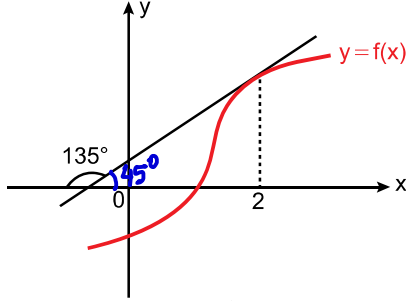


1. Aşağıda $f(x)$ fonksiyonunun grafiğine $x = 2$ apsisli noktada teğet olan doğru çizilmiştir.



$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2)$$

$f(x)$ fonksiyonuna $x=2$ noktasında çizilen teğetin eğimi (Teğetin x eksenine ile pozitif yönlü yaptığı açının tanjant değeri)

$$f'(2) = \tan 45 = 1$$

2. Tanımlı olduğu aralıkta,

$$f(x) = (x - 1)(\sqrt{x} + 1)$$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$f'(x) = 1(\sqrt{x} + 1) + (x - 1) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(1) = 2 + 0 = 2$$

3. f ve g türevlenebilir birer fonksiyon olmak üzere,

$$f(3x - 1) = g(x^2 + 1) - x^2 + 6x$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $f'(-1)$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$3 \cdot f'(3x - 1) = 2x \cdot g'(x^2 + 1) - 2x + 6$$

$$x=0 \text{ için } 3 f'(-1) = 6$$

$$f'(-1) = 2$$

4. Gerçek sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = |x + 2|$$

fonsiyonu veriliyor.

Buna göre,

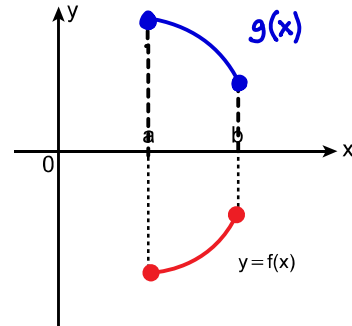
- f fonksiyonu $x = -2$ apsisli noktada sürekli olmasına rağmen türevsizdir.
- f fonksiyonunun görüntü kümesi $[0, \infty)$ dır.
- f çift fonksiyondur.

✓ I. $f(x) = \begin{cases} x+2, & x \geq -2 \\ -x-2, & x < -2 \end{cases}$ $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = f(-2)$ olduğundan, f $x = -2$ de sürekli $f'((-2)^+) = 1$ $f'((-2)^-) = -1$ $x = -2$ de f türevsiz.

✓ II. Tüm x gerçek sayıları için $|x+2| \geq 0$ olduğundan görüntü kümesi $[0, \infty)$ dur.

X III $f(x) = |x+2|$, $f(-x) = f(x)$ koşulunu sağlamaz.

5. Aşağıda $[a, b]$ aralığında f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$\begin{aligned} x &> 0 \\ g(x) &> 0 \\ g'(x) &< 0 \\ f(x) &< 0 \\ f'(x) &> 0 \\ x &> 0 \end{aligned}$$

$g(x) = |f(x)|$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

- $y = g^2(x)$
- $y = f(x) \cdot g(x)$
- $y = f^3(x)$

E fonksiyonlarından hangileri aynı aralıkta artandır?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III D) I ve II E) II ve III

I. $y' = 2 \cdot g(x) \cdot g'(x) = -$ azalan

II. $y' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x) = +$ artan

III. $y' = 3 \cdot f^2(x) \cdot f'(x) = +$ artan

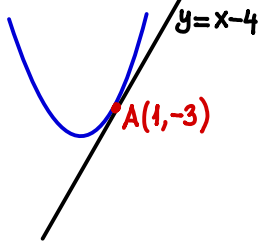
6.

$$f(x) = y = x^2 - ax + b + 1$$

fonksiyonunun grafiğine $x = 1$ apsisi noktasında teğet olan doğru $y = x - 4$ olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

B

- A) -2 B) -3 C) -4 D) -5 E) -6



$$f(1) = 1 - a + b + 1 = -3$$

$$a - b = 5$$

$$f'(x) = 2x - a$$

$$f'(1) = 2 - a = 1$$

$$a = 1$$

$$a = 1 \text{ ise } 1 - b = 5$$

$$b = -4$$

$$a + b = 1 - 4 = -3$$

7.

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$$

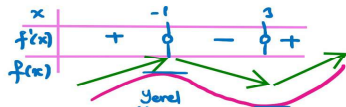
fonksiyonunun yerel ekstremum noktalarının ordinatları toplamı kaçtır?

A

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x^2 - 2x - 3)$$

$$f'(x) = 3(x-3)(x+1)$$

isaret tablosunu inceleyelim.

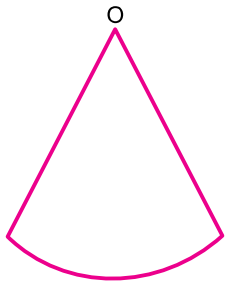


Yerel Max değeri $f(-1) = 6$

Yerel Min değeri $f(3) = -26$

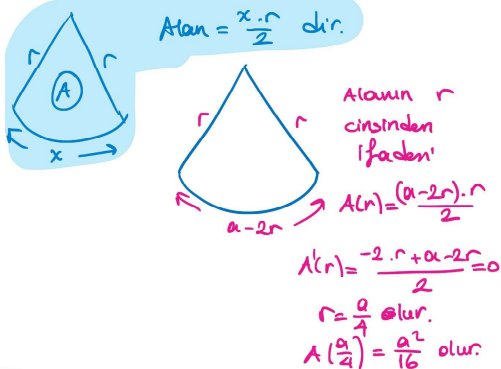
$$f(-1) + f(3) = 6 - 26 = -20$$

8.

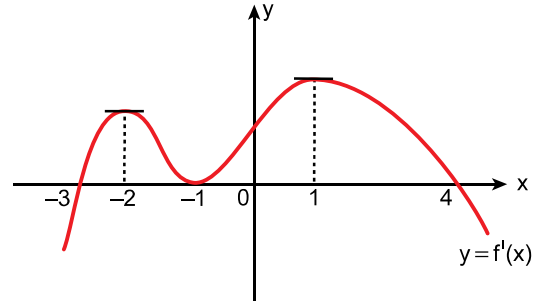


a cm uzunluğundaki bir tel bükülerek şekildeki gibi bir daire dilimi elde ediliyor.

B Buna göre, bu dilimin alanı en çok kaç cm^2 dir?



9.



Şekilde, $y = f'(x)$ türev fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

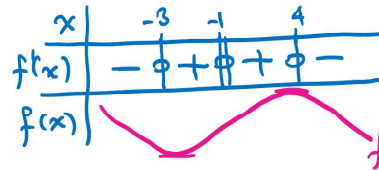
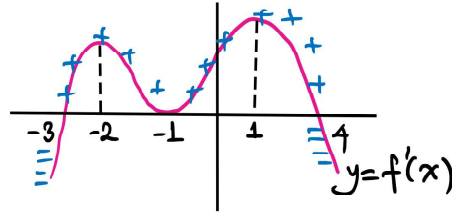
B Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $x = -3$ apsisi nokta f fonksiyonunun yerel minimum noktasının apsisi.

B) f fonksiyonunun $x = -1$ de yerel minimumu vardır.

C) f fonksiyonunun $x = 4$ te yerel maksimumu vardır.

D) $f(6) < f(5)$ tir.



$x = -3$ te yerel min
 $x = 4$ te yerel max

10. a , b ve c sıfırdan farklı reel sayılardır.

- $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ fonksiyonunun iki tane $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$ $\Delta = 4a^2 - 4 \cdot 3b > 0 \Rightarrow a^2 - 3b > 0$
- $g(x) = (c - 3b)x^3 + bx^2 + 4cx + b$ fonksiyonunun bir $c - 3b = 0 \Rightarrow c = 3b$

Buna göre,

I. $h(x) = bx^3 + ax^2 + x + c$ fonksiyonunun iki tane ekstremum noktası vardır.

II. $g(x)$ fonksiyonunun ekstremum noktasının apsisi -6 'dır.

III. $k(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{ax^2}{2} + \frac{cx}{4}$ fonksiyonunun ekstremum noktası yoktur.

D ifadelerinden hangileri doğrudur?

I. $h'(x) = 3bx^2 + 2ax + 1$
 $\Delta = 4a^2 - 4 \cdot 3b = 4(a^2 - 3b) > 0$
iki tane ekstremum vardır.

II. $g(x) = bx^3 + 4cx + b$
 $x = -\frac{4c}{2b} = -\frac{4 \cdot 3b}{2b} = -6$

III. $k'(x) = x^2 + ax + \frac{c}{4}$
 $\Delta = a^2 - 4 \cdot 1 \cdot \frac{c}{4} = a^2 - c = a^2 - 3b > 0$
iki tane ekstremum vardır.

1.

$$f(x) = 3x^2 + 4$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x) - f(-2)}{x + 2}$$

B ifadesinin değeri kaçtır?

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x) - f(-2)}{x + 2} = f'(-2)$$

$$f(x) = 3x^2 + 4 \Rightarrow f'(x) = 6x$$

$$x = -2 \text{ için } f'(-2) = -12$$

2. $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$f(x) = 60 \cdot \sqrt{4 + \sqrt{x}}$$

E fonksiyonuna göre, $f'(25)$ kaçtır?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2

$$f'(x) = 60 \cdot \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{2\sqrt{4+\sqrt{x}}}$$

$$f'(25) = 60 \cdot \frac{\frac{1}{10}}{6} = 1$$

3.

$$f(x) = x^3 - mx^2 + nx + 1$$

fonksiyonu veriliyor.

$f'(x)$ fonksiyonunun grafiğine $x = 2$ apsisi nokta teğet olan doğru $f''(x)$ 'tir.

Buna göre, $n - m$ farkı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$f'(x) = 3x^2 - 2mx + n \text{ fonksiyonunun teğet doğrusu}$$

$$f''(x) = 6x - 2m \text{ olduğuna göre}$$

$$f'(2) = f''(2) \text{ ve } (f')'(2) = f''(2) = 6$$

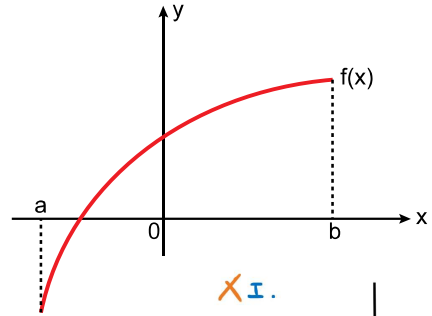
$$12 - 4m + n = 12 - 2m$$

$$f''(2) = 12 - 2m = 6 \Rightarrow m = 3$$

$$n = 6$$

$$n - m = 6 - 3 = 3$$

4.



X I.

Buna göre,

- I. $|f(x)|$
- II. $f(|x|)$
- III. $f(x) + 1$
- IV. $-f(x)$

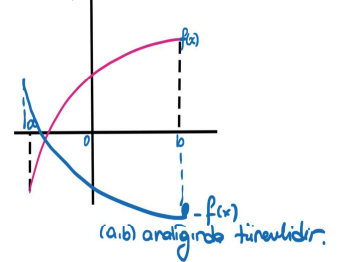
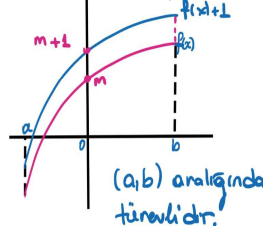
X II.

D

V A) ve B) ve V

D) ve V

E) ve V



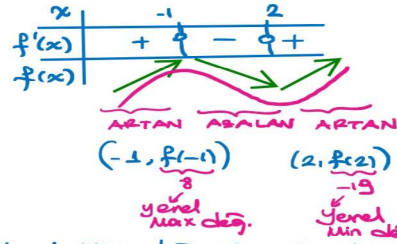
5.

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$$

E fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

$$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 6(x-2)(x+1)$$

$$x=2, x=-1$$



X A) Yerel min değeri -19 olduğundan yanlıştır.

X B) $x > 2$ için fonksiyon artan (tablodan) olduğundan yanlıştır.

