

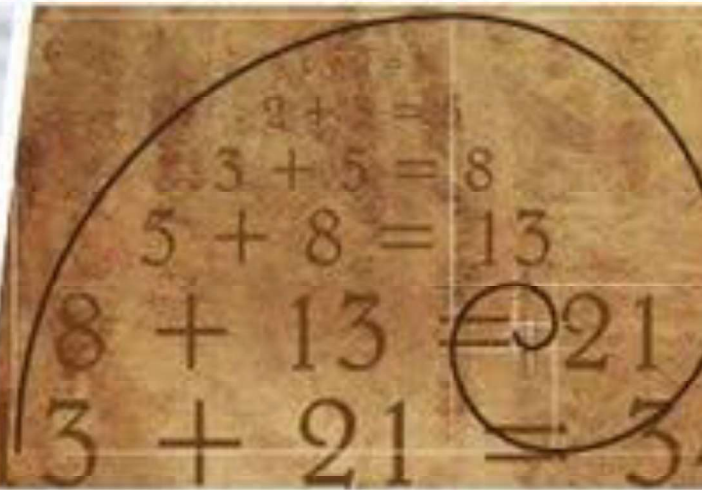
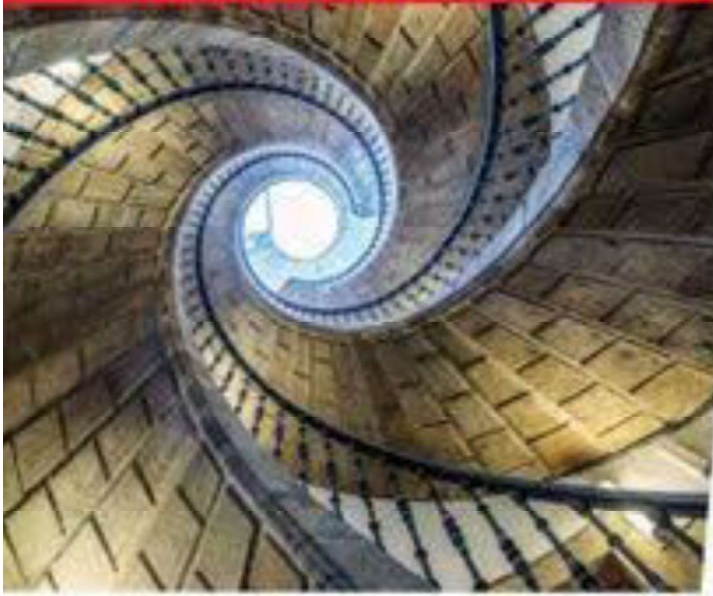
MATEMATİĞİN İLACI

LOGARİTMA – DİZİLER

Ali Cumhur Koyuncu – Fırat Erkuş – Necip Akçelik – Yunus Karakuş

Üniversiteye Hazırlık

Okula Yardımcı



- Konu Anlatımlı
- Kazanım Odaklı
- Pekiştirme Testleri
- Karma Testler
- Yeni Nesil Sorular



İÇİNDEKİLER

LOGARİTMA

Üstel Fonksiyonun Tanımı.....	3
Üstel Fonksiyonda Artan – Azalanlık.....	6
Üstel Fonksiyonun Grafiği	9
Logaritma Fonksiyonu	12
Üstel ve Logaritma Fonksiyonunun Tersi	15
Logaritma Fonksiyonunun Tanım Kümesi	18
Logaritma Fonksiyonunun Grafiği.....	21
Onluk Logaritma Fonksiyonu.....	24
Doğal Logaritma Fonksiyonu.....	27
Logaritma Fonksiyonunun Özellikleri – I.....	30
Logaritma Fonksiyonunun Özellikleri – II.....	33
Logaritma Fonksiyonunun Özellikleri – III.....	36
Logaritma Fonksiyonunun Özellikleri – IV	39
Logaritma Fonksiyonunun Özellikleri – V	42
Logaritmik Bir Sayının Yaklaşık Değeri	45
Üstel ve Logaritmik Denklemler.....	48
Logaritmik Eşitsizlikler	51
Üstel ve Logaritma Fonksiyonlarının Günlük Hayat Problemleri ile İlişkisi.....	54
Karma Testler	57-110

DİZİLER

Dizinin Tanımı.....	111
Sonlu Dizi	114
Sabit Dizi	115
Eşit Diziler.....	118
Dizilerde İşlemler.....	121
İndirgemeli Dizi.....	124
Dizilerde Terimlerin Sınıflandırılması.....	127
Aritmetik Dizinin Tanımı ve Genel Terimi	130
Aritmetik Dizide Terimler Ortalaması ve İlk n Terim Toplamı	131
Geometrik Dizinin Tanımı ve Genel Terimi.....	134
Geometrik Dizinin Terimler Ortalaması ve Geometrik Dizinin İlk n Terim Toplamı	135
Özel Sayı Dizileri	138
Toplam Sembolü	140
Karma Testler.....	143 – 176

Copyright ©

Bu kitabın her hakkı yayınevine aittir.

Hangi amaçla olursa olsun, bu kitabın tamamının ya da bir kısmının, kitabı yayınlayan ve yayınevinin önceden izni olmaksızın elektronik, mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılması, yayınlanması ve depolanması yasaktır.

ISBN: 978-625-7134-56-9

Genel Yayın Koordinatörü

Tevfik GÖRGÜN

Yazarlar

Ali Cumhur KOYUNCU

Fırat ERKUŞ

Necip AKÇELİK

Yunus KARAKUŞ

Editör

Necip AKÇELİK

Dizgi

Acil Yayınları Dizgi Birimi

TEŞEKKÜR

Kitabımızın hazırlanması aşamasında fazlasıyla emeği olan saygıdeğer koordinatörümüz Tevfik GÖRGÜN'e ve tashih aşamasında bizlere yardımcı olan Hatice KARAÇALILAR KOYUNCU, Mehmet KUŞÇU, Fecri TOPAL, Havva ABDAN, Suat ÖNCÜL, Mezher DEMİRALP, Şahin AĞIRTAŞ, Mikail MAÇÇA, Abdullah TAŞÇI, Hikmet YILDIRIM, Ercan İLÇEKTUĞ, Aslıhan KURT, Sultan ŞAN, Egemen KIRÇIL, Selman DEMİR, Neslihan KABLAN, Umut DAĞLI, Ufuk İLHAN ve Solmaz KÜRÇE hocalarımıza teşekkürü borç biliriz.

Kitabın öğretmenlerimize yardımcı ve sınava hazırlanan öğrencilere faydalı olması dileğiyle.

ACİL YAYINLARI

Ostim Mahallesi 1207. Sokak 3 / C-D Ostim / Yenimahalle / ANKARA

Tel: (0312) 386 00 26

1. Soru Tipi

ÜSTEL FONKSİYONUN TANIMI

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere,

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$,

$f(x) = a^x$ şeklindeki bire bir ve örten fonksiyonlara **üstel fonksiyon** denir.

ACIL MATEMATİK

ÖRNEK

I. $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$

II. $g(x) = (7)^{x-5}$

III. $h(x) = (-3)^{2-x}$

IV. $k(x) = (1)^{x-1}$

Yukarıda verilen fonksiyonların hangileri bir üstel fonksiyon belirtir?

ÇÖZÜM

I. $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ fonksiyonu için $\frac{2}{3} > 0$ ve $\frac{2}{3} \neq 1$ olduğundan üstel fonksiyondur.

II. $g(x) = (7)^{x-5}$ fonksiyonu için $7 > 0$ ve $7 \neq 1$ olduğundan üstel fonksiyondur.

III. $h(x) = (-3)^{2-x}$ fonksiyonu için $-3 < 0$ olduğundan $h(x)$ bir üstel fonksiyon belirtmez.

IV. $k(x) = (1)^{x-1}$ fonksiyonu için $1 > 0$ ama $1 = 1$ olduğundan üstel fonksiyon belirtmez.

ACIL MATEMATİK

1. $f(x) = m^x$ üstel fonksiyon olduğuna göre, m değeri aşağıdakilerden hangisi **olamaz**?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 2 C) $\sqrt{5}$ D) -3 E) $\frac{4}{3}$

$m \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmalı.

4. $f(x) = m^{x-1}$ üstel fonksiyonu veriliyor.

$f(4) = 64$ olduğuna göre,

m değeri kaçtır?

- A) 4 B) 2 C) 8 D) 3 E) 9

$$f(4) = m^{4-1} = m^3 = 64 = 4^3 \\ m = 4$$

2. Aşağıdakilerden hangisi bir üstel fonksiyon belirtir?

- A) $f(x) = x^2 - 1$ B) $f(x) = \frac{5}{x}$ C) $f(x) = \frac{3}{x-2}$

$$f(x) = a^x \text{ ve} \\ a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$$

D) $f(x) = \frac{7}{x} + 2$

E) $f(x) = (4)^{x-2}$

5. Uygun şartlarda tanımlı

$f(x) = 3^{2-x} - 1$ üstel fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(1)$ değeri kaçtır?

- A) 0 B) 3 C) 2 D) 4 E) -2

$$f(1) = 3^{2-1} - 1 \\ f(1) = 3 - 1 = 2$$

3. ~~4.~~ $f(x) = (6)^{x-2}$

~~II~~ $g(x) = (-5)^{x+1}$

~~III~~ $h(x) = (-1)^x$

$$a^x \text{ ve } a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$$

Yukarıdakilerden hangisi bir üstel fonksiyon belirtir?

- A) I ve II B) II ve III C) I ve III

D) Yalnız I

E) I, II ve III

6. $f(x) = 2^{-x+1} + 5$ üstel fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(-2) + f(1)$ toplamı kaçtır?

- A) 21 B) 19 C) 14 D) 12 E) 7

$$f(-2) = 2^{-(-2)+1} + 5 = 2^{2+1} + 5 = 2^3 + 5 = 8 + 5 = 13 \\ f(1) = 2^{-1+1} + 5 = 2^0 + 5 = 1 + 5 = 6 \\ f(-2) + f(1) = 13 + 6 = 19$$

1.D 2.E 3.D 4.A 5.C 6.B

– PEKİŞTİRME TESTİ –

1. Aşağıdaki fonksiyonların hangisi bir üstel fonksiyon belirtir?

A) $f(x) = (1)^{x-5}$

B) $f(x) = (-3)^{-x+4}$

C) $f(x) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$

D) $f(x) = (0)^{x+7}$

E) $f(x) = (\sqrt{-2})^{2-x}$

$$f(x) = a^x \Rightarrow a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$$

2. $f(x) = 5^{-x+1}$ üstel fonksiyonu veriliyor.

$f(m) = 625$ olduğuna göre,

m değeri kaçtır?

A) -3

B) -4

C) 5

D) 2

E) 1

$$f(m) = 5^{-m+1} = 625 = 5^4$$

$$-m+1 = 4 \Rightarrow -m = 3$$

$$m = -3 \text{ olur.}$$

3. $f(x) = 3^{-x+4}$ ve $g(x) = 9^{-x+2}$

üstel fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(f \circ g)(2)$ değeri kaçtır?

A) 3

B) 81

C) 27

D) 9

E) 243

$$g(2) = 9^{-2+2} = 9^0 = 1$$

$$(f \circ g)(2) = f(g(2)) = f(1) = 3^{-1+4}$$

$$= 3^3 = 27$$

4. $f(x) = 8^{x-1}$ ve $g(x) = 4^{-x+1}$

üstel fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $\left(\frac{f}{g}\right)(2)$ değeri kaçtır?

A) 2

B) 12

C) 16

D) 32

E) 64

$$\frac{f(2)}{g(2)} = \frac{8^{2-1}}{4^{-2+1}} = \frac{8^1}{4^{-1}} = \frac{8}{\frac{1}{4}} = 32$$

5. $f(x) = 3^{3x-2}$ üstel fonksiyonu veriliyor.

$f(a) = 81$

olduğuna göre, a değeri kaçtır?

A) 3

B) 4

C) 2

D) 1

E) 0

$$f(a) = 3^{3a-2} = 81 = 3^4$$

$$3a-2 = 4 \Rightarrow 3a = 6$$

$$a = 2$$

6. $f(x) = 3^{x-2} + 2$ olduğuna göre,

$f(2) + f(x+1)$ toplamının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) 3^{x+2}

B) $3^{x+2} - 5$

C) $3^{2x+1} + 2$

D) 3^{2x-1}

E) $3^{x-1} + 5$

$$f(2) = 3^{2-2} + 2 = 3^0 + 2 = 1 + 2 = 3$$

$$f(x+1) = 3^{x+1-2} + 2 = 3^{x-1} + 2$$

$$f(2) + f(x+1) = 3^{x-1} + 5$$

– PEKİŞTİRME TESTİ –

7. $f(x) = 5^{2x+3}$ üstel fonksiyonu ve $g(x) = \frac{x}{2}$ doğrusal fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $(f \circ g)(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 5^{x+3} B) 5^x C) 5^{4x+3}
D) 5^{4x+6} E) 5^{4x}

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$f\left(\frac{x}{2}\right) = 5^{2 \cdot \frac{x}{2} + 3} = 5^{x+3}$$

8. $f(x) = 2^{x-1}$ ve $g(x) = 3^{x+1}$ üstel fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(f \circ g)(0)$ değeri kaçtır?

- A) 2 B) 8 C) 9 D) 4 E) 1

$$(f \circ g)(0) = f(g(0)) \Rightarrow g(0) = 3^{0+1} = 3$$

$$f(g(0)) = f(3) = 2^{3-1} = 2^2 = 4$$

9. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$,

$f(x) = (k)^{x-5}$ fonksiyonu üstel fonksiyon belirttiğine göre,

k için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) k bir reel sayıdır.
B) k pozitif reel sayıdır.
C) $k > 0$ ve $k \neq 1$ 'dir.
D) $0 < k < 1$ 'dir.
E) $k = -5$ için $f(x)$ bir üstel fonksiyondur.

$$k \in \mathbb{R}^+ - \{1\} \Rightarrow k > 0 \text{ ve } k \neq 1 \text{ olmalı}$$

10. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$,

$f(x) = (m-3)^{x+1}$ üstel fonksiyon olduğuna göre,

m 'nin tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(3, \infty) - \{4\}$ B) $(3, \infty)$ C) $(1, 3)$
D) $(3, 4)$ E) $(4, \infty)$

$$m-3 > 0 \quad \text{ve} \quad m-3 \neq 1$$

$$m > 3 \quad m \neq 4$$

$$T.A = (3, \infty) - \{4\}$$

11. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$,

$f(x) = \left(\frac{m-3}{8-m}\right)^{x-5}$ fonksiyonu üstel fonksiyon

belirttiğine göre, m 'nin alabileceği tam sayıların toplamı kaçtır?

- A) 22 B) 20 C) 17 D) 15 E) 13

$$\frac{m-3}{8-m} > 0 \quad \text{ve} \quad \frac{m-3}{8-m} \neq 1$$

$m=3$ ve $m=8$ için tablo çizelim.

3	8
-	+

$$3 < m < 8$$

$$4, 5, 6, 7 \Rightarrow 4+5+6+7 = 22$$

$m-3 = 8-m \Rightarrow 2m \neq 11$
 $m \neq \frac{11}{2}$

12. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$,

$f(x) = (a-4)^{x-2}$ fonksiyonu bir üstel fonksiyon belirttiğine göre,

a 'nın tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(4, \infty) - \{5\}$ B) $(3, 4)$ C) $(-\infty, 3)$
D) $(1, 4) - \{3\}$ E) $[1, 4]$

$$a-4 > 0 \quad \text{ve} \quad a-4 \neq 1$$

$$a > 4 \quad a \neq 5$$

$$T.K = (4, \infty) - \{5\}$$

2. Soru Tipi

ÜSTEL FONKSİYONDA ARTAN – AZALANLIK

f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$,f(x) = a^x fonksiyonunda, $a > 1$ olduğunda f fonksiyonu artandır. $0 < a < 1$ olduğunda f fonksiyonu azalandır.

