

11 .Sınıf



**TEMELİNİ SAĞLAM AT...**

**SONBAHAR  
KİTABI**

**ACIL MATEMATİK**

- °Konu Özetleri
- °Çözümlü Sorular
- °Testler



Copyright ©

Bu kitabın her hakkı yayınevine aittir.

Hangi amaçla olursa olsun, bu kitabın tamamının ya da bir kısmının, kitabı yayınlayan ve yayınevinin önceden izni olmaksızın elektronik, mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılması, yayınlanması ve depolanması yasaktır.

**ISBN:** 978-625-7134-06-4

Editörler

**Hamza SİNCAR**

**Tuğba TOPCU AKKAŞ**

**Aslıhan KALENDER BOZKURT**

**Kadir YİĞİT**

**İlker TOPBAŞTEKİN**

**Büşra GÜNKAYA**

## İÇİNDEKİLER

### ÜNİTE 1

Açı Ölçüm Birimleri - Esas Ölçü .....	3
Birim Çember - Trigonometrik Fonksiyonlar	12
İndirgeme Formülleri .....	29
Kosinüs ve Sinüs Teoremi .....	44
Periyot ve Grafikler .....	53
Ters Trigonometrik Fonksiyonlar .....	61

### ÜNİTE 2

Noktanın Analitiği.....	78
-------------------------	----

### ACİL YAYINLARI

Ostim Mahallesi 1207. Sokak 3 / C-D Ostim / Yenimahalle /ANKARA  
Tel: (0312) 386 00 26 Fax: (0850) 302 20 90

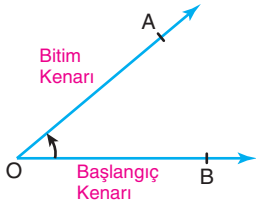


YANINDA BULUNSUN

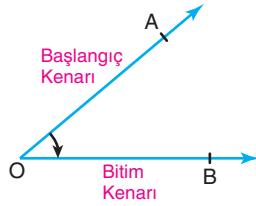
YÖNLÜ AÇI

Bir açığı oluşturan iki ışından biri başlangıç kenarı, diğeri bitim kenarı olarak ele alınırsa elde edilen açığa "**Yönlü Açı**" denir.

Saatın dönme yönünün tersi yönüne "**Pozitif Yön**", saatın dönme yönüne "**Negatif Yön**" denir.



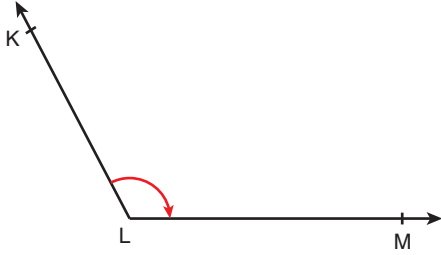
BOA Pozitif Yönlü Açı



AOB Negatif Yönlü Açı



ÖRNEK 1.



Yukarıdaki açının; başlangıç kenarı, bitim kenarı ve yönünü bulunuz.



ÇÖZÜM

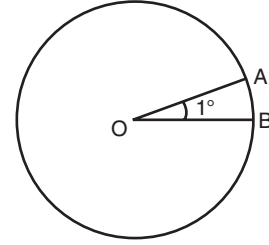
Başlangıç kenarı: [LK  
Bitim kenarı: [LM  
Yönü: Negatif yönlü



YANINDA BULUNSUN

Bir açının ölçülmesi açının kolları arasındaki açıklığın belirlenmesi ile yapılır. Açının ölçüsünü ifade etmek için derece veya radyan birimleri kullanılır.

**Derece** : Birim çember, birbirine eş olan 360 eş yay parçasına bölündüğünde pozitif yönlü olmak üzere bu yaylardan her birine 1 derecelik yay ve bu yaylardan birini gören pozitif yönlü merkez açığı da "**1 Derecelik Açı**" denir.



- Bir çemberin yay ölçüsü 360° dir.
- Derecenin  $\frac{1}{60}$ 'ına "**1 dakika**" denir.  
Bu ölçü 1' şeklinde gösterilir.
- Dakikanın  $\frac{1}{60}$ 'ına "**1 saniye**" denir.  
Bu ölçü 1'' şeklinde gösterilir.
- $1^\circ = 60' = 3600''$  dir.
- Bir açının ölçüsü a derece, b dakika, c saniye olmak üzere,  $a^\circ b' c''$  şeklinde gösterilir.

ACIL MATEMATİK



ÖRNEK 2.



Bir şişenin kapağını kapatmak için kapağı şişenin ucuna tutturduktan sonra saatın dönme yönünde döndürmek, gevşetmek için de saatın dönme yönünün tersinde döndürmek gerekir.

Ramiz, bir şişenin kapağını kapatmak için 2,5 tur döndürmüştür.

**Buna göre, Murat'ın aynı kapağı şişeden çıkarabilmesi için en az kaç derece döndürmesi gerekir?**

## AÇI ÖLÇÜ BİRİMLERİ - ESAS ÖLÇÜ

## ✓ ÇÖZÜM

$$360^\circ \cdot 2,5 = 360^\circ \cdot \frac{5}{2}$$

$$= 900^\circ$$

## ? ÖRNEK 3.



Sabit bir ekseninde 1 dakika içerisinde gerçekleştirilen dönüş (devir) sayısı "rpm" ölçü birimi ile ifade edilmektedir.

Buna göre, yandaki zımpara makinesindeki disk 1200 rpm devir sayısına sahip iken  $\frac{1}{800}$

saniiyede başlangıç durumuna göre dönüş yönünde kaç derecelik açı yapar?

## ✓ ÇÖZÜM

$$1200 \cdot \frac{1}{800} \cdot \frac{1}{60} = \frac{1}{40}$$

$$360^\circ \cdot \frac{1}{40} = 9^\circ$$

## ? ÖRNEK 4.

Ölçüsü  $6^\circ 15' 25''$  olan açıyı saniye cinsinden bulunuz.

## ✓ ÇÖZÜM

$$1^\circ = 60' = 3600''$$

$$6^\circ = 6 \cdot 3600'' = 21600''$$

$$15' = 15 \cdot 60'' = 900''$$

$$6^\circ 15' 25'' = 22525''$$

## ? ÖRNEK 5.

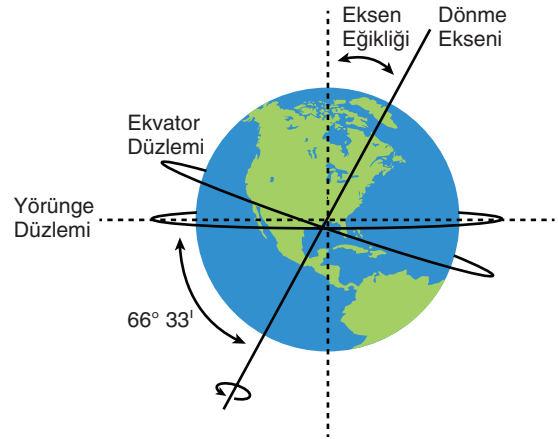
19000 saniyelik açı kaç derece, kaç dakika, kaç saniyedir?

## ✓ ÇÖZÜM

$$\begin{array}{r|l} 19000 & 3600 \\ \hline 1800 & 5^\circ \\ \hline 1000 & 60 \\ \hline 260 & 16' \\ \hline & 40'' \\ \hline & 5^\circ 16' 40'' \end{array}$$

## ? ÖRNEK 6.

**Eksen Eğikliği;** Gökbilimde bir gök cisminin dönme eksenini ile yörünge düzlemi arasındaki açıdır.



Yukarıdaki verilere göre, dünyanın eksen eğikliğini bulunuz.

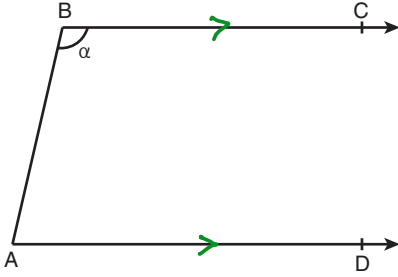
## ✓ ÇÖZÜM

$$90^\circ = 89^\circ 60'$$

$$\begin{array}{r} 89^\circ 60' \\ - 66^\circ 33' \\ \hline 23^\circ 27' \end{array}$$

## ? ÖRNEK 7.

Aşağıdaki şekilde  $[BC \parallel AD]$  dir.



$$m(\widehat{DAB}) = 75^\circ 42'$$

olduğuna göre,  $\alpha$  açısını derece, dakika ve saniye cinsinden bulunuz.

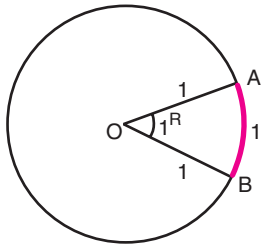
## ✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}\alpha + 75^\circ 42' &= 180^\circ \\ 180^\circ &= 179^\circ 60' \\ \alpha &= 104^\circ 18'\end{aligned}$$



## YANINDA BULUNSUN

**Radyan** : Birim çemberde 1 birim uzunluğundaki çember yayını gören merkez açısının ölçüsüne "**1 Radyan**" denir.



Tam çember yayının radyan (R) cinsinden ölçüsü  $2\pi$  radyan ve derece (D) cinsinden ölçüsü  $360^\circ$  olduğundan,

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$$

eşitliği bulunur.

## NOT:

$$\pi \text{ radyan} = 180^\circ \text{ ise}$$

$$1 \text{ radyan} = \frac{180^\circ}{\pi} \cong 57,2958^\circ$$

**Örneğin;**  $\sin 2 \neq \sin 2^\circ$

$$\sin 2 \cong \sin 114,5916^\circ \text{ dir.}$$

## ? ÖRNEK 8.

Aşağıda verilen soruları cevaplayınız.

- $\frac{4\pi}{3}$  radyan kaç derecedir?
- $225^\circ$  lik açı kaç radyandır?
- $-120^\circ$  lik açı kaç radyandır?
- $\frac{-5\pi}{6}$  radyan kaç derecedir?

## ✓ ÇÖZÜM

- $\frac{4\pi}{3} = \frac{4}{3} \cdot 180^\circ = 240^\circ$
- $225^\circ = \frac{225^\circ}{180^\circ} \pi = \frac{5\pi}{4}$
- $-120^\circ = -\frac{120^\circ}{180^\circ} \pi = -\frac{2\pi}{3}$
- $-\frac{5\pi}{6} = -\frac{5}{6} \cdot 180^\circ = -150^\circ$



## NOT

- $\frac{3\pi}{2}$  radyanda  $\pi$  radyan yerine  $180^\circ$  yazıp  $\frac{3 \cdot 180^\circ}{2} = 270^\circ$  ve

- $330^\circ$  nin kaç radyana eşit olduğu,

$$\frac{180^\circ}{330^\circ} = \frac{\pi \text{ radyan}}{x \text{ radyan}}$$

$$x = \frac{11\pi}{6}$$

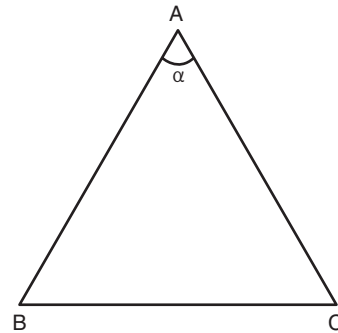
$$x = \frac{11\pi}{6}$$

şeklinde orantı kurularakta bulunabilir.

## ? ÖRNEK 9.

Aşağıda ABC ikizkenar üçgeni çizilmiştir.

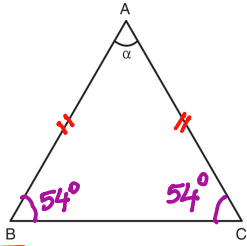
$$|AB| = |AC| \text{ dir.}$$



$m(\widehat{B}) = \frac{3\pi}{10}$  radyan olduğuna göre,  $\alpha$  açısı kaç derecedir?

## AÇI ÖLÇÜ BİRİMLERİ - ESAS ÖLÇÜ

## ÇÖZÜM



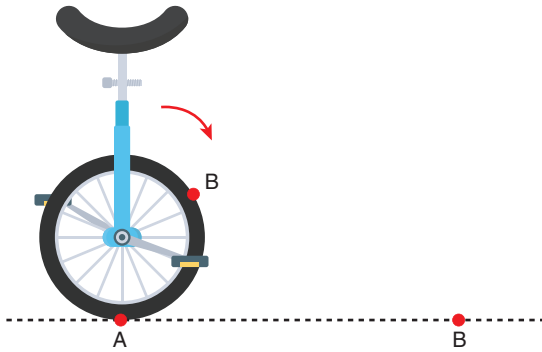
$$\frac{3\pi}{10} = 54^\circ$$

$$\alpha + 108^\circ = 180^\circ$$

$$\alpha = 72^\circ$$

## ÖRNEK 10.

**Bilgi:** Yarıçapı  $r$  olan çemberin çevresi  $2\pi r$  formülü ile bulunur. Aşağıda yarıçapı 9 cm olan bir tekerlekli bisiklet görseli verilmiştir. A ve B noktaları tekerlek üzerine işaretlenmiş iki noktadır.



Bisiklet A noktasından ok yönünde hareket edip  $60\pi$  cm yol gittikten sonra B noktasında durmuştur. Tekerleğin üzerindeki A noktası ile B noktası arasındaki yayı gören merkez açısının ölçüsü  $\alpha$  açısıdır.

Buna göre,  $\alpha$  açısı kaç derecedir?

## ÇÖZÜM

Çevre  $\times$  Devir Sayısı = Alınan Yol

$$2\pi \cdot 9 \cdot x = 60\pi \Rightarrow x = \frac{10}{3}$$

$$\frac{10}{3} \text{ tur} = 3 \text{ tam tur} + \frac{1}{3} \text{ tur}$$

$$\frac{1}{3} \cdot 360^\circ = 120^\circ \Rightarrow \alpha = 120^\circ$$

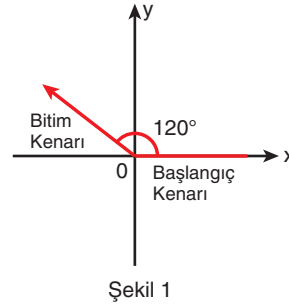


## YANINDA BULUNSUN

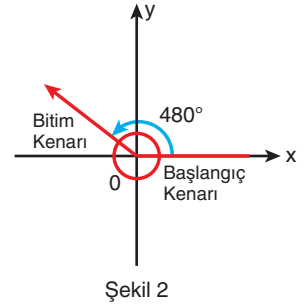
- $0^\circ \leq \alpha^\circ < 360^\circ$  ve  $k$  bir tam sayı olmak üzere,  $\alpha^\circ + k \cdot 360^\circ$  olan açıların esas ölçüsü  $\alpha^\circ$  dir. Yani ölçüsü derece cinsinden verilen açıların esas ölçüsünü bulmak için açının ölçüsünden  $360^\circ$  nin katları çıkarılır. Geriye kalan  $[0^\circ, 360^\circ)$  aralığındaki ölçü esas ölçüdür.
- $0 \text{ radyan} \leq \beta \text{ radyan} < 2\pi \text{ radyan}$  ve  $k$  bir tam sayı olmak üzere,  $\beta + k \cdot 2\pi$  radyan olan açıların esas ölçüsü  $\beta$  radyandır. Yani ölçü radyan cinsinden verilmişse ölçüden  $2\pi$ 'nin katları çıkarılır. Kalan  $[0, 2\pi)$  aralığındaki ölçü esas ölçüdür.

**Cevaplar**  
10.  $120^\circ$  11.  $55^\circ, 415^\circ, 775^\circ$

Örneğin;



Şekil 1



Şekil 2

Şekil 1'de pozitif yönlü olan  $120^\circ$  lik açı verilmiştir. Bu açının başlangıç kenarı sabit tutularak bitim kenarı bir tur ( $360^\circ$ ) pozitif yönde hareket ettirilerek ölçüsü  $480^\circ$  olan Şekil 2'deki açı oluşturulmuştur.

Bu durumda,  $480^\circ = 120^\circ + 1 \cdot 360^\circ$  şeklinde yazılabilir. Sonuç olarak ölçüleri farklı başlangıç kenarları aynı olan açılar denktir. Bu durum  $480^\circ$  lik açıyla  $120^\circ$  lik açının birbirine denk olması anlamına gelir.

## ÖRNEK 11.

Esas ölçüsü  $55^\circ$  olan pozitif en küçük üç açığı derece cinsinden yazınız.

## ÇÖZÜM

$$55^\circ + 360 \cdot k$$

- $k=0$  için  $55^\circ$
- $k=1$  için  $415^\circ$
- $k=2$  için  $775^\circ$

$$55^\circ, 415^\circ, 775^\circ$$

## ÖRNEK 12.

Aşağıda verilen açılarının esas ölçülerini bulunuz.

a)  $1200^\circ$

b)  $-1150^\circ$

c)  $\frac{19\pi}{2}$

d)  $\frac{32\pi}{3}$

e)  $-\frac{3\pi}{5}$

f)  $-\frac{25\pi}{8}$

## ÇÖZÜM

$$a) \begin{array}{r} 1200^\circ \mid 360 \\ -1080^\circ \mid 3 \\ \hline 120^\circ \end{array}$$

$$b) \begin{array}{r} -1150^\circ \mid 360 \\ -1440^\circ \mid 4 \\ \hline 290^\circ \end{array}$$

$$c) \begin{array}{r} 19 \mid 4 \\ -16 \mid 4 \\ \hline 3 \end{array} \quad \frac{3\pi}{2}$$

$$d) \begin{array}{r} 32 \mid 6 \\ -30 \mid 5 \\ \hline 2 \\ \hline \frac{2\pi}{3} \end{array}$$

$$e) 2\pi - \frac{3\pi}{5} = \frac{7\pi}{5}$$

$$f) \begin{array}{r} -25 \mid 16 \\ -32 \mid 2 \\ \hline 7 \\ \hline \frac{7\pi}{8} \end{array}$$

**NOT**

Radyan cinsinden esas ölçü şu şekilde de bulunabilir. Paydanın iki katı olan sayı  $\pi$  ile çarpılır ve bu sayının tam katları kesir  $2\pi$  den küçük pozitif bir kesir oluncaya kadar pay kısmından atılır.

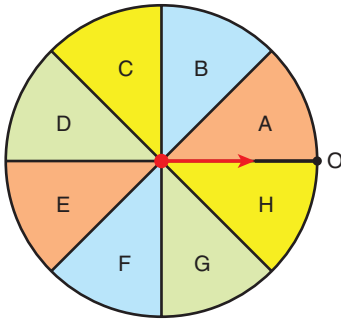
$$\frac{16\pi}{3} = \frac{16\pi - 12\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$$

Negatif kesirlerde ise paydanın iki katı olan sayı  $\pi$  ile çarpılır ve bu sayının tam katları kesir  $2\pi$  den küçük pozitif bir kesir oluncaya kadar pay kısmına eklenir.

$$\bullet \frac{-43\pi}{8} = \frac{-43\pi + 48\pi}{8} = \frac{5\pi}{8}$$

**ÖRNEK 13.**

Aşağıda 8 eş parçaya bölünmüş bir daire gösterilmiştir.



$$\frac{360}{8} = 45^\circ$$

Her bölme  
45°

Daire sabit olup, dairenin merkezine takılmış olan ibre O konumundan itibaren dairenin merkezi etrafında pozitif veya negatif yönde dönebilmektedir.

Buna göre ibre,

- $-1275^\circ$
- $\frac{14\pi}{3}$  radyan

döndüğünde sırasıyla hangi harflerin üzerinde bulunur?

**ÇÖZÜM**

$$a) \begin{array}{r} -1275^\circ \quad | \quad 360^\circ \\ 1440 \quad | \quad 4 \\ \hline 165 \end{array}$$

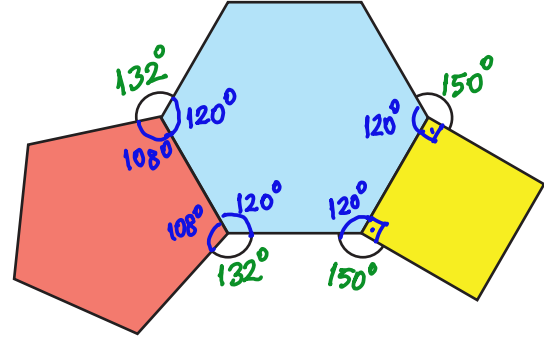
Pozitif yönde  $165^\circ$  dönmeli  
saat yönünün tersine  $165^\circ$  dönerse  
D bölgesinde olur.

$$b) \frac{14\pi}{3} = \frac{14\pi - 12\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} = 120^\circ$$

Pozitif yönde  $120^\circ$  dönerse C bölgesinde olur.

**ÖRNEK 14.**

Aşağıdaki şekil düzgün altıgen, düzgün beşgen ve kareden oluşmuştur.



Buna göre, şekilde gösterilen açılarının toplamının esas ölçüsü kaç radyandır?

**ÇÖZÜM**

$$\begin{aligned} & 2 \cdot 132^\circ + 2 \cdot 150^\circ \\ & 264^\circ + 300^\circ = 564^\circ \\ & 564^\circ - 360^\circ = 204^\circ \\ & 204^\circ = \frac{204}{180} \pi = \frac{17\pi}{15} \end{aligned}$$

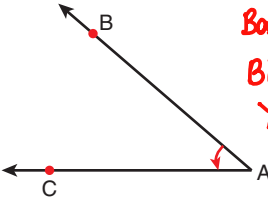
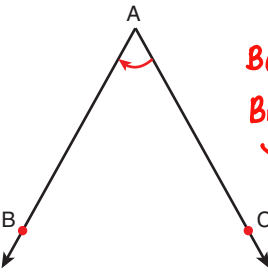
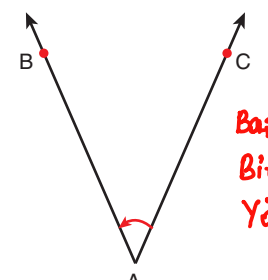
**ÖRNEK 15.**

$358^\circ 477' 180''$  lik açının esas ölçüsünü bulunuz.

**ÇÖZÜM**

$$\begin{aligned} 1^\circ &= 60' = 3600'' \\ 180'' &= 3' \\ 477' + 3' &= 480' = 8^\circ \\ 358^\circ + 8^\circ &= 366^\circ \\ 366^\circ \text{ nin esas ölçüsü } & 6^\circ \text{ dir.} \end{aligned}$$

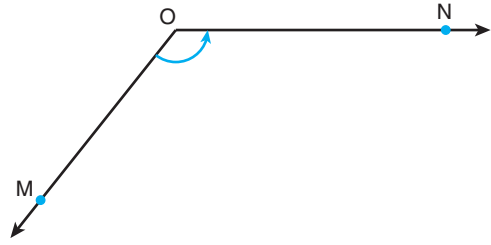
## AÇI ÖLÇÜ BİRİMLERİ - ESAS ÖLÇÜ - Test

1. I.  Başlangıç kenarı: [AB]  
Bitim kenarı: [AC]  
Yönü: Pozitif
- II.  Başlangıç kenarı: [AC]  
Bitim kenarı: [AB]  
Yönü: Negatif
- III.  Başlangıç kenarı: [AC]  
Bitim kenarı: [AB]  
Yönü: Pozitif

Yukarıdaki açılardan hangileri başlangıç kenarı [AC, bitim kenarı [AB olan negatif yönlü açıdır?

- A) Yalnız I  B) Yalnız II C) I ve III  
D) Yalnız III E) II ve III

2. Aşağıda ( $\widehat{MON}$ ) yönlü açısı verilmiştir.



Buna göre,

- I. Bitim kenarı [ON dir.  
II. Pozitif yönlüdür.  
III. Başlangıç kenarı [OM dir.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III  
D) I ve III  E) I, II ve III

Başlangıç kenarı: [OM  
Bitim kenarı: [ON  
Yönü: Pozitif

3.  $-1920^\circ$  lik açının esas ölçüsü kaç radyandır?

- A)  $\frac{\pi}{3}$  B)  $\frac{2\pi}{3}$  C)  $\pi$   D)  $\frac{4\pi}{3}$  E)  $\frac{5\pi}{3}$

$$\begin{array}{r} -1920 \quad | \quad 360 \\ \underline{2160} \quad | \quad 6 \\ 240 \end{array}$$

Esas ölçü  $240^\circ$  dir.

$$240^\circ = \frac{240}{180} \pi = \frac{4\pi}{3}$$



4.  $-320^\circ$  lik açının ölçüsü kaç radyandır?

A)  $\frac{-4\pi}{9}$

B)  $\frac{-14\pi}{9}$

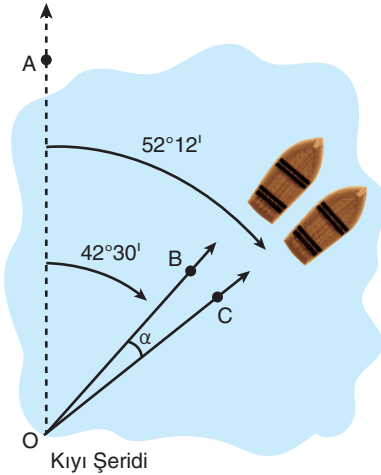
C)  $\frac{-5\pi}{3}$

D)  $\frac{-16\pi}{9}$

E)  $\frac{-17\pi}{9}$

$$\frac{-320^\circ}{180^\circ} \pi = -\frac{16\pi}{9}$$

5. Aşağıdaki görselde iki teknenin kıyı şeridi ile yaptıkları açıları gösterilmiştir.



$m(\widehat{AOB}) = 42^\circ 30'$  ve  $m(\widehat{AOC}) = 52^\circ 12'$  dir.

Buna göre,  $m(\widehat{BOC}) = \alpha$  kaç derece, kaç dakikadır?

A)  $9^\circ 42'$

B)  $8^\circ 54'$

C)  $9^\circ 32'$

D)  $8^\circ 36'$

E)  $10^\circ 22'$

$$42^\circ 30' + \alpha = 52^\circ 12'$$

$$42^\circ 30' + \alpha = 51^\circ 72'$$

$$\alpha = 9^\circ 42'$$

6.  $\frac{\pi}{4} + \frac{47\pi}{8}$

toplamının esas ölçüsü kaç radyandır?

A)  $\frac{\pi}{8}$

B)  $\frac{\pi}{4}$

C)  $\frac{3\pi}{8}$

D)  $\frac{\pi}{2}$

E)  $\frac{5\pi}{8}$

$$\frac{\pi}{4} + \frac{47\pi}{8} = \frac{49\pi}{8}$$

(2)

$$\frac{49\pi}{8} = \frac{49\pi - 48\pi}{8} = \frac{\pi}{8}$$

7.  $170^\circ < \alpha < 180^\circ$

aralığındaki  $\alpha$  açısının esas ölçüsü  $75^\circ$  dir.

Buna göre, bu şartı sağlayan kaç farklı  $\alpha$  açısı yazılabilir?

A) 3

B) 4

C) 5

D) 6

E) 7

$$\alpha = 75^\circ + 360^\circ \cdot k$$

$$170 < 75 + 360 \cdot k < 1800$$

$k = 1, 2, 3, 4$  için koşul sağlanır.

8. Düzlemde  $\alpha = 79^\circ 42'$  ve  $\beta = 40^\circ 44'$  olduğuna göre,

$\frac{\alpha}{3} + \beta$  toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A)  $65^\circ 12'$

B)  $66^\circ 14'$

C)  $67^\circ 16'$

D)  $67^\circ 18'$

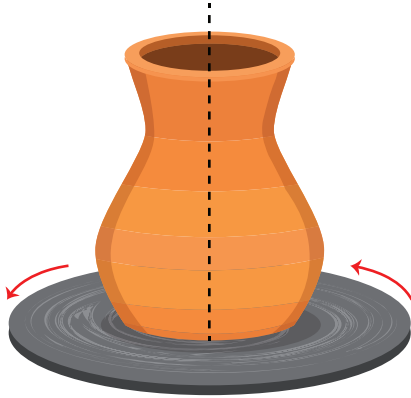
E)  $68^\circ 20'$

$$\alpha = 78^\circ 102' \quad \beta = 40^\circ 44'$$

$$\begin{aligned} \frac{\alpha}{3} + \beta &= 26^\circ 34' + 40^\circ 44' \\ &= 66^\circ 78' \\ &= 67^\circ 18' \end{aligned}$$

## AÇI ÖLÇÜ BİRİMLERİ - ESAS ÖLÇÜ - Test

9. Sabit bir eksende 1 dakika içerisinde gerçekleştirilen dönüş (devir) sayısı "rpm" ölçü birimi ile ifade edilir.



Yukarıda bir çömlek çarkı verilmiştir.

Çömlek çarkındaki disk 150 rpm devir sayısına sahip iken  $\frac{1}{75}$  saniyede başlangıç durumuna göre dönüş yönünde kaç derecelik açı yapar?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 15 E) 20

$$150 \cdot \frac{1}{75} \cdot \frac{1}{60} = \frac{1}{30}$$

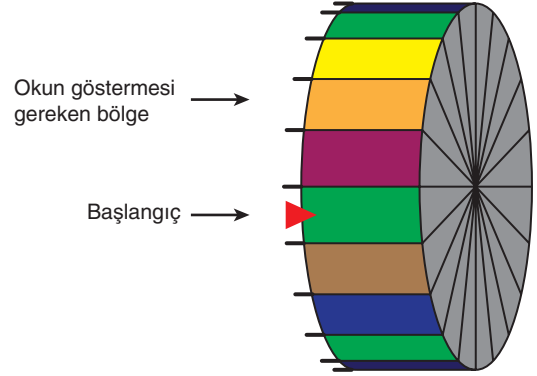
$$360^\circ \cdot \frac{1}{30} = 12^\circ$$

10. Aşağıdaki yönlü açı ölçülerinden hangisinin esas ölçüsü  $\frac{\pi}{18}$  radyana eşittir?

- A)  $-10^\circ$  B)  $330^\circ$  C)  $-\frac{35\pi}{18}$  D)  $-\frac{\pi}{18}$  E)  $350^\circ$

$$-\frac{35\pi}{18} = \frac{-35\pi + 36\pi}{18} = \frac{\pi}{18}$$

11. Aşağıda 20 eş bölmeden oluşan çark görseli verilmiştir.



Gülden bir yarışmada çarkı döndürecek. Gülden çarkı döndürdüğünde okun göstermesi gereken bölge, okun başlangıçtaki gösterdiği bölgenin iki üzerinde yer almaktadır.

Çarkın en az bir tur döndüğü bilindiğine göre, en az kaç derece dönmüştür?

- A) 412 B) 406 C) 396 D) 392 E) 388

$$\frac{360^\circ}{20} = 18^\circ$$

Her bölme  $18^\circ$  bulunur.

$$360^\circ + 2 \cdot 18^\circ = 396^\circ$$

12. İç açılarının oranı 3:5:2 olan bir üçgenin en büyük dış açısının ölçüsü kaç radyandır?

- A)  $\frac{2\pi}{3}$  B)  $\frac{7\pi}{10}$  C)  $\frac{3\pi}{4}$  D)  $\frac{4\pi}{5}$  E)  $\frac{5\pi}{6}$

iç açılar :  $3k, 5k, 2k$

$$3k + 5k + 2k = 180^\circ$$

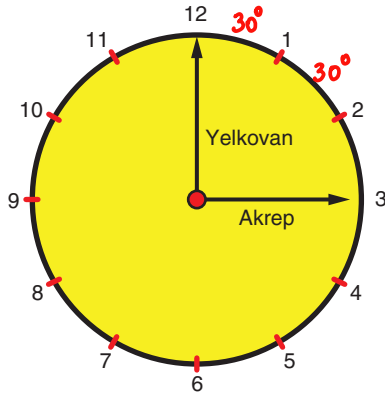
$$10k = 180^\circ \Rightarrow k = 18$$

$54^\circ, 90^\circ, 36^\circ$

Dış açılar :  $126^\circ, 90^\circ, 144^\circ$

$$144^\circ = \frac{144}{180} \pi = \frac{4\pi}{5}$$

13.



Saat 3'ü gösterdikten 10 dakika sonra akrebin taradığı açının radyan cinsinden ölçüsü kaçtır?

- A)  $\frac{\pi}{36}$  B)  $\frac{\pi}{48}$  C)  $\frac{\pi}{12}$  D)  $\frac{\pi}{6}$  E)  $\frac{\pi}{3}$

Akrep  $30^\circ$  giderken yelkovan  $360^\circ$  gider.

$$\frac{360^\circ}{60^\circ} \times x$$

$$x = 5^\circ$$

$$5^\circ = \frac{5}{180} \pi = \frac{\pi}{36}$$

14.  $\alpha$  ve  $\beta$  esas ölçüleri  $\theta^\circ$  olan farklı iki açı ölçüsüdür.

$$\alpha + \beta = \frac{2\pi}{9} \text{ radyandır. } \frac{2\pi}{9} = 40^\circ$$

Buna göre,  $\theta$  aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 40 B) 80 C) 160 D) 180 E) 200

$$\alpha = \theta + 2k\pi$$

$$\beta = \theta + 2m\pi$$

$$\alpha + \beta = 2\theta + 2\pi(k+m) = 40^\circ$$

$$2\theta = 40^\circ$$

$$\theta = 20^\circ \text{ olabilir}$$

15.  $\frac{-85\pi}{3}$  radyanlık açının esas ölçüsü kaç radyandır?

- A)  $\frac{\pi}{3}$  B)  $\frac{2\pi}{3}$  C)  $\pi$  D)  $\frac{4\pi}{3}$  E)  $\frac{5\pi}{3}$

$$\frac{-85\pi}{3} = \frac{-85\pi + 90\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$$

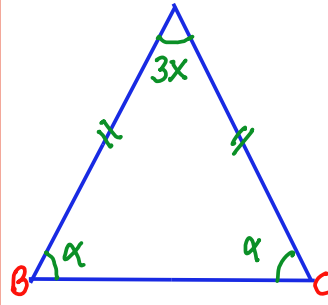
16. ABC ikizkenar bir üçgendir.

$$|AB| = |AC| \text{ dir.}$$

$$x = 48^\circ 117' 180'' \text{ dir.} = 50^\circ$$

$m(\widehat{A}) = 3x$  olduğuna göre,  $m(\widehat{B})$  aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{\pi}{36}$  B)  $\frac{\pi}{24}$  C)  $\frac{\pi}{18}$  D)  $\frac{\pi}{16}$  E)  $\frac{\pi}{12}$



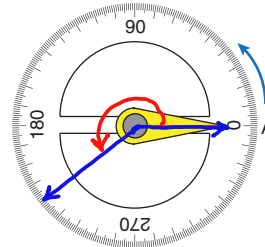
$$2\alpha + 3x = 180^\circ$$

$$2\alpha + 150^\circ = 180^\circ$$

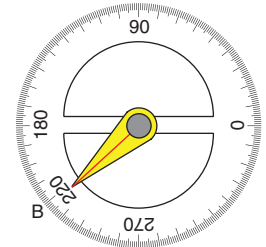
$$\alpha = 15^\circ$$

$$15^\circ = \frac{15}{180} \pi = \frac{\pi}{12}$$

17. Aşağıda Şekil I'deki görselde verilen iletkinin açı sürgüsü ok yönünde hareket ettirilerek Şekil II'deki durumuna getirilmiştir.



Şekil I



Şekil II

Buna göre,

I. AB yayı pozitif yönlüdür.

II. AB yayının ölçüsü  $\frac{11\pi}{9}$  radyandır.

III. AB yayının ölçüsü  $-1200^\circ$  olan yönlü açının esas ölçüsüne eşittir.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız II D) II ve III E) Yalnız III

• Pozitif yönlüdür.

$$220^\circ = \frac{220}{180} \pi = \frac{11\pi}{9}$$

•  $-1200^\circ$  nin esas ölçüsü  $240^\circ$  dir.

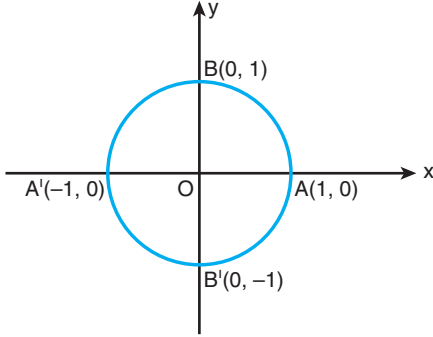
1. B	2. E	3. D	4. D	5. A	6. A
7. B	8. D	9. C	10. C	11. C	12. D
13. A	14. E	15. E	16. E	17. B	

## BİRİM ÇEMBER - TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR



## YANINDA BULUNSUN

Analistik düzlemde merkezi orijin ve yarıçapı 1 birim olan çembere "Birim Çember" denir.



Birim çember üzerindeki bir nokta A(x, y) olmak üzere,  
 $x^2 + y^2 = 1$  dir.



## ÖRNEK 1.

$A\left(\frac{\sqrt{3}}{4}, m\right)$  noktası birim çember üzerinde olduğuna göre, m'nin alabileceği değerlerin çarpımını bulunuz.



## ÇÖZÜM

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2 + m^2 = 1$$

$$\frac{3}{16} + m^2 = 1 \Rightarrow m^2 - \frac{13}{16} = 0$$

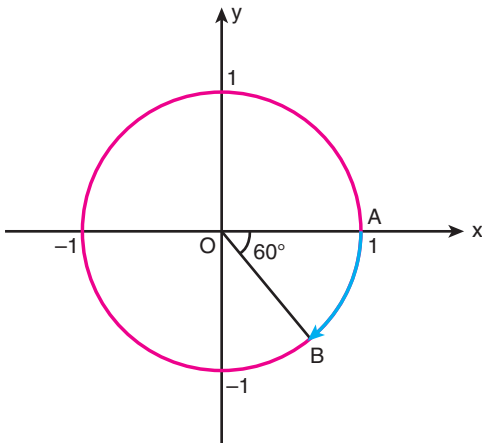
$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \quad m_1 \cdot m_2 = -\frac{13}{16}$$



## ÖRNEK 2.

Aşağıda birim çember çizilmiştir.

$m(\widehat{AOB}) = 60^\circ$  dir.



Buna göre, çemberde verilen AOB açısının esas ölçüsü kaç radyandır?



## ÇÖZÜM

$-60^\circ$  nin esas ölçüsü  $300^\circ$

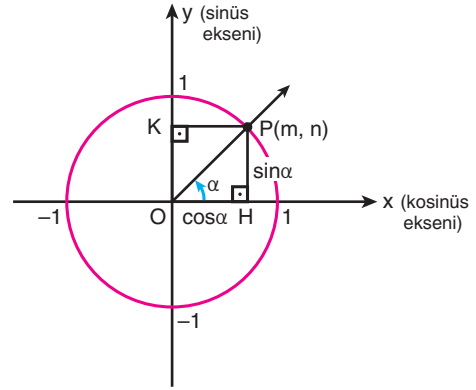
$$300^\circ = \frac{300}{180} \pi = \frac{5\pi}{3} \text{ radyan}$$



## YANINDA BULUNSUN

## SİNÜS VE KOSİNÜS FONKSİYONLARI

Aşağıda verilen birim çemberde ölçüsü  $\alpha$  olan pozitif yönlü yayın bitim noktası P(m, n) olsun.

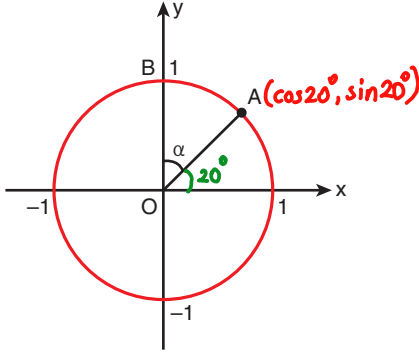


- P noktasının apsisine  $\alpha$  açısının kosinüsü ve ordinatına " $\alpha$  Açısının Sinüsü" denir.
- $P(\cos \alpha, \sin \alpha)$  dir.
- $P(m, n)$  birim çember üzerinde olduğundan,  
 $-1 \leq m \leq 1$  ve  $-1 \leq n \leq 1$  dir.  
Buradan; her  $\alpha$  gerçekte sayı için,  
 $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$  ve  $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$  dir.
- $|OH|^2 + |PH|^2 = 1$  olduğundan,  
 $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$   
Buradan,  
 $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = (1 - \cos \alpha) \cdot (1 + \cos \alpha)$   
 $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = (1 - \sin \alpha) \cdot (1 + \sin \alpha)$  dir.
- Ölçüleri toplamı  $90^\circ$  olan açılardan birinin sinüsü diğerinin kosinüsüne eşittir.  $\alpha$  ve  $\beta$  iki açının ölçüleri olmak üzere,  
 $\alpha + \beta = 90^\circ$  veya  $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$  olduğunda,  
 $\sin \alpha = \cos \beta$  olur.

**ÖRNEK 3.**

Aşağıda verilen birim çemberde,

$$m(\widehat{BOA}) = \alpha \text{ ve } A(\cos 20^\circ, \sin 20^\circ) \text{ dir.}$$



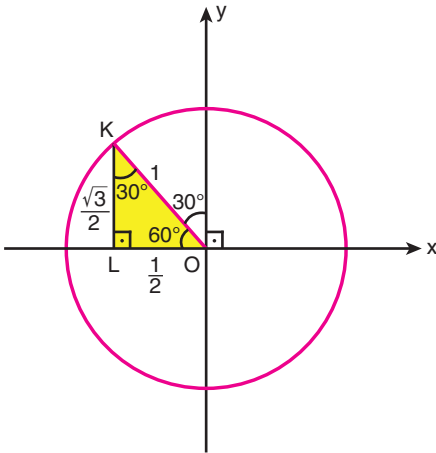
Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?

**ÇÖZÜM**

$$\begin{aligned} \alpha + 20^\circ &= 90^\circ \\ \alpha &= 70^\circ \end{aligned}$$

**NOT**

Aşağıda birim çember üzerindeki K noktasının koordinatlarını bulalım.



K noktasının koordinatları;

$$K(\cos 120^\circ, \sin 120^\circ) = K\left(\frac{-1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

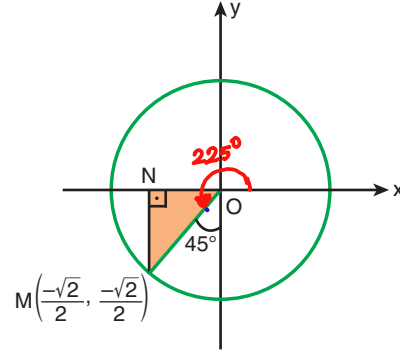
Buradan,

$$|OL| = -\cos 120^\circ \text{ ve}$$

$$|KL| = \sin 120^\circ \text{ olur.}$$

**ÖRNEK 4.**

Aşağıdaki birim çember üzerindeki M noktasının koordinatlarını,  $|ON|$  ve  $|NM|$  uzunluklarını açı cinsinden bulunuz.

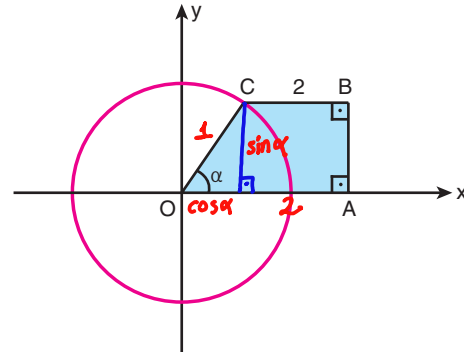
**ÇÖZÜM**

$$\begin{aligned} |ON| &= -\cos 225^\circ \\ |NM| &= -\sin 225^\circ \end{aligned}$$

**ÖRNEK 5.**

Aşağıda bir birim çember ve OABC dik yamuğu verilmiştir.

$$|CB| = 2 \text{ birimdir.}$$



Buna göre, OABC yamuğunun alanını  $\alpha$  türünden bulunuz.

**ÇÖZÜM**

$$\frac{2 + \cos \alpha + 2}{2} \cdot \sin \alpha = \frac{4 + \cos \alpha}{2} \cdot \sin \alpha$$

## BİRİM ÇEMBER - TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

## ÖRNEK 6.

$$\frac{8 + \sin^2 x}{3 + \cos x} + \cos x$$

ifadesinin en sade halini bulunuz.

## ÇÖZÜM

$$\frac{9 + \sin^2 x - 1}{3 + \cos x} + \cos x = \frac{9 - \cos^2 x}{3 + \cos x} + \cos x$$

$$3 - \cancel{\cos x} + \cancel{\cos x} = 3 \text{ bulunur.}$$

## ÖRNEK 7.

$\cos x = \frac{1}{a}$  olduğuna göre,

$$\frac{\cos x + \cos x \cdot \sin^2 x}{1 - \sin^4 x}$$

ifadesinin en sade halini a türünden bulunuz.

## ÇÖZÜM

$$\frac{\cos x \cdot (1 + \sin^2 x)}{(1 - \sin^2 x) \cdot (1 + \sin^2 x)} = \frac{\cos x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos x} = a$$

## ÖRNEK 8.

$$\frac{\sin^2 \frac{25\pi}{12} + \sin^2 \frac{5\pi}{12}}{\cos^2 \frac{\pi}{6}}$$

işleminin sonucunu bulunuz.

## ÇÖZÜM

$$\frac{25\pi}{12} + \frac{5\pi}{12} = \frac{30\pi}{12} = \frac{5\pi}{2} = 2\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\sin^2 \frac{25\pi}{12} + \sin^2 \frac{5\pi}{12} = \cos^2 \frac{5\pi}{12} + \sin^2 \frac{5\pi}{12} = 1$$

$$\cos^2 \frac{\pi}{6} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3} \text{ bulunur.}$$

## ÖRNEK 9.

Aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a)  $\cos 1140^\circ =$

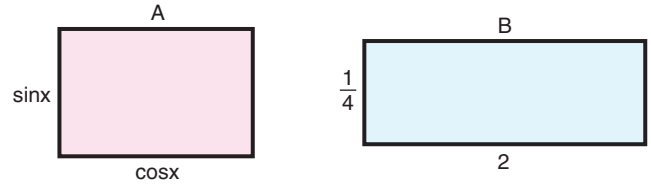
b)  $\frac{\cos\left(\frac{41\pi}{4}\right)}{\sin(-300^\circ)} =$

## ÇÖZÜM

a)  $\cos 1140^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

b)  $\cos \frac{41\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$   
 $\sin(-300^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$   
 $\frac{\sqrt{2}/2}{\sqrt{3}/2} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

## ÖRNEK 10.



Yukarıda dikdörtgen biçiminde iki kağıt gösterilmiştir.

A kağıdının iki yüzünün alanları toplamı B kağıdının bir yüzünün alanına eşit olduğuna göre, A kağıdının çevresi kaç birimdir?

## ÇÖZÜM

$$2 \cdot \sin x \cdot \cos x = \frac{1}{4} \cdot 2$$

$$2 \sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2}$$

$$g = 2 \cdot (\sin x + \cos x)$$

$$(A)^2 = (\sin x + \cos x)^2 \text{ olsun.}$$

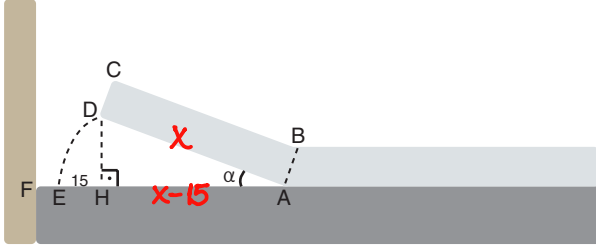
$$A^2 = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{1} + \frac{2 \cdot \sin x \cdot \cos x}{1/2}$$

$$A^2 = \frac{3}{2} \Rightarrow A = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$g_{\text{evre}} = g = 2 \cdot \frac{\sqrt{6}}{2} = \sqrt{6} \text{ bulunur.}$$

**ÖRNEK 11.**

Aşağıda, yastık başı kumanda ile hareket ettirilebilen bir yatağın görseli verilmiştir.

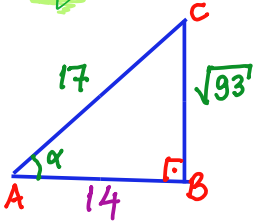


Yastık başı AE konumundayken kumanda ile bir çember yayı çizerek AD konumuna gelmiştir.

$$m(\widehat{DAF}) = \alpha, |EH| = 15 \text{ cm}$$

$\sin \alpha = \frac{\sqrt{93}}{17}$  olduğuna göre,  $|BC|$  kaç cm'dir?

**ÇÖZÜM**



$$\cos \alpha = \frac{x-15}{x} = \frac{14}{17}$$

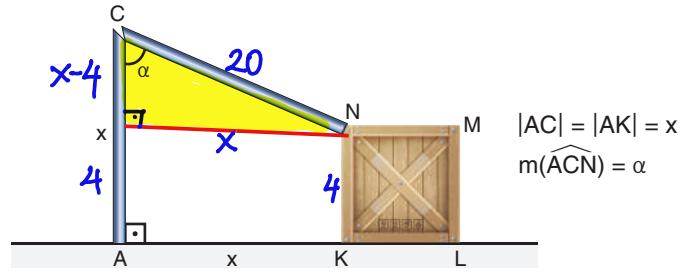
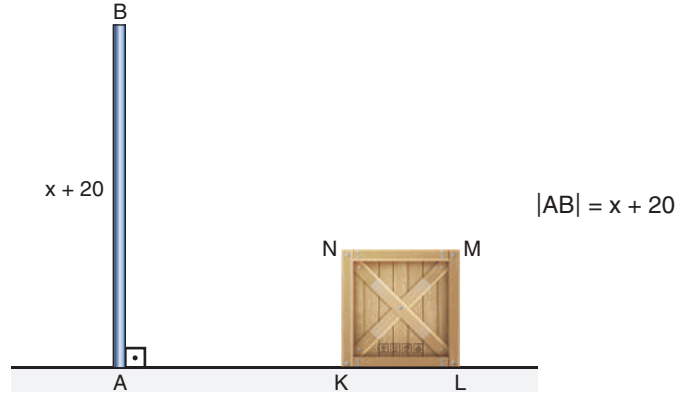
$$17x - 15 \cdot 17 = 14 \cdot x$$

$$3 \cdot x = 15 \cdot 17$$

$$x = 85$$

**ÖRNEK 12.**

Şekilde verilen AB çubuğu C noktasından kırılarak bir ayrıtı 4 birim olan küp biçimindeki bir sandığın üzerine devrilmiş ve devrilme esnasında çubuğun B ucu, sandığın N noktasıyla çakışmıştır.



Buna göre,  $\cos \alpha$  kaçtır?

**ÇÖZÜM**

12-16-20 üçgeninden

$$x = 16$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{x-4}{20} \\ &= \frac{12}{20} \\ &= \frac{3}{5} \end{aligned}$$

## BİRİM ÇEMBER - TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

## ÖRNEK 13.

x ve y birbirinden bağımsız gerçel sayılardır.

$$A = 5\sin x - 2\cos y - 1$$

ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

## ÇÖZÜM

$$A = 5 \cdot \underbrace{\sin x}_{-1} - 2 \cdot \underbrace{\cos y}_{+1} - 1$$

$\sin x = -1$  ve  $\cos y = +1$  için

A ifadesi en az -8 olur.

## ÖRNEK 14.

Belirli bir bölgede aylık ortalama sıcaklık periyodik olarak minimum  $14^\circ\text{C}$  ve maksimum  $38^\circ\text{C}$  arasında değişmektedir.

$$\text{I. } f(t) = 26 + 12 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) \quad 14 \leq f(t) \leq 38$$

$$\text{II. } f(t) = 12 - 26 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) \quad -14 \leq f(t) \leq 38$$

$$\text{III. } f(t) = 38 + \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) \quad 37 \leq f(t) \leq 38$$

$$\text{IV. } f(t) = 14 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) \quad -14 \leq f(t) \leq 14$$

$$\text{V. } f(t) = 12 + 26 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) \quad -14 \leq f(t) \leq 38$$

Zaman t olmak üzere, f fonksiyonunun zamana bağlı fonksiyonu yukarıdakilerden hangisi olabilir?

## ÇÖZÜM

$$14 \leq f(t) \leq 38 \text{ olmalıdır.}$$

Yalnız I olabilir.



## YANINDA BULUNSUN

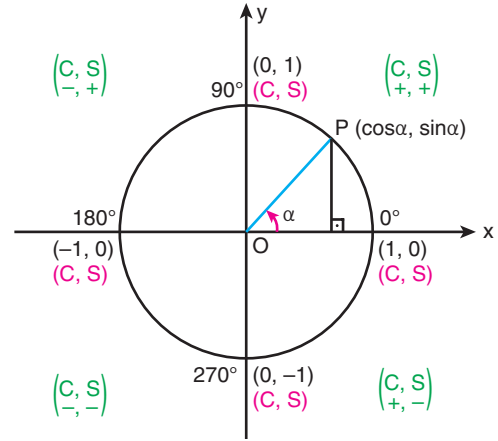
- $\alpha + k \cdot 2\pi$  ile  $\alpha$  ve  $\alpha^\circ + k \cdot 360^\circ$  ile  $\alpha^\circ$  ölçülü açılar birim çemberde aynı açığı göstereceklerinden,
 
$$\sin(\alpha + k \cdot 2\pi) = \sin \alpha$$

$$\sin(\alpha^\circ + k \cdot 360^\circ) = \sin \alpha^\circ$$

$$\cos(\alpha + k \cdot 2\pi) = \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha^\circ + k \cdot 360^\circ) = \cos \alpha^\circ$$
 olacaktır.

Aşağıdaki birim çemberden,



- $\cos 0^\circ = 1,$   $\sin 0^\circ = 0$   
 $\cos 90^\circ = 0,$   $\sin 90^\circ = 1$   
 $\cos 180^\circ = -1,$   $\sin 180^\circ = 0$   
 $\cos 270^\circ = 0,$   $\sin 270^\circ = -1$

yazılabilir.

Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının bölgelere göre işaretleri aşağıda gösterilmiştir.