X C) Yerel minimum nokta (2, -19) olduğundan yanlıştır.

X D) fonksiyon $(-\infty, -1]$, $[2, \infty)$ aralıklarında artan olduğundan yanlıştır.

E) Tablodan görüldüğü üzere yerel maksimum değeri 8 dir.

6. Bir dondurmacı külahı 50 TL'den günde 200 külah dondurma satmaktadır. Satış fiyatına yapılan her 1 TL'lik zam günlük satılan dondurma sayısını 2 azaltmaktadır. Dondurmacının günlük masrafı dondurma başına 40 TL'dir.

200 dondurma satışında 1 dondurmadan elde edilen kar $90 - 40 = 10$ kr

200 dondurma $\times 10$ kr
(200-2) dondurma $\times (10+1)$ kr
(200-2.2) dondurma $\times (10+2.1)$ kr
...

(200-2x) dondurma $\times (10+x.1)$ kr (Elde edilen kar)

Dondurma Sayısı 1 dondurmadan elde edilen kar

Toplam karın x'e bağlı ifadesi

$$K(x) = (200 - 2x) \cdot (10 + x)$$

$$K'(x) = -2(10 + x) + (200 - 2x) \cdot 1 = 0$$

$$\Rightarrow x = 45 \text{ olur}$$

Dondurma Sayısı 200-2x

$$x = 45 \text{ için } 200 - 90 = 110 \text{ olur}$$

7.

$$f(x) = y = \frac{2x^3}{3} - 6x^2 + x + 1$$

eğrisine hangi noktada teğet olan doğrunun eğimi en küçüktür?

B

A) (3, -16) B) (3, -32) C) (3, -8)

D) (-3, -32) E) (-3, -16)

$$y' = 2x^2 - 12x + 1 \text{ (Eğim)}$$

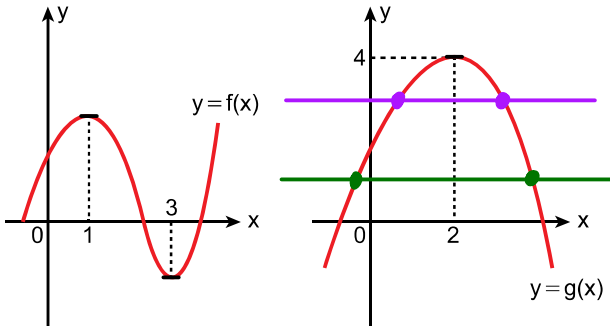
$$y'' = 4x - 12 = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$f'(3) = 2 \cdot 9 - 54 + 3 + 1$$

$$f'(3) = -32$$

(3, -32) için eğim en küçük olur

8. Aşağıda, f ve g fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre, $(f \circ g)'(x) = 0$ denkleminin kaç farklı gerçel kökü vardır?

D

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$g'(x) \cdot f'(g(x)) = 0$$

$$g'(x) = 0 \vee f'(g(x)) = 0$$

$$x = 2$$

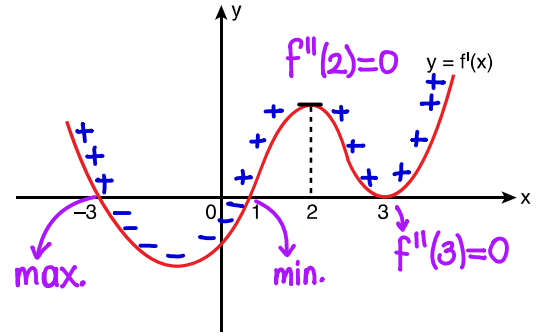
$$g(x) = 1 \vee g(x) = 3$$

iki kök

iki kök

5 tane kök vardır

9. Aşağıda, f fonksiyonunun türevinin grafiği gösterilmiştir.



Buna göre,

I. f fonksiyonu $[-3, 1]$ aralığında azalır.

II. $f'(1) = f'(2)$ $f'(1) = 0$ $f''(2) = 0$

III. f fonksiyonunun 3 tane ekstremum noktası vardır. -3 ve 1 ifadelerinden hangileri doğrudur? 2 tane ekstremum vardır.

B

A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III

D) I ve III

E) I, II ve III

10. Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı f ve g fonksiyonlarının türevleri sırasıyla f' ve g' olmak üzere,

$$f(x) = x^3 - 12x + 1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 12$$

$$g(x) = x^4 - 32x - 2 \Rightarrow g'(x) = 4x^3 - 32$$

fonsiyonları veriliyor.

Buna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

- C ifadesinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3(x-2) \cdot (x+2)}{4(x-2) \cdot (x^2+2x+4)} = \frac{3 \cdot 4}{4 \cdot 12} = \frac{1}{4}$$

1.

$$f(x) = ax^3 + x^2 - 2x + 1$$

fonksiyonu veriliyor.

$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2}$$

A ifadesinin $x = 1$ için değeri 14 olduğuna göre, a kaçtır?

- ✓ A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$f'(x) = 3ax^2 + 2x - 2$$

$$f''(x) = 6ax + 2$$

$$f''(1) = 6a + 2 = 14$$

$$6a = 12$$

$$a = 2$$

2. Tanımlı olduğu aralıkta,

$$f^2(\sqrt{x}) = 5x^2 + 1$$

C olduğuna göre, $f(2) \cdot f'(2)$ çarpımının sonucu kaçtır?

- A) 120 B) 100 ✓ C) 80 D) 60 E) 40

Eşitliğin her iki tarafının türevini alalım.

$$2 f(\sqrt{x}) \cdot f'(\sqrt{x}) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = 10x$$

$$x = 4 \text{ için } 2 f(2) \cdot f'(2) \cdot \frac{1}{4} = 40$$

$$f(2) \cdot f'(2) = 80$$

3.

$$g^{-1}(2x) = f(3x)$$

eşitliği veriliyor.

B Buna göre, $(g \circ f)'(5)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ ✓ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) 2

$$g^{-1}(2x) = f(3x) \Rightarrow g(g^{-1}(2x)) = g(f(3x))$$

$$\Rightarrow (g \circ f)(3x) = 2x \quad (\text{Her iki tarafın türevini alalım.})$$

$$\Rightarrow g'(f(3x)) \cdot f'(3x) \cdot 3 = 2 \quad (\text{İstenilen } g'(f(5)) \cdot f'(5))$$

$$x = \frac{5}{3} \text{ için } g'(f(5)) \cdot f'(5) = \frac{2}{3}$$

4. a ve b birer gerçel sayı olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + a & , \quad x > 1 \\ ax + b & , \quad x \leq 1 \end{cases}$$

$x=1$ noktasında sürekli olduğundan

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1)$$

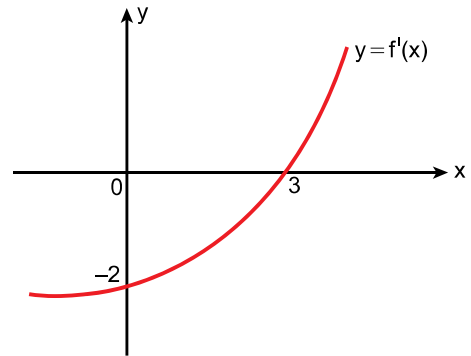
$$1+a = a+b \Rightarrow b=1 \text{ olur.}$$

$x=1$ de türevsiz olduğundan

$$f'(1^+) \neq f'(1^-) \quad f'(x) = \begin{cases} 2x & , \quad x > 1 \\ a & , \quad x < 1 \end{cases}$$

$a \neq 2$ ve $b=1$ ise $a+b \neq 3$ tür.

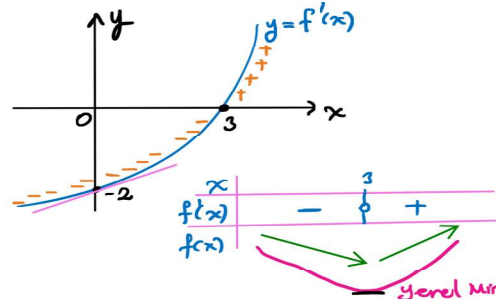
5. Aşağıda, $y = f(x)$ fonksiyonunun türevinin grafiği gösterilmiştir.



Buna göre,

- I. $y = f(x)$ fonksiyonunun yerel minimum noktasının apsisi 3'tür.
- II. $f(1) > f(2) > f(3)$ tür.
- III. $f'(0) > f''(0)$ dir.

C



- ✓ I. Yerel min. noktasının apsisi tablodan $x=3$ olduğu görülüyor.
- ✓ II. 1, 2 ve 3 noktaları azalan aralığa girdiğinden $1 < 2 < 3$ için $f(1) > f(2) > f(3)$ olur.
- ✗ III. $f'(x)$ fonksiyonunun grafiği üzerinde $x=0$ noktasında çizilen teğetin eğimi pozitif olduğundan $f''(0) > 0$ yine $x=0$ noktasında görüldüğü $f'(0) = -2$ dolayısıyla $f''(0) > f'(0)$ olmalı.

6. Gerçek sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = 2x^2 + 4x - 4$$

fonksiyonunun grafiği y-eksenini A noktasında kesmektedir.

Buna göre, f fonksiyonunun grafiğine A noktasında teğet olan doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f'(2x)$ B) $f'(x-1)$ C) $f'(x+1)$
☒ D) $f'(x-2)$ E) $f'(x+2)$

$$x=0 \text{ için } y=-4 \quad A(0, -4)$$

$$f'(x) = 4x + 4 \Rightarrow f'(0) = 4$$

$$y + 4 = 4(x - 0) \Rightarrow y = 4x - 4$$

$$y = f'(x-2)$$

7. $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = 2x - \sqrt{x}$$

fonksiyonunun yerel minimum değeri kaçtır?

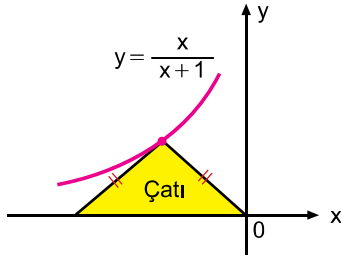
- A) $\frac{-3}{16}$ ☒ B) $\frac{-1}{8}$ C) $\frac{-1}{16}$ D) 0 E) $\frac{1}{4}$

$$f'(x) = 2 - \frac{1}{2\sqrt{x}} = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \frac{1}{16}$$

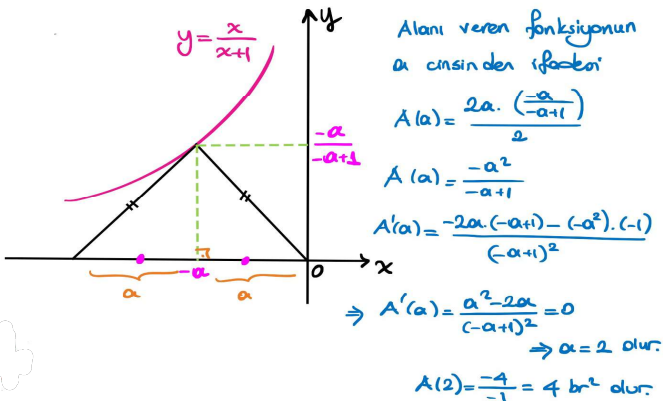
$$f\left(\frac{1}{16}\right) = 2 \cdot \frac{1}{16} - \sqrt{\frac{1}{16}}$$

$$f\left(\frac{1}{16}\right) = \frac{1}{8} - \frac{1}{4} = -\frac{1}{8}$$

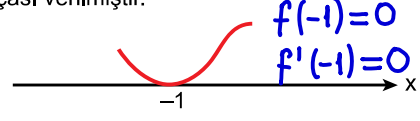
8. Aşağıda bir binanın çatısı ve çatısı üzerindeki bir noktaya monte edilmiş çanak antenin karşından görünüşü verilmiştir.



Verilen görüntüde; çatı ikizkenar üçgen, çanak anten ise $y = \frac{x}{x+1}$ eğrisinin ikinci bölgedeki bir kısmıdır.



9. Aşağıda, $y = f(x)$ fonksiyonunun dik koordinat düzleminde bir parçası verilmiştir.



$$f'(x) = -ax^2 + x - 2$$

- E olduğuna göre, $f(0)$ kaçtır?