ACİL MATEMATİK

ÖRNEK

I. $f(x) = (6)^{x-1}$

II. $g(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$

III. $h(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^{x+1}$

Yukarıda verilen fonksiyonların artanlık ve azalanlık durumlarını inceleyiniz.

ÇÖZÜM

I. $f(x) = (6)^{x-1}$ fonksiyonunda $6 > 1$ olduğundan f fonksiyonu artandır.II. $g(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ fonksiyonunda $0 < \frac{1}{5} < 1$ olduğundan g fonksiyonu azalandır.III. $h(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^{x+1}$ fonksiyonunda $\frac{3}{2} > 1$ olduğundan h fonksiyonu artandır.

ACİL MATEMATİK

1. Aşağıdakilerden hangisi artan üstel fonksiyonu belirtir?

A) $f(x) = \left(\frac{1}{8}\right)^x$ B) $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^{x-2}$ C) $f(x) = \left(\frac{6}{9}\right)^{x+4}$

D) $f(x) = (2)^{1-x}$

E) $f(x) = (3)^{x+1}$

$$f(x) = a^x \Rightarrow a > 1 \text{ olmalı}$$

2. Aşağıdakilerden hangisi azalan üstel fonksiyon belirtir?

A) $f(x) = (3)^x$ B) $f(x) = (\pi)^x$ C) $f(x) = (\sqrt{2})^{x-1}$

D) $f(x) = (1)^x$

E) $f(x) = (2)^{-x}$

$$f(x) = a^x \Rightarrow 0 < a < 1 \text{ olmalı}$$

3. $f(x) = a^x$ üstel fonksiyonu azalan üstel fonksiyon olduğuna göre,

a aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 5

B) 3

C) 2

D) 2^{-1}

E) 4

$$0 < a < 1 \text{ olmalı}$$
$$0 < 2^{-1} < 1 \text{ olur}$$

4. $f(x) = a^x$ üstel fonksiyonu artan üstel fonksiyon olduğuna göre,

$$a > 1 \text{ olmalı}$$

a aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $(2)^{-2} = \frac{1}{4}$

B) $(3)^{-1} = \frac{1}{3}$

C) $(\sqrt{2})^{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

D) $\pi \approx 3,14$

E) $\frac{2}{5}$

5. $f(x) = (m)^{-x}$ üstel fonksiyonu azalan üstel fonksiyon olduğuna göre,

m aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 2

B) $\frac{3}{5}$

C) $\frac{3}{7}$

D) $\frac{1}{2}$

E) $\frac{101}{102}$

$$f(x) = (m)^{-x} = \left(\frac{1}{m}\right)^x \Rightarrow 0 < \frac{1}{m} < 1 \Rightarrow m > 1 \text{ olmalı}$$

6. $f(x) = (m)^{2-x}$ üstel fonksiyonu artan üstel fonksiyon olduğuna göre,

m aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 2

B) $\frac{1}{2}$

C) 3

D) 4

E) 1

$$f(x) = m^2 \cdot m^{-x} = m^2 \cdot \left(\frac{1}{m}\right)^x$$
$$\frac{1}{m} > 1 \text{ olmalı}$$
$$m = \frac{1}{2} \text{ seçilir}$$

1.E 2.E 3.D 4.D 5.A 6.B

– PEKİŞTİRME TESTİ –

1. Aşağıdakilerden hangisi artan üstel fonksiyon belirtir?

A) $f(x) = \left(\frac{2}{5}\right)^x$

B) $f(x) = \left(\frac{3}{7}\right)^x$

C) $f(x) = \left(\frac{4}{3}\right)^x$

D) $f(x) = \left(\frac{3}{4}\right)^x$

E) $f(x) = \left(\frac{2}{7}\right)^{x-1}$

$f(x) = a^x \Rightarrow a > 1$

$f(x) = \left(\frac{4}{3}\right)^x \Rightarrow \frac{4}{3} > 1$

2. Aşağıdakilerden hangisi azalan üstel fonksiyon belirtir?

A) $f(x) = (-3)^{x-1}$

B) $f(x) = (1)^{x-1}$

C) $f(x) = (0)^{x-5}$

D) $f(x) = (2)^{x+1}$

E) $f(x) = (2)^{-x}$

$f(x) = a^x \Rightarrow 0 < a < 1$

$f(x) = 2^{-x} = \left(\frac{1}{2}\right)^x \Rightarrow 0 < \frac{1}{2} < 1$
olur.

3. $f(x) = (a)^{-x}$ fonksiyonu artan üstel fonksiyon belirttiğine göre, a aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 3

B) $\frac{1}{3}$

C) 1

D) 7

E) $-\frac{1}{2}$

$f(x) = a^{-x} = \left(\frac{1}{a}\right)^x \Rightarrow \frac{1}{a} > 1$ olmalı.

$a = \frac{1}{3}$ olur.

4. $f(x) = (m^2 - 1)^{-x}$ fonksiyonu azalan üstel fonksiyon olduğuna göre,

m aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 2

B) $\frac{1}{2}$

C) $\frac{1}{3}$

D) $\frac{3}{7}$

E) $-\frac{1}{3}$

$f(x) = (m^2 - 1)^{-x} = \left(\frac{1}{m^2 - 1}\right)^x \Rightarrow 0 < \frac{1}{m^2 - 1} < 1$
olmalı.

$m = 2$ olmalı.

$0 < \frac{1}{3} < 1$ ✓

5. $f(x) = (m - 1)^x$ üstel fonksiyonu artan üstel fonksiyon olduğuna göre,

m aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 1

B) 0

C) $\frac{1}{2}$

D) $\frac{3}{4}$

E) 3

$f(x) = (m - 1)^x \Rightarrow m - 1 > 1 \Rightarrow m > 2$
olur.

$f(x) = (2m - 8)^x \Rightarrow 0 < 2m - 8 < 1 \Rightarrow \frac{8}{2} < \frac{2m}{2} < \frac{9}{2}$
 $4 < m < \frac{9}{2} \Rightarrow T.A = (4, \frac{9}{2})$

6. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$,

$f(x) = (2m - 8)^x$ üstel fonksiyonu azalan üstel fonksiyon olduğuna göre,

m'nin tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(4, \frac{9}{2})$

B) $(\frac{1}{2}, 9)$

C) $(0, 9)$

D) $(-\infty, 4)$

E) $(4, \infty)$

– PEKİŞTİRME TESTİ –

7. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$,

$f(x) = (a - 2)^x$ fonksiyonu artan üstel fonksiyon olduğuna göre,

a'nın tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (2, 3) B) (3, ∞) C) (2, ∞) - {3}
D) (4, ∞) E) (3, ∞) - {4}

$$a - 2 > 1 \Rightarrow a > 3 \text{ olur.}$$

$$T.A = (3, \infty)$$

8. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$, $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$f(x) = (a - 4)^x$ ve $g(x) = (10 - a)^x$ üstel fonksiyonları artan üstel fonksiyon olduğuna göre,

a'nın tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (1, 10) B) (4, 10) C) (4, ∞) - {5}
D) (5, 9) E) (3, 10) - {5, 9}

$$a - 4 > 1 \Rightarrow a > 5$$

$$10 - a > 1 \Rightarrow 9 > a$$

$$5 < a < 9 \Rightarrow T.A = (5, 9)$$

9. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$f(x) = (17 - k^2)^x$ fonksiyonu artan üstel fonksiyon belirttiğine göre,

k'nın tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (-4, 4) B) [-4, 4] C) $\emptyset$
D) $\mathbb{R}$ E) $(-4, \infty)$

$$17 - k^2 > 1 \Rightarrow 16 > k^2 \Rightarrow k^2 < 16 \Rightarrow k^2 - 16 < 0$$

$$(k - 4)(k + 4) < 0$$

$$k = 4 \quad k = -4$$

$$T.A = (-4, 4)$$

10. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$f(x) = (m - 16)^{x-5}$ fonksiyonu azalan üstel fonksiyon olduğuna göre,

m'nin tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (1, 17) B) (16, ∞) C) $\emptyset$
D) (16, 17) E) $\mathbb{R}$

$$0 < m - 16 < 1 \Rightarrow 16 < m < 17$$

$$T.A = (16, 17)$$

11. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$

$f(x) = m^x$ fonksiyonu azalan üstel fonksiyon olduğuna göre,

m aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $(2)^{-2}$ C) 3^{-1} D) $\frac{1}{\pi}$ E) π

$$f(x) = m^x \Rightarrow 0 < m < 1$$

$$m = \frac{1}{5} \Rightarrow 0 < \frac{1}{5} < 1 \text{ olur.}$$

$$m = 2^{-2} = \frac{1}{4} \Rightarrow 0 < \frac{1}{4} < 1 \text{ olur.}$$

$$m = 3^{-1} = \frac{1}{3} \Rightarrow 0 < \frac{1}{3} < 1 \text{ olur.}$$

$$m = \frac{1}{\pi} = \frac{1}{3.14} \Rightarrow 0 < \frac{1}{3.14} < 1 \text{ olur.}$$

$$m = \pi \approx 3.14 \text{ olmaz.}$$

$$\pi > 1 \text{ dir.}$$

12. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$, $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$f(x) = (k - 3)^x$ ve $g(x) = (5 - m)^x$ fonksiyonları azalan üstel fonksiyon olduğuna göre,

m + k toplamı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 6.5 B) 7 C) 8.5 D) 10 E) 9

$$0 < k - 3 < 1 \Rightarrow 3 < k < 4$$

$$0 < 5 - m < 1 \Rightarrow -1 < m - 5 < 0 \Rightarrow 4 < m < 5$$

$$3 < k < 4$$

$$4 < m < 5$$

$$7 < k + m < 9 \Rightarrow k + m = 8.5$$

7.B 8.D 9.A 10.D 11.E 12.C

3. Soru Tipi

ÜSTEL FONKSİYONUN GRAFİĞİ

$f(x) = a^x$ şeklinde verilen üstel fonksiyonun grafiği çizilirken; aşağıdaki adımlar sırasıyla uygulanır.

- 1) $a > 1$ ise artan fonksiyon olur.
- 2) $0 < a < 1$ ise azalan fonksiyon olur.
- 3) Uygun aralıkta alınacak, x değerleri için (x, a^x) ikilileri ile tablo oluşturulur.
- 4) (x, a^x) ikilileri dik koordinat düzlemde işaretlenir.
- 5) İşaretlenen bu noktalar birleştirilerek grafik elde edilir.

NOT

Üstel fonksiyon grafiklerinde sıralama yapılırken;

Azalan fonksiyonlarda y - eksenine yakın olan fonksiyonun tabanı daha küçüktür.

Artan fonksiyonlarda y - eksenine yakın olan fonksiyonun tabanı daha büyüktür.

ACİL MATEMATİK

ÖRNEK

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$,

$f(x) = 2^x$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

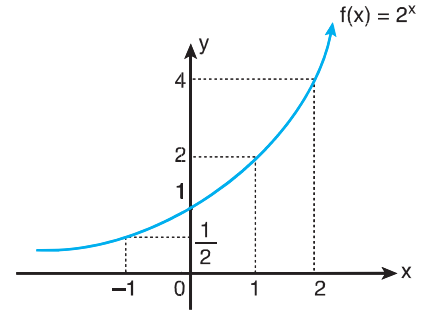
ÇÖZÜM

Öncelikle $2 > 1$ olduğundan artan fonksiyondur.

Uygun aralıklarda $(x, 2^x)$ ikililerini tablo yardımıyla oluşturalım.

x	-1	0	1	2	...
2^x	2^{-1}	2^0	2^1	2^2	
	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	
	$\frac{1}{2}$	1	2	4	

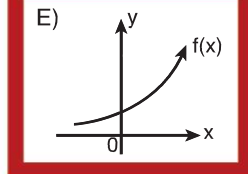
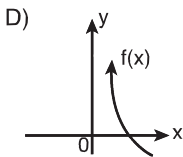
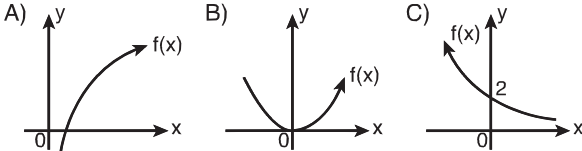
Bulduğumuz değerleri dik koordinat düzlemde işaretleyip birleştirelim.



ACİL MATEMATİK

1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$,

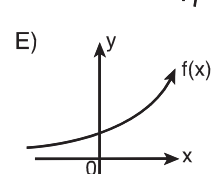
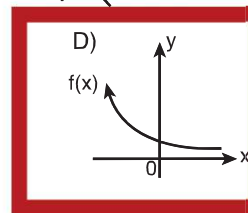
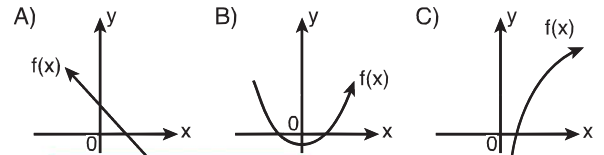
$f(x) = 3^x$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



$f(x) = 3^x$
artan üstel
fonksiyon

2. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$,

$f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



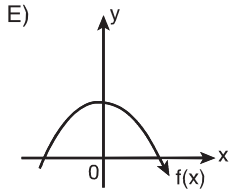
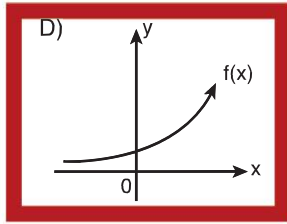
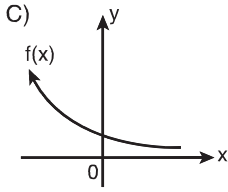
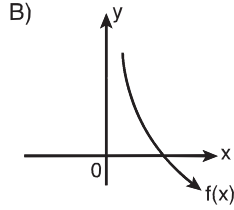
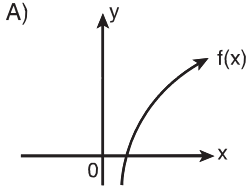
$f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ azalan
üstel fonksiyon

1.E 2.D

– PEKİŞTİRME TESTİ –

1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$,

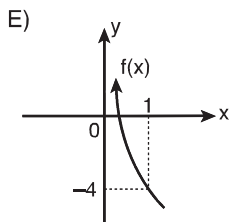
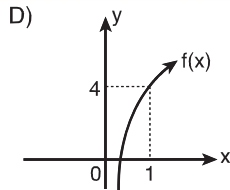
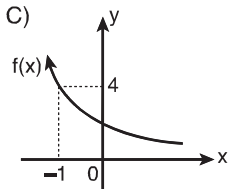
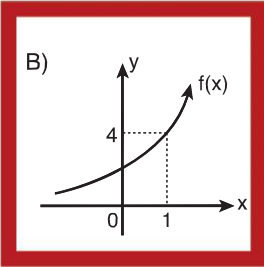
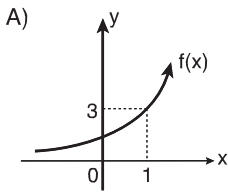
$f(x) = 7^x$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



