5]$ aralığı 3 eşit alt aralığa bölünerek hesaplanan Riemann üst toplamının sonucu 20'dir.

- Buna göre, aynı koşullarda Riemann alt toplamının sonucu kaçtır?

A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 16

5. $f: [0, 6] \rightarrow [0, 4]$ olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & , x < 2 \\ 6 - x & , x \geq 2 \end{cases}$$

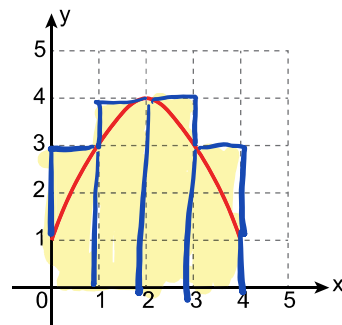


fonksiyonunun eşit uzunluktaki üç aralığa göre Riemann üst toplamının sonucu kaçtır?

A) 30 B) 25 C) 24 D) 20 E) 18

$$8 + 8 + 4 = 20$$

6. $[0, 4]$ aralığında tanımlı f fonksiyonunun grafiği şekilde verilmiştir.



$[0, 4]$ aralığı 4 eşit alt aralığa ayrıldıktan sonra hesaplanan Riemann üst toplamı kaçtır?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

1. I. $\frac{d}{dx} \left(\int \frac{\sin x}{\cos x} dx \right) = \tan x$

II. $\int d \left(\frac{\sin x}{\cos x} \right) = \tan x + c$

III. $\int \frac{d}{dx} (x^3 - 2x + 1) dx = x^3 - 2x + c$

E ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I

B) Yalnız II

C) I ve II

D) I ve III

E) I, II ve III

✓ I. $\frac{d}{dx} \left(\int \tan x dx \right) = \tan x$

✓ II. $\int (f(x))' dx = f(x) + c$

✓ III. $\int (x^3 - 2x + 1)' dx = x^3 - 2x + c$

2. $\int [f(x-1) \cdot x] dx = \frac{x^3}{3} - x^2$

olduğuna göre, $\int f(x) dx$ integralinin eşiti

C aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 - \frac{x}{2} + c$

B) $\frac{x^2}{2} - 2x + c$

C) $\frac{x^2}{2} - x + c$

D) $x^2 - 2x + c$

E) $\frac{x^2}{2} - \frac{x}{2} + c$

$\int (f(x-1) \cdot x) dx = \frac{x^3}{3} - x^2$

$f(x-1) \cdot x = x^2 - 2x$

$f(x-1) = x - 2$

$f(x) = x - 1 \Rightarrow \int (x-1) dx = \frac{x^2}{2} - x + c$

3. $\int \frac{1}{(3x-1)^4} dx$

D integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{(3x-1)^3}{3} + c$

B) $\frac{-(3x-1)^3}{9} + c$

C) $\frac{1}{3 \cdot (3x-1)^3} + c$

D) $\frac{-1}{9 \cdot (3x-1)^3} + c$

E) $\frac{1}{9 \cdot (3x-1)^3} + c$

$\int \frac{dx}{(3x-1)^4} \Rightarrow 3x-1=u \Rightarrow 3 \cdot dx=du \Rightarrow dx=\frac{du}{3}$
 $= \frac{1}{3} \int u^{-4} \cdot du = \frac{1}{3} \cdot \frac{u^{-3}}{-3} = -\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{(3x-1)^3} + c$

4. $\int_1^4 \frac{d(x^2-1)}{x}$

D integralinin değeri kaçtır?

A) 1

B) 3

C) 4

D) 6

E) 9

$\int_1^4 \frac{2x dx}{x} = \int_1^4 2 dx$
 $= 2x \Big|_1^4 = 8 - 2 = 6$

5. a, b birer gerçel sayı olmak üzere,

$\int_b^a (3x^2 + 1) dx = 21$

$(a-b)^2 = 3^2 \Rightarrow a^2 + b^2 - 2ab = 9$
 $a^2 + b^2 = 9 + 2ab$

B olduğuna göre, a · b çarpımı kaçtır?