	1. Bölge	2. Bölge	3. Bölge	4. Bölge
sin	+	+	-	-
cos	+	-	-	+



## ? ÖRNEK 15.

$$\frac{a^2 \cdot \overset{1}{\cos 2\pi} + b^2 \cdot \overset{-1}{\sin \frac{3\pi}{2}}}{a \cdot \overset{-1}{\cos \pi} + 2b \cdot \overset{1/2}{\sin \frac{\pi}{6}}}$$

işleminin en sade halini bulunuz.

## ✓ ÇÖZÜM

$$\frac{a^2 - b^2}{b - a} = \frac{(a-b) \cdot (a+b)}{b-a} = -(a+b)$$

## ? ÖRNEK 16.

- $p = \sin 140^\circ \cdot \cos 250^\circ$
- $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$  ve  $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$  olmak üzere,  
 $q = \cos \alpha + \sin \beta$

Yukarıda verilen p ve q ifadelerinin işaretlerini bulunuz.

## ✓ ÇÖZÜM

- $p = \sin 140^\circ \cdot \cos 250^\circ = + \cdot - = -$
- $\alpha$ , II. bölgede,  $\beta$ , IV. bölgede  
 $q = \cos \alpha + \sin \beta = (-) + (-) = -$

## ? ÖRNEK 17.

Kan basıncı kalp atımları arasında kalp aktif şekilde kan pompalamazken damarlar içinde oluşan basınçtır. Kan basıncının birimi "mmHg (milimetre civa) dir."

Bir kişinin kan basıncının milimetre civa cinsinden zamanın bir fonksiyonu olarak (saniye cinsinden) değişimi,

$$f(t) = 100 - 20 \cdot \cos\left(\frac{8\pi}{3} \cdot t\right)$$

fonksiyonuyla belirlenmiştir.

Buna göre, bu kişinin kan basıncının değerinin alabileceği en geniş aralığı bulunuz.

## ✓ ÇÖZÜM

$$\bullet f(t) = 100 - 20 \cdot \cos\left(\frac{8\pi}{3} \cdot t\right)$$

$$-1 \leq \cos\left(\frac{8\pi}{3} \cdot t\right) \leq 1$$

$$-20 \leq -20 \cdot \cos\left(\frac{8\pi}{3} \cdot t\right) \leq 20$$

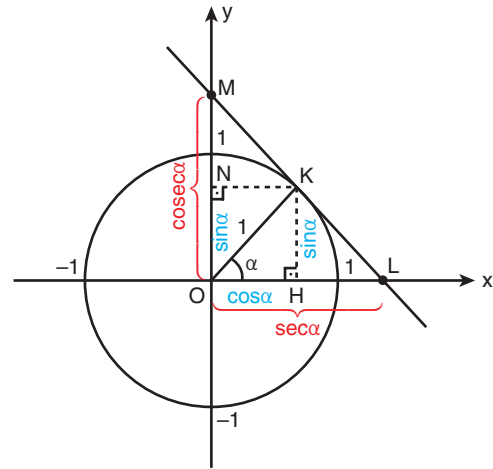
$$80 \leq 100 - 20 \cdot \cos\left(\frac{8\pi}{3} \cdot t\right) \leq 120$$

$$80 \leq f(t) \leq 120 \rightarrow [80, 120]$$



## YANINDA BULUNSUN

## SEKANT VE KOSEKANT FONKSİYONLARI



Birim çember üzerindeki K noktasından çizilen teğetin x eksenini kestiği L noktasının apsisine " $\alpha$  Açısının Sekantı" denir ve  $\sec \alpha$  ile gösterilir.

K noktasından çizilen teğetin y eksenini kestiği M noktasının ordinatına " $\alpha$  Açısının Kosekanti" denir ve  $\operatorname{cosec} \alpha$  ile gösterilir.

Benzerlik yapıldığında,

$$\bullet \sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$$

$$\bullet \operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}$$

olduğu görülür.

## BİRİM ÇEMBER - TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

## ? ÖRNEK 18.

$$\sec^2 x \cdot \cos^2 x - \operatorname{cosec}^2 x \cdot \sin^2 x$$

farkının sonucu kaçtır?

## ✓ ÇÖZÜM

$$\frac{1}{\cos^2 x} \cdot \cos^2 x - \frac{1}{\sin^2 x} \cdot \sin^2 x$$

$$1 - 1 = 0$$

## ? ÖRNEK 19.

$$\frac{\sec x - \cos x}{\sin^2 x}$$

ifadesinin en sade halini bulunuz.

## ✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \frac{\frac{1}{\cos x} - \cos x}{\sin^2 x} &= \frac{\frac{\sin^2 x}{1 - \cos^2 x}}{\cos x \cdot \sin^2 x} \\ &= \frac{\sin^2 x}{\cos x \cdot \sin^2 x} \\ &= \frac{1}{\cos x} \\ &= \sec x \end{aligned}$$

## ? ÖRNEK 20.

$$\sin x - \cos x = \frac{3}{4}$$

olduğuna göre,  $\sec x - \operatorname{cosec} x$  farkı kaçtır?

## ✓ ÇÖZÜM

$$\sec x - \operatorname{cosec} x = \frac{1}{\cos x} - \frac{1}{\sin x} = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x \cdot \cos x}$$

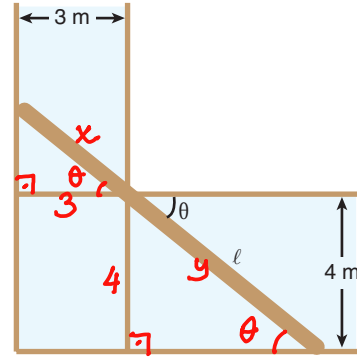
$$(\sin x - \cos x)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \Rightarrow \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{1} - 2 \cdot \sin x \cdot \cos x = \frac{9}{16}$$

$$\sin x \cdot \cos x = \frac{7}{32}$$

$$\sec x - \operatorname{cosec} x = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{7}{32}} = \frac{24}{7}$$

## ? ÖRNEK 21.

Aşağıda biri 3 metre, diğeri 4 metre genişliğinde iki koridor dik olarak kesişmişlerdir.



Buna göre,  $l$  uzunluğundaki merdivenin uzunluğunun  $\theta$  cinsinden eşitini bulunuz.

(Merdivenin kalınlığı önemsenecektir.)

## ✓ ÇÖZÜM

$$\cos \theta = \frac{3}{x} \quad \sin \theta = \frac{4}{y}$$

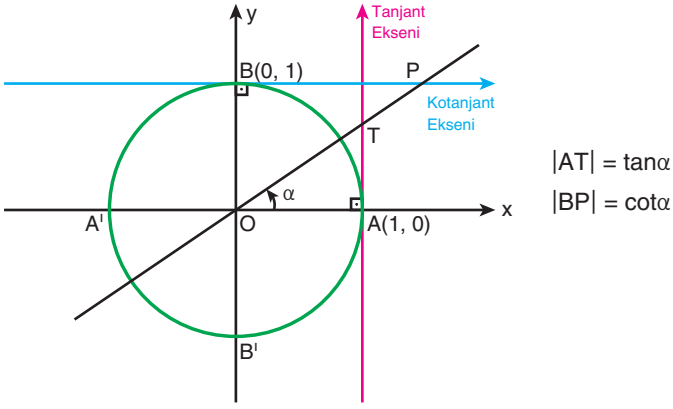
$$\begin{aligned} l = x + y &= \frac{3}{\cos \theta} + \frac{4}{\sin \theta} \\ &= 3 \cdot \sec \theta + 4 \cdot \operatorname{cosec} \theta \end{aligned}$$



YANINDA BULUNSUN

TANJANT VE KOTANJANT FONKSİYONLARI

Aşağıdaki birim çemberde A ve B noktalarından teğetler çizilmiştir.

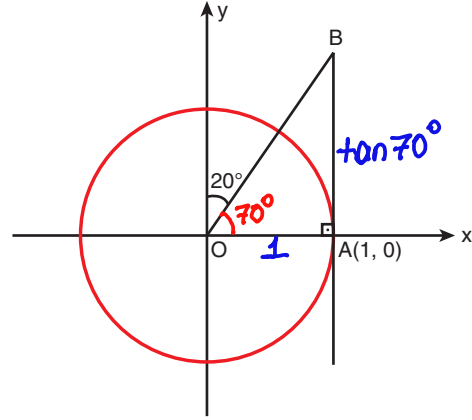


$m(\widehat{AOP}) = \alpha$  olsun. OP doğrusu, birim çembere A noktasından çizilen teğeti T noktasında, B noktasından çizilen teğeti de P noktasında kessin.

- T noktasının ordinatına  $\alpha$  açısının tanjantı ve P noktasının apsisine  $\alpha$  açısının kotanjantı denir. Buradan,  $T(1, \tan \alpha)$  ve  $P(\cot \alpha, 1)$  olur.
  - k tam sayı olmak üzere, ölçüleri  $\frac{\pi}{2} + 2k\pi$  ve  $\frac{3\pi}{2} + 2k\pi$  olan açıların tanjantları tanımlı olmadığından,  
 $\tan : \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\} \rightarrow \mathbb{R}$
  - k tam sayı olmak üzere, ölçüleri  $0 + k \cdot 2\pi$  ve  $\pi + 2k\pi$  olan açılarının kotanjantları tanımlı olmadığından,  
 $\cot : \mathbb{R} - \{k\pi\} \rightarrow \mathbb{R}$  dir.
  - $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$  ve  $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$  dir.
- Buradan,  $k \in \mathbb{Z}$  ve  $\alpha \neq \frac{k\pi}{2}$  olmak üzere,  
 $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$  dir.



ÖRNEK 22.



Yukarıda verilen birim çemberde B noktasının koordinatlarını bulunuz.



ÇÖZÜM

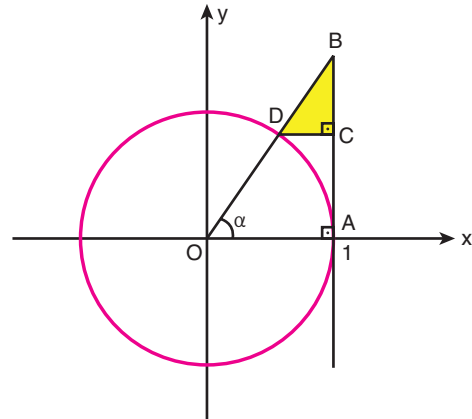
$B(1, \tan 70^\circ)$

ACİL MATEMATİK



ÖRNEK 23.

Aşağıda birim çember verilmiştir.

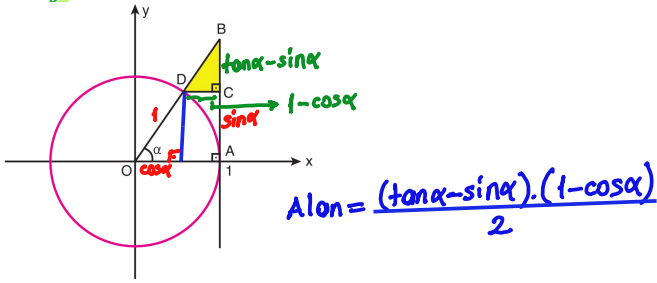


$m(\widehat{BOA}) = \alpha$

olduğuna göre, taralı alanı  $\alpha$  cinsinden bulunuz.

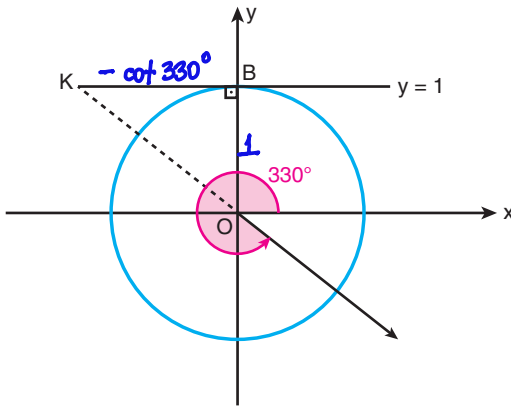
## BİRİM ÇEMBER - TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

## ÇÖZÜM



## ÖRNEK 24.

Aşağıda birim çember verilmiştir.



$|BK|$  uzunluğunu kotanjant cinsinden yazınız.

## ÇÖZÜM

$$|BK| = -\cot 330^\circ$$

## ÖRNEK 25.

$$(\tan x + \sec x) \cdot (1 - \sin x)$$

işleminin en sade halini bulunuz.

## ÇÖZÜM

$$\left(\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{1}{\cos x}\right) \cdot (1 - \sin x)$$

$$\frac{(1 + \sin x) \cdot (1 - \sin x)}{\cos x} = \frac{1 - \sin^2 x}{\cos x} = \frac{\cos^2 x}{\cos x} = \cos x$$

## ÖRNEK 26.

$$1 - \frac{1}{1 + \cot^2 x}$$

işleminin en sade halini bulunuz.

## ÇÖZÜM

$$1 - \frac{1}{1 + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}} = 1 - \frac{\sin^2 x}{\sin^2 x + \cos^2 x}$$

$$= 1 - \sin^2 x$$

$$= \cos^2 x$$

## ÖRNEK 27.

$$2 \cdot (\operatorname{cosec} x - 5) = 5 \cdot (\sec x - 2)$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre,  $\tan x$  kaçtır?

## ÇÖZÜM

$$2 \cdot \left(\frac{1}{\sin x} - 5\right) = 5 \cdot \left(\frac{1}{\cos x} - 2\right)$$

$$\frac{2}{\sin x} = \frac{5}{\cos x}$$

$$\tan x = \frac{2}{5}$$

## ÖRNEK 28.

$$\tan \frac{49\pi}{4} - \cot \left(\frac{-47\pi}{4}\right)$$

farkının sonucu kaçtır?

## ÇÖZÜM

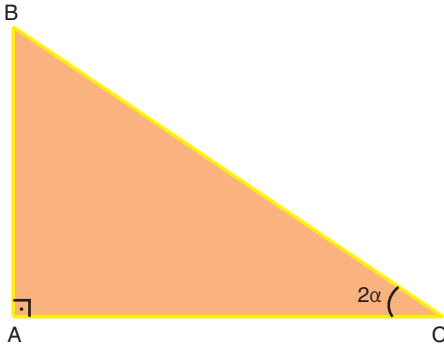
$$\frac{49\pi}{4} \text{ 'ün esas ölçüsü } \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{-47\pi}{4} \text{ 'ün esas ölçüsü } \frac{\pi}{4}$$

$$\tan \frac{\pi}{4} - \cot \frac{\pi}{4} = 0$$

**ÖRNEK 29.**

Aşağıda BAC dik üçgeni verilmiştir.



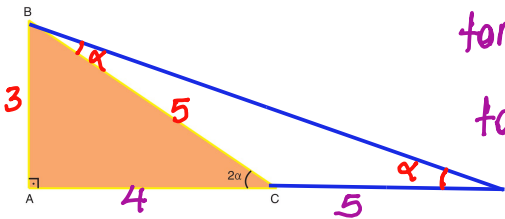
$$[AB] \perp [AC]$$

$$m(\widehat{BCA}) = 2\alpha \text{ dir.}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{3}{5}$$

olduğuna göre,  $\tan \alpha$  kaçtır?

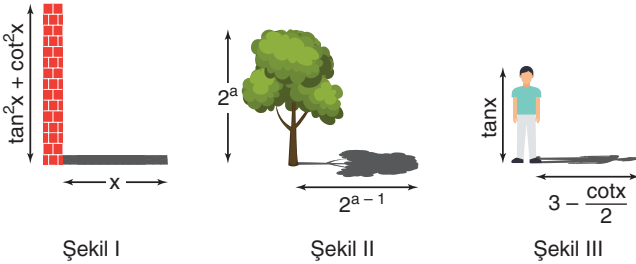
**ÇÖZÜM**



$$\tan \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{3}$$

**ÖRNEK 30.**



Yukarıdaki üç şekilde günün aynı saatinde aynı yerde gerçekleşen gölgeler gösterilmiştir.

Buna göre, Şekil I'deki gölgenin uzunluğu (x) kaç birimdir?

**ÇÖZÜM**

$$\frac{2^a}{2^a - 1} = 2 \Rightarrow \tan x = 2 \cdot \left(3 - \frac{\cot x}{2}\right)$$

$$(\tan x + \cot x)^2 = (6)^2$$

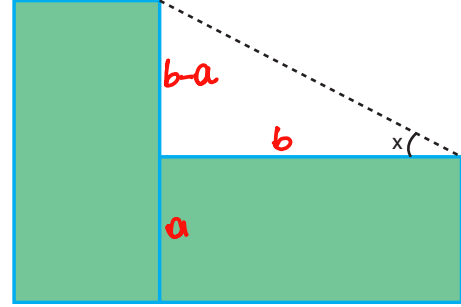
$$\tan^2 x + \cot^2 x = 34$$

$$2 \cdot x = \tan^2 x + \cot^2 x$$

$$2x = 34 \Rightarrow x = 17$$

**ÖRNEK 31.**

Aşağıdaki görselde verilen dikdörtgen biçimindeki özdeş iki karton, aralarında boşluk kalmadan ve her biri tamamen görünecek biçimde aşağıdaki gibi konulmuştur.



Buna göre, kartonlardan birinin uzun kenarının kısa kenarına oranını  $\cot x$  türünden bulunuz.

**ÇÖZÜM**

$$\tan x = \frac{b-a}{b} \Rightarrow \tan x = 1 - \frac{a}{b}$$

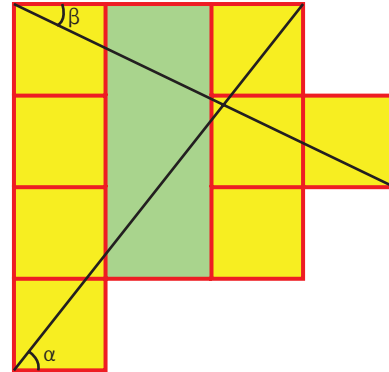
$$\frac{a}{b} = 1 - \tan x = 1 - \frac{1}{\cot x}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{\cot x}{\cot x - 1}$$

ACİL MATEMATİK

**ÖRNEK 32.**

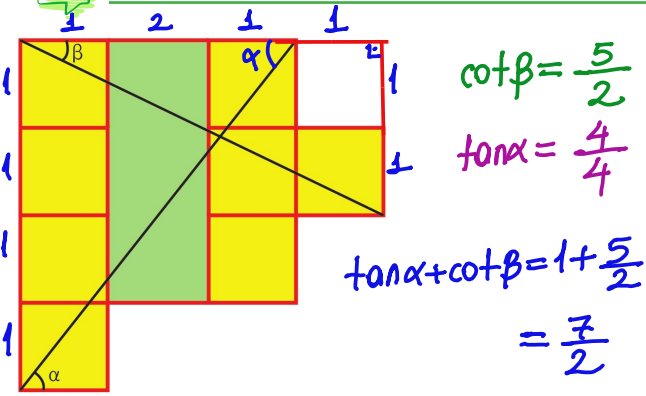
Aşağıdaki şekil bir yeşil dikdörtgen ve 8 eş sarı kareden oluşmuştur. Dikdörtgenin kısa kenarının uzunluğu karenin bir kenar uzunluğunun 2 katıdır.



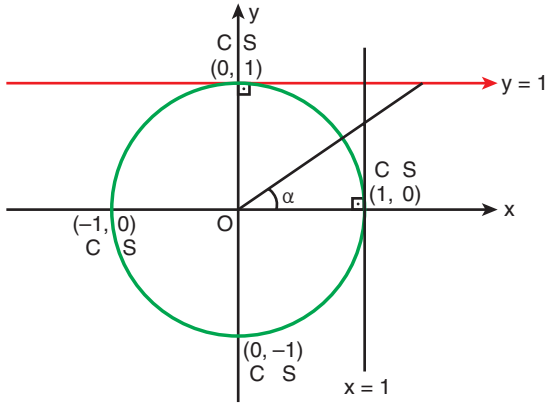
Buna göre,  $\tan \alpha + \cot \beta$  toplamı kaçtır?

## BİRİM ÇEMBER - TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

## ÇÖZÜM



## NOT



$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \text{ ve } \cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$\tan 0^\circ = \frac{\sin 0^\circ}{\cos 0^\circ} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\tan 180^\circ = \frac{\sin 180^\circ}{\cos 180^\circ} = \frac{0}{-1} = 0$$

$$\tan 90^\circ = \frac{\sin 90^\circ}{\cos 90^\circ} = \frac{1}{0} = \text{tanımsız}$$

$$\tan 270^\circ = \text{tanımsız}$$

$$\cot 90^\circ = 0$$

$$\cot 180^\circ = \text{tanımsız}$$

$$\cot 0^\circ = \text{tanımsız}$$

Tanjant ve kotanjant fonksiyonlarının bölgelere göre işaretleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

	1. Bölge	2. Bölge	3. Bölge	4. Bölge
tan	+	-	+	-
cot	+	-	+	-

## ÖRNEK 33.

- $a = \tan 100^\circ \cdot \sec 200^\circ$
- $b = \cot 220^\circ + \cos 300^\circ$
- $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$  ve  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$

olmak üzere,

$$c = \tan\theta \cdot \cot\alpha \cdot \operatorname{cosec}\theta$$

yukarıda verilen a, b ve c ifadelerinin işaretlerini bulunuz.

## ÇÖZÜM

$$\bullet a = - \cdot - = +$$

$$\bullet b = (+) + (+) = +$$

$$\bullet c = - \cdot + \cdot + = -$$

$$a > 0, b > 0, c < 0$$

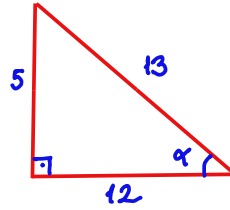
## ÖRNEK 34.

$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$  olmak üzere,

$$\sin\alpha = \frac{5}{13} \text{ tür.}$$

Buna göre,  $\tan\alpha - \cos\alpha$  farkı kaçtır?

## ÇÖZÜM



$$\tan\alpha - \cos\alpha = -\tan\alpha + \cos\alpha$$

$$= -\frac{5}{12} + \frac{12}{13}$$

$$= \frac{79}{156}$$

## ? ÖRNEK 35.

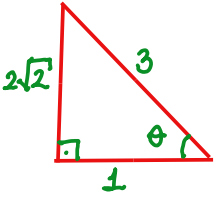
$\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$  olmak üzere, **III. Bölge**

$$\sec^2\theta = 9 \text{ dur.}$$

Buna göre,  $6 \cdot \cot\theta \cdot \sin\theta$  çarpımı kaçtır?

## ✓ ÇÖZÜM

$$\sec\theta = -3$$



$$6 \cot\theta \cdot \sin\theta = -6 \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = -2$$

## ? ÖRNEK 36.

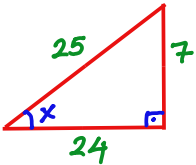
x dar açıdır.

$$\frac{7}{\sin x} = \frac{24}{\cos x}$$

olduğuna göre,  $\cos x$  kaçtır?

## ✓ ÇÖZÜM

$$\frac{\sin x}{\cos x} = \frac{7}{24} \Rightarrow \tan x = \frac{7}{24}$$

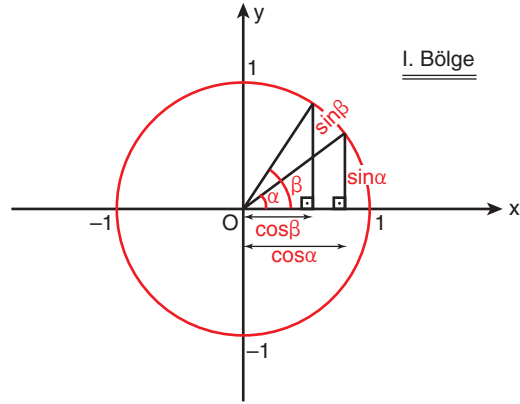


$$\cos x = \frac{24}{25}$$



## YANINDA BULUNSUN

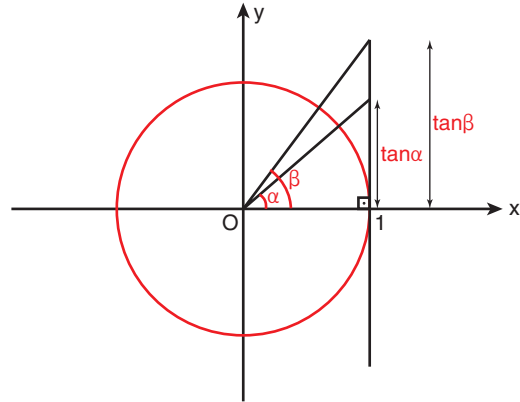
## SIRALAMA



Birim çemberden görüldüğü üzere,

I. Bölgede  $\beta > \alpha$  iken  $\sin\beta > \sin\alpha$

$\beta > \alpha$  iken  $\cos\alpha > \cos\beta$  dir.



$\beta > \alpha$  iken  $\tan\beta > \tan\alpha$  ve

$\beta > \alpha$  iken  $\cot\beta < \cot\alpha$  olur.

## BİRİM ÇEMBER - TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

## ? ÖRNEK 37.

$$a = \cos \frac{32\pi}{5}, \quad b = \cos \frac{20\pi}{9}, \quad c = \sin \frac{21\pi}{10}$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre; a, b ve c'yi küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

## ✓ ÇÖZÜM

$$a = \cos \frac{2\pi}{5}$$

$$b = \cos \frac{2\pi}{9}$$

$$c = \sin \frac{\pi}{10} = \cos \frac{2\pi}{5}$$

$$a = c < b$$

## ? ÖRNEK 38.

$$p = \tan 70^\circ$$

$$q = \cos 40^\circ$$

$$r = \sin 20^\circ$$

değerlerini küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

## ✓ ÇÖZÜM

$$p = \tan 70^\circ$$

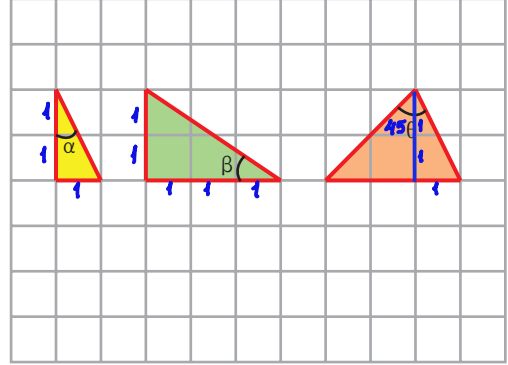
$$q = \cos 40^\circ = \sin 50^\circ$$

$$r = \sin 20^\circ$$

$$r < q < p$$

## ? ÖRNEK 39.

Aşağıdaki görselde verilen zemin birim karelerden oluşmuştur.



Buna göre,

- I.  $\theta > \beta > \alpha$
- II.  $\cos \theta < \cos \beta < \cos \alpha$
- III.  $\tan \alpha > \tan \beta$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

## ✓ ÇÖZÜM

$$\bullet \tan \alpha = \frac{1}{2} \quad \bullet \tan \beta = \frac{2}{3} \quad \bullet \theta = \alpha + 45^\circ$$

$$\alpha < 45^\circ \quad \beta > \alpha \quad \beta < 45^\circ$$

$$\theta > \beta > \alpha$$

$$\text{I. } \theta > \beta > \alpha$$

$$\text{II. } \cos \theta < \cos \beta < \cos \alpha$$

$$\text{III. } \tan \beta > \tan \alpha$$

$$\text{I ve II doğrudur.}$$



1.  $\tan^2 \frac{31\pi}{3} + \sin\left(\frac{-47\pi}{6}\right)$

toplaminin sonucu kaçtır?

- A)  $\frac{-7}{2}$  B)  $\frac{-5}{2}$  C)  $\frac{-1}{2}$  D)  $\frac{5}{2}$   E)  $\frac{7}{2}$

$\frac{31\pi}{3}$  ün esas ölçüsü  $\frac{\pi}{3}$

$\frac{-47\pi}{6}$  nin esas ölçüsü  $\frac{\pi}{6}$

$$\tan^2 \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{6} = (\sqrt{3})^2 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

2.  $\frac{\sec x - \tan x - 1}{\operatorname{cosec} x - \cot x - 1}$

ifadesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\tan x$  B)  $\operatorname{cosec} x$  C)  $\sec x$   
D)  $\cot x$  E)  $\sin x$

$$\frac{\frac{1}{\cos x} - \frac{\sin x}{\cos x} - 1}{\frac{1}{\sin x} - \frac{\cos x}{\sin x} - 1} = \frac{\sin x \cdot \left(\frac{1}{\sin x \cdot \cos x} - \frac{1}{\cos x} - \frac{1}{\sin x}\right)}{\cos x \cdot \left(\frac{1}{\sin x \cdot \cos x} - \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\cos x}\right)} = \frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$$

3.  $\theta$  dar açıdır.

$$x^2 - 2x + \sin^2 \theta = 0$$

denkleminin diskriminantı  $\Delta$  dır.

Buna göre,  $\sqrt{\frac{4}{\Delta}}$  ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

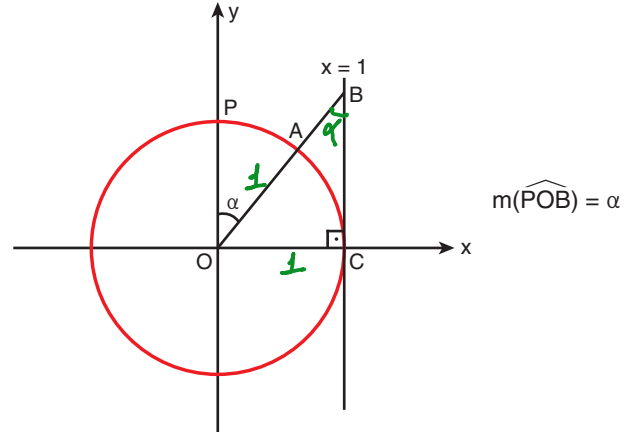
- A)  $\sec \theta$  B)  $\operatorname{cosec} \theta$  C)  $\sin \theta$   
D)  $\tan \theta$  E)  $\cot \theta$

$$\Delta = 4 - 4 \cdot \sin^2 \theta$$

$$\Delta = 4 \cdot (1 - \sin^2 \theta) = 4 \cdot \cos^2 \theta$$

$$\sqrt{\frac{4}{\Delta}} = \sqrt{\frac{4}{4 \cdot \cos^2 \theta}} = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \theta}} = \frac{1}{\cos \theta} = \sec \theta$$

4. Aşağıda birim çember verilmiştir.



Buna göre,  $\frac{|OA|}{|OB|}$  oranı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\cot \alpha$  B)  $\tan \alpha$   C)  $\sin \alpha$   
D)  $\cos \alpha$  E)  $\operatorname{cosec} \alpha$

$$\sin \alpha = \frac{1}{|OB|}$$

$$|OB| = \frac{1}{\sin \alpha}$$

$$\frac{|OA|}{|OB|} = \frac{1}{\frac{1}{\sin \alpha}} = \sin \alpha$$

5. a ve b birer gerçek sayıdır.

$$b = 3a + a \cdot \sin^2 x$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre,  $\frac{b}{a}$ 'nın bulunduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) [2, 3]  B) [3, 4] C) [0, 3]  
D) [0, 4] E) [2, 4]

$$\frac{b}{a} = 3 + \sin^2 x$$

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq \sin^2 x \leq 1$$

$$3 \leq 3 + \sin^2 x \leq 4$$

$$3 \leq \frac{b}{a} \leq 4$$

## BİRİM ÇEMBER - TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR - Test

6.  $m = \cos 300^\circ \cdot \sin 120^\circ$

$$n = \sin \frac{3\pi}{2} \cdot \cos \pi$$

$$r = \tan 200^\circ + \cot 210^\circ$$

olduğuna göre; m, n ve r sayılarının işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

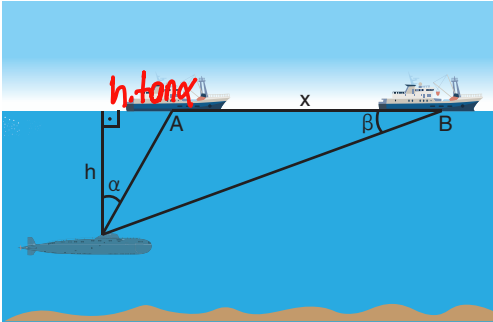
- A) -, -, -                      B) +, -, +                      C) -, +, +  
 D) +, +, +                      E) +, +, -

•  $m = \cos 300^\circ \cdot \sin 120^\circ = + \cdot + = +$

•  $n = \sin \frac{3\pi}{2} \cdot \cos \pi = - \cdot - = +$

•  $r = \tan 200^\circ + \cot 210^\circ = (+) + (+) = +$

7. Aşağıda A noktasında bulunan bir gemi x mil yol alıp B noktasına geldiğinde sabit duran denizaltını verilen açılarla deniz yüzeyinden h mil aşağıda görmüştür.



Buna göre,  $\frac{x}{h}$  oranı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\tan \alpha - \tan \beta$                       B)  $\cot \alpha - \cot \beta$                       C)  $\tan \alpha - \cot \beta$   
 D)  $\cot \beta - \tan \alpha$                       E)  $\cot \alpha - \sin \beta$

$$\cot \beta = \frac{h \cdot \tan \alpha + x}{h}$$

$$\cot \beta = \tan \alpha + \frac{x}{h}$$

$$\frac{x}{h} = \cot \beta - \tan \alpha$$

- 8.
- $\alpha$
- bir dar açıdır.

$$P(x) = x^2 - 3x + \cos^2 \alpha$$

polinomu veriliyor.

$P(x)$  polinomunun  $x - \sin \alpha$  ile bölümünden kalan  $\frac{1}{4}$ 'tür.

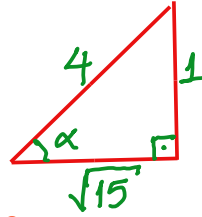
Buna göre,  $\cot \alpha$  kaçtır?

- A)  $2\sqrt{2}$                       B) 3                      C)  $2\sqrt{3}$                        D)  $\sqrt{15}$                       E) 4

$$P(\sin \alpha) = \frac{1}{4}$$

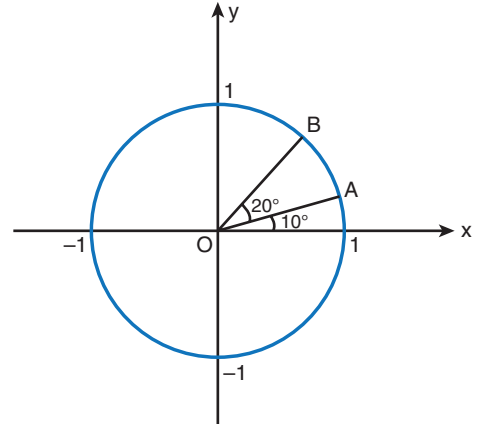
$$P(\sin \alpha) = \sin^2 \alpha - 3 \cdot \sin \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{1}{4}$$

$$3 \cdot \sin \alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{4}$$



$$\cot \alpha = \sqrt{15}$$

- 9.



Yukarıdaki birim çemberde A ve B noktalarının koordinatları toplamı kaçtır?

- A)  $\sin 10^\circ + \sin 30^\circ$                       B)  $\sin 30^\circ + \cos 10^\circ$   
 C)  $\sin 20^\circ + \sin 10^\circ$                       D)  $\cos 10^\circ + \cos 30^\circ$

E)  $\cos 20^\circ + \cos 10^\circ$

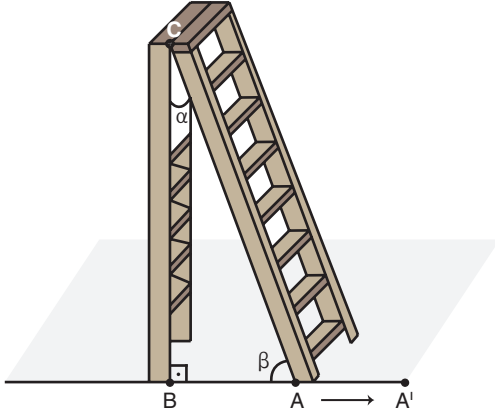
$$B(\cos 30^\circ, \sin 30^\circ)$$

$$A(\cos 10^\circ, \sin 10^\circ)$$

$$\sin 10^\circ + \sin 30^\circ$$

10. Aşağıda AC ayağı uzayıp kısalabilen bir merdiven görseli verilmiştir.

$$m(\widehat{BCA}) = \alpha \text{ ve } m(\widehat{BAC}) = \beta \text{ dir.}$$



Merdivenin BC kenarı sabit tutularak, merdiven A noktasından A' noktasına kadar uzatılıyor.

Buna göre,

- I. C açısının tanjant değeri artar.
- II. A açısının sinüs değeri azalır.
- III. C açısının kosinüs değeri artar.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I       B) I ve II      C) Yalnız III

D) II ve III

E) I, II ve III

- I.  $\alpha$  artıkça C açısının tanjant değeri artar.  
 II.  $\beta$  azaldıkça A açısının sinüs değeri azalır.  
 III.  $\alpha$  artıkça C açısının kosinüs değeri azalır.

11.  $a = \sin 20^\circ$

$$b = \cos 20^\circ = \sin 70^\circ$$

$$d > b > c > a$$

$$c = \tan 20^\circ$$

$$d = \cot 20^\circ = \tan 70^\circ$$

Yukarıda verilen eşitliklerde a, b, c ve d yerine  $20^\circ$  lik açının sinüs, kosinüs, tanjant ve kotanjantının yaklaşık değerleri yazılacaktır.

a, b, c ve d değerleri sıra gözetilmeksizin,

$$A = \{0,342, 0,363, 0,939, 2,745\}$$

dört elemanlı A kümesinin elemanlarıdır.

Buna göre, a + c toplamı kaçtır?

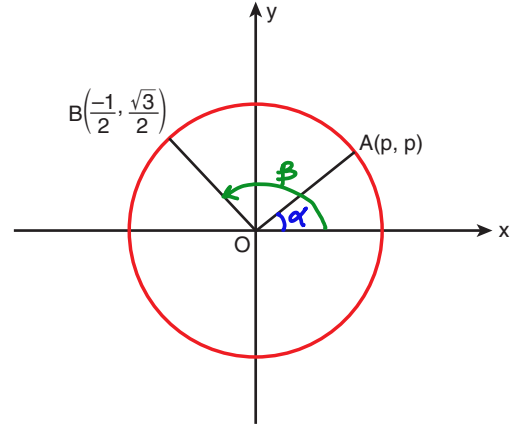
- A) 0,705      B) 1,281      C) 1,302

D) 3,117

E) 3,684

$$a+c = 0,342 + 0,363 \\ = 0,705$$

12. Aşağıda birim çember üzerinde  $A(p, p)$  ve  $B\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$  noktaları verilmiştir.



Buna göre,  $m(\widehat{BOA})$  kaç derecedir?

- A) 60       B) 75      C) 90      D) 105      E) 120

$$A(p, p) \Rightarrow \alpha = 45^\circ \text{ dir.}$$

$$B(\cos \beta, \sin \beta) = B\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow \beta = 120^\circ \text{ dir.}$$

$$m(\widehat{BOA}) = \beta - \alpha \\ = 120^\circ - 45^\circ \\ = 75^\circ$$

13.  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$  olmak üzere, II. bölge

$$x = \cos \alpha$$

$$y = \sin \alpha$$

$$z = \tan \alpha$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisinin sonucu sıfır olabilir?

- A)  $y - z$       B)  $y + x \cdot z$       C)  $x + z$

D)  $x + y$

E)  $y + z$

$$\alpha = 135^\circ \text{ için}$$

$$x = \cos 135^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$y = \sin 135^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = \cos 135^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ y = \sin 135^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{array} \right\} x+y=0 \text{ olabilir.}$$

## BİRİM ÇEMBER - TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR - Test

14.  $a = \sin\left(\frac{-2\pi}{5}\right)$

$b = \tan\left(\frac{33\pi}{4}\right)$

$c = -\cos(-30^\circ)$

olduğuna göre; a, b ve c'nin doğru işaretleri aşağıdakilerden hangisidir?

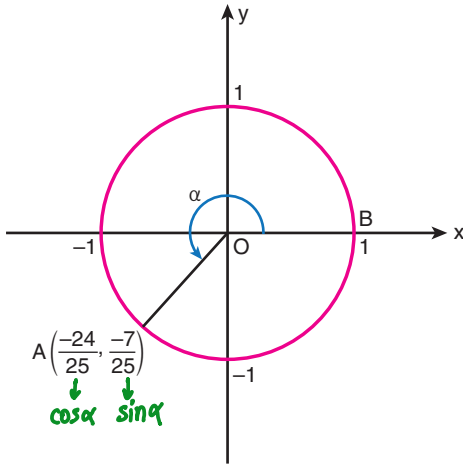
- A) -, -, -                      B) -, +, +                       C) -, +, -  
D) +, -, -                      E) +, +, -

•  $a = \sin\left(\frac{-2\pi}{5}\right) = \sin(-72^\circ) = -$

•  $b = \tan\left(\frac{33\pi}{4}\right) = \tan(45^\circ) = +$

•  $c = -\cos(-30^\circ) = -\cos(330^\circ) = -$

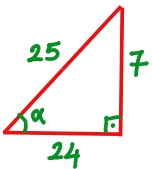
15.

Şekildeki birim çember üzerindeki A noktasının koordinatları  $A\left(\frac{-24}{25}, \frac{-7}{25}\right)$  dir.

$m(\widehat{BOA}) = \alpha$

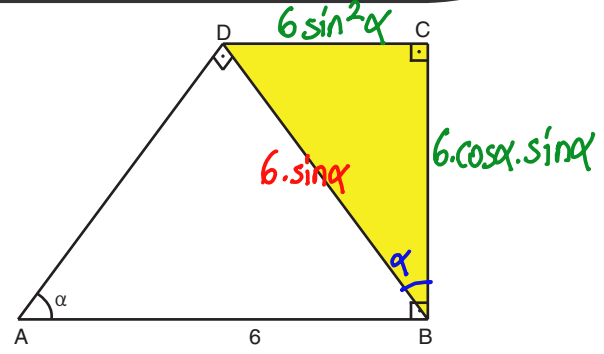
olduğuna göre,  $\tan \alpha + \sec \alpha$  toplamı kaçtır?

- A)  $\frac{-1}{24}$     B)  $\frac{-1}{12}$     C)  $\frac{-1}{25}$      D)  $\frac{-3}{4}$     E)  $\frac{24}{25}$



$$\begin{aligned} \tan \alpha - \frac{1}{\cos \alpha} &= \frac{7}{24} - \frac{1}{\frac{24}{25}} \\ &= \frac{7-25}{24} \\ &= -\frac{3}{4} \end{aligned}$$

16.



ABCD dik yamuktur.

$[AD] \perp [BD], m(\widehat{DAB}) = \alpha$  ve

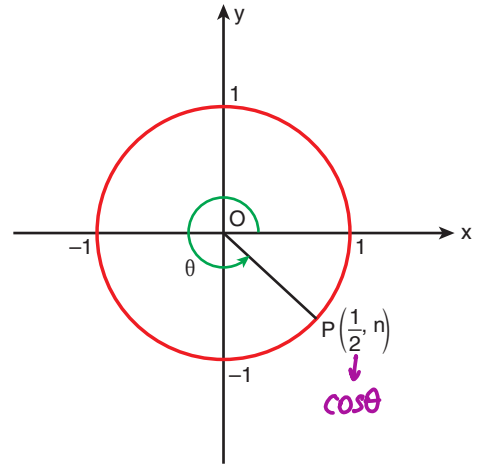
$|AB| = 6$  birimdir.

Buna göre, boyalı üçgenin alanı  $\alpha$  türünden aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $36 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha$                       B)  $18 \cdot \sin \alpha \cdot \cos^3 \alpha$   
 C)  $18 \cdot \sin^3 \alpha \cdot \cos \alpha$                       D)  $18 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$   
E)  $36 \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \alpha$

$$\begin{aligned} \text{Alan} &= \frac{1}{2} \cdot 6 \sin^2 \alpha \cdot 6 \sin \alpha \cos \alpha \\ &= 18 \sin^3 \alpha \cos \alpha \end{aligned}$$

- 17.
- $P\left(\frac{1}{2}, n\right)$
- noktası analitik düzlemde IV. bölgede birim çember üzerinde bir noktadır.

Buna göre,  $\cot\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right)$  ifadesinin değeri kaçtır?

- A)  $-\sqrt{3}$     B)  $\frac{-1}{\sqrt{3}}$     C)  $-1$      D)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$     E)  $\sqrt{3}$

$$\cos \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 300^\circ \quad \cot(300^\circ - 240^\circ) = \cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

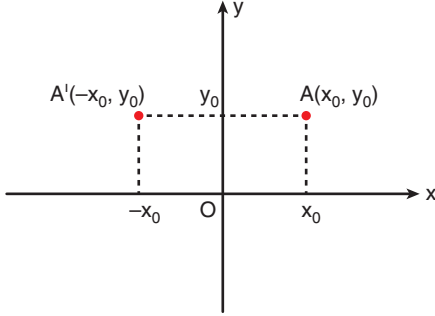
1. E	2. A	3. A	4. C	5. B	6. D
7. D	8. D	9. A	10. B	11. A	12. B
13. D	14. C	15. D	16. C	17. D	



## YANINDA BULUNSUN

## Oy EKSENİNE GÖRE SİMETRİ

## II. Bölgedeki Açıların Trigonometrik Oranları

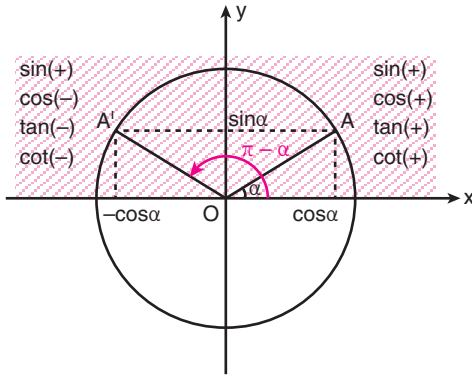


Analistik düzlemde bir  $A(x_0, y_0)$  noktasının Oy eksenine göre simetriği  $A'(-x_0, y_0)$  noktasıdır.

**Örneğin;**  $A(-2, 3)$  noktasının Oy eksenine göre simetriği  $A'(2, 3)$  noktasıdır.



## NOT



$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$  olmak üzere, A noktasının Oy eksenine göre simetriği A' noktası ise  $A(\cos \alpha, \sin \alpha)$  iken  $A'(-\cos \alpha, \sin \alpha)$  olur.

II. bölgede sadece sinüs pozitif, kosinüs, tanjant ve kotanjant negatiftir.

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\tan(\pi - \alpha) = \frac{\sin(\pi - \alpha)}{\cos(\pi - \alpha)} = \frac{\sin \alpha}{-\cos \alpha} = -\tan \alpha$$

$$\cot(\pi - \alpha) = \frac{\cos(\pi - \alpha)}{\sin(\pi - \alpha)} = \frac{-\cos \alpha}{\sin \alpha} = -\cot \alpha$$



## ÖRNEK 1.

Aşağıda verilen ifadelerin değerlerini bulunuz.

a)  $\cos 135^\circ =$

b)  $\tan 150^\circ =$

c)  $\cos 150^\circ =$

d)  $\cot 120^\circ =$



## ÇÖZÜM

a)  $\cos 135^\circ = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

b)  $\tan 150^\circ = -\tan 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

c)  $\cos 150^\circ = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

d)  $\cot 120^\circ = -\cot 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$



## ÖRNEK 2.

$\tan 15^\circ = m$

olduğuna göre,  $\cot 165^\circ$  nin m türünden değerini bulunuz.



## ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \cot 165^\circ &= -\cot 15^\circ \\ &= -\frac{1}{\tan 15^\circ} \\ &= -\frac{1}{m} \end{aligned}$$



## ÖRNEK 3.

$2a - b = \frac{\pi}{2}$  olmak üzere,

$\sin(4a - 3b)$

ifadesinin sonucunu b türünden bulunuz.



## ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} 4a - 2b &= \pi \\ \sin(\underbrace{4a - 2b - b}_{\pi}) &= \sin(\pi - b) \\ &= \sin b \end{aligned}$$

## İNDİRGEME FORMÜLLERİ

## ? ÖRNEK 4.

Bir ABC üçgeninde,

$$\sec(\hat{C}) = \operatorname{cosec}(\hat{B} + \hat{C})$$

olduğuna göre, ABC üçgeninin dik üçgen olduğunu gösteriniz.

## ✓ ÇÖZÜM

$$\cos \hat{C} = \sin(\hat{B} + \hat{C})$$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

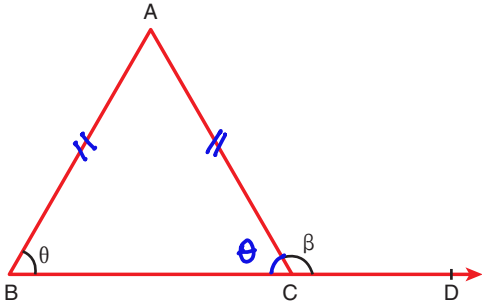
$$\cos \hat{C} = \sin(180^\circ - \hat{A}) = \sin \hat{A}$$

$$\sin \hat{A} = \cos \hat{C} \Rightarrow \hat{A} + \hat{C} = 90^\circ$$

$$\hat{B} = 90^\circ$$

## ? ÖRNEK 5.

Aşağıda ikizkenar bir üçgen verilmiştir.



$$\begin{aligned} |AB| &= |AC| \\ m(\widehat{ABC}) &= \theta \\ m(\widehat{ACD}) &= \beta \end{aligned}$$

Buna göre,

- I.  $\sin \theta - \sin \beta = 0$
- II.  $\cos \theta + \cos \beta = 0$
- III.  $\tan \theta - \tan \beta = 0$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

## ✓ ÇÖZÜM

$$\beta + \theta = 180^\circ$$

$$\text{I. } \sin \theta = \sin(180^\circ - \beta) = \sin \beta$$

$$\text{II. } \cos \theta = \cos(180^\circ - \beta) = -\cos \beta$$

$$\text{III. } \tan \theta = \tan(180^\circ - \beta) = -\tan \beta$$

I ve II doğrudur.

## ? ÖRNEK 6.

Aşağıda 32 cm uzunluğunda bir tel verilmiştir.

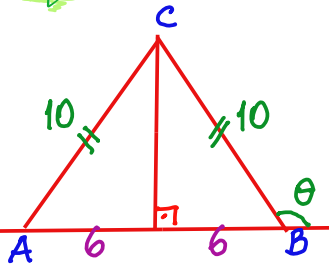
$$|AB| = 12 \text{ cm ve } |AC| = |BC'| \text{ dür.}$$



Tel A ve B noktalarından kıvrılarak C ve C' noktaları çakışacak şekilde bir ikizkenar üçgen oluşturulmuştur.

Buna göre, oluşan üçgenin eşit olan her bir dış açısının ölçüsü  $\theta$  olduğuna göre,  $\tan \theta$  kaçtır?

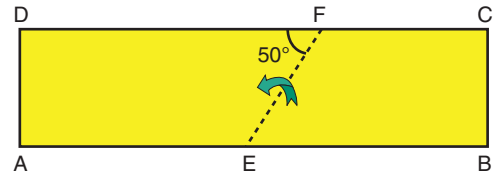
## ✓ ÇÖZÜM



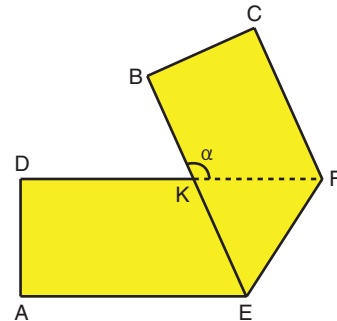
$$\begin{aligned} \tan(180^\circ - \theta) &= \frac{8}{6} \\ \tan \theta &= -\frac{4}{3} \end{aligned}$$

## ? ÖRNEK 7.

ABCD dikdörtgeni  $m(\widehat{EFD}) = 50^\circ$  olacak biçimde [EF] boyunca katlanıyor.



Katlama sonrasında  $m(\widehat{BKF}) = \alpha$  olmaktadır.



Buna göre  $\cos \alpha$ ,

- I.  $\cos 80^\circ$
- II.  $-\cos 80^\circ$
- III.  $\sin 80^\circ$

ifadelerinden hangilerine eşittir?

Cevaplar

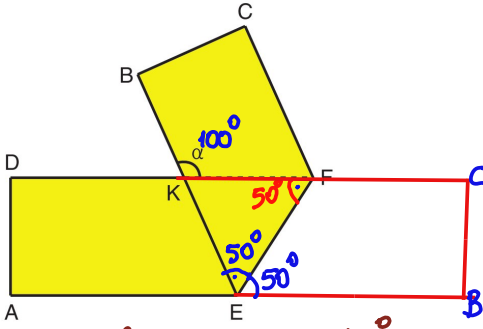
4.  $\sin \hat{A} = \cos \hat{C}$  olduğundan B açısı  $90^\circ$  dir.

30

Cevaplar

5. I ve II 6.  $-\frac{4}{3}$  7. Yalnız II

✓ ÇÖZÜM



$$\alpha = 100^\circ \Rightarrow \cos \alpha = \cos 100^\circ \\ = -\cos 80^\circ$$

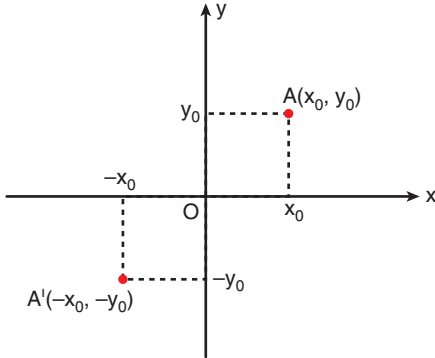
Yalnız II



YANINDA BULUNSUN

ORİJİNE GÖRE SİMETRİ

III. Bölgedeki Açıların Trigonometrik Oranları

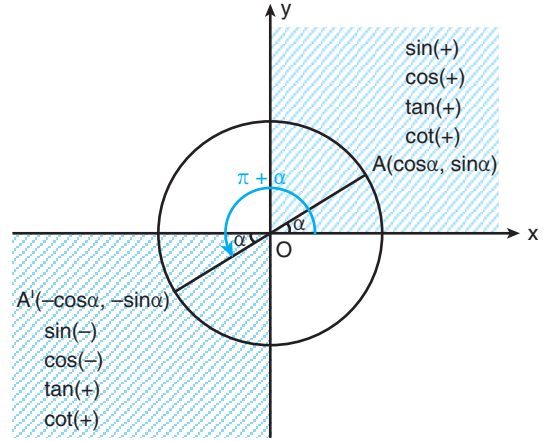


Analistik düzlemde bir  $A(x_0, y_0)$  noktasının orijine göre simetriği  $A'(-x_0, -y_0)$  noktasıdır.