$f(x) = 7^x$
f artan üstel
fonksiyon

2. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$,

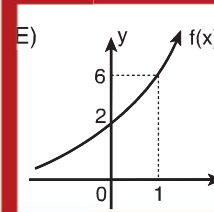
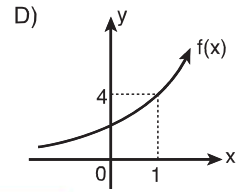
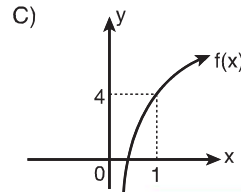
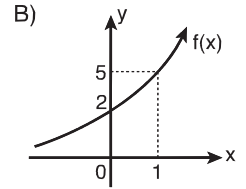
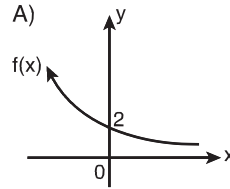
$f(x) = 3^x + 1$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



$f(x) = 3^x + 1$
 $f(1) = 4$
f artan üstel
fonksiyon

3. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$,

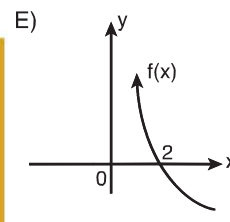
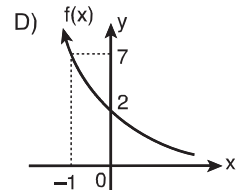
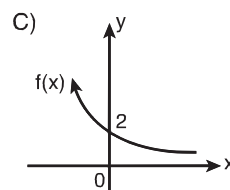
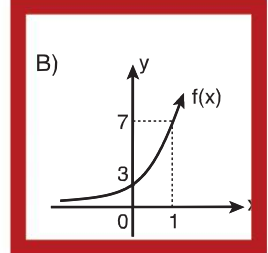
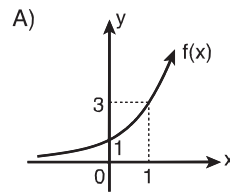
$f(x) = 5^x + 1$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



$f(x) = 5^x + 1$
 $f(0) = 2$ $f(1) = 6$
f artan üstel
fonksiyon

4. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$,

$f(x) = 5^x + 2$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



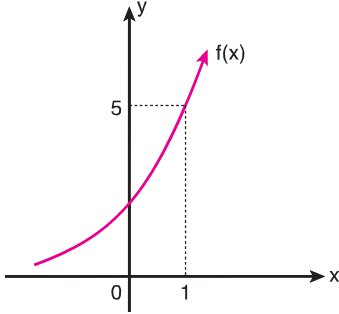
$f(x) = 5^x + 2$
 $f(0) = 3$
 $f(1) = 7$
f artan üstel
fonksiyon

1.D 2.B 3.E 4.B

– PEKİŞTİRME TESTİ –

5. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$,

$f(x) = \left(\frac{5}{m-2}\right)^x$ fonksiyonunun grafiği veriliyor.



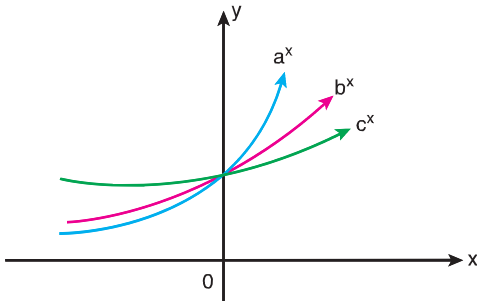
Buna göre m değeri kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 5 D) -1 E) -2

$$f(x) = \left(\frac{5}{m-2}\right)^x \Rightarrow f(1) = \frac{5}{m-2} = 5$$

$$m-2 = 1 \Rightarrow m = 3$$

6.



Yukarıda analitik düzlemde a^x , b^x , c^x üstel fonksiyonlarının grafiği verilmiştir.

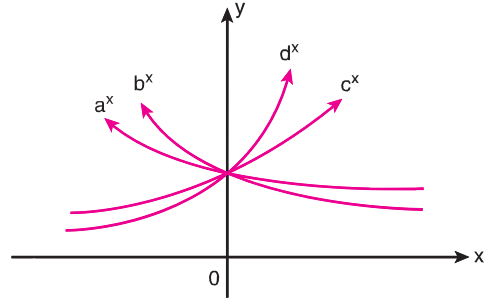
a , b , c nin küçükten büyüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

- A) $c < b < a$ B) $c < a < b$ C) $a < b < c$
D) $a < c < b$ E) $b < a < c$

Artan üstel fonksiyonlarda y -eksenine yakın olan fonksiyonun tabanı daha büyüktür.

$$a > b > c \text{ veya } c < b < a$$

7.



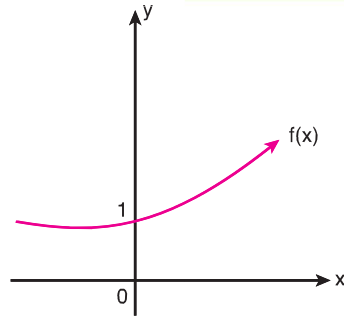
Yukarıda analitik düzlemde a^x , b^x , c^x , d^x üstel fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

a , b , c , d 'nin küçükten büyüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

- A) $b < a < c < d$ B) $d < c < a < b$
C) $b < a < d < c$ D) $a < b < c < d$
E) $a < b < d < c$

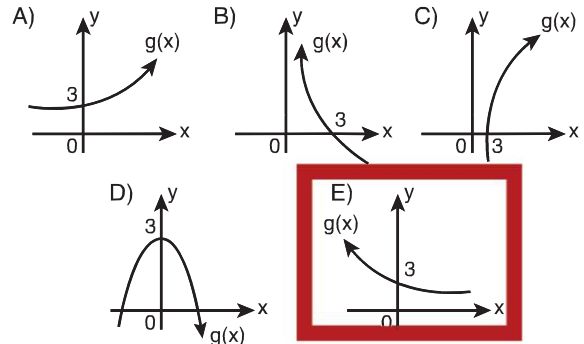
* Artan üstel fonksiyonlarda y -eksenine yakın olan fonksiyonun tabanı daha büyüktür.
* Azalan üstel fonksiyonlarda y -eksenine yakın olan fonksiyonun tabanı daha küçüktür.
 $b < a < c < d$

8.



Yukarıda $f(x) = a^x$ üstel fonksiyonunun grafiği verilmiştir.
 $g(x) = f(-x) + 2$ eşitliği veriliyor.

Buna göre, $g(x)$ 'in grafiği aşağıdakilerden hangisidir?



5.B 6.A 7.A 8.E

$f(-x) \rightarrow y$ -eksenine göre simetrisi alınır.
 $f(-x) + 2 \rightarrow y$ -ekseninde 2 bir yukarı ötelenir.

4. Soru Tipi

LOGARİTMA FONKSİYONU

$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ ve $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere,

$f(x) = \log_a x$ fonksiyonuna **Logaritma Fonksiyonu** denir.

ACIL MATEMATİK

ÖRNEK

a) $2^x = 7$

b) $\log_3 x = 2$

Yukarıda verilen eşitliklerdeki x değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

a) $2^x = 7$ ise $x = \log_2 7$ olur.

b) $\log_3 x = 2$ ise $x = 3^2 = 9$ olur.

ACIL MATEMATİK

1. $3^x = 5$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $\log_2 5$ B) $\log_5 3$ C) $\log_2 5$ D) $\log_3 2$ E) $\log_5 2$

$$3^x = 5 \Rightarrow \log_3 5 = x$$

4. $\log_3 x = 3$ olduğuna göre,

x değeri kaçtır?

- A) 0 B) 27 C) 18 D) 9 E) 3

$$\log_3 x = 3 \Rightarrow x = 3^3 \Rightarrow x = 27$$

2. $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 8$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $\log_3 8$ B) $\log_2 5$ C) $\log_{\frac{1}{2}} 8$

- D) $\log_3 2$ E) $\log_2 3$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x = 8 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} 8 = x$$

3. $10^x = 5$ olduğuna göre, x kaçtır?

- A) $\log_5 10$ B) $\log_{10} 5$ C) $\log_2 10$

- D) $\log_2 5$ E) $\log_2 6$

$$10^x = 5 \Rightarrow \log_{10} 5 = x$$

5. $\log_{\frac{1}{2}} x = -2$ olduğuna göre,

x kaçtır?

- A) 4 B) $\frac{1}{4}$ C) 8 D) 16 E) 64

$$\log_{\frac{1}{2}} x = -2 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = x \Rightarrow x = 4$$

6. $\log_5 x^2 = 2$ olduğuna göre,

x 'in pozitif değeri kaçtır?

- A) 6 B) 10 C) 5 D) 15 E) 20

$$\log_5 x^2 = 2 \Rightarrow x^2 = 5^2 \Rightarrow x = 5$$

– PEKİŞTİRME TESTİ –

1. $3^{x-1} = 2$ olduğuna göre,

x kaçtır?

- A) $\log_{15}3$ B) $\log_35$ C) $\log_53$
D) $\log_36$ E) $\log_32$

$$3^{x-1} = 2 \Rightarrow 3^x \cdot 3^{-1} = 2 \Rightarrow 3^x \cdot \frac{1}{3} = 2$$

$$3^x = 6 \Rightarrow \log_3 6 = x$$

2. $5^{x+1} = 7$ olduğuna göre,

x kaçtır?

- A) $\log_75$ B) $\log_5\left(\frac{7}{5}\right)$ C) $\log_27$
D) $\log_37$ E) $\log_57$

$$5^{x+1} = 7 \Rightarrow \frac{5^x \cdot 5^1}{5} = \frac{7}{5} \Rightarrow 5^x = \frac{7}{5}$$

$$x = \log_5\left(\frac{7}{5}\right)$$

3. $\frac{(7)^x}{2} = 5$ olduğuna göre,

x kaçtır?

- A) $\log_710$ B) $\log_{10}7$ C) $\log_52$
D) $\log_57$ E) $\log_75$

$$\frac{7^x}{2} = 5 \Rightarrow 7^x = 10 \Rightarrow \log_7 10 = x$$

4. $5^{x-2} = 6$ olduğuna göre,

x kaçtır?

- A) $\log_56$ B) $\log_520$ C) $\log_5150$
D) $\log_5360$ E) $\log_65$

$$5^{x-2} = 6 \Rightarrow 5^x \cdot 5^{-2} = 6 \Rightarrow 5^x \cdot \frac{1}{25} = 6$$

$$5^x = 150 \Rightarrow x = \log_5 150$$

5. $\left(\frac{1}{3}\right)^{1-x} = 4$ olduğuna göre,

x kaçtır?

- A) $\log_312$ B) $\log_34$ C) $\log_36$
D) $\log_32$ E) $\log_38$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{1-x} = 4 \Rightarrow (3^{-1})^{1-x} = 4 \Rightarrow 3^{x-1} = 4$$

$$3^x \cdot \frac{1}{3} = 4 \Rightarrow 3^x = 12 \Rightarrow \log_3 12 = x$$

6. $9^{x-1} = 6$ olduğuna göre,

x kaçtır?

- A) $\log_96$ B) $\log_954$ C) $\log_354$
D) $\log_39$ E) $\log_336$

$$9^{x-1} = 6 \Rightarrow 9^x \cdot 9^{-1} = 6 \Rightarrow 9^x \cdot \frac{1}{9} = 6$$

$$9^x = 54 \Rightarrow \log_9 54 = x$$

7. $\log_2(x-1) = 4$ olduğuna göre,

x kaçtır?

- A) 17 B) 16 C) 32 D) 33 E) 15

$$\log_2(x-1) = 4 \Rightarrow x-1 = 2^4 \Rightarrow x-1 = 16$$

$$x = 17$$

– PEKİŞTİRME TESTİ –

8. $\log_3(x+1) = 2$ olduğuna göre,

x kaçtır?

- A) 3 B) 27 C) 8 D) 10 E) 12

$$\log_3(x+1) = 2 \Rightarrow x+1 = 3^2 \Rightarrow x+1 = 9 \Rightarrow x = 8$$

9. $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) = -2$ olduğuna göre,

x kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 3 E) 2

$$\log_{\frac{1}{2}}(x-1) = -2 \Rightarrow x-1 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \Rightarrow x-1 = 2^2 \Rightarrow x-1 = 4 \Rightarrow x = 5$$

10. $\log_8(x^2) = 2$ olduğuna göre,

x kaçtır?

- A) 8 B) 4 C) 16 D) 32 E) 2

$$\log_8 x^2 = 2 \Rightarrow x^2 = 8^2 = 64 \Rightarrow x = 8 \text{ veya } x = -8$$

11. $\log_6(x-3) = 0$ olduğuna göre,

x kaçtır?

- A) 9 B) 3 C) 4 D) 3 E) 10

$$\log_6(x-3) = 0 \Rightarrow x-3 = 6^0 = 1 \Rightarrow x-3 = 1 \Rightarrow x = 4$$

12. $\log_3(x^2 - 1) = 1$ olduğuna göre,

x'in pozitif değeri kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 5 D) 2 E) 1

$$\log_3(x^2 - 1) = 1 \Rightarrow x^2 - 1 = 3^1 = 3 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2 \text{ veya } x = -2$$

13. $\log_2(\log_3(x-1)) = 0$ olduğuna göre,

x'in değeri kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 6 D) 2 E) 5

$$\log_2(\log_3(x-1)) = 0 \Rightarrow \log_3(x-1) = 2^0 = 1 \Rightarrow x-1 = 3^1 = 3 \Rightarrow x = 4$$

14. $\log_{\frac{1}{2}}(\log_2(x+1)) = -2$ olduğuna göre,

x kaçtır?

- A) 15 B) 17 C) 16 D) 32 E) 33

$$\log_{\frac{1}{2}}(\log_2(x+1)) = -2 \Rightarrow \log_2(x+1) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4 \Rightarrow x+1 = 2^4 = 16 \Rightarrow x = 15$$

5. Soru Tipi

ÜSTEL VE LOGARİTMA FONKSİYONUNUN TERSİ

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere,

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$, $f(x) = a^x$ üstel fonksiyonun tersi,

$f^{-1}: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $f^{-1}(x) = \log_a x$ fonksiyonudur.

ACIL MATEMATİK

ÖRNEK

a) $f(x) = 3^{x-1} + 2$

b) $g(x) = 2 + \log_3(x-1)$

Yukarıda verilen fonksiyonların terslerini bulunuz.

ÇÖZÜM

a) $f(x) = 3^{x-1} + 2 \Rightarrow y = 3^{x-1} + 2 \Rightarrow y - 2 = 3^{x-1}$

$y - 2 = 3^x \cdot \frac{1}{3} \Rightarrow 3y - 6 = 3^x \Rightarrow f^{-1}(x) = \log_3(3x - 6)$

b) $g(x) = 2 + \log_3(x-1) \Rightarrow y = 2 + \log_3(x-1) \Rightarrow y - 2 = \log_3(x-1)$

$3^{y-2} + 1 = x \Rightarrow y^{-1} = 3^{x-2} + 1$ olur

ACIL MATEMATİK

1. $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = \ln x$

fonksiyonunun tersi aşağıdakilerden hangisidir?