- A) -10 B) $\frac{-15}{2}$ C) $\frac{-9}{2}$ D) $\frac{-7}{2}$ ☒ E) $\frac{-3}{2}$

$$f'(-1) = -a - 1 - 2 = 0 \Rightarrow a = -3$$

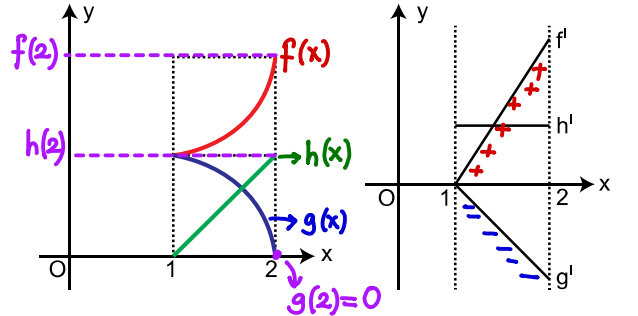
$$f'(x) = 3x^2 + x - 2$$

$$f(x) = x^3 + \frac{x^2}{2} - 2x + C$$

$$f(-1) = -1 + \frac{1}{2} + 2 + C = 0 \Rightarrow C = -\frac{3}{2}$$

$$f(0) = C = -\frac{3}{2}$$

10. Aşağıda $[1, 2]$ aralığında f, g ve h fonksiyonlarının grafikleri, grafiklerin hangi fonksiyona ait olduğu verilmeden Şekil 1'de ve bu fonksiyonların türevlerinin grafikleri Şekil 2'de gösterilmiştir.



Şekil 1

Şekil 2

Buna göre; $f(2)$, $g(2)$ ve $h(2)$ değerlerinin doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) ☒ $g(2) < h(2) < f(2)$ B) $g(2) < f(2) < h(2)$
 C) $h(2) < g(2) < f(2)$ D) $h(2) < f(2) < g(2)$

$$E) f(2) < h(2) < g(2)$$

$$g(2) < h(2) < f(2)$$

1.

$$f(2x+1) = \frac{1}{(x^2+1)^2}$$

olduğuna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{3 - x}$$

c limitinin değeri kaçtır?

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = - \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = -f'(3)$$

$$f(2x+1) = (x^2+1)^{-2} \Rightarrow f'(2x+1) \cdot 2 = -2 \cdot (x^2+1)^{-3} \cdot 2x$$

$$x=1 \text{ için } 2 f'(3) = -\frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow f'(3) = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow -f'(3) = \frac{1}{4}$$

2.

$$\frac{g(x)}{f(x)} = (a-2)x^2 + bx + 1$$

fonksiyonu veriliyor.

Her x gerçel sayısı için,

$$f(x) \cdot g'(x) - g(x) \cdot f'(x) = f^2(x)$$

c olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5

$$\frac{g'(x)}{f(x)} = 2(a-2)x + b \quad (\text{Her iki tarafın türevini alalım.})$$

$$\frac{g'(x) \cdot f(x) - g(x) \cdot f'(x)}{f^2(x)} = 2(a-2)x + b$$

$$\frac{f^2(x)}{f^2(x)} = 1 = 2(a-2)x + b$$

$$2a - 4 = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$b = 1$$

Her x ∈ ℝ için polinom eşitliği

$$a + b = 3$$

3.

$$f(x) = |x^2 + (a-1)x + 4|$$

fonksiyonu her x gerçel sayısı için türevlidir.

Buna göre, a'nın alabileceği tam sayı değerleri toplamı kaçtır?

E

a ≠ 0 olmak üzere f(x) = |ax²+bx+c| fonksiyonunun her x ∈ ℝ için türevli olması için ax²+bx+c = 0 denkleminin Δ = B² - 4.A.C ≤ 0 koşulunu sağlaması gerekir.

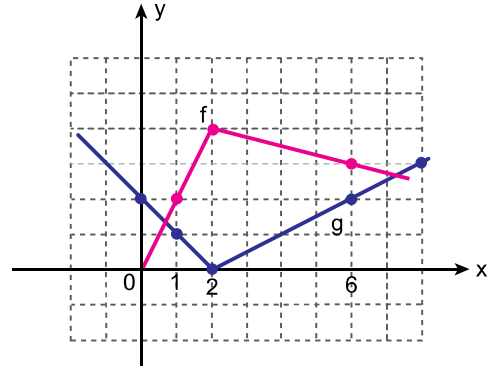
$$f(x) = |x^2 + (a-1)x + 4| \quad \Delta \leq 0 \text{ için}$$

$$(a-1)^2 - 4 \cdot 4 \leq 0 \Rightarrow (a-1)^2 \leq 16 \Rightarrow -4 \leq a-1 \leq 4$$

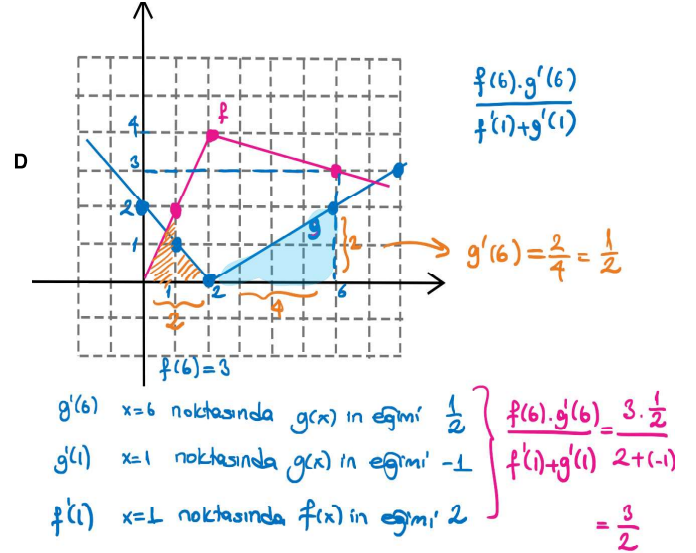
$$\Rightarrow -3 \leq a \leq 5$$

a'nın alacağı tam sayı değerleri toplamı
-3 -2 -1 + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 9 olur.

4.



Yukarıda, birim kareli zeminde f ve g fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



5. f(x) ve g(x) sürekli ve türevlenebilir birer fonksiyon olmak üzere,

$$g'(1) = g(1) = 1$$

$$f(x) = g^2(x)$$

olduğuna göre, y = (f ∘ f)(x) fonksiyonunun grafiğine x = 1 apsisli noktada teğet olan doğrunun eğimi kaçtır?

C

A) 1

B) 2

✓ 4

D) 8

E) 12

y = (f ∘ f)(x) fonksiyonuna x=1 noktasında çizilen teğetin eğimi f'(f(1)) · f'(1) dir.

$$f(x) = g^2(x) \Rightarrow f(1) = g^2(1) = 1^2 = 1$$

$$f'(x) = 2g(x) \cdot g'(x) \Rightarrow f'(1) = 2g(1) \cdot g'(1) = 2$$

$$f'(f(1)) \cdot f'(1) = 4 \text{ olur.}$$

6. • $f(x)$, tüm gerçel sayılarda türevlenebilir azalan bir fonksiyondur.
• $f(x)$ fonksiyonunun eğimi sıfır olan herhangi bir teğet doğrusu yoktur.

$$\frac{f'(x) \cdot (2-x)}{x+3} < 0$$

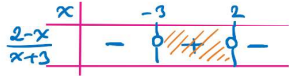
Eğimi herhangi bir noktada sıfır olmayan $f(x)$ fonksiyonu tüm reel sayılar için azalan bir fonksiyon ise tüm reel sayılar için $f'(x) < 0$ dir.

C

$$\frac{f'(x) \cdot (2-x)}{(x+3)} < 0 \text{ eşitsizliği için}$$

$$\frac{2-x}{x+3} > 0 \text{ olmalıdır.}$$

$$\begin{array}{cc} 2-x=0 & x+3=0 \\ x=2 & x=-3 \end{array}$$



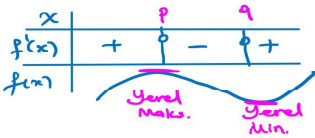
Bu aralıktaki tam sayılar $-2, -1, 0, 1$ 4 tane dir.

7. $a > 0$ olmak üzere,

$$f(x) = 2x^3 - 9ax^2 + 12a^2x + 1$$

fonsiyonunun $x = p$ ve $x = q$ apsisi noktalarında sırasıyla yerel maksimum ve yerel minimumu vardır.

- C $p^2 = q$ olduğuna göre, a kaçtır?



$$f'(x) = 6x^2 - 18ax + 12a$$

$$p+q=3a \quad (p^2=q)$$

$$p \cdot q = 4a$$

$$\frac{p+p^2}{p^3} = \frac{a}{4} \Rightarrow \frac{1+p}{p^2} = \frac{a}{4}$$

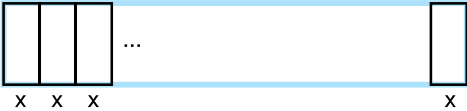
$$3p^2 - 4p - 4 = 0$$

$$3p^2 - 4p - 4 = 0$$

$$p+q=3a$$

$$6 = 3a \Rightarrow a = 2$$

8. Kısa kenarı x birim ve alanı 2000 birimkare olan bir dikdörtgenden x tane yan yana dizerek aşağıda mavi renkle gösterilen dikdörtgen elde edilmiştir.



Buna göre, elde edilen dikdörtgenin çevre uzunluğu



x tane uzunluğu $x \cdot x = x^2$ olur.

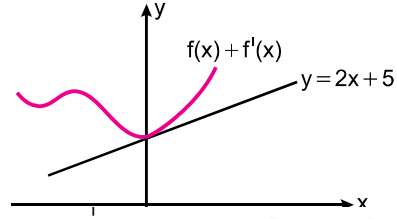
Çevrenin x cinsinden esit

$$G(x) = 2(x^2 + \frac{2000}{x}) \Rightarrow G'(x) = 2(2x - \frac{2000}{x^2}) = 0$$

$$\Rightarrow x^3 = 1000 \Rightarrow x = 10 \text{ olur.}$$

$$G(10) = 600 \text{ olur.}$$

9. Aşağıda, $f(x) + f'(x)$ fonksiyonunun grafiği ve bu grafiğe $x = 0$ apsisi noktasında teğet olan doğru gösterilmiştir.



doğrunun y eksenini kestiği nokta $(0,5)$ tir. Bu nokta $f(x) + f'(x)$ fonksiyonunun da sağlar. Yani $f(0) + f'(0) = 5$ tir.

C

$f(x) + f'(x)$ fonksiyonunun $x=0$ noktasındaki türev değeri $f'(0) + f''(0)$ doğrunun eğimi olan 2 dir.

$$f'(0) + f''(0) = 2$$

$$f(0) + f'(0) = 5$$

$$f(0) + f''(0) = 2$$

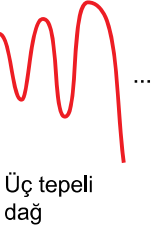
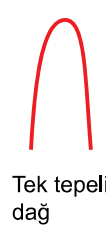
$$f(0) - f''(0) = 3$$

10. Aşağıda eğrilerin, dağ olarak adlandırılışı verilmiştir.

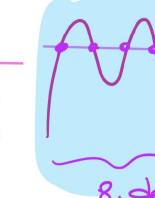
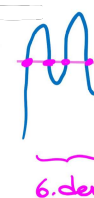
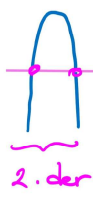
Şekil 1

Şekil 2

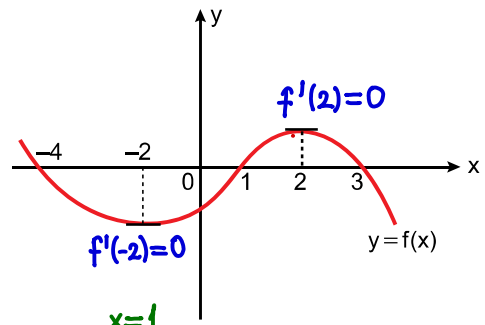
Şekil 3



D

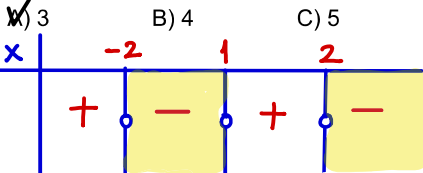


11. Aşağıda, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği gösterilmiştir.



Buna göre, $(x-1) \cdot f'(x) < 0$ eşitsizliğini sağlayan en küçük iki doğal sayının toplamı kaçtır?