**Örneğin:**  $A(-1, 4)$  noktasının orijine göre simetriği  $A'(1, -4)$  noktasıdır.



NOT



$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$  olmak üzere,  $A(\cos \alpha, \sin \alpha)$  noktasının orijine göre

simetriği  $A'(-\cos \alpha, -\sin \alpha)$  olur. III. bölgede sinüs ve kosinüs negatif, tanjant ve kotanjant pozitiftir.

$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\tan(\pi + \alpha) = \frac{\sin(\pi + \alpha)}{\cos(\pi + \alpha)} = \frac{-\sin \alpha}{-\cos \alpha} = \tan \alpha$$

$$\cot(\pi + \alpha) = \frac{\cos(\pi + \alpha)}{\sin(\pi + \alpha)} = \frac{-\cos \alpha}{-\sin \alpha} = \cot \alpha$$



ÖRNEK 8.

Aşağıda verilen ifadelerin değerlerini bulunuz.

a)  $\sin 210^\circ =$

b)  $\cos 225^\circ =$

c)  $\tan 240^\circ =$

d)  $\cot 210^\circ =$



ÇÖZÜM

a)  $\sin 210^\circ = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$

b)  $\cos 225^\circ = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

c)  $\tan 240^\circ = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

d)  $\cot 210^\circ = \cot 30^\circ = \sqrt{3}$

## İNDİRGEME FORMÜLLERİ

## ? ÖRNEK 9.

$$\sin 25^\circ = m$$

olduğuna göre,  $\sin 205^\circ$ 'nin  $m$  türünden eşitini bulunuz.

## ✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}\sin 205^\circ &= \sin(180^\circ + 25^\circ) \\ &= -\sin 25^\circ \\ &= -m\end{aligned}$$

## ? ÖRNEK 10.

$$\cos 200^\circ + \sin 70^\circ + \frac{\cot 193^\circ}{\tan 77^\circ}$$

işleminin sonucunu bulunuz.

## ✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}&\underbrace{-\cos 20^\circ + \cos 20^\circ}_0 + \underbrace{\frac{\cot 13^\circ}{\cot 13^\circ}}_1 \\ &0 + 1 = 1\end{aligned}$$

## ? ÖRNEK 11.

$x + y = 45^\circ$  olmak üzere,

$$\tan(4x + 5y)$$

ifadesinin eşitini bulunuz.

## ✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}\tan(\underbrace{4(x+y)}_{45^\circ} + y) &= \tan(180^\circ + y) \\ &= \tan y\end{aligned}$$

## ? ÖRNEK 12.

$$\frac{\cos(\pi + x)}{1 + \sin(3\pi - x) \cdot \sin(\pi + x)}$$

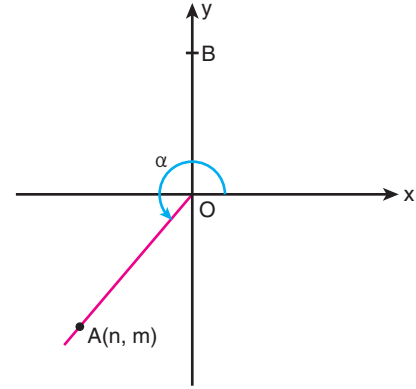
ifadesinin en sade halini bulunuz.

## ✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}\frac{-\cos x}{1 + \sin x \cdot (-\sin x)} &= \frac{-\cos x}{1 - \sin^2 x} \\ &= \frac{-\cos x}{\cos^2 x} \\ &= -\sec x\end{aligned}$$

## ? ÖRNEK 13.

Aşağıda verilen koordinat ekseninde  $A(n, m)$  dir.

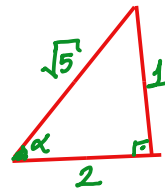


$\left| \frac{n}{m} \right| = 2$  olduğuna göre,  $\cos \alpha$  değeri kaçtır?

## ✓ ÇÖZÜM

$$n = \cos \alpha \quad m = \sin \alpha$$

$$\cot \alpha = 2$$



$$\cos \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}$$



**ÖRNEK 14.**

$y - x = \pi$  olmak üzere,  
 $\cos(\tan x - \tan y) + 1$   
işleminin sonucu kaçtır?

**ÇÖZÜM**

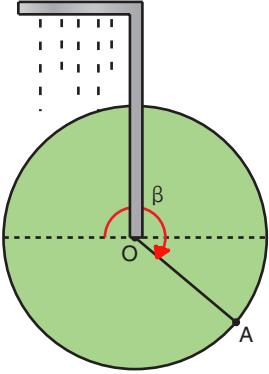
$$y = \pi + x \Rightarrow \tan y = \tan(\pi + x) = \tan x$$

$$\cos(\tan x - \tan x) + 1$$

$$\cos 0 + 1 = 1 + 1 = 2$$

**ÖRNEK 15.**

**Bilgi:** Yarıçapı  $r$  olan dairenin alanı  $\pi \cdot r^2$  formülü ile hesaplanır.



Yanda O merkezli daire biçiminde bir araziye sulamak için dikey bir eksen etrafında saat yönünde hareket eden döner sulama sistemi gösterilmiştir. Sulama işlemi A noktasına kadar yapılmıştır. Dairenin yarıçapı  $2\sqrt{6}$  birimdir.

$$\cos \beta = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$

olduğuna göre, sulama yapılan alan kaç birimkaredir?

**ÇÖZÜM**

$\beta$  negatif yönlü ve  $225^\circ$  dir.

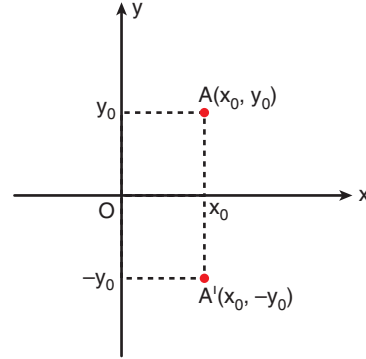
$$\cos \beta = \cos(-225) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Alan} = \pi \cdot (2\sqrt{6})^2 \cdot \frac{225^\circ}{360^\circ} = 15\pi$$



**YANINDA BULUNSUN**

**IV. Bölgedeki Açıların Trigonometrik Oranları**

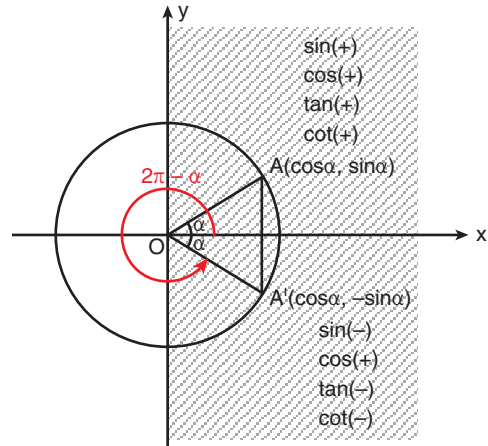


Analitik düzlemde bir  $A(x_0, y_0)$  noktasının x eksenine göre simetriği  $A'(x_0, -y_0)$  noktasıdır.

**Örneğin;**  $A(-2, 3)$  noktasının x eksenine göre simetriği  $A'(-2, -3)$  noktasıdır.



**NOT**



$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$  olmak üzere,  $A(\cos \alpha, \sin \alpha)$  noktasının x eksenine göre simetriği  $A'(\cos \alpha, -\sin \alpha)$  dir. IV. bölgede kosinüs pozitif, sinüs, tanjant ve kotanjant negatiftir.

$$\cos(2\pi - \alpha) = \cos \alpha, \quad \sin(2\pi - \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\tan(2\pi - \alpha) = -\tan \alpha, \quad \cot(2\pi - \alpha) = -\cot \alpha$$

Ayrıca,  $2\pi$ 'nin esas ölçüsü sıfır olduğundan,

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha, \quad \sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha, \quad \cot(-\alpha) = -\cot \alpha$$

şeklinde yazılabilir.

## İNDİRGEME FORMÜLLERİ

## ? ÖRNEK 16.

Aşağıda verilen ifadelerin değerlerini bulunuz.

- a)  $\cos 300^\circ =$   
 b)  $\sin 315^\circ =$   
 c)  $\tan 330^\circ =$   
 d)  $\sin(-30^\circ) =$

## ✓ ÇÖZÜM

- a)  $\cos 300^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$   
 b)  $\sin 315^\circ = -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$   
 c)  $\tan 330^\circ = -\tan 30^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$   
 d)  $\sin(-30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$

## ? ÖRNEK 17.

$$\sin 320^\circ + \cos 310^\circ$$

toplamının sonucunu bulunuz.

## ✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \sin 320^\circ + \cos 310^\circ \\ -\sin 40^\circ + \cos 50^\circ = 0 \end{aligned}$$

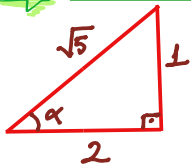
## ? ÖRNEK 18.

$\alpha$  dar açı olmak üzere,

$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} \text{ tir.}$$

Buna göre,  $\cot(2\pi - \alpha) + \tan \alpha$  toplamının sonucu kaçtır?

## ✓ ÇÖZÜM



$$\begin{aligned} -\cot \alpha + \tan \alpha \\ -2 + \frac{1}{2} = -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

## ? ÖRNEK 19.

$3\alpha = \pi$  olmak üzere,

$$\frac{\cos 4\alpha}{\cos 2\alpha} + \frac{\sin \alpha}{\sin 2\alpha}$$

toplamının sonucu kaçtır?

## ✓ ÇÖZÜM

$$3\alpha = \pi \Rightarrow 6\alpha = 2\pi$$

$$\frac{\cos(2\pi - 2\alpha)}{\cos 2\alpha} + \frac{\sin \alpha}{\sin(\pi - \alpha)}$$

$$\frac{\cos 2\alpha}{\cos 2\alpha} + \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha} = 1 + 1 = 2$$

## ? ÖRNEK 20.

Veysi, aşağıdaki hesap makinesinde  $\tan 33^\circ$  nin yaklaşık değerini bulmuştur.



Buna göre Veysi,  $\tan 327^\circ + \cos 300^\circ$  nin toplamını yaklaşık olarak kaç bulacaktır?

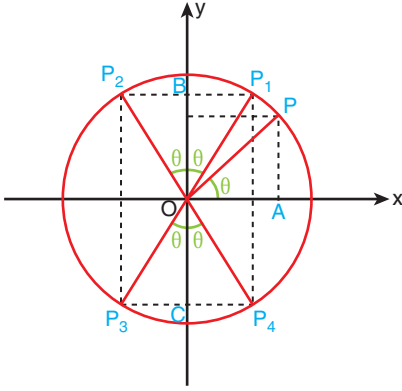
## ✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \tan 327^\circ + \cos 300^\circ \\ -\tan 33^\circ + \cos 60^\circ = -0,649 + 0,5 \\ = -0,149 \end{aligned}$$

YANINDA BULUNSUN

$\frac{k \cdot \pi}{2} \mp \alpha$  Açılarının Trigonometrik Oranları

Aşağıdaki şekilde,  $P_1$  in; Oy eksenine göre simetriği  $P_2$ , orijine göre simetriği  $P_3$ , Ox eksenine göre simetriği  $P_4$  tür.



$0^\circ < \theta < 90^\circ$  olmak üzere,

P noktasının koordinatları  $(\cos\theta, \sin\theta)$  dir.

POA,  $P_1$ OB,  $P_2$ OB,  $P_3$ OC,  $P_4$ OC üçgenleri benzer olduğundan,

$P = (\cos\theta, \sin\theta)$  ise,

$P_1 = (\sin\theta, \cos\theta)$

$P_2 = (-\sin\theta, \cos\theta)$

$P_3 = (-\sin\theta, -\cos\theta)$

$P_4 = (\sin\theta, -\cos\theta)$  olur.

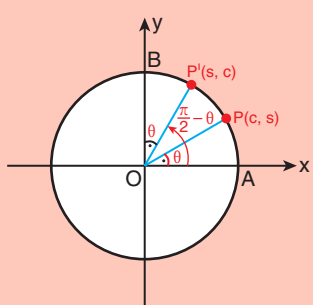
Verilen grafiklerde  $s = \sin\theta$  ve  $c = \cos\theta$  olmak üzere, şu eşitlikleri yazabiliriz:

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta$

$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin\theta$

$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot\theta$

$\cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \tan\theta$

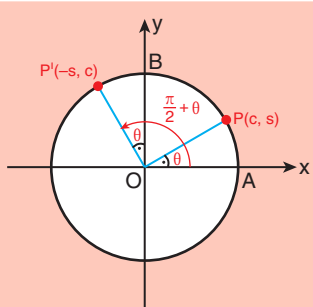


$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \cos\theta$

$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\sin\theta$

$\tan\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\cot\theta$

$\cot\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\tan\theta$

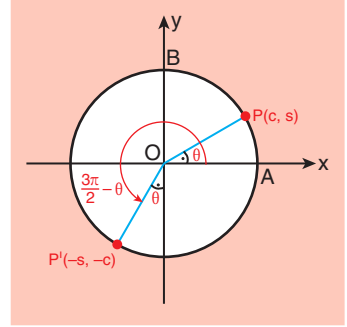


$\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) = -\cos\theta$

$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) = -\sin\theta$

$\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) = \cot\theta$

$\cot\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) = \tan\theta$

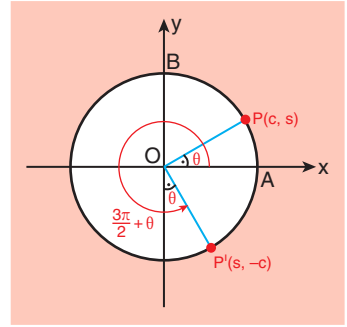


$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) = -\cos\theta$

$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) = \sin\theta$

$\tan\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) = -\cot\theta$

$\cot\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) = -\tan\theta$



ACIL MATEMATİK

ÖRNEK 21.

$$\frac{\sin\left(\frac{17\pi}{2} - x\right) + \cos(-x)}{\cos\left(\frac{23\pi}{2} + x\right) + \sin(3\pi - x)}$$

işleminin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos x}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \sin(\pi - x)}$$

$$\frac{\cos x + \cos x}{\sin x + \sin x} = \frac{2 \cdot \cos x}{2 \cdot \sin x} = \cot x$$

ÖRNEK 22.

$\tan 2^\circ = x$  olmak üzere,

$$\frac{\tan 92^\circ + \cot 178^\circ}{\cot 268^\circ}$$

işleminin sonucunu x türünden bulunuz.

## İNDİRGEME FORMÜLLERİ

## ✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}\frac{\tan 92^\circ + \cot 178^\circ}{\cot 268^\circ} &= \frac{-\cot 2 - \cot 2}{\tan 2} \\ &= \frac{-2\cot 2}{\tan 2} \\ &= -\frac{2}{x^2}\end{aligned}$$

## ? ÖRNEK 23.

$\alpha$  dar açıdır.

$$\sin 1715^\circ = -\cos \alpha$$

olduğuna göre,  $\tan 9\alpha$  kaçtır?

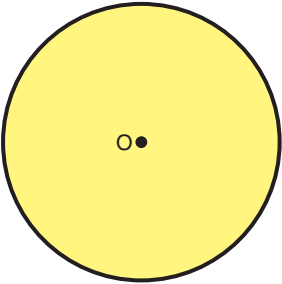
## ✓ ÇÖZÜM

$$\begin{array}{r|l} 1715 & 360 \\ 1440 & 4 \\ \hline 275 & \end{array}$$

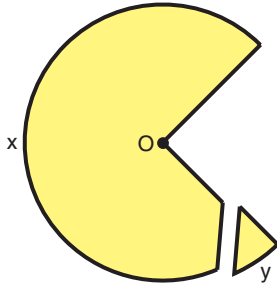
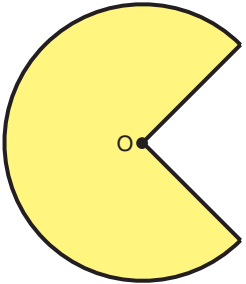
$$\begin{aligned}\sin 275^\circ &= -\cos \alpha \\ -\cos 5^\circ &= -\cos \alpha \\ \alpha &= 5^\circ\end{aligned}$$

$$\tan 9\alpha = \tan 45^\circ = 1$$

## ? ÖRNEK 24.



Yarıçapı 1 birim olan daire biçimindeki bir kartondan çeyrek daire biçiminde bir parça kesilip çıkarılıyor. Kalan karton parçası rastgele bir şekilde ikiye ayrılıyor.



Oluşan iki karton parçasında eğri biçimindeki yayların uzunlukları şekildeki gibi  $x$  ve  $y$  birimdir.

Buna göre,  $\frac{\sin x}{\sin y}$  oranının  $y$  türünden eşitini bulunuz.

## ✓ ÇÖZÜM

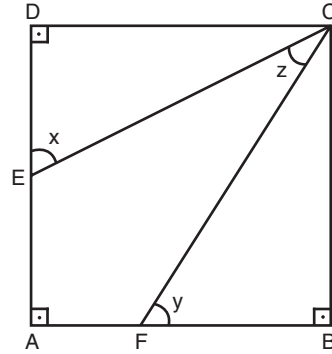
$$x + y = \frac{3\pi}{2}$$

$$\begin{aligned}\frac{\sin x}{\sin y} &= \frac{\sin(\frac{3\pi}{2} - y)}{\sin y} \\ &= \frac{-\cos y}{\sin y} \\ &= -\cot y\end{aligned}$$

## ? ÖRNEK 25.

ABCD bir karedir.

$m(\widehat{ECF}) = z$ ,  $m(\widehat{DEC}) = x$  ve  $m(\widehat{CFB}) = y$  dir.



Buna göre,  $\cot(x + y)$  nin eşitini bulunuz.

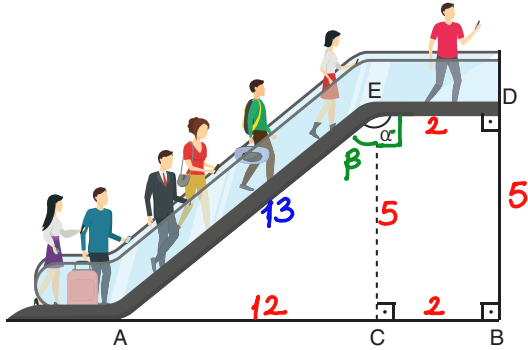
## ✓ ÇÖZÜM

$$90^\circ + z = x + y$$

$$\begin{aligned}\cot(x + y) &= \cot(90^\circ + z) \\ &= -\tan z\end{aligned}$$

**ÖRNEK 26.**

Aşağıda bir yürüyen merdiven görseli verilmiştir.



$|BD| = 5$  metre,  $|ED| = 2$  metre ve  $|AB| = 14$  metredir.

$$m(\widehat{AED}) = \alpha$$

olduğuna göre,  $\cos \alpha$  kaçtır?

**ÇÖZÜM**

$$\alpha = 90^\circ + \beta$$

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \cos(90^\circ + \beta) \\ &= -\sin \beta \\ &= -\frac{12}{13} \end{aligned}$$

**ÖRNEK 27.**

$$\cot\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = -2 \text{ ve}$$

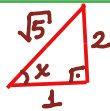
$$|\sin x| = -\sin x$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre,  $\sqrt{5} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$  çarpımının sonucu kaçtır?

**ÇÖZÜM**

$$\bullet -\tan x = -2 \Rightarrow \tan x = 2$$



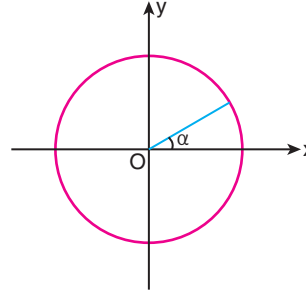
$$\bullet \sin x < 0$$

$\tan x = 2$  ve  $\sin x < 0$  ise  $x$ , 3. bölgede bir açıdır.

$$\sqrt{5} \cdot \overline{\cos x} = -\sqrt{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = -1$$



**YANINDA BULUNSUN**

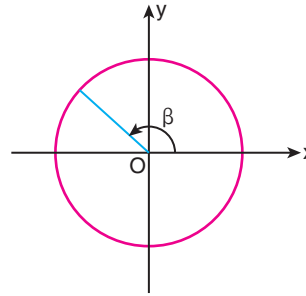


$$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

$$\pi < \pi + \alpha < \frac{3\pi}{2}$$

III. Bölge

$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

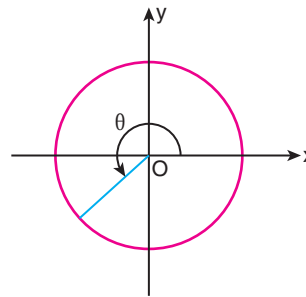


$$\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$$

$$\frac{3\pi}{2} < \pi + \beta < 2\pi$$

IV. Bölge

$$\sin(\pi + \beta) = -\sin \beta$$



$$\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$$

$$2\pi < \pi + \theta < \frac{5\pi}{2}$$

$$0 < \pi + \theta < \frac{\pi}{2}$$

I. Bölge

$$\sin(\pi + \theta) = -\sin \theta$$

ACIL MATEMATİK

Yukarıda verilen birim çemberlerden görüleceği üzere,

$$\sin(\pi + x) = -\sin x \text{ dir.}$$

Demek ki bu eşitliğin sağlanması için  $x$ 'in dar açı olma zorunluluğu yoktur.

## İNDİRGEME FORMÜLLERİ - Test I

1. Bir ABC üçgeninde,

$$\hat{A} = m(\widehat{BAC}) = 106^\circ 18' 5'' \text{ ve}$$

$$\hat{C} = m(\widehat{BCA}) = 13^\circ 41' 55'' \text{ dir.}$$

Buna göre,  $\tan(\widehat{ABC})$  kaçtır?

- A)  $-\sqrt{3}$       B)  $\frac{-\sqrt{3}}{2}$       C)  $\frac{-\sqrt{3}}{3}$   
 D)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       E)  $\sqrt{3}$

$$\hat{A} + \hat{C} = 119^\circ 59' 60''$$

$$\hat{A} + \hat{C} = 120^\circ \Rightarrow \hat{B} = 60^\circ$$

$$\tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

2.  $\cot 236^\circ + \tan 146^\circ + \tan 225^\circ$

toplaminin sonucu kaçtır?

- A) -2      B) -1      C) 0      D) 1      E) 2

$$\tan 34^\circ - \tan 34^\circ + \tan 45^\circ$$

$$0 + 1 = 1$$

3.  $\cot^2\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \cos^2(\pi + \alpha) + \cos^2\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$

toplaminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\tan^2\alpha$       B)  $\cos^2\alpha$       C) 1  
 D)  $\sec^2\alpha$       E)  $\sin^2\alpha$

$$\tan^2\alpha + \underbrace{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}_1$$

$$1 + \tan^2\alpha = \sec^2\alpha$$

4.  $\frac{\sin 240^\circ}{\cos 210^\circ} + \frac{\cot 210^\circ}{\tan(-240^\circ)}$

toplaminin sonucu kaçtır?

- A) -1      B)  $\frac{-1}{2}$       C)  $\frac{1-\sqrt{3}}{3}$   
 D) 0      E)  $1-\sqrt{3}$

$$\frac{-\sin 60^\circ}{-\cos 30^\circ} + \frac{\cot 30^\circ}{-\tan 60^\circ}$$

$$1 - 1 = 0$$

5. Bir ABC üçgeninin iç açıları  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  ve  $\hat{C}$  dir.

Buna göre,

$$\frac{\tan(2\hat{A} + \hat{B} + 2\hat{C})}{\tan(\hat{A} + \hat{C})}$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-\tan B$       B) -1      C) 0      D)  $\tan B$       E) 1

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\frac{\tan(360^\circ - \hat{B})}{\tan(180^\circ - \hat{B})} = \frac{-\tan \hat{B}}{-\tan \hat{B}} = 1$$

6.  $\sin 10^\circ = p$

olduğuna göre,

$$\sin 190^\circ + \cos^2 350^\circ - 1$$

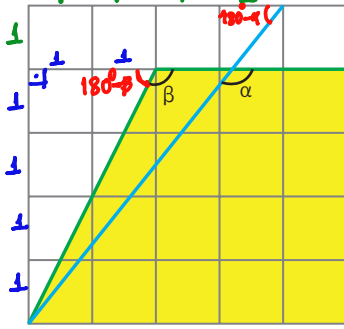
işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-p \cdot (p + 1)$       B)  $p^2 + 1$       C)  $p^2 - 1$   
 D)  $p \cdot (p - 1)$       E)  $p \cdot (p + 1)$

$$-\sin 10^\circ + \cos^2 10^\circ - 1$$

$$-\sin 10^\circ - \sin^2 10^\circ = -\sin 10^\circ \cdot (1 + \sin 10^\circ) = -p \cdot (1 + p)$$

7. Aşağıda 25 tane birim kareden oluşan bir kare verilmiştir.



Şekilde verilen açılara göre,  $\cot\alpha + \tan\beta$  toplamı kaçtır?

- A) -2, 8      B) -2, 4      C) -1, 2  
D) 1, 2      E) 1, 8

$$\cot(180^\circ - \alpha) = \frac{4}{5} \Rightarrow \cot\alpha = -0,8$$

$$\tan(180^\circ - \beta) = \frac{4}{2} \Rightarrow \tan\beta = -2$$

$$\cot\alpha + \tan\beta = -2,8$$

8.  $a = \sin 310^\circ$   
 $b = \cos 250^\circ$   
 $c = \tan 110^\circ$

değerlerinin küçükten büyüğe doğru sıralanmış hali aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $c < b < a$        B)  $c < a < b$       C)  $a < c < b$   
D)  $a < b < c$       E)  $b < c < a$

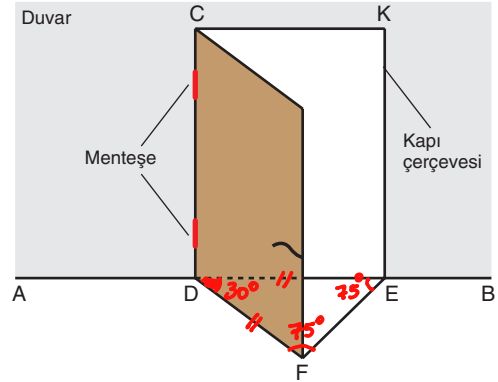
$$a = -\sin 50^\circ$$

$$b = -\cos 70^\circ = -\sin 20^\circ$$

$$c = -\tan 70^\circ$$

$$c < a < b$$

9. Bir odanın kapısı  $\alpha^\circ$  açıldığında zeminde aşağıdaki üçgen oluşmuştur.



$$m(\widehat{EDF}) = \alpha \text{ ve}$$

$$m(\widehat{DEF}) = \frac{5\pi}{12} = 75^\circ$$

olduğuna göre,  $\cot\alpha \cdot \sin\alpha$  çarpımı kaçtır?  
(Kapının kalınlığı önemsenmeyecektir.)

- A)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       B)  $\frac{3}{2}$       C)  $\frac{\sqrt{3}}{6}$

$$D) \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$E) \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\cot\alpha \cdot \sin\alpha = \cot 30^\circ \cdot \sin 30^\circ$$

$$= \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}$$

10.  $x + y = \frac{\pi}{17}$  olmak üzere,

$$\cot y = \frac{2}{5}$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre,  $\sin(17x + 18y)$  ifadesinin sonucu kaçtır?

$$A) \frac{-5}{\sqrt{29}}$$

$$B) \frac{-3}{\sqrt{29}}$$

$$C) \frac{-2}{\sqrt{29}}$$

$$D) \frac{2}{\sqrt{29}}$$

$$E) \frac{5}{\sqrt{29}}$$

$$\sin(\underbrace{17(x+y)}_{\pi} + y) = \sin(\pi + y)$$

$$= -\sin y$$

$$= -\frac{5}{\sqrt{29}}$$



## İNDİRGEME FORMÜLLERİ - Test I

11.  $x$  dar açıdır.

$$3 \cdot \sin \frac{3\pi}{2} \cdot \sin \left( \frac{\pi}{2} + x \right) = \cos \pi$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre,  $\sec x$  kaçtır?

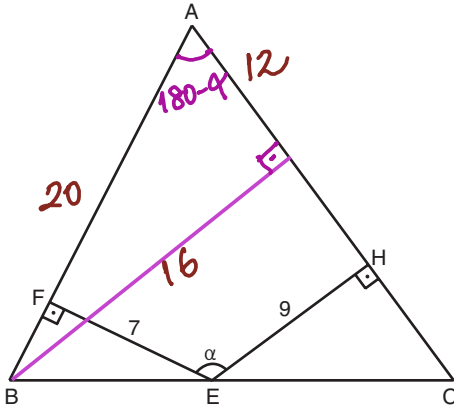
- A)  $\sqrt{10}$      B) 3    C)  $\frac{3}{2}$     D)  $\frac{\sqrt{10}}{3}$     E)  $\frac{\sqrt{10}}{10}$

$$3 \cdot -1 \cdot \cos x = -1$$

$$-3 \cdot \cos x = -1$$

$$\frac{1}{\cos x} = 3 \Rightarrow \sec x = 3$$

12.



ABC ikizkenar üçgendir.

$$|AB| = |AC| = 20 \text{ birim, } m(\widehat{FEH}) = \alpha$$

$$|FE| = 7 \text{ birim, } |EH| = 9 \text{ birim}$$

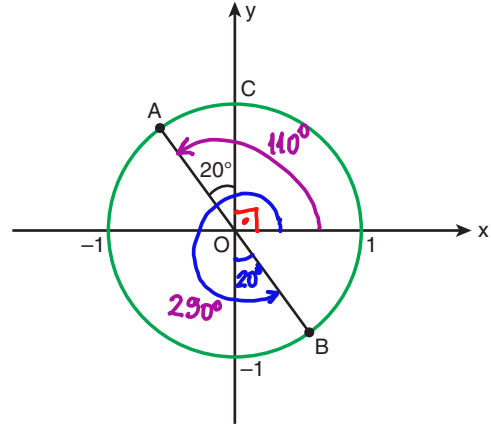
Yukarıdaki verilere göre,  $\cos \alpha$  kaçtır?

- A)  $\frac{-7}{20}$     B)  $\frac{-2}{5}$      C)  $\frac{-3}{5}$     D)  $\frac{7}{20}$     E)  $\frac{9}{20}$

$$\cos(180^\circ - \alpha) = \frac{12}{20}$$

$$\cos \alpha = -\frac{3}{5}$$

13. Aşağıda birim çember verilmiştir.



$m(\widehat{AOC}) = 20^\circ$  olup A, O ve B doğrusaldır.

Buna göre, A ve B noktalarının koordinatları için;

- I.  $A(\cos 110^\circ, \sin 110^\circ)$   
 II.  $B(\cos 290^\circ, \sin 290^\circ)$   
 III.  $A(-\sin 20^\circ, \cos 20^\circ)$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I    B) I ve II    C) Yalnız II  
 D) II ve III     E) I, II ve III

$$\rightarrow A(\cos 110^\circ, \sin 110^\circ)$$

$$\rightarrow B(\cos 290^\circ, \sin 290^\circ)$$

$$A(-\sin 20^\circ, \cos 20^\circ)$$

$$B(\sin 20^\circ, -\cos 20^\circ)$$

1. E	2. D	3. D	4. D	5. E	6. A	7. A
8. B	9. E	10. A	11. B	12. C	13. E	



1. Mete Öğretmen matematik dersinde tahtaya,

$$\sin x \cdot \cos y = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

eşitliğini yazdıktan sonra öğrencilerine x ve y açılarını bulmaları için aşağıdaki ipuçlarını vermiştir.

- x açısı IV. bölgede ve y açısı III. bölgededir.
- x ve y açılarını 30°, 45° ve 60° lik açıların trigonometrik değerleri yardımıyla bulacaksınız.

Mete Öğretmen'in verdiği ipuçlarına göre, x + y toplamı kaç derecedir?

- A) 500    B) 510    C) 525    D) 540     E) 555

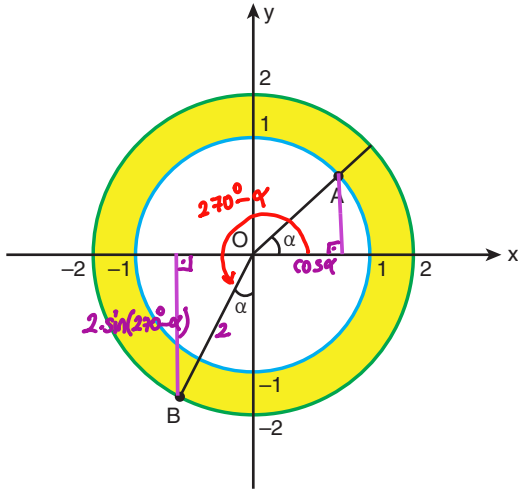
$$\sin x \cdot \cos y = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$x = 315^\circ, y = 240^\circ$$

$$x = 330^\circ, y = 225^\circ$$

$$x + y = 555^\circ$$

2. Aşağıda yarıçapları 1 ve 2 birim olan iki çember çizilmiştir.



Buna göre, A noktasının apsisi ile B noktasının ordinatının toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $-\cos \alpha$     B)  $-\sin \alpha$     C) 0  
D)  $\cos \alpha - 2 \sin \alpha$     E)  $\sin \alpha - 2 \cos \alpha$

A noktasının apsisi  $\cos \alpha$   
B noktasının ordinatı  $2 \cdot \sin(270^\circ - \alpha)$

$$\cos \alpha + 2 \cdot \sin(270^\circ - \alpha)$$

$$\cos \alpha - 2 \cdot \cos \alpha = -\cos \alpha$$

3.  $\cos 10^\circ + \cos 20^\circ + \dots + \cos 170^\circ + \cos 180^\circ$

toplamının sonucu kaçtır?

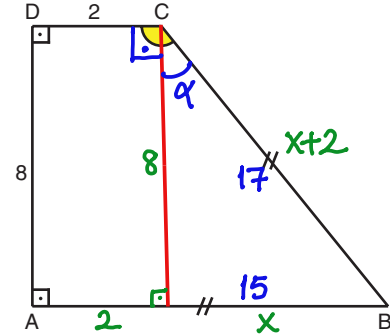
- A) -1    B)  $-\frac{1}{2}$     C) 0    D)  $\frac{1}{2}$     E) 2

$$\cos 10^\circ + \cos 20^\circ + \dots + \cos 160^\circ + \cos 170^\circ + \cos 180^\circ$$

$$-\cos 20^\circ - \cos 40^\circ \dots -1$$

$$0 + (-1) = -1$$

4.



ABCD dik yamuk,

$$|AB| = |BC|$$

$$|AD| = 8 \text{ birim}, |DC| = 2 \text{ birimdir.}$$

Buna göre,  $\tan(\widehat{BCD})$  değeri kaçtır?

- A)  $\frac{-15}{7}$      B)  $\frac{-8}{15}$     C)  $\frac{-4}{3}$     D)  $\frac{8}{15}$     E)  $\frac{15}{17}$

8-15-17 üçgeninden

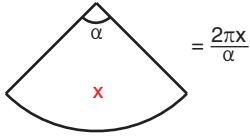
$$x = 15$$

$$\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$$

$$= -\frac{8}{15}$$

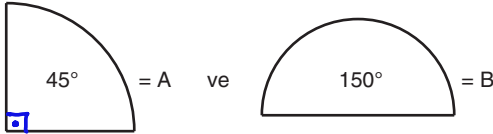
## İNDİRGEME FORMÜLLERİ - Test 2

5.  $0 < \alpha \leq 360^\circ$  olmak üzere, bir daire diliminin içine bir  $x$  sayısı yazıldığında bu şeklin değeri,



biçiminde hesaplanmıştır.

Aşağıda bir çeyrek ve bir yarım daire için,



olduğuna göre,  $\tan A + \cos B$  toplamı kaçtır?

- A)  $-\frac{3}{2}$  B)  $-\frac{1}{2}$  C) 1 D)  $\frac{1}{2}$  E)  $\frac{3}{2}$

$$A = \frac{2\pi \cdot 45^\circ}{90^\circ} = \pi$$

$$B = \frac{2\pi \cdot 150^\circ}{180^\circ} = \frac{5\pi}{3}$$

$$\begin{aligned} \tan \pi + \cos \frac{5\pi}{3} &= 0 + \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

6.  $\pi < x < 2\pi$  olmak üzere,

$$\frac{\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \cot\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)}{2} = \sin x$$

eşitliğini sağlayan  $x$  açısının ölçüsü,

- I.  $\frac{7\pi}{6}$  II.  $\frac{5\pi}{3}$  III.  $\frac{11\pi}{6}$

ifadelerinden hangileri olabilir?

- A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız II  
D) I ve III E) Yalnız III

$$\cot x \cdot -\tan x = 2 \cdot \sin x$$

$$-1 = 2 \cdot \sin x$$

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$

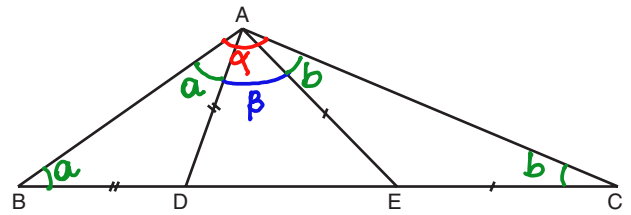
$$\begin{aligned} \swarrow & \quad \searrow \\ x = \frac{7\pi}{6} & \quad x = \frac{11\pi}{6} \end{aligned}$$

7. Aşağıdakilerden hangisi  $\sin(-250^\circ)$  ye eşittir?

- A)  $-\sin 70^\circ$  B)  $-\cos 20^\circ$  C)  $\cos 20^\circ$   
D)  $-\sin 110^\circ$  E)  $\sin 20^\circ$

$$\sin(-250^\circ) = \sin 110^\circ = \cos 20^\circ$$

- 8.



ABC üçgeninde,

$$|AD| = |BD| \text{ ve } |EC| = |AE| \text{ dir.}$$

$$m(\widehat{BAC}) = \alpha \text{ ve } m(\widehat{DAE}) = \beta$$

olmak üzere,

I.  $\sin \beta = -\sin 2\alpha$

II.  $\tan \alpha = -\cot \frac{\beta}{2}$

III.  $\cos 2\alpha = \cos \beta$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız III  
D) I ve III E) II ve III

$$\begin{aligned} \alpha &= a + b + \beta & 2a + 2b + \beta &= 180^\circ \\ & & 2 \cdot (\alpha - \beta) + \beta &= 180^\circ \\ & & 2\alpha - \beta &= 180^\circ \end{aligned}$$

I.  $\sin \beta = \sin(2\alpha - 180^\circ) = -\sin 2\alpha$

II.  $\tan \alpha = \tan\left(90^\circ + \frac{\beta}{2}\right) = -\cot \frac{\beta}{2}$

III.  $\cos 2\alpha = \cos(180^\circ + \beta) = -\cos \beta$

9.  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$  olmak üzere,

$$\tan \alpha = \cot \alpha \text{ dir.}$$

Buna göre,  $\cos\left(\alpha + \frac{5\pi}{12}\right)$  ifadesinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{-\sqrt{3}}{2}$  B)  $\frac{-1}{2}$  C)  $\frac{1}{2}$  D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  E) 1

$\alpha$ , III. bölgede

$$\tan \alpha = \cot \alpha \Rightarrow \alpha = 225^\circ$$

$$\begin{aligned} \cos\left(\alpha + \frac{5\pi}{12}\right) &= \cos(225^\circ + 75^\circ) \\ &= \cos 300^\circ \\ &= \cos 60^\circ \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

10.  $\alpha = \frac{2\pi}{3}$  için,

$$\cot\left(\alpha - \frac{5\pi}{2}\right)$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A)  $-\sqrt{3}$  B)  $\frac{-\sqrt{3}}{3}$  C)  $-1$  D)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  E)  $\sqrt{3}$

$$\begin{aligned} \cot\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{5\pi}{2}\right) &= \cot\left(-\frac{11\pi}{6}\right) \\ &= \cot(-330^\circ) \\ &= \cot 30^\circ \\ &= \sqrt{3} \end{aligned}$$

11. Ayça Öğretmen,  $m(\hat{A}) = 90^\circ$  olan bir ABC üçgeni çizmiştir.

Buna göre, Ayça Öğretmen  $\sin 3B$  ifadesinin eşitini aşağıdakilerden hangisi olarak bulur?

- A)  $\sin 3C$  B)  $-\sin 3C$  C)  $\cos 3C$   
D)  $-\cos 3C$  E)  $-\sin 3B$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\downarrow$$

$$90^\circ$$

$$\hat{B} = 90^\circ - \hat{C}$$

$$\begin{aligned} \sin 3\hat{B} &= \sin(270^\circ - 3\hat{C}) \\ &= -\cos(3\hat{C}) \end{aligned}$$

12.  $f(x) = \sin 2x - \cos 3x$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,  $f(90^\circ + x)$  ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\sin 2x + \sin 3x$  B)  $-\sin 2x - \sin 3x$   
C)  $\sin 2x + \cos 3x$  D)  $-\sin 2x - \cos 3x$   
E)  $\sin 2x - \cos 3x$

$$\begin{aligned} f(90^\circ + x) &= \sin(180^\circ + 2x) - \cos(270^\circ + 3x) \\ &= -\sin 2x - \sin 3x \end{aligned}$$

1. E	2. A	3. A	4. B	5. D	6. D
7. C	8. B	9. C	10. E	11. D	12. B

## KOSİNÜS VE SİNÜS TEOREMİ



## YANINDA BULUNSUN

## KOSİNÜS TEOREMİ

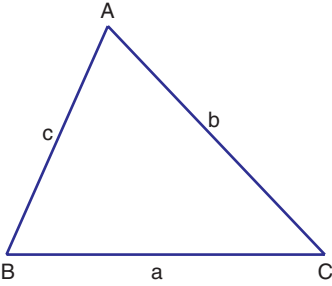
- Bir üçgenin iki kenarı ile bu iki kenar arasındaki açı biliniyorsa bu üçgenin üçüncü kenarının uzunluğu,
- Bir üçgenin üç kenarının uzunluğu biliniyorsa bu üçgenin iç açılarının trigonometrik oranları,

Kosinüs Teoremi yardımıyla bulunabilir.



## YANINDA BULUNSUN

Bir ABC üçgeninin kenar uzunlukları; a, b ve c olmak üzere,



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A} \text{ dir.}$$

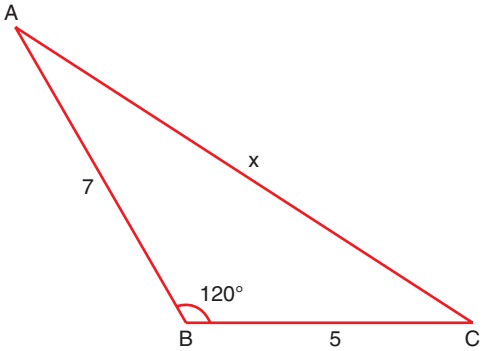
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \widehat{B} \text{ dir.}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \widehat{C} \text{ dir.}$$



## ÖRNEK 1.

ABC bir üçgendir.



$$m(\widehat{ABC}) = 120^\circ$$

$$|AB| = 7 \text{ birim}$$

$$|BC| = 5 \text{ birim}$$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç birimdir?



## ÇÖZÜM

$$x^2 = 5^2 + 7^2 - 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \cos 120^\circ$$

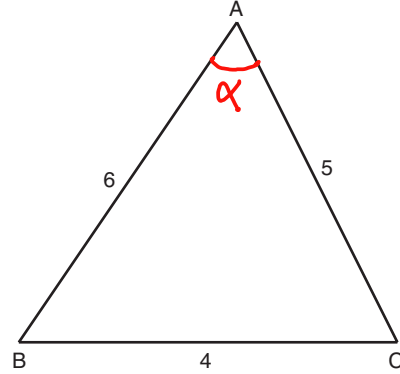
$$x^2 = 25 + 49 + 35$$

$$x^2 = 109 \Rightarrow x = \sqrt{109}$$



## ÖRNEK 2.

ABC bir üçgendir.



$$|AB| = 6 \text{ birim}$$

$$|AC| = 5 \text{ birim}$$

$$|BC| = 4 \text{ birim}$$

Yukarıdaki verilere göre,  $\sec(\widehat{B} + \widehat{C})$  kaçtır?



## ÇÖZÜM

$$4^2 = 6^2 + 5^2 - 2 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \cos \alpha$$

$$16 = 61 - 60 \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{45}{60} = \frac{3}{4}$$

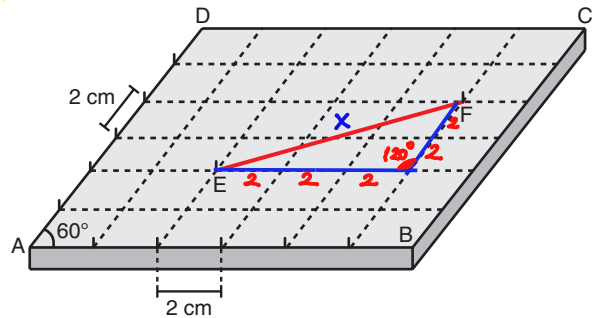
$$\sec(\widehat{B} + \widehat{C}) = \sec(180 - \alpha)$$

$$= -\frac{1}{\cos \alpha}$$

$$= -\frac{4}{3}$$



## ÖRNEK 3.



Şekilde gösterilen eşkenar dörtgen biçimindeki yüzey, 2 cm aralıklarla paralel doğrular yardımıyla 36 parçaya bölünmüştür.

$$m(\widehat{DAB}) = 60^\circ \text{ dir.}$$

Buna göre, |EF| kaç cm'dir?

✓ ÇÖZÜM

$$x^2 = 4^2 + 6^2 - 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \cos 120^\circ$$

$$x^2 = 16 + 36 + 24$$

$$x^2 = 76 \Rightarrow x = 2\sqrt{19}$$

? ÖRNEK 4.

Bir ABC üçgeninin kenar uzunlukları a, b ve c'dir.

Üçgenin kenar uzunlukları arasında,

$$(a - c) \cdot (a + c) = b \cdot (b + c)$$

bağıntısı varsa  $m(\hat{A})$  kaç derecedir?

✓ ÇÖZÜM

$$a^2 - c^2 = b^2 + b \cdot c$$

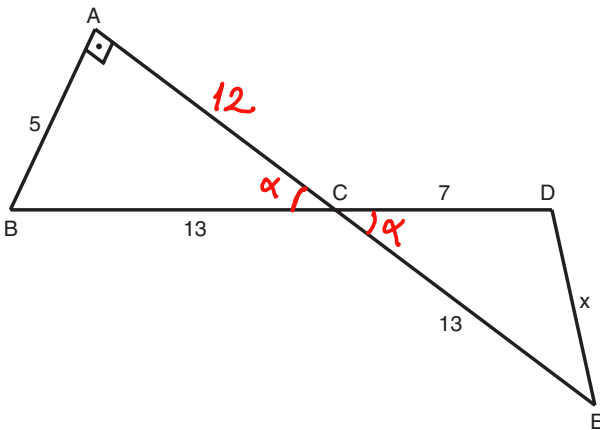
$$a^2 = b^2 + c^2 + b \cdot c$$

$$-2 \cdot \cos \hat{A} = 1$$

$$\cos \hat{A} = -\frac{1}{2}$$

$$\hat{A} = 120^\circ$$

? ÖRNEK 5.



$$[BA] \perp [AE], [BD] \cap [AE] = \{C\}$$

$$|BC| = |CE| = 13 \text{ birim}, |AB| = 5 \text{ birim}, |CD| = 7 \text{ birim}$$

Buna göre,  $|DE| = x$  kaç birimdir?

✓ ÇÖZÜM

$$x^2 = 13^2 + 7^2 - 2 \cdot 7 \cdot 13 \cdot \cos \alpha$$

$$x^2 = 169 + 49 - 168$$

$$x^2 = 50 \Rightarrow x = 5\sqrt{2}$$

? ÖRNEK 6.

Bir ABC üçgeninin kenar uzunlukları a, b ve c'dir.

Kenar uzunlukları ve  $\hat{A}$  açısı arasında,

$$\cos \hat{A} = \frac{c}{2b}$$

bağıntısı varsa ABC üçgeninin ikizkenar üçgen olduğunu gösteriniz.

✓ ÇÖZÜM

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A}$$

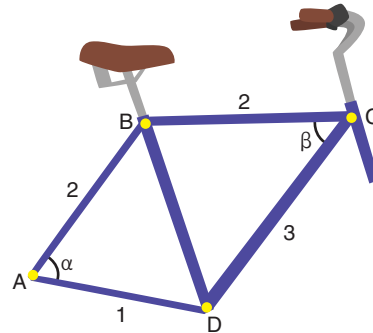
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \frac{c}{2b}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - c^2 \Rightarrow a^2 = b^2$$

$$a = b$$

? ÖRNEK 7.

Aşağıdaki görselde bir bisiklet çerçevesinin önden görünümü verilmiştir. ABD ve CBD birer üçgendir.



$\alpha$  ve  $\beta$  bütünler iki açıdır.

$$|AB| = |BC| = 2 \text{ birim}, |DC| = 3 \text{ birim} \text{ ve } |AD| = 1 \text{ birim}$$

olduğuna göre,  $\cos \alpha$  kaçtır?

Cevaplar

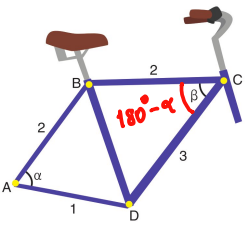
4.  $120^\circ$  5.  $5\sqrt{2}$  6.  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A}$  7.  $-\frac{1}{2}$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \frac{c}{2b}$$

$$a^2 = b^2 \text{ ise } [a = b]$$

## KOSİNÜS VE SİNÜS TEOREMİ

## ÇÖZÜM



$$2^2 + 2^2 - 2 \cdot 2 \cdot \cos \alpha = 2^2 + 3^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cos(180 - \alpha)$$

$$5 - 4 \cdot \cos \alpha = 13 + 12 \cos \alpha$$

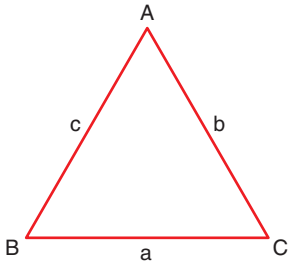
$$16 \cdot \cos \alpha = -8$$

$$\cos \alpha = -\frac{1}{2}$$



## YANINDA BULUNSUN

## SİNÜS TEOREMİ



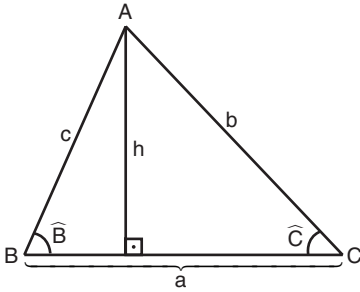
Bir üçgende; herhangi bir kenarın uzunluğunun, bu kenarın karşısındaki açının sinüsüne oranı sabittir.

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$



## NOT

## SİNÜS TEOREMİNİN İSPATI



Yukarıda verilen ABC üçgeninde,

$$\sin \hat{B} = \frac{h}{c}$$

$$\sin \hat{C} = \frac{h}{b}$$

$$\Rightarrow c \cdot \sin \hat{B} = b \cdot \sin \hat{C}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} \text{ dir.}$$

Yüksekliği benzer şekilde B köşesinden inerse,

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} \text{ olur.}$$

## ÖRNEK 8.

Bir ABC üçgeninin herhangi iki kenar uzunluğu a ve b'dir.

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3}$$

olduğuna göre,  $\frac{\sin \hat{B}}{\sin \hat{A}}$  oranı kaçtır?

## ÇÖZÜM

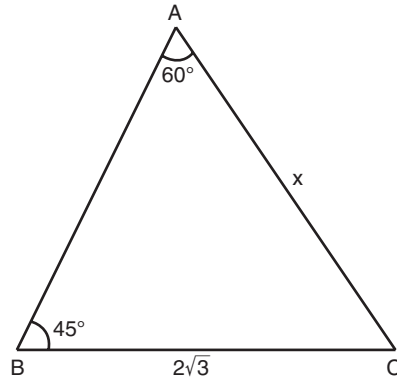
$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}}$$

$$\frac{\sin \hat{B}}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{a}$$

$$\frac{\sin \hat{B}}{\sin \hat{A}} = \frac{3}{2}$$

## ÖRNEK 9.

ABC bir üçgendir.



|AC| = x birim  
|BC| =  $2\sqrt{3}$  birim  
 $m(\hat{BAC}) = 60^\circ$   
 $m(\hat{ABC}) = 45^\circ$  dir.

Buna göre, |AC| = x kaç birimdir?

## ÇÖZÜM

$$\frac{2\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} = \frac{x}{\sin 45^\circ}$$

$$x \cdot \sqrt{2} = 4 \Rightarrow x = 2\sqrt{2}$$

**ÖRNEK 10.**

Bir ABC üçgeninin kenar uzunlukları a, b ve c'dir.

$$a - b = 2 \text{ ve } c = 5 \text{ tir.}$$

Buna göre,

$$\frac{\sin \widehat{A} - \sin \widehat{B}}{\sin \widehat{C}} + 1$$

işleminin sonucunu bulunuz.