A) e^{2x} B) e^x C) x^e D) e^{-x} E) e^{3x}

$y = \ln x \Rightarrow e^y = x \Rightarrow f^{-1}(x) = e^x$

2. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$

$f(x) = 5^x$

fonksiyonunun tersi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\log_{(x)} 5$ B) x^5 C) $\log_5 x$ D) $\log_5(2x)$ E) $\log_{(2x)} 5$

$y = 5^x \Rightarrow \log_5 y = x \Rightarrow f^{-1} = \log_5 x$

3. $f: (5, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = \log_2(x - 5)$

fonksiyonunun tersi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2^x - 5$ B) $2^x - 2$ C) $5^x + 2$ D) $5^x - 2$ E) $2^x + 5$

$y = \log_2(x - 5) \Rightarrow 2^y = x - 5 \Rightarrow 2^y + 5 = x \Rightarrow y^{-1} = 2^{x-5}$

4. $f: \left(\frac{1}{2}, \infty\right) \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = \log_3(2x - 1) - 2$

fonksiyonunun tersi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3^{x+2} + 1$ B) $3^{x-2} - 5$ C) $\frac{3^{x-1} + 2}{2}$ D) $\frac{3^{x+2} + 1}{2}$ E) $\frac{3^{x+1} + 2}{2}$

$y = \log_3(2x - 1) - 2 \Rightarrow y + 2 = \log_3(2x - 1) \Rightarrow 3^{y+2} = 2x - 1 \Rightarrow 3^{y+2} + 1 = 2x \Rightarrow x = \frac{3^{y+2} + 1}{2} \Rightarrow f^{-1} = \frac{3^{x+2} + 1}{2}$

– PEKİŞTİRME TESTİ –

1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$

$f(x) = 7^{-x}$ olduğuna göre,

$f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\log_{\frac{1}{7}}(x)$

B) $\log_7(x)$

C) $\log_{(x)}7$

D) $\log_7(x-1)$

E) $\log_{(-x)}7$

$$y = 7^{-x} \Rightarrow y = \left(\frac{1}{7}\right)^x \Rightarrow \log_{\frac{1}{7}} y = x$$

$$f^{-1}(x) = \log_{\left(\frac{1}{7}\right)}(x)$$

2. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$

$f(x) = 3^{2-x}$ olduğuna göre,

$f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\log_3 x$

B) $\log_9 x$

C) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{x}{9}$

D) $\log_9 \frac{x}{3}$

E) $\log_x 3$

$$y = 3^{2-x} \Rightarrow \frac{y}{3^2} = \frac{3^2 \cdot 3^{-x}}{3^2} \Rightarrow \frac{y}{9} = \left(\frac{1}{3}\right)^x$$

$$x = \log_{\frac{1}{3}} \frac{y}{9} \Rightarrow y^{-1} = \log_{\frac{1}{3}} \frac{y}{9}$$

3. $f: \mathbb{R} \rightarrow (-6, \infty)$

$f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x - 6$ olduğuna göre,

$f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\log_4(x)$

B) $\log_6\left(\frac{x}{6}\right)$

C) $\log_6(4-x)$

D) $\log_{\frac{1}{4}}(x+6)$

E) $\log_{\frac{1}{4}}(x-6)$

$$y = \left(\frac{1}{4}\right)^x - 6 \Rightarrow y+6 = \left(\frac{1}{4}\right)^x \Rightarrow \log_{\frac{1}{4}}(y+6) = x$$

$$y^{-1} = \log_{\left(\frac{1}{4}\right)}(y+6)$$

4. $f: \mathbb{R} \rightarrow (-2, \infty)$

$f(x) = \frac{2^{x-3} - 4}{2}$ olduğuna göre,

$f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\log_2(16x+32)$

B) $\log_4(16x-8)$

C) $\log_4(3x-2)$

D) $\log_{(16x)}(x-32)$

E) $\log_{(x)}2$

$$y = \frac{2^{x-3} - 4}{2} \Rightarrow 2y = 2^{x-3} - 4 \Rightarrow 2y+4 = 2^{x-3}$$

$$2y+4 = 2^x \cdot \frac{1}{2^3} \Rightarrow 16y+32 = 2^x$$

$$x = \log_2(16y+32) \Rightarrow y^{-1} = \log_2(16x+32)$$

5. $f: \mathbb{R} \rightarrow \left(-\frac{2}{3}, \infty\right)$

$f(x) = \frac{8^{x+1} - 2}{3}$ olduğuna göre,

$f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\log_8(x-1)$

B) $\log_8\left(\frac{3x+2}{8}\right)$

C) $\log_8(3x-2)$

D) $\log_2(8x-2)$

E) $\log_8(x+3)$

$$y = \frac{8^{x+1} - 2}{3} \Rightarrow 3y = 8^{x+1} - 2 \Rightarrow \frac{3y+2}{8} = 8^x$$

$$8^x = \frac{3y+2}{8} \Rightarrow \log_8 \frac{3y+2}{8} = x \Rightarrow y^{-1} = \log_8 \frac{3x+2}{8}$$

6. $f: (5, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = \log_2(x-5)$ olduğuna göre,

$f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2^x + 5$

B) $2^x - 5$

C) $5^x - 2$

D) $5^x + 2$

E) $4^x + 2$

$$y = \log_2(x-5) \Rightarrow 2^y = x-5 \Rightarrow 2^y+5 = x$$

$$y^{-1} = 2^x+5$$

– PEKİŞTİRME TESTİ –

7. $f: (-2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = \log_5(x+2) - 5$ olduğuna göre,

$f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{5^x - 5}{2}$ B) $5^{x+5} - 2$ C) $5^{x-5} + 2$
D) $2^{x-5} + 5$ E) $2^{x+5} + 5$

$$y = \log_5(x+2) - 5 \Rightarrow y+5 = \log_5(x+2)$$

$$5^{y+5} = x+2 \Rightarrow 5^{y+5} - 2 = x \Rightarrow y^{-1} = 5^{x+5} - 2$$

8. $f: (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = 2 \cdot \log_3(x+1)$ olduğuna göre,

$f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3^{2x} - 1$ B) $3^{2x} + 1$ C) $3^{(x)} - 1$
D) $3^{\frac{x}{2}} - 1$ E) $3^{x+1} - 1$

$$y = 2 \cdot \log_3(x+1) \Rightarrow \frac{y}{2} = \log_3(x+1)$$

$$3^{\frac{y}{2}} = x+1 \Rightarrow 3^{\frac{y}{2}} - 1 = x \Rightarrow y^{-1} = 3^{\frac{x}{2}} - 1$$

9. $f: (-4, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = \frac{\log_3(x+4)}{2}$ olduğuna göre,

$f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3^{2x} - 4$ B) $3^x + 8$ C) $3^x - 4$
D) $3^{-x} - 4$ E) $3^x + 4$

$$y = \frac{\log_3(x+4)}{2} \Rightarrow 2y = \log_3(x+4)$$

$$3^{2y} = x+4 \Rightarrow x = 3^{2y} - 4 \Rightarrow y^{-1} = 3^{2x} - 4$$

10. $f: (3, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = \log_5(x-3) - 4$ olduğuna göre,

$f^{-1}(0)$ değeri kaçtır?

- A) 628 B) 622 C) 625
D) 128 E) 122

$$y = \log_5(x-3) - 4 \Rightarrow y+4 = \log_5(x-3)$$

$$5^{y+4} = x-3 \Rightarrow x = 5^{y+4} + 3 \Rightarrow f^{-1}(x) = 5^{x+4} + 3$$

$$f^{-1}(0) = 5^{0+4} + 3 = 625 + 3 = 628$$

11. k pozitif bir gerçel sayı olmak üzere,

$f(x) = \log_3(x-k)$ fonksiyonu için

$f^{-1}(2) = 11$ olduğuna göre,

k değeri kaçtır?

- A) 11 B) 7 C) 8 D) 4 E) 2

$$y = \log_3(x-k) \Rightarrow 3^y = x-k \Rightarrow 3^y + k = x$$

$$f^{-1}(x) = 3^x + k \Rightarrow f^{-1}(2) = 3^2 + k = 11$$

$$k = 2$$

12. $f: (-3, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = \log_e(x+3)$ olduğuna göre,

$f^{-1}(3)$ değeri kaçtır?

- A) $e^3 + 3$ B) $3 - e$ C) $e^3 - 3$
D) e^6 E) $\frac{e^3}{3}$

$$y = \log_e(x+3) \Rightarrow e^y = x+3 \Rightarrow x = e^y - 3$$

$$f^{-1}(x) = e^x - 3 \Rightarrow f^{-1}(3) = e^3 - 3$$

7.B 8.D 9.A 10.A 11.E 12.C

6. Soru Tipi

LOGARİTMA FONKSİYONUNUN TANIM KÜMESİ

$f(x) = \log_{h(x)} k(x)$ fonksiyonun tanım kümesi incelenirken iki kurala dikkat etmeliyiz.

- 1) $h(x) > 0$ ve $h(x) \neq 1$ olmalı
- 2) $k(x) > 0$ olmalı

ACIL MATEMATİK

ÖRNEK

$f(x) = \log_{(x-3)}(10-x)$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

$f(x) = \log_{(x-3)}(10-x)$ fonksiyonu için

$$x-3 > 0 \text{ ve } x-3 \neq 1$$

$$x > 3$$

$$x \neq 4$$

$$10-x > 0 \Rightarrow 10 > x$$

$$3 < x < 10 \text{ olur. TK: } (3, 10) - \{4\}$$

ACIL MATEMATİK

1. $f(x) = \log_3(x-6)$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(6, \infty)$

B) $(-\infty, 6)$

C) $(0, 6)$

D) $(3, \infty)$

E) $(3, 6)$

$$x-6 > 0 \Rightarrow x > 6 \Rightarrow \text{T.K.} = (6, \infty)$$

2. $f(x) = \log_8(x-4)$ fonksiyonunun tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(4, \infty)$

B) $(4, \infty) - \{5\}$

C) $(4, 8)$

D) $(-\infty, 4) - \{3\}$

E) $\mathbb{R}$

$$x-4 > 0 \Rightarrow x > 4 \Rightarrow \text{T.K.} = (4, \infty)$$

3. $f(x) = \log_2(2x-18)$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(9, 18)$

B) $(9, \infty)$

C) $(6, 9)$

D) $(2, \infty)$

E) $(2, 9)$

$$2x-18 > 0 \Rightarrow \frac{2x}{2} > \frac{18}{2} \Rightarrow x > 9$$

$$\text{T.K.} = (9, \infty)$$

4. $f(x) = \log_5(x-8) + \log_9(20-x)$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(20, \infty)$

B) $(8, \infty)$

C) $\emptyset$

D) $(8, 20)$

E) $\mathbb{R}$

$$x-8 > 0 \Rightarrow x > 8 \quad \text{ve} \quad 20-x > 0 \Rightarrow 20 > x \Rightarrow 8 < x < 20$$

$$\text{T.K.} = (8, 20)$$

5. $f(x) = \log_{(x-4)} 6 - \log_5(11-x)$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(4, 11)$

B) $(5, 11)$

C) $(0, \infty) - \{4\}$

D) $(4, 5)$

E) $(4, 11) - \{5\}$

$$x-4 > 0 \Rightarrow x > 4 \quad x-4 \neq 1 \Rightarrow x \neq 5 \quad 11-x > 0 \Rightarrow 11 > x$$

$$4 < x < 11 \Rightarrow \text{T.K.} = (4, 11) - \{5\}$$

6. $f(x) = \log_{(10-x)}(x-3)$ fonksiyonunu tanımlı yapan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 30

B) 39

C) 26

D) 27

E) 32

$$10-x > 0 \Rightarrow 10 > x \quad 10-x \neq 1 \Rightarrow x \neq 9 \quad x-3 > 0 \Rightarrow x > 3$$

$$3 < x < 10$$

1.A 2.A 3.B 4.D 5.E 6.A

$$4, 5, 6, 7, 8 \Rightarrow 4+5+6+7+8 = 30$$

– PEKİŞTİRME TESTİ –

1. $f(x) = \log_{(3-x)}(x)$ fonksiyonunu tanımlı yapan x tam sayıları kaç tanedir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 0

$$\begin{aligned} 3-x > 0 & \Rightarrow x < 3 \\ 3-x & \neq 1 \Rightarrow x \neq 2 \\ x & > 0 \end{aligned}$$

$$0 < x < 3 \Rightarrow x = 1, 2$$

1 tane

2. $f(x) = \log_{10}\left(\frac{x-5}{6}\right)$ fonksiyonunu tanımlı yapan kaç farklı rakam vardır?

A) 5 B) 6 C) 4 D) 2 E) 3

$$\frac{x-5}{6} > 0 \Rightarrow x-5 > 0$$

$$x > 5 \Rightarrow x = 6, 7, 8, 9$$

4 tane

3. $f(x) = \log_{(x-8)}(15-x)$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (8, 15) B) (8, ∞)
C) (15, ∞) D) (8, 15) - {9}
E) (8, ∞) - {9}

$$\begin{aligned} 15-x & > 0 & x-8 & > 0 & x-8 & \neq 1 \\ 15 & > x & x & > 8 & x & \neq 9 \end{aligned}$$

$$8 < x < 15 \Rightarrow \text{T.K.} = (8, 15) - \{9\}$$

4. $f(x) = 3^{x-1} - 2$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(x)$ 'in tanım kümesi aşağıdakilerden hangidir?

A) $(-\infty, 2)$ B) $(-2, \infty)$ C) (2, 3)
D) (2, ∞) E) $(-\infty, 2)$

$$y = 3^{x-1} - 2 \Rightarrow y+2 = 3^{x-1} \Rightarrow y+2 = 3^{\frac{x-1}{1}}$$

$$3y+6 = 3^x \Rightarrow x = \log_3(3y+6) \Rightarrow$$

$$f^{-1}(x) = \log_3(3x+6) \Rightarrow 3x+6 > 0 \Rightarrow \frac{3x}{3} > -\frac{6}{3}$$

$$x > -2 \Rightarrow \text{T.K.} = (-2, \infty)$$

5. $f(x) = \log_5(\sqrt{x-5})$ fonksiyonunun tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, 5)$ B) $(5, \infty) - \{6\}$
C) (5, ∞) D) (0, 5)
E) $\emptyset$

$$\sqrt{x-5} > 0 \Rightarrow x-5 > 0$$

$$x > 5 \Rightarrow \text{T.K.} = (5, \infty)$$

6. $f(x) = \log_6(x-2)(5-x)$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (2, 5) B) [2, 5]
C) $\mathbb{R} - \{2, 5\}$ D) $(-2, 5)$
E) (5, ∞)

$$(x-2) \cdot (5-x) > 0$$

$$x = 2 \quad x = 5$$

$$\text{T.K.} = (2, 5)$$

– PEKİŞTİRME TESTİ –

7. $f(x) = \log_2(x^2 - x - 12)$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\mathbb{R}$ B) $\emptyset$
C) $(-\infty, -3) \cup (4, \infty)$ D) $(3, 4)$
E) $(-\infty, 4)$

$$x^2 - x - 12 > 0$$

$$x \begin{matrix} \nearrow -4 \\ \searrow 3 \end{matrix} \Rightarrow (x-4)(x+3) > 0 \quad x=4 \text{ ve } x=-3$$

T.K = $(-\infty, -3) \cup (4, \infty)$

10. $f(x) = \log_5(x - 10)(k - x)$ fonksiyonunu tanımlı yapan sadece 2 farklı x tam sayısı vardır.

Buna göre, k 'nin alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?
A) 13 B) 12 C) 10 D) 9 E) 7

$$(x-10)(k-x) > 0 \Rightarrow x=10 \text{ ve } x=k$$

T.K = $(10, k)$ $x=11, x=12$ $k=13$
T.K = $(k, 10)$ $x=9, x=8$ $k=7$

8. $f(x) = \log_6\left(\frac{x-1}{8-x}\right)$ fonksiyonu tanımlı yapan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 25 B) 20 C) 27 D) 24 E) 30

$$\frac{x-1}{8-x} > 0 \Rightarrow x=1 \text{ ve } x=8$$

T.K = $(1, 8)$
 $2+3+4+5+6+7 = 27$

11. $f(x) = \log_8(k - x^2)$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesi $(-5, 5)$ olduğuna göre,

k aşağıdakilerden hangisidir?

