

TÜREVİN TANIMI

1. $f(x) = x^2$ olmak üzere,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2)$$

E ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 ☒ E) 4

$$f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x$$

$$f'(2) = 4$$

2. f türevlenebilir bir fonksiyon olmak üzere,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x^2 - 4}$$

A ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- ☒ A) $\frac{f'(2)}{4}$ B) $\frac{f'(2)}{2}$ C) $f'(2)$ D) $2 \cdot f'(2)$ E) $4 \cdot f'(2)$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} \cdot \frac{1}{x + 2}$$

$$\frac{1}{4} \cdot \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{f'(2)}{4}$$

$$f'(2)$$

3. f fonksiyonu a noktasında türevli olmak üzere,

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f^2(x) - f^2(a)}{x - a}$$

D ifadesinin değeri $f'(a)$ 'nın kaç katıdır?

- A) $\frac{f(a)}{4}$ B) $\frac{f(a)}{2}$ C) $f(a)$ D) $2 \cdot f(a)$ E) $4 \cdot f(a)$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \cdot (f(x) + f(a))$$

$$f'(a) \cdot 2 \cdot f(a)$$

$$f'(a) \text{ nin } 2 \cdot f(a) \text{ katı}$$

4. $f(x) = 3x - 1$ olmak üzere,

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = f'(x)$$

E ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 0 D) 1 ☒ E) 3

$$f(x) = 3x - 1 \Rightarrow f'(x) = 3$$

- 5.

$$f(x) = x^2 + x + 1$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 ☒ D) 3 E) 2

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = f'(1)$$

$$f'(x) = 2x + 1 \Rightarrow f'(1) = 2 \cdot 1 + 1$$

$$f'(1) = 3$$

6. f türevlenebilir bir fonksiyon olmak üzere,

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+3h) - f(x)}{h}$$

B ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f'(x)$ B) $3 \cdot f'(x)$ C) $f'(3x)$ D) $\frac{f'(x)}{3}$ E) $f'\left(\frac{x}{3}\right)$

$$3 \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+3h) - f(x)}{3h} = 3 \cdot f'(x)$$

TÜREV ALMA KURALLARI-1 (KUVVET KURALI)

1.

$$f(x) = 5x^3$$

E olduğuna göre, $f'(-1)$ kaçtır?

- A) -15 B) -5 C) 5 D) 10 E) 15

$$f'(x) = 15x^2$$

$$f'(-1) = 15$$

2. $f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \frac{1}{x^{10}} = x^{-10}$$

B olduğuna göre, $f'(10)$ kaçtır?

- A) $\frac{-1}{10^{11}}$ B) $\frac{-1}{10^{10}}$ C) $\frac{-1}{10^9}$ D) 10^{10} E) 10^{11}

$$f'(x) = -10 \cdot x^{-11}$$

$$f'(10) = -10 \cdot 10^{-11} = -10^{-10}$$

$$f'(10) = -\frac{1}{10^{10}}$$

3. f ve g tanımlı olduğu aralıkta,

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$g(x) = \frac{1}{x}$$

B olduğuna göre, $f'(1) + g'(1)$ toplamı kaçtır?

- A) -2 B) $\frac{-1}{2}$ C) $\frac{-1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f'(1) = \frac{1}{2}$$

$$g'(x) = \frac{-1}{x^2} \Rightarrow g'(1) = -1$$

$$\frac{1}{2} - 1 = \frac{-1}{2}$$

4. f ve g tanımlı olduğu aralıkta,

$$\frac{d\left(\frac{2}{x^4}\right)}{dx} + \frac{d^2\left(\frac{3}{x^3}\right)}{dx^2}$$

A toplamının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{28}{x^5}$ B) $\frac{30}{x^5}$ C) $\frac{32}{x^5}$ D) $\frac{34}{x^5}$ E) $\frac{36}{x^5}$

$$y = \frac{2}{x^4} \Rightarrow y' = \frac{-8}{x^5}$$

$$y = \frac{3}{x^3} \Rightarrow y' = \frac{-9}{x^4} \Rightarrow y'' = \frac{36}{x^5}$$

$$-\frac{8}{x^5} + \frac{36}{x^5} = \frac{28}{x^5}$$

5. $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = 2\sqrt{x}$$

B olduğuna göre, $f'(4)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 2 D) 4 E) 8

$$f'(x) = 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(4) = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$$

6. $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \frac{x^2 \sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{x^2 \cdot x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{2}{3}}} = x^{2 + \frac{1}{2} - \frac{2}{3}} = x^{\frac{11}{6}}$$

B olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?

- A) 2 B) $\frac{11}{6}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{4}{3}$

$$f(x) = x^{\frac{11}{6}} \Rightarrow f'(x) = \frac{11}{6} x^{\frac{5}{6}}$$

$$f'(1) = \frac{11}{6}$$

7. $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \sqrt[3]{x\sqrt{x}} = \sqrt[6]{x^3} = \sqrt{x}$$

B olduğuna göre, $f'(9)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{10}$ E) $\frac{1}{12}$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(9) = \frac{1}{2\sqrt{9}} = \frac{1}{6}$$

8. Yarıçapı r ve yüksekliği h olan bir dik silindirin hacmi,

$$V = \pi r^2 h$$

formülü ile hesaplanır.

Buna göre,

$$\frac{dV}{dr} + \frac{dV}{dh}$$

B toplamının sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\pi r(r+h)$ B) $\pi r(r+2h)$ C) $2\pi rh$
D) $\pi h(r+\pi)$ E) $\pi h(2r+h)$

$$\frac{dV}{dr} + \frac{dV}{dh} = 2\pi rh + \pi r^2 = \pi r(2h+r)$$

TÜREV ALMA KURALLARI-2 (TOPLAMA ÇIKARMA)

1.

$$f(x) = ax^3 + x^2 - x + a + 1$$

fonksiyonu veriliyor.

$$f'(-1) = 6$$

E olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) 1 D) 2 ☒ E) 3

$$f'(x) = 3ax^2 + 2x - 1$$

$$f'(-1) = 3a - 2 - 1 = 6$$

$$3a = 9$$

$$a = 3$$

2.

$$f(x) = 2x^3 - x^2 + x + 1$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- C A) 11 B) 10 ☒ C) 9 D) 8 E) 7

$$f'(x) = 6x^2 - 2x + 1$$

$$f'(-1) = 6 + 2 + 1 = 9$$

3.

$$f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 10$$

fonksiyonu veriliyor.

$$f'(x) = 12$$

D olduğuna göre, x'in alacağı değerler çarpımı kaçtır?

- A) -6 B) -5 C) -4 ☒ D) -3 E) -2

$$f'(x) = 3x^2 + 6x + 3 = 12$$

$$3x^2 + 6x - 9 = 0$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-9}{3} = -3$$

4.

$$f(x) = x^2 + 1 \Rightarrow f'(x) = 2x \Rightarrow f''(x) = 2$$

fonksiyonu veriliyor.

$$\left(\frac{d(f(x))}{dx} \right)^2 = 18 \cdot \frac{d^2(f(x))}{dx^2}$$

D olduğuna göre, x'in alacağı değerler çarpımı kaçtır?

- A) -36 B) -25 C) -16 ☒ D) -9 E) -4

$$(2x)^2 = 18 \cdot 2 \Rightarrow 4x^2 = 36$$

$$x^2 = 9$$

$$x = 3 \vee x = -3$$

$$-3 \cdot 3 = -9$$

5. P(x), başkatsayısı 1 olan ikinci dereceden bir polinom ve

$$P(1) = P(2) = a$$

C olduğuna göre, P'(4) kaçtır?

- A) 10 B) 8 ☒ C) 5 D) 4 E) 2

$$P(x) = 1 \cdot (x-1) \cdot (x-2) + a$$

$$P(x) = x^2 - 3x + 2 + a$$

$$P'(x) = 2x - 3$$

$$P'(4) = 2 \cdot 4 - 3 = 5$$

6. P(x) polinomunun türevi P'(x) olmak üzere,

$$P(x) - P'(x) = 5x + 6$$

C olduğuna göre, P(x) polinomunun sabit terimi kaçtır?

- A) 13 B) 12 ☒ C) 11 D) 9 E) 7

$$P(x) = ax + b$$

$$- P'(x) = -a$$

$$P(x) - P'(x) = ax + b - a = 5x + 6$$

$$a = 5 \quad b - 5 = 6$$

$$b = 11$$

7. Üçüncü dereceden P(x) polinomunun türevi P'(x) olmak üzere,

$$P'(1) = 0$$

$$P(2) - P(0) = 6$$

D olduğuna göre, P(x) polinomunun başkatsayısı kaçtır?

- A) -1 B) 1 C) 2 ☒ D) 3 E) 4

$$P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$P'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$P'(1) = 3a + 2b + c = 0$$

$$P(2) - P(0) = 8a + 4b + 2c = 6$$

$$4a + 2b + c = 3$$

$$- / 3a + 2b + c = 0$$

$$+ 4a + 2b + c = 3$$

$$a = 3$$

8. P(x) bir polinom olmak üzere,

$$P(x) + P'(x) + P''(x) = x^2 + x + 1$$

olduğuna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{P(x)}{x-1}$$

D ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 ☒ D) 1 E) 2

$$P(x) = ax^2 + bx + c$$

$$P'(x) = 2ax + b$$

$$+ P''(x) = 2a$$

$$ax^2 + (b+2a)x + c + 2a = x^2 + x + 1$$

$$a = 1 \quad b = -1 \quad c + 1 = 1$$

$$c = 0$$

$$P(x) = x^2 - x$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \cdot (x-1)}{x-1} = 1$$

TÜREV ALMA KURALLARI-3 (ÇARPMA)

1.

$$f(x) = (x^3 + 1) \cdot (\sqrt{x} + 2)$$

B olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?

- A) 12 ☒ B) 10 C) 8 D) 6 E) 4

$$f'(x) = 3x^2 \cdot (\sqrt{x} + 2) + (x^3 + 1) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(1) = 3 \cdot 3 + 2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$= 9 + 1$$

$$= 10$$

2. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = (x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 3)^3$$

fonksiyonu veriliyor.

C Buna göre, $f'(2)$ kaçtır?

- A) -3 B) -2 ☒ C) -1 D) 0 E) 1

$$f(x) = (x-2) \cdot [(x-1) \cdot (x-3)^3]$$

$$f'(x) = 1 \cdot (x-1) \cdot (x-3)^3 + (x-2) \cdot [(x-1) \cdot (x-3)^3]'$$

$$f'(2) = 1 \cdot 1 \cdot -1 + 0 \cdot [\dots]'$$

$$f'(2) = -1$$

3.

$$f(x) = (x-1) \cdot \overbrace{(x+1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)}^{x^3-1}$$

D olduğuna göre, $f'(6)$ kaçtır?

- A) 0 B) 26 C) 3^6 ☒ D) 6^6 E) 6!

$$f(x) = (x^3-1) \cdot (x^3+1)$$

$$f(x) = x^6 - 1$$

$$f'(x) = 6 \cdot x^5$$

$$f'(6) = 6 \cdot 6^5 = 6^6$$

4.

$$g(x) = (x-1) \cdot \overbrace{(x-2) \cdot (x-3) \cdot f(x)}^{h(x)}$$

$$f(1) = 3$$

C olduğuna göre, $g'(1)$ kaçtır?

- A) 8 B) 7 ☒ C) 6 D) 3 E) 2

$$g'(x) = 1 \cdot (x-2) \cdot (x-3) \cdot f(x) + (x-1) \cdot h'(x)$$

$$g'(1) = -1 \cdot -2 \cdot f(1) + 0 \cdot h'(1)$$

$$g'(1) = 2 \cdot f(1)$$

$$= 2 \cdot 3$$

$$= 6$$

5.

$$f(x) = x^2 - x + 1$$

$$g(x) = x^3 + x$$

fonksiyonları veriliyor.

D Buna göre, $(f \cdot g)'(1)$ kaçtır?

- A) 12 B) 10 C) 8 ☒ D) 6 E) 4

$$[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + g'(x) \cdot f(x)$$

$$(f \cdot g)'(x) = (2x-1) \cdot (x^3+x) + (3x^2+1) \cdot (x^2-x+1)$$

$$(f \cdot g)'(1) = 1 \cdot 2 + 4 \cdot 1 = 6$$

6.

$$f(x) = x^3 \cdot g(x)$$

fonksiyonu veriliyor.

$$g(2) = -1$$

$$g'(2) = 3$$

A olduğuna göre, $f'(2)$ değeri kaçtır?

- ☒ A) 12 B) 15 C) 18 D) 24 E) 36

$$f'(x) = 3x^2 \cdot g(x) + x^3 \cdot g'(x)$$

$$f'(2) = 12 \cdot g(2) + 8 \cdot g'(2)$$

$$= 12 \cdot -1 + 8 \cdot 3$$

$$= 12$$

7. f ve g türevlenebilen iki fonksiyon olmak üzere,

$$f(x) \cdot g(x) = x$$

$$f'(3) \cdot g(3) = 5$$

B olduğuna göre, $f(3) \cdot g'(3)$ çarpımı kaçtır?

- A) -5 ☒ B) -4 C) -3 D) 3 E) 5

$$f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x) = 1$$

$$f'(3) \cdot g(3) + f(3) \cdot g'(3) = 1$$

$$5 + f(3) \cdot g'(3) = 1$$

$$f(3) \cdot g'(3) = -4$$

8. f ve g türevlenebilen iki fonksiyon olmak üzere,

$$f(x) + g(x) = (x^3 - 1) \cdot f(x)$$

$$f(1) = 2$$

A olduğuna göre, $f'(1) + g'(1)$ toplamı kaçtır?

- ☒ A) 6 B) 4 C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

$$f'(x) + g'(x) = 3x^2 \cdot f(x) + (x^3-1) \cdot f'(x)$$

$$f'(1) + g'(1) = 3 \cdot f(1) + 0 \cdot f'(1)$$

$$= 3 \cdot f(1)$$

$$= 3 \cdot 2$$

$$= 6$$

TÜREV ALMA KURALLARI-4 (BÖLME)

- 1.
- $f: \mathbb{R} - \{3\} \rightarrow \mathbb{R} - \{2\}$
- olmak üzere,

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$$

- A olduğuna göre,
- $f'(2)$
- kaçtır?

☒ A) -7 B) -6 C) 1 D) 6 E) 7

$$f'(x) = \frac{2 \cdot (x-3) - (2x+1) \cdot 1}{(x-3)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-7}{(x-3)^2}$$

$$f'(2) = \frac{-7}{1} = -7$$

2. Tanımlı olduğu aralıkta,

$$f(x) = \frac{2x-1}{3x+1}$$

- A olduğuna göre,
- $f'(0)$
- kaçtır?

☒ A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

$$f'(x) = \frac{2 \cdot (3x+1) - (2x-1) \cdot 3}{(3x+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{5}{(3x+1)^2}$$

$$f'(0) = \frac{5}{1^2} = 5$$

3. Tanımlı olduğu aralıkta,

$$f(x) = \frac{3x-1}{2x-4}$$

- A olduğuna göre,
- $(f^{-1})'(1)$
- kaçtır?

☒ A) -10 B) -9 C) -8 D) -6 E) -4

$$f^{-1}(x) = \frac{4x-1}{2x-3}$$

$$(f^{-1})'(x) = \frac{4 \cdot (2x-3) - (4x-1) \cdot 2}{(2x-3)^2}$$

$$(f^{-1})'(x) = \frac{-10}{(2x-3)^2}$$

$$(f^{-1})'(1) = \frac{-10}{(-1)^2} = -10$$

- 4.
- $x > 0$
- olmak üzere,

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$$

- D olduğuna göre,
- $f'(4)$
- kaçtır?

A) 1 B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{4}{9}$ ☒ D) $\frac{1}{36}$ E) $\frac{1}{9}$

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot (1+\sqrt{x}) - \sqrt{x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}}{(1+\sqrt{x})^2}$$

$$f'(4) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{4}} \cdot (1+\sqrt{4}) - \frac{1}{2}}{(1+\sqrt{4})^2} = \frac{\frac{3}{4} - \frac{2}{4}}{3^2} = \frac{1}{36}$$

- 5.
- $g(1) \neq 0$
- olmak üzere,

$$f(x) = \frac{x^2-1}{g(x)}$$

- D olduğuna göre,
- $f'(1)$
- aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{x}{g(1)}$ B) $\frac{2x}{g(1)}$ C) $\frac{1}{g^2(1)}$

☒ D) $\frac{2}{g(1)}$ E) $\frac{3}{g(1)}$

$$f'(x) = \frac{2x \cdot g(x) - (x^2-1) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

$$f'(1) = \frac{2 \cdot g(1) - 0}{g^2(1)} = \frac{2}{g(1)}$$

6. Tanımlı olduğu aralıkta,

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{x^2+1}$$

fonksiyonu veriliyor.

- A Buna göre,
- $f'(1)$
- kaçtır?

☒ A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot (x^2+1) - (\sqrt{x}-1) \cdot 2x}{(x^2+1)^2}$$

$$f'(1) = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2 - 0 \cdot 2}{2^2} = \frac{1}{4}$$

BİLEŞKE FONKSİYONUN TÜREVİ-1

1.

$$f(x) = 2x + 1 \Rightarrow f'(x) = 2$$

$$g(x) = \frac{x^3 - 1}{3} \Rightarrow g'(x) = x^2$$

D olduğuna göre, $(g \circ f)'(2)$ değeri kaçtır?

- A) 180 B) 75 C) 60
- ☒
- D) 50 E) 40

$$(g \circ f)'(x) = f'(x) \cdot g'(f(x))$$

$$(g \circ f)'(x) = 2 \cdot (2x+1)^2$$

$$(g \circ f)'(2) = 2 \cdot 5^2 = 50$$

2. Gerçek sayılar kümesi üzerinde türevlenebilir f ve g fonksiyonları

$$f(x) = x^2 - x + a \Rightarrow f'(x) = 2x - 1 \quad f'(4) = 1$$

$$g(x) = x^3 - 1 \Rightarrow g'(x) = 3x^2 \quad g'(4) = 3$$

olduğuna göre,

$$(f \circ g)'(1) = (g \circ f)'(1)$$

D eşitliğini sağlayan a değeri kaçtır?

- A) -9 B) -8 C) -7
- ☒
- D) -6 E) -5

$$f(g'(1)) = g(f'(1)) \Rightarrow f(3) = g(1)$$

$$9 - 3 + a = 1 - 1$$

$$a + 6 = 0$$

$$a = -6$$

3.

$$f(5x - 1) = -x^2 + 14x + 3$$

A olduğuna göre, $f'(9)$ kaçtır?

- A) 2
- ☒
- B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$5 \cdot f'(5x-1) = -2x + 14$$

$$x=2 \text{ için } 5 \cdot f'(9) = -4 + 14$$

$$5 \cdot f'(9) = 10$$

$$f'(9) = 2$$

4. $x \neq 0$ olmak üzere,

$$f(x) = \frac{g(x^2)}{x}$$

fonksiyonu veriliyor.

$$g(1) = 0$$

$$g'(1) = 3$$

E olduğuna göre, $f'(-1)$ kaçtır?

- A) -6 B) -3 C) 1 D) 3
- ☒
- E) 6

$$f'(x) = \frac{2x \cdot g'(x^2) \cdot x - g(x^2) \cdot 1}{x^2}$$

$$f'(-1) = \frac{2g'(1) - g(1)}{1}$$

$$= 2 \cdot 3 - 0$$

$$= 6$$

5.

$$g(x) = f(x - f(3x))$$

fonksiyonu veriliyor.

$$f(3) = f'(3) = -2$$

D olduğuna göre, $g'(1)$ kaçtır?

- A) -21 B) -18 C) -16
- ☒
- D) -14 E) -12

$$g'(x) = (1 - 3 \cdot f'(3x)) \cdot f'(x - f(3x))$$

$$g'(1) = (1 - 3 \cdot \underbrace{f'(3)}_{-2}) \cdot f'(1 - \underbrace{f(3)}_{-2})$$

$$g'(1) = 7 \cdot f'(3) = 7 \cdot -2 = -14$$

6. Gerçek sayılar kümesinin bir alt kümesi üzerinde türevlenebilir bir f fonksiyonu için

$$f(x^2 - 2x) = \frac{1}{(x+1)^2} = (x+1)^{-2}$$

olduğuna göre, $f'(8)$ aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

- A) -3 B) -1
- ☒
- C)
- $-\frac{1}{3}$
- D) 0 E) 3

$$(2x-2) \cdot f'(x^2-2x) = -2 \cdot (x+1)^{-3}$$

$$x^2 - 2x = 8 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow x = 4 \vee x = -2$$

$$x=4 \quad 6 \cdot f'(8) = -\frac{2}{125} \Rightarrow f'(8) = -\frac{1}{375}$$

$$x=-2 \quad -6 \cdot f'(8) = 2 \Rightarrow f'(8) = -\frac{1}{3}$$

7.

$$f^3(3x) = x^2 - x + 7$$

D olduğuna göre, $f'(15)$ kaçtır?

- A)
- $\frac{1}{25}$
- B)
- $\frac{1}{16}$
- C)
- $\frac{1}{12}$
- ☒
- D)
- $\frac{1}{9}$
- E)
- $\frac{1}{4}$

$$3 \cdot f'(3x) \cdot 3 \cdot f^2(3x) = 2x - 1$$

$$x=5 \text{ için } 3 \cdot f'(15) \cdot 3 \cdot f^2(15) = 9$$

$$f'(15) = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

$$f^3(15) = 25 - 5 + 7$$

$$f^3(15) = 27$$

$$f(15) = 3$$

8. $f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R} - \{0\}$ fonksiyonu türevlenebilir bir fonksiyondur.

$$f(2) = -2$$

$$f'(2) = 2$$

olduğuna göre, $g(x) = f\left(\frac{f^2(x)}{x}\right)$ ile tanımlananE g fonksiyonu için $g'(2)$ ifadesinin sonucu kaçtır?

- A) -20 B) -18 C) -16 D) -12
- ☒
- E) -10

$$g'(x) = \frac{2f(x) \cdot f'(x) \cdot x - f^2(x) \cdot 1}{x^2} \cdot f'\left(\frac{f^2(x)}{x}\right)$$

$$g'(2) = \frac{2 \cdot -2 \cdot 2 - (-2)^2}{2^2} \cdot f'\left(\frac{(-2)^2}{2}\right)$$

$$= \frac{-16 - 4}{4} \cdot \underbrace{f'(2)}_{2} = \frac{-40}{4} = -10$$

BİLEŞKE FONKSİYONUN TÜREVİ-2

1.

$$f(x) = (2x - 1)^3 \cdot \sqrt{x^2 + 1}$$

C olduğuna göre, $f'(0)$ kaçtır?

- A) 12 B) 8 ☒ C) 6 D) 4 E) 2

$$f'(x) = 2 \cdot 3 \cdot (2x-1)^2 + (2x-1)^3 \cdot \frac{2x}{2 \cdot \sqrt{x^2+1}}$$

$$f'(0) = 6 \cdot 1 - 1 \cdot 0$$

$$f'(0) = 6$$

2.

$$f(x) = (3x^2 - 1)^5$$

C olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

- A) 520 B) 500 ☒ C) 480 D) 460 E) 440

$$f'(x) = 6x \cdot 5 \cdot (3x^2 - 1)^4$$

$$f'(1) = 6 \cdot 5 \cdot 2^4 = 480$$

3. $f: \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2} \right\} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \frac{1}{(2x-1)^5} = (2x-1)^{-5}$$

fonksiyonu veriliyor.