A



$$0 + 3 = 3$$

1. $x \neq 1$ olmak üzere,

$$(x+1) \cdot (x^2+1) \cdot (x^4+1) = \frac{g(x)}{x-1}$$

eşitliği veriliyor.

İçer - dışlar çarpımından

$$g(x) = (x-1) \cdot (x+1) \cdot (x^2+1) \cdot (x^4+1)$$

$$g(x) = (x^2-1) \cdot (x^2+1) \cdot (x^4+1)$$

$$g(x) = (x^4-1) \cdot (x^4+1)$$

$$g(x) = x^8 - 1 \Rightarrow g'(x) = 8x^7$$

$$x=2 \text{ için } g'(2) = 8 \cdot 2^7 = 2^3 \cdot 2^7 = 2^{10} = 4^5 //$$

2. $P(x)$, ikinci dereceden bir polinom fonksiyondur.

$$P(2x) = 4 \cdot P(x)$$

olduğuna göre, $\frac{P'(6)}{P'(2)}$ oranı kaçtır?

C

$$P(x) = ax^2 + bx + c$$

$$P(2x) = 4ax^2 + 2bx + c$$

$$P(2x) = 4 \cdot P(x) \Rightarrow 4ax^2 + 2bx + c = 4(ax^2 + bx + c)$$

$$\Rightarrow 4ax^2 + 2bx + c = 4ax^2 + 4bx + 4c \quad 2b = 4b \Rightarrow b = 0$$

$$c = 4c \Rightarrow c = 0 \text{ olmalı.}$$

$$P(x) = ax^2 \text{ olur. } P'(x) = 2ax$$

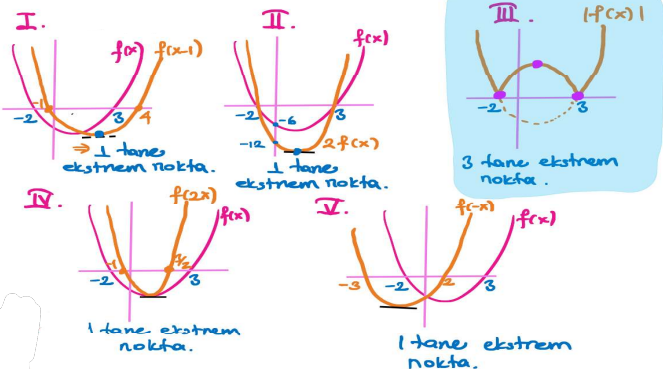
$$\left. \begin{array}{l} P'(6) = 12a \\ P'(2) = 4a \end{array} \right\} \frac{P'(6)}{P'(2)} = 3 \text{ olur.}$$

3. $f(x) = x^2 - x - 6$

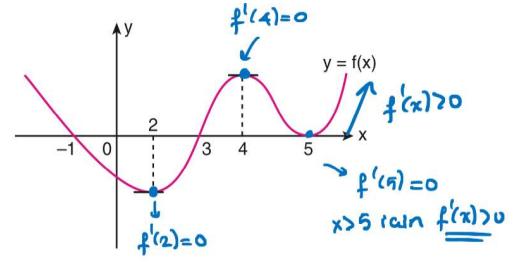
fonsiyonu veriliyor.

Buna göre,

- $f(x-1)$
- $2f(x)$
- $|f(x)|$
- $f(2x)$



- 4.

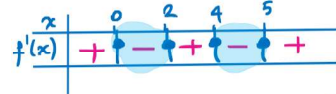


Yukarıda, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$$x \cdot f'(x) \leq 0$$

$x=0, x=2, x=4, x=5$

C



Cözüm aralığı $[0, 2] \cup [4, 5]$

Bu aralıktaki x tam sayıları toplamı

$$0 + 1 + 2 + 4 + 5 = 12 \text{ dir.}$$

5. $A(-1, 2)$ ve $B(3, p)$ noktalarından geçen AB doğrusu $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğine AB doğru parçasının orta noktasında teğettir.

$$\frac{f(1)}{f'(1)} = 6$$

$$0 \left(\frac{-1+3}{2}, \frac{p+2}{2} \right) = 0 \left(1, \frac{p+2}{2} \right)$$

$$m_{AB} = \text{Eğim} = \frac{p-2}{3-(-1)} = \frac{p-2}{4}$$

- E olduğuna göre, $f(1) \cdot f'(1)$ çarpımı kaçtır?

A) 4

B) 3,5

C) 3

D) 2,5

E) 1,5

$$f(1) = \frac{p+2}{2}$$

$$f'(1) = \frac{p-2}{4} \text{ (Eğim)}$$

$$f(1) = 6 \cdot f'(1) \Rightarrow \frac{p+2}{2} = 6 \cdot \frac{p-2}{4}$$

$$p+2 = 3p-6 \Rightarrow 2p = 8 \Rightarrow p = 4$$

$$f(1) \cdot f'(1) = \frac{6}{2} \cdot \frac{2}{4} = \frac{3}{2} = 1,5$$

- 6.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{a}, & x < 1 \\ \frac{a-2x}{b}, & x \geq 1 \end{cases}$$

fonsiyonu türevlenebilir bir fonksiyondur.

- C Buna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

A) -2

B) -1

C) 0

D) 1

E) 2

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{a-2x}{b} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2-1}{a} \Rightarrow \frac{a-2}{b} = 0$$

$$a-2=0 \Rightarrow a=2$$

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{2x}{a}, & x < 1 \\ -\frac{2}{b}, & x > 1 \end{cases}$$

$$\frac{2}{a} = -\frac{2}{b} \Rightarrow b = -a$$

$$a+b = 2-2 = 0$$

7. m, n gerçel sayılar olmak üzere, gerçel sayılarda tanımlı

$$f(x) = x^3 + mx^2 + \frac{nx}{3}$$

fonksiyonu veriliyor.

$m^2 > n$ olduğuna göre,

- ✗ f fonksiyonu daima azalandır.
 ✓ f fonksiyonunun 2 tane ekstremumu vardır.
 ✓ f(x) = 0 denkleminin üç farklı gerçel kökü vardır.

D ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II

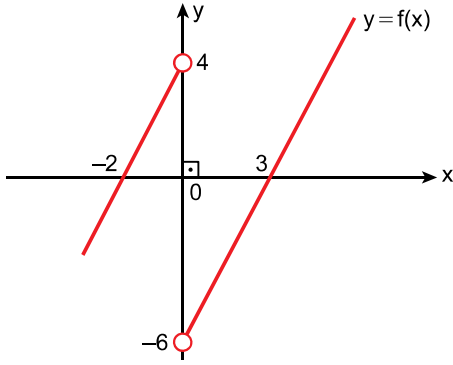
$$f'(x) = 3x^2 + 2mx + \frac{n}{3}$$

$$\Delta = 4m^2 - 4 \cdot 3 \cdot \frac{n}{3}$$

$$\Delta = 4(m^2 - n)$$

$$\Delta > 0 \text{ daima pozitif}$$

8.



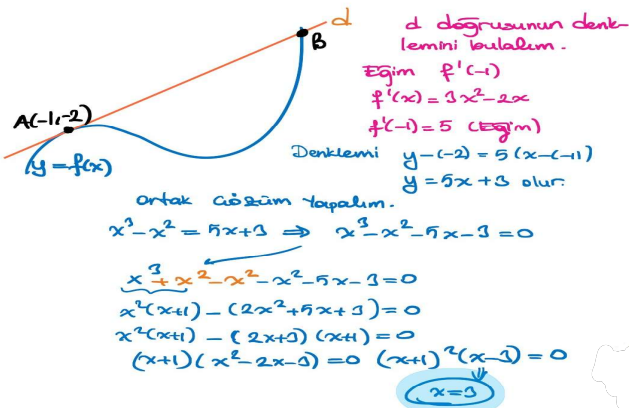
$$f(x) = \begin{cases} 2x+4, & x < 0 \\ 2x-6, & x > 0 \end{cases}$$

$$x < 0 \text{ için } 2x+4 = (2x+4)' \Rightarrow 2x+4 = 2 \Rightarrow x = -1$$

$$x > 0 \text{ için } 2x-6 = (2x-6)' \Rightarrow 2x-6 = 2 \Rightarrow x = 4$$

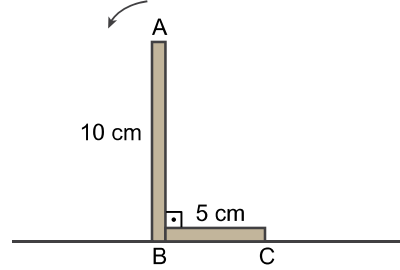
$$-1+4 = 3 //$$

9. $f(x) = x^3 - x^2$ eğrisinin A(-1, -2) noktasındaki teğeti, eğriyi bir B noktasında kesiyor.

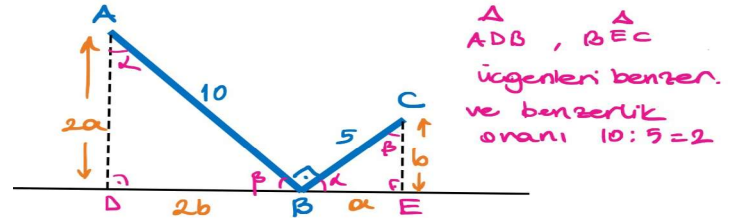
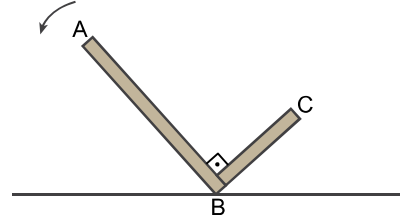


10. Şekilde kalınlıkları önemsenmeyen 10 ve 5 cm uzunluğunda iki çubuk gösterilmiştir.

Bu çubuklar birbirine B noktasında sabitlenmiş olup bu çubuklardan birinin hareket etmesi diğerini de harekete geçirmektedir.



AB çubuğu B noktası sabit kalmak üzere sol tarafa doğru iteklendiğinde sistem sol tarafa aşağıdaki gibi hareket ederek devrilmiştir.



$2a+b$ ifadesinin en büyük değerini istiyoruz.
 $a^2 + b^2 = 25 \Rightarrow b = \sqrt{25 - a^2}$ olduğundan.

$2a+b$ ifadesinin a cinsinden esiti,
 $f(a) = 2a + \sqrt{25 - a^2} \Rightarrow f'(a) = 2 + \frac{-2a}{2\sqrt{25 - a^2}} = 0$

$$2\sqrt{25 - a^2} = a \Rightarrow 4(25 - a^2) = a^2 \Rightarrow a = 2\sqrt{5}$$

$$f(2\sqrt{5}) = 4\sqrt{5} + \sqrt{5} = 5\sqrt{5} //$$

- 11.

$$y = x^3 - (a+1)x^2 + 3x - 4$$

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

daima artan
 $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$
 için $\Delta \leq 0$

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

daima artan
 tüm teğetler pozitif eğimli
 $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$
 için $\Delta < 0$ olmalı.

$$y = x^3 - (a+1)x^2 + 3x - 4$$

$$\Rightarrow y' = 3x^2 - 2(a+1)x + 3 \quad \Delta < 0 \text{ alınırsa}$$

$$4(a+1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 < 0$$

$$(a+1)^2 < 9 \Rightarrow -3 < a+1 < 3$$

$$-4 < a < 2$$

a'nın en küçük tam sayı değeri
 -3 tür.

1.

$$P(x) = 3x^2 - 6ax + 5$$

polinomunun $P'(x)$ polinomuna bölümünden kalan -7 'dir.