A) 5 B) -5 C) 10 D) 25 E) 100

$$k - x^2 > 0 \Rightarrow k > x^2 \Rightarrow x^2 < k$$

$$-\sqrt{k} < x < \sqrt{k} = -5 < x < 5$$

$$\sqrt{k} = 5 \Rightarrow k = 25$$

9. $f(k) = \log_8\left(\frac{x-m}{5-x}\right)$ fonksiyonunu tanımlı yapan dört farklı tam sayı vardır.

Buna göre, m 'nin alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

A) 10 B) 8 C) 6 D) 4 E) 2

$$\frac{x-m}{5-x} > 0 \Rightarrow x=m \text{ ve } x=5$$

$m=0$ $m=10$

12. $f(x) = \log_5(m - x^2)$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesinde 5 tane tam sayı olduğuna göre,

m aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 6 B) 3 C) -3 D) 8 E) 9

$$m - x^2 > 0 \Rightarrow m > x^2 \Rightarrow x^2 < m$$

$$-\sqrt{m} < x < \sqrt{m} \Rightarrow -3 < x < 3 \quad (5 \text{ tane tam sayı vardır})$$

$$\sqrt{m} = 3 \Rightarrow m = 9$$

7. Soru Tipi

LOGARİTMA FONKSİYONUNUN GRAFİĞİ

$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere,

$f(x) = \log_a(h(x))$ fonksiyonunun grafiği çizilirken aşağıdaki adımları sırasıyla uygulamalıyız;

- 1) $a > 1$ ise f artan fonksiyondur.
- 2) $0 < a < 1$ ise f azalan fonksiyondur.
- 3) $h(x) > 0$ olacak şekilde tanım kümesi bulunur.
- 4) $(x, f(x))$ ikililerinden oluşan tablo düzenlenir.
- 5) Tablodaki değerler dik koordinat düzleminde işaretlenir.
- 6) İşaretlenen noktalar birleştirilerek grafik oluşturulur.

ACIL MATEMATİK

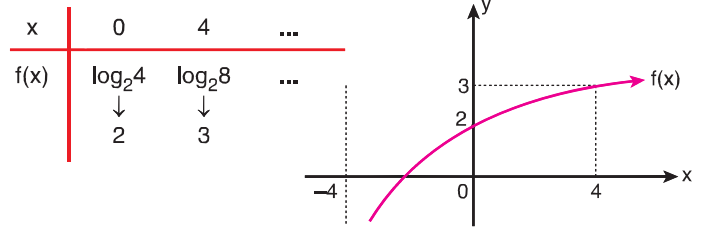
ÖRNEK

$f(x) = \log_2(x+4)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM

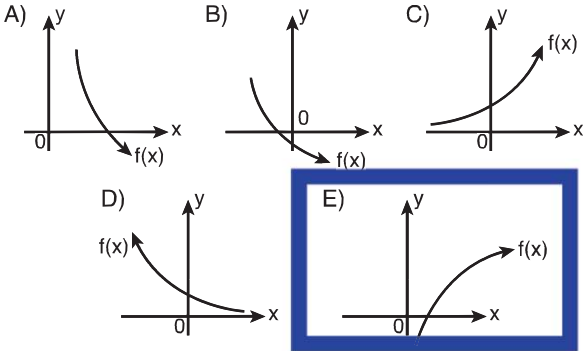
$2 > 1$ olduğundan artan fonksiyondur.

$$x + 4 > 0 \Rightarrow x > -4 \text{ olmalı}$$

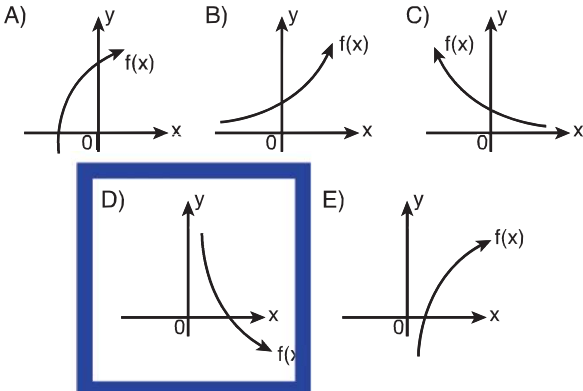


ACIL MATEMATİK

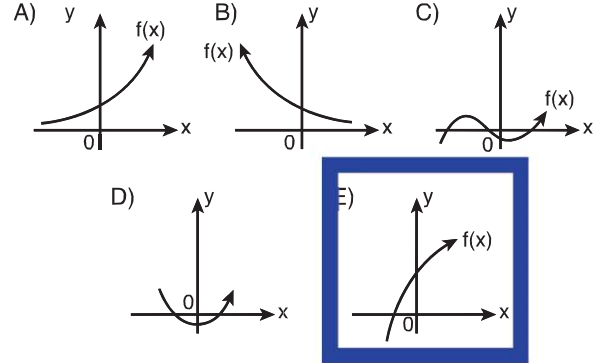
1. Aşağıdakilerden hangisi artan logaritma fonksiyonunun grafiği olabilir?



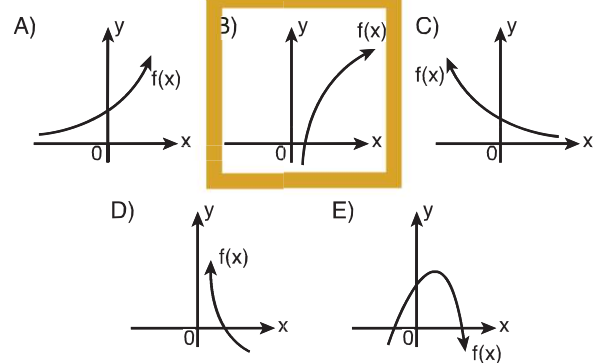
2. Aşağıdakilerden hangisi azalan logaritma fonksiyonunun grafiği olabilir?



3. Aşağıdakilerden hangisi bir logaritma fonksiyonu belirtir?



4. $m > 1$ ve $f(x) = \log_m(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



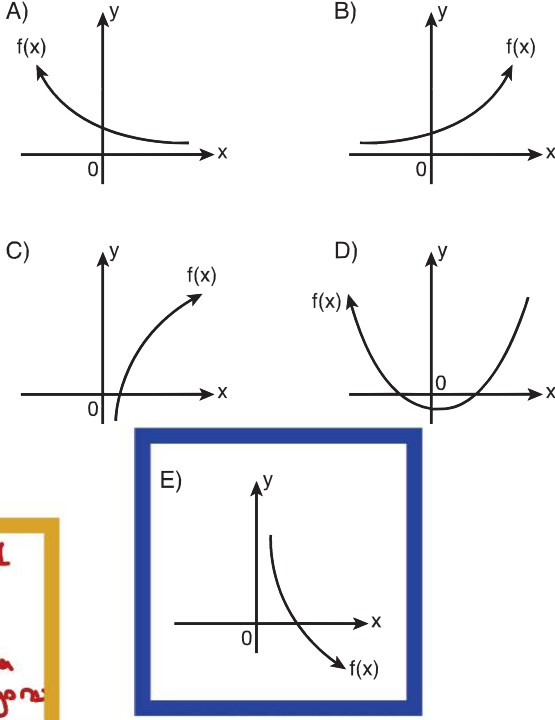
1.E 2.D 3.E 4.B

– PEKİŞTİRME TESTİ –

$$\begin{aligned} x+4 > 0 & \quad f(4) = -3 \\ x > -4 & \quad f \text{ azalan} \end{aligned}$$

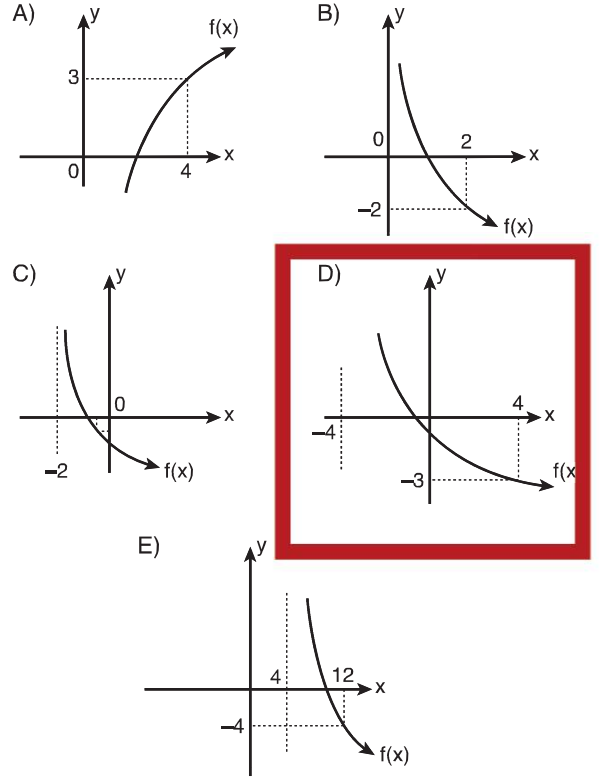
1. $0 < a < 1$ ve $f(x) = \log_a x$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?

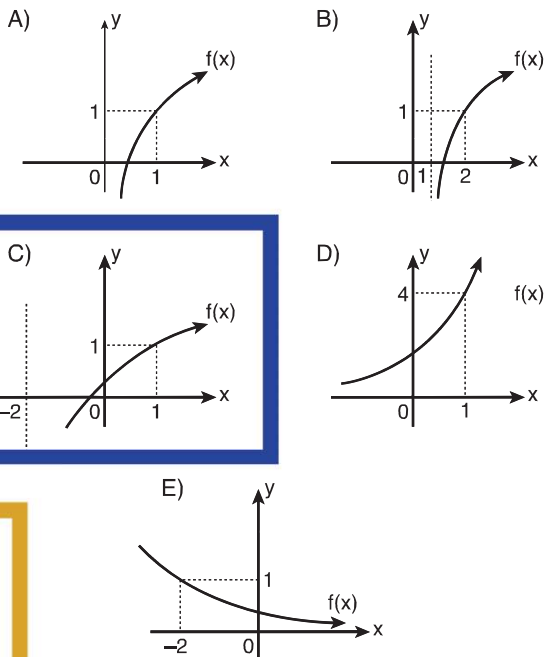


$0 < a < 1$
ise
azalan
logaritma
fonksiyonu

3. Uygun şartlardan tanımlı $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x+4)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?

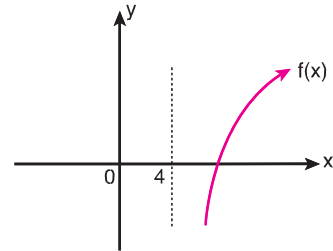


2. Uygun şartlarda tanımlı $f(x) = \log_3(x+2)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



$x+2 > 0$
 $x > -2$
 $f(1) = 1$
 f artan

- 4.



Yukarıda $f(x) = \log_3(x-m)$ grafiği veriliyor.

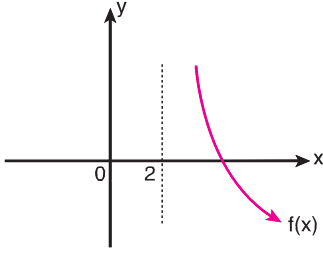
Buna göre, m değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) -4 D) -3 E) 2

$$\begin{aligned} x-m > 0 \\ x > m & \Rightarrow x > 4 \\ m & = 4 \end{aligned}$$

– PEKİŞTİRME TESTİ –

5.



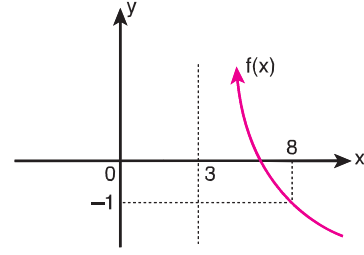
Yukarıda $f(x) = \log_a(x-2)$ fonksiyonunun grafiği veriliyor.

Buna göre a değeri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 2 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{101}{100}$ E) 1

Azalan fonksiyon olduğundan $0 < a < 1$ olmalı. $a = \frac{1}{2}$ olabilir.

7.



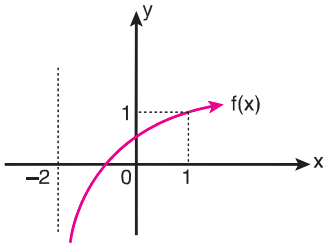
Yukarıda $f(x) = \log_a(x-b)$ fonksiyonunun grafiği veriliyor.

Buna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) $\frac{42}{5}$ B) $\frac{12}{5}$ C) $\frac{16}{5}$ D) $\frac{39}{5}$ E) $\frac{43}{5}$

$$\begin{aligned} x-b &> 0 \\ x > b &\Rightarrow b=3 \\ x > 3 & \\ f(x) &= \log_a(x-3) \\ f(8) &= -1 \\ f(8) &= \log_a 5 = -1 \Rightarrow a^{-1} = 5 \\ a &= \frac{1}{5} \\ a+b &= 3 + \frac{1}{5} \\ a+b &= \frac{16}{5} \end{aligned}$$

6.



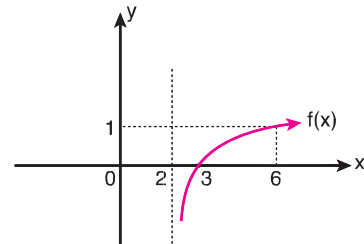
Yukarıda $f(x) = \log_a(x+b)$ fonksiyonunun grafiği veriliyor.

Buna göre $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) 6 B) -6 C) 12 D) 2 E) 3

$$\begin{aligned} x+b &> 0 \\ x > -b & \\ x > -2 & \Rightarrow b=2 \\ f(x) &= \log_a(x+2) \\ f(1) &= 1 \text{ ise} \\ \log_a 3 &= 1 \Rightarrow a=3 \\ a \cdot b &= 6 \end{aligned}$$

8.



Yukarıda $f(x) = \log_4(ax+b)$ fonksiyonunun grafiği veriliyor.

Buna göre $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -4 C) 6 D) -1 E) 1

$$\begin{aligned} f(3) &= 0 \\ \log_4(a \cdot 3 + b) &= 0 \\ 3a + b &= 4^0 = 1 \\ 3a + b &= 1 \\ f(6) &= 1 \\ \log_4(a \cdot 6 + b) &= 1 \\ 6a + b &= 4 \\ 6a + b &= 4 \\ -3a + b &= 1 \\ 3a &= 3 \Rightarrow a=1 \\ b &= -2 \\ a+b &= -1 \end{aligned}$$

8. Soru Tipi

ONLUK LOGARİTMA FONKSİYONU

Tabanı "10" olan logaritma fonksiyonudur.

$f(x) = \log_{10}x$ veya $f(x) = \lg x$ şeklinde ifade edilir.

ACİL MATEMATİK

ÖRNEK

$\log(x - 1) = 1$ olduğuna göre,

x değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\log_{10}(x - 1) = 1$$

$$x - 1 = 10^1 \Rightarrow x - 1 = 10$$

$$x = 11$$

ACİL MATEMATİK

1. $\lg x = 2$ olduğuna göre,

x değeri kaçtır?

- A) 10 B) 2 C) 100 D) 0,1 E) 1

$$\lg x = 2 \Rightarrow x = 10^2 \Rightarrow x = 100$$

2. $\lg(x - 5) = 2$ olduğuna göre,

x değeri kaçtır?

- A) 105 B) 95 C) 100 D) 125 E) 6

$$\lg(x - 5) = 2 \Rightarrow x - 5 = 10^2 \Rightarrow x = 105$$

3. $\lg(x - 3) - 3 = 0$ olduğuna göre,

x değeri kaçtır?