A Buna göre, $f'(0)$ kaçtır?

- ☒ A) -10 B) -8 C) -5 D) 5 E) 10

$$f'(x) = 2 \cdot -5 \cdot (2x-1)^{-6}$$

$$f'(0) = -10 \cdot 1 = -10$$

4. Tanımlı olduğu aralıkta,

$$f(x) = \sqrt{x^3 - x + 1}$$

fonksiyonu veriliyor.

A Buna göre, $f'(1)$ kaçtır?

- ☒ A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) $\sqrt{5}$

$$f'(x) = \frac{3x^2 - 1}{2 \cdot \sqrt{x^3 - x + 1}}$$

$$f'(1) = \frac{2}{2 \cdot 1} = 1$$

5. $x > 0$ olmak üzere,

$$f(x) = \sqrt{\sqrt{x} + 4}$$

E olduğuna göre, $f'(4)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{6}}{6}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{12}$ C) $\frac{\sqrt{6}}{24}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{24}$ ☒ E) $\frac{\sqrt{6}}{48}$

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{2 \cdot \sqrt{\sqrt{x} + 4}} \Rightarrow f'(4) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{4}}}{2 \cdot \sqrt{\sqrt{4} + 4}} = \frac{\frac{1}{4}}{2 \cdot \sqrt{6}} = \frac{1}{8\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{48}$$

6. Tanımlı olduğu aralıkta,

$$f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x}}$$

B olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ☒ B) $\frac{3\sqrt{2}}{8}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{5\sqrt{2}}{8}$ E) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

$$f'(x) = \frac{1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}}{2 \cdot \sqrt{x + \sqrt{x}}}$$

$$f'(1) = \frac{1 + \frac{1}{2}}{2 \cdot \sqrt{2}} = \frac{3}{4\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{8}$$

7.

$$f(x) = \sqrt[3]{x^3 + x + 6} = (x^3 + x + 6)^{1/3}$$

fonksiyonu veriliyor.

B Buna göre, $f'(1)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ ☒ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{12}$

$$f'(x) = (3x^2 + 1) \cdot \frac{1}{3} (x^3 + x + 6)^{-2/3}$$

$$f'(1) = 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 8^{-2/3} = \frac{4}{3} \cdot (2^3)^{-2/3}$$

$$f'(1) = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{3}$$

8. Tanımlı olduğu aralıkta,

$$f(x) = \sqrt{x + 2 + 2\sqrt{x+1}}$$

D olduğuna göre, $f'(3)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{32}$ B) $\frac{1}{16}$ C) $\frac{1}{8}$ ☒ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

$$f'(x) = \frac{1 + 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+1}}}{2 \cdot \sqrt{x+2+2\sqrt{x+1}}}$$

$$f'(3) = \frac{1 + \frac{1}{2}}{2 \cdot \sqrt{5+4}} = \frac{3}{4 \cdot \sqrt{9}} = \frac{1}{4}$$

TÜREVDE ZİNCİR KURALI

1. $y = x^2$
 $x = 2t^2$

olduğuna göre, $\frac{dy}{dt}$ ifadesinin $t = 1$ için değeri kaçtır?

- C A) 24 B) 20 ☒ 16 D) 12 E) 8

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$= 2x \cdot 4t$$

$t = 1$ için $x = 2$
 $4 \cdot 4 = 16$

2. $m = x^2 - 1$
 $n = m^2 - m + 1$
 $f(n) = (n + 1)^2 - 3$
olduğuna göre,

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x=1}$$

C işleminin sonucu kaçtır?

- A) -16 B) -12 ☒ -8 D) -4 E) -2

$$\frac{df}{dx} = \frac{df}{dn} \cdot \frac{dn}{dm} \cdot \frac{dm}{dx}$$

$$= 2 \cdot (n+1) \cdot (2m-1) \cdot 2x$$

$x=1$ için $m=0, n=1$ olur
 $2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 = 8$

3. $u = x^2 + 1$
 $f(u) = (u^2 - 1)^2 + 1$

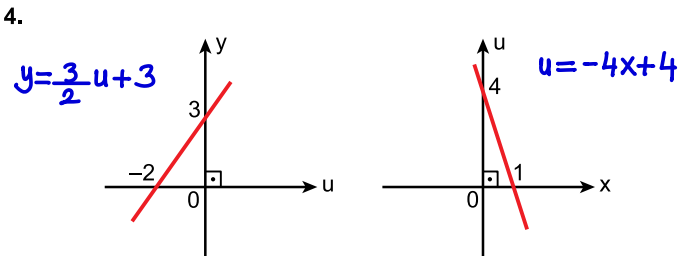
olduğuna göre, $\left. \frac{df}{dx} \right|_{x=1}$ işleminin sonucu kaçtır?

- B A) 52 ☒ 48 C) 46 D) 42 E) 36

$$\frac{df}{dx} = \frac{df}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$= 2u \cdot 2(u^2 - 1) \cdot 2x$$

$x=1$ için $u=2$
 $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 = 48$



Yukarıda verilen grafiklere göre, $\frac{dy}{dx}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A ☒ -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -2

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{3}{2} \cdot -4 = -6$$

TÜREV VE SÜREKLİLİK İLİŞKİSİ-1

1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x & , x \leq 1 \\ 3x - 1 & , x > 1 \end{cases}$$

fonsiyonu için bir öğrenci aşağıdaki işlemleri yapmıştır.

I. $x = 1$ için $f(x) = x^2 + x$ ve $f(1) = 2$ olduğundan f fonksiyonu $x = 1$ 'de **tanımlıdır**.

II. a) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (3x - 1) = 2$

b) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 + x) = 2$

c) $f(1) = 2$

olduğundan f fonksiyonu $x = 1$ 'de **sürekli**dir.

III. a) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x+2)}{(x-1)} = 3$

b) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x - 1 - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3(x-1)}{(x-1)} = 3$

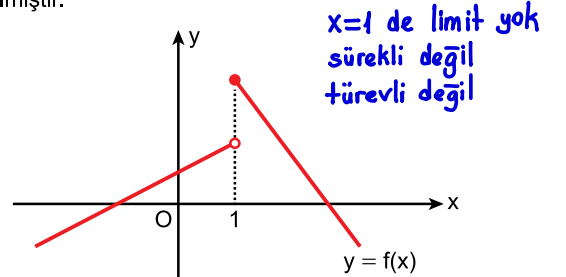
c) $f'(1^+) = f'(1^-)$

olduğundan f fonksiyonu $x = 1$ 'de **türevli**dir.

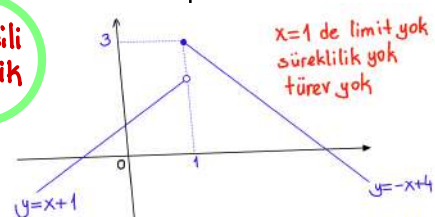
Buna göre, noktalı yerlere sırasıyla aşağıdakilerden hangileri gelmelidir?

- C A) sürekli, tanımlı, türevli
B) sürekli, türevli, tanımlı
☒ C) tanımlı, sürekli, türevli
D) türevli, tanımlı, sürekli
E) türevli, sürekli, tanımlı

2. Aşağıda doğrusal iki parçadan oluşan f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Temsili
Grafik

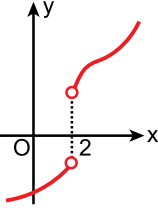


A $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-x + 4 - 3}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-(x-1)}{x-1} = -1$ (Sağdan türevli)
 $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x + 1 - 3}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-2}{x-1}$ yok (Soldan türev yok)
 $x=1$ noktasında türev yoktur.

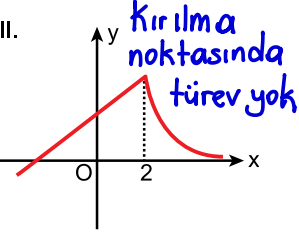
TÜREV VE SÜREKLİLİK İLİŞKİSİ-1

3.

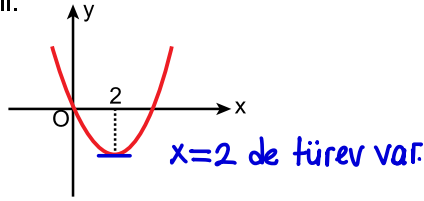
I.
 $x=2$
 limit yok
 türev yok



II.



III.



Yukarıda grafikleri verilen fonksiyonlardan hangileri $x=2$ apsisli noktada türevlidir?

D

A) Yalnız I

B) I ve II

C) Yalnız II

D) Yalnız III

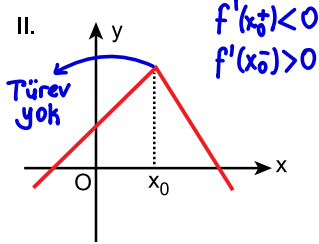
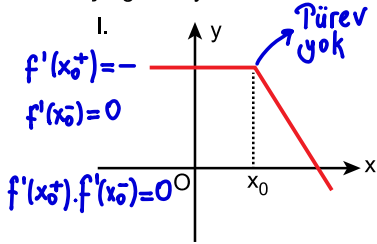
E) I ve III

4

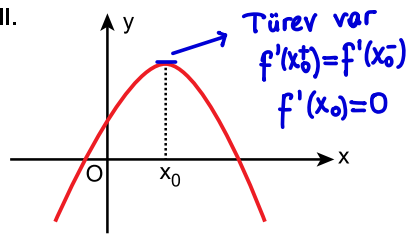
4. f, her noktada sürekli bir fonksiyondur.

$$f'(x_0^+) \cdot f'(x_0^-) < 0$$

eşitliği veriliyor.



III.



Buna göre, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği, yukarıda verilenlerden hangileri olabilir?

B

A) Yalnız I

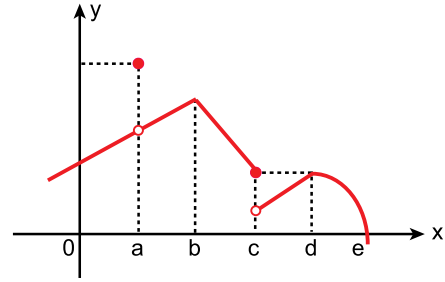
B) Yalnız II

C) Yalnız III

D) I ve II

E) II ve III

5.



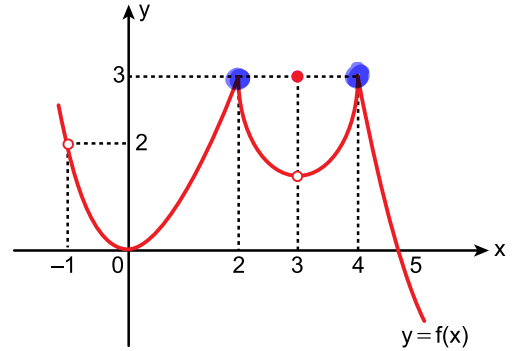
Şekilde, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f(x)$ fonksiyonunun türevsiz olduğu kaç nokta vardır?

D

a, c, b, d
 sürekli olduğundan türevsiz.
 limitsiz olduğundan türevsiz.
 sürekli ama sivri nokta olduğundan türevsiz.
 a, b, c, d noktalarında türevsizdir.

6.



Şekilde, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, fonksiyonun sürekli olmasına rağmen türevsiz olduğu kaç nokta vardır?

B

sürekli olmasına rağmen türevsiz noktalar sivri noktalardır.
 $x=2$ ve $x=4$ noktalarıdır.

7.

$$f(x) = \frac{x-3}{x^2-6x+m}$$

fonksiyonu gerçel sayılarda türevli olduğuna göre, m için aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

C

Tanımsız olmaması için kök olmaması

C) $m > 9$

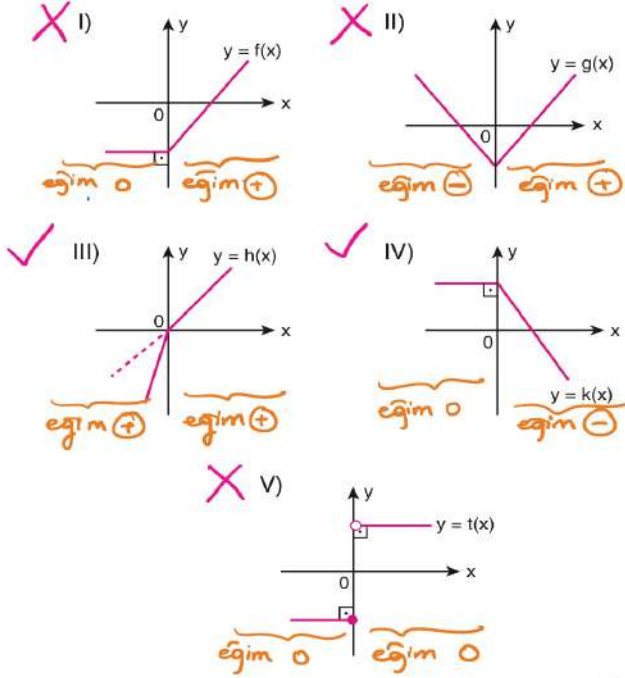
gerektir. $\Delta < 0$ olmalı

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$36 - 4 \cdot m < 0 \Rightarrow 36 < 4m \Rightarrow m > 9$$

TÜREV VE SÜREKLİLİK İLİŞKİSİ-2

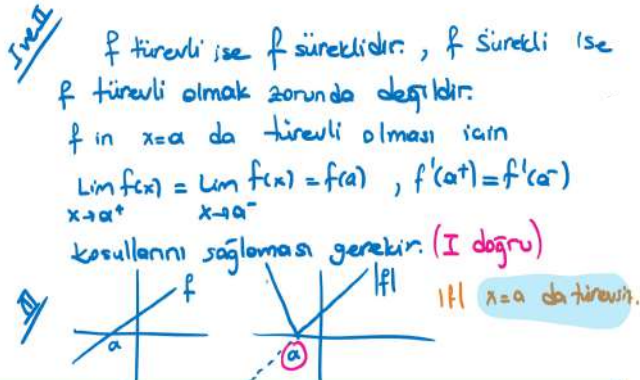
1. Aşağıda beş farklı fonksiyonun grafiği gösterilmiştir.



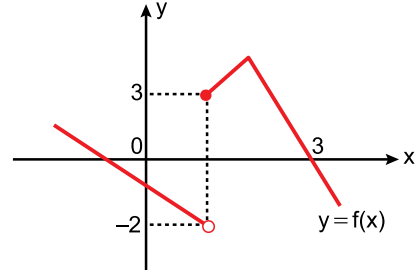
III. Öncükle iki tarafta da eğim pozitif ama negatif oksistelerde fonksiyon daha hızlı artıyor. dolayısıyla cevap III ve IV tür. $h(x)$ ve $k(x)$ fonksiyonları

2. I. $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu (a, b) aralığındaki bir noktada türevliyse o noktada süreklidir.
 II. $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu (a, b) aralığındaki bir noktada süreklirse o noktada türevlidir.
 III. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere, $f(x)$ türevliyse $|f(x)|$ de türevlidir.

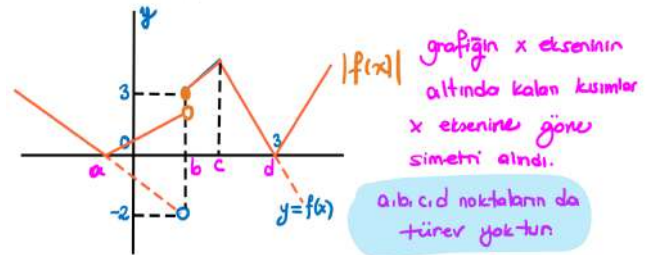
A ifadelerinden hangileri daima doğrudur?



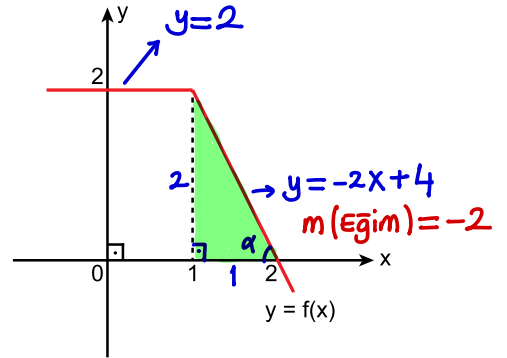
3. Aşağıda, $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



- D Buna göre, $|f(x)|$ fonksiyonu kaç noktada türevsizdir?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



4. Aşağıda f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



- B Buna göre, $f'(1^+) + f'(1^-)$ toplamının sonucu kaçtır?
 A) -3 B) -2 C) -1 D) 1 E) 2

$$\begin{aligned} f'(1^+) &= -2 \\ f'(1^-) &= 0 \\ f'(1^+) + f'(1^-) &= -2 + 0 \\ &= -2 \end{aligned}$$

TÜREV VE SÜREKLİLİK İLİŞKİSİ-3 (PARÇALI FONKSİYONDA)

1.

$$f(x) = \begin{cases} 4x - 2 & , \quad x > 1 \\ x^2 + x & , \quad x \leq 1 \end{cases}$$

Önce Süreklilik testi yapalım.
 $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (4x - 2) = 2$ (süreklilik koşulu sağlanıyor.)
 $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 + x) = 2$

A

Sağ ve Sol türevine bakalım.

$$\begin{aligned} f'(1^+) &= f'(1^-) \\ (4x-2)|_{x=1} &= (x^2+x)'|_{x=1} \\ 4 &= (2x+1)|_{x=1} \\ 4 &= 3 \text{ eşitlik sağlanmıyor} \\ x=1 \text{ noktasında türev yoktur} \end{aligned}$$

2.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + nx + 2 & , \quad x \geq 2 \\ mx + n & , \quad x < 2 \end{cases}$$

Tüm gerçel sayılarda türevli olduğundan $x=2$ noktasında da türevlidir.

C

Önce Süreklilik koşulunu sağlatalım.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 + nx + 2) = 4 + 2n + 2 = 2n + 6 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} (mx + n) = 2m + n \\ 2n + 6 &= 2m + n \Rightarrow 2m - n = 6 \\ \text{Türev koşulunu sağlatalım.} \\ f'(2^+) &= f'(2^-) \\ (2x+n)|_{x=2} &= m \Rightarrow 4 + n = m \end{aligned}$$

3.

$$f(x) = \begin{cases} 2x + a & , \quad x \leq -1 \\ bx^2 + 3 & , \quad x > -1 \end{cases}$$

Süreklilik sağlanacak

$$\begin{aligned} * \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow (-1)^+} (bx^2 + 3) = b + 3 \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow (-1)^-} (2x + a) = -2 + a \\ b + 3 &= -2 + a \\ a - b &= 5 \end{aligned}$$

C

Türev Sağlanmayacak

$$\begin{aligned} * f'((-1)^+) &\neq f'((-1)^-) \\ 2bx &\neq 2 \\ x = -1 \text{ için} \\ -2b &\neq 2 \\ b &\neq -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b \neq -1 \text{ ise } a - (-1) &\neq 5 \quad a + 1 \neq 5 \\ a &\neq 4 \\ a, 4 \text{ olamaz.} \end{aligned}$$

4.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & , \quad x \leq 1 \\ x - 1 & , \quad x > 1 \end{cases}$$

B olduğuna göre, $f'(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} (x-1) &\neq \lim_{x \rightarrow 1^-} x^2 \\ 0 &\neq 1 \text{ sürekli değil} \\ f'(x) &= \begin{cases} 2x, & x < 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases} \end{aligned}$$

TÜREV VE SÜREKLİLİK İLİŞKİSİ-3 (MUTLAKDEĞERLİ FONKSİYONDA)

1.

$$f(x) = |x^2 - 4|$$

fonksiyonu veriliyor.

$$x=3 \text{ için } x^2 - 4 > 0 \quad f(x) = x^2 - 4 \quad f'(x) = 2x \quad f'(3) = 6$$

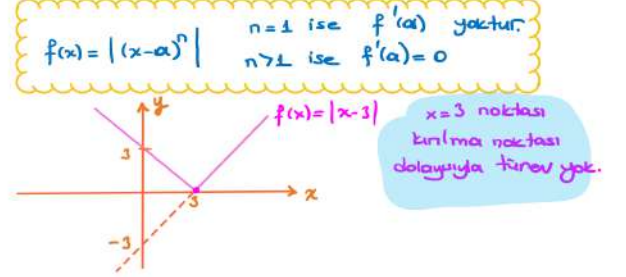
$$x=1 \text{ için } x^2 - 4 < 0 \quad f(x) = -x^2 + 4 \quad f'(x) = -2x \quad f'(1) = -2$$

$$f'(3) - f'(1) = 6 - (-2) = 8$$

2.

$$f(x) = |x - 3|$$

E olduğuna göre, $f'(3)$ varsa değeri kaçtır?



3.

$$f(x) = |x^2 - kx - 6|$$

fonksiyonu veriliyor.

$f(x)$ fonksiyonu $x = 1$ 'de türevsiz olduğuna göre, k kaçtır?

D

- A) -1 B) -2 C) -3 ☒ D) -5 E) -6

$x=1$ noktası kritik nokta olmalı

$$f(1) = 0 \quad 1 - k - 6 = 0 \quad k = -5$$

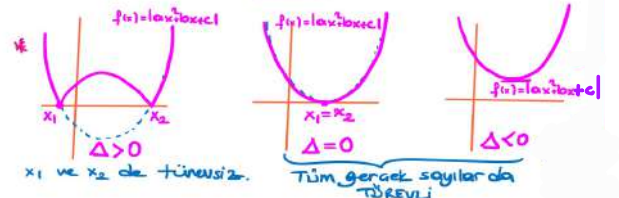
4.

$$f(x) = x^2 - 4x + m$$

fonksiyonu veriliyor.

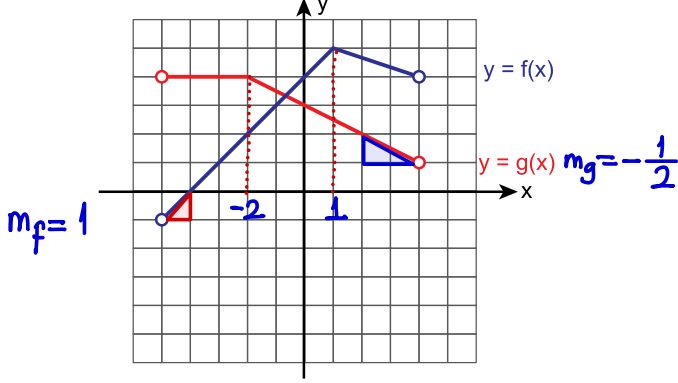
B

$|f(x)| = |x^2 - 4x + m|$ fonksiyonunun tüm gerçel sayılarda türevli olması için $x^2 - 4x + m$ ifadesi için $\Delta \leq 0$ koşulu sağlanmalı. ($\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$)
 $16 - 4 \cdot m \leq 0 \Rightarrow m \geq 4$ olmalı.