Buna göre, a 'nın alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

- A) -1 B) -3 C) -4 D) -6 E) -9

$$P'(x) = 6x - 6a = 0 \Rightarrow x = a$$

$$P(a) = 3a^2 - 6a^2 + 5 = -7$$

$$3a^2 - 12 = 0 \Rightarrow a^2 = 4$$

$$a = 2 \vee a = -2$$

$$2 \cdot (-2) = -4$$

2. $x > 0$ olmak üzere,

$$g(x) = f\left(\frac{\sqrt{x}}{f(x)}\right)$$

$$f(1) = f'(1) = 4 \text{ ve } f'\left(\frac{1}{4}\right) = 8$$

$$g'(x) = f'\left(\frac{\sqrt{x}}{f(x)}\right) \cdot \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot f(x) - \sqrt{x} \cdot f'(x)}{f^2(x)}$$

$$x=1 \text{ için } g'(1) = f'\left(\frac{1}{f(1)}\right) = \frac{\frac{1}{2} \cdot f(1) - f'(1)}{f^2(1)}$$

$$g'(1) = f'\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{\frac{1}{2} \cdot 4 - 4}{16} \Rightarrow g'(1) = -1$$

3. Her x gerçel sayısı için $f(x)$ türevli, $g(x)$ sürekli bir fonksiyondur. Yiğit adında bir öğrenci,

$$f(x) - f(2) = g(x) \cdot (x^3 - 8)$$

eşitliğini kullanarak f fonksiyonunun $x = 2$ 'deki türevini elde etmek istiyor.

İşlem adımları aşağıdaki gibidir.

$$I. f(x) - f(2) = g(x) \cdot (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$$

$$II. \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = g(x) \cdot (x^2 + 2x + 4)$$

$$III. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (g(x) \cdot (x^2 + 2x + 4))$$

$$IV. f'(2) = g(2) \cdot (2^2 + 2 \cdot 2 + 4) = 12 \cdot g(2)$$

I. adımda küp çarılımı yapmıştır. (Hata yok)

II. adımda her ilki tarafı $(x-2)$ çarpanına bölmüştür. (Hata yok)

III. adımda birbirine eşit iki fonksiyonun $x=2$ noktasındaki limit değeri hesaplanmıştır. (Hata yok)

IV. adımda $g(x)$ sürekli olduğundan $g(x)$ in limit değeri $g(2)$ olarak alınmıştır. (Hata yok)

Her bir adımda hata yapılmamıştır.

4. $x_0 \in \mathbb{R}$ olmak üzere, her x gerçel sayısı için sürekli olan $f(x)$ fonksiyonunda

$$f'(x_0^+) \cdot f'(x_0^-) < 0$$

olduğuna göre,

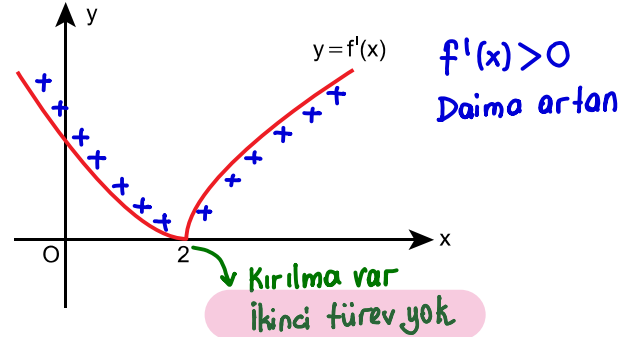
- I. x_0 , $f(x)$ fonksiyonunun bir ekstremum noktasının apsisidir.
II. $f(x)$ fonksiyonunun x_0 da limiti vardır.
III. $f(x)$ fonksiyonunun x_0 da türevi vardır.

B ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

$f(x)$, $x=x_0$ noktasında türevli olsaydı. $f'(x_0^+) = f'(x_0^-)$ (aynı işaretli) olurdu. Türevsiz ama sürekli bir nokta sırtı nokta ağıdır.

$(x_0, f(x_0))$ ekstremum noktasıdır. Sürekli olduğundan limitlidir. I ve II doğrudur. Bu noktada türev yoktur.

5. Gerçel sayılar kümesi üzerinde türevlenebilir f fonksiyonunun türevi olan f' türev fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



Buna göre,

- I. $f(x)$ fonksiyonu artandır. ✓
II. $f(x)$ fonksiyonu bire birdir. ✓
III. $f(x)$ fonksiyonu her noktada türevlenebilirdir. $f'(2) = 0$

E ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

I. $f'(x) > 0$ daima artan

II. Daima artan olduğu için bire bir ve örten

III. Her noktada türevlidir.

1. Üçüncü dereceden $P(x)$ polinomunun katsayıları kümesi

$$A = \{-2, 3\}$$

olduğuna göre, $P'(-2)$ ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

D

- A) 32 B) 39 C) 43 D) 47 E) 50

$$P(x) = 3x^3 - 2x^2 + 3x + 3 \rightarrow \text{Katsayılar } P'(-2) \text{ en büyük olacak şekilde seçildi.}$$

$$P'(x) = 9x^2 - 4x + 3$$

$$P'(-2) = 36 + 8 + 3$$

$$P'(-2) = 47$$

2. $f(x) = \frac{x^2}{3} - x - 8$ parabolünün üzerindeki her noktanın, koordinatlar çarpımının değerini veren fonksiyon g' dir.

Buna göre,

✓ g fonksiyonu $[-2, 4]$ aralığında azalır.

✓ g fonksiyonunun 2 tane ekstremumu vardır.

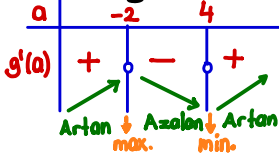
✗ g fonksiyonunun yerel maksimum değeri 10'dur.

- C ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

$$A(a, \frac{a^2}{3} - a - 8), f \text{ üzerindeki nokta olsun.}$$

$$g(a) = \frac{a^3}{3} - a^2 - 8a \Rightarrow g'(a) = a^2 - 2a - 8 = 0$$

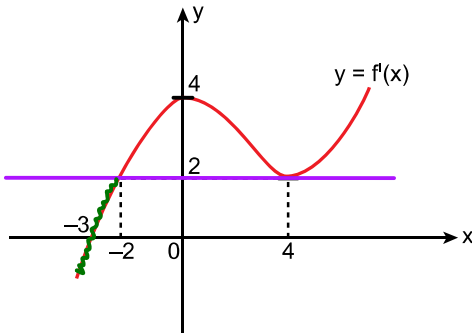
$$a = -2, a = 4$$



$$f(-2) = \frac{-8}{3} - 4 + 16 = \frac{28}{3}$$

maksimum değeri $\frac{28}{3}$ tür.

3. Aşağıda f fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.



$$g(x) = f(x) - 2x \Rightarrow g'(x) = f'(x) - 2 < 0$$

$$f'(x) < 2$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, g fonksiyonunun azalan olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

C

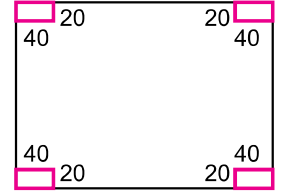
- A) $[4, \infty)$ B) $[-3, -2]$ C) $(-\infty, -2]$ D) $[-2, \infty)$ E) $[-2, 4]$

$$f'(x) \leq 2 \text{ koşulunu sağlayan aralık } (-\infty, -2] \text{ dir.}$$

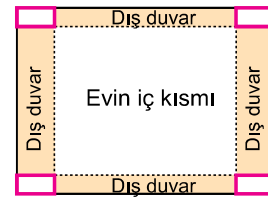
4. Aşağıda bir evin projesiyle ilgili bilgiler verilmiştir.



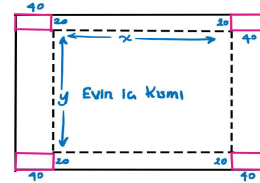
Evin temeli: dikdörtgen



Her köşeden, taban boyutları 20 cm ve 40 cm olan dikdörtgen prizma biçiminde bir sütun yükselecektir.



Sütunların araları dış duvarlar olacaktır. Dış duvarların arası evin iç kısmı olacaktır



$$x \cdot y = 50 \text{ (Evin iç kısmının Alanı)}$$

$$\Rightarrow y = \frac{50}{x}$$

$$(y+0,4)(x+0,8) \text{ (Evin Temelinin Alanı)}$$

$$A(x) = \left(\frac{50}{x} + 0,4\right)(x + 0,8)$$

$$\Rightarrow A(x) = 50 + \frac{40}{x} + 0,4x + 0,32$$

$$\Rightarrow A'(x) = -\frac{40}{x^2} + 0,4 = 0 \text{ için } x = 10 \text{ olur.}$$

$$\Rightarrow A(10) = 50 + 4 + 4 + 0,32 \Rightarrow A(10) = 58,32 \text{ olur.}$$

5. m, n, k gerçel sayılar olmak üzere, $mx + ny + k = 0$ doğrusu dik koordinat düzleminin birinci bölgesinde $x \cdot y = 1$ eğrisine teğettir.

Buna göre,

- I. $m \cdot n > 0$
II. $m + n > 0$
III. $m \cdot k < 0$

- E ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

$$y = \frac{1}{x} \Rightarrow y' = -\frac{1}{x^2}$$

$$\text{Eğim} = y'(a) = -\frac{1}{a^2}$$

$$y - \frac{1}{a} = -\frac{1}{a^2} \cdot (x - a) \Rightarrow a^2 y + x - 2a = 0$$

$$m = 1 \quad n = a^2 \quad k = -2a$$

I. $m \cdot n = a^2 > 0$
II. $m + n = a^2 + 1 > 0$
III. $m \cdot k = -2a < 0$
I, II ve III doğrudur

6.

$$f(x) = x^2 - 4x + 1$$

fonksiyonu veriliyor.

$y = f(x) + f'(x)$ fonksiyonunun grafiğinin üzerindeki herhangi bir nokta (a, b) dir.

D Buna göre, a + b toplamı en az kaçtır?

$$y = f(x) + f'(x) = x^2 - 2x - 3$$

fonksiyonu üzerindeki herhangi (a, b) noktası $A(a, a^2 - 2a - 3)$

Koordinatları toplamını veren ifade

$$M(a) = a + a^2 - 2a - 3 = a^2 - a - 3$$

$$M'(a) = 2a - 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \text{ olur. } M\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{13}{4} \text{ olur.}$$

7. Her x gerçel sayısı için

$$f'(x) > 0 \text{ ve } g'(x) < 0$$

olduğuna göre,

I. $f(g(x)) > f(g(x+1))$

II. $f(g(x)) > f(g(x-1))$

III. $g(f(x)) > g(f(x+1))$

D ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

A) Yalnız

B) ve

C) Yalnız

$$I. f(g(x)) > f(g(x+1)) \Rightarrow g(x) > g(x+1) \Rightarrow x < x+1 \quad \checkmark$$

$$II. f(g(x)) > f(g(x-1)) \Rightarrow g(x) > g(x-1) \Rightarrow x < x-1 \quad \times$$

$$III. g(f(x)) > g(f(x+1)) \Rightarrow f(x) < f(x+1) \Rightarrow x < x+1 \quad \checkmark$$

8. f ve g türevlenebilir fonksiyonlar olmak üzere,

• $(f \circ g)(x) = x^3$

• $g(1) = 2, g'(1) = 1, g''(1) = 4$

A olduğuna göre, $f''(2)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) -6

B) -3

C) -2

D) 3

E) 6

$$(f \circ g)(x) = x^3$$

$$f'(g(x)) \cdot g'(x) = 3x^2 \Rightarrow x=1 \text{ için } f'(g(1)) = 3$$

$$f''(g(x)) \cdot g'(x) \cdot g'(x) + f'(g(x)) \cdot g''(x) = 6x$$

$$x=1 \text{ için}$$

$$f''(g(1)) \cdot \underbrace{g'(1)}_1 \cdot \underbrace{g'(1)}_1 + \underbrace{f'(g(1))}_3 \cdot \underbrace{g''(1)}_4 = 6$$

$$f''(2) + 12 = 6 \Rightarrow f''(2) = -6$$

9.

$$f(x) = x^4 - x + 1$$

eğrisinin $y = 3x - 5$ doğrusuna en yakın noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

B

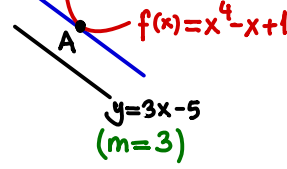
A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5



$$A(a, a^4 - a + 1)$$

$$f'(x) = 4x^3 - 1$$

$$f'(a) = 4a^3 - 1 = 3$$

$$4a^3 = 4 \Rightarrow a = 1$$

$$A(1, 1)$$

$$1+1=2$$

10. $f(x) = x^3$ fonksiyonunun grafiğine $x = a$ apsisi noktasında teğet olan doğru, grafiği başka bir $x = b$ apsisi noktada kesmektedir.

$$a + b = 2 \Rightarrow b = 2 - a$$

D olduğuna göre, b kaçtır?

