

11 .Sınıf



TEMELİNİ SAĞLAM AT...

**KIŞ
KİTABI**

ACIL MATEMATİK

- °Konu Özetleri
- °Çözümlü Sorular
- °Testler



Copyright ©

Bu kitabın her hakkı yayınevine aittir.

Hangi amaçla olursa olsun, bu kitabın tamamının ya da bir kısmının, kitabı yayınlayan ve yayınevinin önceden izni olmaksızın elektronik, mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılması, yayınlanması ve depolanması yasaktır.

ISBN: 978-625-7134-06-4

Editörler

Hamza SİNCAR

Tuğba TOPCU AKKAŞ

Aslıhan KALENDER BOZKURT

Kadir YİĞİT

İlker TOPBAŞTEKİN

Büşra GÜNKAYA

İÇİNDEKİLER

ÜNİTE 3

Doğrunun Analitiği.....3

ÜNİTE 4

Fonksiyonlarla İlgili Uygulamalar.....37

ÜNİTE 5

Parabol51

ÜNİTE 6

İkinci Dereceden İki Bilinmeyenli

Denklemleri - Eşitsizlikler93

ACİL YAYINLARI

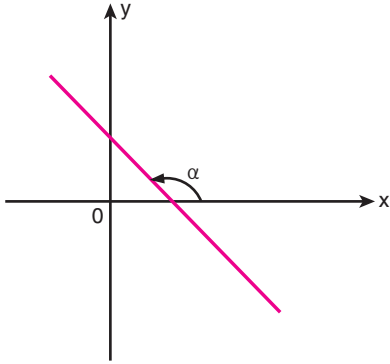
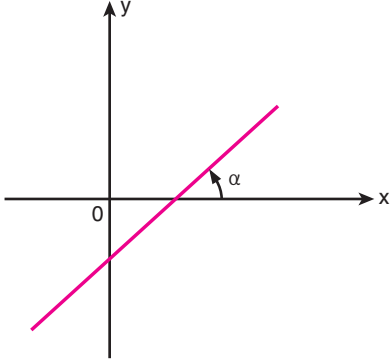
Ostim Mahallesi 1207. Sokak 3 / C-D Ostim / Yenimahalle /ANKARA

Tel: (0312) 386 00 26 Fax: (0850) 302 20 90



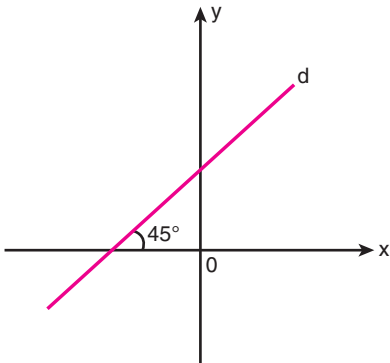
YANINDA BULUNSUN

Bir doğrunun x eksenine pozitif yönde yaptığı açığa doğrunun "Eğim Açısı", bu açının tanjantına da "Doğrunun Eğimi" denir.



α : Eğim açısı
Eğim = $\tan \alpha$

Örneğin;

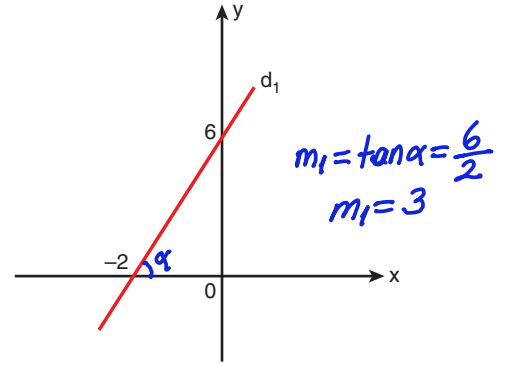


d doğrusunun eğimi;
 $\tan 45^\circ = 1$ dir.

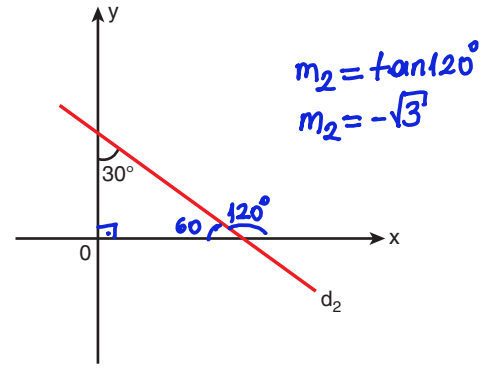


ÖRNEK 1.

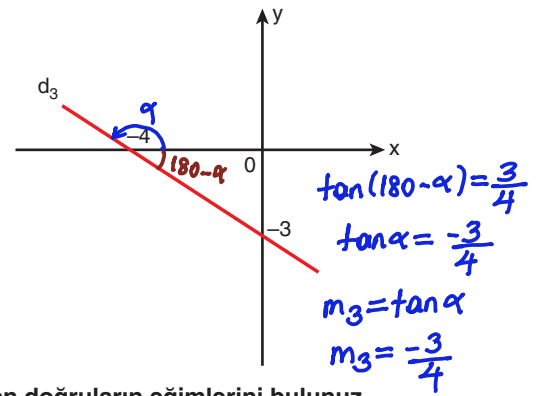
a)



b)



c)



Yukarıda verilen doğruların eğimlerini bulunuz.