TÜREV VE SÜREKLİLİK İLİŞKİSİ-4

1. Şekilde $(-5, 4)$ aralığında tanımlı f ve g fonksiyonlarının doğru parçalarından oluşan grafikleri birim karelere bölünmüş koordinat düzleminde çizilmiştir.



f ve g fonksiyonları $x = a$ ve $x = b$ gerçel sayılarında türevli değildir.

Buna göre, $\frac{f'(a+b)}{g'(a-b)}$ oranı kaçtır?

- A) -2 B) $-\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) 2

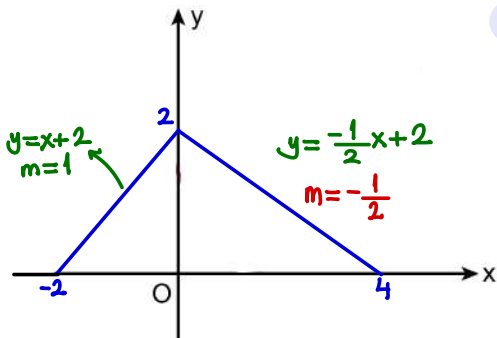
$$a=1 \quad b=-2 \quad \frac{f'(-1)}{g'(3)} = \frac{1}{-\frac{1}{2}} = -2$$

2. Gerçel sayılarda tanımlı f parçalı fonksiyonunun grafiği iki doğru parçasından oluşmaktadır.

f fonksiyonunun grafiği eksenleri $(-2, 0)$, $(4, 0)$ ve $(0, 2)$ noktalarında kesmektedir.

Buna göre, $f'(x) = f(x)$ denklemini sağlayan x değerleri toplamı kaçtır?

- E) A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 ☒ 4



$$f(x) = f'(x)$$

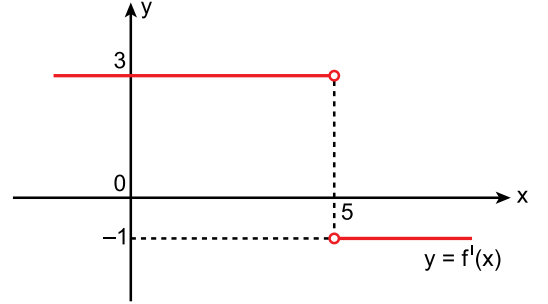
$$x + 2 = 1 \Rightarrow x = -1$$

$$-\frac{x}{2} + 2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 5$$

$$-1 + 5 = 4$$

3. f fonksiyonu gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı ve sürekli bir fonksiyondur.

f fonksiyonunun türevine ait grafik aşağıda gösterilmiştir.



- D) Buna göre, $f(6) - f(3)$ farkı kaçtır?

- A) 10 B) 9 C) 6 ☒ 5 E) 3

$$f'(x) = \begin{cases} 3, & x < 5 \\ -1, & x > 5 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 3x + c_1, & x < 5 \\ -x + c_2, & x > 5 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5^-} f(x)$$

$$-5 + c_2 = 15 + c_1$$

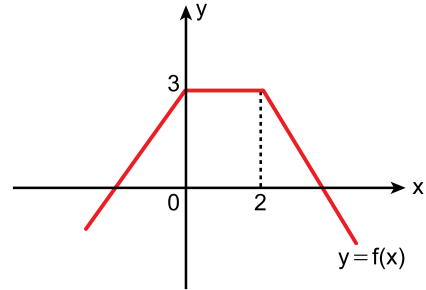
$$c_2 - c_1 = 20$$

$$f(6) - f(3) = (-6 + c_2) - (9 + c_1)$$

$$= -15 + 20$$

$$= 5$$

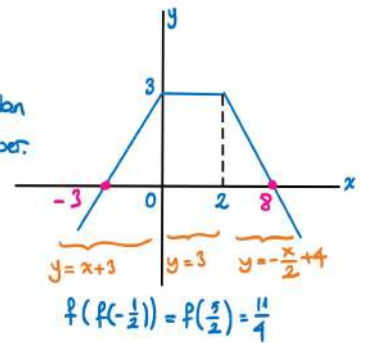
4.



Yukarıda, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$x < 0$ için eğim 1 olduğundan negatif kısımda $x = -3$ te keser.

$x > 2$ için eğim $-\frac{1}{2}$ olduğundan pozitif kısımda $x = 8$ te keser.



TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU-1

1.

$$f(x) = x^2 + mx + m + 1$$

fonksiyonunun grafiğine $(-1, f(-1))$ noktasında teğet olan doğrunun eğimi 3 olduğuna göre, m kaçtır?

B

fonksiyonuna $x=-1$ apsisi noktasında çizilen teğetin eğimi $f'(-1)=3$

$$\Rightarrow f'(x) = 2x + m$$

$$f'(-1) = -2 + m = 3 \Rightarrow m = 5$$

2.

$$f(x) = x^3 - ax + 1$$

fonksiyonunun grafiğine $(2, f(2))$ noktasında teğet olan doğrunun x -ekseni ile pozitif yönde yaptığı açının ölçüsü 135° olduğuna göre, a kaçtır?

B

$x=2$ noktasında çizilen teğetin eğimi $f'(2) = \tan 135^\circ = -1$

$$f'(x) = 3x^2 - a$$

$$f'(2) = 12 - a = -1 \Rightarrow a = 13$$

3.

$$f(x^2 - x) = x \cdot f(x) - x - 1$$

$$\text{red arrow } x=0 \text{ için } f(0) = -1$$

$f(x)$ fonksiyonuna $x=0$ noktasında çizilen teğetin eğimi $f'(0)$ dır.

$$f'(x^2 - x) \cdot (2x - 1) = 1 \cdot f(x) + x \cdot f'(x) - 1$$

$x=0$ için

$$f'(0) \cdot (-1) = \frac{f(0)}{-1} - 1$$

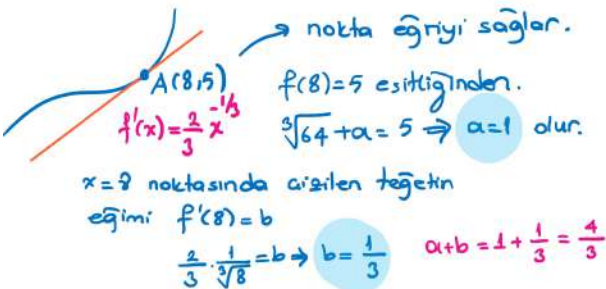
$$f'(0) = 2 \text{ olur.}$$

4.

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2} + a$$

eğrisine üzerindeki $A(8, 5)$ noktasında teğet olan doğrunun eğimi b olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

C

5. $P(x)$, başkatsayısı 1 olan ikinci dereceden bir polinom ve

$$P(1) = P'(1) = 0$$

I. yol

$$P(x) = 1 \cdot (x-1) \cdot (x-m)$$

$$P'(x) = 1 \cdot (x-m) + (x-1) \cdot 1$$

$$P'(1) = 1-m = 0 \Rightarrow m = 1$$

$$P(x) = (x-1)^2 \text{ olur.}$$

$x=3$ noktasında çizilen

teğetin eğimi $P'(3) = ?$

$$P'(x) = 2(x-1)$$

$$P'(3) = 4 //$$

II. yol

$x=1$ de

$P(1)=0$ ise polinomun

kökü

$P'(1)=0$ ise $x=1$ 'e paralel

teğet.

Baskatsayı 1 olduğundan

$$P(x) = (x-1)^2$$

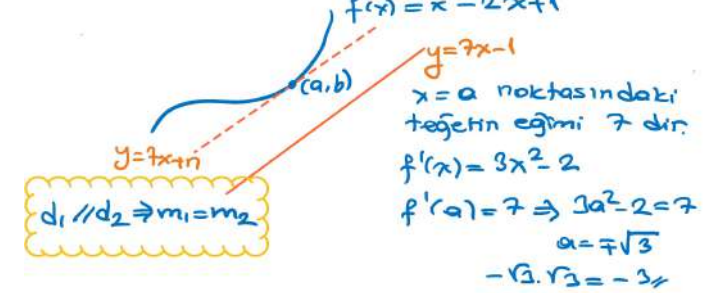
$$P'(x) = 2(x-1)$$

$$P'(3) = 4 \text{ olur.}$$

6.

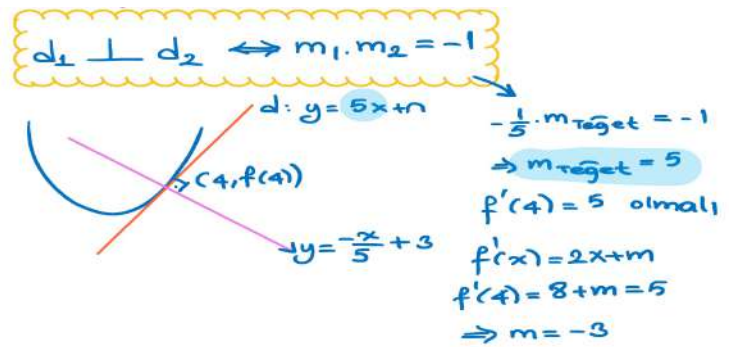
$$f(x) = x^3 - 2x + 1$$

fonksiyonunun grafiğine $(a, f(a))$ noktasında teğet olan doğru $y = 7x - 1$ doğrusuna paraleldir.



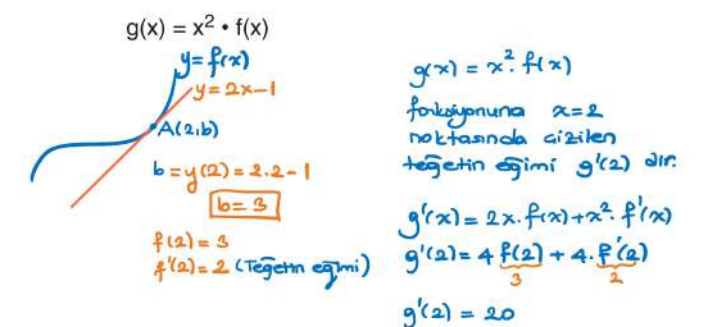
7.

$f(x) = x^2 + mx - 6$ parabolüne $(4, f(4))$ noktasında teğet olan doğru,



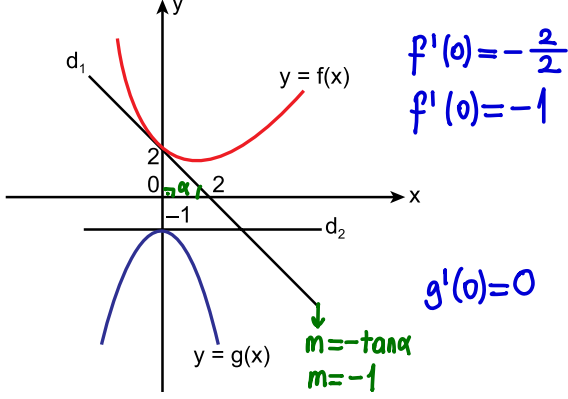
8.

$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğine üzerindeki $A(2, b)$ noktasında teğet olan doğrunun denklemi $y = 2x - 1$ dir.



TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU-2

1. Aşağıda $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri çizilmiştir. d_1 doğrusu $y = f(x)$ eğrisine $(0, 2)$ noktasında, d_2 doğrusu $y = g(x)$ eğrisine $(0, -1)$ noktasında teğettir.



Buna göre,

✓ $f'(0) = -1$

✗ $g'(-1) = 0$

✓ $(f \cdot g)'(0) = 1 \Rightarrow f'(0) \cdot g(0) + f(0) \cdot g'(0) = 1$

D ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I

B) I ve II

C) II ve III

✓ I ve III

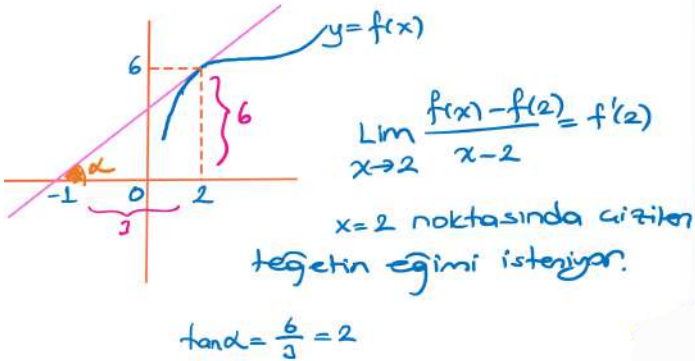
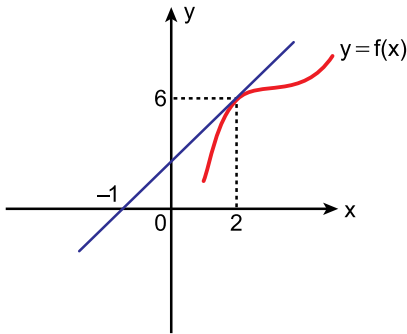
E) I, II ve III

$g(x) = ax^2 - 1$ $a < 0$

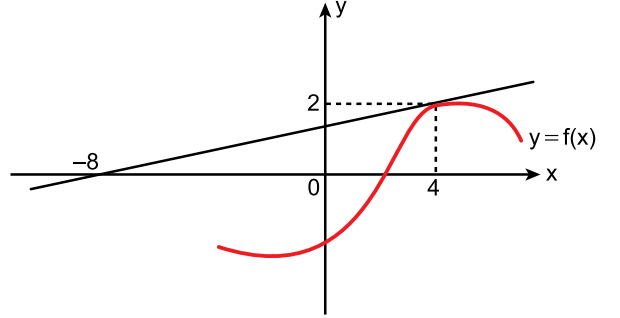
$g'(x) = 2ax$

$g'(-1) = -2a > 0$

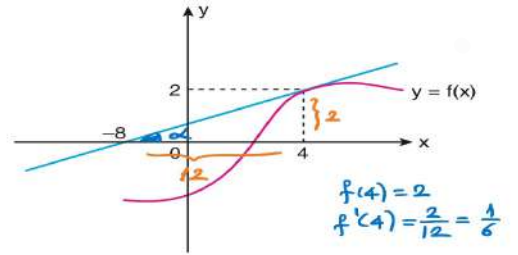
2.



3.



B



$g(x) = f^2(x)$

Esitliğin her iki tarafının türevini alalım.

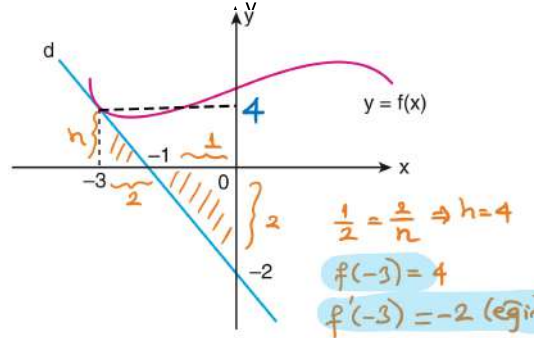
$g'(x) = 2 f(x) \cdot f'(x)$

$g'(4) = 2 f(4) \cdot f'(4)$

$g(4) = \frac{2}{3}$

grafik üzerinde
 $f(4) = 2$
 Teğetin eğimi
 $f'(4) = \frac{1}{6}$

4.



Şekilde verilen $y = f(x)$ eğrisi d doğrusuna $x = -3$ apsisli noktada teğettir.

$g(x) = \frac{x}{f(x)}$

esitliğin her iki tarafının türevini alalım.

$g'(x) = \frac{1 \cdot f(x) - x \cdot f'(x)}{f^2(x)}$

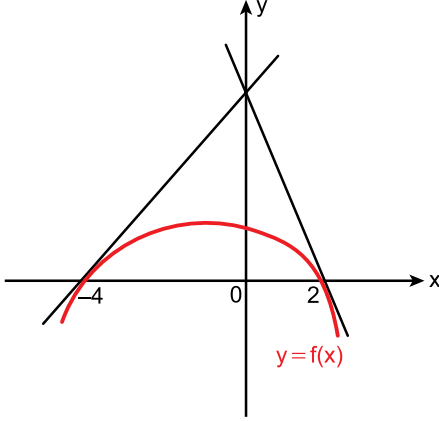
$x = -3$ için

$g'(-3) = \frac{f(-3) + 3 f'(-3)}{f^2(-3)}$

$g'(-3) = \frac{4 + 3 \cdot (-2)}{16} = -\frac{1}{8}$

TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU-2

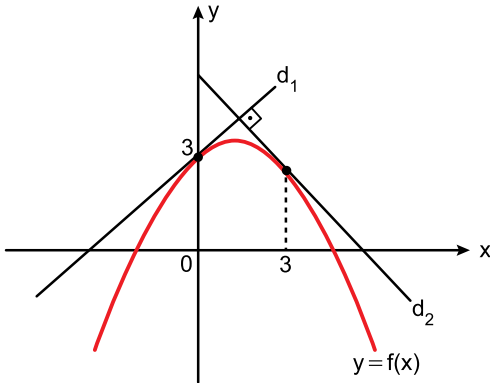
5. Aşağıda x-eksenini $(-4, 0)$ ve $(2, 0)$ noktalarında kesen $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



- * f fonksiyonuna $x = -4$ noktasında çizilen teğetin eğimi $m_1 = f'(-4)$
 * f fonksiyonuna $x = 2$ noktasında çizilen teğetin eğimi $m_2 = f'(2)$
 doğruların y eksenini kestiği nokta $(0, b)$ olsun.

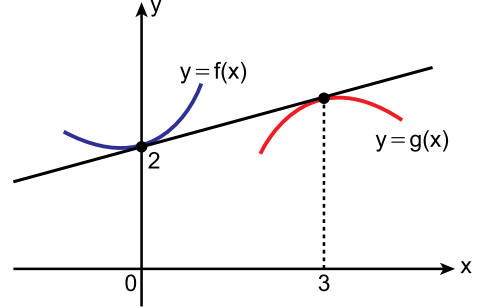
$$\left. \begin{array}{l} f'(-4) = \frac{b}{4} \\ f'(2) = -\frac{b}{2} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{f'(-4)}{f'(2)} = \frac{\frac{b}{4}}{-\frac{b}{2}} = -\frac{1}{2} \end{array}$$

6.



- $x = a$ noktasındaki eğim $f'(a)$
 $x = b$ noktasındaki eğim $f'(b)$
 $f(a) = f(b) = b$ olduğu grafikten görülmüştür.
 $g'(x) = f'(f(x)) \cdot f'(x)$ $x = a$ için,
 $g'(a) = f'(f(a)) \cdot f'(a)$
 $g'(a) = f'(b) \cdot f'(a) = -1$ Verilen bilgiler yeterlidir.

7. Aşağıda, f ve g fonksiyonlarının grafikleri ve bu grafiklere $x = 0$ ve $x = 3$ apsisli noktalarında teğet olan doğru gösterilmiştir.

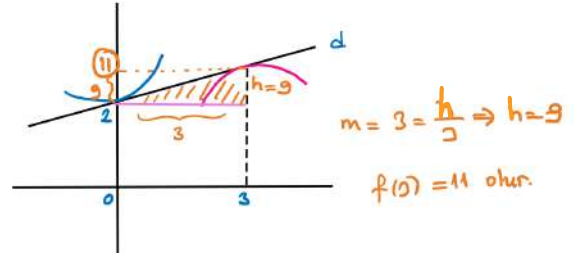


E

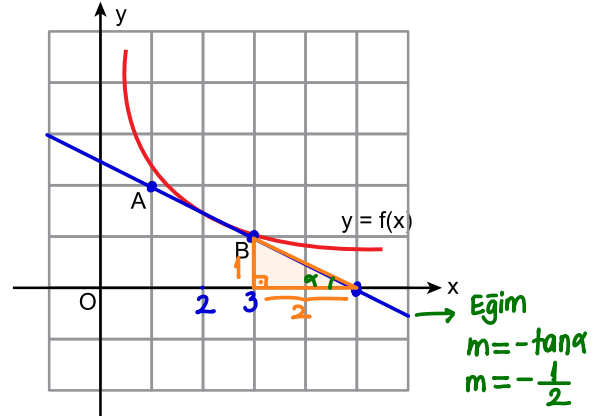
d doğrusu $x = 0$ da $f(x)$ 'e teğet
 $x = 3$ de $g(x)$ 'e teğet

$$f'(0) = g'(3) = m$$

$$2m + m = 3 \Rightarrow m = 3$$



8. Birim kareli zeminde çizilmiş aşağıdaki dik koordinat düzleminde A ve B noktalarından geçen doğru f fonksiyonunun grafiğine B noktasında teğettir.



- B Buna göre, $f'(3) + f(2)$ kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

$$B(3, 1) \quad y - 1 = -\frac{1}{2} \cdot (x - 3)$$

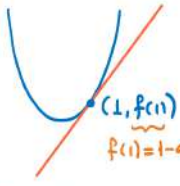
$$y = -\frac{x}{2} + \frac{5}{2} \Rightarrow f(2) = -\frac{2}{2} + \frac{5}{2} = \frac{3}{2}$$

$$f'(3) + f(2) = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 1$$

TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU-3

1. $f(x) = x^2 - 4x + 3$

C



$$f'(x) = 2x - 4$$

$$f'(1) = -2 \quad (\text{x=1 noktasında çizilen teğetin eğimi})$$

(1,0) noktasından geçen eğimi -2 olan doğrunun denklemi

$$y - 0 = -2(x - 1) \Rightarrow y = -2x + 2$$

2. $f(x) = x^3 - bx^2 + ax + 4$

$$g(x) = x^2 - bx + 3$$

fonksiyonlarının grafiklerine $x = 1$ apsisli noktalarından

x eksenine paralel teğetlerin eğimi 0'dır.

D Dolayısıyla $f'(1) = 0$ ve $g'(1) = 0$ dir.

$$f'(x) = 3x^2 - 2bx + a \Rightarrow f'(1) = 3 - 2b + a = 0$$

$$g'(x) = 2x - b \Rightarrow g'(1) = 2 - b = 0 \Rightarrow b = 2$$

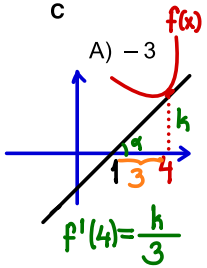
$$a = 1$$

$$\Rightarrow a + b = 3$$

3. Türevlenebilir bir f fonksiyonunun grafiğine $x = 4$ apsisli noktasından çizilen teğet x -eksenini (1, 0) noktasında kesmiştir.

Buna göre, $\frac{f'(4)}{f(4)}$ oranı kaçtır?

C



A) -3

B) $-\frac{1}{3}$

C) $\frac{1}{3}$

D) 3

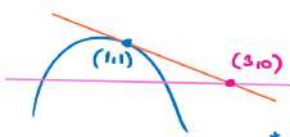
E) 9

$$\frac{f'(4)}{f(4)} = \frac{h/3}{k} = \frac{1}{3}$$

4. m, n birer gerçel sayı olmak üzere,

$$f(x) = mx^2 + nx + 1$$

Gözümde kullanılan çizim temsilidir.