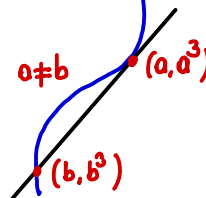
A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5



$$f(x) = x^3 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 \Rightarrow f'(a) = 3a^2$$

$$\frac{a^3 - b^3}{a - b} = 3a^2 \Rightarrow \frac{(a-b)(a^2 + ab + b^2)}{a - b} = 3a^2$$

$$ab + b^2 = 2a^2 \Rightarrow a(2-a) + (2-a)^2 = 2a^2$$

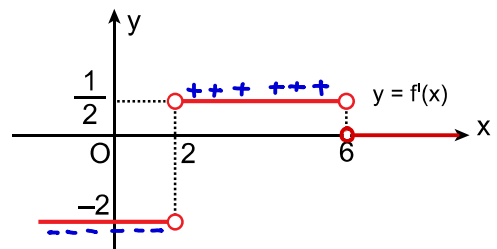
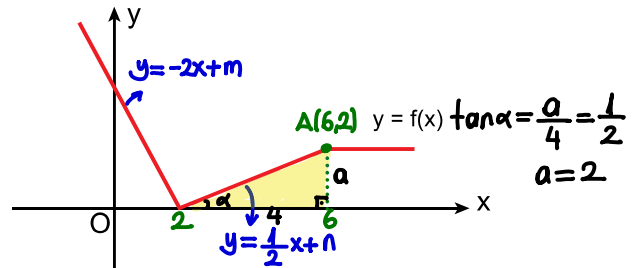
$$2a - a^2 + 4 - 4a + a^2 = 2a^2$$

$$2a^2 + 2a - 4 = 0$$

$$a^2 + a - 2 = 0 \Rightarrow a = -2 \vee a = 2$$

$$a = -2 \text{ ise } b = 4 \text{ bulunur.}$$

11. Aşağıda f ve f' fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

C Buna göre, $f(0) + f(6)$ toplamı kaçtır?

A) 4

B) 5

C) 6

D) 7

E) 8

$$x < 2, y = -2x + 4$$

$$2 < x < 6, y = \frac{1}{2}x - 1$$

$$x > 6, y = 2$$

$$f(0) + f(6) = 4 + 2 = 6$$

1. Gerçek sayılar kümesi üzerinde türevlenebilir bir f fonksiyonunda her x ve h gerçel sayısı için

$$f(x+h) = f(x) + f(h) - 8 \cdot x \cdot h$$

eşitliği sağlanmaktadır.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)}{h} = -2$$

- B olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

A) -16 B) -10 C) -8 D) -6 E) -4

$$f(x+h) - f(x) = f(h) - 8 \cdot x \cdot h$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)}{h} - 8x$$

$$f'(x) = -2 - 8x$$

$$f'(1) = -2 - 8 = -10$$

2. f , ikinci dereceden bir polinom fonksiyonu olmak üzere,

$$g(x) = f(x) - f'(x) \quad f(x) = ax^2 + bx + c \quad -\frac{b}{a} = -\frac{2}{3}$$

$$f'(x) = 2ax + b$$

eşitliği veriliyor.

f fonksiyonunun grafiğinin x -eksenini kestiği noktaların

apsisler toplamı $\frac{2}{3}$ 'tür.

Buna göre, g fonksiyonunun yerel ekstremum noktasının apsisi kaçtır?

D A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

$$g(x) = (ax^2 + bx + c) - (2ax + b)$$

$$g(x) = ax^2 + (b-2a)x + c-b$$

$$g'(x) = 2ax + b - 2a = 0 \Rightarrow 2ax = 2a - b$$

$$x = \frac{2a}{2a} - \frac{1}{2} \cdot \frac{b}{a} = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{-2}{3} = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

- 3.

$$f(x) = \begin{cases} |x^2 - 4| & , x < 1 \\ \frac{3}{x} & , x \geq 1 \end{cases}$$

f fonksiyonunun sürekli olduğu halde türevli olmadığı noktaların apsisi toplamı kaçtır?

A Önce $x=1$ (kritik nokta) için inceleyelim.

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{3}{x} \right) = 3 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} |x^2 - 4| = 3 \\ f(1) &= 3 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &x=1 \text{ de } f'(1^-) = -2 \\ &\text{sürekli} \quad f'(1^+) = -3 \\ &x=1 \text{ de türev yok.} \end{aligned}$$

Ayrıca $x < 1$ için $|x^2 - 4| = (x-2)(x+2)$ fonksiyonu

$x=2$ de sürekli ama türevsizdir.

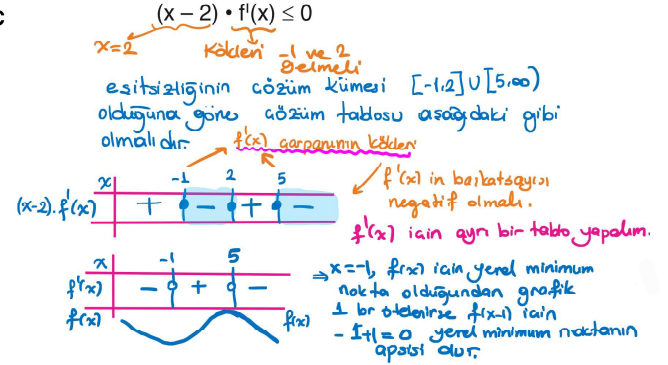
$f(x)$ fonksiyonu $x=2$ ve $x=1$ noktalarında sürekli ama türevsizdir. $-2+1=-1$ dir.

4. f türevlenebilir bir fonksiyon olmak üzere,

$$(x-2) \cdot f'(x) \leq 0$$

eşitsizliğin en geniş çözüm aralığı $[-1, 2] \cup [5, \infty)$ olduğuna göre, $f(x-1)$ fonksiyonunun yerel minimum

C



5. Hilmi, bir kartondan keseceği parçalarla belirli bir sabit hacimde dik dairesel silindir biçiminde bir kutu yapacaktır. Hilmi kartondan, kutunun tabanları için iki daire ve yan yüzey için bir dikdörtgen kesecektir.

Hilmi'nin yapacağı kutu aşağıdakilerden hangisi olursa kullanılan karton miktarı en az olur?

D

Hacmi sabit V olsun.

$$V = \pi r^2 \cdot h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi r^2}$$

$$\text{Yüzey alanı } S = 2 \cdot \pi r^2 + 2\pi r \cdot h$$

Yüzey alanının r cinsinden ifadesi

$$S(r) = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot \frac{V}{\pi r^2}$$

$$S(r) = 2\pi r^2 + \frac{2V}{r} \Rightarrow S'(r) = 4\pi r - \frac{2V}{r^2} = 0$$

$$\Rightarrow 4\pi r^3 = 2V$$

$$2\pi r^3 = V$$

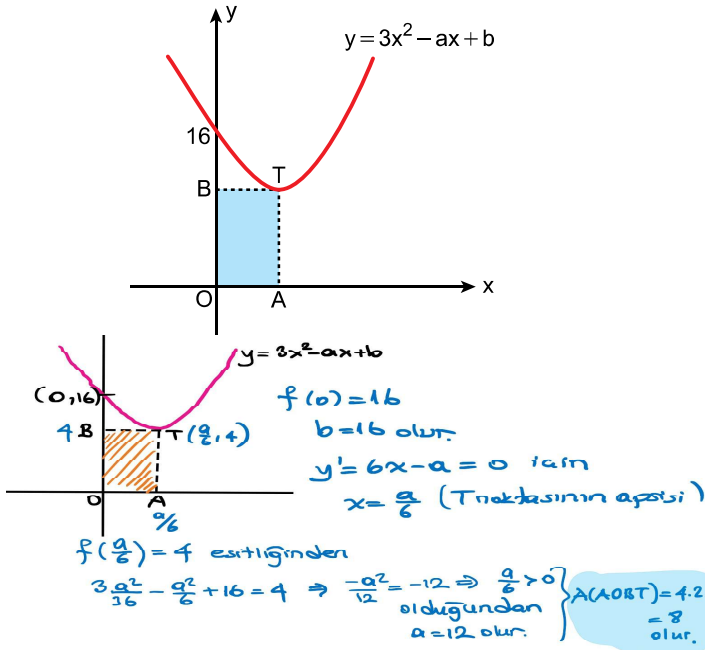
$$2\pi r^3 = \pi r^2 \cdot h$$

$$\Rightarrow 2r = h$$

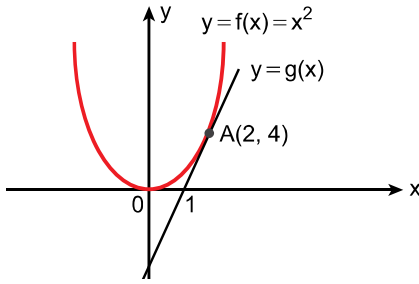
Çap = yükseklik

Cevap D seçeneği.

6.



7.



$$f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x \Rightarrow f'(2) = 4$$

$x=2$ deki teğetin eğimi

$y - y_1 = m(x - x_1)$
 eğimi ve bir nokta bilinen doğrunun denklemini

$y - 4 = 4(x - 2)$
 $\Rightarrow g(x) = 4x - 4$

B

$f(x) \cdot g(x) = x^2(4x - 4)$
 $\Rightarrow (f \cdot g)'(x) = 2x(4x - 4) + x^2 \cdot 4$
 $= 2x(6x - 4)$
 $x = 0 \quad x = \frac{2}{3}$

$(f \cdot g)(\frac{2}{3}) = -\frac{16}{27}$

8.

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - 4x + 1$$

$x = a$ noktasındaki teğet x eksenini pozitif yönde geniş açı yapıyorsa eğimler (o noktadaki türev değeri) negatif olur.

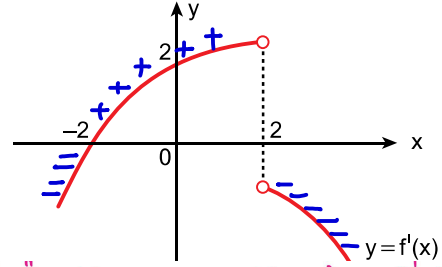
$$f'(x) = x^2 - 4$$

$$f'(a) < 0 \Rightarrow a^2 - 4 < 0 \Rightarrow a^2 < 4$$

$$-2 < a < 2$$

$a \in (-2, 2)$ dur.

9. Aşağıda, gerçel sayılarda tanımlı ve sürekli bir f fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.



Öncelikle $x=2$ noktasında $f'(x)$ tanımsız ama işaret değişimlidir. $f(x)$ sürekli olduğundan $x=2$ de sıfırı bir ekstremum nokta vardır.

I. $x=2$ genel max noktadır.
 II. İve 4 aralık aralığa girdiğinden $f(3) > f(4)$ tür.
 III. öncülün yanlış olduğu tablodan görünüyor.

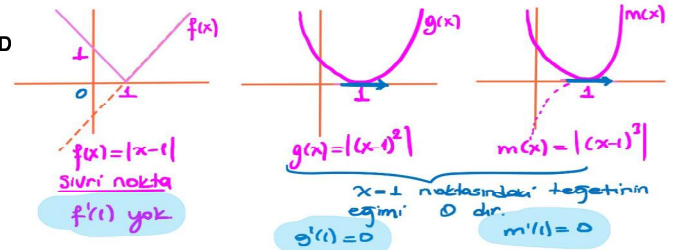
$f(x) = |x - 1|$
 $g(x) = |(x - 1)^2|$
 $h(x) = \sqrt{x - 1}$
 $m(x) = |(x - 1)^3|$

$h'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$
 $x=1$ noktasında tanımsız.
 $h'(1)$ yoktur.