ÇÖZÜM

a) $m_1 = 3$

b) $m_2 = -\sqrt{3}$

c) $m_3 = -\frac{3}{4}$

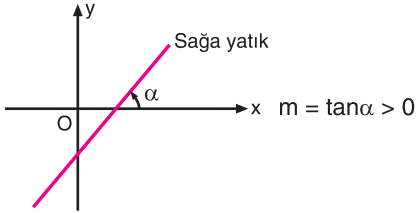
DOĞRUNUN ANALİTİĞİ



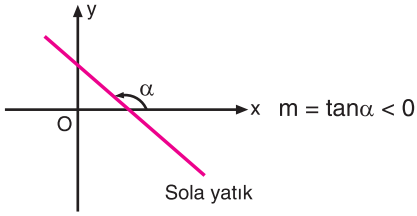
NOT

Dik koordinat sisteminde çizilen doğru sağa yatık ise doğrunun x eksenine pozitif yönde yaptığı açı dar açı olduğundan doğrunun eğimi pozitif, sola yatık ise doğrunun x eksenine pozitif yönde yaptığı açı geniş açı olduğundan doğrunun eğimi negatif olur.

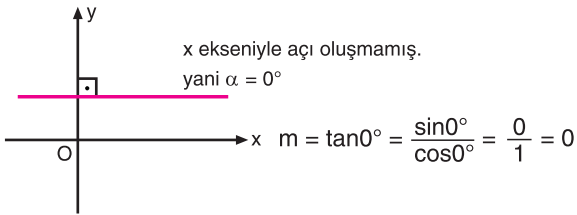
- $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ise



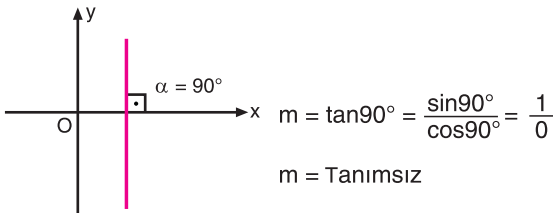
- $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ ise



- $\alpha = 0^\circ$ ise

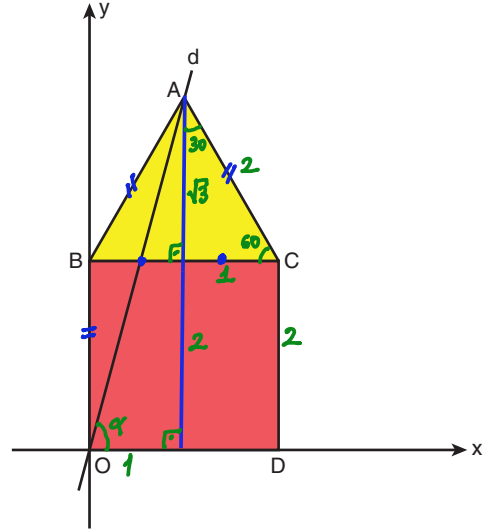


- $\alpha = 90^\circ$ ise



ÖRNEK 2.

Aşağıdaki dik koordinat sisteminde ABC eşkenar üçgen ve ODCB bir karedir.



Buna göre, d doğrusunun eğimi kaçtır?



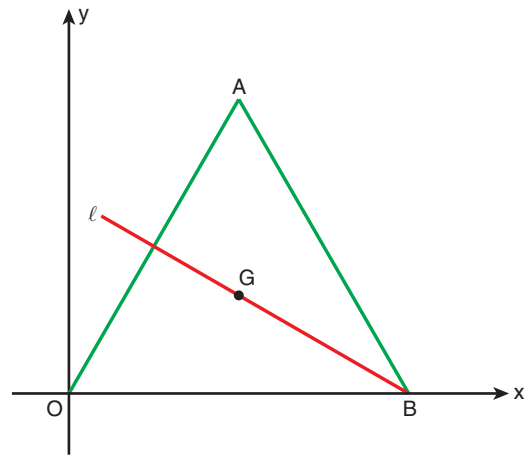
ÇÖZÜM

$$m_d = \tan \alpha = \frac{2 + \sqrt{3}}{1}$$

$$m_d = 2 + \sqrt{3}$$



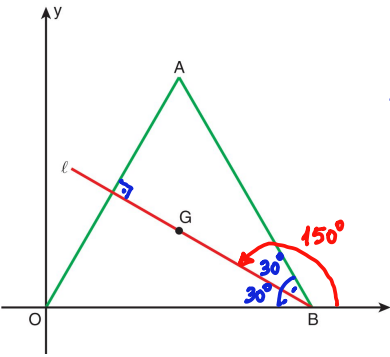
ÖRNEK 3.