A) -2

B) -1

C) 1

D) 2

E) 3

$\int_b^a (3x^2 + 1) dx = 21$
 $(a^3 + a) - (b^3 + b) = 21$
 $a^3 - b^3 + 3 = 21$
 $a^3 - b^3 = 18$
 $(a-b) \cdot (a^2 + b^2 + ab) = 18$
 $3 \cdot (9 + 2ab) = 18 \Rightarrow a \cdot b = -1$

6. $f(x) = \begin{cases} |x| & , x < 1 \\ 2x & , x \geq 1 \end{cases}$

C olduğuna göre, $\int_{-1}^2 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) 8

B) 6

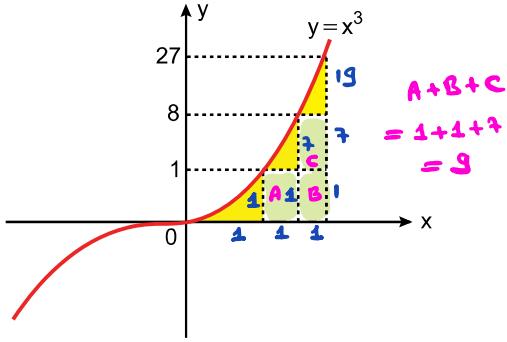
C) 4

D) 2

E) 1

$\int_{-1}^1 |x| dx + \int_1^2 2x dx$
 $\int_{-1}^0 -x dx + \int_0^1 x dx + \int_1^2 2x dx$
 $-\frac{x^2}{2} \Big|_{-1}^0 + \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 + x^2 \Big|_1^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 4 - 1 = 4$

7. Aşağıda, $y = x^3$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



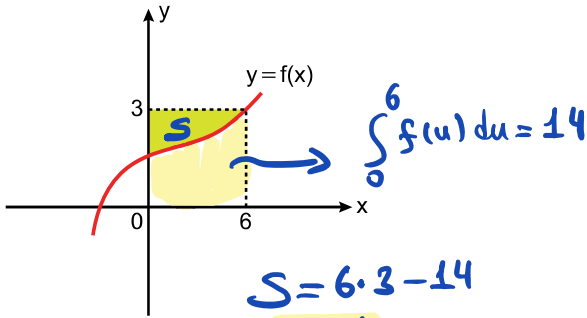
Buna göre, boyalı bölgelerin alanları toplamı kaç birimkaredir?

- B A) $\frac{23}{2}$ B) $\frac{45}{4}$ C) 11 D) $\frac{43}{4}$ E) $\frac{21}{2}$

$$\int_0^3 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_0^3 = \frac{81}{4}$$

$$\frac{81}{4} - 9 = \frac{81-36}{4} = \frac{45}{4}$$

8. Aşağıda, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$\int_1^4 f(2x-2) dx = 7$$

B olduğuna göre, boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$$7 = \int_1^4 f(2x-2) dx$$

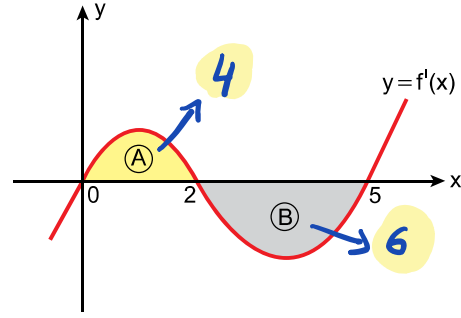
$$2x-2 = u$$

$$2dx = du$$

$$dx = \frac{du}{2}$$

$$\frac{1}{2} \int_0^6 f(u) du = 7 \Rightarrow \int_0^6 f(u) du = 14$$

9. Aşağıda, f fonksiyonunun türevinin grafiği gösterilmiştir.



A ve B bulundukları bölgelerin alanlarını göstermektedir.

A = 4 birimkare ve B = 6 birimkaredir.

Buna göre,

I. $f(5) - f(2) = 6$

II. $f(0) - f(5) = 2$

III. $f(2) - f(0) = 4$

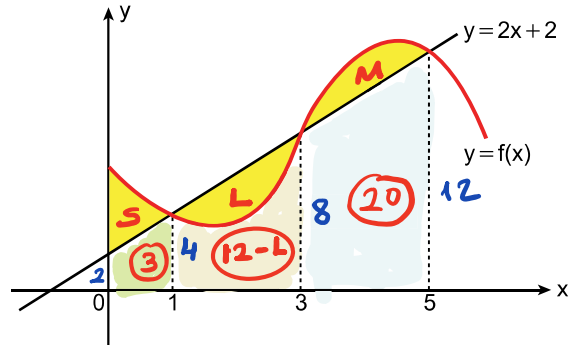
E ifadelerinde verilen bilgilerden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) II ve III

$$\text{X I. } \int_2^5 f'(x) dx = -6 \Rightarrow f(5) - f(2) = -6$$

$$\text{✓ II. } \int_0^2 f'(x) dx = -2 \Rightarrow f(2) - f(0) = -2 \Rightarrow f(0) - f(2) = 2$$

10. Dik koordinat düzleminde, $y = 2x + 2$ doğrusu ve $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



$$\int_0^1 f(x) dx = 5 = S + 3 \Rightarrow S = 2$$

$$\int_1^3 f(x) dx = 7 = 12 - L \Rightarrow L = 5$$

$$\int_3^5 f(x) dx = 24 = M + 20 \Rightarrow M = 4$$

$$S + L + M = 11$$

olduğuna göre, boyalı bölgelerin alanları toplamı kaç birimkaredir?