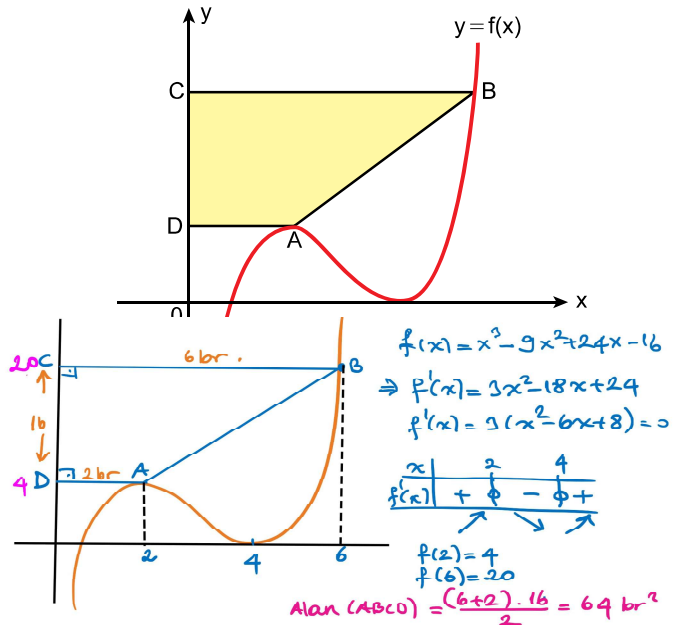
10.

$f(x) = |(x - a)^n|$
 $n = 1$ ise $f'(a)$ yok
 $n > 1$ ise $f'(a) = 0$

D



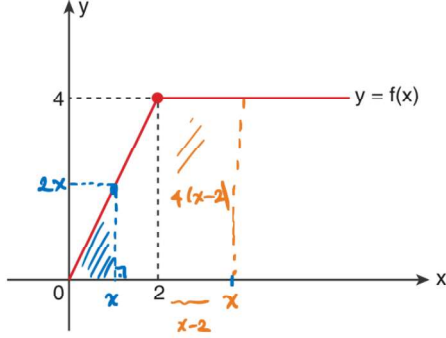
11. Aşağıda verilen dik koordinat sisteminde ABCD bir dik yamuk olup $[AD]$, $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 16$ eğrisine A noktasında teğettir.





Ezber Bozan Sorular 1

1. Aşağıda $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$g(x)$ fonksiyonu 0'dan x 'e kadar $f(x)$ fonksiyonunun x eksenini ile oluşturduğu kapalı bölgenin alanı olmak üzere,

✓ I. $g(x)$ fonksiyonu $x = 2$ 'de süreklidir.

✓ II. $g(x)$ fonksiyonu $x = 2$ 'de türevidir.

✗ III. $g'(3) = 0$ 'dir.

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x \cdot 2x}{2}, & x \leq 2 \\ \frac{2 \cdot 2}{2} + 4(x-2), & x > 2 \end{cases} \Rightarrow g(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 2 \\ 4x-4, & x > 2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (4x-4) = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} x^2 = 4$$

$$g(2) = 4$$

$x=2$ de sürekli

$$f'(2^+) = f'(2^-) = 4$$

$x=2$ de türetilir

$$g'(x) = 4$$

$$g'(2) = 4$$

2. $P(x) = ax^2 + bx + c$ polinomu veriliyor. a, b, c katsayıları bir aritmetik dizinin sırasıyla ardışık 3 terimidir.

$$P(1) = P(-1)$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle

B doğrudur? ($P'(x)$; $P(x)$ in türevidir.)

$$P(x) = a(x-1)(x+1) + k = ax^2 - a + k = ax^2 + bx + c$$

$a, 0, -a+k$
aritmetik dizi oluşturur.

$$0 - a = -a + k \Rightarrow k = 0 \text{ olmalı.}$$

$$P(x) = ax^2 + 0 \cdot x - a \quad \text{Katsayılar } a$$

$$P'(x) = 2ax \quad b=0$$

$$c = -a$$

$$\text{X A) } P'(b) = P'(0) = 0$$

$$\text{✓ B) } P'(a) + P'(b) + P'(c) = P'(a) + P'(0) + P'(-a) = 2a^2 - 2a^2 = 0$$

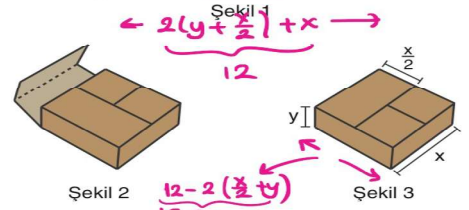
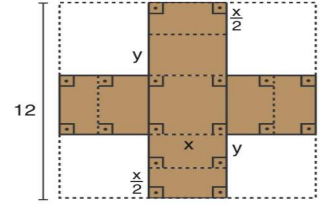
$$\text{X C) } P'(c) = P'(-a) = -2a^2$$

$$\text{X D) } P'(a) = P'(c) \Rightarrow 2a^2 \neq -2a^2$$

$$\text{X E) } P'(a) \cdot P'(c) = P'(a) \cdot P'(-a) \Rightarrow 2a^2 \cdot (-2a^2) \neq 0$$

Ezber Bozan Sorular 2

- 1.



Bir kenarı 12 cm olan kare şeklindeki bir kartonun dört köşesinden bir kenarı $\left(\frac{x}{2} + y\right)$ cm olan kare şeklinde 4 eş parça kesilip atılıyor. Kalan parça kesikli yerlerden katlanıp Şekil 3'teki bir kenarı x cm olan kare tabanlı kutu yapılıyor.

$$2y + 2x = 12 \Rightarrow y = 6 - x$$

$$12 - 2\left(\frac{x}{2} + y\right) - x = 0$$

$$12 - 2\left(\frac{x}{2} + 6 - x\right) - x = 0$$

$$12 - x - 12 + 2x - x = 0$$

$$0 = 0$$

Hacmin x 'e bağlı fonksiyonu

$$V(x) = x \cdot x \cdot (6 - x)$$

$$V(x) = 6x^2 - x^3$$

$$\Rightarrow V'(x) = 12x - 3x^2 = 0 \Rightarrow x = 4 \quad V(4) = 32$$

2. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = x^5 + x^3 + 6x - 7$$

fonskiyonu veriliyor.

Buna göre,

✓ $f(x)$ fonksiyonu her yerde artandır.

✓ $f(x) = 0$ denkleminin $(0, 1)$ aralığında bir kökü vardır.

✗ $f(x) = 0$ denkleminin 2 farklı reel kökü vardır.

B ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I

✓ I ve II

C) Yalnız II

D) II ve III

E) I ve III

I. $f'(x) = 5x^4 + 3x^2 + 6 > 0$ daima artandır.

II. $f(0) = -7, f(1) = 1 + 1 + 6 - 7 = 1$

$f(0) \cdot f(1) < 0$ olduğundan $(0, 1)$ aralığında bir kökü vardır.

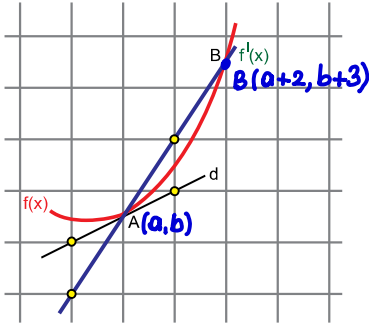
III. Bir kökü vardır.

Türev



Ezber Bozan Sorular 3

1. f , gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı ve türevlenebilir bir fonksiyon olmak üzere, $f(x)$ ve $f'(x)$ fonksiyonlarının grafikleri aşağıdaki birim kareli zeminde eksenler olmadan gösterilmiştir. İki grafik A ve B noktalarında kesişmekte olup d doğrusu $f(x)$ fonksiyonunun grafiğinin A noktasındaki teğettir.



$$f'(x) = \frac{3}{2}x + m \rightarrow A(a, b) \text{ için } \frac{3a}{2} + m = b$$

$$d: y = \frac{1}{2}x + n$$

$$f'(a) = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3a}{2} + m = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

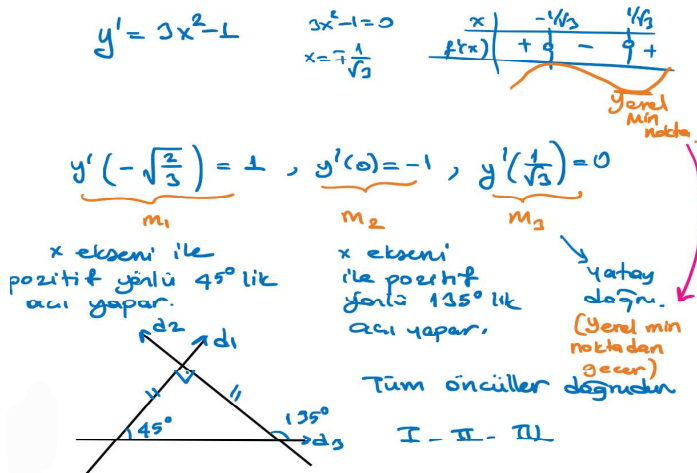
$$B \text{ noktasının ordinatı} = b + 3 = \frac{1}{2} + 3 = \frac{7}{2}$$

2. $y = x^3 - x$ eğrisinin,

- $x = -\sqrt{\frac{2}{3}}$ apsisli noktasındaki teğeti d_1 ,
- orijindeki teğeti d_2 ,
- $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ apsisli noktasındaki teğeti d_3 ,

olduğuna göre,

- $d_1 \perp d_2$
- d_3 , eğrinin yerel minimum noktasından geçer.
- d_1, d_2 ve d_3 arasındaki kapalı bölge ikizkenar dik üçgendir.

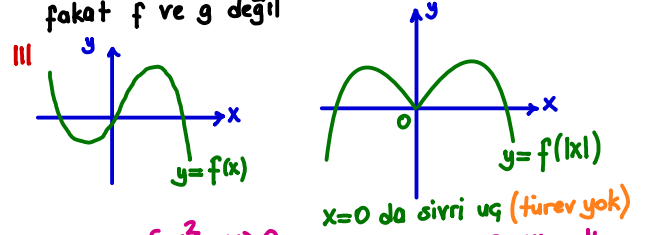


Ezber Bozan Sorular 4

- I. f ve g türevli ise $f+g$ türevlidir

II. $f(x) = \sqrt{x}$ ve $g(x) = \sqrt{x} - x$

$(f-g)(x) = x$ fonksiyonu gerçel sayılarda türevli fakat f ve g değil



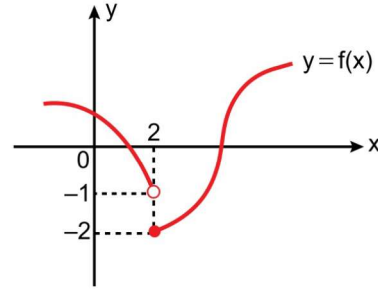
IV. $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 0 \\ x^4, & x < 0 \end{cases}$ $f(x) \geq 0$ ve f türevli

$$\sqrt{f(x)} = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ x^2, & x < 0 \end{cases} \Rightarrow (\sqrt{f(x)})' = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 2x, & x < 0 \end{cases}$$

$x=0$ da türev yok

Yalnız I daima doğrudur.

- 2.



Yukarıda, $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$$g(x) = \begin{cases} ax + 2, & x < 2 \\ ax^2 + x + a, & x \geq 2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} (f+g)(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (f+g)(x)$$

$$-2 + 4a + 2 + a = -1 + 2a + 2 \Rightarrow 3a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$x \geq 2, \quad g'(x) = 2ax + 1$$

$$g'(3) = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 + 1 = 3$$

3. a ve b gerçel sayılar olmak üzere, gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı üçüncü dereceden

$$f(x) = (b-2)x^3 + ax^2 + (b-5)x + a$$

polinom fonksiyonu ne daima artan, ne de daima azalandır.

a 'nın alabileceği değerler kümesi R olduğuna göre, b 'nin alabileceği tam sayı değerler toplamı kaçtır?