Yukarıda dik koordinat sisteminde verilen OAB üçgeni eşkenardır. G noktası OAB üçgeninin ağırlık merkezidir.

Buna göre, l doğrusunun eğimi kaçtır?

✓ ÇÖZÜM



$$m_l = \tan 150^\circ$$

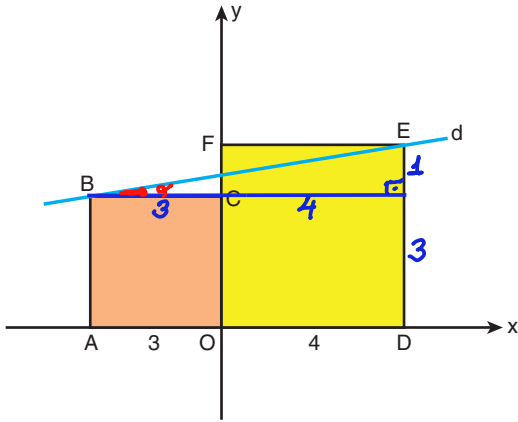
$$m_l = -\tan 30^\circ$$

$$m_l = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$m_l = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

? ÖRNEK 4.

Aşağıdaki dik koordinat düzleminde AOCB ve ODEF birer karedir.



$|AO| = 3$ ve $|OD| = 4$ birimdir.

Buna göre, d doğrusunun eğimi kaçtır?

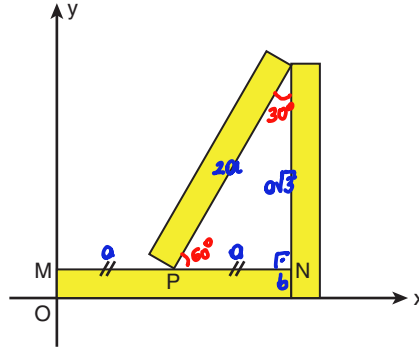
✓ ÇÖZÜM

$$m_d = \tan \alpha = \frac{1}{7}$$

$$m_d = \frac{1}{7}$$

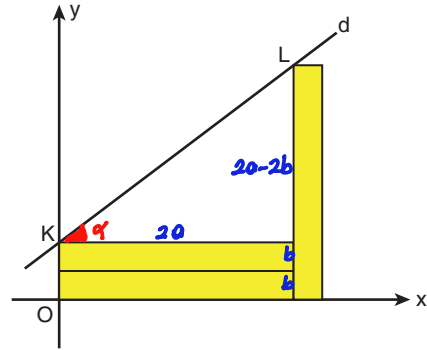
? ÖRNEK 5.

Dik koordinat düzleminde 3 tane özdeş dikdörtgen aşağıdaki gibi çiziliyor.



P noktası bulunduğu kenarın orta noktasıdır.

Bu dikdörtgenler aşağıdaki gibi yeniden konumlandırılarak K ve L noktalarından geçen bir d doğrusu çiziliyor.



Buna göre, d doğrusunun eğimi kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$b + a\sqrt{3} = 20 \Rightarrow b = 20 - a\sqrt{3} \Rightarrow \frac{b}{a} = 2 - \sqrt{3}$$

$$m_d = \tan \alpha = \frac{20 - 2b}{2a} = \frac{a - b}{a}$$

$$m_d = \frac{a}{a} - \frac{b}{a}$$

$$m_d = 1 - (2 - \sqrt{3})$$

$$m_d = \sqrt{3} - 1$$

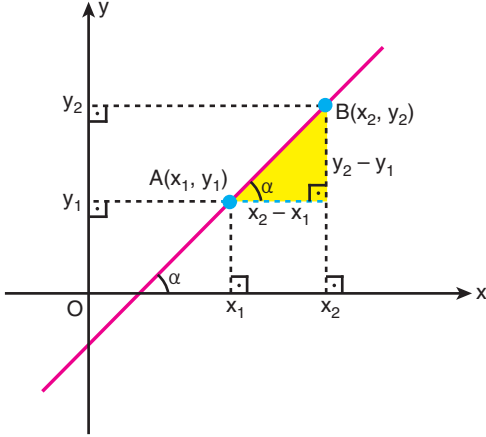
DOĞRUNUN ANALİTİĞİ



YANINDA BULUNSUN

İKİ NOKTASI BİLİLEN DOĞRUNUN EĞİMİ

Analitik düzlemde $A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktalarından geçen doğrunun eğimi,



$$m = \tan \alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

formülü ile bulunur.



ÖRNEK 6.

$A(1, 4)$ ve $B(6, -1)$ noktalarından geçen doğrunun eğimi kaçtır?



ÇÖZÜM

$$m = \frac{-1-4}{6-1}$$

$$m = -\frac{5}{5}$$

$$m = -1$$



ÖRNEK 7.