(1,1) noktası parabolün sağlar

$$f(1) = 1$$

$$m + n + 1 = 1 \Rightarrow m + n = 0$$

* Teğetin Eğimi

$$f'(x) = 2mx + n$$

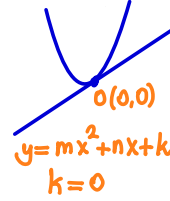
$$f'(1) = \frac{1-0}{1-3}$$

(iki noktası bilinen doğrunun eğimi)

$$2m + n = -\frac{1}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} -\frac{1}{2} m + n = 0 \\ 2m + n = -\frac{1}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m = -\frac{1}{2} \\ n = \frac{1}{2} \end{array} \right\} m - n = -1$$

5. m ve n birer gerçel sayıdır. Analitik düzlemin $(-3, 15)$ noktasından geçen $y = mx^2 + nx + k$ parabolü $y = 2mx$ doğrusuna orijinde teğettir.

D Buna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

$$y = mx^2 + nx$$

$$(-3, 15) \text{ için } 9m - 3n = 15$$

$$3m - n = 5$$

$$y' = 2mx + n$$

$$y'(0) = n = 2m$$

$$3m - 2m = 5 \Rightarrow m = 5$$

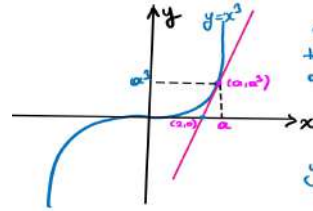
$$n = 10$$

$$m + n = 5 + 10 = 15$$

6. $y = x^3$

eğrisine hangi noktada teğet olan doğru x -eksenini,

C



$x = a$ noktasında çizilen teğeti x eksenini apsis 2 olan noktada keser.

$x = a$ noktasındaki teğetin eğimi

$$y'(a) = 3a^2 = \frac{a^3 - 0}{a - 2}$$

$$\Rightarrow 3a^2 = \frac{a^3}{a-2} \Rightarrow 3a^2(a-2) = a^3$$

$$\Rightarrow 3a^3 - 6a^2 = a^3$$

$$\Rightarrow 2a^3 - 6a^2 = 0$$

$$\Rightarrow 2a^2(a - 3) = 0$$

$$\Rightarrow a = 3 \text{ olur.}$$

$$y(3) = 3^3 = 27$$

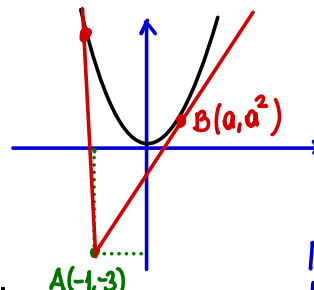
$$(3, 27) \text{ noktası}$$

7. $y = x^2$ parabolüne $A(-1, -3)$ noktasından bir teğet çiziliyor.

Buna göre, A noktasının teğet noktasına olan uzaklığı kaç birim olabilir?

D

A) $2\sqrt{10}$ B) 6 C) 5 D) $2\sqrt{5}$ E) $\sqrt{15}$



$$y' = 2x$$

$$\text{Eğim} = 2a = \frac{a^2 - 3}{a + 1}$$

$$2a^2 + 2a = a^2 + 3$$

$$a^2 + 2a - 3 = 0 \Rightarrow a = -3, a = 1$$

$$B(1, 1) \text{ veya } B(-3, 9)$$

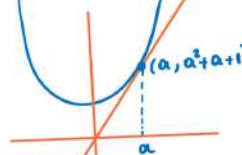
$$|AB| = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$$

$$|AB| = \sqrt{2^2 + 12^2} = 2\sqrt{13}$$

8.

$$f(x) = x^2 + x + 1$$

fonksiyonuna orijinden teğetler çiziliyor.



d doğrusunun eğimi $f'(a)$

eğim aynı zamanda analitik geometriden

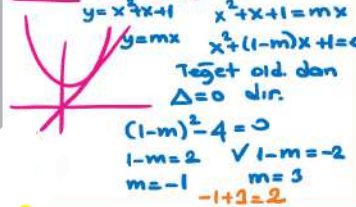
$$\frac{a^2 + a + 1}{a} = \frac{f'(a)}{2a + 1}$$

$$a^2 + a + 1 = 2a^2 + a$$

$$a^2 = 1 \Rightarrow a = 1 \vee a = -1$$

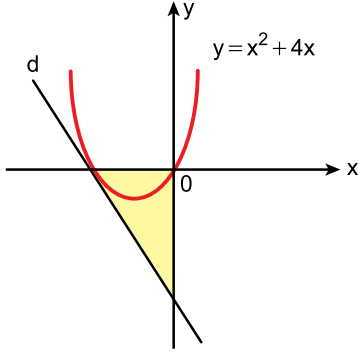
$$f'(1) + f'(-1) = 3 - 1 = 2$$

II. YOL (Parabol)



TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU-4

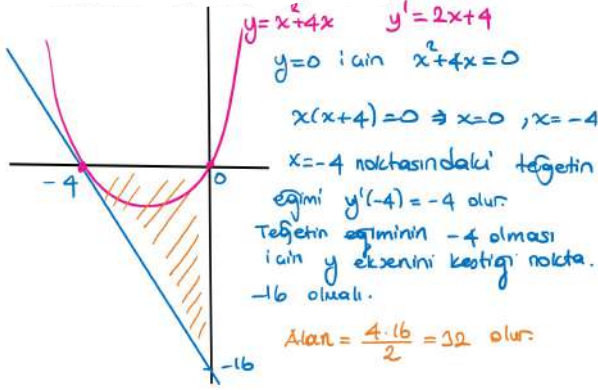
1.



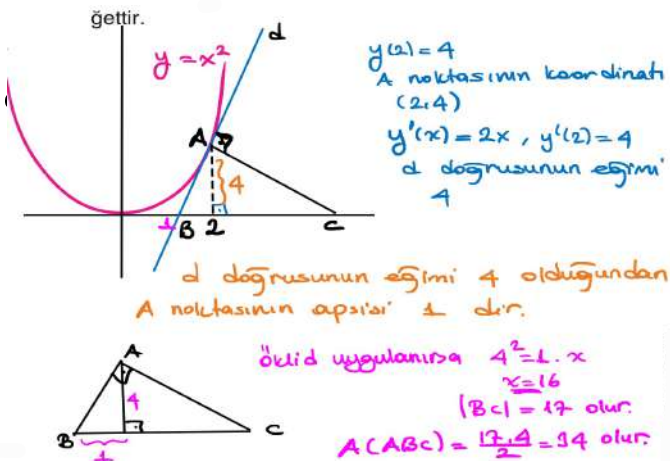
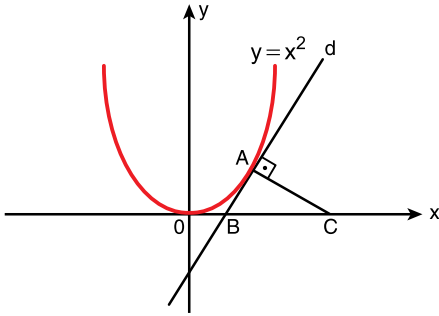
Koordinat sisteminde parabolün x-eksenini kestiği noktaların birinden parabole d teğeti çiziliyor.

D Buna göre, taralı alan kaç birimkaredir?

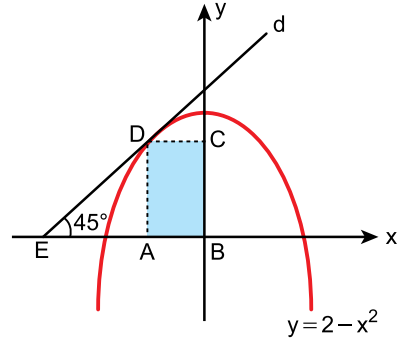
- A) 64 B) 48 C) 36 D) 32 E) 16



2.



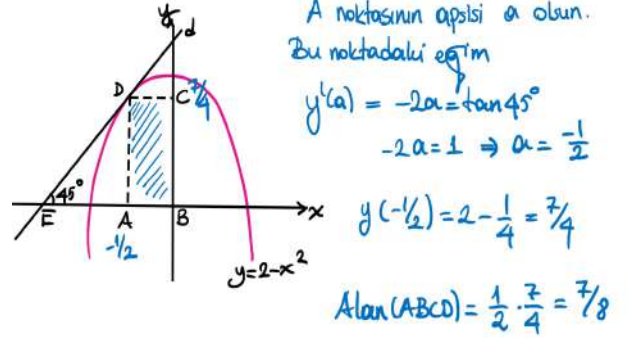
3.



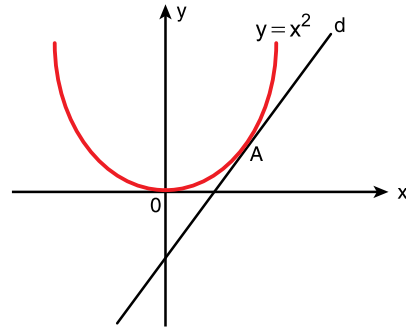
ABCD bir dikdörtgen, d doğrusu f fonksiyonunun grafiğine D noktasında teğettir.

$$m(\widehat{DEA}) = 45^\circ$$

D



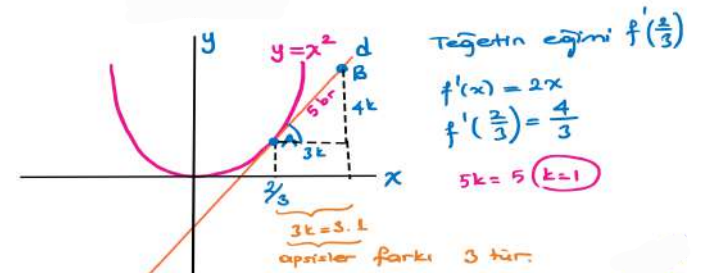
4.



Şekilde verilen d doğrusu $y = x^2$ parabolüne apsisi $\frac{2}{3}$ olan A noktasında teğettir. d doğrusunun üzerinde A noktasından 5 birim uzaklıkta bir B noktası alınıyor.

$$|AB| = 5 \text{ birim}$$

olduğuna göre, B ile A'nın apsisi farkının mutlak değeri kaçtır?



ARTAN AZALAN FONKSİYONLAR-1

1. I. $f(x) = x^2 + x + 1$

II. $g(x) = \frac{4}{3}x^3 - 2x^2 + x$

III. $h(x) = x^5 - 1$

X I. $f(x) = x^2 + x + 1 \Rightarrow f'(x) = 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$

D $\frac{x}{f(x)} \quad \frac{-1/2}{-1/4+1}$ daima artan çıkmıyor.

✓ II. $g(x) = \frac{4}{3}x^3 - 2x^2 + x \Rightarrow g'(x) = 4x^2 - 4x + 1$
 $g'(x) = (2x-1)^2 = 0$

$\frac{x}{g'(x)} \quad \frac{1/2}{0}$ daima artan.

✓ III. $h(x) = x^5 - 1 \Rightarrow h'(x) = 5x^4 = 0 \Rightarrow x = 0$

$\frac{x}{h'(x)} \quad \frac{0}{0}$ daima artan.

2. $f(x) = (x-1)^2 \cdot (x^2+3) \Rightarrow f'(x) = 2(x-1)(x^2+3) + (x-1)^2 \cdot 2x$

fonksiyonu için,

✓ $(-\infty, 1]$ aralığında azalandır. $f'(x) = 2(x-1)(x^2+3+x^2-x)$

X $[0, \infty)$ aralığında artandır. $f'(x) = 2(x-1)(2x^2-x+3)$

✓ $f'(0) \cdot f'(2) < 0$ dir.

B ifadelerinden hangileri doğrudur?

 $(-\infty, 1]$ azalan $[1, \infty)$ artan

$f'(0) < 0, f'(2) > 0 \Rightarrow f'(0) \cdot f'(2) < 0$

I ve III doğrudur.

3. $f(x) = x^2 - 6x + 4 \Rightarrow f'(x) = 2x - 6$
(işaretini inceleyelim)
 $2x - 6 = 0 \Rightarrow x = 3$

C

$\frac{x}{f'(x)} \quad \frac{3}{0}$ azalan. artan

Artan olduğu aralık $[3, \infty)$ 4. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 - 3x + 5$

$f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 - 3x + 5 \Rightarrow f'(x) = x^2 - 2x - 3$
(işaretini inceleyelim).

$\Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) = 0$
 $x = -1 \vee x = 3$

$\frac{x}{f'(x)} \quad \frac{-1}{0}$ artan azalan artan.

Azalan olduğu aralık $[-1, 3]$ 5. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$f(x) = x^3 + 6x^2 + kx + 2$

fonksiyonu daima artan olduğuna göre, k hangi aralıkta

E

$f(x) = x^3 + 6x^2 + kx + 2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 12x + k$

 $f(x)$ in daima artan olması için $f'(x) = 3x^2 + 12x + k$ ifadesi için $\Delta \leq 0$ koşulu sağlanmalı.

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$

$\Delta = 12^2 - 4 \cdot 3 \cdot k \leq 0$ olmalı.

$144 - 12k \leq 0 \Rightarrow 12 \leq k$

$k \in [12, \infty)$

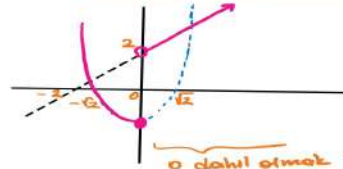
6.

$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2 & , x \leq 0 \\ x + 2 & , x > 0 \end{cases}$

$x \leq 0$ için $(x^2 - 2)' = 2x \leq 0$ Azalan

$x > 0$ için $(x + 2)' = 1 > 0$ artan.

Ama

 $0 < 0^+$ için $f(0^-) < f(0^+)$ olduğundan artan aralığa 0 dahil edilir.* Cevap $[0, \infty)$ aralığıdır.

7. f ve g gerçel sayılar kümesi üzerinde türevlenebilir birer fonksiyondur.

Her $x \in \mathbb{R}$ için,

$f'(x) < 0$

$g'(x) < 0$

} f ve g azalan fonksiyon

olduğuna göre,

X $f(1) \cdot g(1) < f(2) \cdot g(2) \rightarrow$ Kesin doğru değil

✓ $f(1) + g(1) > f(2) + g(2)$

✓ $(g \circ f)(1) < (g \circ f)(2)$

D ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

A) Yalnız I

B) Yalnız II

C) I ve II

✓ II ve III

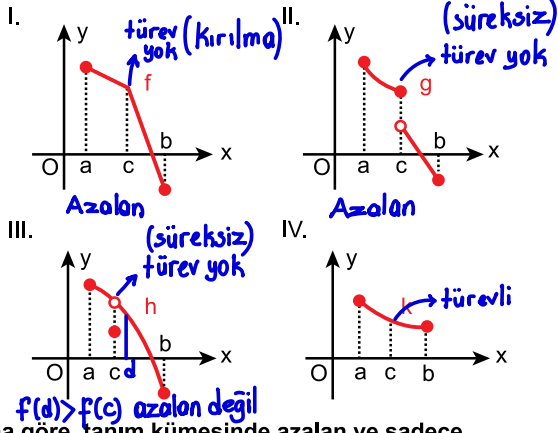
E) I ve III

II. $f(1) > f(2)$
 $g(1) > g(2)$ } $f(1) + g(1) > f(2) + g(2)$

III. $f(1) > f(2) \Rightarrow g(f(1)) < g(f(2))$
 $(g \circ f)(1) < (g \circ f)(2)$

ARTAN AZALAN FONKSİYONLAR-2

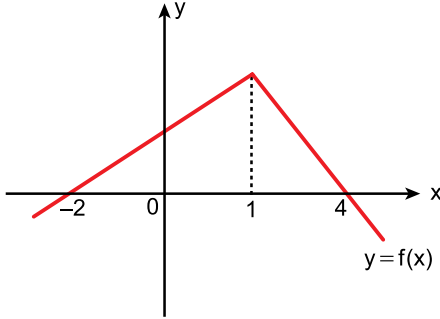
1. c bir gerçel sayıdır. f , g , h ve k fonksiyonları $[a, b]$ aralığı üzerinde tanımlı birer fonksiyondur.



Buna göre, tanım kümesinde azalan ve sadece $x = c$ 'de türevsiz olan fonksiyonlar hangileridir?

- A) Yalnız g B) f ve g C) f , g ve h
D) f , h ve k E) g ve h

2.

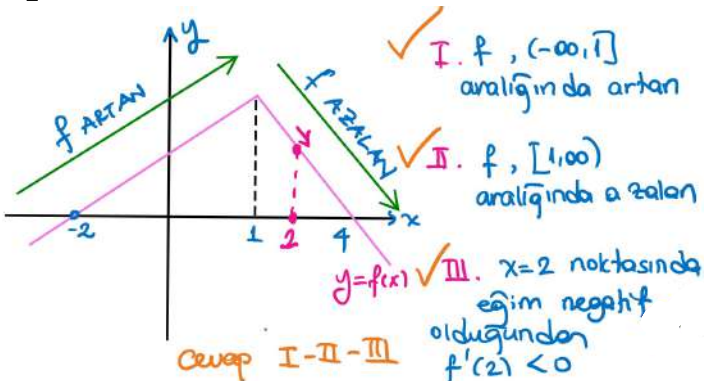


Yukarıda, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

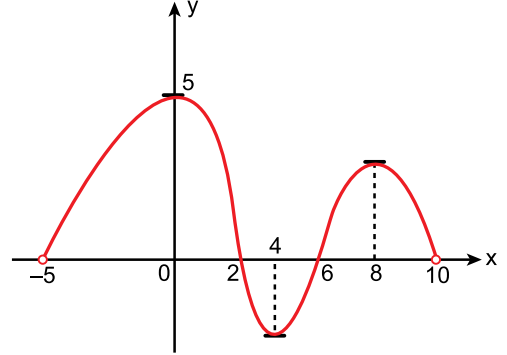
Buna göre,

- I. f fonksiyonu $(-\infty, 1]$ aralığında artandır.
II. f fonksiyonu $[1, \infty)$ aralığında azalandır.
III. $f'(2) < 0$

E ifadelerinden hangileri doğrudur?



3. Aşağıda $(-5, 10)$ aralığında tanımlanmış $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği çizilmiştir.



Buna göre,

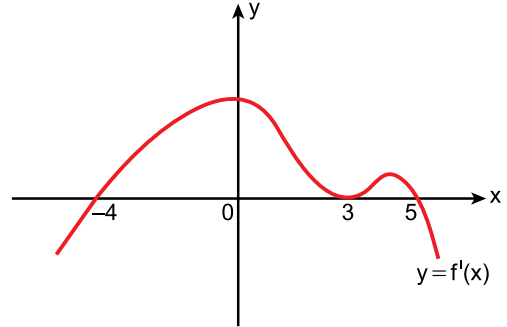
$$f(x) \cdot f'(x) < 0$$

- A eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

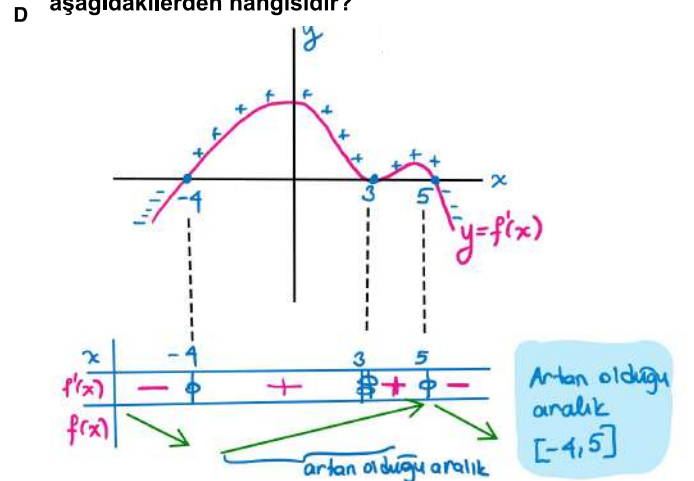
- ✓ A) 15 B) 12 C) 9 D) 6 E) 3
 $(0, 2)$ da $f(x) > 0$, $f'(x) < 0$ $x=1$
 $(4, 6)$ da $f(x) < 0$, $f'(x) > 0$ $x=5$
 $(8, 10)$ da $f(x) > 0$, $f'(x) < 0$ $x=9$

$$1+5+9=15$$

4. Aşağıda f fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.



Buna göre, f fonksiyonunun artan olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?



f tek fonk. türevi çift fonksiyondur. ARTAN AZALAN FONKSİYONLAR-3

1. $f(x)$ fonksiyonu her x reel sayısı için negatif tanımlı, azalan ve tek fonksiyondur.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi daima azalandır?

A) $f(-x)$ B) $5x - f(x)$ C) $x^3 + f(-x)$
 $-f'(-x) = +$ $5 - f'(x) = +$ $3x^2 - f'(-x) = +$
 $\frac{1}{f(-x)}$ E) $x \cdot f(x)$

$\frac{+f'(-x)}{f^2(-x)} = -$ $1 \cdot \frac{f(x) + x \cdot f'(x)}{f^2(x)}$
 Daima azalandır. x in değerine göre artan ya da azalan olabilir.

$f' < 0$ $g' > 0$

2. Tanımlı olduğu aralıkta f azalan ve g artan fonksiyondur.

Buna göre,

- I. $(f - g)(x)$ fonksiyonu azalandır.
 II. $(f \circ g)(x)$ fonksiyonu azalandır.
 III. $x^3 - f(x)$ fonksiyonu artandır.

E ifadelerinden hangileri doğrudur?

I. $f'(x) - g'(x) = -$ azalandır.
 II. $g'(x) \cdot f'(g(x)) = -$ azalandır.
 III. $3x^2 - f'(x) = +$ artandır.

I, II ve III doğrudur.

3. Pozitif gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı f ve g fonksiyonlarında

$f(x) = x^3 + g(x)$

eşitliği sağlanıyor ve

- f fonksiyonunun grafiği x -ekseninin altında $\rightarrow f(x) < 0$
- f fonksiyonu azalan $\rightarrow f'(x) < 0$

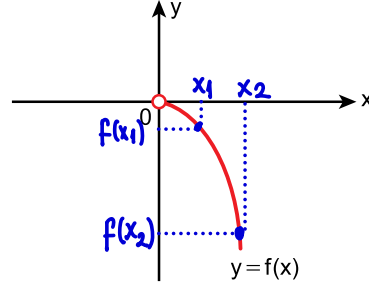
olduğuna göre,

- I. g fonksiyonunun grafiği x -ekseninin altındadır.
 II. g' fonksiyonunun grafiği x -ekseninin altındadır.
 III. $x \cdot g(x)$ fonksiyonu artandır.

C ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

I. $g(x) = \frac{f(x) - x^3}{1} = -$ $g(x) < 0$ ise x ekseninin altında
 II. $g'(x) = \frac{f'(x) - 3x^2}{1} = -$ $g'(x) < 0$ ise x ekseninin altında
 III. $1 \cdot g(x) + x \cdot g'(x) = -$ azalandır.
 I ve II doğrudur.

4. $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,



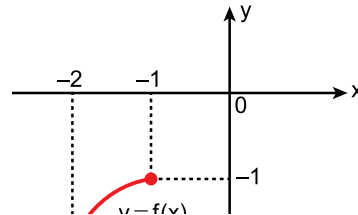
Yukarıda, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

- I. f fonksiyonu $(0, \infty)$ aralığında tanımlı negatif değerli azalan bir fonksiyondur.
 II. $f^2(x)$ fonksiyonu artandır.