**ÇÖZÜM**

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

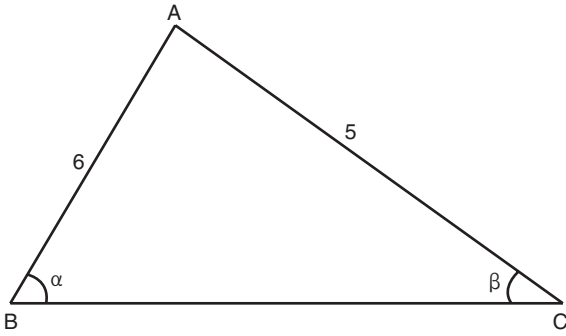
$$\frac{a-b}{\sin A - \sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{\sin A - \sin B}{\sin C} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{2}{5} + 1 = \frac{7}{5} \text{ bulunur.}$$

**ÖRNEK 11.**

ABC üçgeninde  $\alpha$  ve  $\beta$  dar açılardır.

$$|AB| = 6 \text{ birim, } |AC| = 5 \text{ birim}$$



$$\sin \beta = \tan \alpha$$

olduğuna göre,  $\cos \alpha$  kaçtır?

**ÇÖZÜM**

$$\frac{5}{\sin \alpha} = \frac{6}{\sin \beta} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{5}{6}$$

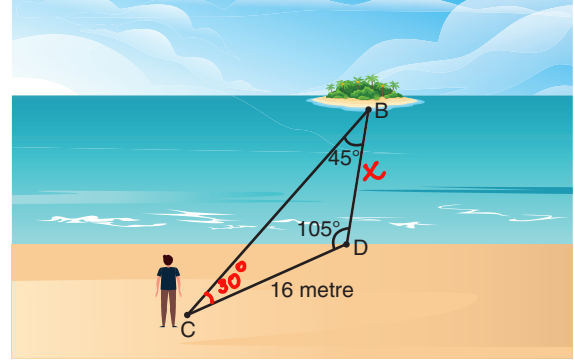
$$\sin \beta = \tan \alpha \Rightarrow \sin \beta = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$\cos \alpha = \frac{5}{6}$$

**ÖRNEK 12.**

BCD bir üçgen olmak üzere, aşağıdaki görselde kumsalda bulunan bir kişinin belirli bir açıyla denizin başlangıç noktasına olan uzaklığı 16 metre olarak verilmiştir.



$$m(\widehat{CBD}) = 45^\circ \text{ ve } m(\widehat{CDB}) = 105^\circ \text{ dir.}$$

Buna göre,  $|BD|$  kaç metredir?

**ÇÖZÜM**

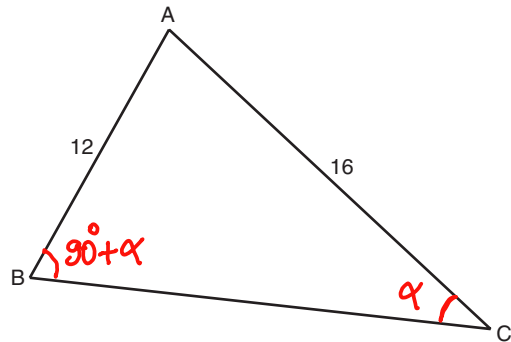
$$\frac{x}{\sin 30^\circ} = \frac{16}{\sin 45^\circ}$$

$$\frac{x}{\frac{1}{2}} = \frac{16}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$x = 8\sqrt{2}$$

**ÖRNEK 13.**

ABC bir üçgendir.



$$|AB| = 12 \text{ birim ve } |AC| = 16 \text{ birimdir.}$$

$$m(\widehat{C}) + 90^\circ = m(\widehat{B}) \text{ dir.}$$

Buna göre,  $\cot \widehat{C}$  kaçtır?

## KOSİNÜS VE SİNÜS TEOREMİ

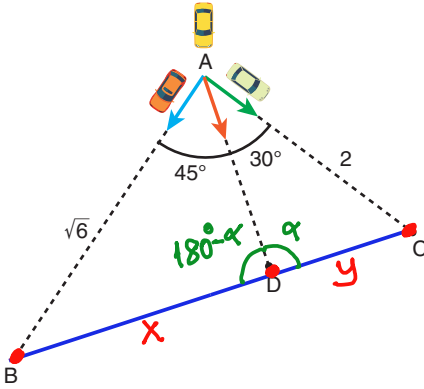
## ✓ ÇÖZÜM

$$\frac{12}{\sin \alpha} = \frac{16}{\sin(90^\circ + \alpha)}$$

$$\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{16}{12}$$

$$\cot \alpha = \frac{4}{3}$$

## ? ÖRNEK 14.



Görselde verilen üç araç şeklindeki açılarla hareket edip B, D ve C noktalarına doğru doğrusal olarak yol alacaklardır. Araçlar B, D ve C noktalarına vardıklarında B, D ve C noktalarının doğru-sal olduğu görülmüştür.

$|AB| = \sqrt{6}$  birim ve  $|AC| = 2$  birimdir.

olduğuna göre,  $\frac{|BD|}{|DC|}$  oranı kaçtır?

## ✓ ÇÖZÜM

$$\frac{x}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{6}}{\sin(180^\circ - \alpha)} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{\sin \alpha}$$

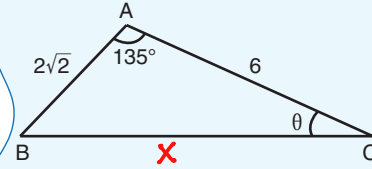
$$\frac{y}{\sin 30^\circ} = \frac{2}{\sin \alpha} \Rightarrow y = \frac{1}{\sin \alpha}$$

$$\frac{x}{y} = \sqrt{3}$$

## ? ÖRNEK 15.

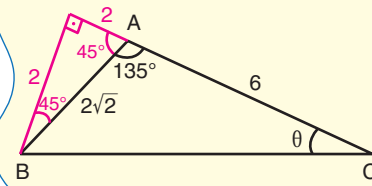
Bir öğrenci aşağıdaki tahtaya yazılmış soruyu iki farklı yoldan çözmüştür.

## SORU:



ABC bir üçgen,  
 $m(\widehat{BAC}) = 135^\circ$   
 $m(\widehat{ACB}) = \theta$   
 $|AB| = 2\sqrt{2}$  birim  
 $|AC| = 6$  birim  
 $\tan \theta$  kaçtır?

## ÇÖZÜM 1:



$$\tan \theta = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

Buna göre, siz de sinüs ve kosinüs teoremlerini kullanarak çözüünüz.

## ✓ ÇÖZÜM

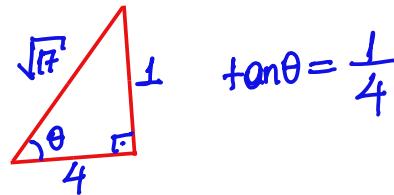
$$x^2 = (2\sqrt{2})^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 2\sqrt{2} \cdot \frac{-\sqrt{2}}{2} \cos 135^\circ$$

$$x^2 = 8 + 36 + 24$$

$$x^2 = 68 \Rightarrow x = \sqrt{68}$$

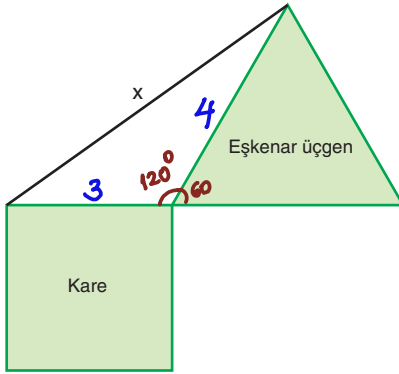
$$\frac{x}{\sin 135^\circ} = \frac{2\sqrt{2}}{\sin \theta}$$

$$\sqrt{68} \cdot \sin \theta = 2 \Rightarrow \sin \theta = \frac{1}{\sqrt{17}}$$





1. 24 birim uzunluğundaki bir çitanın yarısı ile bir kare, çitanın diğer yarısı ile bir eşkenar üçgen yapılmış ve birer köşesi çakışık olacak şekilde aşağıdaki gibi birleştirilmiştir.



Kare ve eşkenar üçgenin bir kenarı doğrusaldır.

Buna göre,  $x$  kaç birimdir?

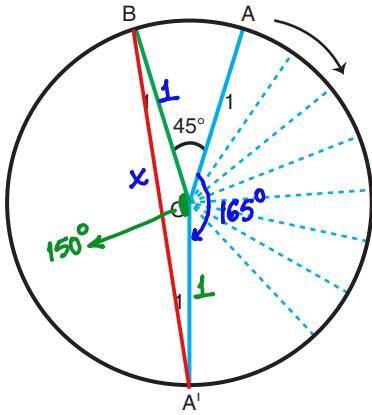
- A) 5 B)  $4\sqrt{2}$  C)  $\sqrt{37}$  D)  $\sqrt{46}$  E) 7

$$x^2 = 3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos 120^\circ$$

$$x^2 = 25 + 12$$

$$x^2 = 37 \Rightarrow x = \sqrt{37}$$

2. Aşağıda O merkezli ve yarıçapı 1 birim olan dairenin içerisinde yeşil ve mavi olmak üzere iki tane ibre bulunmaktadır.



Yeşil ibre sabit tutulup mavi ibre A noktasından ok yönünde  $165^\circ$  döndürüldüğünde A noktasının yeni yeri  $A'$  noktası olmuştur.

$$|A'B| = x \text{ birim}$$

olduğuna göre,  $x^2$  kaçtır?

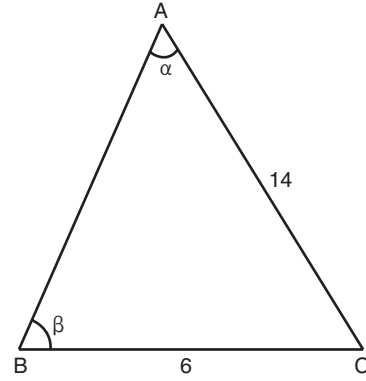
- A)  $1 + \sqrt{3}$  B)  $2 + \sqrt{3}$  C)  $2 - \sqrt{3}$

- D)  $\sqrt{3} - 1$  E)  $2\sqrt{3} + 1$

$$x^2 = 1^2 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos 150^\circ$$

$$x^2 = 2 + \sqrt{3}$$

- 3.



ABC bir üçgendir.

$$m(\widehat{BAC}) = \alpha, m(\widehat{ABC}) = \beta \text{ dir.}$$

$$|AC| = 14 \text{ birim ve } |BC| = 6 \text{ birimdir.}$$

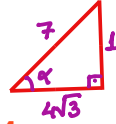
$$\cot \alpha = 4\sqrt{3}$$

olduğuna göre,  $\sin \beta$  kaçtır?

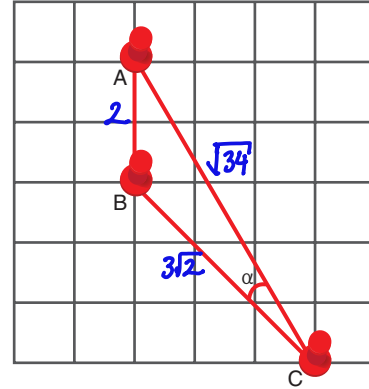
- A)  $\frac{1}{3}$  B)  $\frac{1}{4}$  C)  $\frac{1}{5}$  D)  $\frac{1}{6}$  E)  $\frac{1}{7}$

$$\frac{6}{\sin \alpha} = \frac{14}{\sin \beta} \Rightarrow \frac{6}{\frac{1}{7}} = \frac{14}{\sin \beta}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{3}$$



4. Aşağıdaki şekildeki birim kareli kağıdın üç köşesi olan A, B ve C noktalarına birer raptiye saplanmıştır.



Buna göre,  $\sqrt{17} \cdot \cos \alpha$  çarpımının sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$2^2 = (\sqrt{34})^2 + (3\sqrt{2})^2 - 2 \cdot \sqrt{34} \cdot 3\sqrt{2} \cdot \cos \alpha$$

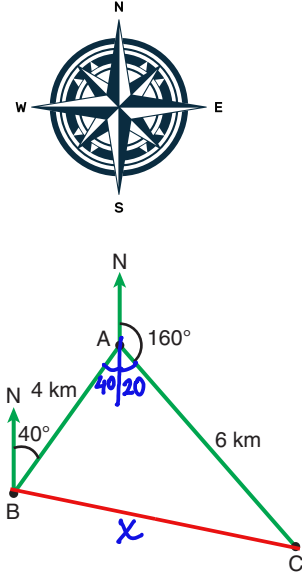
$$4 = 34 + 18 - 12 \cdot \sqrt{17} \cdot \cos \alpha$$

$$12 \cdot \sqrt{17} \cdot \cos \alpha = 48$$

$$\sqrt{17} \cdot \cos \alpha = 4$$

## KOSİNÜS VE SİNÜS TEOREMİ - Test

5.



B noktasından harekete başlayan bir hareketli kuzeyden  $40^\circ$  saparak önce A noktasına daha sonra yine kuzeyden  $160^\circ$  saparak C noktasına ulaşmıştır.

Buna göre, son durumda B ile C noktaları arasındaki uzaklık kaç km'dir?

- A)  $2\sqrt{6}$  B) 5 C)  $2\sqrt{7}$  D)  $4\sqrt{2}$  E) 6

$$x^2 = 4^2 + 6^2 - 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \cos 60^\circ$$

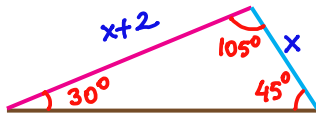
$$x^2 = 52 - 24$$

$$x^2 = 28 \Rightarrow x = 2\sqrt{7}$$

6. Aşağıda üç renkten oluşan bir çubuk görseli verilmiştir. En uzun çubuk kahverengi ve en kısa çubuk mavi renklidir.



Çubuklarla aşağıdaki üçgen oluşturulmuştur.



Üçgenin iki iç açısı  $105^\circ$  ve  $45^\circ$  olup kısa olan çubukların uzunlukları arasında 2 cm fark vardır.

Buna göre, en kısa olan çubuğun uzunluğu kaç cm'dir?

- A)  $\sqrt{3} + 2$  B)  $3\sqrt{2} + 1$  C)  $\sqrt{6} + 1$

- D)  $2\sqrt{2} + 2$  E)  $2\sqrt{3} + 2$

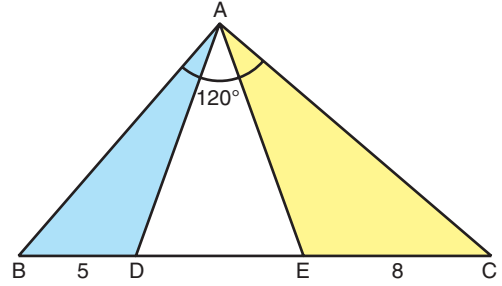
$$\frac{x}{\sin 30^\circ} = \frac{x+2}{\sin 45^\circ}$$

$$2x = x\sqrt{2} + 2\sqrt{2} \Rightarrow x = \frac{2\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$$

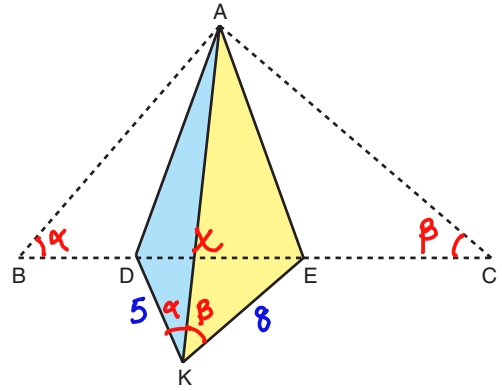
$$x = \frac{2\sqrt{2} \cdot (2+\sqrt{2})}{2} = 2\sqrt{2} + 2$$

7. ABC üçgeninde  $m(\widehat{BAC}) = 120^\circ$  dir.

$|BD| = 5$  birim,  $|EC| = 8$  birimdir.



Şekilde verilen boyalı ABD üçgeni [AD] boyunca, AEC üçgeni [AE] boyunca katlanmaktadır.



Katlama sonrasında B ve C noktaları K noktasında çakıştıklarına göre,  $|DE|$  kaç birimdir?

- A) 7 B) 9 C)  $7\sqrt{2}$  D)  $\sqrt{19}$  E)  $\sqrt{17}$

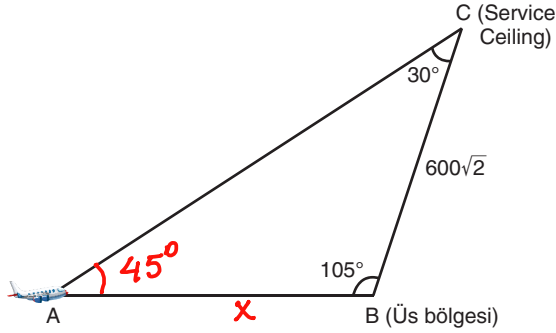
$$\alpha + \beta + 120^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 60^\circ$$

$$x^2 = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \cos 60^\circ$$

$$x^2 = 25 + 64 - 40$$

$$x^2 = 49 \Rightarrow x = 7$$

8. Havacılıkta bir uçağın ulaşabileceği maksimum yüksekliğe "Service Ceiling" noktası denir.



A noktasından kalkan bir uçak Service Ceiling noktasına ulaşip [CB] doğrultusu boyunca  $600\sqrt{2}$  km alçalarak üs bölgesine iniş yapmıştır.

Buna göre, A ile B noktaları arasındaki mesafe kaç km'dir?

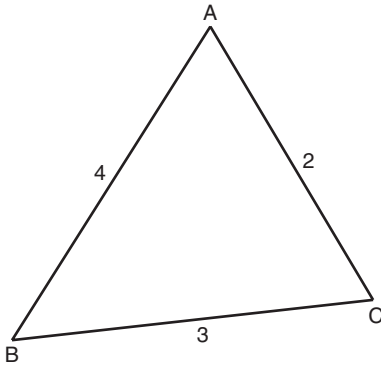
- A) 300      B)  $300\sqrt{2}$        C) 600  
D) 1200      E)  $150\sqrt{2}$

$$\frac{600\sqrt{2}}{\sin 45^\circ} = \frac{x}{\sin 30^\circ}$$

$\frac{1}{\sqrt{2}} \quad \frac{1}{2}$

$$1200 = 2x \Rightarrow x = 600$$

9.



ABC bir üçgendir.

$|AB| = 4$  birim

$|AC| = 2$  birim

$|BC| = 3$  birim

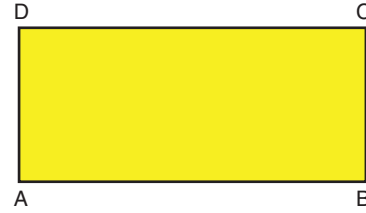
Buna göre,  $\frac{\sin \hat{A} + \sin \hat{B}}{\sin \hat{C}}$  oranı kaçtır?

- A)  $\frac{1}{2}$       B)  $\frac{3}{4}$       C) 1      D)  $\frac{3}{2}$        E)  $\frac{5}{4}$

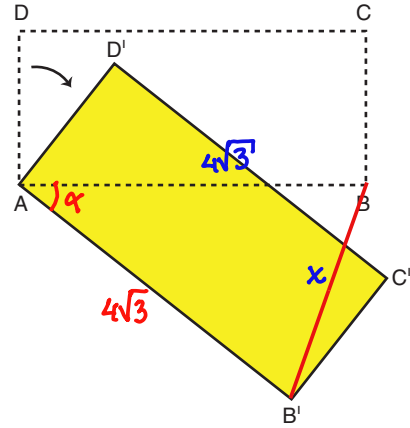
$$\frac{3}{\sin A} = \frac{2}{\sin B} = \frac{4}{\sin C}$$

$$\frac{5}{\sin A + \sin B} = \frac{4}{\sin C} \Rightarrow \frac{\sin A + \sin B}{\sin C} = \frac{5}{4}$$

10.



Şekil I



Şekil II

ABCD dikdörtgeni şeklindeki çerçeve Şekil I'de A noktasından duvara çivilenmeye başladıktan sonra Şekil II'deki gibi ok yönünde  $\alpha$  açısı kadar dönmüştür.

$|AB| = 4\sqrt{3}$  birim ve  $\tan \alpha = \sqrt{15}$  birimdir.

Buna göre,  $|BB'|$  kaç birimdir?

- A) 8      B)  $\sqrt{65}$        C)  $6\sqrt{2}$       D)  $5\sqrt{3}$       E)  $4\sqrt{5}$

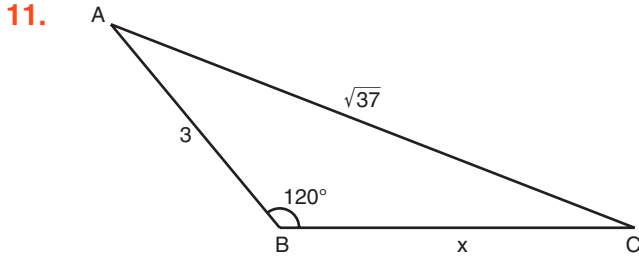
$$\tan \alpha = \sqrt{15} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{4}$$

$$x^2 = (4\sqrt{3})^2 + (4\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 4\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3} \cdot \frac{1}{4}$$

$$x^2 = 48 + 48 - 24$$

$$x^2 = 72 \Rightarrow x = 6\sqrt{2}$$

## KOSİNÜS VE SİNÜS TEOREMİ - Test



ABC üçgeninde,

$$m(\widehat{B}) = 120^\circ$$

$$|AB| = 3 \text{ birim}, |AC| = \sqrt{37} \text{ birim}$$

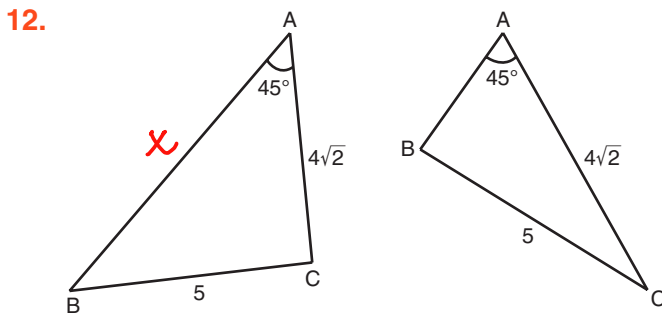
olduğuna göre,  $|BC|$  kaç birimdir?

- A)  $2\sqrt{6}$  B)  $2\sqrt{5}$  C)  $3\sqrt{2}$   D) 4 E)  $2\sqrt{3}$

$$(\sqrt{37})^2 = 3^2 + x^2 - 2 \cdot 3 \cdot x \cdot \cos 120^\circ$$

$$37 = 9 + x^2 + 3x$$

$$x^2 + 3x - 28 = 0 \Rightarrow x = 4$$



Kenarları  $4\sqrt{2}$  birim ve 5 birim olan ABC üçgeninde  $m(\widehat{A}) = 45^\circ$  dir.

Bu şarta uygun iki tane farklı üçgen olduğuna göre, bu üçgenlerin çevreleri farkı kaç birimdir?

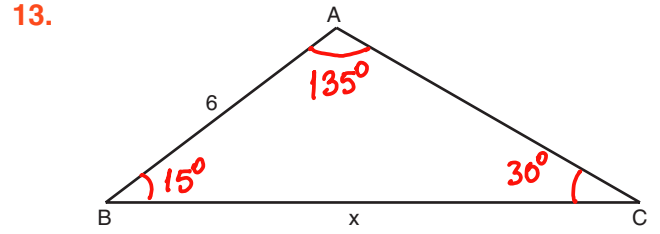
- A) 6 B) 5 C) 4 D)  $2\sqrt{2}$  E)  $\sqrt{2}$

$$5^2 = x^2 + (4\sqrt{2})^2 - 2 \cdot x \cdot 4\sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ$$

$$25 = x^2 + 32 - 8x$$

$$x^2 - 8x + 7 = 0 \Rightarrow x = 7 \quad \checkmark \quad x = 1$$

$$(12 + 4\sqrt{2}) - (6 + 4\sqrt{2}) = 6$$



Yukarıdaki ABC üçgeninde,

$$m(\widehat{A}) = \frac{3\pi}{4} = 135^\circ \text{ ve } m(\widehat{B}) = \frac{\pi}{12} = 15^\circ$$

$$|AB| = 6 \text{ birim}$$

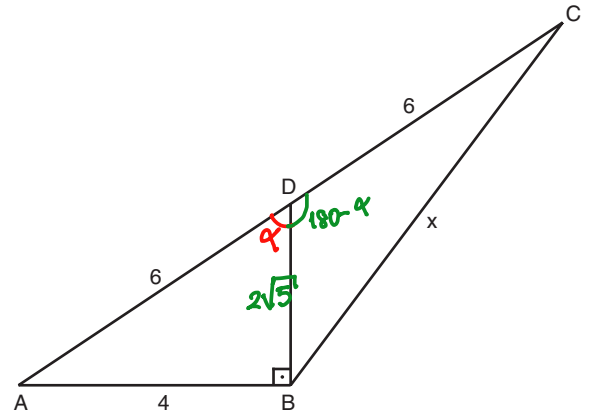
olduğuna göre,  $|BC| = x$  kaç birimdir?

- A) 12  B)  $6\sqrt{2}$  C)  $3\sqrt{2}$  D) 3 E)  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

$$\frac{6}{\sin 30^\circ} = \frac{x}{\sin 135^\circ}$$

$$\sqrt{2} \cdot x = 12 \Rightarrow x = 6\sqrt{2}$$

14.



ABC üçgeninde,

$$[BD] \perp [AB]$$

$$|AB| = 4 \text{ birim}, |AD| = |DC| = 6 \text{ birimdir.}$$

Buna göre,  $|BC| = x$  kaç birimdir?

- A) 10  B)  $4\sqrt{6}$  C)  $2\sqrt{21}$  D) 9 E)  $2\sqrt{19}$

$$x^2 = 20 + 36 + 2 \cdot 2\sqrt{5} \cdot 6 \cdot \cos \alpha$$

$$x^2 = 56 + 40 \Rightarrow x^2 = 96$$

$$x = 4\sqrt{6}$$

1. C	2. B	3. A	4. C	5. C	6. D	7. A
8. C	9. E	10. C	11. D	12. A	13. B	14. B



## YANINDA BULUNSUN

## PERİYODİK FONKSİYONLAR

Bazı fonksiyonlar, belli aralıklarda tekrar tekrar aynı değerleri alarak kendilerini yineler. Tekrarlama özelliğine sahip bu tür fonksiyonlara "**Periyodik Fonksiyonlar**" denir.

$A \subset \mathbb{R}$  için  $f : A \rightarrow B$  bir fonksiyon olsun.

Her  $x \in A$  için,

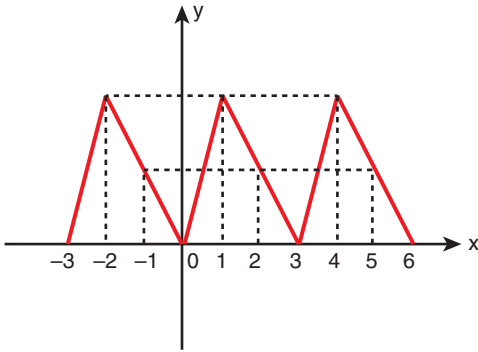
$$f(x + T) = f(x)$$

eşitliğini sağlayan bir  $T$  reel sayısı varsa,  $f$  fonksiyonuna "**Periyodik Fonksiyon**", en küçük pozitif  $T$  reel sayısına da

"**f Fonksiyonunun Periyodu**" denir.



## YANINDA BULUNSUN



Yukarıdaki şekilde,  $[-3, 6]$  aralığında grafiği verilen fonksiyon periyodik bir fonksiyondur.

Çünkü grafik  $x$ 'in her 3 birimlik aralıklarında aynı değerleri alır. Verilen aralıklar her  $x$  için  $f(x + 3) = f(x)$  eşitliği sağlar.

Bu fonksiyonun periyodu 3'tür.

$$f(-2) = f(1) = f(4)$$

$$f(-1) = f(2) = f(5) \text{ tir.}$$



## NOT

$f(x)$  fonksiyonunun periyodu  $T$  ise,

$a \in \mathbb{R} - \{0\}$  için,

$$f(a \cdot x + b)$$

fonksiyonunun periyodu  $\frac{T}{|a|}$  olur.

Bu durumu şöyle açıklayabiliriz:

$f$  fonksiyonunun periyodu  $T$  ise,

$$f(x) = f(x + T) \text{ ve}$$

$$f(ax + b) = f(ax + b + T) \text{ olur. } \dots(1)$$

$f(a \cdot x + b)$  fonksiyonunun periyodu  $T'$  ise,

$$f(a \cdot x + b) = f(a \cdot (x + T') + b) = f(ax + aT' + b) \text{ olur. } \dots(2)$$

(1) ve (2) den,

$$f(ax + b + T) = f(ax + aT' + b)$$

$$ax + b + T = ax + aT' + b$$

$$T = aT'$$

$$T' = \frac{T}{a} \text{ olur.}$$

Periyodun pozitif olması gerektiğinden  $\frac{T}{|a|}$  olur.



## ÖRNEK 1.

$f$  fonksiyonunun periyodu  $\pi$  olduğuna göre,

a)  $f(-3x + 1)$

b)  $f\left(\frac{x}{2} - 3\right)$

fonksiyonlarının periyotlarını bulunuz.



## ÇÖZÜM

a)  $\frac{\pi}{|-3|} = \frac{\pi}{3}$

b)  $\frac{\pi}{\frac{1}{2}} = 2\pi$

## PERİYOT VE GRAFİKLER



## YANINDA BULUNSUN

## TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN PERİYOTLARI

Her  $x \in \mathbb{R}$  ve  $k \in \mathbb{Z}$  için,

$$\sin(x + k \cdot 2\pi) = \sin x$$

$$\cos(x + k \cdot 2\pi) = \cos x$$

olduğundan, sinüs ve kosinüs fonksiyonları periyodiktir.

**Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının periyodu  $2\pi$  dir.**Her  $x \in \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}$  için,

$$\tan(x + k\pi) = \tan x$$

Her  $x \in \mathbb{R} - \{k\pi\}$  için,

$$\cot(x + k\pi) = \cot x$$

olduğundan, tanjant ve kotanjant fonksiyonları da periyodiktir.

**Tanjant ve kotanjant fonksiyonlarının periyodu  $\pi$  dir.**

n sıfırdan farklı bir tam sayı ve a, b, c ve d birer reel sayı olmak üzere,

1)  $y = a + b\cos^n(cx + d)$

$$y = a + b\sin^n(cx + d)$$

fonksiyonlarının periyodu,

i. n bir tek tam sayı ise  $\frac{2\pi}{|c|}$  dir.ii. n bir çift tam sayı ise  $\frac{\pi}{|c|}$  dir.

2)  $y = a + b\tan^n(cx + d)$

$$y = a + b\cot^n(cx + d)$$

fonksiyonlarının periyodu  $\frac{\pi}{|c|}$  dir.

## ÖRNEK 2.

Aşağıdaki fonksiyonların periyotlarını bulunuz.

- a)  $f(x) = \cos 3x$   
 b)  $g(x) = \sin 4x$   
 c)  $h(x) = \tan^3(1 - 2x)$   
 d)  $k(x) = 3 - \sin 5x$   
 e)  $l(x) = 2 + \cos^2(1 - 7x)$



## ÇÖZÜM

- a)  $\frac{2\pi}{3}$       d)  $\frac{2\pi}{5}$   
 b)  $\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$   
 c)  $\frac{\pi}{|1-2|} = \frac{\pi}{2}$       e)  $\frac{\pi}{|1-7|} = \frac{\pi}{7}$



## ÖRNEK 3.

Aşağıda periyotları verilen fonksiyonlardaki pozitif a değerlerini bulunuz.

a)  $f_1(x) = \cos^3 ax$ ,  $T_1 = \frac{\pi}{2}$

b)  $f_2(x) = 2 - \sin^2(ax + 5)$ ,  $T_2 = 3\pi$

c)  $f_3(x) = 1 + \tan^2 ax$ ,  $T_3 = \frac{\pi}{6}$



## ÇÖZÜM

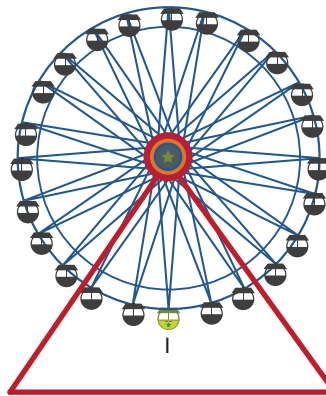
a)  $\frac{2\pi}{|a|} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow a = 4$

b)  $\frac{\pi}{|a|} = 3\pi \Rightarrow a = \frac{1}{3}$

c)  $\frac{\pi}{|a|} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow a = 6$



## ÖRNEK 4.



Bir dönme dolap hareketine başladıktan t saniye sonra l nolu dolapta bulunan bir kişinin yerden yüksekliği h(metre) olmak üzere,

$$h(t) = 16 + 15 \sin\left(\frac{\pi}{10}t - \frac{\pi}{2}\right)$$

fonksiyonuyla belirlenmiştir.

**Buna göre, h fonksiyonunun periyodunu bulunuz.**

## ÇÖZÜM

$$P = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{10}} = 20$$



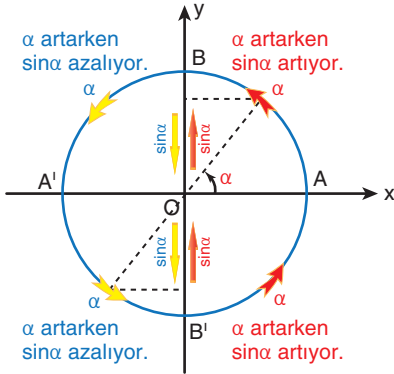
## YANINDA BULUNSUN

## SİNÜS FONKSİYONUNUN GRAFIĞI

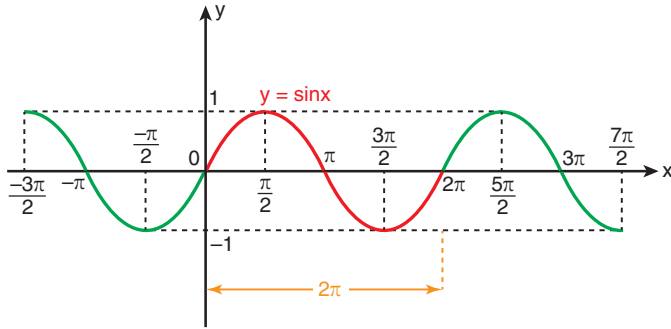
$y = \sin x$  fonksiyonunun grafiği çizilirken,

1.  $y = \sin x$  fonksiyonunun periyodu  $2\pi$  dir.
2. Grafiği çizmek için  $[0, 2\pi]$  aralığını seçelim.
3.  $x = 0, x = \frac{\pi}{2}, x = \pi, x = \frac{3\pi}{2}$  ve  $x = 2\pi$  özel değerleri için,  $y = \sin x$  fonksiyonu aşağıdaki tabloda gösterilen değerleri alır.

$x$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$\sin x$	0	1	0	-1	0



Yukarıdaki bilgileri kullanarak,  $y = \sin x$  in grafiğini çizeriz.



$y = \sin x$  fonksiyonunun periyodu  $2\pi$  olduğundan,  $[0, 2\pi]$  aralığında çizdiğimiz grafiği  $2\pi$  uzunluğundaki diğer aralıklara da taşıyabiliriz.



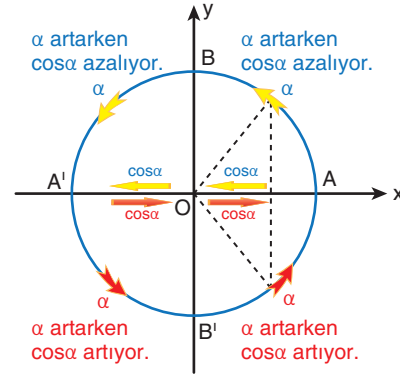
## YANINDA BULUNSUN

## KOSİNÜS FONKSİYONUNUN GRAFIĞI

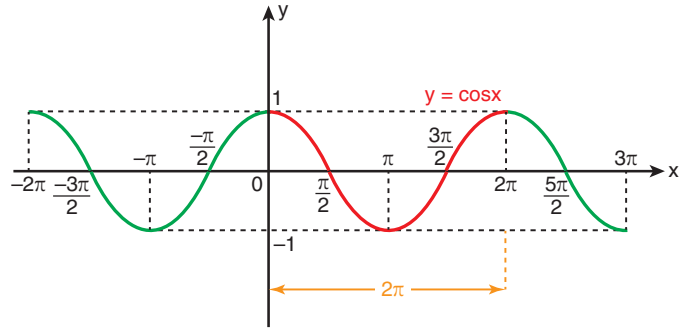
$y = \cos x$  in grafiği çizilirken,

1.  $y = \cos x$  fonksiyonunun periyodu  $2\pi$  dir.
2. Grafiği çizmek için  $[0, 2\pi]$  aralığını seçelim.
3.  $x = 0, x = \frac{\pi}{2}, x = \pi, x = \frac{3\pi}{2}$  ve  $x = 2\pi$  özel değerleri için,  $y = \cos x$  fonksiyonu aşağıdaki tabloda gösterilen değerleri alır.

$x$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$\cos x$	1	0	-1	0	1



Yukarıdaki bilgileri kullanarak,  $y = \cos x$  in grafiğini çizeriz.



$y = \cos x$  fonksiyonunun periyodu  $2\pi$  olduğundan,  $[0, 2\pi]$  aralığında çizdiğimiz grafiği  $2\pi$  uzunluğundaki diğer aralıklara da taşıyabiliriz.

## PERİYOT VE GRAFİKLER



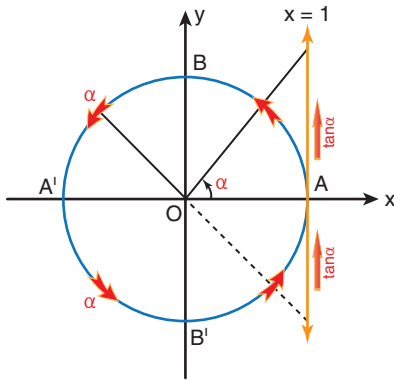
## YANINDA BULUNSUN

## TANJANT FONKSİYONUNUN GRAFIĞI

$y = \tan x$  fonksiyonunun grafiği çizilirken,

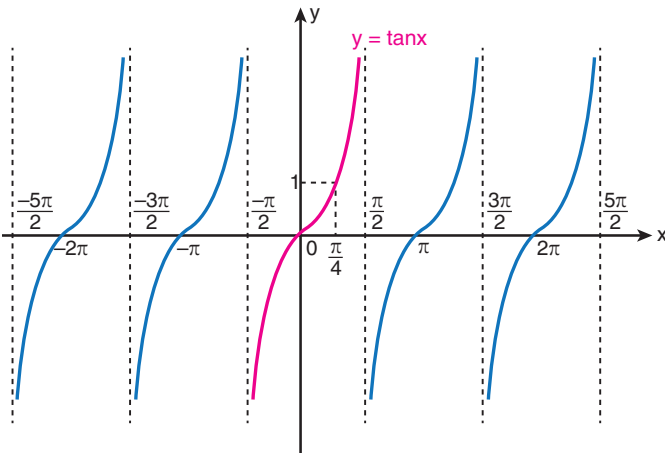
1.  $y = \tan x$  fonksiyonunun periyodu  $\pi$  dir.
2. Grafiği çizmek için  $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$  aralığını seçelim.
3.  $x = -\frac{\pi}{4}$ ,  $x = 0$ , ve  $x = \frac{\pi}{4}$  için  $y = \tan x$  fonksiyonunun değerleri aşağıdaki tabloda görülmektedir.

$x$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	$0$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$
$\tan x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$



$\alpha$  artarken  $\tan \alpha$  her bölgede artıyor.

$y = \tan x$  in  $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$  aralığındaki grafiği, aşağıdaki şekilde pembe renkle gösterilmiştir.



$\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$  aralığındaki grafik x ekseninde  $\pi$  periyotluk aralıklarla sağa ve sola ötelenerek  $y = \tan x$  in grafiği elde edilebilir.



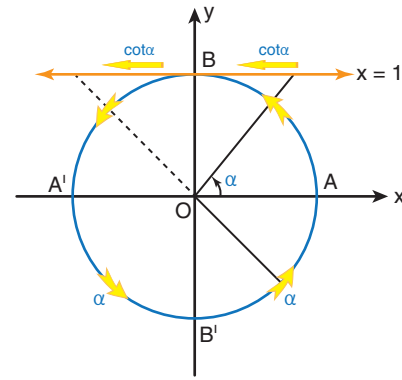
## YANINDA BULUNSUN

## KOTANJANT FONKSİYONUNUN GRAFIĞI

$y = \cot x$  in grafiği çizilirken,

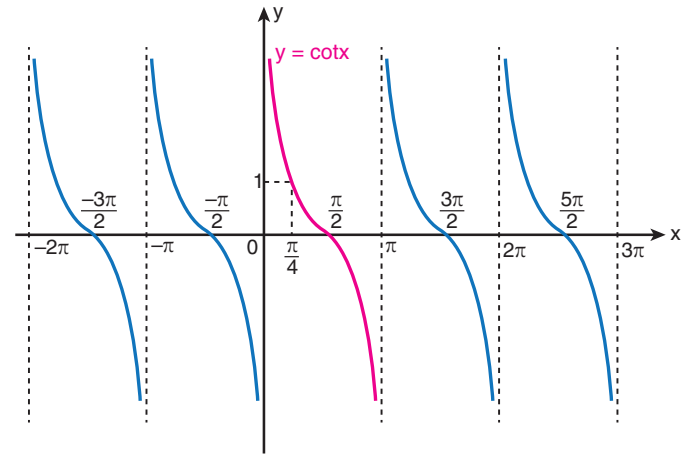
1.  $y = \cot x$  fonksiyonunun periyodu  $\pi$  dir.
2. Grafiği çizmek için  $(0, \pi)$  aralığını seçelim.
3.  $x = \frac{\pi}{4}$ ,  $x = \frac{\pi}{2}$  ve  $x = \frac{3\pi}{4}$  değerleri için,  $y = \cot x$  fonksiyonunun alacağı değerler aşağıdaki tabloda görülmektedir.

$x$	$0$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\pi$
$\cot x$	$+\infty$	$1$	$0$	$-1$	$-\infty$



$\alpha$  artarken  $\cot \alpha$  her bölgede azalıyor.

$y = \cot x$  in  $(0, \pi)$  aralığındaki grafiği, aşağıdaki şekilde pembe renkle gösterilmiştir.

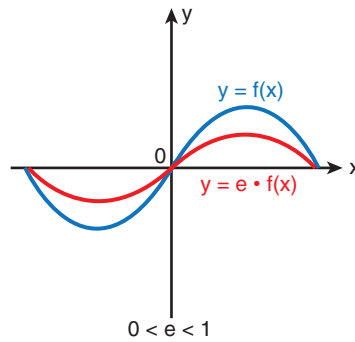
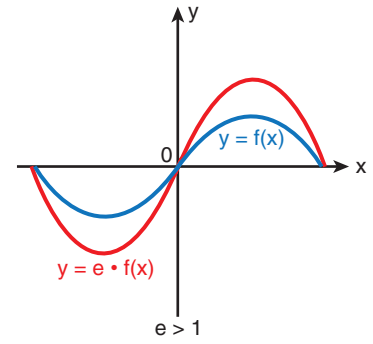
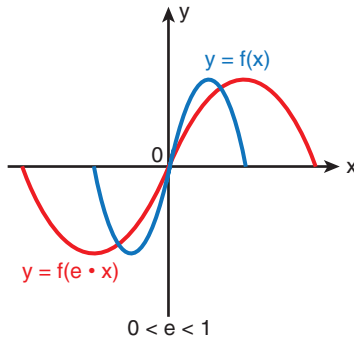
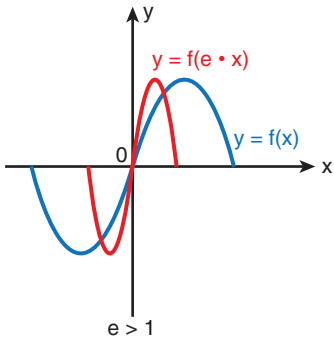
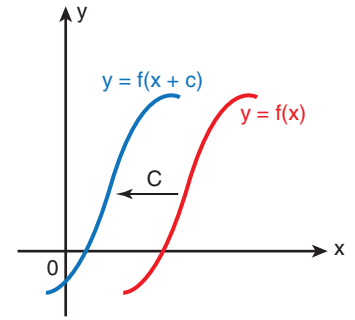
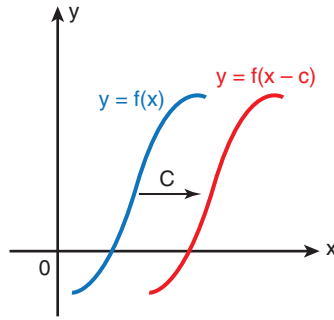
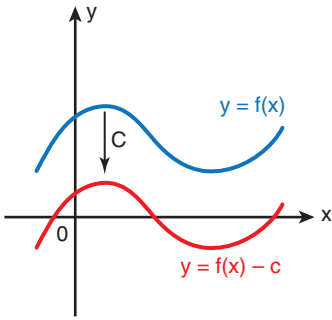
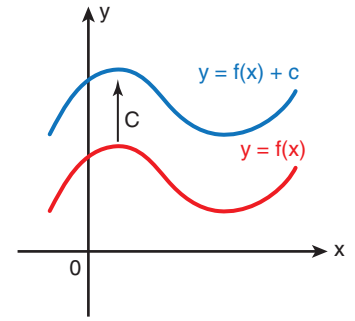
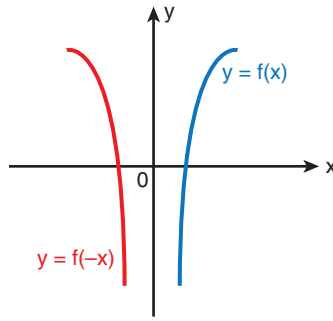
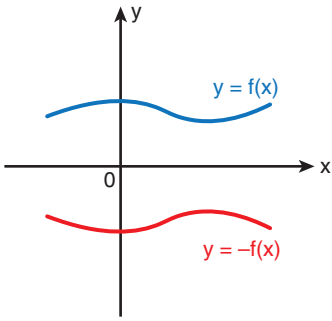


$(0, \pi)$  aralığındaki grafik x ekseninde  $\pi$  periyotluk aralıklarla sağa ve sola ötelenerek  $y = \cot x$  in grafiği elde edilebilir.





YANINDA BULUNSUN



## PERİYOT VE GRAFİKLER



## NOT

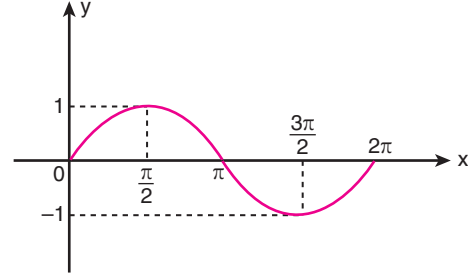
$y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilir,

- 1)  $y = -f(x)$  fonksiyonunun grafiği sorulduğunda  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiğinin x eksenine göre simetriği alınır.
- 2)  $y = f(-x)$  fonksiyonunun grafiği sorulduğunda  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiğinin y eksenine göre simetriği alınır.
- 3)  $k > 0$  için,  
 $y = f(x) + k$  fonksiyonunun grafiği,  
 $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiğinin y eksenine doğru k birim yukarıya ötelenmiş,  
 $y = f(x) - k$  fonksiyonunun grafiği ise,  
 $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiğinin y eksenine doğru k birim aşağıya ötelenmiş halidir.
- 4)  $c > 0$  için,  
 $y = f(x - c)$  fonksiyonunun grafiği,  
 $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiğinin x eksenine doğru c birim sağa ötelenmiş,  
 $y = f(x + c)$  fonksiyonunun grafiği ise,  
 $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiğinin x eksenine doğru c birim sola ötelenmiş halidir.
- 5)  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilsin.
  - $k > 1, k \in \mathbb{R}^+$  olmak üzere,  
 $y = k \cdot f(x)$  fonksiyonunun grafiği,  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiğinin k katı kadar y eksenine boyunca genişletilmiş halidir.
  - $k < 1, k \in \mathbb{R}^+$  olmak üzere,  
 $y = k \cdot f(x)$  fonksiyonunun grafiği  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiğinin k katı kadar y eksenine boyunca sıkıştırılmış halidir.
- 6) •  $k > 1, k \in \mathbb{R}^+$  olmak üzere,  
 $y = f(k \cdot x)$  fonksiyonunun grafiği,  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiğinin k katı kadar x eksenine boyunca daralmasıyla oluşan grafikdir.
- $0 < k < 1$  olmak üzere,  
 $y = f(kx)$  fonksiyonunun grafiği,  $y = f(x)$  fonksiyonunun k katı kadar x eksenine boyunca genişlemesiyle oluşan grafikdir.



## ÖRNEK 5.

Aşağıda,  $[0, 2\pi]$  aralığında  $y = \sin x$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, aşağıda verilen fonksiyonların grafiklerini çiziniz.

a)  $y = \sin x + 2$

b)  $y = \sin x - 1$

c)  $y = 3\sin x$

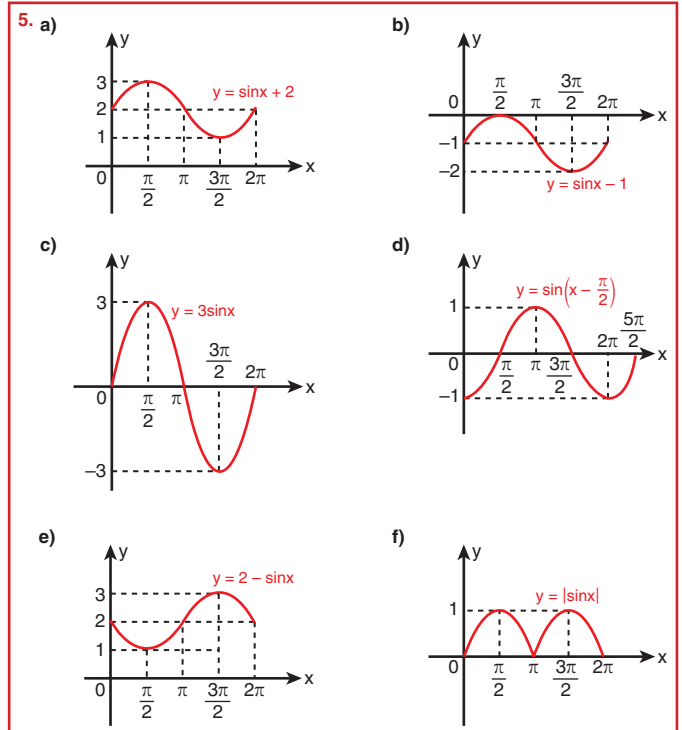
d)  $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

e)  $y = 2 - \sin x$

f)  $y = |\sin x|$

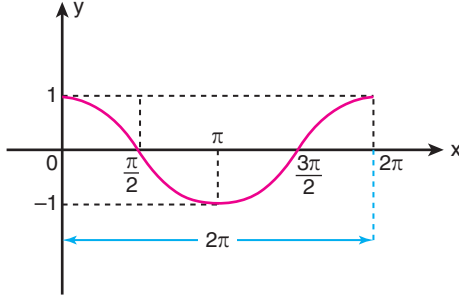


## ÇÖZÜM



## ÖRNEK 6.

Aşağıda,  $[0, 2\pi]$  aralığında  $y = \cos x$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

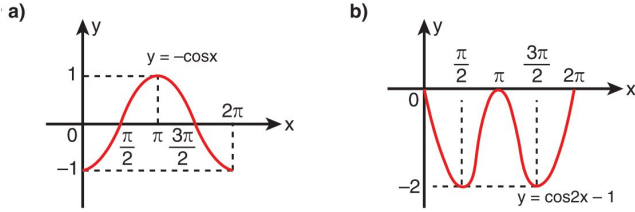


Buna göre, aşağıdaki fonksiyonların grafiklerini çiziniz.

a)  $y = -\cos x$

b)  $y = \cos 2x - 1$

## ÇÖZÜM



## NOT

Dik koordinat düzleminde;  $A(x_1, y_1)$  noktası,  $y = f(x)$  in grafiği üzerinde bir nokta ise noktanın koordinatları grafiğin denklemini sağlar.

## ÖRNEK 7.

$K\left(\frac{\pi}{6}, \frac{1}{2}\right)$  noktası  $y = -a \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$  grafiğinin üzerinde

olduğuna göre,  $a$  kaçtır?