Analitik düzlemde, $A(\sqrt{3}, 3)$ ve $B(2\sqrt{3}, k)$ noktalarından geçen doğru x eksenine pozitif yönde 60° lik açı yaptığına göre, k kaçtır?



ÇÖZÜM

$$\frac{k-3}{2\sqrt{3}-\sqrt{3}} = \frac{\tan 60^\circ}{\sqrt{3}}$$

$$k-3=3$$

$$k=6$$



ÖRNEK 8.

Analitik düzlemde, $A(2, 3)$, $B(-1, 9)$ ve $C(x, -3)$ noktaları doğrusaldır.

Buna göre, x kaçtır?



ÇÖZÜM

$$\frac{-3-3}{x-2} = \frac{9-3}{-1-2}$$

$$\frac{-6}{x-2} = \frac{6}{-3}$$

$$x-2=3 \Rightarrow x=5$$



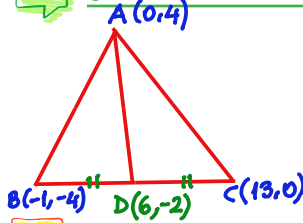
ÖRNEK 9.

Köşeleri $A(0, 4)$, $B(-1, -4)$ ve $C(13, 0)$ olan bir ABC üçgeni veriliyor.

Buna göre, [BC] kenarına ait kenarortay doğrusunun eğimini bulunuz.



ÇÖZÜM



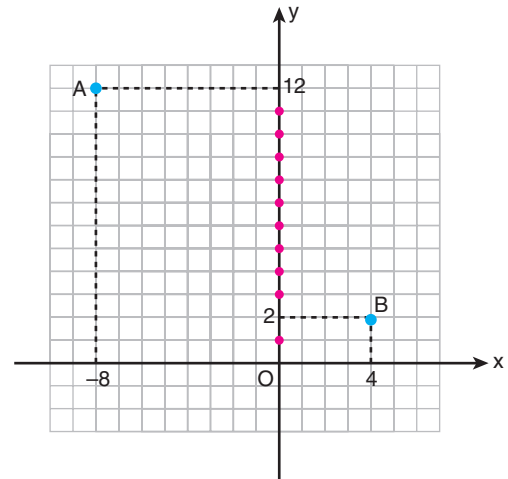
$$m_{AD} = \frac{4-(-2)}{0-6}$$

$$m_{AD} = \frac{6}{-6} = -1$$



ÖRNEK 10.

Aşağıdaki dik koordinat sisteminde $A(-8, 12)$ ve $B(4, 2)$ noktaları gösterilmiştir.



Zeki isimli öğrenci y ekseninde bir $P(0, m)$ noktası alıp $|AP| + |PB|$ toplamını en küçük yapmak istemektedir.

Buna göre, Zeki'nin seçeceği $P(0, m)$ noktasını bulunuz.



ÇÖZÜM

$$A(-8,12), B(4,2), P(0,m)$$

$$\frac{2-12}{4+8} = \frac{m-2}{0-4}$$

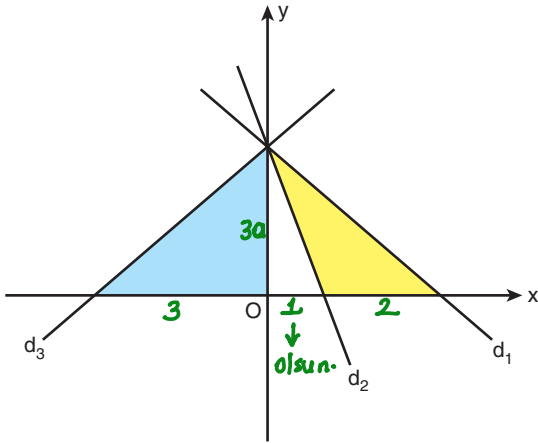
$$m-2 = \frac{40}{12}$$

$$m-2 = \frac{10}{3} \Rightarrow m = \frac{16}{3} \quad P(0, \frac{16}{3})$$



ÖRNEK 11.

Aşağıda, dik koordinat sisteminde d_1 , d_2 ve d_3 doğruları gösterilmiştir. Bu doğrular y eksenini kesmektedir.



d_1 , d_2 ve d_3 doğrularının eğimleri sırası ile m_1 , m_2 ve m_3 olmak üzere,

$$m_1 + m_3 = 0 \text{ ve}$$

$$m_2 = 3m_1$$

eşitlikleri veriliyor.

Sarı bölgenin alanı 24 birimkaredir.

Buna göre, mavi bölgenin alanı kaç birimkaredir?