✓ I. Tüm $x_1, x_2 \in (0, \infty)$ için $x_1 < x_2$ iken $f(x_1) > f(x_2)$ olduğuna $f(x)$ azalandır ($f'(x) < 0$) ve Tüm $x \in (0, \infty)$ için $f(x) < 0$ olduğundan negatif değerlidir.
 ✓ II. $[f^2(x)]' = 2f(x) \cdot f'(x) > 0$ $f^2(x)$ artandır.
 ✓ III. $(x \cdot f(x))' = f(x) + x \cdot f'(x) < 0$ $x \cdot f(x)$ azalandır.

5. Aşağıda, $y = f(x)$ fonksiyonunun $[-2, -1]$ aralığındaki grafiği verilmiştir.



I. $y = f^2(x)$

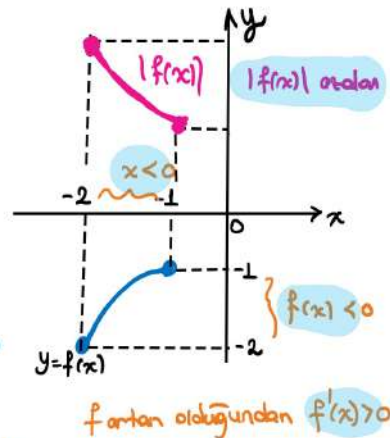
II. $y = (f \circ f)(x)$

III. $y = |f(x)|$

✓ I. $[f^2(x)]' = 2f(x) \cdot f'(x) < 0$ $f^2(x)$ azalan

✗ II. $(f \circ f)'(x) = f'(f(x)) \cdot f'(x) > 0$ $(f \circ f)(x)$ artan.

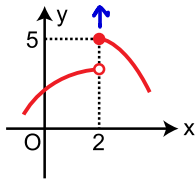
✓ III. $|f(x)|$ grafik üzerinde yarımlandı azalandır.



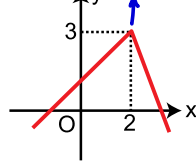
YEREL-MUTLAK MAKSİMUM VE MİNİMUM NOKTALAR

1.

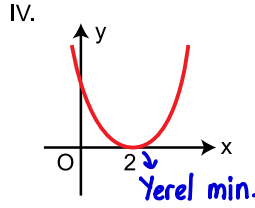
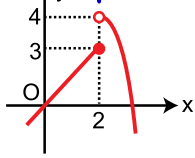
I. Yerel max.



II. Yerel max.



III. Yerel max. olmaz.



Yukarıda verilen grafiklerin hangilerinde $x = 2$ apsisli noktada yerel maksimum vardır?

B

A) Yalnız I

✓ B) I ve II

C) I ve III

D) II ve III

E) I, II ve III

2.

I. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 4x$ II. $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 1 - x^2$ III. $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = 3x - 1$

fonksiyonlarından hangilerinin mutlak maksimum noktası vardır?

B

A) Yalnız I

✓ B) Yalnız II

C) I ve II

D) II ve III

E) Yalnız III

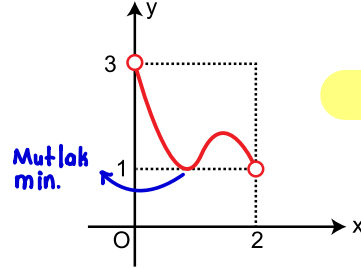
X I. $f'(x) = 2x - 4 \Rightarrow f(x) \begin{matrix} x & 2 \\ & \phi + \\ & \phi - \end{matrix} x=2$ de mutlak min var.

✓ II. $g'(x) = -2x \Rightarrow f(x) \begin{matrix} x & 0 \\ & + \\ & - \end{matrix} x=0$ da mutlak max. var.

X III. $h'(x) = 3 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ için daima artan ekstremum nokta yoktur.

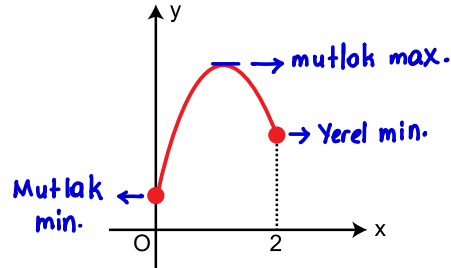
3.

Can: $(0, 2)$ aralığında tanımlı, mutlak minimum değeri olan aşağıdaki fonksiyon grafiğini çizdim.



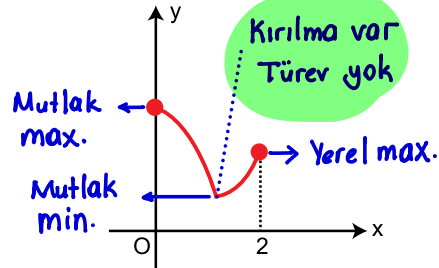
Doğru çizmiş

Akın: $[0, 2]$ aralığında tanımlı, bir mutlak maksimum, bir mutlak minimum ve bunların dışında bir de yerel minimum değerine sahip olan aşağıdaki fonksiyon grafiğini çizdim.



Doğru çizmiş

Beliz: $[0, 2]$ aralığında tanımlı, $(0, 2)$ aralığında türevlenebilir, bir mutlak maksimum, bir mutlak minimum ve bunların dışında bir de yerel maksimum değerine sahip olan aşağıdaki fonksiyon grafiğini çizdim.



$(0, 2)$ aralığında türevlenebilir şartına uygun bir grafik değil

Yanlış çizmiş

C Buna göre, hangi öğrencilerin çizdiği grafikler doğrudur?

A) Yalnız Akın

B) Yalnız Beliz

✓ C) Akın ve Can

D) Beliz ve Can

E) Akın, Beliz ve Can

EKSTREMUM NOKTALAR-1

- 1.
- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
- olmak üzere,

$$f(x) = x^3 + x^2 - mx + n$$

fonksiyonunun ekstremum noktalarından biri $A(1, 3)$ tür.

- B Buna göre,
- $m \cdot n$
- çarpımı kaçtır?

A) 32

B) 30

C) 28

D) 24

E) 20

$$f(1) = 1 + 1 - m + n = 3 \Rightarrow n - m = 1$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2x - m$$

$$f'(1) = 3 + 2 - m = 0$$

$$m = 5$$

$$n - 5 = 1 \Rightarrow n = 6$$

$$m \cdot n = 5 \cdot 6 = 30$$

- 2.
- a
- ve
- b
- birer gerçel sayı olmak üzere,

$$f(x) = x^3 - (a + b)x^2 + 6$$

fonksiyonunun yerel ekstremum noktalarının apsisi

- B
- $f'(x) = 3x^2 - 2(a+b)$
- ifadesinin kökleri ekstremum noktaların apsisi'dir.

$$\text{Kökler Toplamı } x_1 + x_2 = -\frac{B}{A}$$

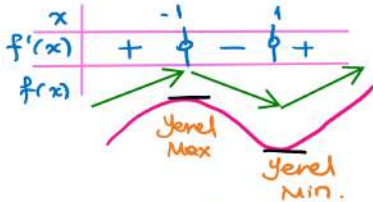
$$-\frac{-2(a+b)}{3} = 4 \Rightarrow a+b = 6 \text{ olur.}$$

- 3.
- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
- olmak üzere,

$$f(x) = x^3 - 3x - 1$$

- D

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x-1)(x+1)$$



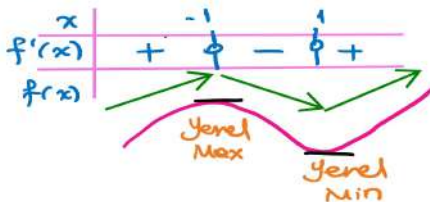
Yerel Max. noktanın ordinatı $f(-1) = 1$

- 4.
- $f(x) = 2x^3 - 6x + n$

fonksiyonunun yerel maksimum değeri 8 olduğuna göre, n kaçtır?

- C

$$f'(x) = 6x^2 - 6 = 6(x-1)(x+1)$$



$$f(-1) = 8 \text{ esitliğinden}$$

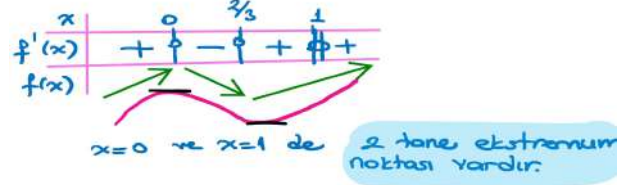
$$-2 + 6 + n = 8 \Rightarrow n = 4 \text{ olur.}$$

- 5.
- $f(x) = (x^3 - x^2)^3$

- C

$$f'(x) = 3(x^3 - x^2)^2 \cdot (3x^2 - 2x)$$

$$f'(x) = 3 \cdot x^5 \cdot (x-1)^2 \cdot (3x-2)$$



$x=0$ ve $x=1$ de 2 tane ekstremum noktası vardır.

- 6.
- $f(x) = (3x^2 - 6x + a)^2$

fonksiyonunun yalnızca bir tane yerel ekstremumu olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- D

$$f'(x) = 2(3x^2 - 6x + a) \cdot (6x - 6)$$

ifadesinin işaret değiştirdiği bir kök vardır.

$$f'(x) = 2(3x^2 - 6x + a)(6x - 6)$$

$$\Delta \leq 0$$

$$36 - 4 \cdot 3 \cdot a \leq 0$$

$$3 \leq a$$

- 7.
- $f(x) = x^3 + 3x^2 + (m+1)x + 3$

fonksiyonunun ekstremum noktası olmadığına göre, m 'nin en küçük değeri kaçtır?

- C

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ fonksiyonunun ekstremum noktası yoksa $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ ifadesi için $\Delta \leq 0$ kararı sağlanmalı.

$$f'(x) = 3x^2 + 6x + m + 1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \leq 0$$

$$36 - 4 \cdot 3 \cdot (m+1) \leq 0$$

$$m+1 \geq 3 \Rightarrow m \geq 2$$

$$m \text{ en az } 2 \text{ olur.}$$

- 8.
- a
- ve
- b
- gerçel sayılar olmak üzere, gerçel sayılar kümesi üzerinde

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + ax + b$$

biçiminde tanımlanan f fonksiyonunun ekstremum noktalarından biri y -ekseni üzerindedir.

Fonksiyonun diğer ekstremum noktasının ordinatı pozitif olduğuna göre, b 'nin en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- D

A) 2

B) 3

C) 4

D) 5

E) 6

$$x=0 \text{ için } y=b \quad A(0, b)$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x + a = 0$$

$$f'(0) = 0 \text{ olmalı } f'(0) = a = 0$$

$$3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow 3x(x-2) = 0$$

$$x=0 \vee x=2$$

$$f(2) = 8 - 12 + 2 \cdot 0 + b > 0$$

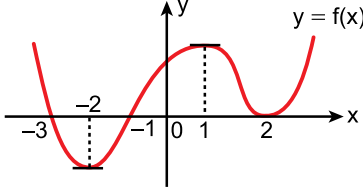
$$-4 + b > 0$$

$$b > 4$$

$$b \text{ en az } 5 \text{ olur.}$$

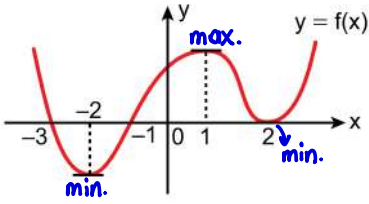
GRAFİKLER ARASI GEÇİŞ

1. Aşağıda, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

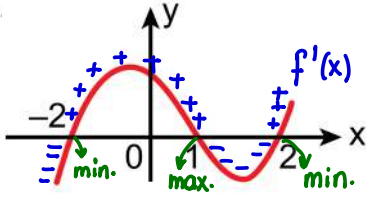


Buna göre, $f'(x)$ türev fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?

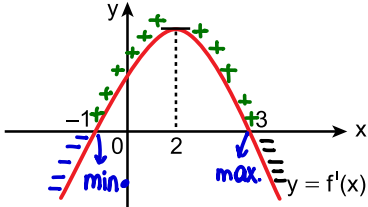
B



$(-\infty, -2]$ azalan $[1, 2]$ azalan
 $[-2, 1]$ artan $[2, \infty)$ azalan



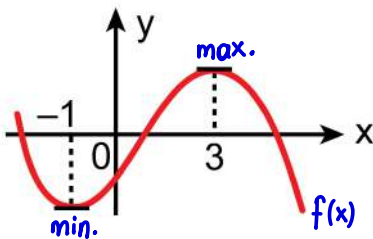
2. Aşağıda, $f'(x)$ türev fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



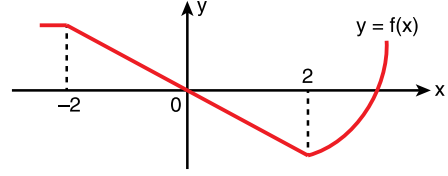
Buna göre, $f(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?

D

$(-\infty, -1]$ azalan
 $[-1, 3]$ artan
 $[3, \infty)$ azalan

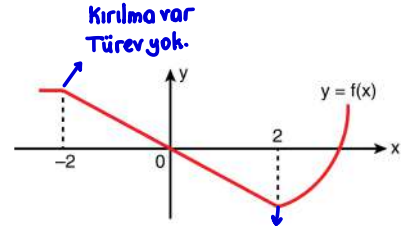


3. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

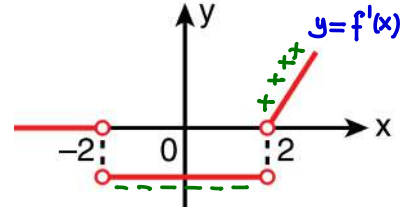


Buna göre, $y = f'(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?

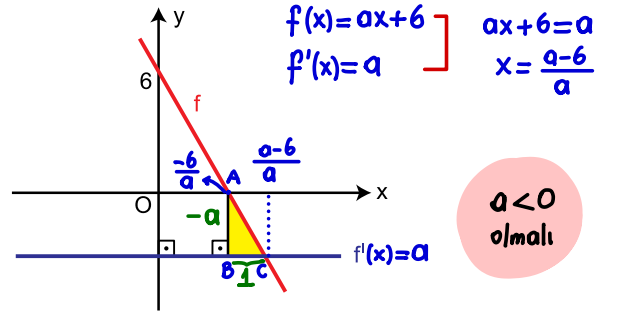
C



$(-\infty, -2]$ sabit
 $[-2, 2]$ azalan
 $[2, \infty)$ artan

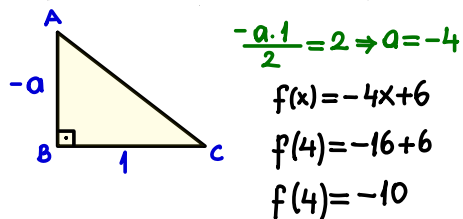


4. Aşağıda, doğrusal f ve f' türev fonksiyonlarının grafiği verilmiştir.



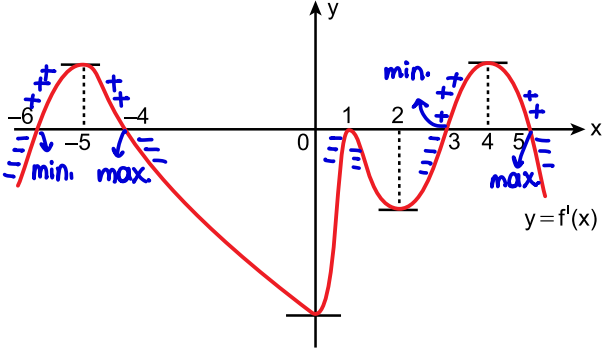
Boyalı bölgenin alanı 2 birimkare olduğuna göre, $f(4)$ kaçtır?

C



EKSTREMUM NOKTALAR-2

1.



Şekilde, $y = f'(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

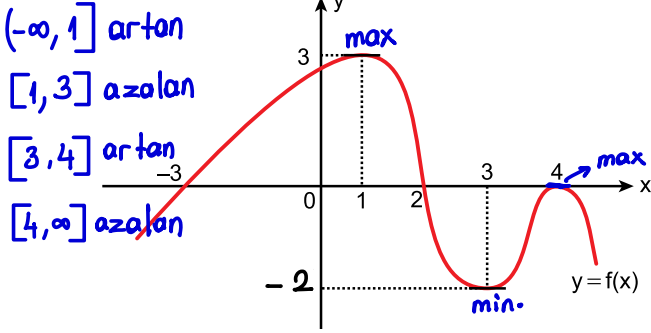
Buna göre, $y = f(x)$ fonksiyonunun yerel maksimum noktalarının apsisi toplamı kaçtır?

D

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$-4 + 5 = 1$$

2.

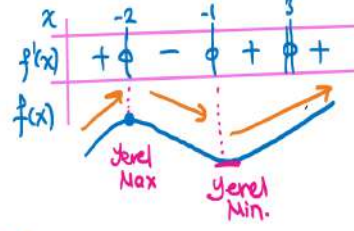
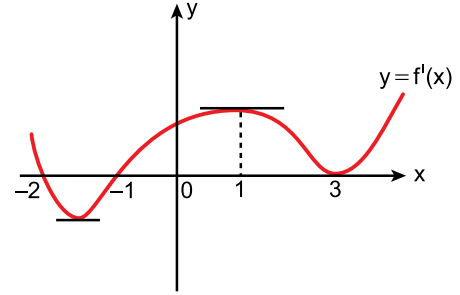


Şekilde, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $x = 4$ apsisli noktada f fonksiyonunun bir yerel maksimumu vardır. ✓
 B) f fonksiyonunun mutlak minimum değeri -2 dir. ✓
 C) $f'(-2) \cdot f'\left(\frac{3}{2}\right) < 0$ dir. ✓
 D) $x = 1$ apsisli noktada f fonksiyonunun bir maksimumu vardır. ✓
 E) f fonksiyonunun mutlak maksimum değeri 3 'tür. ✓

3.



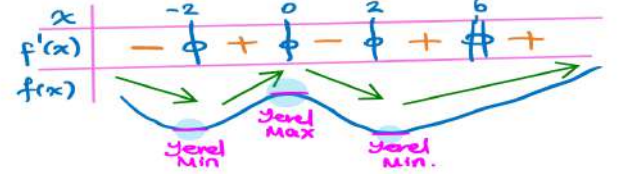
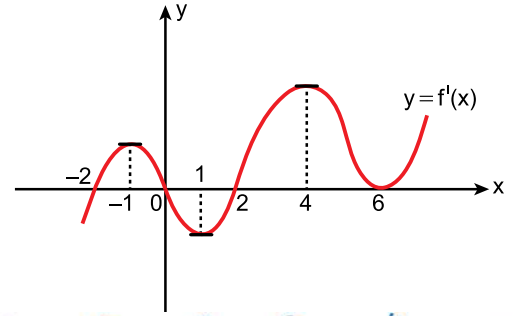
$f(x)$ in $x = -2$ de yerel max. 1, $x = -1$ de yerel minimumu var

ve $x = 3$ te türev 0 olmasına rağmen işaret değişmediğinden ekstrem nokta yoktur.

X IV. -5 ve -4 noktaları artan aralıktadır. $-5 < -4$ iken $f(-5) < f(-4)$ olmalı.

C ✓ V $f'(x)$ grafiğine baktığımızda $x = 1$ de grafik tepe yapmıştır. $f'(x)$ in yerel max noktasıdır.

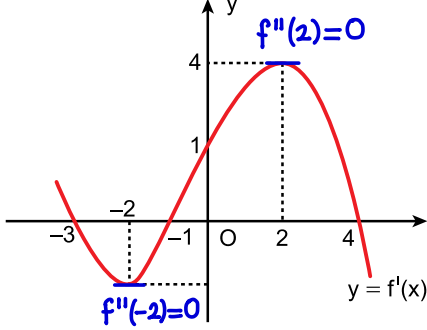
4. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.



- ✓ I. $f(x)$ in tabloda görüldüğü üzere 3 tane ekstremum noktası vardır.
 ✓ II. 3, 4 ve 5 noktaları artan aralığa girdiğinden $3 < 4 < 5$ iken $f(3) < f(4) < f(5)$ tir.
 X III. $x = 6$ da $f'(6) = 0$ olmasına rağmen türev işaret değiştirmediğinden $f(x)$ in ekstremum noktası yoktur.

EKSTREMUM NOKTALAR-3

1. Aşağıda gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı f' türev fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



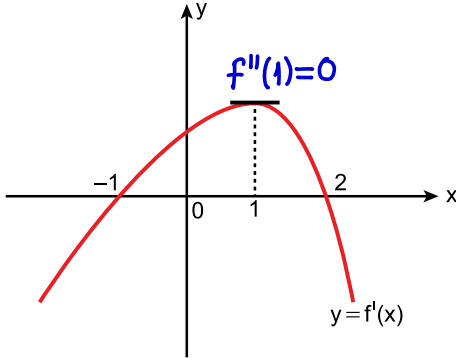
Buna göre,

- I. $f'(2) = 0$ ✓
 II. $f'(3) < 0$ ✓
 III. $f'(0) > 0$ ✓

E ifadelerinden hangileri doğrudur?

- II. $[2, \infty)$ aralığında $f'(x)$ azalan $f''(3) < 0$
 III. $[-2, 2]$ aralığında $f'(x)$ artan $f''(0) > 0$
 I, II ve III doğrudur.

2. Aşağıda, f fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.



$$f(0) = 0$$

olduğuna göre,

- ✗ $(f(4) - f(3)) \cdot f'(1) > 0$
 ✗ $f''(-1) > f''(2)$
 ✗ $f'(1) > f''(2)$
 $x > 2$ için $f'(x) < 0$
 yani f azalan
 $4 > 3$ iken $f(4) < f(3)$

D ifadelerinden hangileri doğrudur?

- $(-\infty, 1]$ aralığında $f'(x)$ artan $f''(x) > 0$
 $[1, \infty)$ aralığında $f'(x)$ azalan $f''(x) < 0$
 $[-1, 2]$ aralığında $f'(x) > 0$ yani bu aralıkta $f(x)$ artandır.
 $1 > 0 \Rightarrow f(1) > f(0) \Rightarrow f(1) > 0$

EKSTREMUM NOKTALAR-4

1. f fonksiyonu gerçel sayılarda türevli bir fonksiyondur. $f(0) = 0$ ve her $x \in \mathbb{R}$ için $f'(x) < 0$ dir.

Buna göre,

$f(x)$ azalan

✓ f bire birdir.

✗ $f(3) < f(2) < 0$ dir.

✗ f fonksiyonunun $x = 0$ apsisli noktasında yerel ekstremumu vardır.

B öncüllerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I

✓ I ve II

C) Yalnız II

D) Yalnız III

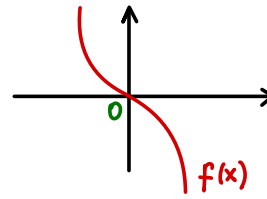
E) I, II ve III

I. $f(x)$ daima azalan ise bire birdir.

$$\text{II. } 3 > 2 > 0 \Rightarrow f(3) < f(2) < \underbrace{f(0)}_0$$

$$f(3) < f(2) < 0$$

III. Temsili



Daima azalan

$$f(0) = 0$$

Ekstremum yoktur.

2. a, b birbirinden farklı birer gerçel sayı olmak üzere, $[a, b]$ aralığı üzerinde tanımlı, (a, b) aralığı üzerinde türevli f fonksiyonunun yalnızca bir tane olan minimum noktası x , yalnızca bir tane olan maksimum noktası ise y -ekseni üzerindedir.