- A) 997 B) 1000 C) 105 D) 1003 E) 3

$$\lg(x - 3) - 3 = 0 \Rightarrow \lg(x - 3) = 3 \Rightarrow x - 3 = 10^3 \Rightarrow x = 1003$$

4. $\lg(2x - 2) = 1$ olduğuna göre,

x değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 6 D) 8 E) 10

$$\lg(2x - 2) = 1 \Rightarrow 2x - 2 = 10 \Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow x = 6$$

5. $\lg(3x - 5) = 2$ olduğuna göre,

x değeri kaçtır?

- A) 95 B) $\frac{100}{3}$ C) 45 D) 35 E) 105

$$\lg(3x - 5) = 2 \Rightarrow 3x - 5 = 10^2 \Rightarrow 3x = 105 \Rightarrow x = 35$$

6. $\lg(-2x - 1) = 0$ olduğuna göre,

x değeri kaçtır?

- A) 1 B) -1 C) 2 D) 3 E) -2

$$\lg(-2x - 1) = 0 \Rightarrow -2x - 1 = 10^0 \Rightarrow -2x - 1 = 1 \Rightarrow -2x = 2 \Rightarrow x = -1$$

7. $\lg(x + 1) = 1$

$\lg(y - 1) = 1$ olduğuna göre,

x + y toplamı kaçtır?

- A) 20 B) 18 C) 19 D) 11 E) 17

$$\lg(x + 1) = 1 \Rightarrow x + 1 = 10 \Rightarrow x = 9$$

$$\lg(y - 1) = 1 \Rightarrow y - 1 = 10 \Rightarrow y = 11$$

$$x + y = 9 + 11 = 20$$

8. $\lg\left(\frac{x-1}{4}\right) = 0$ olduğuna göre,

x değeri kaçtır?

- A) 4 B) 8 C) 5 D) 10 E) 100

$$\lg\left(\frac{x-1}{4}\right) = 0 \Rightarrow \frac{x-1}{4} = 10^0 \Rightarrow \frac{x-1}{4} = 1 \Rightarrow x-1 = 4 \Rightarrow x = 5$$

1.C 2.A 3.D 4.C 5.D 6.B 7.A 8.C

– PEKİŞTİRME TESTİ –

1. $\log(x + 10) = 0$ olduğuna göre,

x kaçtır?

- A) 1 B) -10 C) 4 D) -8 E) -9

$$\log_{10}(x+10) = 0 \Rightarrow x+10 = 10^0$$

$$x+10 = 1 \Rightarrow x = -9$$

2. $\log\left(\frac{x+2}{3}\right) = 1$ olduğuna göre,

x değeri kaçtır?

- A) 30 B) 28 C) 32 D) 34 E) 26

$$\log_{10}\left(\frac{x+2}{3}\right) = 1 \Rightarrow \frac{x+2}{3} = 10^1$$

$$x+2 = 30 \Rightarrow x = 28$$

3. $-1 + \log(x - 1) = 1$ olduğuna göre,

x değeri kaçtır?

- A) 100 B) 101 C) 202 D) 99 E) 200

$$-1 + \log_{10}(x-1) = 1 \Rightarrow \log_{10}(x-1) = 2$$

$$x-1 = 10^2 \Rightarrow x-1 = 100$$

$$x = 101$$

4. $\log(x + 5) = -1$ olduğuna göre,

x değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{49}{10}$ C) $\frac{5}{10}$ D) $-\frac{49}{10}$ E) $-\frac{5}{49}$

$$\log_{10}(x+5) = -1 \Rightarrow x+5 = 10^{-1}$$

$$x+5 = \frac{1}{10} \Rightarrow x = \frac{1}{10} - 5 \Rightarrow x = -\frac{49}{10}$$

5. $\log\left(\frac{x-4}{3} - 1\right) = 1$ olduğuna göre,

x değeri kaçtır?

- A) 37 B) 35 C) 34 D) 36 E) 38

$$\log_{10}\left(\frac{x-4}{3} - 1\right) = 1 \Rightarrow \frac{x-4}{3} - 1 = 10^1$$

$$\frac{x-4}{3} = 11 \Rightarrow x-4 = 33 \Rightarrow x = 37$$

6. $\log(x^3 - 7) = 0$ olduğuna göre,

x değeri kaçtır?

- A) 7 B) 2 C) 10 D) 1 E) -2

$$\log_{10}(x^3-7) = 0 \Rightarrow x^3-7 = 10^0$$

$$x^3-7 = 1$$

$$x^3 = 8 \Rightarrow x = 2$$

– PEKİŞTİRME TESTİ –

7. $\log\left(\frac{x^2-1}{8}\right) = 1$ olduğuna göre,

x değeri kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 12 **D) 9** E) 2

$$\log_{10}\left(\frac{x^2-1}{8}\right) = 1 \Rightarrow \frac{x^2-1}{8} = 10^1 \Rightarrow x^2-1 = 80 \Rightarrow x^2 = 81 \Rightarrow x = 9 \text{ veya } x = -9$$

8. $\log(\sqrt{x-1}) = 1$ olduğuna göre,

x değeri kaçtır?

- A) 100 B) 1 C) 0 D) 50 **E) 101**

$$\log_{10}(\sqrt{x-1}) = 1 \Rightarrow (\sqrt{x-1})^2 = (10^1)^2 \Rightarrow x-1 = 100 \Rightarrow x = 101$$

9. $\log(\log_2(x-1)) = 0$ olduğuna göre,

x değeri kaçtır?

- A) 3** B) 1 C) 2 D) 4 E) 5

$$\log_{10}(\log_2(x-1)) = 0 \Rightarrow \log_2(x-1) = 10^0 = 1 \Rightarrow \log_2(x-1) = 1 \Rightarrow x-1 = 2^1 \Rightarrow x = 3$$

10. $\log(\log(x)) = 1$ olduğuna göre,

x değeri kaçtır?

- A) 10^2 B) 10^5 C) 10^{20} **D) 10^{10}** E) 10

$$\log_{10}(\log(x)) = 1 \Rightarrow \log_{10}x = 10^1 \Rightarrow x = 10^{10}$$

11. $\log(x^2 + 1) = 1$

$\log(y^2 + 1) = 0$ olduğuna göre,

x + y toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 12 C) -1 **D) 3** E) -2

$$\log_{10}(x^2+1) = 1 \Rightarrow x^2+1 = 10^1 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = 3 \text{ veya } x = -3$$

$$\log_{10}(y^2+1) = 0 \Rightarrow y^2+1 = 10^0 \Rightarrow y^2+1 = 1 \Rightarrow y^2 = 0 \Rightarrow y = 0$$

$$x+y = 3 \text{ veya } x+y = -3$$

12. $\log\left(x + \frac{3}{10}\right) = 0$ olduğuna göre,

x değeri kaçtır?

- A) 0,7** B) 1,3 C) 1,7 D) 0,4 E) 0,3

$$\log_{10}\left(x + \frac{3}{10}\right) = 0 \Rightarrow x + \frac{3}{10} = 10^0 = 1 \Rightarrow x = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10} = 0,7$$

9. Soru Tipi

DOĞAL LOGARİTMA FONKSİYONU

Tabanı "e" olan logaritma fonksiyonudur.

$f(x) = \log_e x$ veya $f(x) = \ln x$ ile ifade edilir.

"e" sayısı Euler sayısı olarak adlandırılan bir irrasyonel sayıdır.

$e \cong 2,718.....$ dir.

ACİL MATEMATİK

ÖRNEK

Uygun şartlarda tanımlı

$f(x) = \ln(x - 5)$ fonksiyonunun tersini bulunuz.

ÇÖZÜM

$f(x) = \ln(x - 5) \Rightarrow f(x) = \log_e(x - 5)$ yazabiliriz.

$y = \log_e(x - 5) \Rightarrow e^y = x - 5 \Rightarrow e^y + 5 = x$ (x ile y' nin yerini değiştirirsek tersini alırız.)
 $f^{-1}(x) = e^x + 5$ olur.

ACİL MATEMATİK

1. $x > 0$ olmak üzere,

$f(x) = \ln x$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(1)$ değeri kaçtır?

A) 1 B) e C) 0 D) 2 E) 3

$$f(x) = \ln x \Rightarrow f(1) = \ln 1 = \log_e 1 = 0$$

2. $x > 0$ olmak üzere,

$f(x) = \ln x$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre $f(e)$ değeri kaçtır?

A) 1 B) e C) 0 D) 2 E) e^2

$$f(x) = \ln x \Rightarrow f(e) = \ln e = \log_e e = 1$$

3. $x > 2$ olmak üzere,

$f(x) = \ln(x - 2)$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre $f(3)$ değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 1 D) 0 E) e

$$f(x) = \ln(x - 2) \Rightarrow f(3) = \ln(3 - 2) \\ f(3) = \ln 1 = 0$$

4. $x > -2$ olmak üzere,

$f(x) = \ln(x + 2)$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre $f^{-1}(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) e^x B) e^{x-2} C) e^{x+2} D) e^{-2x} E) $e^x - 2$

$$y = \ln(x + 2) \Rightarrow y = \log_e(x + 2) \Rightarrow e^y = x + 2 \\ e^y - 2 = x \Rightarrow f^{-1}(x) = e^x - 2$$

5. $x > 3$ olmak üzere,

$f(x) = \ln(x - 3)$ olduğuna göre,

$f^{-1}(0)$ değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$y = \ln(x - 3) \Rightarrow y = \log_e(x - 3) \Rightarrow e^y = x - 3 \\ e^y + 3 = x \Rightarrow f^{-1}(x) = e^x + 3 \Rightarrow f^{-1}(0) = e^0 + 3 = 4$$

6. $x > 2$

$\ln(x - 2) = 3$ olduğuna göre,

x değeri kaçtır?

A) $e^3 - 2$ B) $e^3 + 2$ C) e^6 D) $e^2 - 3$ E) e^3

$$\ln(x - 2) = 3 \Rightarrow \log_e(x - 2) = 3 \\ x - 2 = e^3 \Rightarrow x = e^3 + 2$$

1.C 2.A 3.D 4.E 5.C 6.B

– PEKİŞTİRME TESTİ –

1. $\ln(x+2) = 0$ olduğuna göre,

x değeri nedir?

- A) -1 B) 1 C) e^{-1} D) e E) 0

$$\ln(x+2) = 0 \Rightarrow \log_e(x+2) = 0$$

$$x+2 = e^0 \Rightarrow x+2 = 1 \Rightarrow x = -1$$

2. $f(x) = \ln(x^2)$ olduğuna göre,

$\frac{f(e)}{f(-e)}$ oranı kaçtır?

- A) -1 B) 2 C) 1 D) e E) e^2

$$\frac{f(e)}{f(-e)} = \frac{\ln e^2}{\ln (-e)^2} = \frac{\ln e^2}{\ln e^2} = 1$$

3. $f(x) = \ln(3x-2)$ olduğuna göre,

f(2) değeri kaçtır?

- A) $\ln 8$ B) $\ln 4$ C) $\ln 3$ D) $\ln 2$ E) $\ln e$

$$f(2) = \ln(3 \cdot 2 - 2)$$

$$= \ln(6 - 2)$$

$$= \ln 4$$

4. $f(x) = \ln(x + e^2)$ olduğuna göre,

$f(e^2)$ değeri kaçtır?

- A) $\ln(e^4)$ B) $\ln(e^2)$ C) $\ln(2e^2)$ D) $\ln 2$ E) 1

$$f(e^2) = \ln(e^2 + e^2)$$

$$= \ln(2 \cdot e^2)$$

5. $\ln(\ln(x-1)) = 0$ olduğuna göre,

x değeri kaçtır?

- A) $e+1$ B) 1 C) -1 D) $e-1$ E) e

$$\ln(\ln(x-1)) = 0 \Rightarrow \log_e(\log_e(x-1)) = 0$$

$$\log_e(x-1) = e^0 = 1$$

$$x-1 = e \Rightarrow x = e+1$$

6. $\ln(\ln(x+1)) = 1$ olduğuna göre,

x değeri kaçtır?

- A) $e^2 - 1$ B) $e^e + 1$ C) e^e D) $e^e - 1$ E) 1

$$\ln(\ln(x+1)) = 1 \Rightarrow \log_e(\log_e(x+1)) = 1$$

$$\log_e(x+1) = e^1 \Rightarrow x+1 = e^e$$

$$x = e^e - 1$$

– PEKİŞTİRME TESTİ –

7. $x > -4$ olmak üzere,

$f(x) = \ln(x+4) - 2$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $e^{x+2} - 4$

B) $e^{x-4} + 2$

C) $\frac{e^{x-2}}{4}$

D) e^{2x-4}

E) e^{4x-2}

$$\begin{aligned} y &= \ln(x+4) - 2 \Rightarrow y+2 = \ln(x+4) \\ e^{y+2} &= x+4 \Rightarrow x = e^{y+2} - 4 \\ f^{-1}(x) &= e^{x+2} - 4 \end{aligned}$$

8. $x > 5$ olmak üzere,

$f(x) = \ln(x-5) + 4$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(4)$ değeri kaçtır?

A) 5

B) 4

C) 6

D) 7

E) 3

$$\begin{aligned} y &= \ln(x-5) + 4 \Rightarrow y-4 = \ln(x-5) \\ e^{y-4} &= x-5 \Rightarrow x = e^{y-4} + 5 \\ f^{-1}(x) &= e^{x-4} + 5 \Rightarrow f^{-1}(4) = e^0 + 5 \\ &= 6 \end{aligned}$$

9. $f(x) = e^x + 2$ olduğuna göre,

$f^{-1}(x)$ fonksiyonunun tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, 2)$

B) $(0, 2)$

C) $(0, \infty)$

D) $\emptyset$

E) $(2, \infty)$

$$\begin{aligned} y &= e^x + 2 \Rightarrow y-2 = e^x \\ \ln(y-2) &= x \Rightarrow f^{-1}(x) = \ln(x-2) \\ x-2 &> 0 \text{ olmalı. } x > 2 \\ \text{T.K.} &= (2, \infty) \end{aligned}$$

10. Uygun şartlarda tanımlı f fonksiyonu

$f(x) = e^x - 4$

şekilinde tanımlanıyor.

Buna göre, $f^{-1}(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\ln(x-4)$

B) $\ln(x+4)$

C) $\ln(4x)$

D) $\ln\left(\frac{x}{4}\right)$

E) $\ln(x^4)$

$$\begin{aligned} y &= e^x - 4 \Rightarrow y+4 = e^x \Rightarrow \ln(y+4) = x \\ f^{-1}(x) &= \ln(x+4) \end{aligned}$$

11. $\log(\ln(x)) = 1$ olduğuna göre,

x değeri kaçtır?

A) e

B) e^5

C) e^2

D) e^{100}

E) e^{10}

$$\begin{aligned} \log_{10}(\ln(x)) &= 1 \Rightarrow \ln(x) = 10 \\ \log_e x &= 10 \Rightarrow x = e^{10} \end{aligned}$$

12. $\ln(\ln(x-1)) = 1$ olduğuna göre,

x değeri kaçtır?

A) e^e

B) $e^e - 1$

C) $e^e + 2$

D) $e^e + 1$

E) $e - 1$

$$\begin{aligned} \ln(\ln(x-1)) &= 1 \Rightarrow \ln(x-1) = e \\ \ln(x-1) &= e \Rightarrow x-1 = e^e \\ x &= e^e + 1 \end{aligned}$$

10. Soru Tipi

LOGARİTMA FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ – I

Her $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere,

- $\log_a a = 1$
- $\log_a 1 = 0$ olur.