ÇÖZÜM

$$\left. \begin{array}{l} m_3 = -m_1 \\ m_2 = 3m_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} -3 \cdot m_3 = m_2 = 3m_1 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ a \quad -3a \quad -a \end{array}$$

$$\frac{3a \cdot 2}{2} = 24 \Rightarrow 3a = 24$$

$$a = 8$$

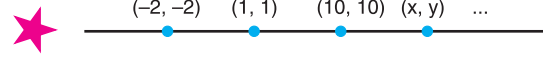
$$\text{mavi alan} = \frac{24 \cdot 3}{2} = 36$$



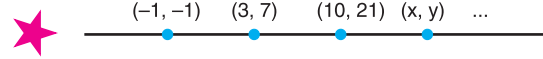
YANINDA BULUNSUN

DOĞRUNUN DENKLEMİ

Bir doğrunun noktalarının koordinatları arasındaki bağıntıya "**Doğrunun Denklemi**" denir.



Yukarıdaki doğru, apsisi ordinatına eşit olan doğrudur. Denklemi $y = x$ şeklinde yazılır.



Yukarıdaki doğru, ordinatı, apsisinin 2 katının 1 fazlasına eşit olan doğrudur. Denklemi $y = 2x + 1$ şeklinde yazılır.

SONUÇ

Doğru üzerinde alınan bir nokta doğru denklemini sağlar.



ÖRNEK 12.

$A(a, 2a)$ noktası $y - 3x + 15 = 0$ doğrusunun üzerindedir.

Buna göre, a kaçtır?



ÇÖZÜM

$$2a - 3a + 15 = 0$$

$$-a + 15 = 0$$

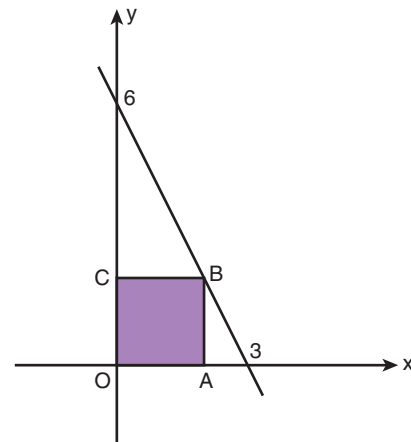
$$a = 15$$



ÖRNEK 13.

Aşağıda $2x + y = 6$ doğrusu ile OABC karesi verilmiştir.

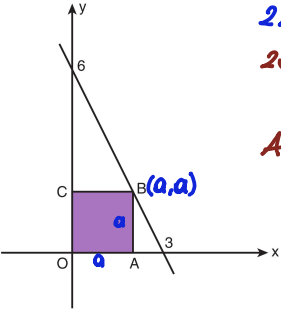
Doğru karenin B köşesinden geçmektedir.



Buna göre, karenin alanı kaç birimkaredir?

DOĞRUNUN ANALİTİĞİ

ÇÖZÜM



$$\begin{aligned} 2x+y &= 6 \\ 2a+a &= 6 \\ a &= 2 \\ A(OABC) &= 2^2 \\ &= 4 \end{aligned}$$



NOT

Doğru denklemleri iki şekilde karşımıza çıkabilir.

1) Denklem $y = mx + c$ biçiminde olabilir. Denklemi böyle olan doğruların eğimi x 'in katsayısına eşittir.

$$y = mx + c \text{ ise eğim} = m \text{ 'dir.}$$

2) Denklem $ax + by + c = 0$ biçiminde olabilir. Denklemi böyle olan doğruların eğimi x 'in katsayısının y 'nin katsayısına oranının eksilisine eşittir.

$$ax + by + c = 0 \text{ ise eğim} = -\frac{a}{b} \text{ 'dir.}$$

ÖRNEK 14.

Aşağıda verilen doğruların eğimlerini bulunuz.

- $y = 5x - 1$
- $3x + 2y - 6 = 0$
- $x = -2y \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x$

ÇÖZÜM

- $m = 5$
- $m = -\frac{3}{2}$
- $m = -\frac{1}{2}$

ÖRNEK 15.

a bir gerçek sayıdır.

$$ax + x = ay - 3y$$

denklemleri ile ifade edilen doğrunun eğimi 2'dir.

Buna göre, a kaçtır?

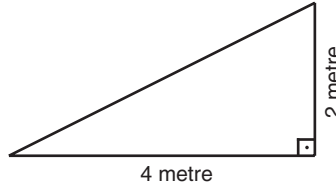
ÇÖZÜM

$$(a+1) \cdot x = (a-3) \cdot y$$

$$y = \frac{a+1}{a-3} x$$

$$\frac{a+1}{a-3} = 2 \Rightarrow 2a-6 = a+1 \\ a = 7$$

ÖRNEK 16.



Düşey mesafenin yatay mesafeye oranı eğimdir.

Yandaki yolun eğimi

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ dir. Bu eğim 2 de 1}$$

yani %50 lik bir eğimdir.

$A(10, 8)$ noktası $d : ay - 3x - 10 = 0$ doğrusu üzerindedir.

Buna göre, d doğrusunun eğimi yüzde kaçtır?