Buna göre,

✗ f artandır.

✓ f bire birdir.

✓ $a \cdot b = 0$

D ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

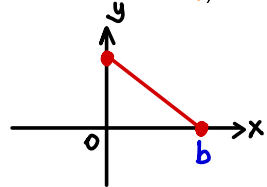
A) Yalnız I

B) Yalnız II

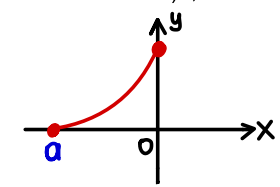
C) I ve II

✓ II ve III

E) I, II ve III



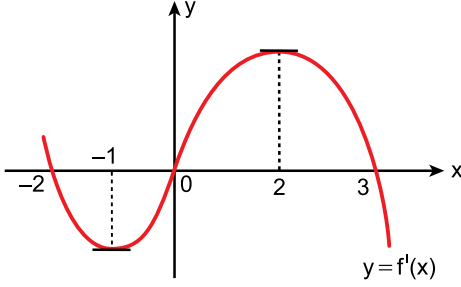
f azalan
 f bire birdir.
 $a = 0, a \cdot b = 0$



f artan
 f bire birdir.
 $b = 0, a \cdot b = 0$

EKSTREMUM NOKTALAR-5

1.

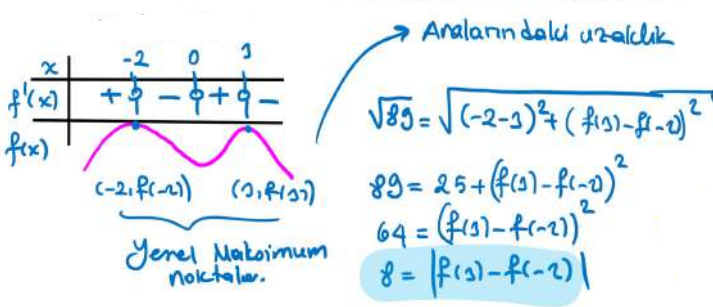


Şekilde, $y = f'(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

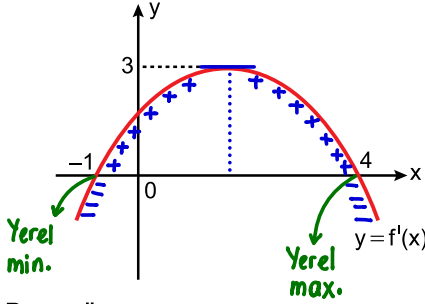
f fonksiyonunun yerel maksimum noktaları arasındaki uzaklık $\sqrt{89}$ birimdir.

C Buna göre, $f(3) - f(-2)$ farkının mutlak değeri kaçtır?

- A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 5



2. $y = f(x)$ fonksiyonunun türevinin grafiği aşağıda verilmiştir.



Buna göre,

- ✓ $f(x)$ fonksiyonunun yerel maksimum noktasının apsisi 4 tür.
 ✓ $f(x) - 3x$ fonksiyonu daima azalıdır.
 ✓ $f(2-x)$ fonksiyonunun ekstremum noktalarının apsiler toplamı 1'dir.

E ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II D) II ve III E) I, II ve III

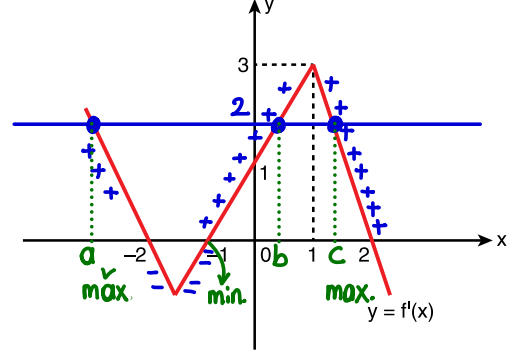
$$\text{II. } f'(x) - 3 < 0 \Rightarrow f'(x) < 3$$

$$\text{III. } -f'(2-x) = 0 \Rightarrow f'(2-x) = 0$$

$$x = 3, x = -2$$

$$3 + (-2) = 1$$

3.



Yukarıda, f fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f(x) - 2x$ fonksiyonunun kaç tane ekstremum değeri vardır?

- D A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

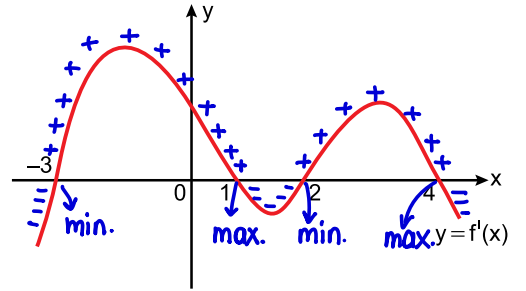
$$y = f(x) - 2x$$

$$y' = f'(x) - 2 = 0$$

$$f'(x) = 2$$

0, b, c olmak üzere 3 tane kök vardır.

4. Aşağıda, $y = f(x)$ fonksiyonunun birinci türevinin grafiği verilmiştir.



Buna göre, $f(-2x)$ fonksiyonunun yerel maksimum noktalarının apsiler çarpımı kaçtır?

- C A) -3 B) $-\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

$$-2x = 1 \quad -2x = 4$$

$$x = -\frac{1}{2} \quad x = -2$$

$$-\frac{1}{2} \cdot -2 = 1$$

BİR FONKSİYONUN BELİRLİ BİR ARALIKTA EN BÜYÜK VE EN KÜÇÜK DEĞERLERİ

1.

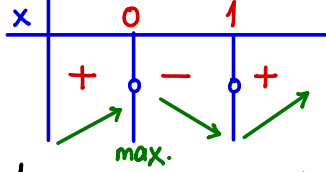
$$f(x) = x^3 - \frac{3x^2}{2} - 1$$

eşitliği ile verilen f fonksiyonunun $[-1, 2]$ aralığında alabileceği en büyük değer kaçtır?

C

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2

$$f'(x) = 3x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x = 0 \vee x = 1$$



$$f(0) = -1$$

$$f(-1) = -1 - \frac{3}{2} - 1 = -\frac{7}{2}$$

$$f(2) = 8 - 6 - 1$$

$$f(2) = 1 \rightarrow \text{En büyük değeri}$$

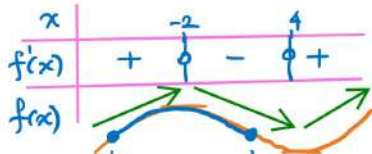
2. $f: [-3, 0] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 - 8x + 1$$

fonksiyonu veriliyor.

E

$$f'(x) = x^2 - 2x - 8 = (x-4)(x+2)$$



$[-3, 0]$ hangi noktada en küçük değeri aldığını bilmek için. görüntülerine bakalım. $f(-3) = 7$ $f(0) = 1$ en küçük değeri

3.

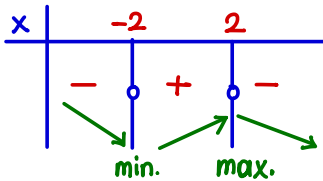
$$f(x) = 12x - x^3$$

fonksiyonunun $[-1, 3]$ aralığında alabileceği en büyük değer kaçtır?

D

- A) -11 B) 9 C) 11 D) 16 E) 25

$$f'(x) = 12 - 3x^2 = 0 \Rightarrow x = -2 \vee x = 2$$



$$f(2) = 24 - 8 = 16 \rightarrow \text{En büyük değeri}$$

$$f(-1) = -12 + 1 = -11$$

$$f(3) = 36 - 27 = 9$$

4.

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x$$

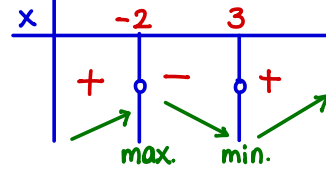
fonksiyonunun $[0, 2]$ aralığında alabileceği en küçük değer kaçtır?

C

- A) -76 B) -72 C) -68 D) -64 E) -56

$$f'(x) = 6x^2 - 6x - 36 = 0$$

$$x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x = -2 \vee x = 3$$



$3 \notin [0, 2]$

$$f(0) = 0$$

$$f(2) = 16 - 12 - 72 = -68$$

5. $[-3, 1]$ aralığında tanımlı

$$f(x) = \frac{x+2}{x+5}$$

fonksiyonunun görüntü kümesi $[a, b]$ aralığıdır.

B

Buna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) 0 D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

$$f'(x) = \frac{3}{(x+5)^2} > 0 \text{ daima artan}$$

$$f(-3) = \frac{-1}{2}$$

$$f(1) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$G.K = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$$

$$a \cdot b = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$$

6. $f: [8, 64] \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = 3x\sqrt[3]{x} - 12x$$

fonksiyonunun görüntü kümesi $[a, b]$ aralığıdır.

B

Buna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) -96 B) -81 C) -64 D) -48 E) 0

$$f(x) = 3x\sqrt[3]{x} - 12x$$

$$f'(x) = 4x\sqrt[3]{x} - 12 = 0 \Rightarrow x\sqrt[3]{x} = 3$$

$$x = 27 \in [8, 64]$$

$$f(27) = 3 \cdot 27 \cdot 3 - 12 \cdot 27 = -81$$

$$f(8) = 3 \cdot 8 \cdot 2 - 12 \cdot 8 = -48$$

$$f(64) = 3 \cdot 64 \cdot 4 - 12 \cdot 64 = 0$$

$$G.K = [-81, 0]$$

$$a + b = -81 + 0 = -81$$

MAKSİMUM VE MİNİMUM PROBLEMLERİ-1

1. a ve b birer gerçel sayı olmak üzere,
 $a + 2b = 12$
 olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımının sonucu en fazla kaçtır?

$$a + 2b = 12 \Rightarrow a = 12 - 2b$$

$$a \cdot b = (12 - 2b) \cdot b \Rightarrow (12b - 2b^2)' = 0$$

$$12 - 4b = 0 \Rightarrow b = 3 \text{ alınır}$$

$$a = 6 \text{ olur.}$$

$$a \cdot b = 6 \cdot 3 = 18 \text{ olur.}$$

2. x, y birer gerçel sayı olmak üzere,
 $x + y = 16$
 olduğuna göre, $x \cdot y^3$ çarpımının en büyük değerini alması için y kaç olmalıdır?

$$x + y = 16 \Rightarrow x = 16 - y.$$

$$x \cdot y^3 = (16 - y) \cdot y^3 = 16y^3 - y^4$$

$$(16y^3 - y^4)' = 0 \Rightarrow 48y^2 - 4y^3 = 0$$

$$4y^2(12 - y) = 0$$

$$\frac{y}{1} \quad \frac{0}{+} \quad \frac{12}{+} \quad \frac{12}{-}$$

en büyük değer için $y = 12$ alınmalı.

3. Dikdörtgen şeklindeki bir bahçenin yarısı duvar, diğer yarısı ise tel örgü ile çevrilmiştir.

Yarısı duvar yarısı tel örgü olduğunda
 Telin uzunluğu 120 m ise
 Duvarın uzunluğunda 120 m olur.
 Bahçenin çevresi $120 + 120 = 240$ m olur.

$$\begin{array}{c} \leftarrow 120 - x \rightarrow \\ \uparrow x \\ \downarrow x \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Alan}(x) = x \cdot (120 - x) \\ A(x) = 120x - x^2 \\ A'(x) = 120 - 2x = 0 \Rightarrow x = 60 \text{ olur.} \\ A(60) = 60 \cdot 60 = 3600 \text{ m}^2 \text{ olur.} \end{array}$$

Çevresi sabit (belli) olan en büyük alanlı dikdörtgeni kare seçmiş olduk.

4. a sıfırdan farklı bir gerçel sayı olmak üzere,
 $ax^2 + (a - 1)x + 1 = 0$
 denkleminin diskriminantı en az kaç olabilir?

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ denklemi için diskriminant } \Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

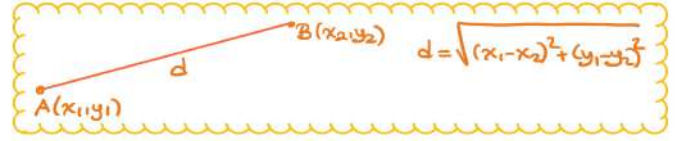
a ya bağlı Δ ifadesi,

$$\Delta(a) = (a - 1)^2 - 4 \cdot a \cdot 1$$

$$\Delta'(a) = 2(a - 1) \cdot 1 - 4 = 0 \Rightarrow 2a - 6 = 0$$

$$\Delta(3) = 4 - 12 = -8 \text{ olur.} \quad a = 3 \text{ olur.}$$

5. Analitik düzlemde A(1, 1) ve B(a, a + 1) noktaları veriliyor.

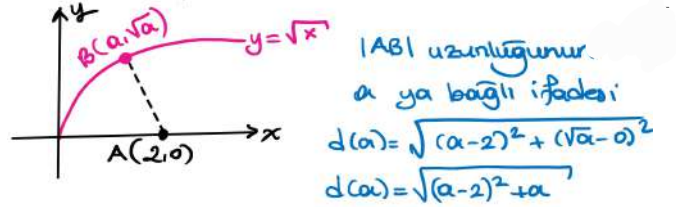


a ya bağlı $|AB|$ uzunluğu

$$d(a) = \sqrt{(a-1)^2 + (a+1-1)^2} = \sqrt{2a^2 - 2a + 1}$$

$$d'(a) = \frac{4a - 2}{2\sqrt{2a^2 - 2a + 1}} = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

6. $f(x) = \sqrt{x}$ eğrisinin (2, 0) noktasına en yakın olan noktasının ordinatı kaçtır?



$$d(a) = \sqrt{(a-2)^2 + (\sqrt{a}-0)^2}$$

$$d(a) = \sqrt{(a-2)^2 + a}$$

$$\Rightarrow d'(a) = \frac{2(a-2)+1}{2\sqrt{(a-2)^2 + a}} = 0 \Rightarrow a = \frac{3}{2} \text{ olur.}$$

7. x TL'ye alınan ürün $x^2 - 5x + 11$ TL'ye satılıyor.

- Buna göre, kârın en az olması için x kaç olmalıdır?

$$\text{Kar} = \text{Satış Fiyatı} - \text{Alış Fiyatı}$$

$$x^2 - 5x + 11 - x$$

x'e bağlı kar ifadesi

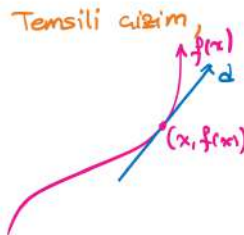
$$K(x) = x^2 - 6x + 11$$

$$K'(x) = 2x - 6 = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ alınmalı}$$

- 8.

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 2x + 1$$

- fonksiyonunun grafiğine herhangi bir noktada teğet olan doğrunun eğimi en az kaç olabilir?



Herhangi bir $(x, f(x))$ noktasında eğimi veren fonksiyon,

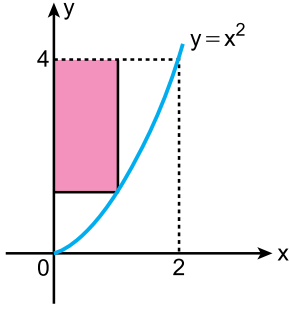
$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 2 \text{ dir.}$$

en az değeri istenen ifadenin türevi alınır.

$$f''(x) = 6x - 12 = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ için } f'(2) = -10$$

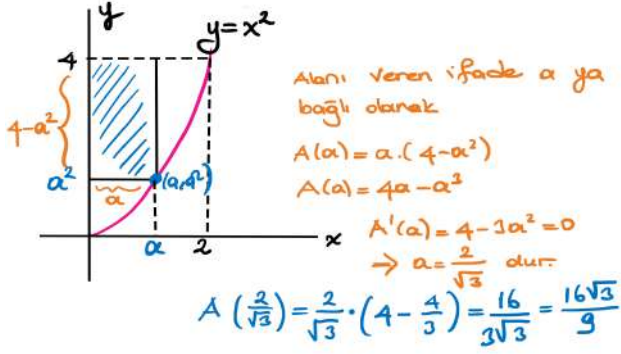
MAKSİMUM VE MİNİMUM PROBLEMLERİ-2

1.

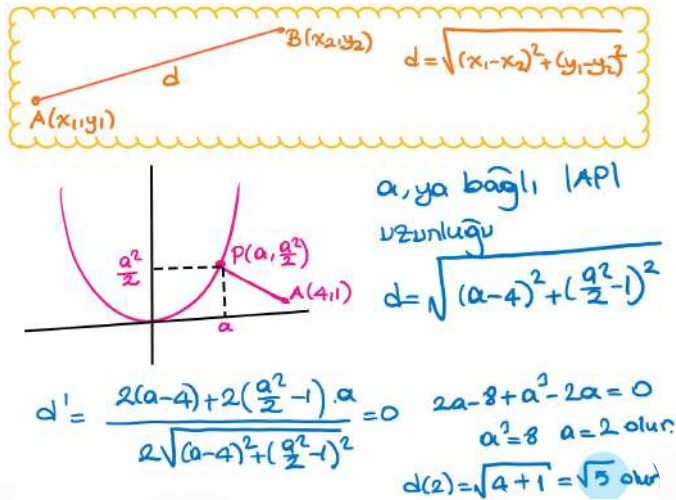
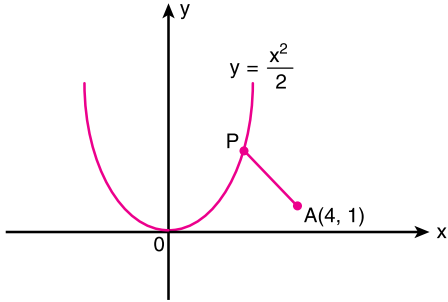


Bir kenarı $y = 4$ doğrusu diğer kenar y -ekseni ve bir köşesi de $y = x^2$ eğrisi üzerinde değişen dikdörtgenlerden alanı en büyük olanın alanı kaç birimkaredir?

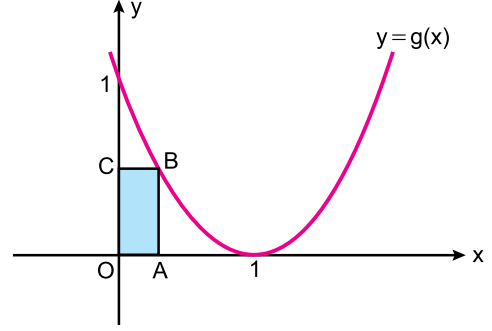
C



2.



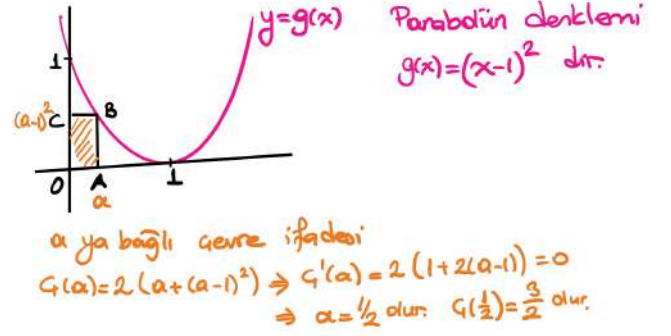
3.



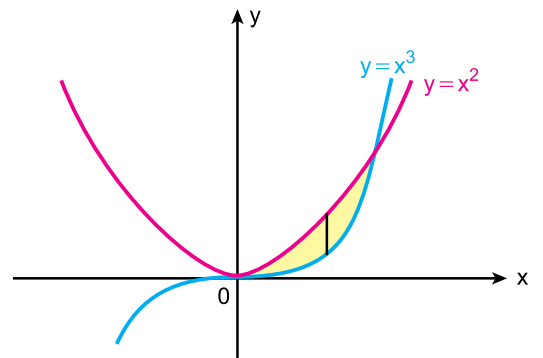
Yukarıda verilen parabol grafiğinde B noktası parabol ile OABC dikdörtgeninin ortak noktasıdır.

Buna göre, OABC dikdörtgeninin çevresinin alabileceği en küçük değer kaçtır?

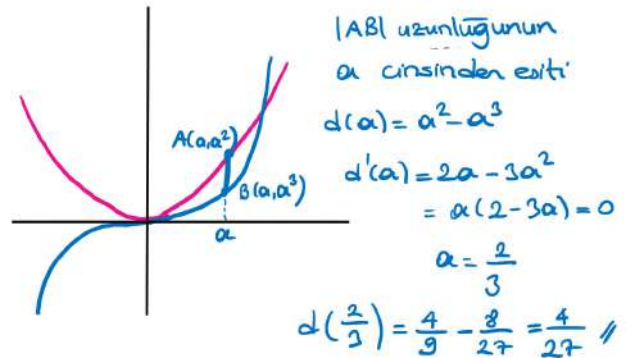
A



4. Aşağıda iki eğri verilmiştir.

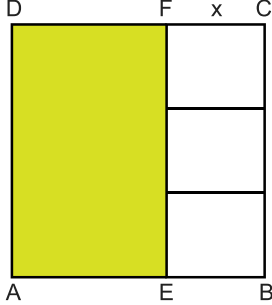


D



MAKSİMUM VE MİNİMUM PROBLEMLERİ-3

1. Aşağıda verilen ABCD dikdörtgeni, AEFD dikdörtgeni ile 3 tane eş kareden oluşmaktadır.



$$\text{Çevre}(ABCD) = 48 \text{ cm} \Rightarrow 2(|AD| + |DC|) = 48$$

c

$$24-3x \quad x \quad x \quad x$$

$$D \quad F \quad C$$

$$A \quad E \quad B$$

$$\Rightarrow |DC| = 24-3x$$

x 'e bağlı alan,

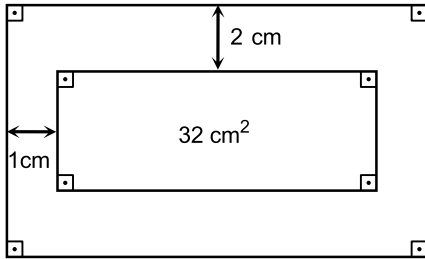
$$A(x) = 3x(24-3x)$$

$$A(x) = 72x - 9x^2$$

$$A'(x) = 72 - 18x = 0$$

$$x = 4 \text{ olur}$$

2.



Dikdörtgen şeklindeki bir kâğıdın 32 cm^2 lik kısmına yazı

$$x \cdot y = 32 \Rightarrow y = \frac{32}{x}$$

İstenilen alan

$$(x+2) \cdot (y+4)$$

Alanın x 'e bağlı ifadesi

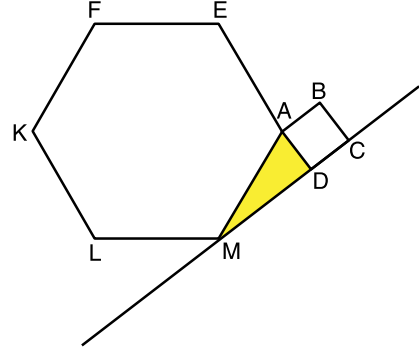
$$A(x) = (x+2) \left(\frac{32}{x} + 4 \right)$$

$$= 32 + 4x + \frac{64}{x} + 8$$

$$A'(x) = 4 - \frac{64}{x^2} = 0 \Rightarrow x = 4$$

$x = 4$ için alan $A(4) = 72 \text{ cm}^2$

3.