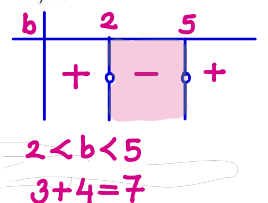
- A) 7 B) 9 C) 11 D) 12 E) 14

$$f'(x) = 3(b-2)x^2 + 2ax + b-5$$

$$\Delta = 4a^2 - 4 \cdot 3(b-2)(b-5) > 0$$

$$a^2 - 3(b-2)(b-5) > 0$$

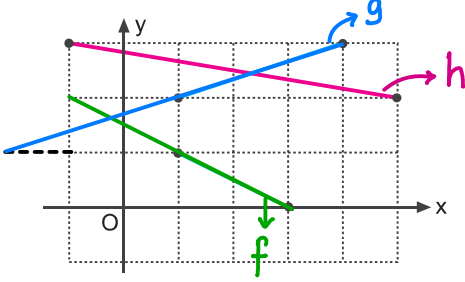
Daima negatif olmalıdır.





Ezber Bozan Sorular 5

1. Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı f, g, h doğrusal fonksiyonlarının grafiklerinin bir kısmı, birim karelere ayrılmış aşağıdaki dik koordinat düzleminde verilmiştir.



Eğimleri inceleyelim.

$$m_f = -\frac{2}{1} = -2$$

$$m_g = \frac{1}{3}$$

$$m_h = -\frac{1}{6}$$

$$(f^{-1})'(0) = \frac{1}{-2}$$

$$(g^{-1})'(0) = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3$$

$$(h^{-1})'(0) = \frac{1}{-\frac{1}{6}} = -6$$

$$c < a < b$$

2. $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$$f(x) = \sin \alpha \cdot x^2 - \cos \alpha \cdot x + 1$$

$$f'(x) = 2 \sin \alpha \cdot x - \cos \alpha = 0$$

$$2 \sin \alpha \cdot x = \cos \alpha$$

$$\sin \alpha = \cos \alpha \Rightarrow \tan \alpha = 1$$

$$\alpha = 45^\circ$$

3. a, b gerçel sayılar olmak üzere, gerçel sayılar kümesi üzerinde

$$f(x) = (x^2 + ax) \cdot (x^2 + bx)$$

şeklinde tanımlanan f fonksiyonunun grafiğinin x -eksenini kestiği noktalardan fonksiyonun işareti değişmektedir.

f fonksiyonunun ekstremum noktasının apsisi -3 olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?

A) 32

B) 36

C) 40

D) 48

E) 60

$$f(x) = x \cdot (x+a) \cdot x \cdot (x+b) = x^2 \cdot (x+a) \cdot (x+b)$$

Çift katlı kök olmamalıdır.

$a=0$ ya da $b=0$ olmalıdır.

$$a=0 \text{ ise } f(x) = x^3 \cdot (x+b) = x^4 + b \cdot x^3$$

$$f'(x) = 4x^3 + 3bx^2$$

$$f'(-3) = -108 + 27b = 0$$

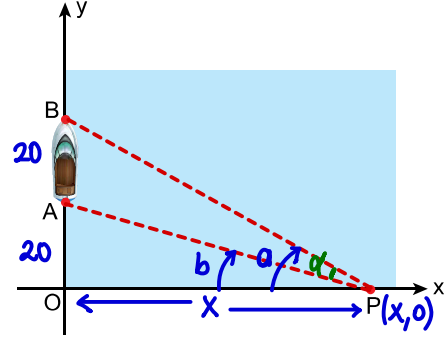
$$27b = 108 \Rightarrow b = 4$$

$$f(x) = x^3 \cdot (x+4)$$

$$f(2) = 8 \cdot 6 = 48$$

Ezber Bozan Sorular 6

- 1.



Dik koordinat sisteminde A, B ve P eksenler üzerindedir. x -ekseni üzerindeki iskelenin P noktasında bulunan bir gözlemci A ve B noktalarına bağlı olan tekneyi gözlemlemektedir.

$A(0, 20)$ ve $B(0, 40)$ dır.

Buna göre, $m(\widehat{APB})$ gözlem açısının maksimum olması için P 'nin apsisi kaç olmalıdır?

sekke göne $a-b=\alpha$

$$\tan(a-b) = \tan \alpha$$

$$\frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \cdot \tan b} = \tan \alpha$$

$$\frac{\frac{20}{x} - \frac{40}{x}}{1 + \frac{20}{x} \cdot \frac{40}{x}} = \tan \alpha \quad A(x) = \frac{\frac{20}{x}}{\frac{x^2 + 800}{x^2}}$$

$$A(x) = \frac{20x}{x^2 + 800} \Rightarrow A'(x) = \frac{20(x^2 + 800) - 40x^2}{(x^2 + 800)^2} = 0$$

$$\Rightarrow 20x^2 = 20 \cdot 800 \Rightarrow x = 20\sqrt{2}$$

2. Gerçek sayılar kümesi üzerinde sürekli $y = f(x)$ fonksiyonunun yerel minimum ve yerel maksimum noktaları sırasıyla $A(a, f(a))$ ve $B(b, f(b))$ dir. Fonksiyonun bu iki nokta dışında ekstremum noktası yoktur.

Buna göre,

☒ $a < b$

☒ $f(a) < f(b)$

☒ $f(x) = f(b)$ denkleminin çözüm kümesi 2 elemanlıdır.

ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

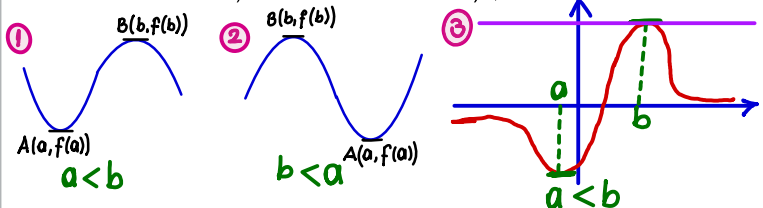
A) Yalnız I

B) Yalnız II

C) I ve II

D) II ve III

E) I, II ve III



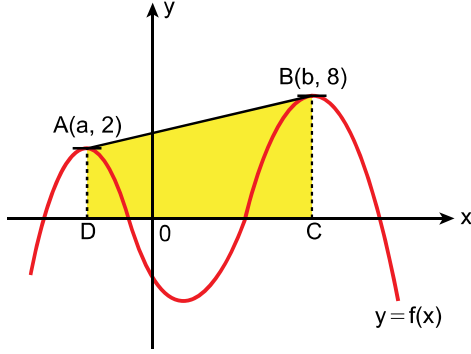
Her durumda $f(a) < f(b)$

$f(x) = f(b)$ tek kök var (3. grafik)



Ezber Bozan Sorular 7

1.

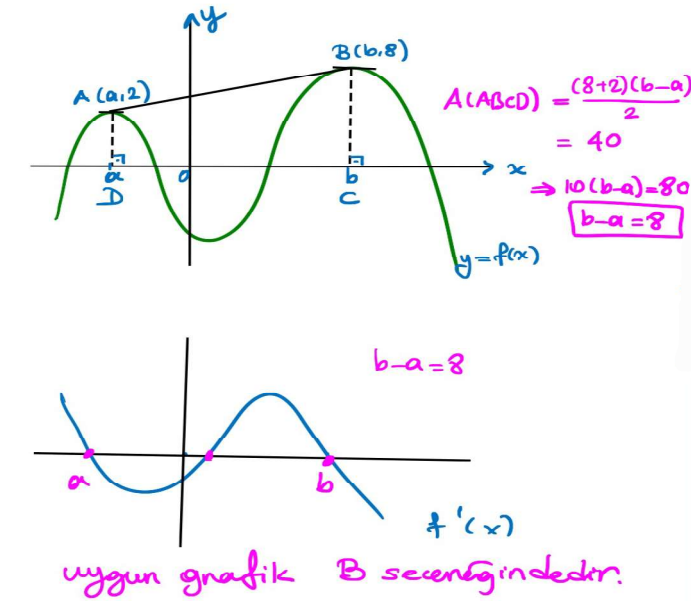


Yukarıda, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

ABCD bir dik yamuk, $A(a, 2)$, $B(b, 8)$

$A(ABCD) = 40$ birimkaredir.

Buna göre, f fonksiyonunun türevi olan f' fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



2. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x & , \quad x \leq 5 \text{ ise} \\ 10 - x & , \quad x > 5 \text{ ise} \end{cases}$$

$$x \leq 5 \text{ için } (x^2 - 4x)' = 2x - 4 = 0 \\ x = 2 \text{ de ekstrem nokta var.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5^+} (10 - x) = 5 = f(5) \text{ olduğundan } x = 5 \text{ te sürekli ve}$$

$$\left. \begin{array}{l} f'(5^+) = -1 < 0 \\ f'(5^-) > 0 \end{array} \right\} \text{ olduğundan } x = 5 \text{ te türev } \\ \text{işaret değişimlidir. Ekstrem nokta'dır.}$$

$$f(2) + f(5) = -4 + 5 = 1$$

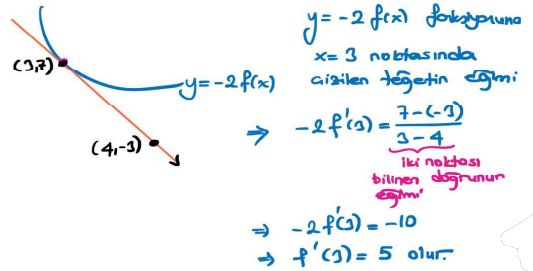
Ezber Bozan Sorular 8

1. Gerçek sayılar kümesinde tanımlı f fonksiyonu her x için,
 $-6 \leq f(x) \leq -1$

her x için $-6 \leq f(x) \leq -1$ ise $|f(x)| = -f(x)$
 $|f(x)| - f(x)$ fonksiyonu $-2f(x)$ olur.

D

TENSİLİ a'zalı:



2. Gerçek sayılar kümesinde türevlenebilir bir f fonksiyonu veriliyor. a bir reel sayı olmak üzere,

$$y - 5x = 0 \text{ ve } y - 5x = a \Rightarrow y = 5x \text{ ve } y = 5x + a$$

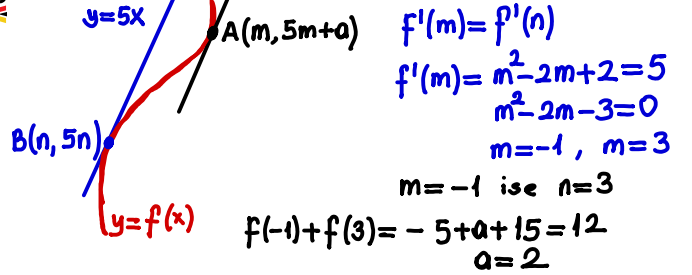
doğruları f fonksiyonunun grafiğine teğettir.

$$f'(x) = x^2 - 2x + 2$$

$$f(-1) + f(3) = 12$$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4



3. $0 < a < 1$ olmak üzere, Mert'in bir hedefi vurma olasılığı a'dır.

Hedefe üç atış yapan Mert'in yalnızca 3. atışta hedefi vurma olasılığı en çok kaçtır?

✓ Mert'in hedefi vurma olasılığı a ise
X Mert'in hedefi vuramama olasılığı $1 - a$ dır.

3 atış X X V şeklinde olmalı.

Yalnızca 3. atışta vurma olasılığının a cinsinden ifadesi

$$P(a) = (1-a)(1-a) \cdot a \Rightarrow P(a) = (1-a)^2 \cdot a$$

$$P'(a) = 2(1-a) \cdot (-1) \cdot a + (1-a)^2 \cdot 1$$

$$P'(a) = (1-a)(1-3a) = 0 \Rightarrow a = 1 \text{ Kesin olasılık olamaz.} \\ a = 1/3 \rightarrow \text{olmalı}$$

$$a = 1/3 \text{ için } P(1/3) = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}$$

$$P(1/3) = \frac{4}{27} //$$