ÇÖZÜM

$$8a - 30 - 10 = 0$$

$$8a = 40 \Rightarrow a = 5$$

$$m = -\frac{-3}{5} = \frac{3}{5}$$

$$m = \frac{60}{100} \rightarrow \%60$$

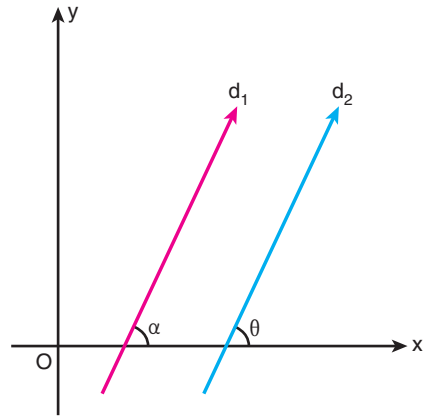


YANINDA BULUNSUN

PARALEL DOĞRULAR

Ortak noktaları olmayan doğrulara "**Paralel Doğrular**" denir.

Paralel doğrular y eksenine paralel değilse doğruların eğimleri eşittir.



d_1 doğrusunun eğim açısı α , eğimi m_1 ;

d_2 doğrusunun eğim açısı θ , eğimi m_2 olsun.

$d_1 \parallel d_2$ olduğundan $\alpha = \theta$ ve $\tan \alpha = \tan \theta$ olur.

ÖRNEK 17.

$$3x + 6y - 8 = 0$$

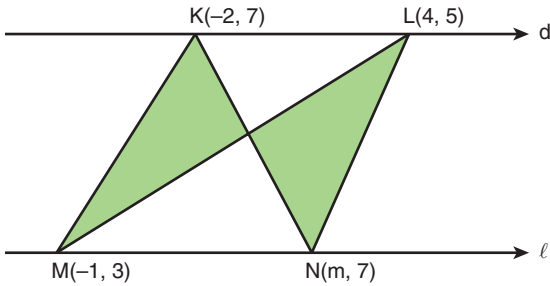
doğrusuna paralel olan doğrunun eğimini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$m = -\frac{a}{b}$$

$$m = -\frac{3}{6} \Rightarrow m = -\frac{1}{2}$$

ÖRNEK 18.



Şekilde d ve l doğruları arasında kalan yeşile boyalı bölgelerin alanları birbirine eşittir.

Buna göre, m kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\frac{5-7}{4+2} = \frac{7-3}{m+1}$$

$$\frac{-2}{6} = \frac{4}{m+1}$$

$$m+1 = -12$$

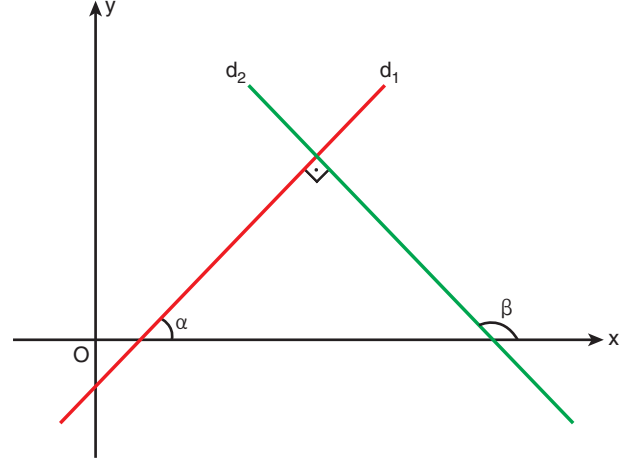
$$m = -13$$



YANINDA BULUNSUN

DİK KESİŞEN DOĞRULAR

Birbirine dik olan iki doğrudan herhangi biri eksenlere paralel değilse bu iki doğrunun eğimleri çarpımı -1 olur.



d_1 doğrusunun açısı α ve eğimi m_1 , d_2 doğrusunun açısı β ve eğimi m_2 olsun.

Bu durumda;

$$m_1 = \tan \alpha$$

$$\beta = 90^\circ + \alpha \text{ olduğundan,}$$

$$m_2 = \tan \beta = \tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$$

Buradan; d_1 ve d_2 doğrularının eğimleri çarpımı,

$$m_1 \cdot m_2 = \tan \alpha \cdot (-\cot \alpha) = -1$$

$$m_1 \cdot m_2 = -1 \text{ dir.}$$



ÖRNEK 19.

Denklemleri $5x - 3y = 4$ olan doğruya dik olan doğrunun eğimini bulunuz.