B

$$|AK| + 2|AB| = 12$$

$$\Rightarrow |AK| = 12 - 2x$$

Düzdüğü altıgeneden,

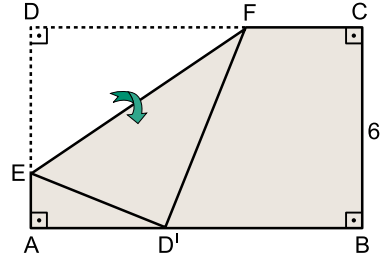
$$|ML| = |MA| = \frac{12-2x}{2} = 6-x$$

Çevre $(MAA') = 12$

Çevresini bilinen üçgenin alanının en büyük değeri için eşkenar üçgen seçmeliyiz.

$$\text{Alan}(MAD) = \frac{2 \cdot 2\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \text{ br olur.}$$

4.



6 cm eninde dikdörtgen şeklindeki kâğıt şerit, şekildeki gibi D köşesi kıvrılarak [AB] kenarı üzerine getiriliyor.

E

$$x \cdot x = 36 \Rightarrow x = 6$$

Pisagordan x 'e bağlı $|AD| = \sqrt{x^2 - (6-x)^2} = \sqrt{12x-36}$

Alan (EAD') $A(x) = \frac{(6-x) \cdot \sqrt{12x-36}}{2}$

$$A'(x) = \frac{-1 \cdot \sqrt{12x-36} + (6-x) \cdot \frac{12}{2\sqrt{12x-36}}}{2} = \frac{36-12x+36-6x}{2\sqrt{12x-36}} = 0$$

$$\Rightarrow x = 4 \text{ olur. } A(4) = 2\sqrt{3}$$

Pratik Yol:

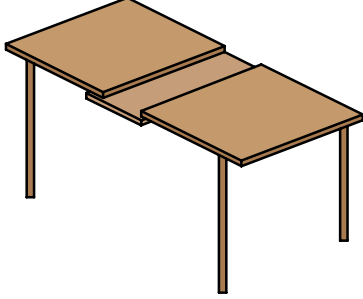
Çevre $(EE'D') = 12$

Alanının max olması için eşkenar üçgen alınmalıdır.

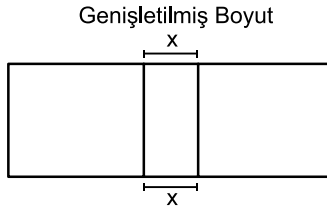
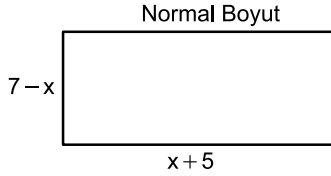
$$\text{Alan} = \frac{4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$$

MAKSİMUM VE MİNİMUM PROBLEMLERİ-4

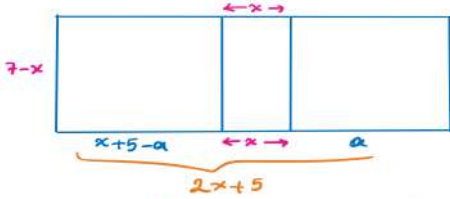
1. Aşağıda genişleyebilen dikdörtgen şeklinde bir masa verilmiştir.



Masanın normal boyutu ve genişletilmiş boyutu aşağıdaki gibidir.



C



Alanı veren fonksiyon x cinsinden

$$A(x) = (7-x) \cdot (2x+5)$$

$$A'(x) = -1 \cdot (2x+5) + (7-x) \cdot 2$$

$$A'(x) = -4x+9=0 \Rightarrow x=\frac{9}{4}$$

2. İlk 50 yolcunun her biri için uçak bilet fiyatının 200 TL olduğu bir havayolu şirketinde 50 üzerine eklenen her yolcu için bilet fiyatı 2 TL düşmektedir.

$$50 \cdot 200$$

$$(50+1) \cdot (200-2)$$

$$(50+2) \cdot (200-2 \cdot 2)$$

C

$$(50+x) \cdot (200-2 \cdot x) \Rightarrow \text{Elde edilen kazanç}$$

Kazancın x 'e bağlı denklemini

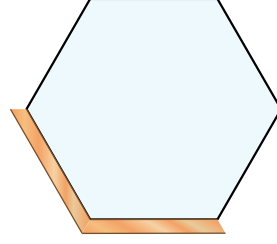
$$K(x) = (50+x)(200-2x)$$

$$K'(x) = (200-2x) + (50+x) \cdot (-2) = 0 \Rightarrow x=25 \text{ olur.}$$

$$\text{Yolcu Sayısı: } (50+x) \quad (x=25)$$

$$(75) \text{ olur.}$$

3.

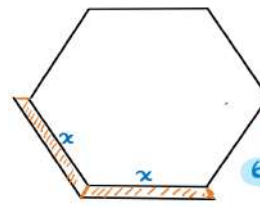


Yukarıda bir kenarı x metre olan düzgün altıgen şeklinde bir ayna gösterilmiştir.

Aynanın çevresine ahşap çerçeve yapmanın maliyeti her bir metre uzunluk için 3 TL, ayna maliyeti ise her 1 metrekare için 1 TL'dir.

Buna göre, böyle bir aynanın çerçeve maliyeti ayna maliyetinden en fazla kaç TL daha pahalı olur?

D



$$\text{Aynanın yüzey alanı } 6 \cdot \frac{x^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Aynanın çevre uzunluğu } 6x$$

$$6x \cdot 3 \text{ Çerçeve Maliyeti}$$

$$6 \cdot \frac{x^2 \sqrt{3}}{4} \cdot 1 \text{ Aynanın Maliyeti}$$

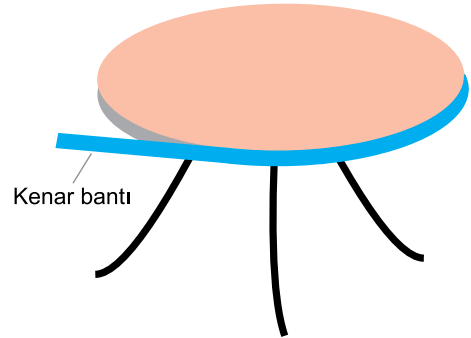
$$\text{Farkı veren fonksiyonun } x\text{'e bağlı ifadesi}$$

$$F(x) = 18x - \frac{3x^2 \sqrt{3}}{2} \Rightarrow F'(x) = 18 - 3x\sqrt{3} = 0$$

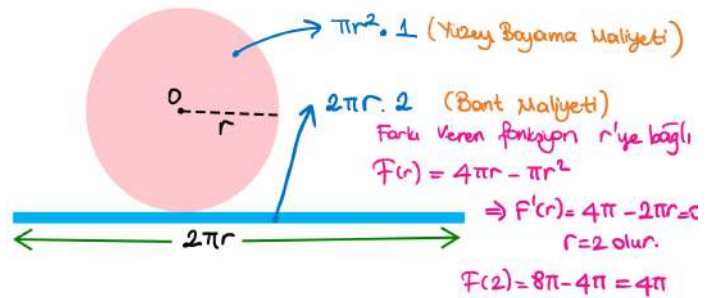
$$\Rightarrow x = 2\sqrt{3}$$

$$F(2\sqrt{3}) = 18 \cdot 2\sqrt{3} - 18\sqrt{3} = 18\sqrt{3} //$$

4. Aşağıda bir yuvarlak masa gösterilmiştir.

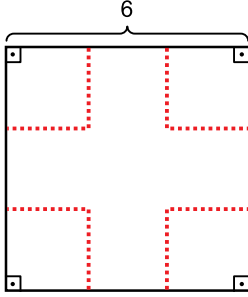


Masanın daire biçimindeki yüzeyinin çevresine bant çekmenin maliyeti her bir metre uzunluk için 2 TL, masanın



MAKSİMUM VE MİNİMUM PROBLEMLERİ-5

1.



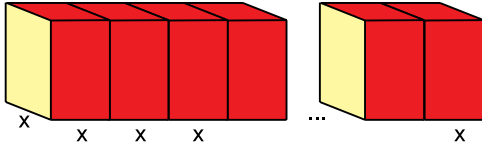
Şekilde bir kenarı 6 birim olan kare biçimindeki alüminyum levhanın köşelerinden eşit kare parçaları kesilerek katlanıyor ve üstü açık bir dik prizma biçiminde depo yapılıyor.

C Buna göre, deponun hacmi en çok kaç birimküptür?

Hacmin x 'e bağlı ifadesi
 $V(x) = (6-2x)^2 \cdot x$

$\Rightarrow V'(x) = 2(6-2x) \cdot (-2) \cdot x + (6-2x)^2$
 $V'(x) = (6-2x)(6-6x) = 0 \Rightarrow x=3$ $x=1$ $x=3$ için taban kenarı 0 olur.
 $x=1$ için hacim $V(1) = 16 \text{ birim}^3$

2.



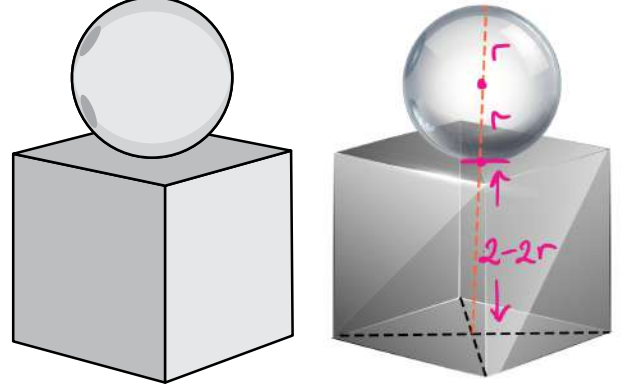
Yukarıdaki şekilde bir ayrıtı x birim ve hacimleri toplamı 1875 birimküp olan x tane kare dik prizma yan yana dizilerek yukarıdaki yapı oluşturulmuştur. Oluşan yapıda her bir prizmanın ikişer yüzü kırmızıya boyanmıştır.

Buna göre, kırmızıya boyanan kısımların alanları toplamı en az kaç birimkaredir?

Her bir prizmanın hacmi $x \cdot x \cdot 5$
 x tane olduğundan toplam hacim
 $V = x \cdot (x^2 \cdot 5) = x^3 \cdot 5 = 1875$
 $\Rightarrow a = \frac{1875}{5} = 375$

Bir prizma için kırmızı yüzeylerin alanları toplamı $a \cdot x + x^2$
 x tane için $x(ax + x^2)$
 $a = \frac{1875}{5}$ için
 Alanlar toplamının x cinsinden ifadesi
 $A(x) = x \cdot \left(\frac{1875}{5} \cdot x + x^2 \right) = \frac{1875}{5}x + x^3$
 $A'(x) = -\frac{1875}{5} + 3x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 625$
 $\Rightarrow x = 25$ için $A(25) = 5000$ olur.

3.



Ödül töreninde verilmek üzere, kristalden yapılmış bir küp üzerine yine kristalden yapılmış bir küre yerleştirilecektir. Kürenin küpe temas ettiği nokta, küpün üst yüzeyinin ağırlık merkezidir. Kürenin yüzeyi ile küpün tabanının ağırlık merkezi arasındaki maksimum uzaklık 2 birimdir.

Buna göre, küre ile küpün yüzey alanlarının toplamının en az olması için kürenin yarıçapı kaç birim olmalıdır?

D

Kürenin yüzey alanı $4\pi r^2$
 Küpün yüzey alanı $6 \cdot (2-2r)^2$
 Toplam alanın r cinsinden ifadesi
 $T(r) = 4\pi r^2 + 6(2-2r)^2$
 $T'(r) = 8\pi r + 12(2-2r) \cdot (-2) = 0$
 $\Rightarrow 8\pi r + 48r = 48$
 $\Rightarrow r(8\pi + 48) = 48 \Rightarrow r = \frac{6}{\pi + 6}$

4. Hacmi 72 cm^3 olan üstü açık bir silindirin yüzey alanının en küçük olması için yüksekliği, yarıçapının kaç katı olmalıdır?

C

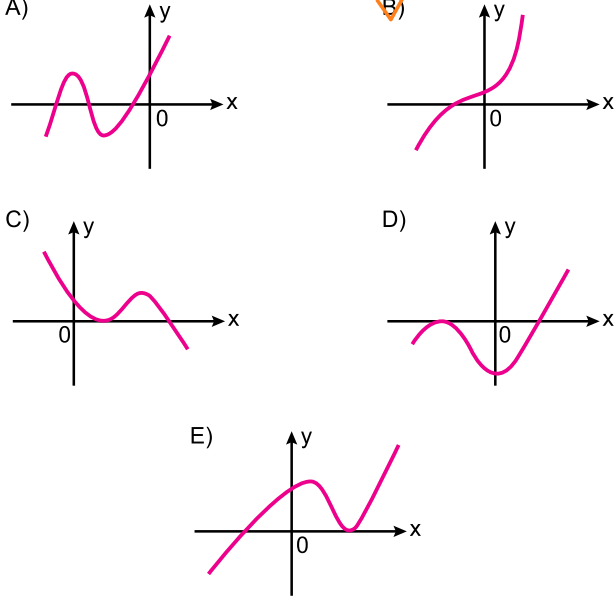
Hacmi
 $V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 72 \Rightarrow h = \frac{72}{\pi r^2}$

Yüzey alanı,
 $S = 2\pi r h + \pi r^2$
 Yüzey alanının r 'ye bağlı ifadesi
 $S(r) = \frac{144}{r} + \pi r^2$
 $S'(r) = -\frac{144}{r^2} + 2\pi r = 0 \Rightarrow \pi r^3 = 72$
 $V = \pi r^2 \cdot h = 72$ (denkleminde her iki tarafı r ile çarpalım)
 $\pi r^2 \cdot h = 72r$
 $72 \cdot h = 72r$
 $h = r \Rightarrow \frac{h}{r} = 1$ olur.

POLİNOM FONKSİYONLARIN GRAFİKLERİ-1

1. $f(x) = x^3 + x + 1$

B fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



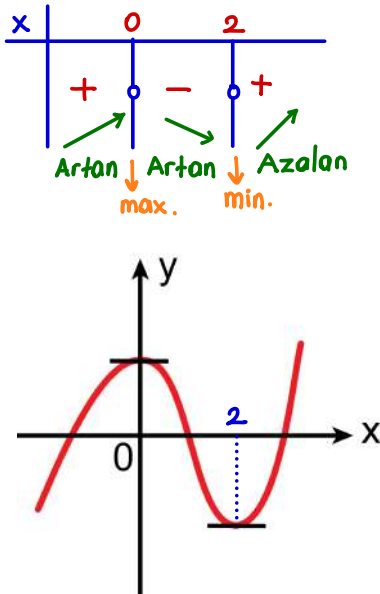
$$f(x) = x^3 + x + 1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 1 > 0$$

Daima artan

2. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$

A fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?

$x=0$ için $y=3$
 y eksenini $(0,3)$ noktasında keser.
 $f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x=0 \vee x=2$



1. B

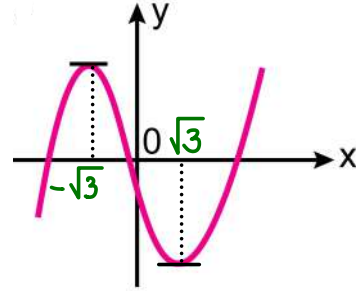
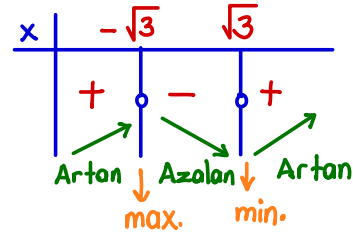
2. A

340

3. $f(x) = x^3 - 9x - 1$

C fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?

$x=0$ için $y=-1$
 y eksenini $(0,-1)$ noktasında keser
 $f'(x) = 3x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x = -\sqrt{3} \vee x = \sqrt{3}$



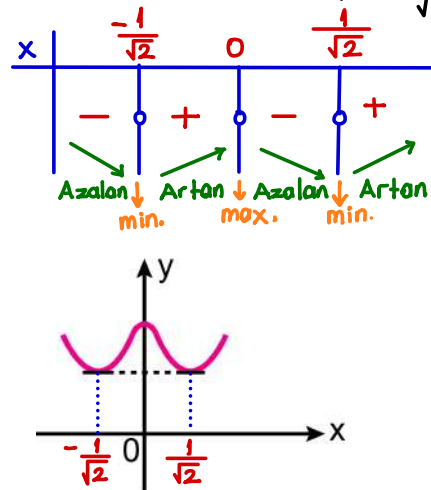
4. $f(x) = x^4 - x^2 + 2$

C fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?

$x=0$ için $y=2$
 y eksenini $(0,2)$ noktasında keser.

$$f'(x) = 4x^3 - 2x = 0 \Rightarrow 2x(2x^2 - 1) = 0$$

$x=0, x = -\frac{1}{\sqrt{2}}, x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

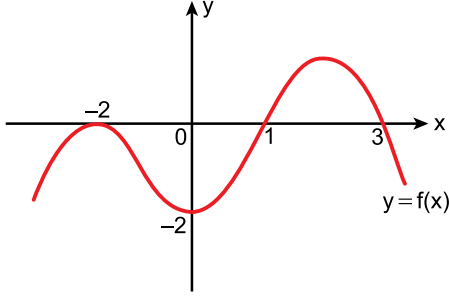


3. C

4. C

POLİNOM FONKSİYONLARIN GRAFİKLERİ-2

1.

Şekilde, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$$f(x) = (x + a)^2 \cdot (x - 1) \cdot \left(bx + \frac{1}{2}\right)$$

-2 noktasında
teğet olduğundan
 $(x+2)^2$ olmalı
 $a=2$

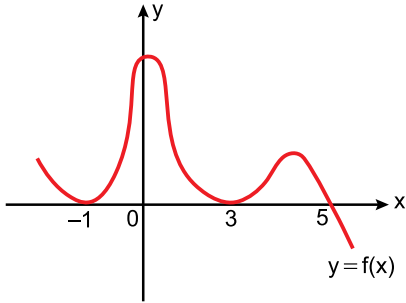
$x=3$ un
çarpının kökü
olması gerekir.
 $3b + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow b = -\frac{1}{6}$

$$a \cdot b = 2 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) = -\frac{1}{3}$$

2.

$$f(x) = -x^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + e$$

fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



D Buna göre, e kaçtır?

A) 42

B) 43

C) 44

D) 45

E) 46

$$f(x) = -x^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + e$$

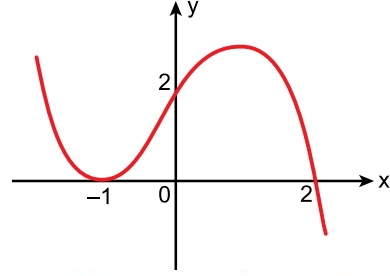
Baskatsayı -1

$$-x^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + e = -(x+1)^2(x-3)^2(x-5)$$

eşitliğinde $x=0$ için

$$e = -1 \cdot 9 \cdot (-5) \Rightarrow e = 45 \text{ dur.}$$

3.

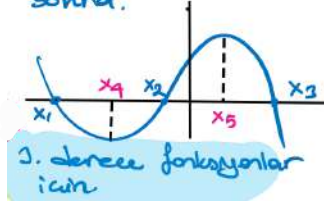


$$f(x) = a(x+1)^2(x-2) \quad f(0)=2 \text{ olmalı} \quad -2a=2 \quad (a=-1)$$

$$f(x) = (x+1)^2(-x+2) \Rightarrow f'(x) = 2(x+1)(-x+2) + (x+1)^2(-1)$$

$$f'(x) = (x+1)(-3x+3) = 0 \Rightarrow x=1 \quad x=-1$$

$$f(x) \begin{array}{c|c|c|c|c} x & -1 & 1 & 2 & \\ \hline f'(x) & - & + & - & \end{array}$$

Yerel Max değeri $f(1)=4$ dur.II. ynl: $f(x) = (x+1)^2(-x+2)$ fonksiyonundan sonra.

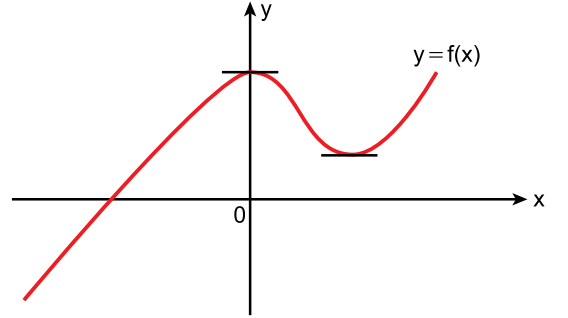
3. derece fonksiyonlar için

$$\frac{x_1+x_2+x_3}{3} = \frac{x_4+x_5}{2} \text{ kuralıyla}$$

$$\frac{-1-1+2}{3} = \frac{-1+m}{2} \Rightarrow m=1$$

Yerel max noktasının apsisi $f(1)=4$ bulunur

4.



$$f(x) = (x+2) \cdot (x^2 + ax + b)$$

fonksiyonunun grafiği veriliyor.

$$x+2=0 \Rightarrow x=-2 \text{ x eksenini tek}$$

D nokta da kestiğinden x^2+ax+b için $\Delta < 0$ koşulu sağlanmalı! $a^2 - 4b < 0$

$$f'(x) = x^2 + ax + b + (x+2)(2x+a)$$

$$f'(x) = 3x^2 + (2a+4)x + 2a+b$$

 $x=0$ da yerel minimum olduğundan

$$f'(0)=0 \Rightarrow 2a+b=0 \Rightarrow b=-2a$$

$$a^2 + 8a < 0 \Rightarrow a(a+8) < 0$$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} a & -8 & 0 & -\frac{1}{8} & \\ \hline & + & - & + & \end{array} \rightarrow -8 < a < 0 \text{ ama}$$

$$f(x) = x(3x+2a+4) = 0 \Rightarrow x = \frac{-2a-4}{3}$$

olduğundan $a < -2 \rightarrow -8 < a < -2$

$$-7-6-5-4-3 = -25$$

POLİNOM FONKSİYONLARIN GRAFİKLERİ-3

1. Aşağıda üçüncü dereceden $y = f(x)$ polinom fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

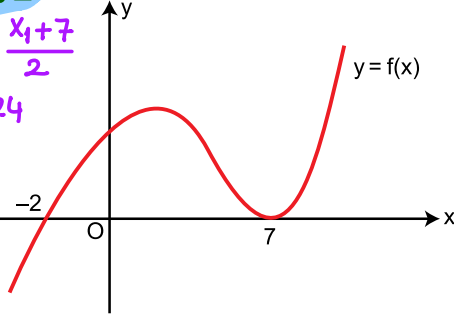
PRATİK YOL

$$\frac{-2+7+7}{3} = \frac{x_1+7}{2}$$

$$3x_1+21=24$$

$$3x_1=3$$

$$x_1=1$$



Buna göre, f fonksiyonunun maksimum noktasının apsisi kaçtır?