ACİL MATEMATİK

ÖRNEK

$\log 1 + \log_{10} 10$

toplamlarının değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$\log_{10} 1 + \log_{10} 10 = 0 + 1 = 1$ olur.

ACİL MATEMATİK

1. $\ln e + \ln 1 + \log_3 3$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 0 C) 2 D) 4 E) 3

$$\frac{\log e}{1} + \frac{\log 1}{0} + \frac{\log 3}{1} = 1 + 0 + 1 = 2$$

2. $\log_{\sqrt{5}} \sqrt{5} + 3 \cdot \log_8 1 - \log_6 6$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$\frac{\log \sqrt{5}}{1} + 3 \cdot \frac{\log 1}{0} - \frac{\log 6}{1} = 1 + 3 \cdot 0 - 1 = 0$$

3. $4 \cdot \ln e - 2 \cdot \log_{10} 10 + \log_6 1$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 0 D) 4 E) 3

$$4 \cdot \frac{\log e}{1} - 2 \cdot \frac{\log 10}{1} + \frac{\log 1}{0} = 4 \cdot 1 - 2 \cdot 1 + 0 = 4 - 2 = 2$$

4. $3 \cdot \log_{10} 10 + 2 \cdot \ln e + \log_8 8$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 6 D) 2 E) 0

$$3 \cdot \frac{\log 10}{1} + 2 \cdot \frac{\log e}{1} + \frac{\log 8}{1} = 3 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 1 = 6$$

5. $-4 \cdot \log_4 1 + 3 \cdot \ln 1 - \ln e$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) -2 D) -6 E) -1

$$-4 \cdot \frac{\log 1}{0} + 3 \cdot \frac{\log 1}{0} - \frac{\log e}{1} = -4 \cdot 0 + 3 \cdot 0 - 1 = -1$$

6. $\frac{4 \cdot \ln e}{2 \cdot \ln e} + \log_{10} 10$

toplamlarının sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 1

$$\frac{4 \cdot \ln e}{2 \cdot \ln e} + \frac{\log 10}{1} = 2 + 1 = 3$$

– PEKİŞTİRME TESTİ –

1. $\log_1\left(\frac{1}{2}\right) + 4 \cdot \log 1 + \ln 1$

toplamının sonucu kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) -1 E) -2

$$\log_1 \frac{1}{2} + 4 \cdot \log_1 1 + \log_1 1 = 1 + 0 + 0 = 1$$

2. $\frac{6 \cdot \ln e}{4 \cdot \log 10} + 3 \cdot \ln 1$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{9}{2}$ B) $\frac{16}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 0 E) 1

$$\frac{6 \cdot \log_e e}{4 \cdot \log_{10} 10} + 3 \cdot \log_e 1 \Rightarrow \frac{6 \cdot 1}{4 \cdot 1} + 3 \cdot 0 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

3. $(3 \cdot \ln e)^2 - 4 \cdot \log 10 + \log_{\sqrt{2}} 1$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 5 B) 0 C) 1 D) 2 E) 4

$$(3 \cdot \log_e e)^2 - 4 \cdot \log_{10} 10 + \log_{\sqrt{2}} 1 = (3 \cdot 1)^2 - 4 \cdot 1 + 0 = 9 - 4 = 5$$

4. $\sqrt{16 \cdot \log 10} + \sqrt[3]{27 \ln e}$

toplamının sonucu kaçtır?

- A) 43 B) 11 C) 36 D) 5 E) 7

$$\sqrt{16 \cdot \log_{10} 10} + \sqrt[3]{27 \cdot \log_e e} = \sqrt{16} + \sqrt[3]{27} = 4 + 3 = 7$$

5. $x > -1$

$f(x) = \log_3(x + 1)$ olduğuna göre,

$f(4 \cdot \log 10)$ değeri kaçtır?

- A) $\log_4 3$ B) $\log_3 4$ C) $\log_3 5$
D) $\log_2 5$ E) $\log_5 3$

$$f(4 \cdot \log_{10} 10) = f(4) = \log_3(4 + 1) = \log_3 5$$

6. $x > 1$

$f(x) = 3^{x-1} + 1$ olduğuna göre,

$f(\ln e)$ değeri kaçtır?

- A) 4 B) 2 C) 3 D) 1 E) 0

$$f(\ln e) = f(1) = 3^{1-1} + 1 = 3^0 + 1 = 3 + 1 = 4$$

– PEKİŞTİRME TESTİ –

7. $x > -1$

$f(x) = \log(\log_2(x+1))$ olduğuna göre,

$f(\ln(e))$ değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) -1

$$f(\ln e) = f(1) = \log_{10}(\log_2(1+1)) \\ = \log_{10}(\log_2 2) = \log_{10} 1 = 0$$

8. $f(x) = \ln(x+e)$ olduğuna göre,

$f(1-e)$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) $\ln 2e$ C) $\ln e^2$ D) $2 \cdot \ln e$

E) 0

$$f(1-e) = \ln(1-e+e) \\ f(1-e) = \ln 1 = 0$$

9. $\left(\sqrt[4]{3\sqrt[3]{\sqrt{e}}} \right) \cdot \left(\frac{-1}{e^{24}} \right)$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 2 D) 1 E) -2

Hatırlatma!

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{\sqrt[k]{x}}} = \sqrt[n \cdot m \cdot k]{x} \Rightarrow \sqrt[4]{3\sqrt[3]{\sqrt{e}}} = \sqrt[24]{e} = e^{\frac{1}{24}} \\ e^{\frac{1}{24}} \cdot e^{-\frac{1}{24}} = e^0 = 1$$

10. $\ln \left(\sqrt[4]{3\sqrt[3]{\sqrt{e\sqrt{e^4}}}} \right)$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3 B) e^3 C) $\ln 3$ D) $\frac{1}{8}$ E) e^2

$$\ln \left(\sqrt[4]{3\sqrt[3]{\sqrt{e\sqrt{e^4}}}} \right) = \ln \left(\sqrt[4]{3\sqrt[3]{2\sqrt{e \cdot e^4}}} \right) \\ \ln \left(\sqrt[4]{8\sqrt{e^6}} \right) = \ln \left(e^{\frac{6}{4}} \right) = \frac{6}{4} \cdot \frac{\ln e}{1} \\ = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

11. Uygun şartlarda tanımlı f fonksiyonu,

$$f(x) = \ln \left(\frac{x+e}{2} \right)$$

şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre, $f(7e)$ değeri kaçtır?

- A) $\ln(3e)$ B) $\ln(4e)$ C) 4 D) 3 E) 5

$$f(7e) = \ln \left(\frac{7e+e}{2} \right) = \ln \left(\frac{8e}{2} \right) \\ = \ln(4e)$$

12. $\sqrt{4-4 \cdot \ln 3 + \ln 3 \cdot \ln 3}$ olduğuna göre,

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\ln(3)$ B) $2 + \ln 3$ C) $\ln(3) - 2$ D) $2 - \ln(3)$ E) 2

$$\sqrt{4-4 \cdot \ln 3 + (\ln 3)^2} = \sqrt{(2-\ln 3)^2} \\ \frac{2}{2} \quad \frac{-\ln 3}{-\ln 3} = \frac{2-\ln 3}{1} = 2-\ln 3$$

11. Soru Tipi

LOGARİTMA FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ – II

Her $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ ve $b \in \mathbb{R}^+$, $m \neq 0$, $m, n \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

- $\log_a(b)^n = n \cdot \log_a b$
- $\log_{(a)^m} b = \frac{1}{m} \cdot \log_a b$
- $\log_{(a)^m}(b)^n = \frac{n}{m} \cdot \log_a b$

ACİL MATEMATİK

ÖRNEK

$$\log_{10} 1000 - \ln e^2$$

işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \log_{10} 1000 - \ln e^2 &= \log_{10} 10^3 - \ln e^2 \\ &= 3 \cdot \underbrace{\log_{10} 10}_1 - 2 \cdot \underbrace{\ln e}_1 = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = 1 \text{ olur.} \end{aligned}$$

ACİL MATEMATİK

1. $\log_5 125 + \log_2 8 + \log_3 9$

toplamının sonucu kaçtır?

- A) 8 B) 5 C) 4 D) 6 E) 10

$$\log_5 5^3 + \log_2 2^3 + \log_3 3^2 = 3 \cdot \log_5 5 + 3 \cdot \log_2 2 + 2 \cdot \log_3 3 = 3 + 3 + 2 = 8$$

2. $\log_{25} 5 + \log_4 2$

toplamının sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{2}$ D) 1 E) 0

$$\log_{5^2} 5 + \log_{2^2} 2 = \frac{1}{2} \cdot \log_5 5 + \frac{1}{2} \cdot \log_2 2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

3. $\log_8 4 + \log_3 9 - \log_{10} 10$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{8}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{3}{8}$

$$\log_{2^3} 2^2 + \log_3 3^2 - \log_{10} 10 = \frac{2}{3} + 2 - 1 = \frac{5}{3}$$

4. $\log_5 \sqrt{5} + \log_3 \sqrt{27}$

toplamının sonucu kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) 1

$$\log_5 5^{1/2} + \log_3 3^{3/2} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

5. $\log_{\sqrt{5}} 5 + \log_{\sqrt{3}} 9$

toplamının sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 2

$$\log_{5^{1/2}} 5 + \log_{3^{1/2}} 3^2 = \frac{1}{1/2} + \frac{2}{1/2} = 2 + 4 = 6$$

6. $\ln e^2 + \ln e^3 + \ln e^4$

toplamının sonucu kaçtır?

- A) 9 B) 24 C) 1 D) 0 E) 8

$$\ln e^2 + \ln e^3 + \ln e^4 = 2 \cdot \ln e + 3 \cdot \ln e + 4 \cdot \ln e = 2 + 3 + 4 = 9$$

1.A 2.D 3.A 4.D 5.B 6.A

– PEKİŞTİRME TESTİ –

1. $\log_{10} 100 + \log_5 25 - \log_1 1$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 4

B) 3

C) 6

D) 2

E) 1

$$\log_{10} 10^2 + \log_5 5^2 - \log_1 1 = 2 + 2 - 0 = 4$$

2. $\log \sqrt{100} + \log_8 64 + \log_9 81$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 4

B) 3

C) 2

D) 1

E) 5

$$\log \sqrt{10^2} + \log_8 8^2 + \log_9 9^2 = 1 + 2 + 2 = 5$$

3. $\log(\log 100) + \log(\log 1000)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\log 5$

B) $\log 2 + \log 3$

C) $\log 5 + \log 2$

D) $\log 10$

E) 0

$$\log_{10} (\log_{10} 10^2) + \log_{10} (\log_{10} 10^3) = \log_{10} 2 + \log_{10} 3$$

4. $\frac{1}{2} \cdot \log 16 + \frac{1}{4} \cdot \log 81 - \log 4$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\log 6$

B) $\log 2$

C) $\log 3$

D) 1

E) 0

$$\frac{1}{2} \cdot \log 4^2 + \frac{1}{4} \cdot \log 3^4 - \log 4 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \log 4 + \frac{1}{4} \cdot 4 \cdot \log 3 - \log 4 = \log 4 + \log 3 - \log 4 = \log 3$$

5. $\ln(\sqrt{e}) + \ln^3 \sqrt{e}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{5}{6}$

B) $\frac{3}{6}$

C) 0

D) 1

E) 2

$$\ln e^{1/2} + \ln e^{1/3} = \frac{1}{2} \cdot \ln e + \frac{1}{3} \cdot \ln e = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

6. $\log(0, 1) + \log(0,01)$

toplamlarının sonucu kaçtır?

A) -2

B) 2

C) 3

D) -3

E) 0

$$\log \frac{1}{10} + \log \frac{1}{100} = \log 10^{-1} + \log 10^{-2} = -1 \cdot \log 10 + (-2) \cdot \log 10 = -1 + (-2) = -3$$

– PEKİŞTİRME TESTİ –

7. $\log_5(0,2) + \log_5 25 - \log_2 0,125$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 6 B) 4 C) 5 D) -2 E) -4

$$\begin{aligned} & \log_5 \frac{2}{10} + \log_5 5^2 - \log_2 \frac{125}{1000} \\ &= \log_5 \frac{1}{5} + \log_5 5^2 - \log_2 \frac{1}{8} = \log_5 5^{-1} + \log_5 5^2 + \log_2 2^3 \\ &= -1 \cdot \log_5 5 + 2 \cdot \log_5 5 + (-3) \cdot \log_2 2 \\ &= -1 + 2 - (-3) = -1 + 5 = 4 \end{aligned}$$

10. $\log_2 0,125 + \log_8 64 - \log_{\sqrt{2}} 8$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -7 B) -9 C) 7 D) 5 E) 8

$$\begin{aligned} & \log_2 \frac{1}{1000} + \log_8 8^2 - \log_{2^{1/2}} 2^3 = \\ & \log_2 2^{-3} + \log_8 8^2 - \log_{2^{1/2}} 2^3 = -3 + 2 - \frac{3}{1/2} \\ &= -7 \end{aligned}$$

8. $\ln \sqrt{e} + \log 100 - \log_2 \sqrt{2}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 0 C) $\frac{9}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

$$\begin{aligned} & \ln e^{1/2} + \log 10^2 - \log_2 2^{1/2} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \ln e + 2 \cdot \log 10 - \frac{1}{2} \cdot \log_2 2 = \frac{1}{2} + 2 - \frac{1}{2} \\ &= 2 \end{aligned}$$

11. $\log_7 \frac{1}{343} + \log_5 625 + \log_3 243$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 12 B) 6 C) 8 D) 9 E) 7

$$\begin{aligned} & \log_7 7^{-3} + \log_5 5^4 + \log_3 3^5 \\ &= -3 + 4 + 5 = 6 \end{aligned}$$

9. $\log_{\sqrt{3}} 9 + \log_5 125 - \log 0,1$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 5 E) 4

$$\begin{aligned} & \log_{3^{1/2}} 3^2 + \log_5 5^3 - \log_{10} 10^{-1} = \\ &= \frac{2}{1/2} \cdot \log_3 3 + 3 \cdot \log_5 5 - (-1) \cdot \log_{10} 10 \\ &= 4 + 3 + 1 = 8 \end{aligned}$$

12. $\ln(\sqrt[2]{\sqrt{e}}) + \log(0,01)$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{9}{4}$ B) $\frac{7}{4}$ C) $-\frac{7}{4}$ D) $-\frac{9}{4}$ E) $\frac{1}{4}$

$$\begin{aligned} & \ln(\sqrt[2]{\sqrt{e}}) + \log\left(\frac{1}{100}\right) = \ln(\sqrt[4]{e}) + \log 10^{-2} \\ &= \ln(e^{1/4}) + \log 10^{-2} = \frac{1}{4} - 2 = -\frac{7}{4} \end{aligned}$$

12. Soru Tipi

LOGARİTMA FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ – III

Her $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ ve $b, c \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

- $\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$
- $\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$

ACIL MATEMATİK

ÖRNEK

$$\log_3 6 + \log_3 15 - \log_3 9$$

işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \log_3 6 + \log_3 15 - \log_3 9 &= \log_3 6 \cdot 15 - \log_3 9 \\ &= \log_3 90 - \log_3 9 = \log_3 \frac{90}{9} = \log_3 10 \text{ olur.} \end{aligned}$$

ACIL MATEMATİK

1. $\log 5 + \log 2$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\log 7$ B) $\log 3$ C) $\log 8$ D) 1 E) 0

$$\log_{10} 5 + \log_{10} 2 = \log_{10}^{5 \cdot 2} = \log_{10}^{10} = 1$$

4. $\log 25 + \log 4 - \log(0,1)$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 3 E) 5

$$\begin{aligned} \log_{10} 25 + \log_{10} 4 - \log_{10} 10^{-1} &= \log_{10}^{25 \cdot 4} - \log_{10} 10^{-1} \\ &= \log_{10} 100 - \log_{10} 10^{-1} = 2 - (-1) = 3 \end{aligned}$$

2. $\log_2 4 + \log_2 8$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 5 B) $\log_2 12$ C) $\log_2 10$ D) 1 E) $\log_{10} 2$

$$\begin{aligned} \log_2 4 + \log_2 8 &= \log_2^{4 \cdot 8} = \log_2^{32} = \log_2^{2^5} \\ &= 5 \cdot \log_2 2 = 5 \end{aligned}$$

5. $\ln(e^2) - \ln(e) + \ln 1$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 3 D) 1 E) -1

$$\ln \frac{e^2}{e} + \ln 1 = \ln e + \ln 1 = 1 + 0 = 1$$

3. $\log_3 27 - \log_3 9$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) 0 E) 3

$$\log_3 27 - \log_3 9 = \log_3 \frac{27}{9} = \log_3 3 = 1$$

6. $\frac{\log \sqrt{2} + \log \sqrt{5}}{\log \left(\frac{1}{10} \right)}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) -2 D) 2 E) 1

$$\frac{\log_{10} \sqrt{2 \cdot 5}}{\log_{10} 10^{-1}} = \frac{\log_{10} \sqrt{10}}{-1} = \frac{\frac{1}{2}}{-1} = -\frac{1}{2}$$

– PEKİŞTİRME TESTİ –

1. $\log \frac{5}{4} + \log \frac{6}{5} + \log \frac{7}{6} + \dots + \log \frac{40}{39}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\log 4$ B) $\log \frac{1}{4}$ C) 1 D) 2 E) -1

$$\log \frac{5}{4} + \log \frac{6}{5} + \log \frac{7}{6} + \dots + \log \frac{40}{39} = \log \frac{40}{4} = \log 10 = 1$$

2. $\log 5 = m$

$\log 6 = n$ olduğuna göre,

$\log 30$ ifadesinin m ve n türünden eşiti nedir?