## ÇÖZÜM

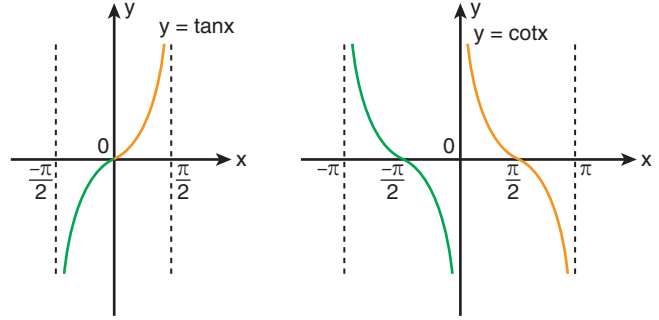
$$-a \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

$$-a \cdot \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

$$a = -1$$

## ÖRNEK 8.

Aşağıda,  $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$  aralığında  $y = \tan x$  ve  $(-\pi, \pi)$  aralığında  $y = \cot x$  fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

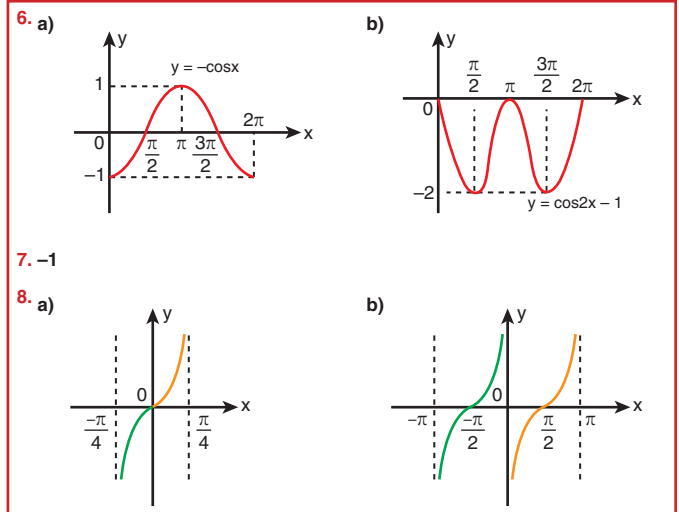
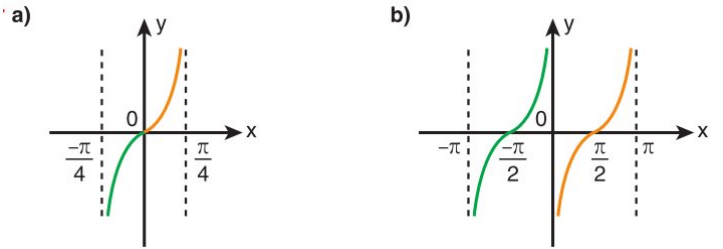


Buna göre, aşağıdaki fonksiyonların grafiklerini çiziniz.

a)  $y = \tan 2x$

b)  $y = -\cot x$

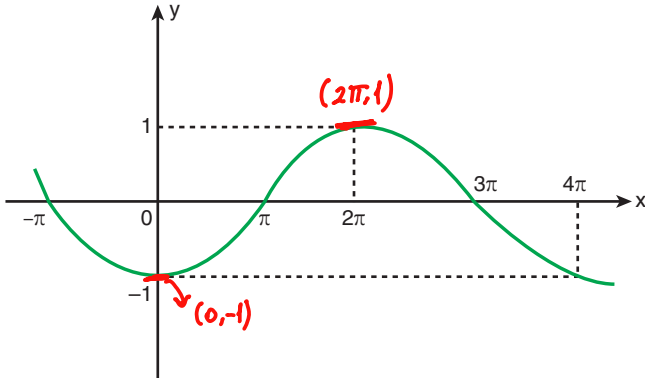
## ÇÖZÜM



## PERİYOT VE GRAFİKLER

## ÖRNEK 9.

Aşağıda  $f(x) = a \cdot \cos(bx)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



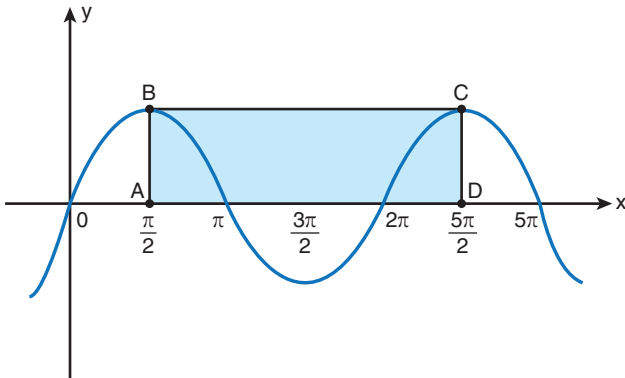
Buna göre, a ve b değerlerini bulunuz.

## ÇÖZÜM

- $(0, -1)$  için  $a \cdot \cos 0 = -1$   
 $a = -1$
- $(2\pi, 1)$  için  $a \cdot \cos(2\pi b) = 1$   
 $\cos(2\pi b) = -1$   
 $b = \mp \frac{1}{2}$

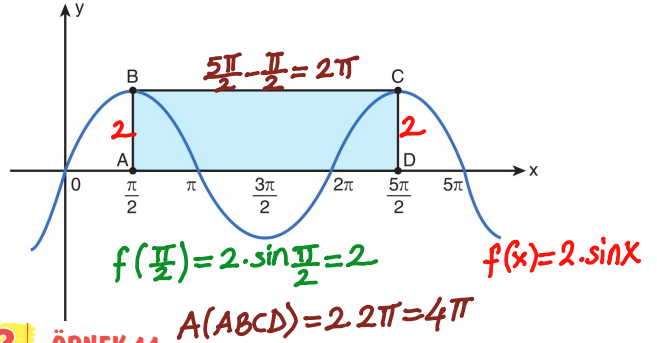
## ÖRNEK 10.

Aşağıda,  $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right]$  aralığında tanımlanmış  $f(x) = 2\sin x$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



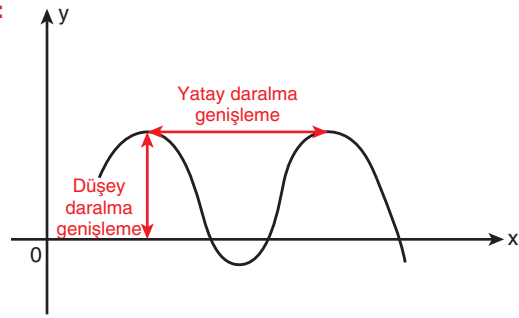
Buna göre, ABCD dikdörtgeninin alanı kaç birimkaredir?

## ÇÖZÜM



## ÖRNEK 11.

Bilgi:



$$f(x) = a \cdot \sin(bx) + k$$

fonksiyonunun grafiği için,

- I. a'nın değişimi grafiğin düşey daralmasını ya da genişlemesini etkiler.
- II. b'nin değişimi grafiğin yatay daralmasını ya da genişlemesini etkiler.
- III. k'nın değişimi grafiğin düşey eksende ötelenmesini sağlar.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

## ÇÖZÜM

- I)**  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilsin.  
•  $k > 1$ ,  $k \in \mathbb{R}^+$  olmak üzere,  
 $y = k \cdot f(x)$  fonksiyonunun grafiği,  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiğinin k katı kadar y eksenini boyunca genişletilmiş halidir.
- II)**  $k > 1$ ,  $k \in \mathbb{R}^+$  olmak üzere,  
 $y = f(k \cdot x)$  fonksiyonunun grafiği,  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiğinin k katı kadar x eksenini boyunca sıkıştırılmış oluşan grafiklerdir.
- III)**  $k > 0$  için,  
 $y = f(x) + k$  fonksiyonunun grafiği,  
 $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiğinin y eksenini doğrultusunda k birim yukarıya ötelenmiş,  
 $y = f(x) - k$  fonksiyonunun grafiği ise,  
 $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiğinin y eksenini doğrultusunda k birim aşağıya ötelenmiş halidir.
- $0 < k < 1$  olmak üzere,  
 $y = f(kx)$  fonksiyonunun grafiği,  $y = f(x)$  fonksiyonunun k katı kadar x eksenini boyunca genişlemesiyle oluşan grafiklerdir.

I, II ve III doğrudur.



## YANINDA BULUNSUN

Bir  $f$  fonksiyonunun tersinin de fonksiyon olabilmesi için,  $f$ 'nin bire bir ve örten olması gerekir.

Trigonometrik fonksiyonlar en geniş tanım kümesinde bire bir ve örten değildir.

Trigonometrik fonksiyonların tanım ve değer kümelerini fonksiyonlar bire bir ve örten olacak şekilde sınırlandırabiliriz.

Trigonometrik fonksiyonların bire bir ve örten oldukları aralıklardaki terslerine "**Ters Trigonometrik Fonksiyonlar**" denir.

Bu fonksiyonları ifade etmek için trigonometrik fonksiyonun önüne, bir ön ek olarak **arc** getireceğiz.

$\cos x$  in tersi için  $\arccos x$ ,

$\sin x$  in tersi için  $\arcsin x$ ,

$\tan x$  in tersi için  $\arctan x$

gösterimlerini kullanacağız.

**NOT :  $\operatorname{arccot} x$  ifadesi müfredatta olmadığından bu kısma fasikülümüzde yer verilmemiştir.**



## YANINDA BULUNSUN

## ARKKOSİNÜS FONKSİYONU

Kosinüs fonksiyonunun bire bir ve örten olduğu aralıklardan  $[0, \pi]$  esas aralığını seçelim.

Bu aralıkta,

$$f : [0, \pi] \rightarrow [-1, 1]$$

olmak üzere,  $f(x) = \cos x$  fonksiyonunun tersi bir fonksiyon belirtir.

$$f(x) = \cos x$$

fonksiyonunun tersi,

$$f^{-1}(x) = \cos^{-1} x \text{ veya } f^{-1}(x) = \arccos x$$

şeklinde gösterilir.

Bu durumda,

$$f^{-1} : [-1, 1] \rightarrow [0, \pi], f^{-1}(x) = \arccos x$$

olur.

Bu tanımdan yararlanarak,

$$y = \cos x \Leftrightarrow x = \arccos y$$

yazılabilir.



## ÖRNEK 1.

a)  $\arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) =$

b)  $\arccos(-1) =$

c)  $\arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) =$

Yukarıda verilen ifadelerin sonuçlarını bulunuz.



## ÇÖZÜM

a)  $\arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\pi}{6}$

b)  $\arccos(-1) = \pi$

c)  $\arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\pi}{4}$



## ÖRNEK 2.

$$\cot\left(\arccos\frac{2}{3}\right)$$

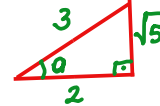
ifadesinin sonucunu bulunuz.



## ÇÖZÜM

$$\cot\left(\arccos\frac{2}{3}\right) \Rightarrow \cot a = ?$$

$$\cos a = \frac{2}{3}$$



$$\cot a = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$



## ÖRNEK 3.

$$-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4} \text{ olmak üzere,}$$

$$y = f(x) = 3 - \sin 2x$$

fonksiyonunun tersini bulunuz.

## TERS TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

## ✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}
 y &= 3 - \sin 2x \\
 \sin 2x &= 3 - y \\
 2x &= \arcsin(3 - y) \\
 x &= \frac{1}{2} \cdot \arcsin(3 - y) \\
 f^{-1}(x) &= \frac{1}{2} \cdot \arcsin(3 - x)
 \end{aligned}$$



## NOT

Bir fonksiyonun ters fonksiyonu ile bileşkesi alındığında birim fonksiyon elde edilir.

$$f \circ f^{-1} = \mathbb{I}$$

olduğundan,

$$\Rightarrow \cos(\arccos x) = \mathbb{I}(x) = x \text{ tir.}$$

$$\Rightarrow \sin(\arcsin x) = \mathbb{I}(x) = x \text{ tir.}$$

## ? ÖRNEK 4.

$$\cos(\arccos 0,2)$$

ifadesinin sonucunu bulunuz.

## ✓ ÇÖZÜM

$$\cos(\arccos(0,2)) = 0,2$$

## ? ÖRNEK 5.

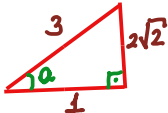
$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \underbrace{\arccos \frac{1}{3}}_a\right)$$

ifadesinin sonucunu bulunuz.

## ✓ ÇÖZÜM

$$\arccos \frac{1}{3} = a \Rightarrow \tan\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \cot a = ?$$

$$\cos a = \frac{1}{3}$$



$$\cot a = \frac{1}{\sin a} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

## ? ÖRNEK 6.

$$f(x) = \arccos\left(3 + \frac{x}{2}\right)$$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz.

## ✓ ÇÖZÜM

$$-1 \leq 3 + \frac{x}{2} \leq 1$$

$$-4 \leq \frac{x}{2} \leq -2$$

$$-8 \leq x \leq -4$$

$$[-8, -4]$$



## YANINDA BULUNSUN

## ARKSİNÜS FONKSİYONU

$f: \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow [-1, 1]$  olmak üzere,

$$f(x) = \sin x$$

fonksiyonu bire bir ve örtendir.

Bu durumda  $f(x) = \sin x$  fonksiyonunun tersi,

$$f^{-1}(x) = \sin^{-1}x \text{ veya } f^{-1}(x) = \arcsin x$$

şeklinde gösterilir.

Buna göre,

$$f^{-1}: [-1, 1] \rightarrow \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

$$f^{-1}(x) = \arcsin x \text{ olur.}$$

Bu tanımdan yararlanarak,

$$y = \sin x \Leftrightarrow x = \arcsin y$$

yazılabilir.

## ? ÖRNEK 7.

a)  $\arcsin(-1) =$

b)  $\arcsin\left(\frac{1}{2}\right) =$

c)  $\arcsin\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right) =$

Yukarıda verilen ifadelerin değerini bulunuz.

## ✓ ÇÖZÜM

$$a) \arcsin(-1) = -\frac{\pi}{2}$$

$$b) \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{6}$$

$$c) \arcsin\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\pi}{3}$$

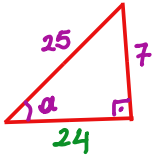
## ? ÖRNEK 8.

$$\tan\left(\arcsin\frac{7}{25}\right)$$

ifadesinin sonucunu bulunuz.

## ✓ ÇÖZÜM

$$\sin a = \frac{7}{25} \quad \tan a = ?$$



$$\tan a = \frac{7}{24}$$

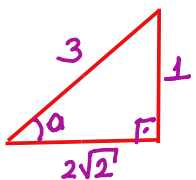
## ? ÖRNEK 9.

$$\cos\left(\pi - \arcsin\frac{1}{3}\right)$$

ifadesinin sonucunu bulunuz.

## ✓ ÇÖZÜM

$$\sin a = \frac{1}{3} \quad \cos(\pi - a) = -\cos a = ?$$



$$-\cos a = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

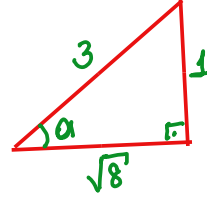
## ? ÖRNEK 10.

$$\arccos\frac{\sqrt{8}}{3} = \arcsin x = a$$

denklemindeki x değerini bulunuz.

## ✓ ÇÖZÜM

$$\cos a = \frac{\sqrt{8}}{3} \quad \sin a = x$$



$$\sin a = \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{1}{3}$$



## YANINDA BULUNSUN

## ARKTANJANT FONKSİYONU

$f: \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R}$  olmak üzere,

$$f(x) = \tan x$$

fonsiyonu bire bir ve örtendir.

Bu durumda,  $f(x) = \tan x$  fonksiyonunun tersi,

$$f^{-1}(x) = \tan^{-1}x \quad \text{veya} \quad f^{-1}(x) = \arctan x$$

şeklinde gösterilir.

Buna göre,

$$f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right), \quad f^{-1}(x) = \arctan x$$

olur.

Bu tanımdan yararlanarak,

$$y = \tan x \Leftrightarrow x = \arctan y$$

yazılabilir.

## TERS TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

## ? ÖRNEK 11.

a)  $\arctan\left(\frac{-\sqrt{3}}{3}\right) =$

b)  $\arctan 1 =$

Yukarıda verilen ifadelerin değerlerini bulunuz.

## ✓ ÇÖZÜM

a)  $\arctan\left(\frac{-\sqrt{3}}{3}\right) = -\frac{\pi}{6}$

b)  $\arctan 1 = \frac{\pi}{4}$

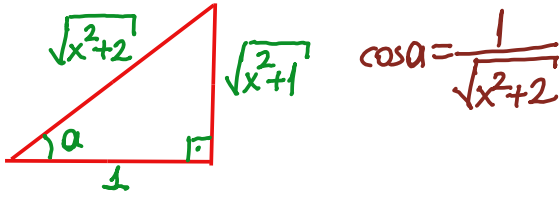
## ? ÖRNEK 12.

$\cos(\arctan\sqrt{x^2+1})$

ifadesinin x türünden değerini bulunuz.

## ✓ ÇÖZÜM

$\tan a = \sqrt{x^2+1} \quad \cos a = ?$



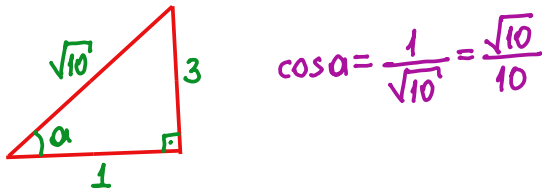
## ? ÖRNEK 13.

$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \arctan 3\right)$

ifadesinin değeri kaçtır?

## ✓ ÇÖZÜM

$\tan a = 3 \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = \cos a = ?$



## ? ÖRNEK 14.

$\sin\left(\frac{\pi}{3} - \arctan\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

ifadesinin değeri kaçtır?

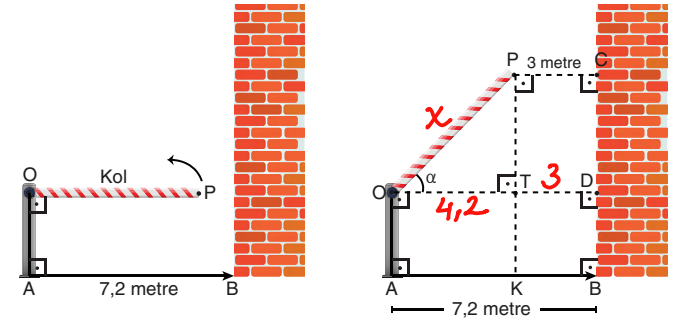
## ✓ ÇÖZÜM

$\tan a = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow a = \frac{\pi}{6}$

$\sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right) = \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$

## ? ÖRNEK 15.

Aşağıdaki görselde kollu bir bariyer sistemi gösterilmiştir.

Kol ok yönünde  $\alpha$  derece yukarıya kalktığında  $|PC| = 3$  metre olmuştur. $|AB| = 7,2$  metre,  $m(\widehat{POD}) = \alpha$  dir.

$\arccos\frac{4}{5} = 90^\circ - \alpha$

olduğuna göre,  $|OP|$  kaç metredir?

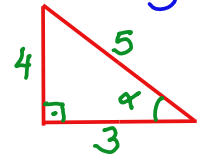
## ✓ ÇÖZÜM

$\cos(90 - \alpha) = \frac{4}{5} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{4}{5}$

$\cos \alpha = \frac{4,2}{x}$

$\frac{4,2}{x} = \frac{3}{5}$

$x = 7$



Cevaplar

11. a)  $-\frac{\pi}{6}$  b)  $\frac{\pi}{4}$  12.  $\frac{1}{\sqrt{x^2+2}}$  13.  $\frac{\sqrt{10}}{10}$  14.  $\frac{1}{2}$  15. 7



1.  $f(x) = \cos^2\left(4x - \frac{\pi}{3}\right)$

fonksiyonunun periyodu kaçtır?

- A)  $\frac{\pi}{8}$  B)  $\frac{\pi}{6}$  C)  $\frac{\pi}{4}$  D)  $\frac{\pi}{2}$  E)  $\pi$

$$\frac{\pi}{|4|} = \frac{\pi}{4}$$

2. a pozitif bir gerçekte sayıdır.

$$f(x) = \sin\left(2 + \frac{ax}{3}\right)$$

fonksiyonunun periyodu  $6\pi$  olduğuna göre, a kaçtır?

- A)  $\frac{1}{3}$  B)  $\frac{1}{2}$  C) 1 D) 2 E) 3

$$\frac{2\pi}{\left|\frac{a}{3}\right|} = 6\pi \Rightarrow a = 1$$

3.  $\cos\left(4 \cdot \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right)$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -1 B)  $\frac{-\sqrt{3}}{2}$  C)  $\frac{1}{2}$  D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  E) 1

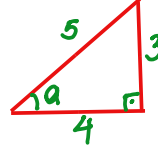
$$\cos\left(4 \cdot \frac{\pi}{4}\right) = \cos\pi = -1$$

4.  $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin\frac{3}{5}\right)$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{4}{3}$  B)  $\frac{3}{4}$  C) 2 D)  $\frac{3}{2}$  E) 4

$$\sin a = \frac{3}{5} \quad \tan\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \cot a$$



$$\cot a = \frac{4}{3}$$

5.  $\arccos\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right) + \arctan(-1)$

toplamının sonucu kaçtır?

- A)  $\frac{\pi}{3}$  B)  $\frac{5\pi}{12}$  C)  $\frac{\pi}{2}$  D)  $\frac{7\pi}{12}$  E)  $\frac{2\pi}{3}$

$$\arccos\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right) + \arctan(-1)$$

$$\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{12}$$

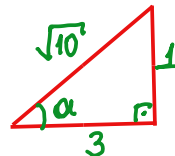
(2) (3)

6.  $\sin^2\left(\arctan\frac{1}{3}\right)$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{1}{3}$  B)  $\frac{1}{9}$  C)  $\frac{1}{10}$  D)  $\frac{4}{9}$  E)  $\frac{9}{16}$

$$\tan a = \frac{1}{3} \quad \sin^2 a = ?$$



$$\sin a = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\sin^2 a = \frac{1}{10}$$

## PERİYOT-GRAFİKLER / TERS TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR - Test

7. A kümesi gerçekte sayılar kümesinin bir alt kümesi olmak üzere,

$f : A \rightarrow \mathbb{R}$ 'ye tanımlı bir  $f$  fonksiyonu her  $x \in A$  için,

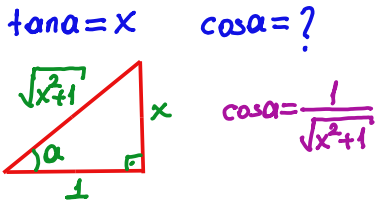
$$f\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = f(x) \quad \text{Periyot} = \frac{\pi}{3}$$

şartını sağladığına göre,  $f$  fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A)  $f(x) = \sin^2 x$   $P = \pi$       B)  $f(x) = 3 - \tan^2 \frac{x}{3}$   
 $P = 3\pi$   
 C)  $f(x) = 1 - \cot^3 x$   $P = \pi$       D)  $f(x) = \sin^3 3x$   
 $P = \frac{2\pi}{3}$   
 E)  $f(x) = 1 + \cos^2 3x$   
 $P = \frac{\pi}{3}$

8.  $\cos(\arctan x)$  ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{x}{x^2+1}$       B)  $\frac{1}{x^2+1}$       C)  $\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$   
 D)  $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$       E)  $\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$



9.  $f(x) = \arccos\left(\frac{3x-1}{5}\right)$

fonksiyonunun en geniş tanım aralığında bulunan tam sayıların toplamı kaçtır?

- A) -2      B) -1      C) 0      D) 1      E) 2

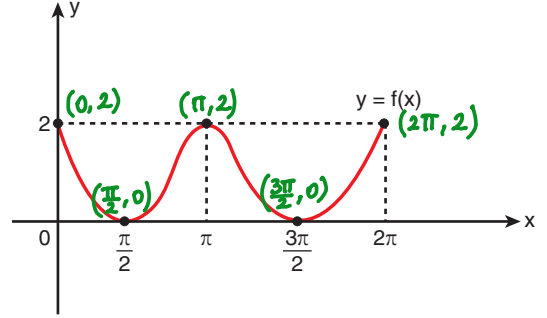
$$-1 \leq \frac{3x-1}{5} \leq 1$$

$$-4 \leq 3x \leq 6$$

$$-\frac{4}{3} \leq x \leq 2$$

$$-1, 0, 1, 2 \rightarrow \text{Toplam} = 2$$

- 10.



Yukarıda  $[0, 2\pi]$  aralığında tanımlanmış grafik aşağıdaki fonksiyonlardan hangisine aittir?

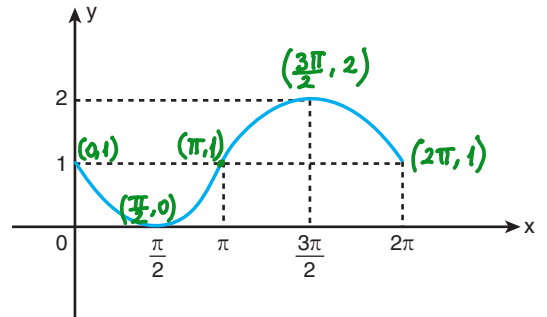
- A)  $f(x) = \cos 2x + 1$       B)  $f(x) = \cos x + 2$   
 C)  $f(x) = \cos \frac{x}{2} - 1$       D)  $f(x) = \sin 2x + 2$   
 E)  $f(x) = 2 \cdot \sin \frac{x}{2}$

Grafikte verilen noktaları

$$f(x) = \cos 2x + 1$$

fonksiyonu sağlar.

- 11.



Yukarıda  $[0, 2\pi]$  aralığında tanımlanmış grafik aşağıdaki fonksiyonlardan hangisine aittir?

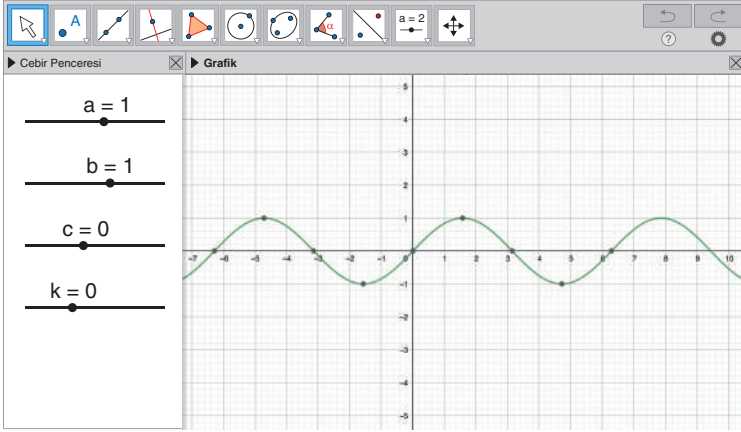
- A)  $y = 1 - \cos x$       B)  $y = 1 - \sin x$   
 C)  $y = 1 + \sin x$       D)  $y = -1 + 2\cos x$   
 E)  $y = 2 - \cos x$

Grafikte verilen noktaları

$$f(x) = 1 - \sin x$$

fonksiyonu sağlar.

12.



Şekil I

Geogebra programı yardımıyla  $y = a \sin[b(x + c)] + k$  fonksiyonundaki a, b, c ve k reel sayılarındaki değişikliklerin fonksiyonun grafiğine etkisini incelemek için araştırma yapan Aytekin, tanımladığı sürgüleri;

$$\begin{array}{cc} a = 1 & b = 1 \\ c = 0 & k = 0 \end{array}$$

sayılarına getirdiğinde  $y = \sin x$  eğrisinin grafiğine ulaşmıştır. Bu grafik Şekil I'de gösterilmiştir.

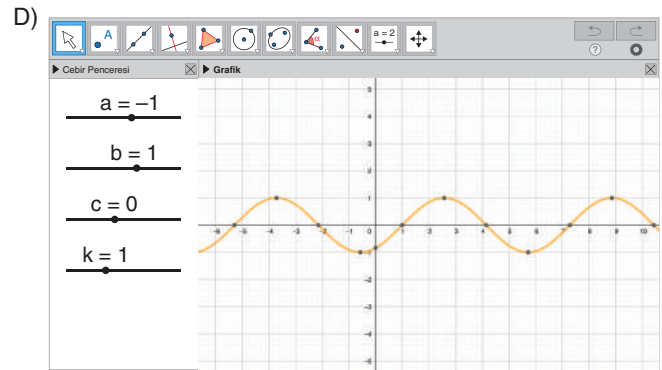
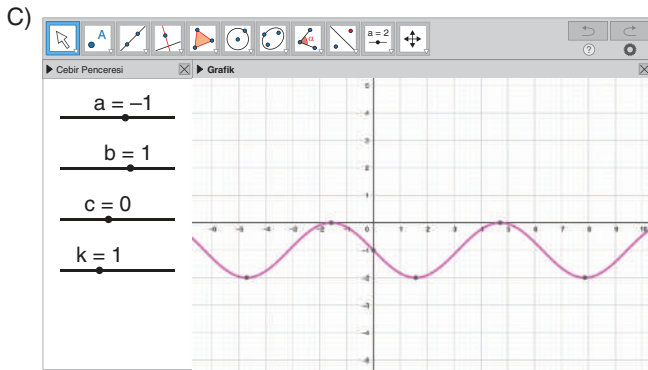
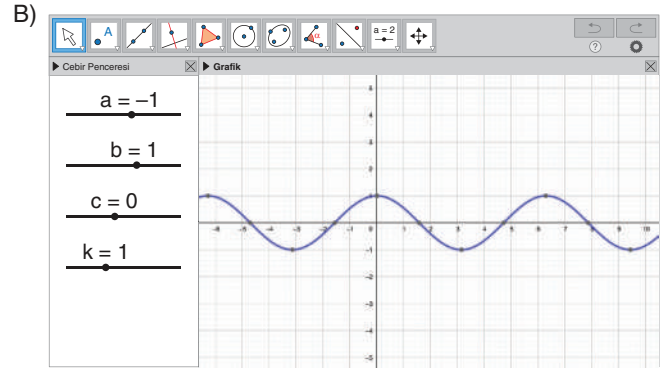
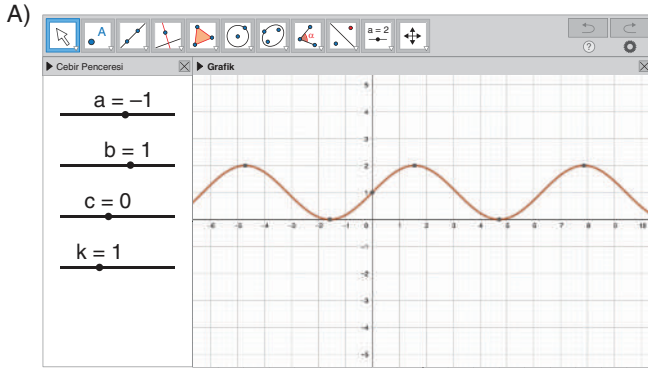
$f(x) = \sin x$  fonksiyonunun grafiğinin x eksenine göre simetriği alınır sonra 1 br yukarı doğru ötelenir.

Buna göre sürgüleri,

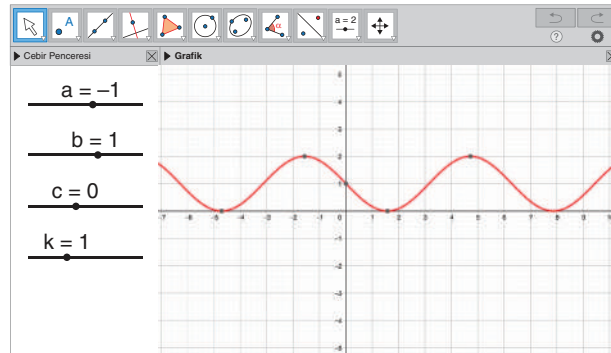
$$\begin{array}{cccc} a = -1 & b = 1 & c = 0 & k = 1 \end{array}$$

$$f(x) = -\sin x + 1$$

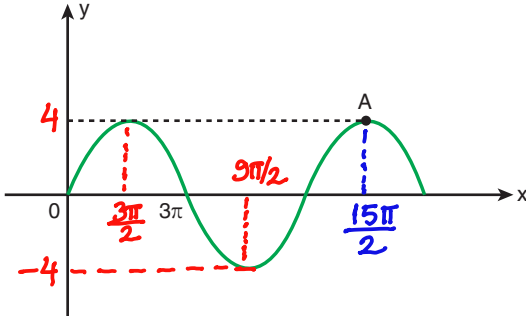
gibi yaparsa aşağıdaki grafiklerden hangisini elde etmiş olur?



✓



13. Aşağıda  $y = 4 \cdot \sin \frac{x}{3}$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

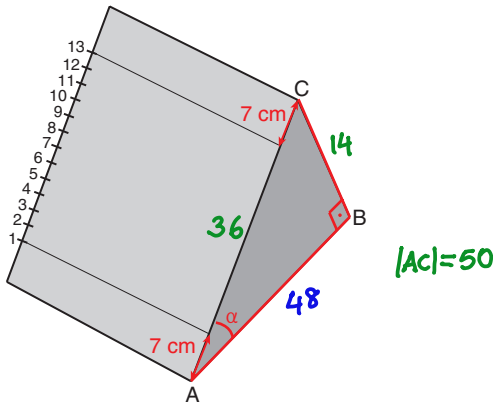


Buna göre, A noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(6\pi, 4)$       B)  $(\frac{15\pi}{2}, 4)$       C)  $(\frac{15\pi}{2}, 3)$   
 D)  $(\frac{13\pi}{2}, 4)$       E)  $(\frac{13\pi}{2}, 3)$

$A(\frac{15\pi}{2}, 4)$  olur.

- 14.



Yukarıda otomobil lastik takozu görseli verilmiştir. Üçgen prizma şeklindeki bu takozun tabanı ABC dik üçgenidir.

Bu takozun üzerinde eşit aralıklı 13 adet çentik olup ilk ve son çentiklerin, takozun uçlarına mesafesi 7'şer cm'dir.

$$m(\widehat{CAB}) = \alpha, |AB| = 48 \text{ cm ve}$$

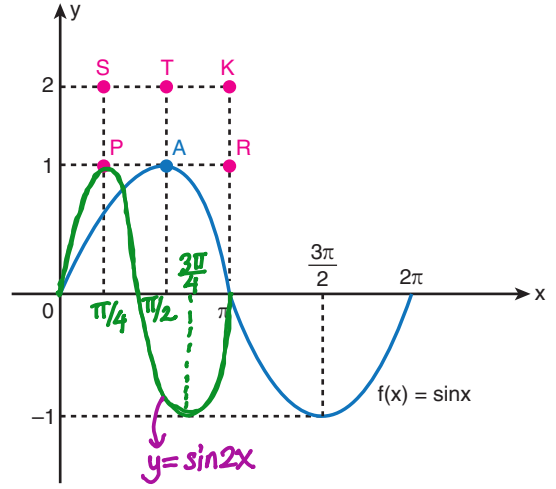
$$\arcsin \frac{24}{25} = 90^\circ - \alpha \Rightarrow \sin(90^\circ - \alpha) = \frac{24}{25} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{24}{25}$$

olduğuna göre, komşu iki çentik arasındaki mesafe kaç cm'dir?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

$$\frac{36}{12} = 3 \text{ cm bulunur.}$$

15. Aşağıda  $[0, 2\pi]$  aralığında tanımlı  $y = f(x) = \sin x$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$f(x)$  fonksiyonunun maksimum noktası A olduğuna göre,

$$f(x) = 1 + \sin 2x$$

fonksiyonunun maksimum noktası aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) K      B) P      C) R      D) S      E) T

$y = \sin 2x$  in grafiği yeşil renkli grafik olur. Eğer bu grafik 1 br yukarı doğru ötelenirse  $f(x) = 1 + \sin 2x$  fonksiyonunun grafiği elde edilir. Maksimum noktası da S olur.

1. C	2. C	3. A	4. A	5. D
6. C	7. E	8. C	9. E	10. A
11. B	12. E	13. B	14. C	15. D

1.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  olmak üzere,

$$f(x) = 2\sin x + \sin 2x + \cos 3x$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,  $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$  kaçtır?

- A) 0      B)  $\frac{1}{2}$       C) 1      D)  $\frac{3}{2}$        E) 2

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \cdot \underbrace{\sin \frac{\pi}{2}}_1 + \underbrace{\sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{2}\right)}_0 + \underbrace{\cos\left(3 \cdot \frac{\pi}{2}\right)}_0$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$$

2. Bir ABC üçgeninin kenar uzunlukları a, b ve c dir.

$$a^2 = b^2 + c^2 + bc$$

olduğuna göre,  $m(\hat{A})$  kaç derecedir?

- A) 30      B) 60       C) 120      D) 135      E) 150

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A$$

$$-2 \cdot \cos A = 1$$

$$\cos A = -\frac{1}{2}$$

$$\hat{A} = 120^\circ$$

3.  $\cos(\arcsin 0) + \tan\left(\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

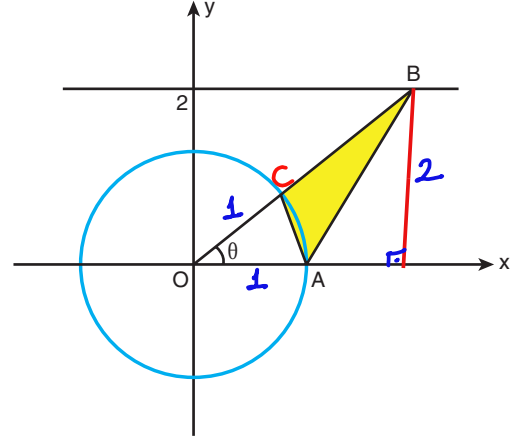
toplamının sonucu kaçtır?

- A) 0      B)  $\frac{1}{2}$       C) 1      D)  $\frac{3}{2}$        E) 2

$$\underbrace{\cos(\arcsin 0)}_0 + \underbrace{\tan\left(\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}\right)}_{\frac{\pi}{4}}$$

$$\cos 0 + \tan \frac{\pi}{4} = 1 + 1 = 2$$

4. Aşağıdaki dik koordinat sisteminde birim çember ve  $y = 2$  doğrusu çizilmiştir.



OAB üçgen ve  $m(\widehat{BOA}) = \theta$  dir.

Buna göre, boyalı alan aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{\sin \theta}{2}$        B)  $1 - \frac{\sin \theta}{2}$       C)  $1 - \cos \theta$

D)  $1 + \frac{\cos \theta}{2}$

E)  $1 + \frac{\sin \theta}{2}$

$$A(AOB) = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1$$

$$A(AOC) = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \sin \theta = \frac{\sin \theta}{2}$$

$$\text{Boyalı Alan} = 1 - \frac{\sin \theta}{2}$$

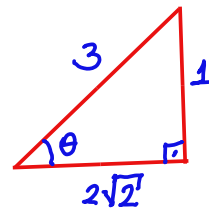
5.  $|\tan \theta| = -\tan \theta \Rightarrow \tan \theta < 0$  }  $\theta$ , IV. bölgede bir açıdır.  
 $\sin \theta = \frac{-1}{3}$

olduğuna göre,

$$\sqrt{2} \cdot (\sec \theta + \tan \theta)$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2      B) -1      C) 0       D) 1      E) 2



$$\sqrt{2} \cdot \left( \frac{1}{\frac{2\sqrt{2}}{3}} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \right)$$

$$\sqrt{2} \cdot \frac{2}{2\sqrt{2}} = 1$$

## Karma Test - I

6.  $\frac{1 + \cos(-200^\circ)}{\cos 20^\circ} - (1 + \sec 340^\circ)$

farkının sonucu kaçtır?

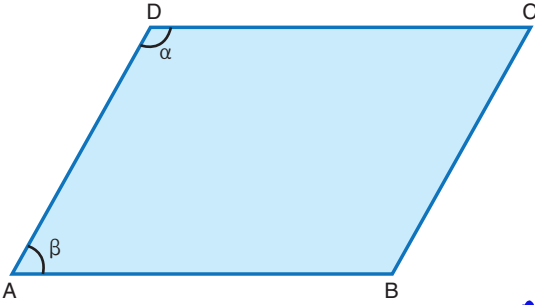
- A) -2 B)  $2\sec 20^\circ$  C)  $-2\sec 20^\circ$   
D)  $2\cos 20^\circ$  E)  $-2\cos 20^\circ$

$$\frac{1 - \cos 20}{\cos 20} - \left(1 + \frac{1}{\cos 20}\right)$$

$$\frac{1 - \cos 20}{\cos 20} - \frac{1 + \cos 20}{\cos 20}$$

$$\frac{-2 \cdot \cos 20}{\cos 20} = -2$$

7. Aşağıda ABCD paralelkenarı verilmiştir.



$m(\widehat{DAB}) = \beta$  ve  $m(\widehat{ADC}) = \alpha$  dir.  $\alpha + \beta = 180^\circ$

$\tan \alpha = -1,5$  olmak üzere,

- I.  $\tan(\alpha + \beta) = 0 \Rightarrow \tan 180^\circ = 0$   
II.  $\tan \beta = 1,5 \Rightarrow \tan(180 - \alpha) = -\tan \alpha = 1,5$   
III.  $\tan(2\alpha + \beta) = -1,5 \Rightarrow \tan(\alpha + 180^\circ) = \tan \alpha = -1,5$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III  
D) Yalnız III E) I, II ve III

8.  $\alpha$  açısı II. bölgede bir açıdır.

$$\sin \alpha = \frac{2k - 9}{5}$$

olduğuna göre, k'nın bulunduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\left(\frac{9}{2}, 7\right)$  B) (2, 7) C)  $\left(3, \frac{9}{2}\right)$   
D)  $\left(2, \frac{9}{2}\right)$  E) (3, 7)

$$-1 \leq \frac{2k - 9}{5} \leq 1 \quad \alpha, 2. \text{ bölgede ise}$$

$$4 \leq 2k \leq 14 \quad \frac{2k - 9}{5} > 0$$

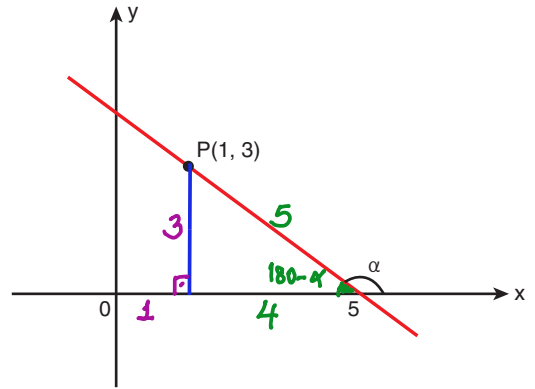
$$2 \leq k \leq 7 \quad k > \frac{9}{2}$$



$$\frac{9}{2} < k \leq 7$$

$$\left(\frac{9}{2}, 7\right]$$

9. Aşağıda dik koordinat düzleminde P(1, 3) noktasından geçen bir doğru verilmiştir.



Buna göre,  $\cos \alpha - \tan \alpha$  farkı kaçtır?

- A)  $-\frac{1}{20}$  B)  $-\frac{1}{15}$  C)  $-\frac{1}{10}$  D)  $\frac{1}{10}$  E)  $\frac{1}{20}$

$$\cos(180 - \alpha) = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{4}{5}$$

$$\tan(180 - \alpha) = \frac{3}{4} \Rightarrow \tan \alpha = -\frac{3}{4}$$

$$-\frac{4}{5} + \frac{3}{4} = \frac{-1}{20}$$

10.  $x$  dar açıdır.

$$\frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)}{\sin(\pi + x)} + \frac{\cos(2\pi + x)}{\cos(\pi - x)}$$

toplamının sonucu kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$\frac{\sin x}{-\sin x} + \frac{\cos x}{-\cos x}$$

$$(-1) + (-1) = -2$$

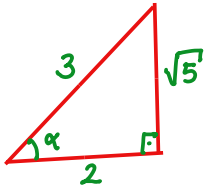
IV. bölge

11.  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$  olmak üzere,

$$\cos \alpha = \frac{2}{3}$$

olduğuna göre,  $\cot \alpha$  kaçtır?

- A)  $\frac{-\sqrt{5}}{2}$  B)  $\frac{-2\sqrt{5}}{5}$  C)  $\frac{-\sqrt{5}}{5}$  D)  $\frac{\sqrt{5}}{3}$  E)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$



$$-\cot \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{-2\sqrt{5}}{5}$$

12.  $\alpha$  ve  $\beta$  tümler iki açıdır.

$$\sin(2\alpha + 3\beta) = \frac{-1}{3} \text{ tür.}$$

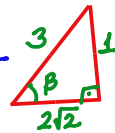
Buna göre,  $\tan(3\alpha + 2\beta)$  kaçtır?

- A)  $-2\sqrt{2}$  B)  $-\sqrt{2}$  C)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$  D)  $\sqrt{2}$  E)  $2\sqrt{2}$

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\sin(\underbrace{2(\alpha + \beta)}_{90^\circ} + \beta) = \frac{-1}{3} \Rightarrow \sin \beta = \frac{1}{3}$$

$$\tan(\underbrace{3(\alpha + \beta)}_{90^\circ} - \beta) = \cot \beta = 2\sqrt{2}$$



13.  $\frac{\pi}{2} < x < y < \pi$  olmak üzere,

- I.  $\sin x > \sin y$   
II.  $\cos x < \cos y$   
III.  $\sin x < \cos y$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız II  
D) II ve III E) I ve III

$$x = 120^\circ, y = 150^\circ \text{ olsun}$$

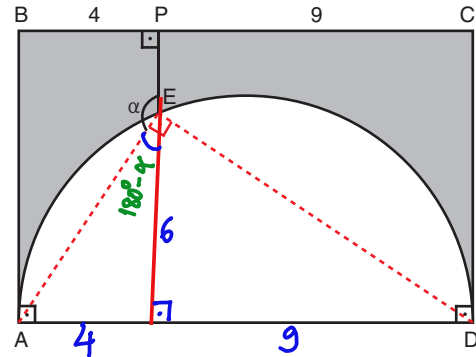
$$\text{I. } \sin 120^\circ > \sin 150^\circ \Rightarrow \sin 60^\circ > \sin 30^\circ$$

$$\text{II. } \cos 120^\circ < \cos 150^\circ \Rightarrow -\cos 60^\circ < -\cos 30^\circ$$

$$\cos 60^\circ > \cos 30^\circ \text{ yanlış}$$

$$\text{III. } \sin 120^\circ < \cos 150^\circ \Rightarrow \sin 60^\circ < -\cos 30^\circ \text{ yanlış}$$

14. Aşağıda bir tünelin önden görünümü verilmiştir. ABCD dikdörtgeninin içerisinde [AD] çaplı yarım daire bulunmaktadır.



$m(\widehat{PEA}) = \alpha$ ,  $|BP| = 4$  birim,  $|PC| = 9$  birimdir.

Buna göre,  $\tan \alpha$  kaçtır?

- A)  $\frac{-2}{3}$  B)  $\frac{-2}{9}$  C)  $\frac{-3}{2}$  D)  $\frac{2}{3}$  E)  $\frac{2}{9}$

$$\tan(180^\circ - \alpha) = \frac{4}{6}$$

$$\tan \alpha = -\frac{2}{3}$$

1. E	2. C	3. E	4. B	5. D	6. A	7. E
8. A	9. A	10. A	11. B	12. E	13. A	14. A

## Karma Test - 2

1. I.  $\sin 140^\circ \cdot \tan 260^\circ = + \cdot + = +$   
 II.  $\cos 160^\circ \cdot \cot 320^\circ = - \cdot - = +$   
 III.  $\tan 280^\circ \cdot \operatorname{cosec} 310^\circ = - \cdot - = +$

ifadelerinin işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) +, +, +      B) -, -, -      C) +, -, +  
 D) -, +, -      E) -, +, +

2.  $x + y = \pi$  olduğuna göre,

$$\sin(\tan x + \tan y)$$

ifadesinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1      B)  $-2\tan x$        C) 0      D) 1      E)  $\sin x$

$$\tan y = \tan(\pi - x) = -\tan x$$

$$\sin(\tan x - \tan x) = \sin 0 = 0$$

3. 
$$\frac{\tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right)}{\tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)} + \frac{\cos(2\pi - x)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)}$$

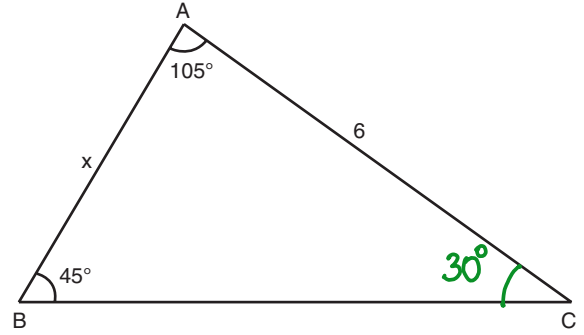
işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2      B) -1      C) 0      D) 1      E) 2

$$\frac{-\cot x}{\cot x} + \frac{\cos x}{-\cos x}$$

$$(-1) + (-1) = -2$$

4. Aşağıda ABC üçgeni verilmiştir.



$$m(\widehat{BAC}) = 105^\circ, m(\widehat{CBA}) = 45^\circ \text{ ve}$$

$$|AC| = 6 \text{ birimdir.}$$

Buna göre,  $|AB| = x$  kaç birimdir?

- A)  $6\sqrt{2}$        B)  $3\sqrt{2}$       C)  $2\sqrt{2}$       D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       E)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$

$$\frac{x}{\sin 30^\circ} = \frac{6}{\sin 45^\circ}$$

$$\frac{x}{\frac{1}{2}} = \frac{6}{\frac{1}{\sqrt{2}}}$$

$$x = 3\sqrt{2}$$

5. 
$$\frac{\sin 330^\circ}{\tan 225^\circ}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2      B) -1       C)  $-\frac{1}{2}$       D) 1      E) 2

$$\frac{-\sin 30^\circ}{\tan 45^\circ} = \frac{-\frac{1}{2}}{1} = -\frac{1}{2}$$

6.  $f(x) = (2\sin x - 1) \cdot (2\sin x + 1)$

fonksiyonunun görüntü kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $[-1, 4]$       B)  $[1, 3]$        C)  $[-1, 3]$   
 D)  $[-1, 4]$       E)  $(-3, -1]$

$$f(x) = 4\sin^2 x - 1$$

$$-1 \leq \sin x \leq 1$$

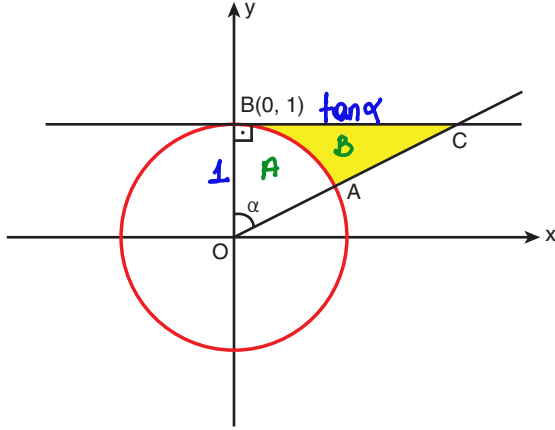
$$0 \leq \sin^2 x \leq 1$$

$$-1 \leq 4\sin^2 x - 1 \leq 3$$

$$[-1, 3]$$



7. Aşağıda bir birim çember verilmiştir.



$m(\widehat{COB}) = \alpha$  ve  $B(0, 1)$  dir.

Buna göre, boyalı alan aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A)  $\frac{\alpha}{2}$       B)  $\frac{\tan \alpha}{2}$        C)  $\frac{\tan \alpha}{2} - \frac{\pi \alpha}{360^\circ}$

D)  $\frac{\sin \alpha}{2} - \frac{\pi \alpha}{360^\circ}$       E)  $\cos \alpha - \frac{\pi \alpha}{360^\circ}$

$$A = \frac{\pi \cdot 1^2 \cdot \alpha}{360^\circ} = \frac{\pi \cdot \alpha}{360^\circ}$$

$$A+B = \frac{\tan \alpha}{2}$$

$$B = \frac{\tan \alpha}{2} - \frac{\pi \cdot \alpha}{360^\circ}$$

8.  $(\sin \theta + \cos \theta) \cdot (\tan \theta + \cot \theta) - \operatorname{cosec} \theta$

işleminin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\sin \theta$       B)  $\cos \theta$        C)  $\sec \theta$       D)  $\operatorname{cosec} \theta$       E) 1

$$(s+c) \cdot \left( \frac{s}{c} + \frac{c}{s} \right) - \frac{1}{s}$$

$$(s+c) \cdot \frac{1}{s \cdot c} - \frac{1}{s}$$

$$\frac{s+c-c}{s \cdot c} = \frac{s}{s \cdot c} = \frac{1}{c} = \sec \theta$$

9.  $2 \arccos(-1) + \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$

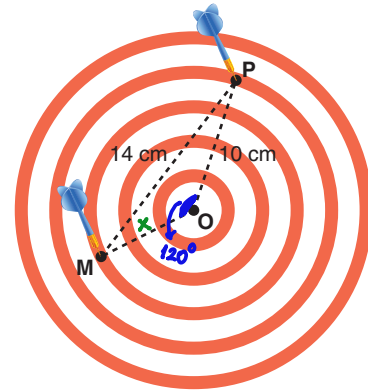
toplamının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\frac{7\pi}{8}$       B)  $\frac{11\pi}{2}$       C)  $\frac{13\pi}{8}$        D)  $\frac{15\pi}{8}$       E)  $\frac{17\pi}{8}$

$$2 \cdot \pi + \frac{1}{2} \cdot \frac{-\pi}{4}$$

$$2\pi - \frac{\pi}{8} = \frac{15\pi}{8}$$

10. Aşağıdaki görselde verilen dart tahtasına iki atış yapılmıştır. Dartlar tahtaya M ve P noktalarında isabet etmiştir.



MOP üçgeninde,

$|MP| = 14$  cm,  $|PO| = 10$  cm ve

$m(\widehat{MOP}) = 120^\circ$

olduğuna göre,  $|MO|$  kaç cm'dir?

A) 3      B)  $3\sqrt{2}$       C)  $3\sqrt{7}$        D) 6      E)  $6\sqrt{2}$

$$14^2 = x^2 + 10^2 - 2 \cdot 10 \cdot x \cdot \cos 120^\circ$$

$$196 = x^2 + 100 + 10 \cdot x$$

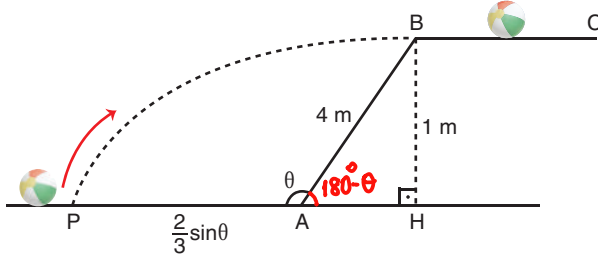
$$x^2 - 10 \cdot x - 96 = 0$$

$$-6 \quad +16$$

$$x = 6$$

## Karma Test - 2

11. Şekilde gösterilen hareketli P noktasından harekete başlayarak ok yönünde zıplayıp BC güzergahını izlemiştir.



$$|AP| = \frac{2}{3} \sin \theta, \quad |AB| = 4 \text{ metre}, \quad |BH| = 1 \text{ metre ve}$$

$$m(\widehat{PAB}) = \theta \text{ dir.}$$

Buna göre,  $|AP|$  kaç metredir?