- B A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

1. $P(x)$ ve $Q(x)$ birer polinom olmak üzere,

$$\text{der} \left[\int P'(x) \cdot Q(x) dx \right] = 9 \Rightarrow m+3=9 \Rightarrow m=6$$

$$\text{der} \left[\int Q'(x) dx \right] = 3 \Rightarrow \text{der} [Q(x)] = 3$$

olduğuna göre, $\text{der} \left[\int x \cdot P(x) dx \right]$ kaçtır?

- D A) 12 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

$$\text{der} [P(x)] = m$$

$$\text{der} [P'(x)] = m-1$$

$$\text{der} \left[\int x \cdot P(x) dx \right] = 8$$

2. $\int \frac{x^3}{x^2+x+1} dx - \int \frac{1}{x^2+x+1} dx$

C integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 - x + c$ B) $\frac{x^2}{2} + x + c$ C) $\frac{x^2}{2} - x + c$ D) $2x^2 + x + c$ E) $x^2 + x + c$

$$\int \frac{x^3 - 1}{x^2 + x + 1} dx = \int \frac{(x-1) \cdot (x^2 + x + 1)}{x^2 + x + 1} dx$$

$$= \int (x-1) dx = \frac{x^2}{2} - x + c$$

3. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2+3}}$

E integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\sqrt{x^2+3}}{6} + c$ B) $\frac{3}{2} \cdot \sqrt{x^2+3} + c$ C) $\frac{\sqrt{x^2+3}}{2} + c$ D) $2 \cdot \sqrt{x^2+3} + c$

E) $\sqrt{x^2+3} + c$

$$x^2+3=u \Rightarrow 2x dx = du \Rightarrow x \cdot dx = \frac{du}{2}$$

$$\int \frac{x \cdot dx}{\sqrt{x^2+3}} = \int \frac{du}{2\sqrt{u}} = \sqrt{u} + c = \sqrt{x^2+3} + c$$

4. $\int_0^1 f(x) dx = 2$ ve $\int_1^0 g(x) dx = 5$

Buna göre,

$$\int_0^1 [2f(x) + g(x)] dx$$

B integralinin değeri kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 1 D) 2 E) 7

$$\int_0^1 [2f(x) + g(x)] dx = 2 \int_0^1 f(x) dx + \int_0^1 g(x) dx$$

$$2 \cdot 2 - 5 = 4 - 5 = -1$$

5. $\int_{-7}^7 (x^5 - 2x^3 + 1) dx$

B integralinin değeri kaçtır?

- A) 28 B) 14 C) 7 D) 0 E) -7

$$\int_{-7}^7 x^5 dx - 2 \int_{-7}^7 x^3 dx + \int_{-7}^7 1 dx$$

$$\int_{-7}^7 1 dx = x \Big|_{-7}^7 = 7 - (-7) = 14$$

6. Pozitif gerçel sayılar kümesinde tanımlı $f(x) = 3x^2 - 2x$ fonksiyonu veriliyor.

$$g(x) = \begin{cases} f'(x), & 1 < x \leq 2 \\ \int f(x) dx, & x > 2 \end{cases}$$

$$f'(x) = 6x - 2$$

$$\int (3x^2 - 2x) dx = x^3 - x^2 + c$$

fonksiyonu $x = 2$ apsisli noktada sürekli olduğuna göre, $g(3)$ kaçtır?

- A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

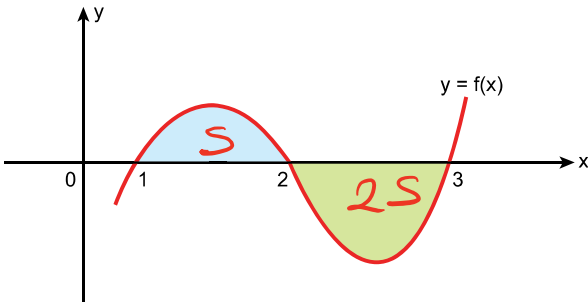
$$g(x) = \begin{cases} 6x - 2, & 1 < x \leq 2 \\ x^3 - x^2 + c, & x > 2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = g(2)$$

$$10 = 8 - 4 + c \Rightarrow c = 6$$

$$\Rightarrow g(3) = 27 - 9 + 6 = 24$$

7. Aşağıda reel sayılarda tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Şekilde yeşil bölgenin alanı mavi bölgen alanının 2 katına eşit olduğuna göre,