- A) $m \cdot n$ B) $\frac{m}{n}$ C) $m - n$
D) $m + n$ E) m^n

$$\log 30 = \log \frac{6 \cdot 5}{10} = \log \frac{6}{10} + \log \frac{5}{10} = n + m = m + n$$

3. $\log_5 24! = m$ olduğuna göre,

$\log_5 25!$ ifadesinin m türünden eşiti nedir?

- A) $2 - m$ B) $2 + m$ C) $2 \cdot m$
D) $\frac{m}{2}$ E) m^2

$$\log_5 25! = \log_5 25 \cdot 24! = \log_5 25 + \log_5 24! = 2 + m$$

4. $\log_5 2 = m$ olduğuna göre,

$\log_5 40$ ifadesinin m türünden eşiti nedir?

- A) $3m + 1$ B) $3m - 1$ C) m^3
D) $\frac{m}{3} - 1$ E) $\frac{m}{3} + 1$

$$\log_5 40 = \log_5 8 \cdot 5 = \log_5 8 + \log_5 5 = \log_5 2^3 + 1 = 3 \cdot \log_5 2 + 1 = 3m + 1$$

5. $\log_2 5 = m$

$\log_2 7 = n$ olduğuna göre,

$\log_2 175$ ifadesinin m ve n türünden eşiti nedir?

- A) $2n + m$ B) $2n - m$ C) $2m + n$
D) $m - n$ E) $m + n$

$$\log_2 175 = \log_2 25 \cdot 7 = \log_2 25 + \log_2 7 = \log_2 5^2 + \log_2 7 = 2m + n$$

6. $\log 2 \cong 0,301$ olduğuna göre,

$\log 200$ ifadesinin yaklaşık değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3,201 B) 2,301 C) 2,502
D) 4,301 E) 1,301

$$\log 200 = \log 2 \cdot 100 = \log 2 + \log 100 = \log 2 + \log 10^2 = 0,301 + 2 \cong 2,301$$

– PEKİŞTİRME TESTİ –

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n!$$

7. $\ln 2 \cong 0,693$ olduğuna göre,

$\ln 4$ ifadesinin yaklaşık değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1,386 B) 2,612 C) 1,124
D) 1,206 E) 0,128

$$\ln 4 = \ln 2^2 = 2 \cdot \ln 2 = 2 \cdot (0,693) \cong 1,386$$

8. $\log 5! - \log 4!$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 0 C) $\log \frac{5}{4}$
D) $\log 5$ E) $\log 20$

$$\log \frac{5!}{4!} = \log \frac{5 \cdot 4!}{4!} = \log 5$$

9. $\log 5 = m$

$$\log 3 = n$$

olduğuna göre, $\log 405$ ifadesinin m ve n türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4m + n$ B) $m - 2n$ C) $4n - m$
D) $4n + m$ E) $4m - n$

$$\begin{aligned} \log 405 &= \log 81 \cdot 5 = \log 81 + \log 5 \\ &= \log 3^4 + \log 5 = 4 \cdot \log 3 + \log 5 \\ &= 4n + m \end{aligned}$$

10. $\log 2 + \log 3 + \log 4 + \dots + \log 12$

toplamının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\log 78$ B) $\log 156$ C) $\log 12$
D) $\log 8!$ E) $\log 12!$

$$\log(2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 12) = \log 12!$$

11. $\ln(a + b) = 2\ln a + \ln b$ olduğuna göre,

b 'nin a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{a^2 - 1}{a}$ B) $\frac{a}{a^2 - 1}$ C) $\frac{a}{a + 1}$
D) $\frac{a}{a - 1}$ E) $\frac{1}{a + 1}$

$$\begin{aligned} \ln(a + b) &= 2 \cdot \ln a + \ln b \\ \ln(a + b) &= \ln a^2 + \ln b \Rightarrow \ln(a + b) = \ln(a^2 \cdot b) \\ a + b &= a^2 \cdot b \Rightarrow a = a^2 \cdot b - b \\ a &= b(a^2 - 1) \Rightarrow b = \frac{a}{a^2 - 1} \end{aligned}$$

12. $\log_3(9!) = k - 1$

$\log_{27} 8!$ ifadesinin k türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{3}{k - 3}$ B) $k - 3$ C) $\frac{k - 3}{3}$
D) $\frac{k + 3}{2}$ E) $k + 3$

$$\begin{aligned} \log_3 9! &= \log_3 9 \cdot 8! = \log_3 9 + \log_3 8! = k - 1 \Rightarrow \log_3 8! = k - 3 \\ \log_{27} 8! &= \log_3 8! = \frac{1}{3} \cdot \log_3 8! = \frac{k - 3}{3} \end{aligned}$$

13. Soru Tipi

LOGARİTMA FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ – IV

- $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$ ve $x > 0$, $x \neq 1$ olmak üzere,
 $\log_a b = \frac{\log_x b}{\log_x a}$ olur.
- Her $a, b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere,
 $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ olur.

Bu kurala **Taban Değiştirme** kuralı denir.

ACİL MATEMATİK

ÖRNEK

- a) $\log_{10} 2 = m$
 $\log_{10} 3 = n$ olduğuna göre
 $\log_3 2$ ifadesinin m ve n türünden eşitini bulunuz.

- b) $\frac{1}{\log_3 6} + \log_6 2$
işleminin sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

- a) $\log_3 2$ ifadesini istediğimiz tabanda yazabiliriz.

$$\log_3 2 = \frac{\log_{10} 2}{\log_{10} 3} = \frac{m}{n} \text{ olur.}$$

- b) $\frac{1}{\log_3 6} + \log_6 2$ işleminde $\frac{1}{\log_3 6} = \log_6 3$ 'tür.

$$\log_6 3 + \log_6 2 = \log_6 (3 \cdot 2) = \log_6 6 = 1 \text{ olur.}$$

ACİL MATEMATİK

1. $\log_5 2 = k$ olduğuna göre

$\log_5 50$ ifadesinin k türünden eşiti nedir?

- A) $2 - k$ B) $2 + k$ C) $2k$
D) $\frac{k}{2}$ E) k^2

2. $\log_3 5 = m$ olduğuna göre,

$\log_3 125$ ifadesinin m türünden eşiti nedir?

- A) $3 + m$ B) $3 - m$ C) $m - 3$
D) $3m$ E) m^3

3. $\frac{\log_5 9}{\log_5 3} + \frac{\log_4 64}{\log_4 8}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 2 C) 3 D) 6 E) 8

4. $\frac{\log_{\sqrt{15}} 8}{\log_{\sqrt{15}} 2} - \frac{\log_3 81}{\log_3 9}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) -1 E) -2

5. $\frac{\ln 100}{\ln 10} + \frac{1}{\log_2 10} + \log_{10} 5$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

6. $\log_3 5 = m$ olduğuna göre,

$\log_{25} 27$ ifadesinin m türünden eşiti nedir?

- A) $\frac{2m}{3}$ B) $2m - 3$ C) $\frac{3}{2m}$
D) $2m + 3$ E) $2m$

$$\log_5 5 = m \Rightarrow \log_3 5 = \frac{1}{m}$$

$$\log_{25} 27 = \log_{5^2} 3^3 = \frac{3}{2} \cdot \log_5 3 = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{m} = \frac{3}{2m}$$

– PEKİŞTİRME TESTİ –

1. $\log_3 7 = a$

$\log_3 5 = b$ olduğuna göre,

$\log_5 7$ ifadesinin a ve b türünden eşiti nedir?

A) $\frac{a}{b}$

B) $a + b$

C) $a - b$

D) $a \cdot b$

E) $2a + b$

$$\frac{\log_3 7}{\log_3 5} = \frac{a}{b} \Rightarrow \log_5 7 = \frac{a}{b}$$

2. $\log_5 11 = m$ olduğuna göre,

$\log_{55} 11$ ifadesinin m türünden eşiti nedir?

A) $m - 1$

B) $m + 1$

C) $\frac{m}{m-1}$

D) $\frac{m}{m+1}$

E) $\frac{m+1}{m}$

$$\log_{55} 11 = \frac{\log_5 11}{\log_5 55} = \frac{m}{\log_5 5 + \log_5 11} = \frac{m}{1 + m}$$

3. $\log_3 5 = m \rightarrow \log_5 3 = \frac{1}{m}$

$\log_5 11 = n$

olduğuna göre,

$\log_{55} 15$ ifadesinin m ve n türünden eşiti nedir?

A) $\frac{m+m \cdot n}{m+1}$

B) $\frac{m-1}{n}$

C) $\frac{m+1}{m(1+n)}$

D) $\frac{n-1}{m}$

E) $m + n - 1$

$$\log_{55} 15 = \frac{\log_5 15}{\log_5 55} = \frac{\log_5 3 + \log_5 5}{\log_5 5 + \log_5 11} = \frac{1 + \frac{1}{m}}{1 + n}$$

$$\frac{m+1}{m} \cdot \frac{1}{1+n} = \frac{m+1}{m(1+n)}$$

4. $\log_3 e = m \rightarrow \log_5 e = \frac{1}{m} \Rightarrow \ln 3 = \frac{1}{m}$

$\log_5 e = n \rightarrow \log_5 e = \frac{1}{n} \Rightarrow \ln 5 = \frac{1}{n}$

olduğuna göre,

$\ln(75)$ ifadesinin m ve n türünden eşiti nedir?

A) $\frac{1}{n} + \frac{1}{m}$

B) $\frac{1}{m} - \frac{1}{n}$

C) $\frac{2}{m} - \frac{1}{n}$

D) $\frac{2}{n} + \frac{1}{m}$

E) $2m - n$

$$\ln(75) = \ln(25 \cdot 3) = \ln 25 + \ln 3 = \ln 5^2 + \ln 3 = 2 \ln 5 + \ln 3 = \frac{2}{n} + \frac{1}{m}$$

5. $a = n!$ olmak üzere,

$\frac{1}{\log_2 a} + \frac{1}{\log_3 a} + \dots + \frac{1}{\log_n a}$ ifadesinin eşiti nedir?

A) 2

B) 1

C) 10

D) 3

E) 0

$$\log_2 a + \log_3 a + \dots + \log_n a = \log_a 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot n = \log_a n! = \log_a a = 1$$

6. $\log_{210} 6 + \frac{1}{\log_7 210} + \frac{1}{\log_5 210}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 1

B) 0

C) 210

D) 35

E) 30

$$\log_{210} 6 + \log_{210} 5 + \log_{210} 7 = \log_{210} 6 \cdot 5 \cdot 7 = \log_{210} 210 = 1$$

– PEKİŞTİRME TESTİ –

7. $\frac{1}{1+\log_3 2} + \log_6 2$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 1

B) 2

C) $\log_6 2$

D) $\log_6 12$

E) 3

$$\frac{1}{\log_3 2 + \log_3 2} + \log_6 2 = \frac{1}{\log_3 2} + \log_6 2$$

$$= \log_3 2 + \log_6 2 = \log_6 2 = 1$$

8. $\frac{1}{1+\log_5 2} + \log 20$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 3

B) 1

C) 2

D) -1

E) 5

$$\frac{1}{\log_5 2 + \log_5 2} + \log 20 = \frac{1}{\log_5 2} + \log 20$$

$$= \log_5 2 + \log 20 = \log_{10} 20 = \log_{10} 10^2 = 2$$

9. $\log_5 25 + \frac{1}{\log_5 5} - \frac{1}{\log_{25} 5}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 2

B) 3

C) 4

D) 1

E) 5

$$\cancel{\log_5 25} + \frac{1}{1} - \cancel{\log_{25} 5} = 1$$

10. $\frac{\ln 64}{\ln 4} + \frac{\ln 32}{\ln 8} + \frac{\log 16}{\log 8}$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 4

B) 8

C) 6

D) 2

E) 16

$$\log_4 64 + \log_8 32 + \log_8 16 = \log_4 4^3 + \log_2 2^5 + \log_2 2^4$$

$$= \frac{3}{1} + \frac{5}{3} + \frac{4}{3} = 6$$

11. $\frac{\log 2}{\log 3} = k$ olduğuna göre,

$\log_6 12$ ifadesinin k türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{k+1}{2k}$

B) $\frac{k+1}{2k+1}$

C) $\frac{2k+1}{k+1}$

D) $\frac{2k+1}{k-1}$

E) $\frac{2k}{k+1}$

$$\log_3 2 = k \Rightarrow \log_6 12 = \frac{\log_3 12}{\log_3 6} = \frac{\log_3 4 + \log_3 3}{\log_3 2 + \log_3 3}$$

$$= \frac{2 \cdot \log_3 2 + 1}{1 + \log_3 2} = \frac{2k+1}{1+k}$$

12. $\ln 20 = k$ ve $\ln 3 = m \rightarrow \frac{\ln 3}{\ln 20} = \log_{20} 3 = \frac{m}{k}$

olduğuna göre, $\log_{20} 60$ ifadesinin k ve m türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{k+m}{k}$

B) $\frac{k+m}{2k+m}$

C) $\frac{k-m}{k+m}$

D) $\frac{k+m}{k-m}$

E) $\frac{2k-m}{m+k}$

$$\log_{20} 60 = \log_{20} 20 \cdot 3 = \log_{20} 20 + \log_{20} 3 = 1 + \frac{m}{k}$$

$$= \frac{k+m}{k}$$

7.A 8.C 9.D 10.C 11.C 12.A