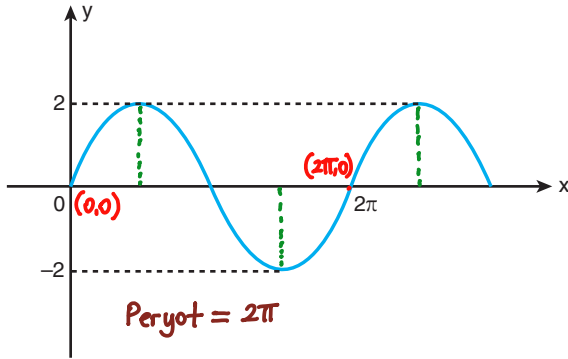
- A)  $\frac{1}{12}$     B)  $\frac{1}{6}$     C)  $\frac{1}{3}$     D)  $\frac{1}{2}$     E)  $\frac{2}{3}$

$$\sin(180^\circ - \theta) = \frac{1}{4}$$

$$\sin \theta = \frac{1}{4}$$

$$|AP| = \frac{2}{3} \cdot \sin \theta = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$$

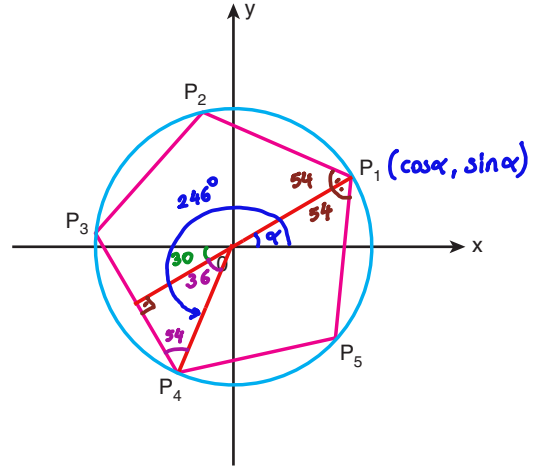
12.



Yukarıda verilen grafik aşağıdaki fonksiyonlardan hangisine ait olabilir?

- A)  $y = 2 \cdot \sin x$   $P = 2\pi$     B)  $y = 2 \cdot \sin \frac{x}{2}$   $P = 4\pi$   
 C)  $y = 2 \cdot \sin \frac{2x}{3}$   $P = 3\pi$     D)  $y = \sin 2x$   $P = \pi$   
 E)  $y = 2 \cdot \sin \frac{4x}{3}$   $P = \frac{3\pi}{2}$

13. Aşağıda köşeleri birim çember üzerinde olan  $P_1 P_2 P_3 P_4 P_5$  düzgün beşgeni çizilmiştir.



$P_1$  noktasının ordinatı  $\frac{1}{2}$  dir.

Buna göre,  $P_4$  noktasının apsisi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

(O noktası düzgün beşgenin merkezidir.)

- A)  $-\sin 24^\circ$     B)  $-\cos 24^\circ$     C)  $-\sin 26^\circ$   
 D)  $-\cos 26^\circ$     E)  $-\sin 28^\circ$

$$\sin \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

$P_4$  noktasının apsisi

$$\cos 246^\circ = -\sin 24^\circ$$

1. A	2. C	3. A	4. B	5. C	6. C	7. C
8. C	9. D	10. D	11. B	12. A	13. A	

1. Bir ABC üçgeninde,

$$\frac{\sin(\hat{A} + \hat{B})}{\sin \hat{C}} + \frac{\tan(2\hat{B} + 2\hat{C})}{\tan 2\hat{A}}$$

toplamlarının sonucu kaçtır?

- A) -2      B) -1       C) 0      D) 1      E) 2

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\frac{\sin(180^\circ - \hat{C})}{\sin \hat{C}} + \frac{\tan(360^\circ - 2\hat{A})}{\tan 2\hat{A}}$$

$$\frac{\sin \hat{C}}{\sin \hat{C}} - \frac{\tan 2\hat{A}}{\tan 2\hat{A}} = 1 - 1 = 0$$

2.

$$\frac{(a+b)^2 \cdot \sec 0^\circ + (a-b)^2 \cdot \sin 270^\circ}{2ab \cdot \operatorname{cosec} 90^\circ}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) a      B) b      C) 1       D) 2      E) ab

$$\frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{2ab} = \frac{2a \cdot 2b}{2ab} = 2$$

3.  $\sin^4 x - \cos^4 x - 1$

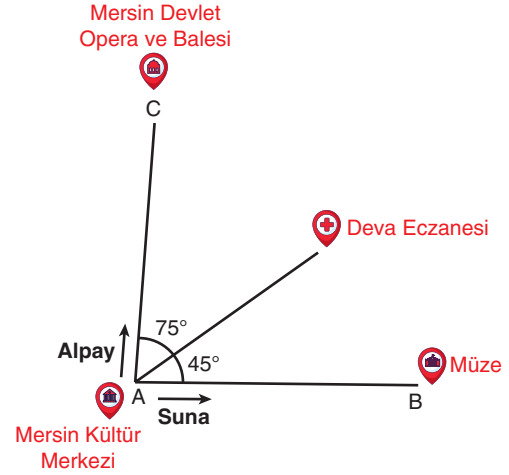
işleminin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $2\cos^2 x$        B)  $-2\cos^2 x$       C)  $-2\sin^2 x$   
D)  $\sin^2 x$       E)  $\cos^2 x$

$$(\sin^2 x - \cos^2 x) \cdot (\sin^2 x + \cos^2 x) - 1$$

$$\sin^2 x - 1 - \cos^2 x = -2 \cdot \cos^2 x$$

4.



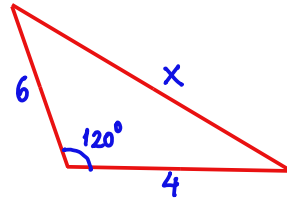
Mersin Kültür Merkezinde bulunan Alpay ve Suna şekildeki oklar yönünde doğrusal olacak şekilde hareket edeceklerdir. Alpay'ın saatteki hızı 60 km, Suna'nın saatteki hızı ise 40 km'dir.

Buna göre, ikisi birlikte aynı anda hareket etmeye başladıktan 6 dakika sonra aralarındaki uzaklık kaç km olur?

- A)  $2\sqrt{19}$       B)  $2\sqrt{17}$       C)  $2\sqrt{14}$       D) 7      E)  $4\sqrt{3}$

$$\text{Alpay saatte } 60 \cdot \frac{6}{60} = 6 \text{ km}$$

$$\text{Suna saatte } 40 \cdot \frac{6}{60} = 4 \text{ km yol alır.}$$



$$x^2 = 6^2 + 4^2 - 2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot \cos 120^\circ$$

$$x^2 = 36 + 16 + 24$$

$$x^2 = 76$$

$$x = 2\sqrt{19}$$

5.

$$x^2 + px + q = 0$$

denkleminin kökleri  $\sec \alpha$  ve  $\operatorname{cosec} \alpha$  dir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A)  $q^2 + 2q = p^2$       B)  $p^2 + 2p = q^2$   
C)  $q^2 - 2q = p^2$       D)  $p^2 - 2p = q^2$   
E)  $p^2 + q^2 = 1$

$$\sec \alpha + \operatorname{cosec} \alpha = -p$$

$$\sec \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha = q$$

$$\frac{1}{\cos \alpha} + \frac{1}{\sin \alpha} = -p$$

$$\cos \alpha \cdot \sin \alpha = \frac{1}{q}$$

$$\sin \alpha + \cos \alpha = -p \cdot \frac{1}{q} \Rightarrow (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \left(\frac{-p}{q}\right)^2$$

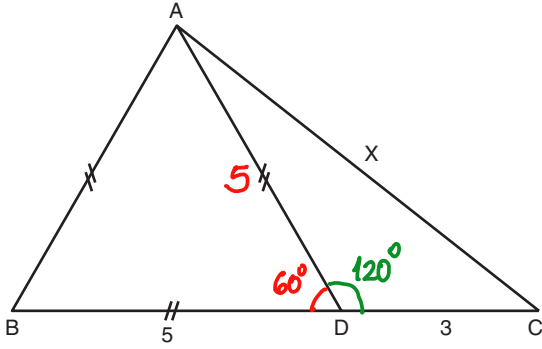
$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{p^2}{q^2}$$

$$1 + 2 \cdot \frac{1}{q} = \frac{p^2}{q^2}$$

$$q^2 + 2q = p^2$$

## Karma Test - 3

6.



ABD eşkenar üçgendir.

B, D ve C doğrusaldır.

 $|BD| = 5$  birim ve  $|DC| = 3$  birimdir. $|AC| = x$ olduğuna göre,  $x$  kaç birimdir?

- A) 6     B) 7    C) 8    D) 9    E) 10

$$x^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \underbrace{\cos 120^\circ}_{-\frac{1}{2}}$$

$$x^2 = 9 + 25 + 15$$

$$x^2 = 49 \Rightarrow x = 7$$

7.

$$\sin\left(\frac{77\pi}{3}\right) \cdot \cot\left(\frac{55\pi}{3}\right)$$

çarpımının sonucu kaçtır?

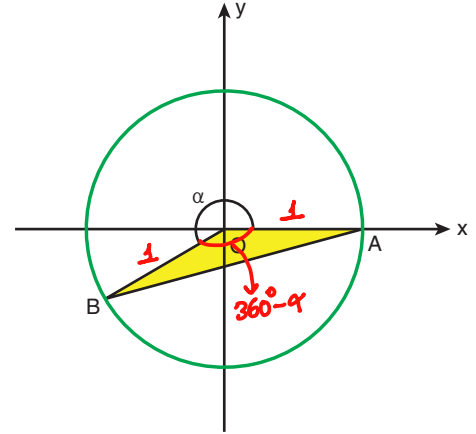
- A)  $\frac{-\sqrt{3}}{2}$      B)  $-\frac{1}{2}$     C)  $\frac{1}{2}$     D) 1    E)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) \cdot \cot\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\sin(300^\circ) \cdot \cot 60^\circ$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{1}{2}$$

8. Aşağıda birim çember verilmiştir.

Buna göre, sarıya boyalı AOB üçgeninin alanı  $\alpha$  cinsinden aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{-\sin \alpha}{2}$     B)  $\frac{-\cos \alpha}{2}$     C)  $\frac{\sin \alpha}{2}$   
D)  $\frac{\cos \alpha}{2}$     E)  $\sin \alpha$

$$A_{\text{OB}} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \sin(360^\circ - \alpha)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot -\sin \alpha$$

$$= \frac{-\sin \alpha}{2}$$

9.

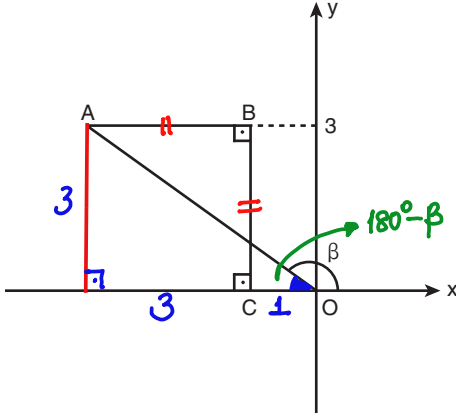
$$f(x) = 1 + 2 \cdot \cos^3(1 - 2x)$$

fonksiyonunun periyodu kaçtır?

- A)  $\pi$     B)  $\frac{\pi}{2}$     C)  $\frac{2\pi}{3}$     D)  $\frac{\pi}{6}$     E)  $\frac{3\pi}{2}$

$$P = \frac{2\pi}{|-2|} = \pi$$

10.



Yukarıdaki dik koordinat sisteminde,

$|AB| = |BC|$  ve  $C(-1, 0)$  dir.

Buna göre,  $\cot\beta$  kaçtır?

- A)  $\frac{-1}{2}$     B)  $\frac{-2}{3}$     C)  $\frac{-3}{4}$      D)  $\frac{-4}{3}$     E)  $\frac{-3}{2}$

$$\cot(180^\circ - \beta) = \frac{4}{3}$$

$$\cot\beta = -\frac{4}{3}$$

11. Yükseklik : h(metre) ve

Zaman : t(dakika)

olmak üzere, lunaparkta bulunan bir kişinin dönme dolapta iken yerden yüksekliğinin zamana bağlı fonksiyonu,

$$h(t) = 12 + 10 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}(t - 15)\right)$$

şeklinde tanımlanmıştır.

Buna göre, dönme dolap harekete başladıktan 2 dakika sonra yerden kaç metre yükseklikte bulunur?

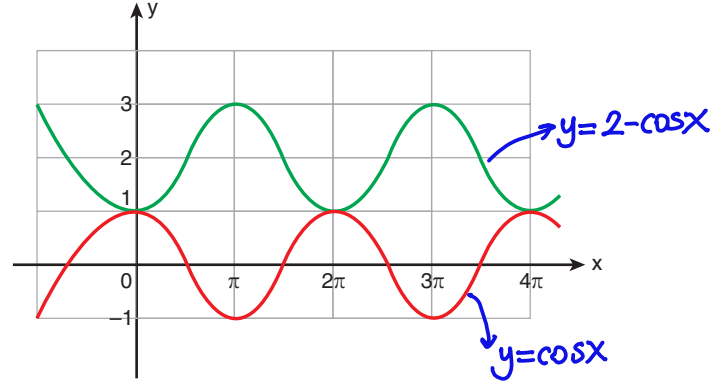
- A) 7    B) 12    C) 15,5    D) 17    E) 22

$$h(2) = 12 + 10 \cdot \sin\left(\frac{-13\pi}{6}\right)$$

$$\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$

$$h(2) = 12 + 10 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 7$$

12.



Yukarıdaki dik koordinat düzleminde çizilen iki tane trigonometrik fonksiyon aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $y = \cos x, y = 1 - \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 1 - \cos x$
- B)  $y = \sin x, y = 3 - \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 3 + \cos x$
- C)  $y = \sin x, y = 3 - \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 3 - \cos x$
- D)  $y = \cos x, y = 2 - \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 2 + \sin x$
- E)  $y = \cos x, y = 2 - \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 2 - \cos x$

1. C	2. D	3. B	4. A	5. A	6. B
7. B	8. A	9. A	10. D	11. A	12. E

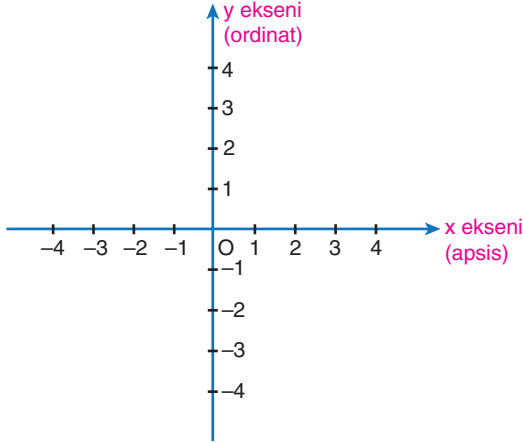
## NOKTANIN ANALİTİĞİ



## YANINDA BULUNSUN

## NOKTANIN ANALİTİK İNCELENMESİ

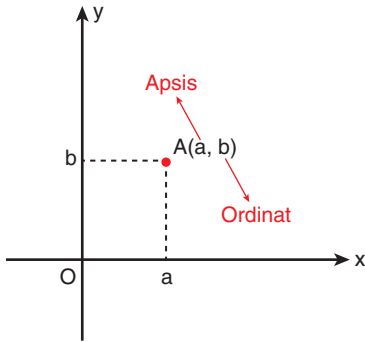
Başlangıç noktasında birbirine dik olan yatay ve dikey iki sayı doğrusunun oluşturduğu sisteme "Dik Koordinat Sistemi", bu sayı doğrularının belirttiği düzleme de "Analitik Düzlem" denir.



- Yatay eksene "x eksenini" ya da "Apsisler eksenini" denir.
- Dikey eksene "y eksenini" ya da "Ordinatlar eksenini" denir.
- Eksenlerin kesiştiği noktaya "Orijin" denir.



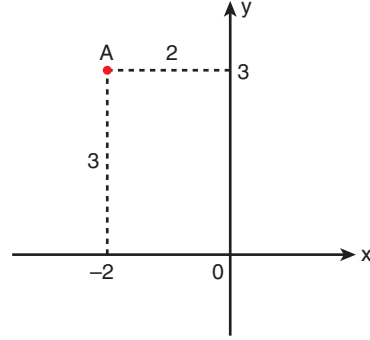
## YANINDA BULUNSUN



Analitik düzlemde noktalar sıralı ikili şeklindedir. İkilerden birincisi x eksenindeki değeri, ikincisi ise y eksenindeki değeri verir.

- $A(a, b)$  noktasının x eksenine uzaklığı  $|b|$ , y eksenine olan uzaklığı  $|a|$  birimdir.
- $A(a, b)$  noktası  $k$  birim sağa ötelenirse  $A'(a + k, b)$ ,  $k$  birim sola ötelenirse  $A'(a - k, b)$  olur.
- $A(a, b)$  noktası  $k$  birim yukarı ötelenirse  $A'(a, b + k)$ ,  $k$  birim aşağı ötelenirse  $A'(a, b - k)$  olur.

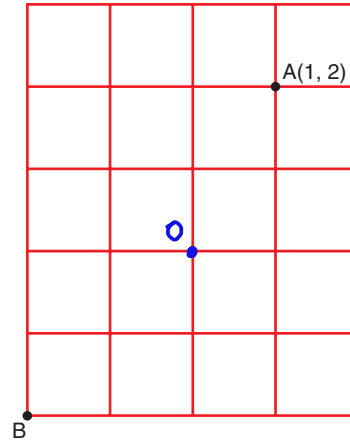
Örneğin;



A noktası,  $A(-2, 3)$  olup A noktasının x eksenine uzaklığı 3 birim ve y eksenine uzaklığı 2 birimdir.



## ÖRNEK 1.



Yandaki şekil birim karelerden oluşmuştur.

$A(1, 2)$  dir.

**Buna göre, B noktasının koordinatlarını bulunuz.**

ACIL MATEMATİK



## ÇÖZÜM

$$B(-2, -2)$$



## ÖRNEK 2.

Analitik düzlemde  $A(m, -3)$  noktasının eksenlere olan uzaklıkları toplamı 9 birimdir.

**Buna göre, m'nin alabileceği değerleri bulunuz.**



## ÇÖZÜM

$$|m| + |-3| = 9$$

$$|m| = 6$$

$$m = 6 \vee m = -6$$

**ÖRNEK 3.**

$A(a - 2, 2a - 1)$  noktasının  $x$  ve  $y$  eksenlerine olan uzaklıkları birbirine eşittir.

Buna göre,  $a$ 'nın alabileceği değerleri bulunuz.

**ÇÖZÜM**

$$|a-2| = |2a-1|$$

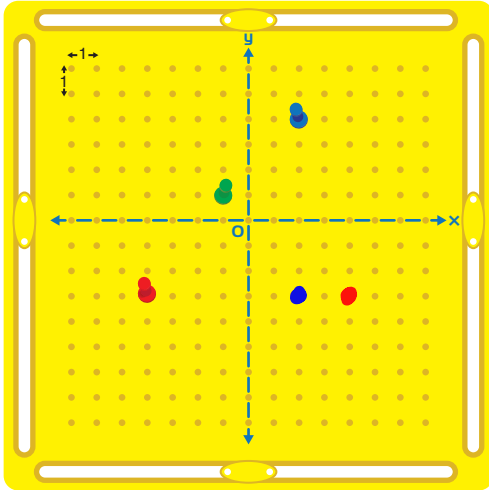
$$a-2 = 2a-1 \vee a-2 = -2a+1$$

$$a = -1 \quad a = 1$$

**ÖRNEK 4.**

Aşağıda plastikten yapılmış geometri tablosuna  $x$  ve  $y$  eksenleri çizilmiştir. Şekilde gösterilen kırmızı, mavi ve yeşil raptiyeler deliklere geçirilerek öğrencilere analitik düzlemde nokta kavramı kavratılacaktır.

**Örneğin;** yeşil raptiyenin bulunduğu yer  $(-1, 1)$  dir.



Kırmızı raptiy her hamlede 1 birim sağa ve mavi raptiy her hamlede 1 birim aşağı hareket ettirilecektir.

Buna göre, kırmızı raptiyenin koordinatları toplamının pozitif ve mavi raptiyenin koordinatları toplamının negatif olması için toplamda en az kaç hamle yapılması gerekir?

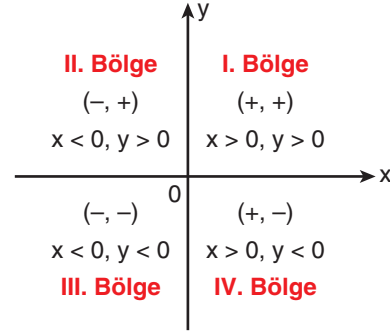
**ÇÖZÜM**

Kırmızı raptiy 8 hamle  
Mavi raptiy 7 hamle  
 $8+7=15$

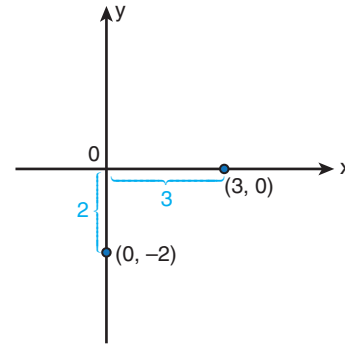


**YANINDA BULUNSUN**

Koordinat sistemini oluşturan eksenler, analitik düzlemi 4 bölgeye ayırır.



**NOT**



Eksenler üzerindeki noktalar herhangi bir bölgede tanımlı değildir.

- $x$  eksen üzerindeki noktanın ordinatı sıfırdır.
- $y$  eksen üzerindeki noktanın apsisi sıfırdır.



**ÖRNEK 5.**

$x$  bir gerçel sayıdır.

Buna göre,  $A(x^2 + 2, -5)$  noktası analitik düzlemin hangi bölgesindedir?



**ÇÖZÜM**

$$A(\underbrace{x^2+2}_{+}, \underbrace{-5}_{-}) = A(+, -)$$

IV. Bölge

## NOKTANIN ANALİTİĞİ

## ? ÖRNEK 6.

A( $a - 1, 3a - 6$ ) noktası analitik düzlemde x ekseninde ve B( $b + 2, b - 1$ ) noktası analitik düzlemde y ekseninde bir noktadır.

Buna göre, C( $a \cdot b, b - a$ ) noktası analitik düzlemin hangi bölgesindedir?

## ✓ ÇÖZÜM

$$3a - 6 = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$b + 2 = 0 \Rightarrow b = -2$$

$$C(-4, -4) \rightarrow \text{III. Bölge}$$

## ? ÖRNEK 7.

Koordinat düzleminde A( $x^2 \cdot y, x - y$ ) noktası III. bölgede olduğuna göre, B( $-y, x \cdot y^3$ ) noktası hangi bölgededir?

## ✓ ÇÖZÜM

$$\left. \begin{array}{l} x^2 \cdot y < 0 \Rightarrow y < 0 \\ x - y < 0 \Rightarrow x < y \end{array} \right\} x < y < 0$$

$$B(+, +) \rightarrow \text{I. Bölgede}$$

## ? ÖRNEK 8.

A( $-2, 1 - m$ ) ve B( $m - 7, -1$ ) noktaları koordinat düzleminde aynı bölgede olduklarına göre, m'nin alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

## ✓ ÇÖZÜM

$$m - 7 < 0 \quad 1 - m < 0$$

$$m < 7 \quad 1 < m$$

$$1 < m < 7$$

$$2, 3, 4, 5, 6$$

5 tane

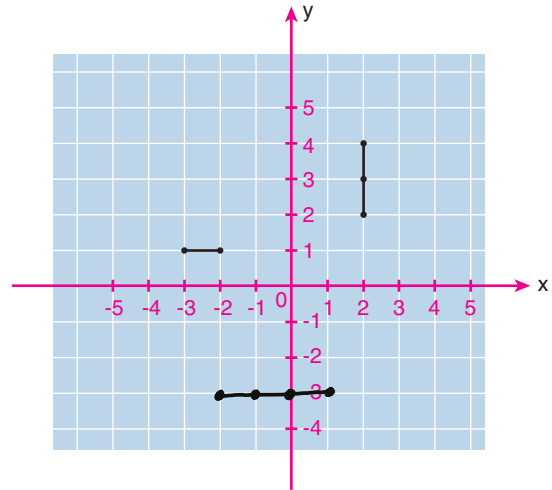
## ? ÖRNEK 9.

1 birim Denizaltı

1 birim 1 birim Muhrip

1 birim 1 birim 1 birim Amiral

Bir oyunda kullanılacak denizaltı, muhrip ve amiral araçlarının uzunlukları şekilde gösterilmiştir.



Deniz araçları sadece yatay veya düşey şekilde beyaz çizgiler üzerine yerleştirilecektir. Araçların koordinatları apsis ve ordinatları tam sayı olan noktalarla ifade edilecektir.

Örneğin yukarıdaki analitik düzlemde,

Denizaltı; ( $-3, 1$ ) ve ( $-2, 1$ ) noktalarıyla

Muhrip; ( $2, 2$ ), ( $2, 3$ ) ve ( $2, 4$ ) noktalarıyla

ifade edilmektedir.

Analitik düzleme yerleştirilecek ve tüm ordinatları  $-3$  olan bir Amiral'in bir kısmı 3. bölgede bir kısmı 4. bölgede olup 3. bölgedeki uzunluğu 4. bölgedeki uzunluğundan fazladır.

Buna göre, Amiral'in tüm koordinatlarının mutlak değerleri toplamı kaçtır?

## ✓ ÇÖZÜM

$$(-2, -3), (-1, -3), (0, -3), (1, -3)$$

$$|-2| + |-1| + |0| + |1| + 4 \cdot |-3|$$

$$2 + 1 + 0 + 1 + 12 = 16$$

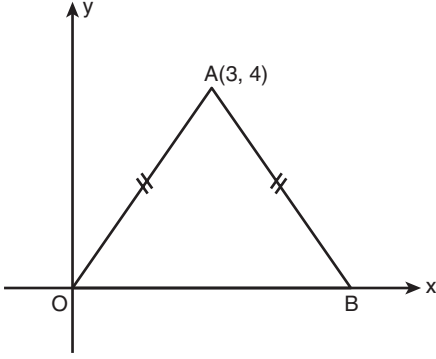




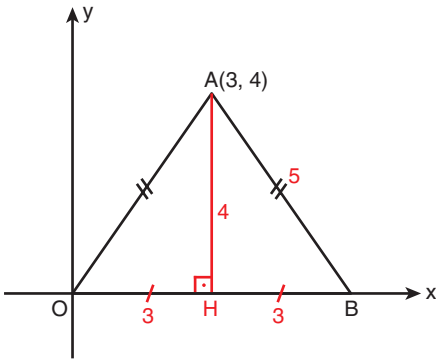
**NOT**

Bu kısımdaki soruları çözerken sorularda verilen noktaların x ve y eksenlerine olan uzaklıklarını bulup, üçgenler ve dörtgenler konularında öğrendiğiniz bazı temel kavramları tekrar edeceksiniz.

**Örneğin;**



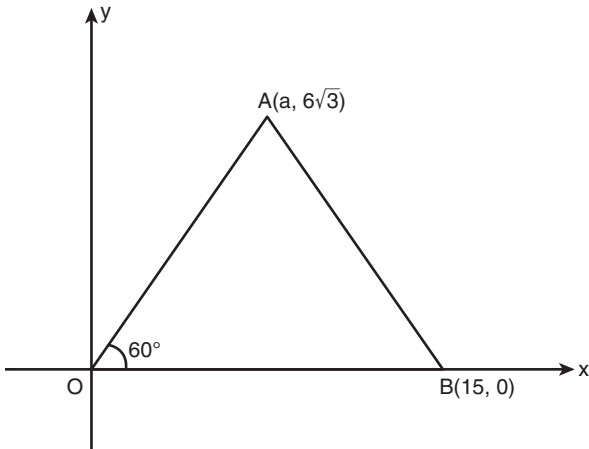
A(3, 4)  
|AO| = |AB|  
|AB| = ?



OAB ikizkenar üçgen olduğundan |OH| = |HB| ve Pisagordan |AB| = 5'tir.

**ÖRNEK 10.**

Aşağıda dik koordinat düzleminde OAB üçgeni çizilmiştir.

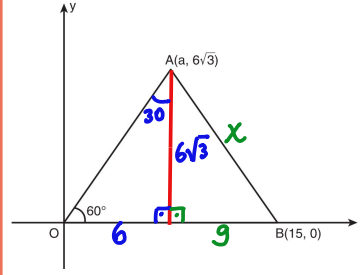


$m(\widehat{AOB}) = 60^\circ$ , A(a,  $6\sqrt{3}$ ) ve B(15, 0) dir.

Buna göre, |AB| kaç birimdir?



**ÇÖZÜM**



$$(6\sqrt{3})^2 + 9^2 = x^2$$

$$108 + 81 = x^2$$

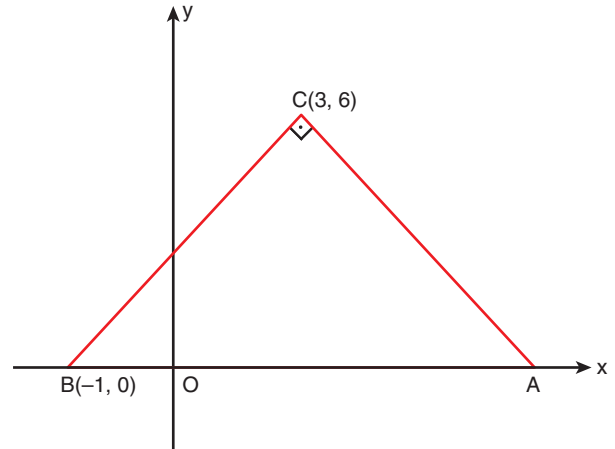
$$x^2 = 189$$

$$x = 3\sqrt{21}$$



**ÖRNEK 11.**

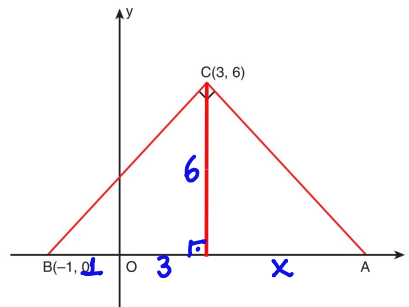
Aşağıdaki dik koordinat düzleminde BCA dik üçgendir.



B(-1, 0) ve C(3, 6) olduğuna göre, A noktasının koordinatlarını bulunuz.



**ÇÖZÜM**



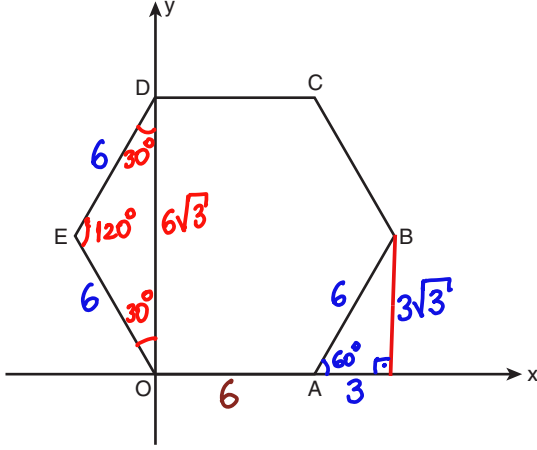
$$6^2 = 4 \cdot x \Rightarrow x = 9$$

A(12, 0)

## NOKTANIN ANALİTİĞİ

## ? ÖRNEK 12.

Aşağıdaki dik koordinat düzleminde OABCDE düzgün altıgeni çizilmiştir.



$$|OD| = 6\sqrt{3} \text{ birim}$$

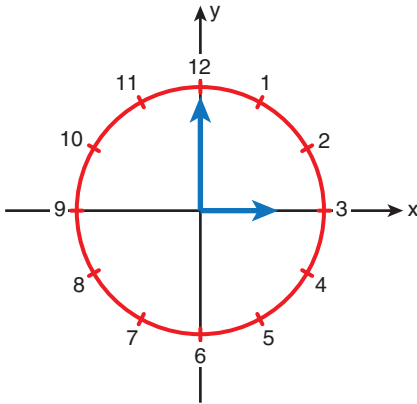
Buna göre, B noktasının koordinatlarını bulunuz.

## ✓ ÇÖZÜM

$$B(9, 3\sqrt{3})$$

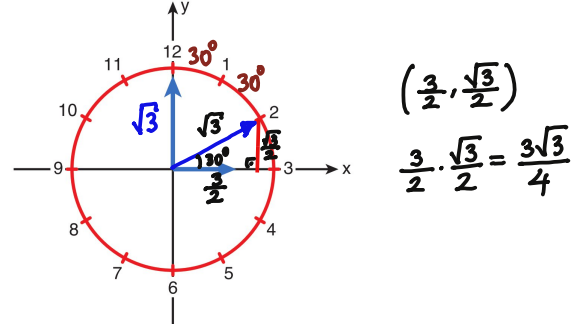
## ? ÖRNEK 13.

12 bölmeli bir saat dik koordinat sistemine şekildeki gibi yerleştirilmiştir. Yelkovanın uzunluğu  $\sqrt{3}$  birim olup saat 3.00'ü göstermektedir.



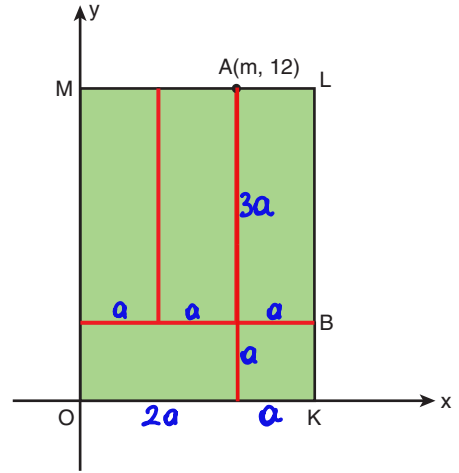
Buna göre, saat 3.10 iken yelkovanadaki okun ucunun gösterdiği noktanın koordinatları çarpımı kaçtır?

## ✓ ÇÖZÜM



## ? ÖRNEK 14.

Aşağıda dik koordinat sisteminde verilen OKLM dikdörtgeni 4 tane eş dikdörtgenden oluşmuştur.



$A(m, 12)$  olduğuna göre, B noktasının koordinatlarını bulunuz.

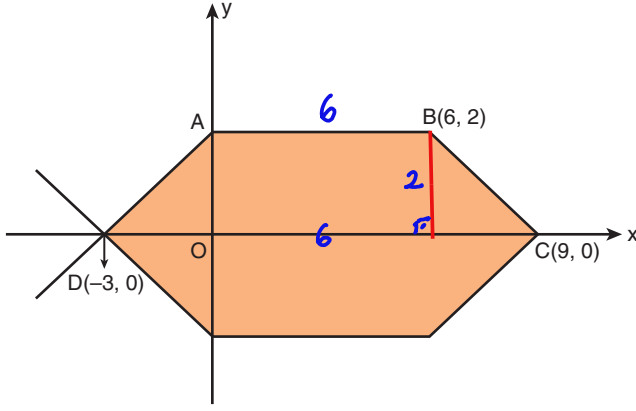
## ✓ ÇÖZÜM

$$4a = 12 \Rightarrow a = 3$$

$$B(3a, a) = B(9, 3)$$

**ÖRNEK 15.**

Aşağıda dik koordinat düzleminde verilen şeklin x ekseninin üstünde kalan boyalı bölge ile x ekseninin altında kalan boyalı bölgenin alanı birbirine eşittir.



[AB] // Ox, D(-3, 0), B(6, 2) ve C(9, 0) dir.

Buna göre, boyalı bölgenin alanını bulunuz.

**ÇÖZÜM**

$$A(ABCD) = \frac{1}{2} (12+6) \cdot 2$$

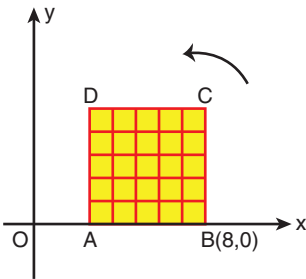
$$= 18$$

$$\text{Boyalı bölgenin alanı} = 2 \cdot 18$$

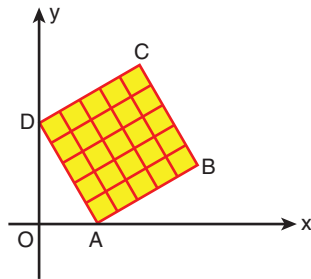
$$= 36$$

**ÖRNEK 16.**

Aşağıda dik koordinat sisteminde çizilmiş Şekil 1'deki ABCD karesinin alanı 25 birimkare olup B köşesinin koordinatları B(8, 0) dir.



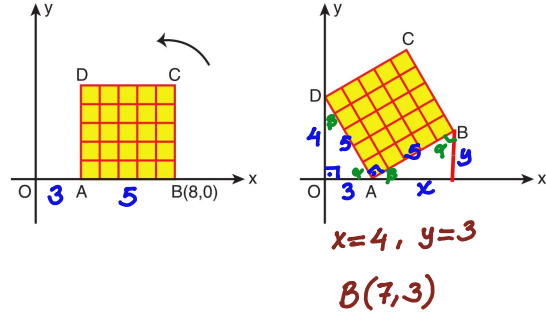
Şekil 1



Şekil 2

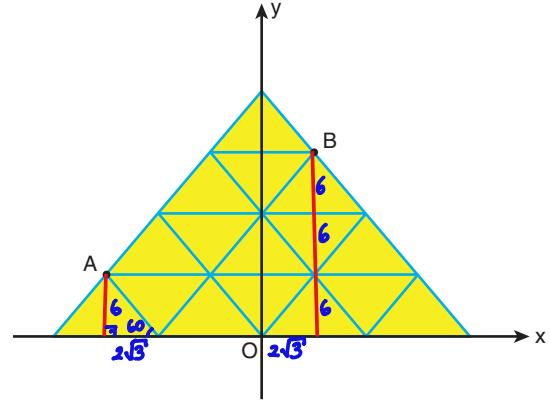
ABCD karesi A köşesi sabit kalacak şekilde ok yönünde y eksenine değene kadar döndürülürse B köşesinin yeni koordinatları ne olur?

**ÇÖZÜM**



**ÖRNEK 17.**

Aşağıdaki dik koordinat düzlemine 16 tane eş eşkenar üçgen yerleştirilmiştir.



A noktasının ordinatı 6'dır.

Buna göre, B noktasının koordinatlarını bulunuz.

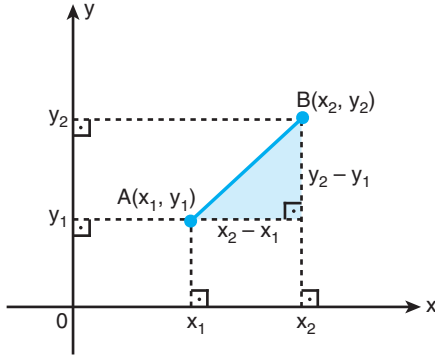
**ÇÖZÜM**

$$B(2\sqrt{3}, 18)$$

## NOKTANIN ANALİTİĞİ



## YANINDA BULUNSUN



Şekildeki boyalı üçgende Pisagor bağıntısı uygulandığında,

$$|AB|^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 \text{ olur.}$$

Buradan, analitik düzlemde iki nokta arasındaki uzaklık formülü,

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

biçiminde bulunur.

**Dikkat!**

İki nokta arasındaki uzaklık formülü ispatlanırken Pisagor bağıntısını kullandık. Dik üçgenin dik kenarlarından biri x'ler farkı, diğeri ise y'ler farkı oluyor. Bu farklar özel üçgen oluşturursa, iki nokta arasındaki uzaklık zihinden bulunabilir.

**ÖRNEK 18.**

A(1, 6) ve B(6, 18) noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

**ÇÖZÜM**

$$\begin{aligned} |AB| &= \sqrt{(6-1)^2 + (18-6)^2} \\ &= \sqrt{5^2 + 12^2} \\ &= 13 \end{aligned}$$

**ÖRNEK 19.**

A(m, -2) ve B(3, 1) noktaları arasındaki uzaklık 5 birimdir.

Buna göre, m'nin alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

**ÇÖZÜM**

$$|AB| = \sqrt{(m-3)^2 + (-2-1)^2} = 5$$

$$(m-3)^2 + 3^2 = 5^2$$

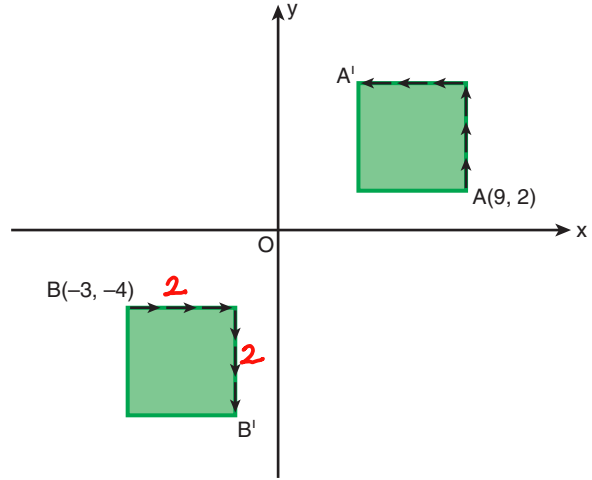
$$(m-3)^2 = 16$$

$$\begin{aligned} m-3 &= 4 \quad \vee \quad m-3 = -4 \\ m &= 7 \quad \quad \quad m = -1 \end{aligned}$$

$$7 \cdot (-1) = -7$$

**ÖRNEK 20.**

Aşağıdaki dik koordinat düzleminde kenarları eksenlere paralel ve bir kenarı 2 birim olan iki tane eş karesel bölge biçiminde yürüyüş parkuru verilmiştir.



Bu iki parkurun birinde Asiye A noktasından A' noktasına kadar Betül ise B noktasından B' noktasına kadar yürümüştür.

Buna göre, son durumda Asiye ile Betül arasındaki uzaklık kaç birimdir?

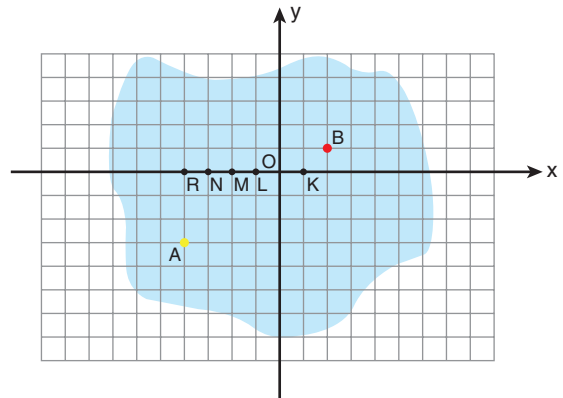
**ÇÖZÜM**

$$B'(-1, -2) \quad A'(7, 4)$$

$$\begin{aligned} |A'B'| &= \sqrt{8^2 + 10^2} \\ &= \sqrt{164} = 2\sqrt{41} \end{aligned}$$

**ÖRNEK 21.**

Birim kareli zeminde çizilen aşağıdaki koordinat düzleminde, mavi renkli bölge bir gölün yüzeyidir. Şekilde kırmızı renkli nokta B(2, 1) dir.



x ekseninde bulunan bir teknenin A ve B noktalarına olan uzaklıkları eşit olduğuna göre, teknenin konumunu x eksenindeki harflerle ifade ediniz.

**ÇÖZÜM**

$B(2,1)$  ,  $A(-4,-3)$  istenen nokta  $C(x,0)$  olsun.

$$|AC| = |BC|$$

$$\sqrt{(x+4)^2 + 3^2} = \sqrt{(x-2)^2 + 1^2}$$

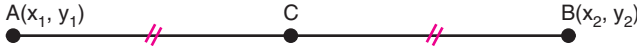
$$x^2 + 8x + 25 = x^2 - 4x + 5$$

$$12x = -20 \Rightarrow x = -\frac{5}{3}$$

M ile L arasında



**YANINDA BULUNSUN**



A ve B noktalarının orta noktası,

$$C\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

şeklinde bulunur.

**ÖRNEK 22.**

$A(-1, 3)$  ve  $B(11, -1)$  noktalarının orta noktası C'dir.

Buna göre, [AC] doğru parçasının orta noktasının koordinatlarını bulunuz.

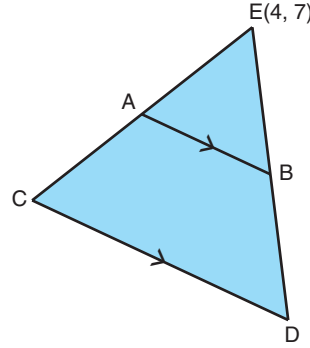
**ÇÖZÜM**

$$C\left(\frac{11-1}{2}, \frac{3-1}{2}\right) = C(5, 1)$$

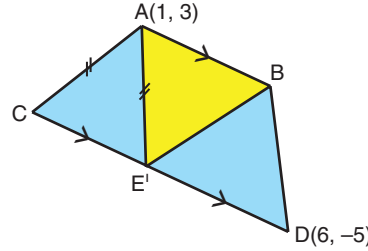
[AC] nin orta noktası D olsun.

$$D\left(\frac{-1+5}{2}, \frac{3+1}{2}\right) = D(2, 2)$$

**ÖRNEK 23.**



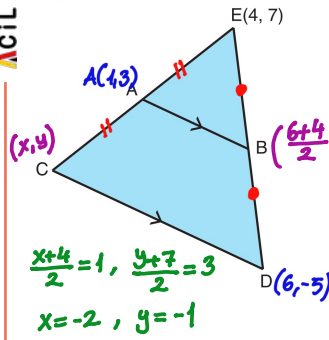
ECD şeklindeki üçgen kartonun ön yüzü mavi arka yüzü ise sarıya boyalıdır. Üçgen şeklindeki karton [AB] doğrusu boyunca katlandığında E noktasının yeni yeri E' noktası olmuştur.



[AB] // [CD],  $A(1, 3)$ ,  $D(6, -5)$  ve  $|AC| = |AE'|$

olduğuna göre, |BC| kaç birimdir?

**ÇÖZÜM**



$$B(5,1) \quad C(-2,-1)$$

$$|BC| = \sqrt{7^2 + 2^2} = \sqrt{53}$$

$$\frac{x+4}{2} = 1, \frac{y+7}{2} = 3$$

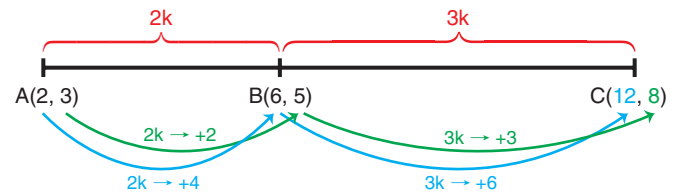
$$x = -2, y = -1$$



**YANINDA BULUNSUN**

Bir doğru parçasını verilen oranda bölen noktaların koordinatları bulunurken, oran orantı yöntemi kullanılır.

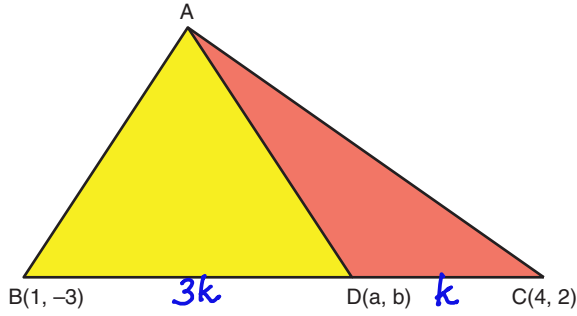
Örneğin;



## NOKTANIN ANALİTİĞİ

## ? ÖRNEK 24.

Aşağıda bir ABC üçgeni çizilmiştir.



Sarıya boyalı kısmın alanı, kırmızıya boyalı kısmın alanının 3 katıdır.

Buna göre,  $\frac{a}{b}$  oranı kaçtır?

## ✓ ÇÖZÜM

$$\begin{array}{r} 4k \\ 3k \end{array} \begin{array}{r} +3 \\ x \end{array} \quad \begin{array}{r} 4k \\ 3k \end{array} \begin{array}{r} +5 \\ x \end{array}$$

$$x = \frac{9}{4} \quad x = \frac{15}{4}$$

$$0 = 1 + \frac{9}{4} = \frac{13}{4} \quad b = -3 + \frac{15}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{9}{b} = \frac{13}{4} \cdot \frac{4}{3} = \frac{13}{3}$$

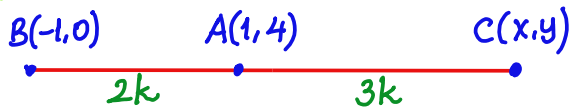
## ? ÖRNEK 25.

Analistik düzlemde, A(1, 4) ve B(-1, 0) noktaları veriliyor. AB üzerinde [AB] nin dışında bir C(x, y) noktası alınıyor.

$$\frac{|AC|}{|BC|} = \frac{3}{5} \text{ tir.}$$

Buna göre, C noktasının koordinatlarını bulunuz.

## ✓ ÇÖZÜM



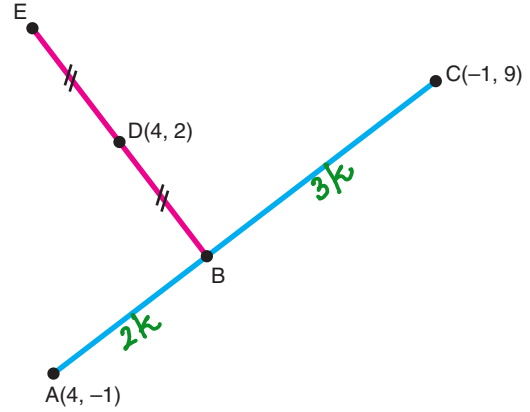
$$\left. \begin{array}{l} 2k \\ 3k \end{array} \right\} \begin{array}{l} +2 \\ +3 \end{array} \Rightarrow x = 1 + 3 = 4$$

$$\left. \begin{array}{l} 2k \\ 3k \end{array} \right\} \begin{array}{l} +4 \\ +6 \end{array} \Rightarrow y = 4 + 6 = 10$$

$$C(4, 10)$$

## ? ÖRNEK 26.

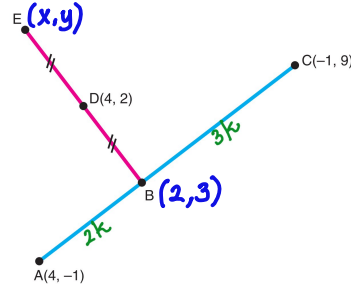
Aşağıda [EB] ve [AC] doğru parçaları verilmiştir.



$$\frac{|AB|}{|BC|} = \frac{2}{3} \text{ ve } |BD| = |DE| \text{ dir.}$$

Buna göre, E noktasının koordinatlarını bulunuz.

## ✓ ÇÖZÜM

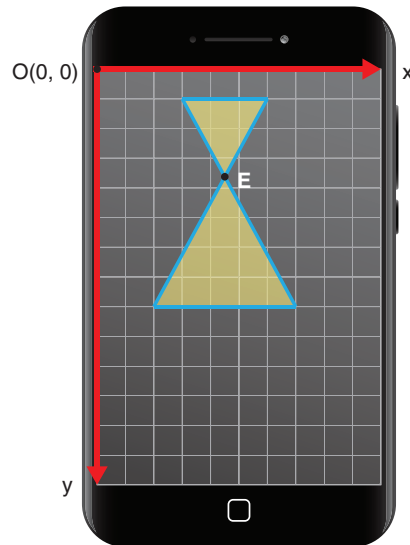


$$\frac{x+2}{2} = 4 \quad \frac{y+3}{2} = 2$$

$$x = 6 \quad y = 1$$

$$E(6, 1)$$

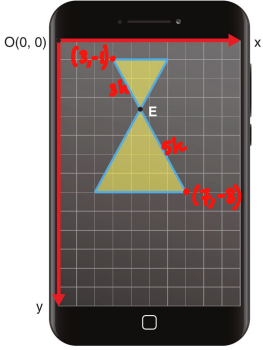
## ? ÖRNEK 27.



Yandaki telefon görselinde O(0, 0) orijin olmak üzere birim kareli zemin üzerine x ve y eksenleri çizilmiştir.

Buna göre, şekildeki E noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

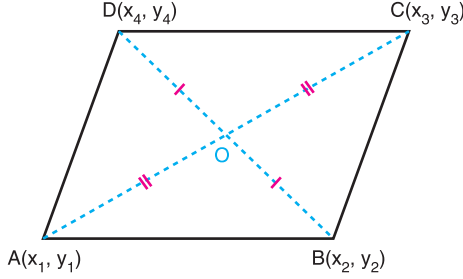


$$\begin{aligned} \frac{8k+4}{3k} &= \frac{x}{x} \\ x &= \frac{3}{2} \\ 3 + \frac{3}{2} &= \frac{9}{2} \\ E &= \left(\frac{9}{2}, \frac{-29}{8}\right) \\ \frac{36}{8} - \frac{29}{8} &= \frac{7}{8} \end{aligned}$$



YANINDA BULUNSUN

Paralelkenarın (Dikdörtgen, kare, eşkenar dörtgen için de geçerli) karşılıklı iki köşesinin apsisi toplamı diğer iki köşesinin apsisi toplamına eşittir. Bu eşitlik ordinatlar için de geçerlidir.