ÇÖZÜM

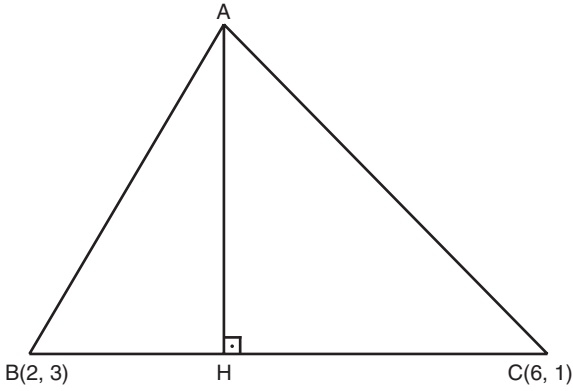
$$m_1 = -\frac{5}{-3} = \frac{5}{3}$$

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

$$\frac{5}{3} \cdot m_2 = -1 \Rightarrow m_2 = -\frac{3}{5}$$

DOĞRUNUN ANALİTİĞİ

? ÖRNEK 20.



ABC bir üçgendir.

B(2, 3) ve C(6, 1) dir.

Buna göre, AH doğrusunun eğimini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$m_{BC} = \frac{1-3}{6-2} = -\frac{1}{2}$$

$$m_{BC} \cdot m_{AH} = -1$$

$$-\frac{1}{2} \cdot m_{AH} = -1 \Rightarrow m_{AH} = 2$$



NOT

Bir denklemin grafiğini çizmek bu denklemi sağlayan tüm noktaların oluşturduğu grafiği çizmek demektir.

$ax + by + c = 0$ doğru denkleminde x yerine sıfır yazılıp doğrunun y eksenini kestiği nokta ve y yerine sıfır yazılıp doğrunun x eksenini kestiği nokta bulunup noktalar doğrusal bir biçimde birleştirilip grafik çizilmiş olur.

? ÖRNEK 21.

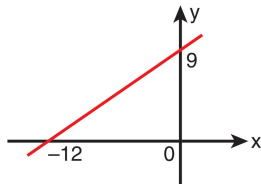
$$3x - 4y + 36 = 0$$

doğrusunun x ve y eksenini kestiği noktaları bulup, grafiğini çiziniz.

✓ ÇÖZÜM

$$x=0 \text{ için } y=9$$

$$y=0 \text{ için } x=-12$$



? ÖRNEK 22.

$m < 0$ olmak üzere,

$$mx - 3y + 6 = 0$$

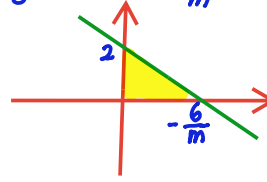
doğrusunun koordinat eksenleriyle oluşturduğu üçgenin alanı 9 birimkaredir.

Buna göre, m kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$x=0 \text{ için } y=2$$

$$y=0 \text{ için } x=-\frac{6}{m}$$



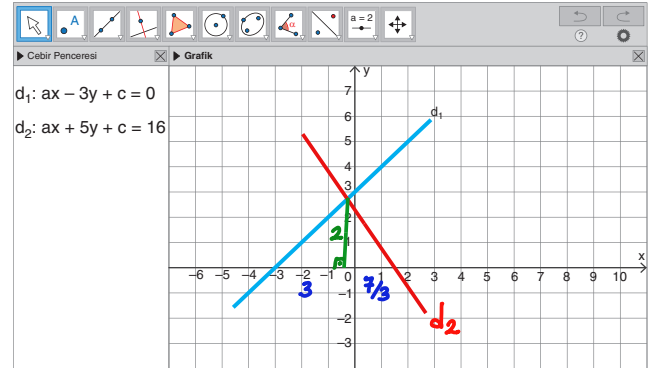
$$\text{Alan} = \frac{2 \cdot \frac{6}{m}}{2} = 9$$

$$-\frac{6}{m} = 9$$

$$m = -\frac{2}{3}$$

? ÖRNEK 23.

Aşağıda geogebra programında d_1 doğrusunun denklemi ve grafiği verilmiştir.



Buna göre, bu programda d_2 doğrusu da aynı koordinat düzleminde çizildiğinde d_1, d_2 doğruları ve x ekseninde kalan bölgenin alanı kaç birimkare olur?

✓ ÇÖZÜM

$$\frac{x}{-3} + \frac{y}{3} = 1$$

$$3/y = x+3$$

$$d_1: 3x - 3y + 9 = 0$$

$$0 = 3, c = 9$$

$$d_2: 3x + 5y + 9 = 16$$

$$3x + 5y - 7 = 0$$

$$d_2: 3x + 5y - 7 = 0$$

$$x=0 \text{ için } y=\frac{7}{5}$$

$$y=0 \text{ için } x=\frac{7}{3}$$

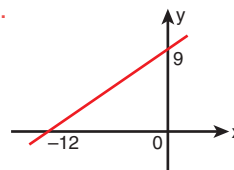
$$d_1 \cap d_2: 8y - 16 = 0$$

$$y = 2$$

$$\text{Alan} = \frac{1 \cdot (3 + \frac{7}{3})}{2}$$

$$= \frac{16}{3}$$

20. 2 21.