$$\int_1^3 f(x) dx = S - 2S = -S$$

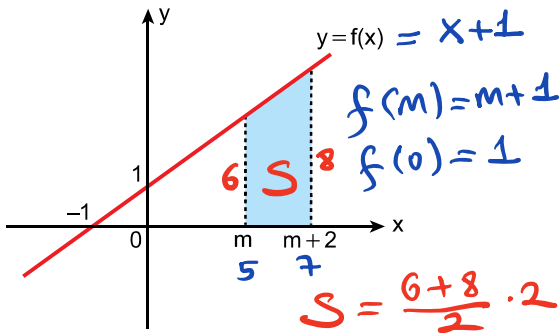
- c integrali aşağıdakilerden hangisine daima eşittir?

- A) $\int_3^1 f(x) dx$ B) $\int_3^2 f(x) dx$ C) $\int_2^1 f(x) dx$ D) $\int_1^2 f(x) dx$ E) $2 \cdot \int_3^2 f(x) dx$

$$\int_1^2 f(x) dx = S$$

$$\Rightarrow \int_2^1 f(x) dx = -S \text{ olur.}$$

8.



Şekilde, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$$\int_0^m f'(x) dx = 5 \Rightarrow S = 14$$

- B olduğuna göre, boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

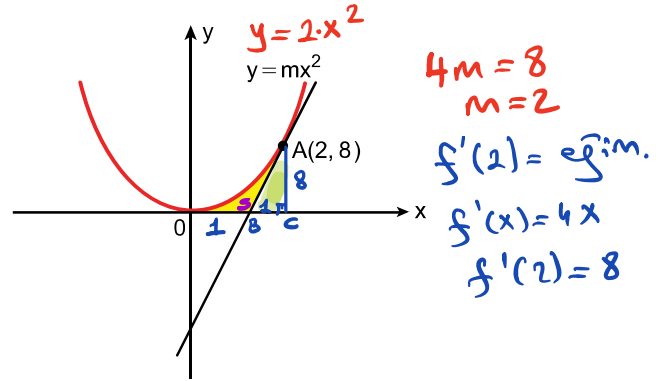
- A) 15 B) 14 C) 13 D) 12 E) 11

$$\int_0^m f'(x) dx = f(m) - f(0) = 5$$

$$m+1 - 1 = 5$$

$$m = 5$$

9.



Şekilde, $y = mx^2$ parabolü ve $A(2, 8)$ noktasındaki teğeti verilmiştir.

- E Buna göre, boyalı alan kaç birimkaredir?

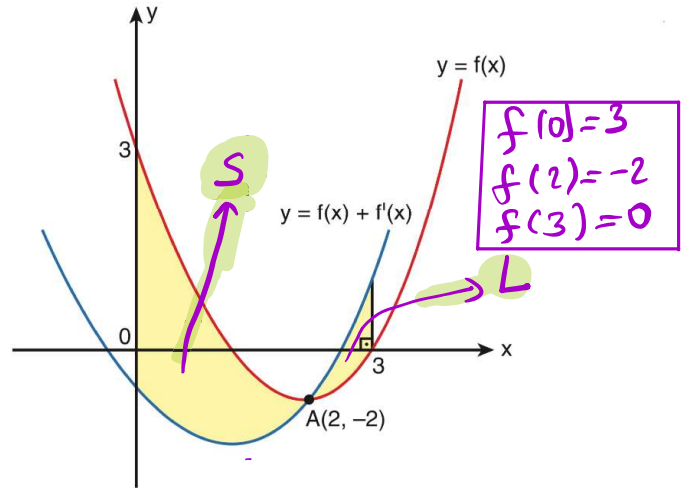
- A) $\frac{16}{3}$ B) 5 C) $\frac{8}{3}$ D) 2 E) $\frac{4}{3}$

$$\int_0^2 2x^2 dx - A(ABC)$$

$$= \frac{2 \cdot x^3}{3} \Big|_0^2 - \frac{1 \cdot 8}{2}$$

$$\frac{16}{3} - 4 = \frac{4}{3} \checkmark$$

10. f, gerçel sayılar kümesinde türevlenebilir bir fonksiyondur.



Yukarıda, $y = f(x)$ ve $y = f'(x)$ fonksiyonlarının grafiği verilmiştir.

$A(2, -2)$ olduğuna göre, sarı bölgelerin alanları toplamı kaç birimkaredir?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

$$S = -\int_0^2 f'(x) dx \quad L = \int_2^3 f'(x) dx$$

$$S + L = f(0) - f(2) + f(3) - f(2)$$

$$= 3 + 2 + 0 + 2 = 7 \checkmark$$