O noktası, hem A ile C'nin hem de B ile D'nin orta noktası olduğundan,

$$O\left(\frac{x_1+x_3}{2}, \frac{y_1+y_3}{2}\right) = O\left(\frac{x_2+x_4}{2}, \frac{y_2+y_4}{2}\right)$$

$$\frac{x_1+x_3}{2} = \frac{x_2+x_4}{2} \text{ ve } \frac{y_1+y_3}{2} = \frac{y_2+y_4}{2}$$

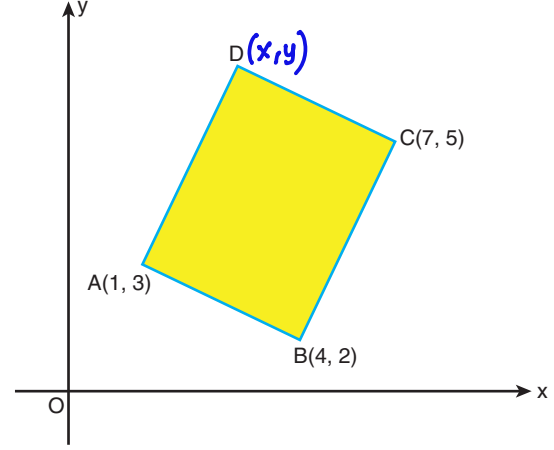
$$x_1+x_3 = x_2+x_4 \text{ ve } y_1+y_3 = y_2+y_4 \text{ olur.}$$

NOT

Bu özellik paralelkenarın köşegen özelliklerini taşıyan kare, eşkenar dörtgen ve dikdörtgen içinde geçerlidir.

ÖRNEK 28.

Aşağıda dik koordinat sisteminde ABCD paralelkenarı gösterilmiştir.



Buna göre, D noktasının koordinatlarını bulunuz.



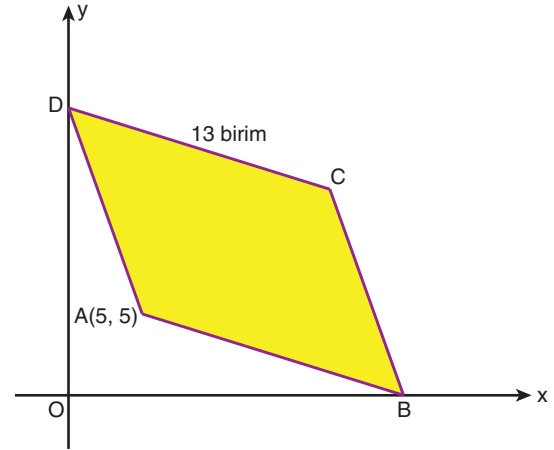
ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} x+4 &= 1+7 & y+2 &= 3+5 \\ x &= 4 & y &= 6 \\ D &= (4, 6) \end{aligned}$$

ACİL MATEMATİK

ÖRNEK 29.

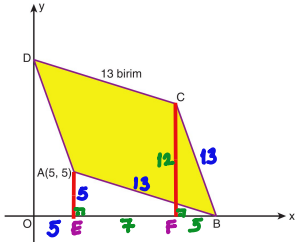
Aşağıdaki dik koordinat düzleminde verilen eşkenar dörtgenin bir kenarı 13 birimdir. A(5, 5) tir.



Buna göre, C noktasının koordinatlarını bulunuz.

## NOKTANIN ANALİTİĞİ

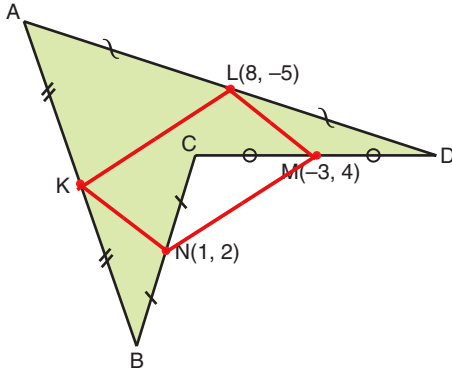
## ✓ ÇÖZÜM



$$C(12, 12)$$

## ? ÖRNEK 30.

ABCD bir dörtgendir. K, L, M ve N orta noktadır.



Buna göre, K noktasının koordinatlarını bulunuz.

## ✓ ÇÖZÜM

KLMN paralelkenar olur.

$K(x, y)$  olsun.

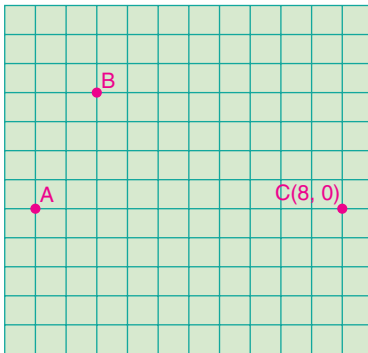
$$x-3=8+1 \quad y+4=-5+2$$

$$x=12 \quad y=-7$$

$$K(12, -7)$$

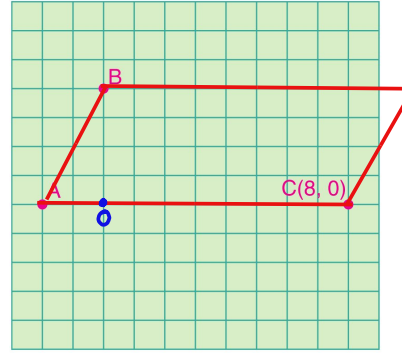
## ? ÖRNEK 31.

Aşağıdaki birim kareli zeminde verilen noktalar bir paralelkenarın köşeleridir.



$C(8, 0)$  olduğuna göre, paralelkenarın dördüncü köşesinin koordinatları toplamı en çok kaçtır?

## ✓ ÇÖZÜM



$$A(-2, 0) \quad D(x, y)$$

$$B(0, 4) \quad C(8, 0)$$

$$x-2=8 \quad y+0=4+0$$

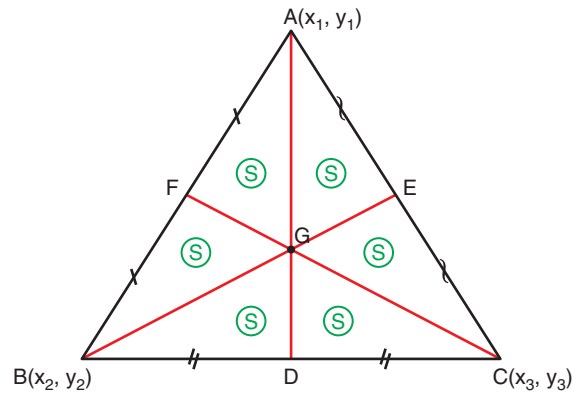
$$x=10 \quad y=4$$

$$D(10, 4)$$

En çok  $10+4=14$  olur.



## YANINDA BULUNSUN



G, ABC üçgeninin ağırlık merkezi olmak üzere;

$$G\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$$

formülü ile bulunur.

ABC üçgeninde tüm kenarortaylar alanı 6 eşit parçaya ayırır.

## ? ÖRNEK 32.

Bir ABC üçgeninde  $A(2, m)$ ,  $B(-4, 6)$  ve  $C(n, -2)$  dir.

Bu üçgenin ağırlık merkezi,  $G(2, 1)$  olduğuna göre,  $m + n$  toplamı kaçtır?

## ✓ ÇÖZÜM

$$\frac{2-4+n}{3} = 2 \quad \frac{m+6-2}{3} = 1$$

$$n = 8$$

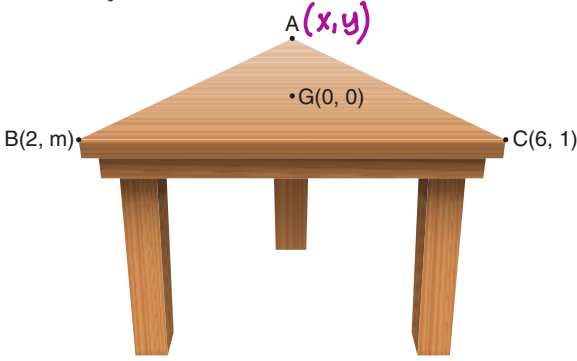
$$m = -1$$

$$m+n = 8-1 = 7$$



**ÖRNEK 33.**

Aşağıda üst yüzü ABC üçgensel bölgesi olan bir ahşap masa görseli verilmiştir.



G noktası, masanın üst yüzünün ağırlık merkezidir. m pozitif bir tam sayı olmak üzere,

$G(0, 0)$ ,  $B(2, m)$ ,  $C(6, 1)$  ve  $|BC| = 4\sqrt{2}$  birimdir.

Buna göre,  $|AG|$  uzunluğu kaç birimdir?

**ÇÖZÜM**

$$\sqrt{4^2 + (m-1)^2} = 4\sqrt{2}$$

$$16 + (m-1)^2 = 32 \Rightarrow (m-1)^2 = 16$$

$$m-1 = 4$$

$$m = 5$$

$$\frac{x+2+6}{3} = 0 \Rightarrow x = -8$$

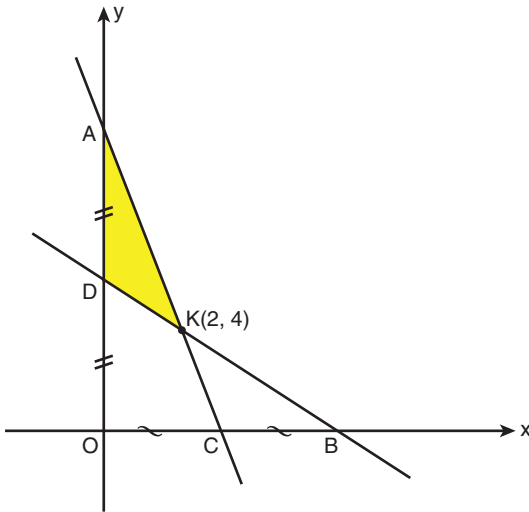
$$\frac{y+5+1}{3} = 0 \Rightarrow y = -6$$

$$A(-8, -6) \quad G(0, 0)$$

$$|AG| = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$$

**ÖRNEK 34.**

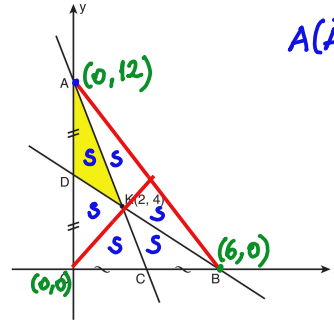
Aşağıdaki şekilde AC ve BD doğrularının kesim noktası  $K(2, 4)$  tür.



$|AD| = |DO|$  ve  $|OC| = |BC|$  dir.

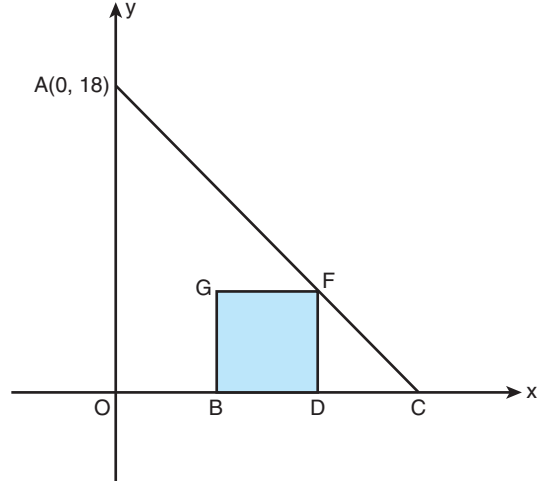
Buna göre, ADK üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

**ÇÖZÜM**



**ÖRNEK 35.**

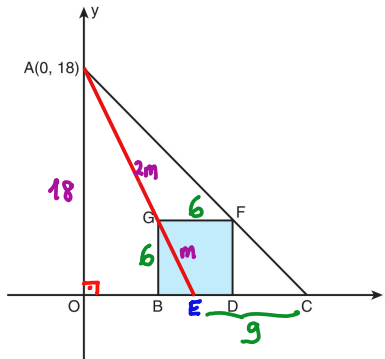
Aşağıda dik koordinat düzleminde AOC üçgen ve BDFG bir karedir.



G noktası AOC üçgeninin ağırlık merkezi olup A noktasından OC kenarına ait kenarortay doğrusu çizilip kenarortay doğrusunun  $[OC]$  yi kestiği nokta E harfi ile isimlendiriliyor.

Buna göre, oluşan AEC üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

**ÇÖZÜM**



## NOKTANIN ANALİTİĞİ - Test I

1.  $a \in \mathbb{R}$  olmak üzere,

$$A(a^2 - 4, 3 - a)$$

noktası y eksenini üzerindedir.

Buna göre, A noktasının orijine uzaklığı en çok kaç birimdir?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4       E) 5

$$a=0 \text{ için } A(-4, 3)$$

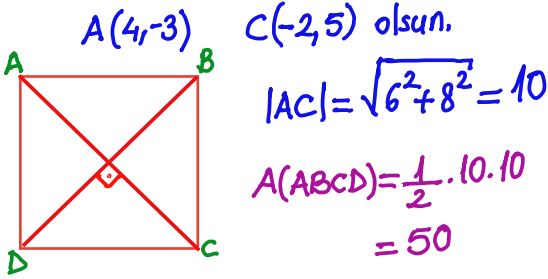
$$|AO| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

2. ABCD karesinin bir köşegeninin uç noktaları,

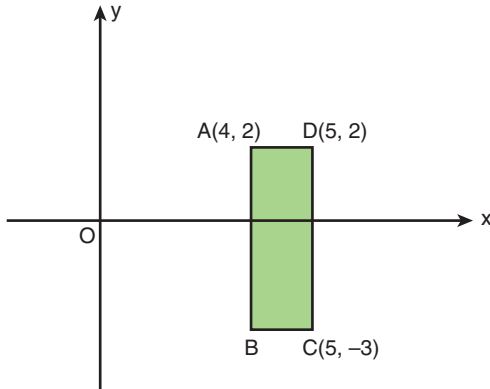
$(4, -3)$  ve  $(-2, 5)$  dir.

Buna göre, A(ABCD) kaç birimkaredir?

- A) 36      B) 40       C) 50      D) 64      E) 81



3.



Şekilde dik koordinat sisteminde  $A(4, 2)$ ,  $C(5, -3)$ ,  $D(5, 2)$  olmak üzere, ABCD dikdörtgeni gösterilmiştir.

Buna göre, B noktasının orijine uzaklığı kaç birimdir?

- A) 4      B)  $2\sqrt{5}$       C)  $2\sqrt{6}$        D) 5      E)  $\sqrt{26}$

$$B(x, y) \text{ olsun.}$$

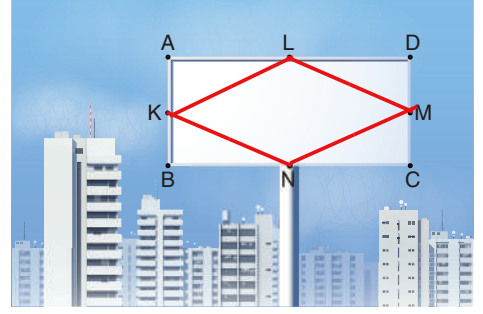
$$x+5=4+5 \Rightarrow x=4$$

$$y+2=2-3 \Rightarrow y=-3$$

$$B(4, -3) \quad O(0, 0)$$

$$|OB| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

4.



Görseldeki ABCD dörtgeni şeklindeki reklam panosunun K, L, M, N noktalarına led lamba takılmıştır.

K, L, M ve N orta noktalarıdır.

$K(3, -2)$ ,  $L(b, 4)$ ,  $M(-2, -3)$ ,  $N(7, a)$

olduğuna göre,  $a + b$  toplamı kaçtır?

- A) -20      B) -16       C) -15      D) 4      E) 3

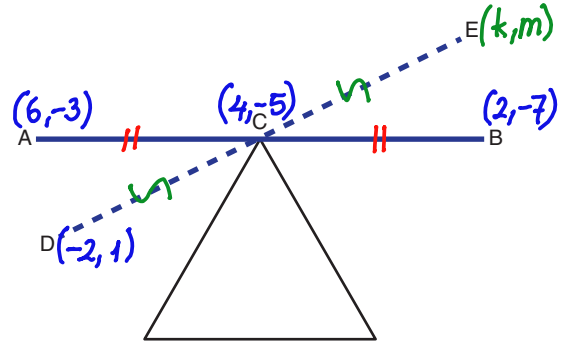
KLMN paralel kenar

$$3-2=b+7 \quad -2-3=4+a$$

$$b=-6 \quad a=-9$$

$$a+b=-6-9=-15$$

5.



Şekildeki tahterevalli koordinat düzleminde çizildiğinde,  $A(6, -3)$ ,  $B(2, -7)$  oluyor.

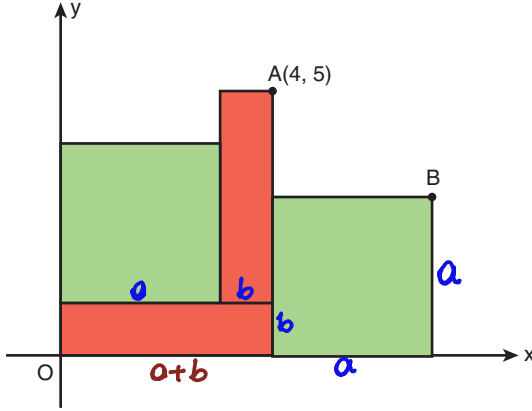
$[AB]$ ,  $[DE]$  konumuna geldiğinde  $D(-2, 1)$ ,  $E(k, m)$  oluyor.

C noktasına sabitlenmiş tahterevallinin  $|AC|$  ve  $|CB|$  uzunlukları eşit olduğuna göre, E noktasının koordinatlarının toplamı kaçtır?

- A) -11      B) -8      C) -6      D) -5       E) -1

$$\left. \begin{aligned} \frac{k-2}{2} &= 4 \Rightarrow k=10 \\ \frac{m+1}{2} &= -5 \Rightarrow m=-11 \end{aligned} \right\} k+m=-1$$

6. Aşağıda dik koordinat sisteminde kırmızı renkli eş dikdörtgenler ve yeşil renkli eş kareler gösterilmiştir.



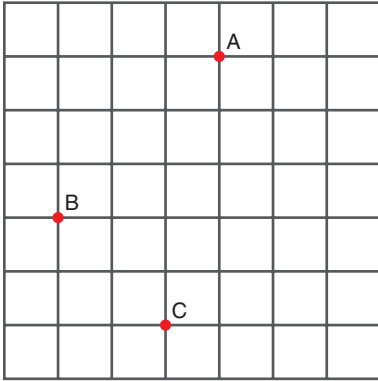
A(4, 5) olduğuna göre, B noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (6, 3) B) (6, 2) C) (7, 3) D) (7, 2) E) (8, 3)

$$\begin{cases} a+b=4 \\ a+2b=5 \end{cases} \Rightarrow b=1, a=3$$

$$B(2a+b, a) = B(7, 3)$$

7. Aşağıda verilen şekil birim karelerden oluşmuştur.



A noktasının koordinatları toplamı m ve B noktasının koordinatları toplamı n'dir.

$$m + n = 24$$

olduğuna göre, C noktasının koordinatlar toplamı kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 6 D) 4 E) 3

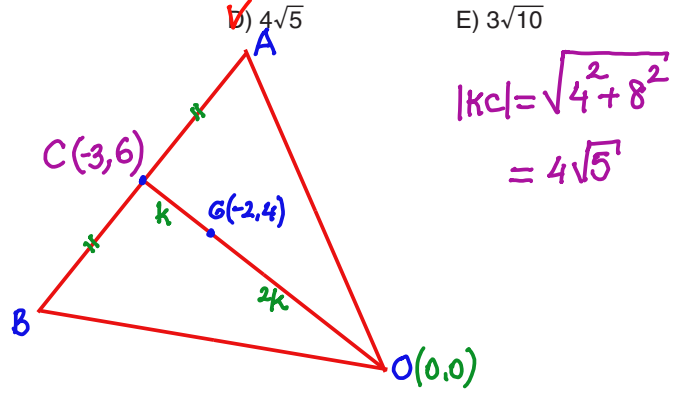
$$\begin{aligned} C(x, y) & \quad A(x+1, y+5) & B(x-2, y+2) \\ & m = x+y+6 & n = x+y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m+n &= 2 \cdot (x+y) + 6 = 24 \\ x+y &= 9 \end{aligned}$$

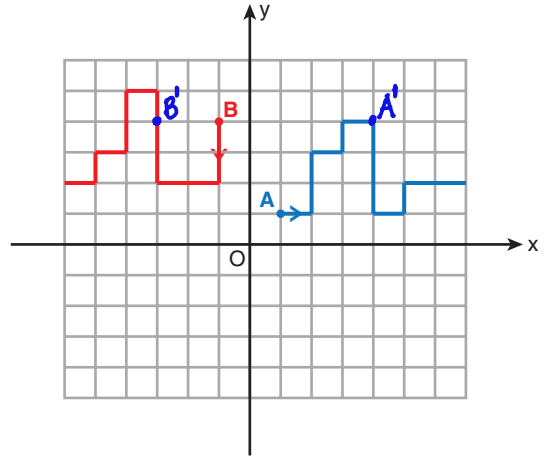
8. Dik koordinat düzleminde bir köşesi orijin olan AOB üçgeninin ağırlık merkezi G(-2, 4) noktasıdır.

Buna göre; [AB] nin orta noktası, K(1, -2) noktasına kaç birim uzaklıktır?  
(O noktası orijin noktasıdır.)

- A)  $2\sqrt{15}$  B)  $6\sqrt{2}$  C)  $5\sqrt{3}$



9. Aşağıda verilen birim kareli dik koordinat düzleminin A ve B noktasında birer hareketli bulunmaktadır.



Aynı anda harekete başlayan ve dakikada 1 birim yol alan bu hareketliler gösterilen güzergahta ilerlemektedir.

Hareketliler, 6 dakika sonra güzergah değiştirmiş ve birbirine doğru hareket etmişlerdir.

Buna göre, karşılaştıkları noktanın apsisi kaçtır?

- A)  $\frac{1}{2}$  B)  $\frac{2}{3}$  C) 1 D)  $\frac{3}{2}$  E) 2

$$B'(-3, 4) \quad A'(4, 4)$$

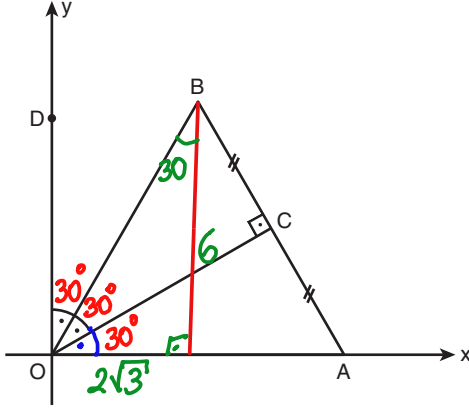
[A'B'] nin orta noktası

$$D\left(\frac{1}{2}, 4\right) \text{ olur.}$$

Apsisi  $\frac{1}{2}$  bulunur.

## NOKTANIN ANALİTİĞİ - Test I

10.



OAB üçgen,

$$OC \perp AB, m(\widehat{DOB}) = m(\widehat{BOC})$$

$$|BC| = |CA|$$

B noktasının ordinatı 6 olduğuna göre, apsisi kaçtır?

- A) 1    B)  $\sqrt{2}$     C)  $\sqrt{3}$     D) 2     E)  $2\sqrt{3}$

11. Analitik düzlemde verilen A noktasının x eksenine uzaklığı 8 birim ve y eksenine uzaklığı 4 birimdir.

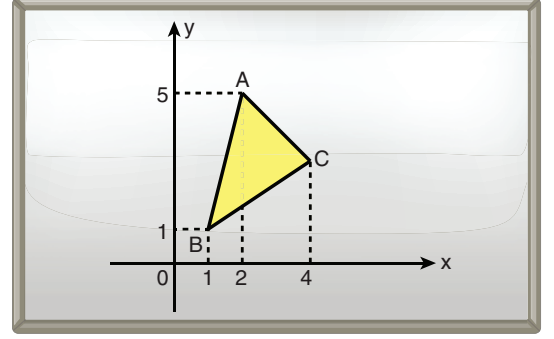
Buna göre, A noktasının apsisi ile ordinatı arasındaki fark en çok kaçtır?

- A) 1    B) 2    C) 6     D) 12    E) 16

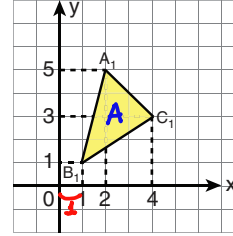
$A(4, -8)$  olursa en çok olur.

$$4 - (-8) = 12$$

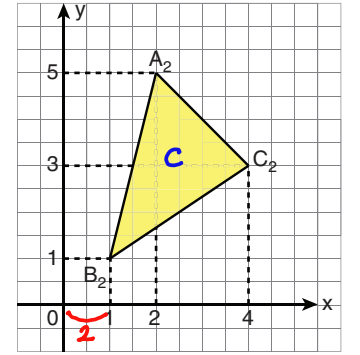
12. Matematik öğretmeni tahtaya aşağıdaki şekli çizmiştir.



Tahtadaki şekli Ali ve Can, kareli defterlerine aşağıdaki gibi çizmişlerdir.    özdeş birim



Ali'nin Defteri



Can'ın Defteri

Buna göre, Ali'nin çizdiği üçgenin alanı, Can'ın çizdiği üçgenin alanının yüzde kaçtır?

- A) %10    B) %15    C) %20     D) %25    E) %30

Benzerlik oranı  $\frac{1}{2}$  olur.

$$\frac{A}{C} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow C = 4A$$

$$4A \cdot \frac{x}{100} = A \Rightarrow x = 25$$

1. E	2. C	3. D	4. C	5. E	6. C
7. A	8. D	9. A	10. E	11. D	12. D

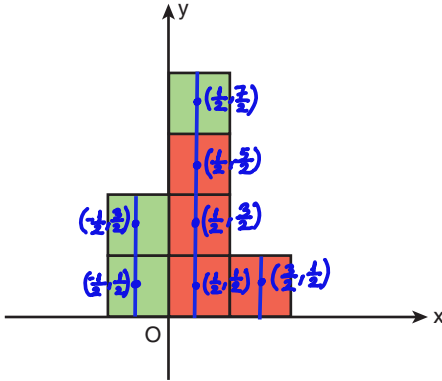
1.  $A(3, 3 - k)$  ve  $B(9 - k, -2)$  noktaları koordinat düzleminde aynı bölgededir. Buna göre,  $k$ 'nin alabileceği tam sayı değerleri toplamı kaçtır?  
A) 24 B) 26 C) 28  30 E) 32

$$9 - k > 0 \quad 3 - k < 0$$

$$3 < k < 9$$

$$4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 30$$

2.



Şekilde verilen dik koordinat düzleminde 7 tane birim kare gösterilmiştir.

Kırmızı renkli birim karelerin ağırlık merkezlerinin koordinatları toplamı  $k$  ve yeşil renkli birim karelerin ağırlık merkezlerinin koordinatları toplamı  $m$ 'dir.

Buna göre,  $k - m$  farkı kaçtır?

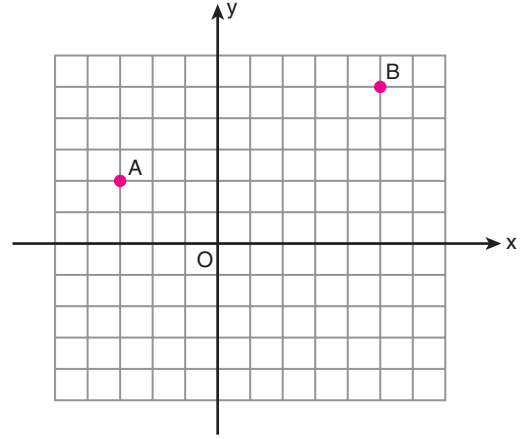
- 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$$k = 3 + 2 + 1 + 2 = 8$$

$$m = 0 + 1 + 4 = 5$$

$$k - m = 8 - 5 = 3$$

3.



Şekilde verilen birim kareli dik koordinat düzleminin A ve B noktalarındaki hareketliler, birbirlerine doğru doğrusal olarak aynı anda hareket etmeye başlıyorlar.

A'daki hareketlinin hızı, B'dekinin hızının iki katıdır.

Buna göre, karşılaştıkları noktanın apsisi kaçtır?

- A)  $\frac{2}{3}$  B) 1 C)  $\frac{4}{3}$  D)  $\frac{5}{3}$    $\frac{7}{3}$

$$A(-3, 2) \quad C(x, y) \quad B(5, 5)$$

$$\begin{array}{l} 2k \\ k \end{array}$$

$$\frac{3k \rightarrow 8 \text{ artmış}}{2k \rightarrow a}$$

$$a = \frac{16}{3} \text{ artar}$$

$$x = -3 + \frac{16}{3}$$

$$x = \frac{7}{3}$$

4.  $a, b \in \mathbb{R}$  olmak üzere,

$$A(6 - a, b) \text{ ve}$$

$$B(a + 2, a)$$

noktaları veriliyor.

[AB] nın orta noktası  $C(b, 3)$  olduğuna göre,  $a$  kaçtır?

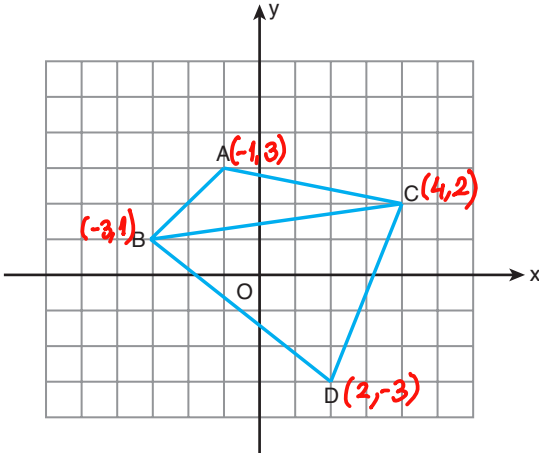
- A) 1  2 C) 3 D) 4 E) 5

$$C\left(\frac{6-a+a+2}{2}, \frac{a+b}{2}\right) = C\left(4, \frac{a+b}{2}\right)$$

$$b = 4, \quad \frac{a+4}{2} = 3 \Rightarrow a = 2$$

## NOKTANIN ANALİTİĞİ - Test 2

5.



Şekilde birim kareli dik koordinat düzleminde ABC ve BDC üçgeni gösterilmiştir.

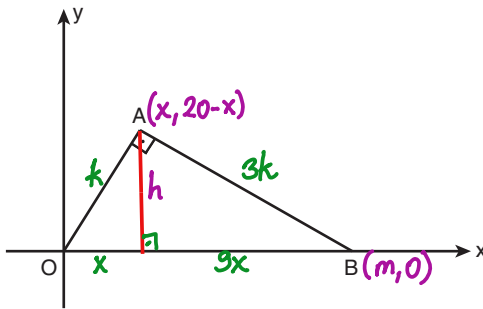
Buna göre, ABC üçgeni ile BDC üçgeninin ağırlık merkezleri arasındaki uzaklık kaç birimdir?

- A)  $\sqrt{3}$  B)  $\sqrt{5}$  C)  $\sqrt{6}$  D)  $\sqrt{7}$  E)  $2\sqrt{2}$

$\triangle ABC$  ağırlık merkezi  $G_1(0,2)$   
 $\triangle BDC$  ağırlık merkezi  $G_2(1,0)$

$$|G_1G_2| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

6.



Şekilde verilen dik koordinat sisteminde OAB bir dik üçgen,

$$3 \cdot |OA| = |AB| \text{ dir.}$$

A noktasının koordinatlar toplamı 20 olduğuna göre, B noktasının apsisi kaçtır?

- A) 25 B) 30 C) 36 D) 45 E) 50

$$h^2 = x \cdot 9x \Rightarrow h = 3x$$

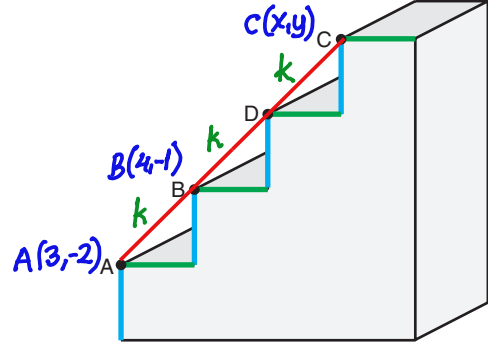
$$3x = 20 - x \Rightarrow 4x = 20$$

$$x = 5$$

$$m = 50$$

$$B(50, 0)$$

7.



Görseldeki merdivenin bütün basamaklarının ölçüleri aynıdır. Bu merdivenin koordinat düzleminde çizimi yapıldığında, A(3, -2) ve B(4, -1) olduğu görülüyor.

Buna göre, C noktasının koordinatları toplamı kaçtır? (Mavi renkli çizgiler y eksenine, yeşil renkli çizgiler x eksenine paraleldir.)

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$$\begin{aligned} h &+ 1 & k &+ 1 \\ 2h &+ 2 \text{ olur.} & 2k &+ 2 \text{ olur.} \end{aligned}$$

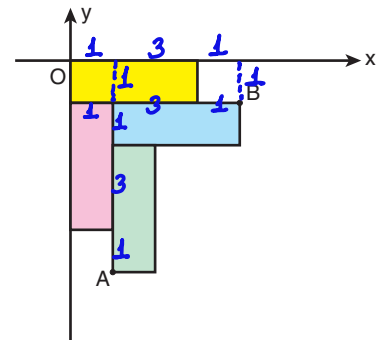
$$x = 6 \qquad y = 1$$

$$C(6, 1) \text{ bulunur.}$$

$$6 + 1 = 7 \text{ olur.}$$

8.

Analitik düzleme kısa kenarı 1 birim, uzun kenarı 4 birim olan eş dikdörtgenler aşağıdaki gibi yerleştirilmiştir.



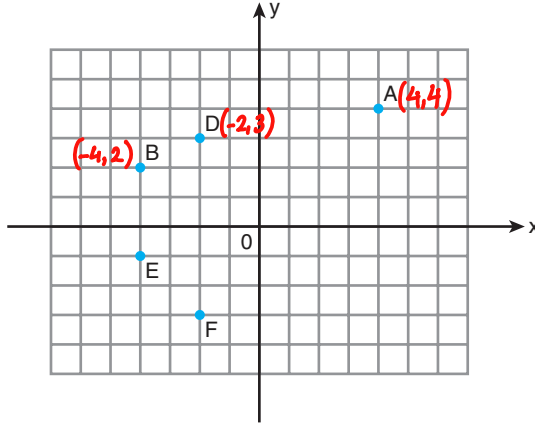
Buna göre, A noktasının ordinatı ile B noktasının apsisi toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

$$A(1, -6) \qquad B(5, -1)$$

$$-6 + 5 = -1$$

9. Aşağıda birim kareli dik koordinat sisteminde A, B, D, E ve F noktaları gösterilmiştir.



A, B ve C noktalarının apsiler toplamı D noktasının apsinine, ordinatlar toplamı da yine D noktasının ordinatına eşittir.

Buna göre, C noktası şekilde gösterilen noktalardan hangisidir?

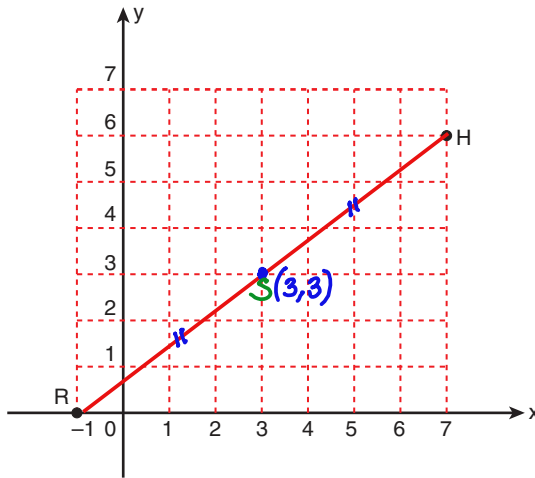
- A) A B) B C) D D) E  F

$C(x,y)$  olsun.

$$\begin{aligned} -4+4+x &= -2 & 2+4+y &= 3 \\ x &= -2 & y &= -3 \end{aligned}$$

$C(-2,-3)$   
↓  
F noktası olur.

10.



Şekildeki dik koordinat sistemi birim karelerden oluşmuştur. R noktasında bulunan bir karınca H noktasına sabit hızla en kısa yoldan 25 dakikada gitmektedir.

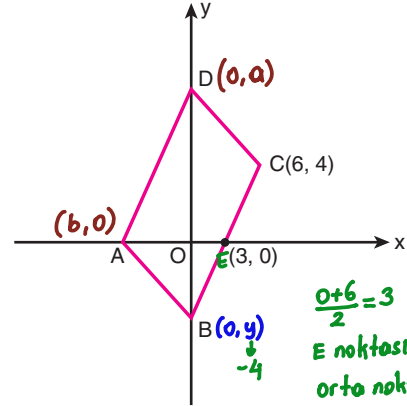
Buna göre, karıncanın R noktasından yola çıktıktan 10 dakika sonra bulunacağı noktanın koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (2, 2) B)  $(\frac{12}{5}, \frac{16}{5})$   C)  $(\frac{11}{5}, \frac{12}{5})$  D)  $(\frac{14}{5}, \frac{12}{5})$  E) (3, 3)

$R(-1,0)$   $S(3,3)$   
4k  $\frac{4k}{5}$   $\frac{4k}{5}$   $\frac{4k}{5}$   
5k + 4  $\frac{16}{5}$  orijine  $\frac{5k+3}{4k}$  orijine

$P(-1+\frac{16}{5}, 0+\frac{12}{5})$   
 $P(\frac{11}{5}, \frac{12}{5})$

11. Şekildeki analitik düzlemde ABCD bir paralelkenardır.



$\frac{0+6}{2} = 3$  olduğundan E noktası [BC] nin orta noktasıdır.

Şekilde verilenlere göre, A ve D noktalarının koordinatları toplamı kaçtır?

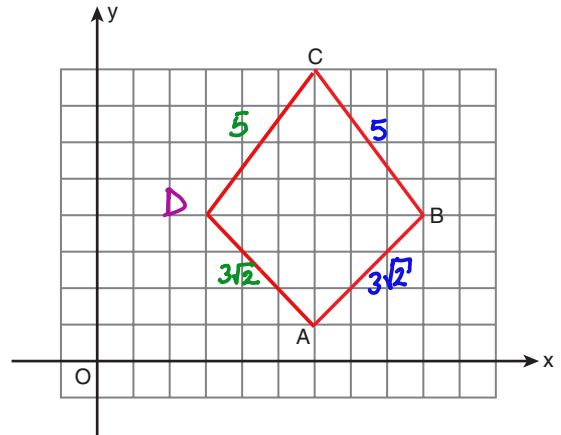
- A) 1  B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$\begin{aligned} b+6 &= 0 & 0-4 &= 0+4 \\ b &= -6 & a &= 8 \end{aligned}$$

$A(-6,0)$   $B(0,8)$

$-6+8 = 2$

12.



Şekilde koordinat düzleminde çizilmiş birim kareli zeminde, bir deltoidin üç köşesi verilmiştir.

Buna göre, dördüncü köşenin orijine olan uzaklığı kaç birimdir?

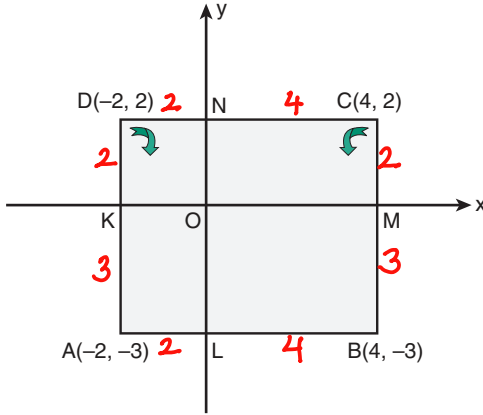
- A) 4  B) 5 C) 6 D)  $4\sqrt{3}$  E) 7

D(3,4) olur.

$|OD| = \sqrt{3^2+4^2} = 5$

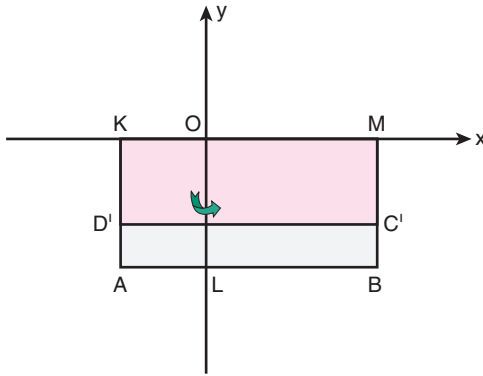
## NOKTANIN ANALİTİĞİ - Test 2

13. Aşağıda bir koordinat düzlemi üzerine çizilmiş bir ABCD dörtgeni gösterilmiştir.

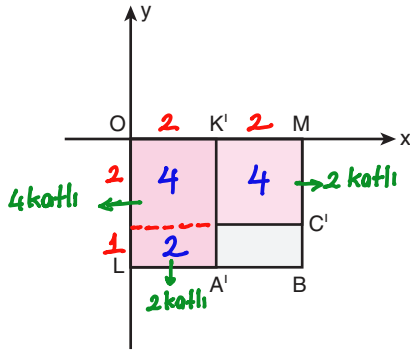


$A(-2, -3)$ ,  $B(4, -3)$ ,  $C(4, 2)$  ve  $D(-2, 2)$  verilmiştir.

x ekseninin üst kısmında kalan KMCD dörtgeni aşağı doğru [KM] boyunca katlanıyor.



Daha sonra y ekseninin solunda bulunan OKAL dörtgeni sağa doğru [OL] boyunca katlanıyor.

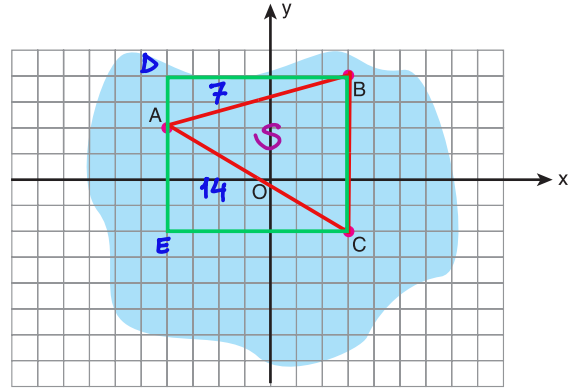


Buna göre, oluşan son şekilde 2 katlı bölgenin alanının, 4 katlı bölgenin alanına oranı kaçtır?

- A)  $\frac{2}{3}$  B) 1 C)  $\frac{3}{2}$  D)  $\frac{4}{3}$  E)  $\frac{5}{3}$

$$\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

14. Birim karelere bölünmüş aşağıdaki koordinat ekseninde bir gölün üstten görünümü verilmiştir. A, B, C noktalarında birer yüzücü vardır.



Buna göre, yüzücülerin bulunduğu noktaların oluşturduğu üçgenin alanı kaç birimkaredir?

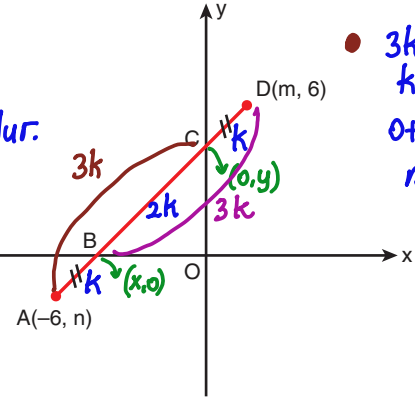
- A) 12 B) 18 C) 21 D) 28 E) 32

$$S + 21 = 6 \cdot 7$$

$$S + 21 = 42 \Rightarrow S = 21$$

- 15.

$$\begin{aligned} & \bullet 3k + 6 \\ & \quad h + 2 \text{ olur.} \\ & n + 2 = 0 \\ & n = -2 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} & \bullet 3k + 6 \\ & \quad k + 2 \text{ olur.} \\ & 0 + 2 = m \\ & m = 2 \end{aligned}$$

Şekilde verilen dik koordinat sisteminde A, B, C ve D noktaları doğrusal,

$$2 \cdot |AB| = 2 \cdot |CD| = |BC| \text{ dir.}$$

$$A(-6, n) \text{ ve } D(m, 6)$$

olduğuna göre,  $m \cdot n$  çarpımı kaçtır?

- A) -1 B) -2 C) -3 D) -4 E) -6

$$m \cdot n = 2 \cdot (-2) = -4$$

1. D	2. A	3. E	4. B	5. B
6. E	7. E	8. C	9. E	10. C
11. B	12. B	13. C	14. C	15. D



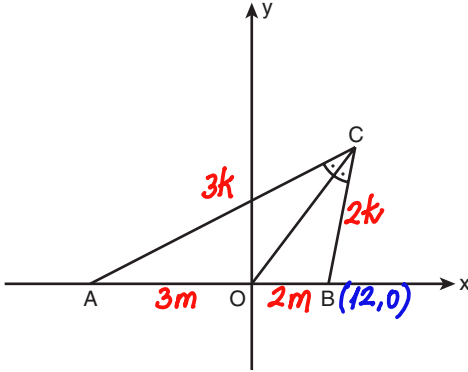
1. a ve b birer rakam olmak üzere, A(a - 3, b - 1) noktası analitik düzlemin ikinci bölgesinde bulunmaktadır.

Buna göre, a · b çarpımının değeri en çok kaçtır?

- A) 12 B) 15  C) 18 D) 21 E) 27

$$\begin{aligned} a-3 < 0 & \quad b-1 > 0 \\ a < 3 & \quad b > 1 \\ a \text{ en çok } 2 & \quad b \text{ en çok } 9 \\ a \cdot b = 2 \cdot 9 = 18 \end{aligned}$$

2.



Şekilde verilen dik koordinat sisteminde ABC bir üçgen,

$$m(\widehat{ACO}) = m(\widehat{OCB})$$

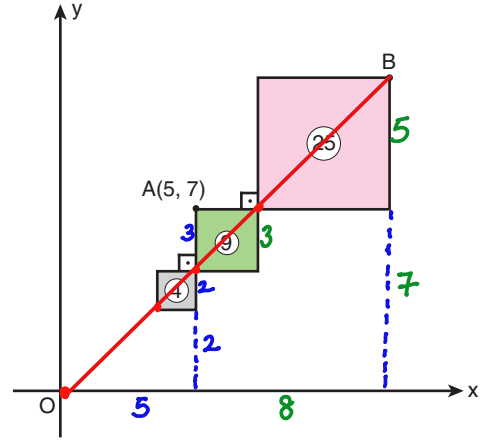
$$2 \cdot |AC| = 3 \cdot |BC|$$

B noktasının apsisi 12 olduğuna göre, A noktasının koordinatlar toplamı kaçtır?

- A) -15 B) -16  C) -18 D) -20 E) -24

$$\begin{aligned} 2m = 12 & \Rightarrow m = 6 \\ 3m = 18 & \text{ olur.} \\ A(-18, 0) & \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

3.



Şekilde verilen dik koordinat düzleminde kenarları eksenlere paralel olan üç kare gösterilmiştir. Karelerin alanları içlerine yazılmıştır.

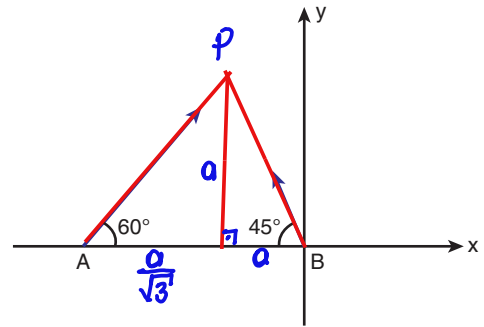
A(5, 7) olduğuna göre, B noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (12, 11) B) (12, 10) C) (13, 11)  
D) (14, 12)  E) (13, 12)

$$B(13, 12)$$

ACİL MATEMATİK

4.



Görselde dik koordinat düzleminde x ekseninde A ve B noktalarında bulunan havai fişekler 60° ve 45° lik açılarla fırlatılıp havada bir P noktasında çarpışıyorlar.

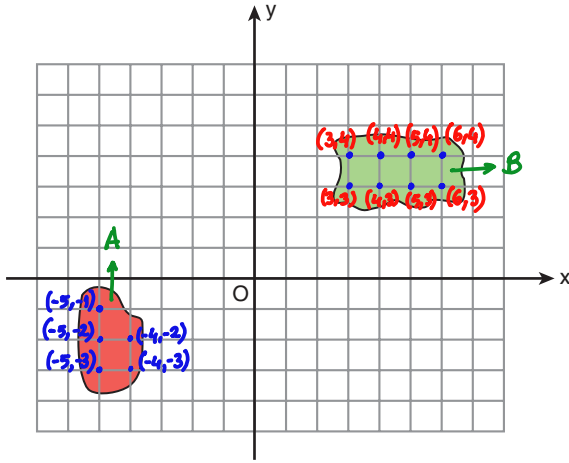
A(-12, 0) olduğuna göre, P noktasının ordinatı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $18 - 6\sqrt{3}$  B)  $4\sqrt{3} + 3$  C)  $6 - 3\sqrt{3}$   
D)  $-2\sqrt{3} + 2$  E)  $12 - 4\sqrt{3}$

$$\begin{aligned} a + \frac{a}{\sqrt{3}} = 12 & \Rightarrow a = \frac{12\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1} = 6\sqrt{3} \cdot (\sqrt{3}-1) \\ & \quad (\sqrt{3}-1) \\ a = 18 - 6\sqrt{3} \end{aligned}$$

## NOKTANIN ANALİTİĞİ - Test 3

5. Aşağıda birim kareli dik koordinat sistemi gösterilmiştir.



Analitik düzlemin birinci bölgesinin belirli bir kısmı yeşile, üçüncü bölgesinin ise belirli bir kısmı şekilde gösterildiği gibi kırmızıya boyanıyor.

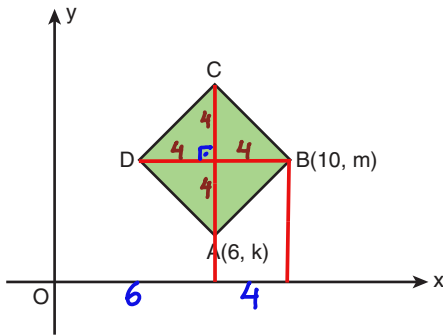
Bu bölgelerin her birinden birer tane koordinatları tam sayı olan A ve B noktaları seçiliyor. A noktasının koordinatları toplamı a, B noktasının koordinatları toplamı b'dir.

Buna göre, a + b toplamı kaç olamaz?

- A) 3      B) 1      C) 0      D) -1       E) -3

$\frac{a}{-6}$	$\frac{b}{6}$	$\frac{a+b}{-2}$
$-7$	$7$	$-1$
$-8$	$8$	$0$
	$9$	$\frac{1}{2}$
	$10$	$2$
		$3$
		$4$ olabilir.

- 6.



Şekilde dik koordinat düzleminde ABCD karesi gösterilmiştir.

$$DB \parallel Ox$$

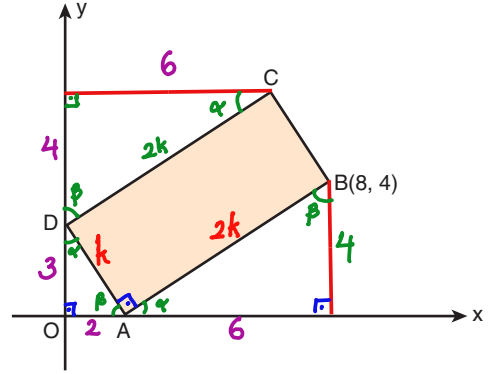
$$A(6, k) \text{ ve } B(10, m) \text{ dir.}$$

Buna göre, A(ABCD) kaç birimkaredir?

- A) 16      B) 20      C) 25       D) 32      E) 36

$$A(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 = 32$$

- 7.



Şekilde verilen dik koordinat düzleminde ABCD dikdörtgeni gösterilmiştir.

$$|AB| = 2 \cdot |AD| \text{ ve } B(8, 4) \text{ tür.}$$

Buna göre, C noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (6, 7)      B) (6, 5)      C) (7, 6)  
D) (7, 5)      E) (5, 6)

$$C(6, 7)$$

8. Matematik dersinde  $A\left(a \cdot b, \frac{b}{a}\right)$  noktasını tahtaya yazan öğretmen öğrencilerinden; A noktası ile aynı bölgede olabilecek noktalar söylemelerini istiyor. Öğrencilerin söylediği noktalardan bazıları aşağıdaki gibidir.

$$\text{Ali} \rightarrow (-2, -3)$$

$$\text{Elif} \rightarrow (6, 4)$$

$$\text{Murat} \rightarrow (4, -1)$$

$$\text{Meyra} \rightarrow (-5, 3)$$

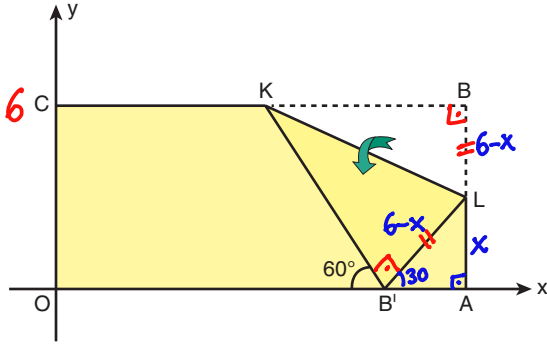
Buna göre, hangi öğrenciler soruya kesinlikle yanlış cevap vermiştir?

- A) Ali-Murat      B) Ali-Elif       C) Murat-Meyra  
D) Elif-Meyra      E) Murat-Elif

$$A(+, +) \text{ veya } A(-, -) \text{ olabilir.}$$

Murat ve Meyra kesinlikle yanlış cevap vermiştir.

9.



Şekilde verilen dik koordinat düzleminde OABC dikdörtgeninin B köşesi x eksenine gelecek şekilde katlandığında B noktasının yeni yeri B' olmaktadır.

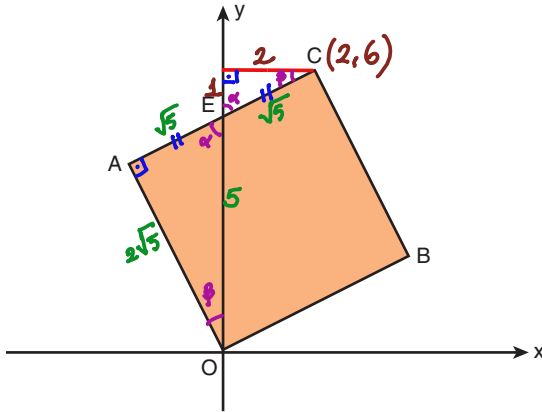
$$m(\widehat{KB'O}) = 60^\circ \text{ dir.}$$

C noktasının ordinatı 6 olduğuna göre, L noktasının ordinatı kaçtır?