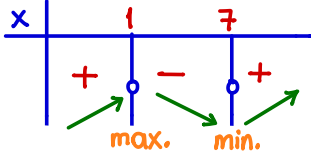
- D A) $-\frac{3}{2}$ B) -1 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

$$f(x) = a \cdot (x+2) \cdot (x-7)^2$$

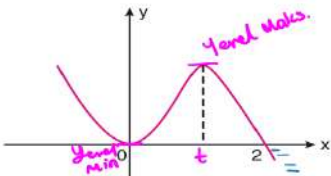
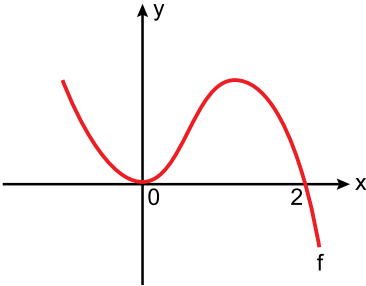
$$f'(x) = a \cdot 1 \cdot (x-7)^2 + a \cdot (x+2) \cdot 2 \cdot (x-7) = 0$$

$$a \cdot (x-7) \cdot (x-7+2x+4) = 0$$

$$a \cdot (x-7) \cdot (3x-3) = 0 \Rightarrow x=7 \vee x=1$$



2. Aşağıda üçüncü dereceden $f(x)$ polinom fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

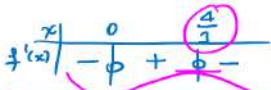


Grafikçe göre $a < 0$ olmak üzere

$$f(x) = a \cdot x^2(x-2) \text{ olmalı}$$

$$f(x) = a(x^3 - 2x^2) \Rightarrow f'(x) = a(3x^2 - 4x) = 0$$

$$\Rightarrow x=0 \text{ veya } x=\frac{4}{3}$$



Yerel Max noktasının apsisi $\frac{4}{3}$ tür.

PRATİK YOL: Üçüncü derece polinomlar için köklerin aritmetik ortalaması ekstremumların aritmetik ortalamasına eşittir $\frac{0+0+2}{3} = \frac{0+t}{2} \Rightarrow t = \frac{4}{3}$

3. $f(x)$, üçüncü dereceden polinom fonksiyondur.

$$f(0) = f(2) = f'(2) = 0$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, f fonksiyonunun ekstremum noktalarının apsileri toplamı kaçtır?

- C A) $\frac{10}{3}$ B) 3 C) $\frac{8}{3}$ D) 2 E) $\frac{7}{3}$

$$f(x) = a \cdot x \cdot (x-2)^2$$

$$f'(x) = a \cdot 1 \cdot (x-2)^2 + a \cdot x \cdot 2 \cdot (x-2) = 0$$

$$a \cdot (x-2) \cdot (x-2+2x) = 0$$

$$x=2 \vee x=\frac{2}{3}$$

$$2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$$

4. m sıfırdan farklı gerçel sayı olmak üzere,

$$f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x = x \cdot (x^2 - 12x + 36)$$

$$g(x) = m$$

$$= x \cdot (x-6)^2$$

fonksiyonları veriliyor.

$$f(x) = g(x)$$

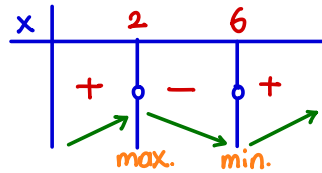
denkleminin çözüm kümesi 2 elemanlı olduğuna göre, m kaçtır?

- D A) 48 B) 42 C) 36 D) 32 E) 28

$$f'(x) = 3x^2 - 24x + 36 = 0$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

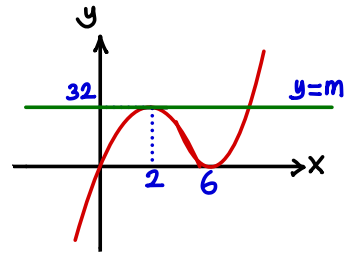
$$x=2 \vee x=6$$



$$f(2) = 2 \cdot 4^2 = 32$$

$$f(6) = 6 \cdot 0^2 = 0$$

$$m = 32$$



POLİNOM FONKSİYONLARIN GRAFİKLERİ-4

1.

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - ax + 6$$

fonksiyonu bire bir ve örten olduğuna göre, a'nın en geniş değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

B

- A) $a > -1$ B) $a \leq -3$ C) $a > 0$
D) $0 < a < 1$ E) $a > 3$

fonksiyonun bire-bir ve örten olması için başkatsayı pozitif olduğundan daima artan (ekstremler nokta yok) olması gerekir.

$$f'(x) = 3x^2 + 6x - a \text{ ifadesi için } \Delta \leq 0 \text{ olmalı.}$$

$$36 - 4 \cdot 3(-a) \leq 0 \Rightarrow 12a \leq -36 \Rightarrow a \leq -3 \text{ olmalı.}$$

2. a bir gerçel sayı olmak üzere,

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 1$$

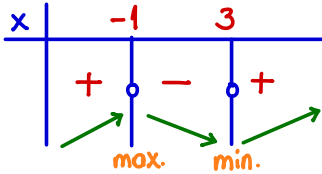
eğrisi ile $y = a$ doğrusu üç farklı noktada kesiştiğine göre, a'nın en geniş değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

C

- A) $-26 < a < 3$ B) $-28 < a < 3$
C) $-28 < a < 4$ D) $-26 < a < 4$
E) $-22 < a < 4$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = -1 \vee x = 3$$



$$f(-1) = -1 - 3 + 9 - 1 = 4$$

$$f(3) = 27 - 27 - 27 - 1 = -28$$

$$\} -28 < a < 4$$

3. p bir gerçel sayı olmak üzere,

$$x^3 - 12x = p$$

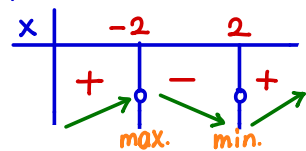
denkleminin çözüm kümesi 3 farklı elemandan oluştuğuna göre, p'nin kaç farklı tam sayı değeri vardır?

D

- A) 25 B) 27 C) 29 D) 31 E) 33

$$f(x) = x^3 - 12x \quad y = p$$

$$f'(x) = 3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow x = -2 \vee x = 2$$



$$f(-2) = -8 + 24 = 16$$

$$f(2) = 8 - 24 = -16$$

$$-16 < p < 16$$

$$16 - (-16) - 1 = 31$$

4.

$$f(x) = -x^3 + 3x^2 + 45x - 2$$

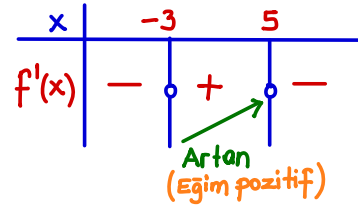
eğrisine apsisi tam sayı olan noktalarda teğet olan doğrular çiziliyor.

C Bu doğrulardan kaç tanesi x-ekseni ile dar açı yapar?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

$$f'(x) = -3x^2 + 6x + 45 = 0$$

$$x^2 - 2x - 15 = 0 \Rightarrow x = -3 \vee x = 5$$



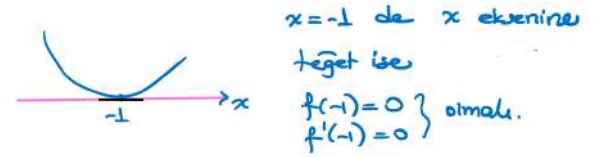
$$-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 \rightarrow 7 \text{ tane}$$

5.

$$f(x) = x^3 - ax^2 + bx + 1$$

fonksiyonunun grafiği apsisi -1 olan noktada x-eksenine

I



$$f(-1) = -1 - a - b + 1 = 0 \Rightarrow a + b = 0$$

$$f'(x) = 3x^2 - 2ax + b \Rightarrow f'(-1) = 3 - 2a + b = 0 \Rightarrow 2a + b = 3$$

$$\begin{aligned} -1/a + b &= 0 \\ 2a + b &= 3 \\ \hline a &= -3 \text{ ve } b = 3 \text{ olur. } a \cdot b = -9 \end{aligned}$$

6. a ve b birer pozitif tam sayı olmak üzere, gerçel sayılarda tanımlı,

$$f(x) = x^5 + ax + b$$

fonksiyonu için,

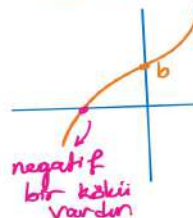
I. 3 tane gerçel kökü vardır.

II. 1 tane negatif kökü vardır.

III. Fonksiyonun tersi vardır.

E

$f(x) = x^5 + ax + b \Rightarrow f'(x) = 5x^4 + a$
 $a > 0$ olduğundan $f'(x) > 0$ olur.
Daima artan fonksiyondur. Gerçek sayılarda tanımlı daima artan bir fonksiyon bire bir ve öntendir dolayısıyla tersi vardır. x eksenini tek noktada keser. $x=0$ $f(0)=b$

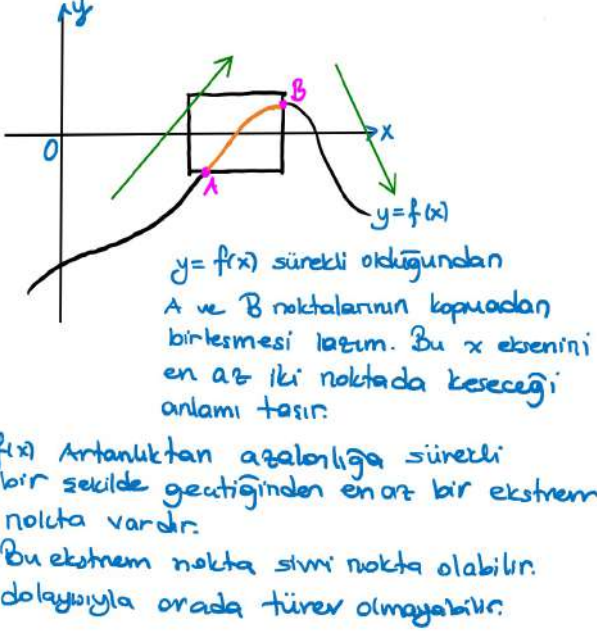


Cevap II ve III tür.

negatif bir kökü vardır

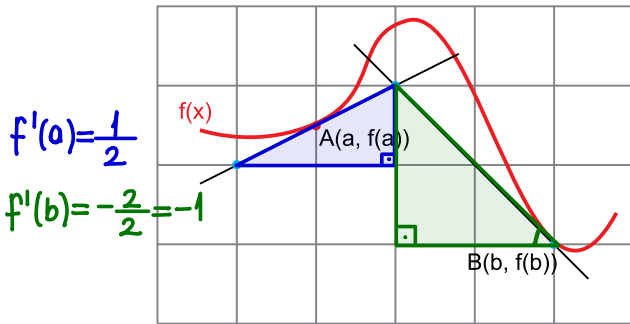
BİR KISMI SİLİNİŞ GRAFİKLER

1. Bir matematik öğretmeni, önce öğrencilerin görmeyeceği şekilde gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı sürekli bir f fonksiyonunun grafiğini bir kâğıda çiziyor. Sonra grafiğin bir bölümünü şekildeki gibi sarı renkli bir kâğıt parçasıyla kapatıyor.



- D I ve II kesin doğru.
- III yanlış olabilir.

2. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı f fonksiyonunun grafiğine $A(a, f(a))$ ve $B(b, f(b))$ noktalarından çizilen teğetler aşağıdaki birim kareli zeminde eksenler olmadan gösterilmiştir. Şekildeki mavi noktalar birim karelerin köşeleridir.



$$\frac{f'(a)}{f'(b)} = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}}{-1} = \frac{a}{b} \Rightarrow b = -2a$$

- B olduğuna göre, $a - b$ farkı kaçtır?

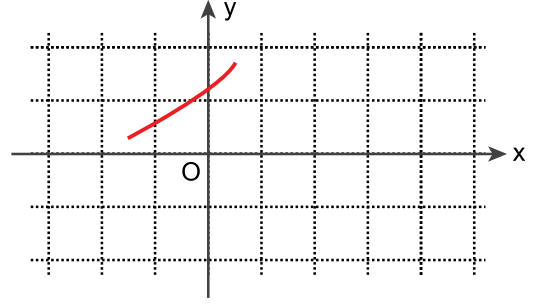
A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

$A(a, f(a))$ 3 br sağa ötelenirse $B(b, f(b))$ olur.

$$a+3=b \Rightarrow a+3=-2a \Rightarrow -3a=3 \Rightarrow a=-1$$

$$a=-1 \text{ ise } b=2 \quad a-b=-1-2=-3$$

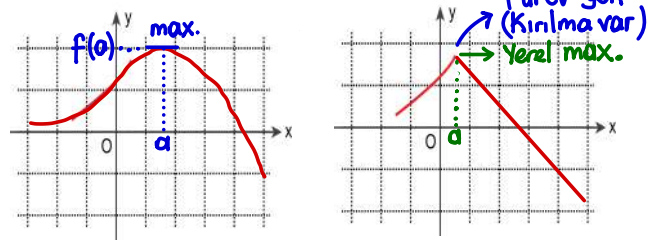
3. Gerçel sayılar kümesi üzerinde sürekli olan ve grafiğinin bir kısmı aşağıda gösterilen f fonksiyonu ile ilgili
- yalnızca bir tane ekstremum noktası olduğu
 - görüntü kümesinde en az bir negatif gerçel sayı olduğu
 - her $x < 0$ için $f(x) > 0$ olduğu biliniyor.



f fonksiyonunun ekstremum noktası $E(a, f(a))$ olduğuna göre,

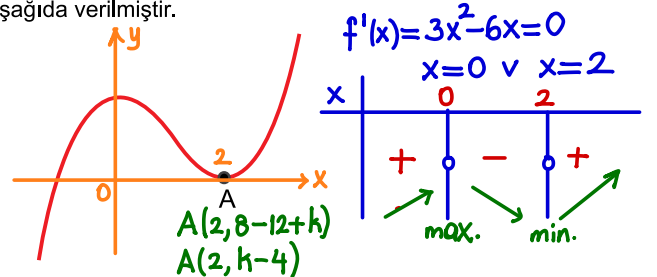
- ✓ f fonksiyonunun 1 tane sıfırı vardır.
- ✗ f' fonksiyonunun 1 tane sıfırı vardır.
- ✓ f fonksiyonu (a, ∞) aralığında azalır.

- D ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?



I ve III doaima doğrudur.

4. k bir gerçel sayı olmak üzere, gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı $f(x) = x^3 - 3x^2 + k$ polinom fonksiyonun grafiği çizildikten sonra eksenler silindiğinde oluşan görünüm aşağıda verilmiştir.



A noktasının eksenlere olan uzaklıkları toplamı 2 birim olduğuna göre, f fonksiyonunun negatif olan sıfırı kaçtır?

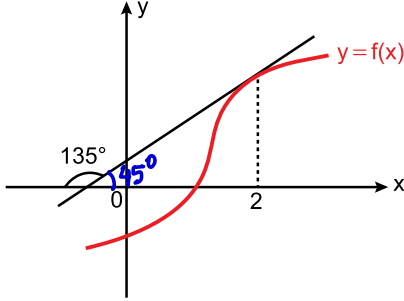
A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

$$|2| + |k-4| = 2 \Rightarrow |k-4| = 0 \Rightarrow k = 4$$

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4 = (x-2)^2(x+1)$$

$x = 2 \vee x = -1$

1. Aşağıda $f(x)$ fonksiyonunun grafiğine $x = 2$ apsisli noktada teğet olan doğru çizilmiştir.



$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2)$$

$f(x)$ fonksiyonuna $x=2$ noktasında çizilen teğetin eğimi (Teğetin x eksenine ile pozitif yönlü yaptığı açının tanjant değeri)

$$f'(2) = \tan 45 = 1$$

2. Tanımlı olduğu aralıkta,

$$f(x) = (x - 1)(\sqrt{x} + 1)$$

B olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$f'(x) = 1 \cdot (\sqrt{x} + 1) + (x - 1) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(1) = 2 + 0 = 2$$

3. f ve g türevlenebilir birer fonksiyon olmak üzere,

$$f(3x - 1) = g(x^2 + 1) - x^2 + 6x$$

eşitliği veriliyor.

E Buna göre, $f'(-1)$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$3 \cdot f'(3x - 1) = 2x \cdot g'(x^2 + 1) - 2x + 6$$

$$x=0 \text{ için } 3 \cdot f'(-1) = 6$$

$$f'(-1) = 2$$

4. Gerçek sayılar kümesinde tanımlı

$$f(x) = |x + 2|$$

fonsiyonu veriliyor.

Buna göre,

- f fonksiyonu $x = -2$ apsisli noktada sürekli olmasına rağmen türevsizdir.
- f fonksiyonunun görüntü kümesi $[0, \infty)$ dir.
- f çift fonksiyondur.

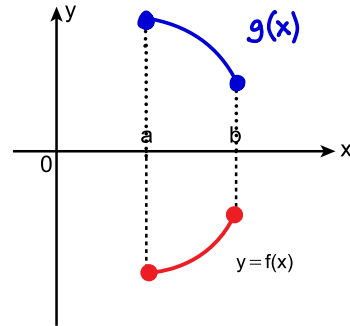
✓ I. $f(x) = \begin{cases} x+2, & x \geq -2 \\ -x-2, & x < -2 \end{cases}$ $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = f(-2)$ olduğundan, f $x=-2$ de sürekli.

$f'((-2)^+) = 1$
 $f'((-2)^-) = -1$ $x=-2$ de f türevsiz.

✓ II. Tüm x gerçak sayıları için $|x+2| \geq 0$ olduğundan görüntü kümesi $[0, \infty)$ dur.

X III $f(x) = |x+2|$, $f(-x) = f(x)$ koşulunu sağlamaz.

5. Aşağıda $[a, b]$ aralığında f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$\begin{aligned} x &> 0 \\ g(x) &> 0 \\ g'(x) &< 0 \\ f(x) &< 0 \\ f'(x) &> 0 \\ x &> 0 \end{aligned}$$

$g(x) = |f(x)|$ fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

- $y = g^2(x)$
- $y = f(x) \cdot g(x)$
- $y = f^3(x)$

E fonksiyonlarından hangileri aynı aralıkta artandır?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III

I. $y' = 2 \cdot g(x) \cdot g'(x) = -$ azalan

II. $y' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x) = +$ artan

III. $y' = 3 \cdot f^2(x) \cdot f'(x) = +$ artan

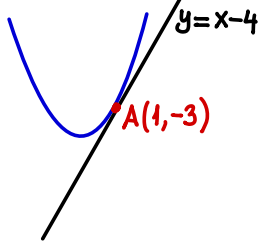
6.

$$f(x) = y = x^2 - ax + b + 1$$

fonksiyonunun grafiğine $x = 1$ apsisli noktada teğet olan doğru $y = x - 4$ olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

B

- A) -2 B) -3 C) -4 D) -5 E) -6



$$f(1) = 1 - a + b + 1 = -3$$

$$a - b = 5$$

$$f'(x) = 2x - a$$

$$f'(1) = 2 - a = 1$$

$$a = 1$$

$$a = 1 \text{ ise } 1 - b = 5$$

$$b = -4$$

$$a + b = 1 - 4 = -3$$

7.

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$$

fonksiyonunun yerel ekstremum noktalarının ordinatları toplamı kaçtır?

A

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x^2 - 2x - 3)$$

$$f'(x) = 3(x-3)(x+1)$$

isaret tablosunu inceleyelim.

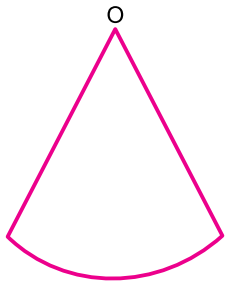
x	-1	3
f'(x)	+	-
f(x)	Yerel Max	Yerel Min

$$\text{Yerel Max değeri } f(-1) = 6$$

$$\text{Yerel Min değeri } f(3) = -26$$

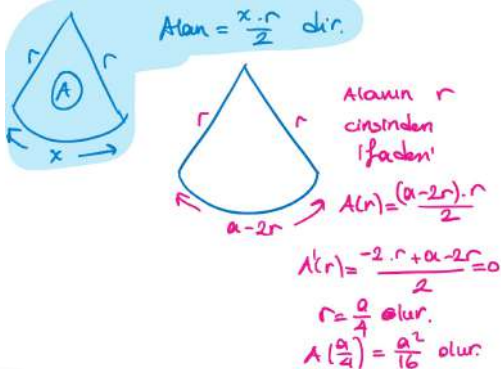
$$f(-1) + f(3) = 6 - 26 = -20$$

8.

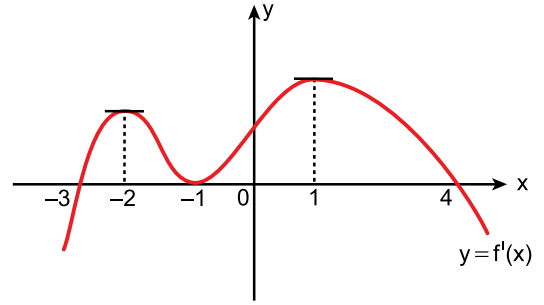


a cm uzunluğundaki bir tel bükülerek şekildeki gibi bir daire dilimi elde ediliyor.

B Buna göre, bu dilimin alanı en çok kaç cm^2 dir?



9.



Şekilde, $y = f'(x)$ türev fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

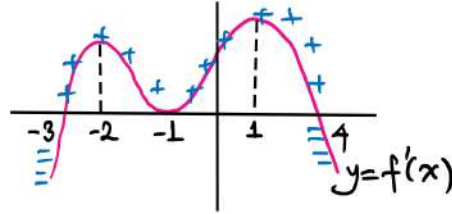
B Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $x = -3$ apsisli nokta f fonksiyonunun yerel minimum noktasının apsidir.

B) f fonksiyonunun $x = -1$ de yerel minimumu vardır.

C) f fonksiyonunun $x = 4$ te yerel maksimumu vardır.

D) $f(6) < f(5)$ tir.



x	-3	-1	4
f'(x)	-	+	-
f(x)	Yerel Min	Yerel Max	Yerel Min

$x = -3$ te yerel min
 $x = 4$ te yerel max

10. a, b ve c sıfırdan farklı reel sayılardır.

- $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ fonksiyonunun iki tane $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$ $\Delta = 4a^2 - 4 \cdot 3b > 0 \Rightarrow a^2 - 3b > 0$
- $g(x) = (c - 3b)x^3 + bx^2 + 4cx + b$ fonksiyonunun bir $c - 3b = 0 \Rightarrow c = 3b$

Buna göre,

- $h(x) = bx^3 + ax^2 + x + c$ fonksiyonunun iki tane ekstremum noktası vardır.
- $g(x)$ fonksiyonunun ekstremum noktasının apsisi -6 'dır.
- $k(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{ax^2}{2} + \frac{cx}{4}$ fonksiyonunun ekstremum noktası yoktur.

D ifadelerinden hangileri doğrudur?

- $h'(x) = 3bx^2 + 2ax + 1$
 $\Delta = 4a^2 - 4 \cdot 3b = 4(a^2 - 3b) > 0$
iki tane ekstremum vardır.
- $g(x) = bx^3 + 4cx + b$
 $x = -\frac{4c}{2b} = -\frac{4 \cdot 3b}{2b} = -6$
- $k'(x) = x^2 + ax + \frac{c}{4}$
 $\Delta = a^2 - 4 \cdot 1 \cdot \frac{c}{4} = a^2 - c = a^2 - 3b > 0$
iki tane ekstremum vardır.