- A) 1      B)  $\frac{3}{2}$        C) 2      D)  $\frac{5}{2}$       E) 3

$$\begin{aligned} 2x &= 6-x \\ 3x &= 6 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

10.



Şekilde verilen OBCE bir karedir. A, E, C noktaları doğrusal ve E noktası y eksenindedir.

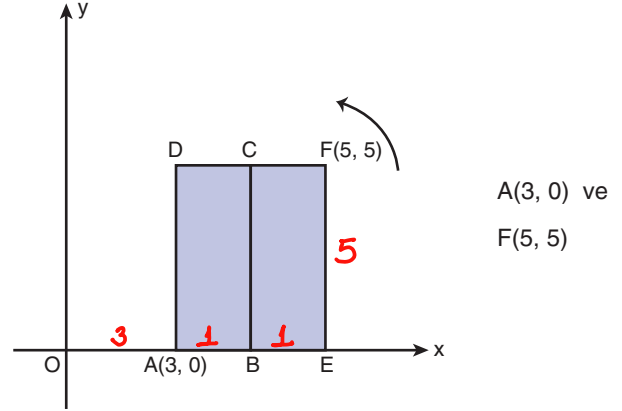
$$|AE| = |EC| = \sqrt{5} \text{ birim}$$

olduğuna göre, karenin ağırlık merkezinin koordinatları aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

- A) (1, 2)      B) (3, 1)      C) (1, 1)      D) (2, 2)       E) (1, 3)

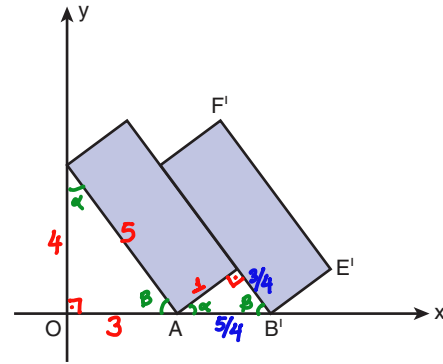
$$\begin{aligned} C(2,6) \quad (0,0) \\ G\left(\frac{0+2}{2}, \frac{0+6}{2}\right) = G(1,3) \end{aligned}$$

11. Aşağıda dik koordinat düzleminde özdeş iki dikdörtgen verilmiştir.



Şekil I

A noktası sabit kalmak şartıyla dikdörtgenler aşağıdaki konuma getiriliyor.



Şekil II

Buna göre, Şekil I'deki B noktası ile Şekil II'deki B' noktası arasındaki uzaklık kaç birimdir?

- A)  $\frac{1}{2}$       B)  $\frac{1}{3}$        C)  $\frac{1}{4}$       D)  $\frac{1}{5}$       E)  $\frac{1}{6}$

$$B(4,0) \quad B'\left(\frac{17}{4}, 0\right)$$

$$|BB'| = \frac{1}{4}$$

1. C	2. C	3. E	4. A	5. E	6. D
7. A	8. C	9. C	10. E	11. C	

ÖSYM ÇIKMIŞ SORULAR - Test I

1.  $\sin 210^\circ$ 'nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{1}{2}$  B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  C)  $-\frac{1}{2}$  D)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  E)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

1974 ÜSS

$$\begin{aligned}\sin(210^\circ) &= \sin(180^\circ + 30^\circ) \\ &= -\sin 30^\circ \\ &= -\frac{1}{2}\end{aligned}$$

2. A(1, 1), B(x, y), C(5, 5) ve D(1, 5) noktaları bir karenin köşeleri olduğuna göre, y kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 3 D) 4 E) 5

1986 ÖSS

$$\begin{aligned}5+1 &= x+1 & 5+1 &= y+5 \\ x &= 5 & y &= 1\end{aligned}$$

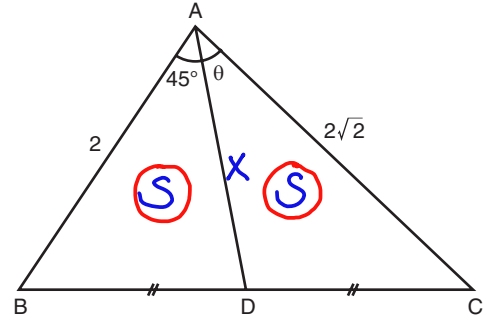
3.  $\sin 95^\circ$ ,  $\cos 190^\circ$ ,  $\tan 210^\circ$ 'nin işaretleri aşağıdakilerin hangisinde doğru olarak verilmiştir?

	$\sin 95^\circ$	$\cos 190^\circ$	$\tan 210^\circ$
A)	+	-	-
B)	-	-	+
C)	-	+	+
D)	+	+	-
E)	+	-	+

1988 ÖYS

$$\begin{array}{ccc}\sin 95^\circ & \cos 190^\circ & \tan 210^\circ \\ + & - & +\end{array}$$

4.



ABC bir üçgen,

$$|BD| = |DC|, |AB| = 2 \text{ birim}, |AC| = 2\sqrt{2}$$

$$m(\widehat{BAD}) = 45^\circ, m(\widehat{DAC}) = \theta$$

Yukarıdaki verilere göre,  $\sin \theta$ 'nin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  C)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  D)  $\frac{1}{2}$  E)  $\frac{1}{3}$

1991 ÖYS

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \sin 45^\circ &= \frac{1}{2} \cdot x \cdot 2\sqrt{2} \cdot \sin \theta \\ 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} &= 2\sqrt{2} \cdot \sin \theta \\ \sin \theta &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

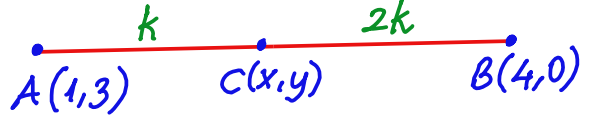
5. A(1, 3), B(4, 0) noktaları veriliyor. [AB] üzerinde bir C(x, y) noktası alınıyor.

$$\frac{|CA|}{|CB|} = \frac{1}{2}$$

olduğuna göre, C noktasının apsisi kaçtır?

- A) 2 B) 2,5 C) 3 D) 3,5 E) 4

1991 ÖSS



$$\begin{array}{l}3k + 3 \\ k + 1 \text{ olur.}\end{array} \quad \begin{array}{l}3k - 3 \\ k - 1 \text{ olur.}\end{array}$$

$$x = 1+1 = 2$$

$$y = 3-1 = 2$$

$$C(2, 2)$$

6. I.  $\sin 85^\circ$  +  
II.  $\tan 175^\circ$  -  
III.  $\cos 260^\circ$  -  
IV.  $\cot 275^\circ$  -

Yukarıdaki trigonometrik değerlerin işaretleri sırasıyla, aşağıdakilerden hangisidir?

- A) +, -, +, -  
B) -, -, -, +  
C) +, -, -, +  
D) -, -, -, -  
E) +, -, -, -

1981 ÖYS

7. Düzlemde  $k > 0$  olmak üzere,  $A(5, 3k)$  ve  $B(2k, 4)$  noktaları veriliyor.

[AB] doğru parçasının orta noktası,  $x$  ve  $y$  eksenlerinden eşit uzaklıkta olduğuna göre,  $k$  kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$\left( \frac{5+2k}{2}, \frac{3k+4}{2} \right)$$

2000 ÖSS

$$5+2k=3k+4$$

$$k=1$$

8. Aşağıdakilerden hangisi  $\sin 40^\circ$  ye eşittir?

- A)  $\sin 220^\circ = -\sin 40^\circ$  B)  $\cos 130^\circ = -\cos 50^\circ$  C)  $\sin 50^\circ$   
D)  $\sin (-40^\circ) = -\sin 40^\circ$  E)  $\cos (-50^\circ) = \cos 50^\circ = \sin 40^\circ$

1982 ÖYS

9. Aşağıdakilerden hangisi  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right)$  ifadesine eşit değildir?

- A)  $\sin\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = \cos a$  B)  $\sin(-a) = -\sin a$  C)  $\cos(-a) = \cos a$   
D)  $\cos a$  E)  $\cos(2\pi - a) = \cos a$

1984 ÖYS

10.  $a = \sin 5^\circ$ ,  $b = \sin 85^\circ$ ,  $c = \sin 105^\circ$

olduğuna göre aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A)  $c < b < a$  B)  $b < c < a$  C)  $b < a < c$   
D)  $a < c < b$  E)  $a < b < c$

1985 ÖYS

$$a = \sin 5^\circ$$

$$b = \sin 85^\circ$$

$$c = \sin 105^\circ = \sin 75^\circ$$

$$b > c > a$$

11.  $A(a, b)$  noktası koordinat düzleminde 3. bölgede bulunduğuna göre,  $(a, b)$  ikilisi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

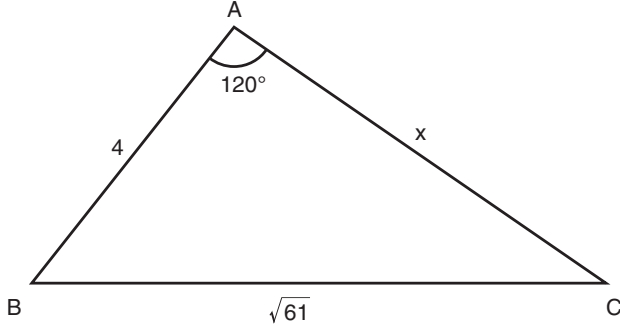
- A)  $(1, 2)$  B)  $(-2, 3)$  C)  $(2, -3)$   
D)  $(-1, -1)$  E)  $(0, 4)$

1995 ÖSS

$$a < 0 \text{ ve } b < 0 \text{ olmalıdır}$$

ÖSYM ÇIKMIŞ SORULAR - Test I

12.



ABC bir üçgen,

$$m(\widehat{BAC}) = 120^\circ$$

$$|AB| = 4, |BC| = \sqrt{61}, |AC| = x$$

Yukarıdaki verilere göre,  $|AC| = x$  kaç cm'dir?

- A) 5      B) 6      C) 7      D) 8      E) 9

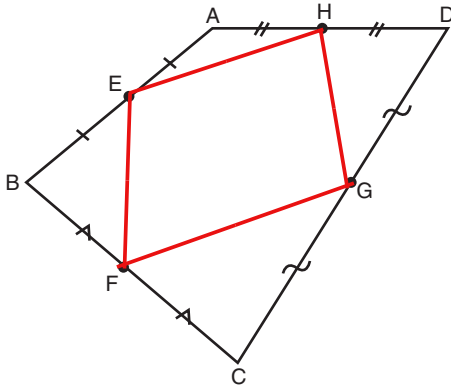
1997 ÖYS

$$(\sqrt{61})^2 = 4^2 + x^2 - 2 \cdot 4 \cdot x \cdot \cos 120^\circ$$

$$61 = 16 + x^2 + 4x$$

$$x^2 + 4x - 45 = 0 \Rightarrow x = 5$$

13.



Kenarlarının orta noktaları sırasıyla  $E(-2, -2)$ ,  $F(0, 0)$ ,  $G(m, n)$  ve  $H(-1, 2)$  noktaları olan bir ABCD dörtgeni yukarıdaki gibi çiziliyor.

Buna göre,  $m + n$  toplamı kaçtır?

- A) 3      B) 4       C) 5      D) 6      E) 8

2008 ÖSS I

$$m - 2 = -1 + 0 \quad n - 2 = 2$$

$$m = 1 \quad n = 4$$

$$m + n = 1 + 4 = 5$$

14.  $f(x) = \arcsin\left(\frac{x}{3} + 2\right)$

fonksiyonun ters fonksiyonu olan  $f^{-1}(x)$  aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $2 \sin(x) - 6$       B)  $2 \sin(x) + 3$        C)  $3 \sin(x) - 6$   
D)  $\sin(2x - 6)$       E)  $\sin(2x) - 3$

2011 LYS

$$\arcsin\left(\frac{x}{3} + 2\right) = y$$

$$\frac{x}{3} + 2 = \sin y \Rightarrow x = 3 \cdot \sin y - 6$$

$$f^{-1}(x) = 3 \cdot \sin x - 6$$

15. Bir ABCD paralelkenarının A köşesinin koordinatları (1, 3) köşegenlerin kesim noktası olan K'nın koordinatları ise (4, 6) dir.

Buna göre, A'nın karşısındaki C köşesinin koordinatları toplamı kaçtır?

- A) 12      B) 13      C) 14      D) 15       E) 16

1997 ÖSS

$C(x, y)$  olsun.

$$\frac{x+1}{2} = 4 \quad \frac{y+3}{2} = 6$$

$$x = 7 \quad y = 9$$

$$x + y = 7 + 9 = 16$$

16.  $\frac{(\sin x - \cos x)^2}{\cos x} + 2 \sin x$   $\left. \begin{array}{l} \cos x = c \\ \sin x = s \end{array} \right\}$  olsun.

İfadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\frac{1}{\cos x}$       B)  $\frac{1}{\sin x}$       C) 1

- D)  $\arcsin x$       E)  $\arccos x$

$$\frac{s^2 - 2sc + c^2}{c} + 2s = \frac{s^2 + c^2}{c} = \frac{1}{c} = \frac{1}{\cos x}$$

1. C	2. B	3. E	4. D	5. A	6. E	7. A	8. E
9. B	10. D	11. D	12. A	13. C	14. C	15. E	16. A

1.  $(-3, 0)$  ve  $(8, 5)$  noktalarına eşit uzaklıkta olan ve y ekseninde bulunan noktanın ordinatı (y) kaçtır?

A) -6 B) -4 C) 0 D) 2  E) 8

$(0, y)$  olsun.

1996 ÖSS

$$\sqrt{3^2 + y^2} = \sqrt{8^2 + (y-5)^2}$$

$$9 + y^2 = 64 + y^2 - 10y + 25$$

$$10y = 80$$

$$y = 8$$

2.  $\frac{\cos 135^\circ + \cos 330^\circ}{\sin 150^\circ}$

ifadesinin değeri kaçtır?

A)  $\sqrt{3} - \sqrt{2}$  B)  $\sqrt{3} - 1$  C)  $\sqrt{2} - 1$   
D)  $\sqrt{2} + 1$  E)  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

2012 LYS

$$\frac{-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

3. Dik koordinat düzleminde  $(1, 2)$  noktasında bulunan bir hareketlinin t inci saniyede bulunduğu noktanın koordinatları  $(1 + 3t, 2 + 4t)$  olarak veriliyor.

Bu hareketli 2. saniyede A noktasında ve 4. saniyede B noktasında bulunduğuna göre, A ile B arasındaki uzaklık kaç birimdir?

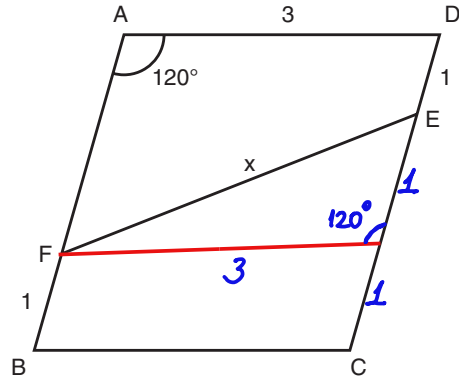
A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 16

2012 LYS

$$A(7, 10) \quad B(13, 18)$$

$$|AB| = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

- 4.



ABCD eşkenar dörtgeninde,

$$|AD| = 3 \text{ cm}, m(\widehat{A}) = 120^\circ$$

$$|BE| = |DF| = 1 \text{ cm}$$

olduğuna göre,  $|EF|$  kaç cm'dir?

A)  $\sqrt{7}$  B)  $\frac{2}{3}\sqrt{3}$  C)  $\frac{3}{2}\sqrt{3}$  D)  $\sqrt{10}$   E)  $\sqrt{13}$

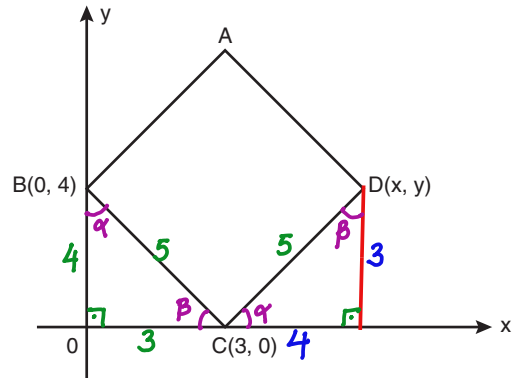
1980 ÜSS

$$x^2 = 3^2 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot \cos 120^\circ$$

$$x^2 = 9 + 1 + 3$$

$$x^2 = 13 \Rightarrow x = \sqrt{13}$$

- 5.



Dik koordinat düzlemi üzerinde şekildeki gibi ABCD karesi yerleştirilmiştir.

Buna göre, D noktasının koordinatlarının toplamı kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9  E) 10

2009 ÖSS 1

$$D(7, 3) \Rightarrow 7+3=10$$

ÖSYM ÇIKMIŞ SORULAR - Test 2

6.  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

olduğuna göre, tanx kaçtır?

A)  $\frac{-\sqrt{3}}{3}$

B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

D)  $-\sqrt{3}$

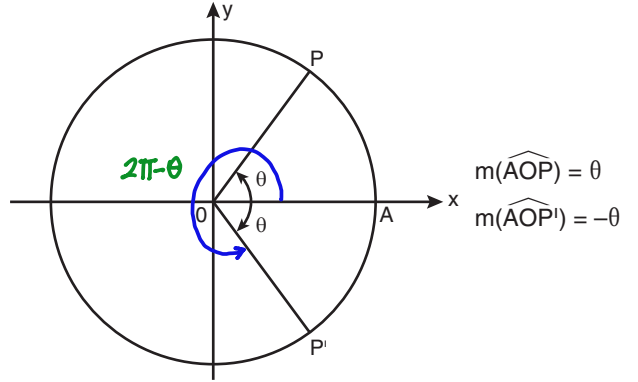
E)  $\sqrt{3}$

-1

2008 ÖSS 2

$-\sin x = \cos x$   
 $\tan x = -1$

8.



Şekildeki O merkezli birim çember üzerindeki P ve P' noktaları Ox eksenine göre birbirinin simetriğidir.

Buna göre, P' noktası aşağıdakilerin hangisiyle ifade edilemez?

A)  $(\cos(-\theta), \sin(-\theta))$

$(\cos(-\theta), \sin\theta)$

C)  $(\cos\theta, -\sin\theta)$

D)  $(\cos\theta, \sin(2\pi - \theta))$

E)  $(\cos(2\pi - \theta), -\sin\theta)$

2006 ÖSS

$P'(\cos(2\pi - \theta), \sin(2\pi - \theta))$

$P'(\cos\theta, -\sin\theta)$

7.  $x^2 - (\sin a)x - \frac{1}{4}(\cos^2 a) = 0$

denkleminin bir kökü  $\frac{2}{3}$  tür.

Buna göre, sina kaçtır?

A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$

C)  $\frac{\sqrt{2}}{6}$

D)  $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{3}$

2012 LYS

$\frac{4}{9} - \frac{2}{3} \cdot \sin a - \frac{1}{4} \cos^2 a = 0$   
 $(4) \quad (12) \quad (9) \quad 1 - \sin^2 a$

$9 \cdot \sin^2 a - 24 \cdot \sin a + 7 = 0$

$3 \sin a \rightarrow -7$   
 $3 \sin a \rightarrow -1$

$\sin a = \frac{1}{3} \checkmark \quad \sin a \neq \frac{7}{3}$

9. Köşeleri A(3, 1), B(5, 3), C(2, 5) ve D(a, b), köşegenleri [AC] ve [BD] olan paralelkenarın [BD] köşegeninin uzunluğu kaç birimdir?

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

5

2010 YGS

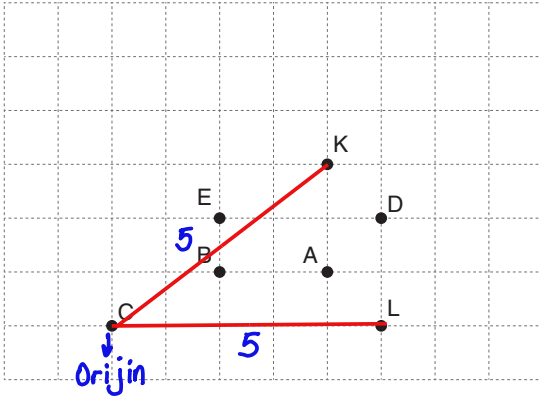
$3+2 = a+5 \quad 1+5 = b+3$   
 $a=0 \quad b=3$

$B(5,3) \quad D(0,3)$

$|BD| = \sqrt{5^2 + 0^2} = 5$



10.



Birim karelere bölünmüş bir kağıt üzerinde A, B, C, D, E, K, L noktaları şekildeki gibi işaretlenmiştir. Bu kareli kağıda A, B, C, D, E noktalarından biri orijin olacak biçimde bir dik koordinat sistemi yerleştiriliyor.

K ve L noktalarının orijine uzaklıkları eşit olduğuna göre, orijin aşağıdakilerden hangisidir?

- A) A      B) B       C) C      D) D      E) E

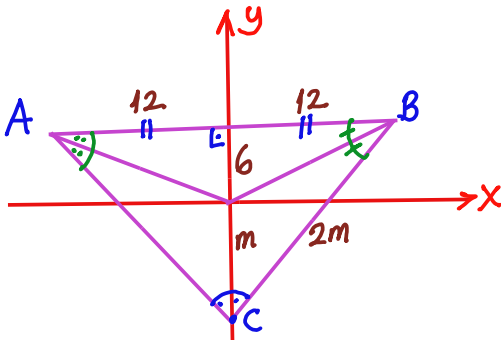
2006 ÖSS 1

11. Dik koordinat düzleminde köşeleri A(-12, 6), B(12, 6) ve C noktaları olan üçgeninin açıortayları orijinde kesişmektedir.

Buna göre, C noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

- A) -8      B) -9       C) -10      D) -11      E) -12

2015 LYS



12-16-20 üçgeninden  $m=10$  olur  
C(0,-10) bulunur.

12.  $\alpha, \beta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  olmak üzere,

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A)  $\alpha = 0$  veya  $\beta = \frac{\pi}{2}$       B)  $\alpha = 0$  veya  $\beta = \frac{\pi}{4}$   
 C)  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  veya  $\beta = 0$       D)  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  veya  $\beta = \frac{\pi}{2}$   
 E)  $\alpha = \frac{\pi}{4}$  veya  $\beta = 0$

2013 LYS

**NOT:**  $\alpha$  veya  $\beta$  sağlar

sadece  $\alpha$  sağlar  
sadece  $\beta$  sağlar  
hem  $\alpha$ , hem  $\beta$  sağlar

Şıklar kontrol edilince C şıkkı doğrudur.

ACİL MATEMATİK

13.  $a \in \left(\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{6}\right)$  olmak üzere,  $a=20^\circ$  olsun.

$$x = \sin(3a)$$

$$y = \cos(3a)$$

$$z = \tan(3a)$$

sayılarının doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $x < y < z$       B)  $x < z < y$        C)  $y < x < z$   
 D)  $y < z < x$       E)  $z < x < y$

2019 AYT

$$x = \sin 60^\circ$$

$$y = \cos 60^\circ = \sin 30^\circ$$

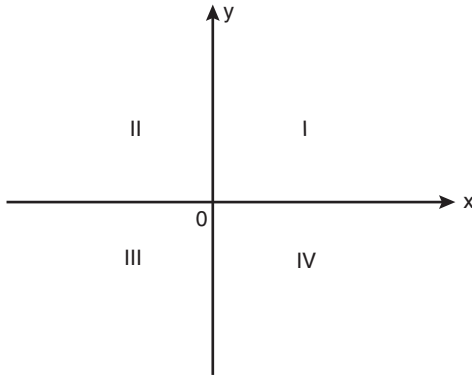
$$z = \tan 60^\circ$$

$$z > x > y$$

1. E	2. A	3. A	4. E	5. E	6. C	7. E
8. B	9. E	10. C	11. C	12. C	13. C	

ÖSYM ÇIKMIŞ SORULAR - Test 3

1.



Yukarıdaki şekilde analitik düzlem, eksenleri içine almayan dört bölgeye ayrılmıştır.

$K(m - 4, 2m + 2)$  noktası II. bölgede olduğuna göre,  $m$  yerine yazılabilecek tam sayıların toplamı kaçtır?

- A) 5     B) 6    C) 7    D) 8    E) 9

$$\begin{aligned} m-4 < 0 & \quad 2m+2 > 0 \\ m < 4 & \quad m > -1 \end{aligned}$$

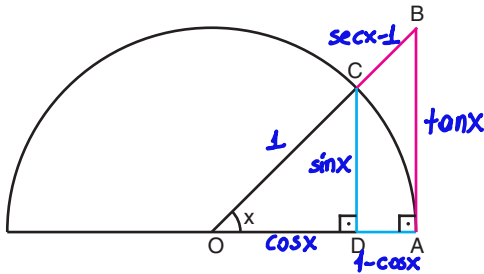
$$-1 < m < 4$$

$$0 + 1 + 2 + 3 = 6$$

2000 ÖSS

2.

Aşağıda, O merkezli yarıçapı 1 birim olan yarım çember ile OAB ve ODC dik üçgenleri gösterilmiştir. A ve C noktaları hem OAB üçgeni hem de yarım çemberin üzerindedir.



Buna göre,  $\frac{|AB| + |BC|}{|CD| + |DA|}$  oranının  $x$  türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\sin x$     B)  $\tan x$     C)  $\cot x$     D)  $\csc x$      E)  $\sec x$

$$\frac{\tan x + \sec x - 1}{\sin x + 1 - \cos x} = \frac{\frac{1}{\cos x} (\sin x + 1 - \cos x)}{\sin x + 1 - \cos x}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{\cos x} \\ &= \sec x \end{aligned}$$

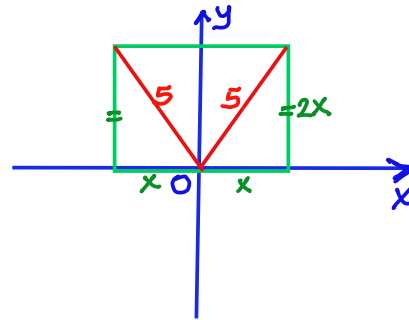
2018 AYT

3.

Dik koordinat düzleminde verilen bir karenin iki köşesi ve bu köşeleri birleştiren kenar, x eksenindedir.

Bu karenin diğer iki köşesinin orijine olan uzaklıkları eşit ve 5 birim olduğuna göre, alanı kaç birimkaredir?

- A) 16     B) 20    C) 25    D) 30    E) 36



2013 LYS

$$\begin{aligned} x\sqrt{5} &= 5 \\ x &= \sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Alan} &= (2\sqrt{5})^2 \\ &= 20 \end{aligned}$$

4.

$0 < x < \frac{\pi}{2}$  olmak üzere,

$$\frac{\sec(x) - 1}{2} = \frac{3}{\sec(x) + 1}$$

eşitliğini sağlamaktadır.

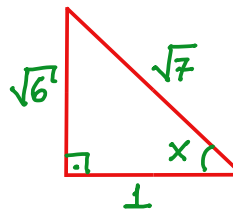
Buna göre,  $\tan(x)$  değeri kaçtır?

- A)  $\sqrt{2}$     B)  $\sqrt{3}$     C)  $\sqrt{5}$      D)  $\sqrt{6}$     E)  $\sqrt{7}$

2017 LYS

$$\sec^2 x - 1 = 6$$

$$\sec x = \sqrt{7} \Rightarrow \cos x = \frac{1}{\sqrt{7}}$$



$$\tan x = \sqrt{6}$$

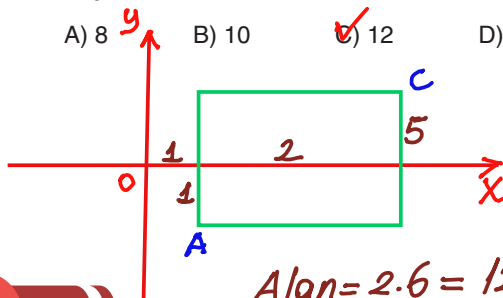
5.

Dik koordinat düzleminde bulunan ABCD dikdörtgeninin kenarları eksenlere paraleldir.

A ve C köşelerinin koordinatları sırasıyla (1, -1) ve (3, 5) olduğuna göre, ABCD dikdörtgeninin alanı kaç birimkaredir?

- A) 8    B) 10     C) 12    D) 15    E) 16

2014 LYS



$$\text{Alan} = 2 \cdot 6 = 12$$

6.  $0 < x < \pi$  olmak üzere,

$$\sin^4 x = \cos^4 x$$

eşitliğini sağlayan  $x$  değerlerinin toplamı kaçtır?

- A)  $\frac{3\pi}{2}$  B)  $\frac{4\pi}{3}$  C)  $\frac{5\pi}{3}$   D)  $\pi$  E)  $2\pi$

2013 LYS

$$\sin x = \cos x \quad \checkmark \quad \sin x = -\cos x$$

$$\tan x = 1 \quad \checkmark \quad \tan x = -1$$

$$x = \frac{\pi}{4}$$

$$x = \frac{3\pi}{4}$$

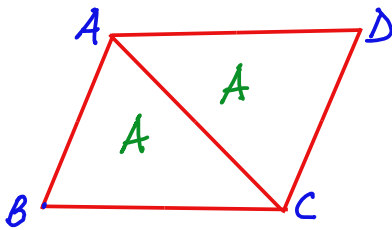
$$\frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} = \pi$$

7. Dik koordinat düzleminde A(2, 7) ve B(-1, 4) noktaları x eksenini boyunca pozitif yönde 3 birim ötelenerek sırasıyla D ve C noktaları elde ediliyor.

Buna göre, köşeleri A, B, C ve D noktaları olan dörtgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

A(2,7) B(-1,4) D(5,7) C(3,4) 2020 AYT



$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ -1 & 4 \\ 5 & 7 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}$$

$$A = \frac{1}{2} [36 - 27]$$

$$2A = 9 \text{ bulunur.}$$

8.  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  olmak üzere,

$$\sec x \cdot \tan x \cdot (1 - \sin x) = \frac{1}{4}$$

olduğuna göre,  $\csc x$  değeri kaçtır?

- A)  $\frac{3}{2}$  B)  $\frac{5}{2}$  C)  $\frac{7}{2}$  D) 2  E) 3

2019 AYT

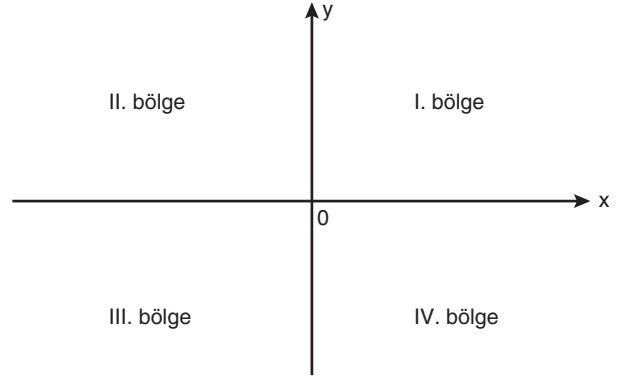
$$\frac{1}{\cos x} \cdot \frac{\sin x}{\cos x} \cdot (1 - \sin x) = \frac{1}{4}$$

$$4 \sin x \cdot (1 - \sin x) = (1 - \sin x) \cdot (1 + \sin x)$$

$$\frac{1 + \sin x}{\sin x} = 4 \Rightarrow \frac{1}{\sin x} + 1 = 4$$

$$\frac{1}{\sin x} = 3$$

9.



Dik koordinat sistemi analitik düzlemde şekilde gösterilen dört bölgeye ayrılmıştır.

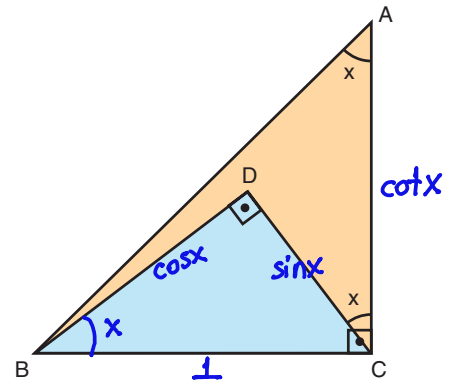
K(a, b) noktası III. Bölgede olduğuna göre, M(-b, a) noktası nerededir?

- A) Başlangıç noktasındadır.  
B) I. bölgededir.  
C) II. bölgededir.  
D) III. bölgededir.  
 E) IV. bölgededir.

$a < 0$  ve  $b < 0$   
 $-b > 0$   
 $M(+, -)$   
IV. bölge

1986 ÖYS

10. Birer kenarları çakışık olan ABC ile BCD dik üçgenleri şekildeki gibi çizildikten sonra oluşan iki bölge sarı ve mavi boyanmıştır.



$$m(\widehat{DCA}) = m(\widehat{BAC}) = x$$

olduğuna göre, sarı bölgenin alanının mavi bölgenin alanına oranının  $x$  türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\sin 2x$  B)  $\cos 2x$  C)  $\sin^2 x$

D)  $\cot^2 x$

E)  $\csc^2 x$

$$\frac{\frac{\cot x}{2} - \frac{\sin x \cdot \cos x}{2}}{\frac{\sin x \cdot \cos x}{2}} = \frac{1 - \sin x}{\sin x} = \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = \cot^2 x$$

2019 AYT

ÖSYM ÇIKMIŞ SORULAR - Test 3

11. Dar açılı bir ABC üçgeninin iç açılarının ölçüleri derece türünden  $x$ ,  $y$  ve  $z$  olmak üzere,  $x > y > z$  olduğu biliniyor.

Buna göre,

$$a = \sin(x + y)$$

$$b = \sin(x + z)$$

$$c = \sin(y + z)$$

sayılarının doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $a < b < c$       B)  $b < a < c$       C)  $b < c < a$   
D)  $c < a < b$       E)  $c < b < a$

2020 AYT

$$x+y > x+z > y+z$$

$$\sin(x+y) < \sin(x+z) < \sin(y+z)$$

$$0 < b < c \text{ bulunur.}$$

12. Dik koordinat düzleminde  $(0, 2)$ ,  $(4, 2)$  ve  $(4, 4)$  noktalarında bulunan üç karınca birer doğrultu seçip aynı anda eşit hızlarla yürümeye başlıyor.

Bir süre sonra bu üç karınca aynı anda bir P noktasında buluşuyor.

Buna göre, P noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

- A) 3      B) 4       C) 5      D) 6      E) 7

$$P(x, y) \text{ olsun.}$$

2016 LYS

$$x^2 + (y-2)^2 = (x-4)^2 + (y-2)^2 = (x-4)^2 + (y-4)^2$$

$$0 = -8x + 16 \quad -4y + 4 = -8y + 16$$

$$x = 2 \quad y = 3$$

$$P(2, 3) \text{ bulunur.}$$

13.  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  olmak üzere,

$$\frac{1 + \tan x}{\cot x} \cdot \frac{\sin x - \cos x}{\sin x} = 2$$

olduğuna göre,  $\sin x$  değeri kaçtır?

- A)  $\frac{1}{3}$       B)  $\frac{3}{5}$       C)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       E)  $\frac{\sqrt{5}}{3}$

$$\frac{\cos x + \sin x}{\cos x} \cdot \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\sin x - \cos x}{\sin x} = 2$$

$$\sin^2 x - \cos^2 x = 2 \cos^2 x$$

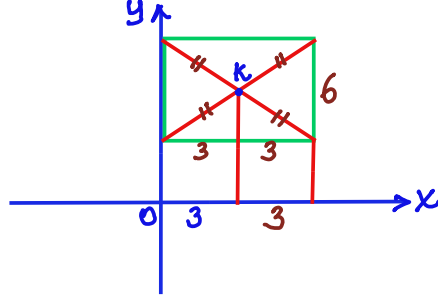
$$\tan^2 x = 3 \Rightarrow x = 60^\circ \quad \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

2020 AYT

14. Dik koordinat düzleminde, bir kenarı y ekseninde olan bir karenin köşegenleri  $K(3, 4)$  noktasında kesişmektedir.

Bu karenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 25      B) 32       C) 36      D) 45      E) 49



2016 LYS

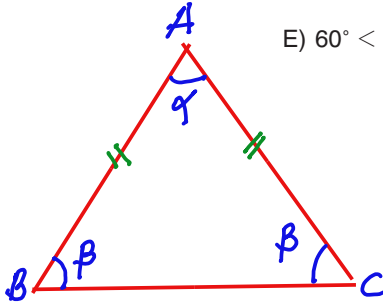
$$\text{Alan} = 6^2 = 36$$

15. Bir ikizkenar üçgenin tepe açısının ölçüsü  $\alpha$ , taban açılarından birinin ölçüsü  $\beta$  ve

$$\sin \beta < \sin \alpha$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A)  $0^\circ < \alpha < 30^\circ$       B)  $30^\circ < \alpha < 45^\circ$   
C)  $45^\circ < \alpha < 60^\circ$        D)  $0^\circ < \beta < 60^\circ$   
E)  $60^\circ < \beta < 90^\circ$



2013 LYS

$\alpha$  ve  $\beta$  dar açıdır.  
 $\sin \alpha > \sin \beta \Rightarrow \alpha > \beta$   
 $\alpha = \beta$  olsa  
 $\alpha = \beta = 60^\circ$  olur.  
 $0 < \beta < 60^\circ$

16. Emre, matematik dersinde yaptığı bir etkinlikte dik koordinat düzleminin x ekseninde bir nokta işaretliyor. Sonra, işaretlediği bu noktanın x koordinatını 1 birim azaltıp y koordinatını 3 birim artırarak ikinci bir nokta, ikinci noktaya aynı işlemi uyguladığında ise y ekseninde üçüncü bir nokta elde ediyor.

Emre'nin üçüncü noktaya aynı işlemi uygulayarak elde edeceği dördüncü noktanın koordinatları toplamı kaçtır?

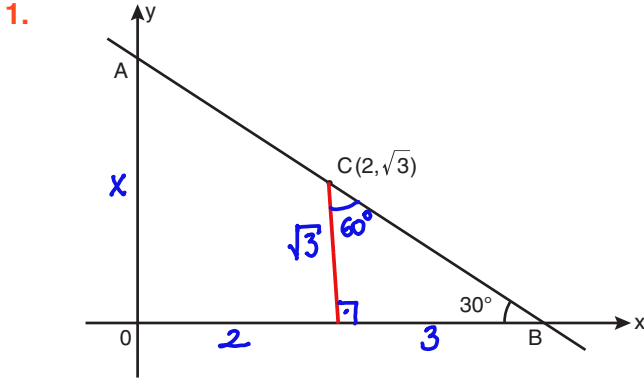
- A) 4      B) 5      C) 6      D) 7       E) 8

$$A(x, 0) \text{ olsun.} \rightarrow (x-1, 3) \rightarrow (x-2, 6) \quad 2019 TYT$$

$$x-2=0 \Rightarrow x=2$$

$$(0, 6) \rightarrow (-1, 9) \quad -1+9=8$$

1. B	2. E	3. B	4. D	5. C	6. D	7. A	8. E
9. E	10. D	11. A	12. C	13. D	14. C	15. D	16. E



Dik koordinat düzleminde verilen şekildeki AOB üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

- A)  $\frac{7\sqrt{2}}{3}$       B)  $\frac{10\sqrt{2}}{3}$       C)  $\frac{7\sqrt{3}}{3}$

D)  $\frac{25\sqrt{2}}{6}$         $\frac{25\sqrt{3}}{6}$       2010 LYS

$\frac{3}{5} = \frac{\sqrt{3}}{x}$   
 $x = \frac{5\sqrt{3}}{3}$

$A(\triangle AOB) = \frac{1}{2} \cdot \frac{5\sqrt{3}}{3} \cdot 5 = \frac{25\sqrt{3}}{6}$

2. Dik koordinat düzleminde A(a, b) ve B(c, d) noktaları arasındaki uzaklık,

$$|AB| = \sqrt{(c-a)^2 + (d-b)^2}$$

formülüyle hesaplanır.

Aşağıdaki ölçeklendirilmiş haritada A, B ve C noktalarının dik koordinat düzlemindeki koordinatları belirli bir uzunluk birimine göre verilmiştir.



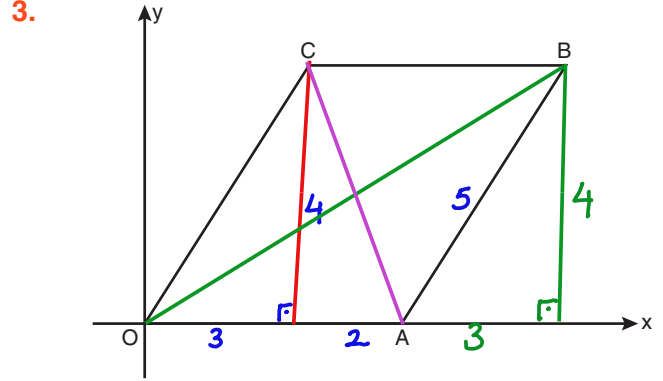
İki nokta arasındaki uzaklığı hesaplayan bir harita programı, A(2, 8) ile B(10, 14) noktaları arasındaki mavi çizgi ile gösterilen uzaklığı 6 kilometre olarak hesaplıyor.

Buna göre, bu harita programı A ile C noktaları arasındaki mavi çizgi ile gösterilen uzaklığı kaç kilometre olarak hesaplar?

- A) 7,8      B) 8,1      C) 9,6      D) 10,4      E) 11,7

$|AB| = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \text{ br}$        $\frac{10 \text{ br} \cdot 6 \text{ km}}{13 \text{ br} \cdot x} = 6$       2018 TYT

$|AC| = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \text{ br}$        $x = 7,8 \text{ km}$



OABC bir paralelkenar,

A(5, 0)

C(3, 4) tür.

Yukarıdaki verilere göre, OABC paralelkenarının köşegen uzunlukları toplamı kaç birimdir?

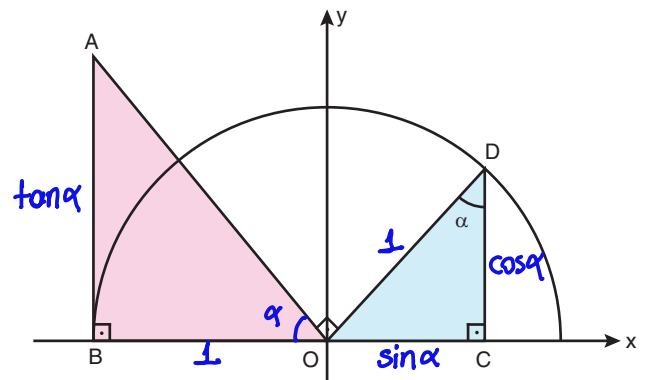
- A)  $5\sqrt{5}$        B)  $6\sqrt{5}$       C)  $7\sqrt{5}$
- D)  $7\sqrt{3}$       E)  $8\sqrt{3}$

$|OB|^2 = 4^2 + 8^2$        $|AC|^2 = 2^2 + 4^2$       2013 LYS

$|OB| = 4\sqrt{5}$        $|AC| = 2\sqrt{5}$

$4\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$

4. Dik koordinat düzleminde O merkezli yarıçapı 1 birim olan yarım çember ile B ve D noktaları bu yarım çember üzerinde olan OAB ve OCD dik üçgenleri aşağıda gösterilmiştir.



Şekilde [OA] ve [OD] doğru parçaları dik kesişmektedir.

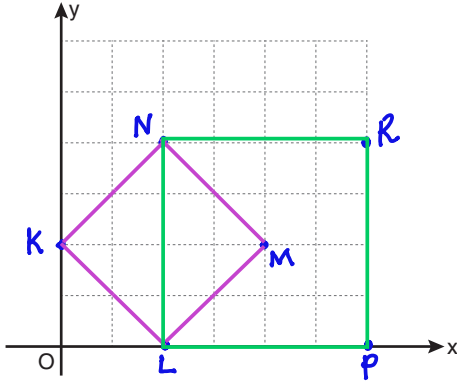
Buna göre, OAB üçgeninin alanının OCD üçgeninin alanına oranının  $\alpha$  türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\tan \alpha$       B)  $\cot \alpha$       C)  $\csc \alpha$
- D)  $\tan^2 \alpha$        E)  $\sec^2 \alpha$

$\frac{\frac{1 \cdot \tan \alpha}{2}}{\frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{2}} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \sec^2 \alpha$       2020 AYT

ÖSYM ÇIKMIŞ SORULAR - Test 4

5.



Dik koordinat sisteminde,

$K(0, 2)$ ,  $L(2, 0)$ ,  $M(4, 2)$ ,  $N(2, 4)$ ,  $P(6, 0)$  ve  $R(6, 4)$

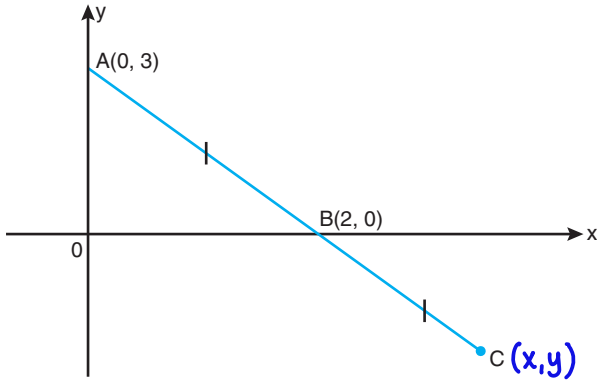
noktaları işaretleniyor. Sonra, köşeleri bu noktalardan seçilen iki farklı kare çiziliyor.

**Bu iki karenin ortak köşeleri olan noktalar aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?**

- A) K ve M                       B) L ve N                      C) L ve R  
D) M ve N                      E) P ve R

2019 MSÜ

6.



Yukarıdaki şekilde  $A(0, 3)$  noktasının  $B(2, 0)$  noktasına göre simetriği C'dir.

**Buna göre, C noktası aşağıdakilerden hangisidir?**

- A)  $(4, -3)$                       B)  $(3, -4)$                       C)  $(3, -3)$   
D)  $(4, -4)$                       E)  $(3, -2)$

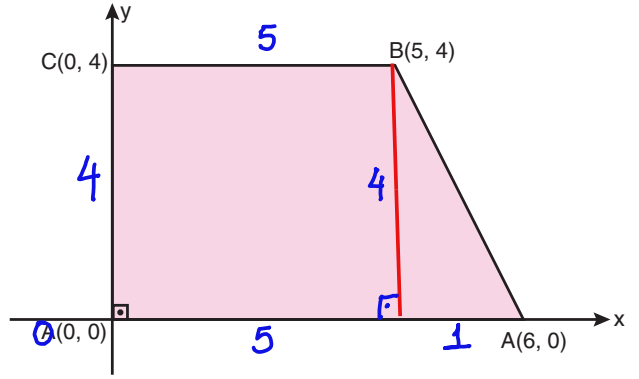
$$\frac{x+0}{2} = 2 \quad \frac{y+3}{2} = 0$$

$$x=4 \quad y=-3$$

$C(4, -3)$

1986 ÖSS

7.



Şekilde, dik koordinat sisteminde O, A, B, C noktaları verilmiştir.

**Bu bilgilere göre, OABC dörtgeninin alanı kaç birim-karedir?**

- A) 20                       B) 22                      C) 24                      D) 26                      E) 28

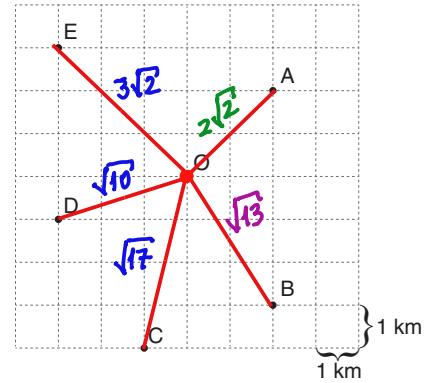
1990 ÖYS

$$A(OABC) = \frac{1}{2} \cdot (6+5) \cdot 4$$

$$= 22$$

8.

Birim karelerden oluşan ve her birim karenin alanının  $1 \text{ km}^2$  olduğu bir harita üzerinde A, B, C, D ve E köylerin konumları şekildeki gibi gösterilmiştir.



O noktasında bulunan bir helikopterin 4 kilometre uçuşuna yetecek kadar yakıtı bulunmaktadır.

**Bu helikopterin ulaşabileceği en uzak köy aşağıdakilerden hangisidir?**

- A) A                       B) B                      C) C                      D) D                      E) E

$$3\sqrt{2} > \sqrt{17} > 4 > \sqrt{13} > \sqrt{10} > 2\sqrt{2}$$

↓  
B

2018 TYT

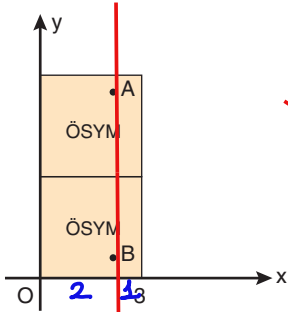
9. Dik koordinat düzleminde  $A(a, b)$  ve  $B(c, d)$  noktaları arasındaki uzaklık,

$$|AB| = \sqrt{(c-a)^2 + (d-b)^2}$$

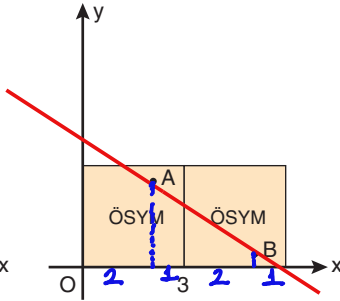
formülüyle hesaplanır.

Üzerinde ÖSYM yazılı olan ve bir kenar uzunluğu 3 birim olan kare şeklinde iki özdeş kağıttan birinin üzerinde A, diğ-  
ğinin üzerinde B noktası işaretlenmiştir. Dik koordinat dü-  
zleminde bu iki kağıt aralarında boşluk kalmadan kağıtların  
tamamı görünecek biçimde

- Şekil 1'deki gibi üst üste yerleştirildiğinde A ve B noktaları  $x = 2$  doğrusu üzerinde,
- Şekil 2'deki gibi yan yana yerleştirildiğinde ise A ve B noktaları  $2x + 3y = 12$  doğrusu üzerinde bulunmak-  
tadır.



Şekil 1



Şekil 2

Buna göre, Şekil 2'de A ve B noktaları arasındaki uzak-  
lık kaç birimdir?

- A)  $\sqrt{13}$  B)  $\sqrt{15}$  C)  $2\sqrt{3}$   
D) 3 E) 4

$A(2, m)$  ve  $B(5, n)$  olsun.

MSÜ 2020

$$2x + 3y = 12$$

$$4 + 3m = 12 \quad 10 + 3n = 12$$

$$m = \frac{8}{3} \quad n = \frac{2}{3}$$

$$|AB| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

10. Köşeleri  $A(3, 1)$ ,  $B(5, 3)$ ,  $C(2, 5)$  ve  $D(a, b)$  köşegenleri  
[AC] ve [BD] olan paralelkenarın [BD] köşegeninin uzun-  
luğu kaç birimdir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$3 + 2 = a + 5 \quad 1 + 5 = b + 3$$

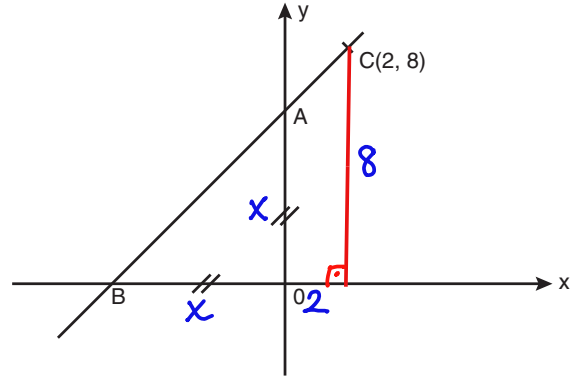
$$a = 0 \quad b = 3$$

2010 YGS

$$B(5, 3) \quad D(0, 3)$$

$$|BD| = 5$$

- 11.



Şekilde  $|OB| = |OA|$  ve  $C(2, 8)$  noktası AB doğrusu üye-  
rinde olduğuna göre, AOB dik üçgeninin alanı kaç bi-  
rimkaredir?

- A) 12 B) 15 C) 18 D) 21 E) 24

$$\frac{x}{x+2} = \frac{x}{8}$$

$$x = 6$$

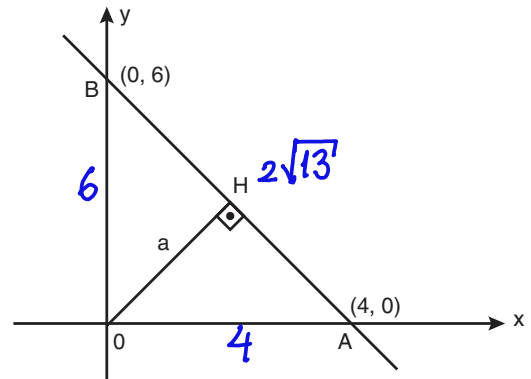
$$A(\triangle AOB) = \frac{6 \cdot 6}{2}$$

$$= 18$$

2001 ÖSS

- 12.

$[OH] \perp AB$ ,  $B(0, 6)$ ,  $A(4, 0)$ ,  $|OH| = a$



Yukarıdaki verilere göre,  $|OH| = a$  kaç birimdir?

- A)  $\frac{4}{\sqrt{13}}$  B)  $\frac{6}{13}$  C)  $\frac{8}{\sqrt{13}}$  D)  $\frac{12}{\sqrt{13}}$  E)  $\frac{18}{13}$

$$0 \cdot 2\sqrt{13} = 6 \cdot 4$$

$$a = \frac{12}{\sqrt{13}}$$

1997 ÖSS

1. E	2. A	3. B	4. E	5. B	6. A
7. B	8. B	9. A	10. E	11. C	12. D