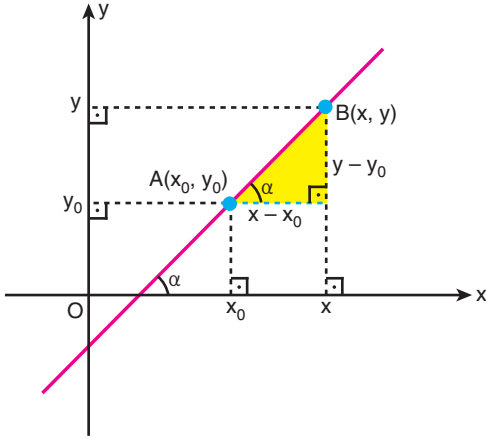
22. $-\frac{2}{3}$ 23. $\frac{16}{3}$ 



YANINDA BULUNSUN

EĞİMİ VE BİR NOKTASI
BİLİLEN DOĞRUNUN DENKLEMİ

Analitik düzlemde $A(x_0, y_0)$ noktasından geçen ve eğimi m olan doğrunun denklemini bulalım.



Doğrunun üzerinde $B(x, y)$ noktası seçersek,

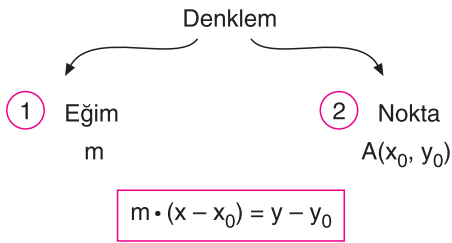
$$\tan \alpha = m = \frac{y - y_0}{x - x_0} \text{ bulunur.}$$

Yani eğimi m olan ve $A(x_0, y_0)$ noktasından geçen doğrunun denklemini,

$$m(x - x_0) = y - y_0$$

şeklindedir.

Uyarı: Doğru denklemini yazmak için öncelikle iki sorunun cevabı bulunmalı.



ÖRNEK 24.

Analitik düzlemde eğimi 2 olan ve $A(1, 3)$ noktasından geçen doğrunun denklemini bulunuz.



ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} y - 3 &= 2 \cdot (x - 1) \\ y - 3 &= 2x - 2 \\ y &= 2x + 1 \end{aligned}$$



NOT

Yukarıda verilen örneği formül dışında bir yolla çözelim.

Eğimi 2 olan doğru denklemini $y = 2x + m$ biçimindedir.

$A(1, 3)$ noktası doğru denklemini sağlayacağından;

$$3 = 2 + m$$

$$m = 1 \text{ olur.}$$

Doğru denklemini, $y = 2x + 1$ dir.



YANINDA BULUNSUN

İKİ NOKTASI BİLİLEN DOĞRU DENKLEMİ

Analitik düzlemde $A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktalarından geçen doğrunun denklemini:

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

şeklinde bulunur.

Bu formül yerine iki noktası belli olan doğrunun eğimi bulunabileceğinden önce eğim bulunur. Daha sonra noktalardan biri seçilerek eğimi ve noktası belli olan doğru denklemini bulunur.



ÖRNEK 25.

$A(2, 5)$ ve $B(-1, 8)$ noktalarından geçen doğrunun denklemini bulunuz.

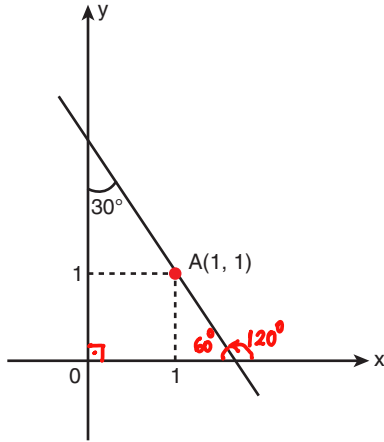


ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} m &= \frac{8 - 5}{-1 - 2} = -1 \\ y - 5 &= -1 \cdot (x - 2) \\ y - 5 &= -x + 2 \\ y &= -x + 7 \end{aligned}$$

DOĞRUNUN ANALİTİĞİ

? ÖRNEK 26.



Dik koordinat düzleminde verilen şekildeki doğrunun denklemini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

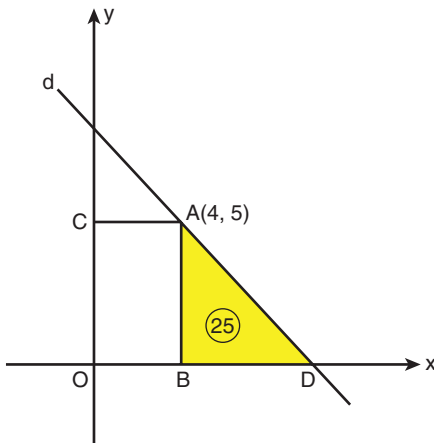
$$m = \tan 120^\circ = -\sqrt{3}$$

$$y - 1 = -\sqrt{3} \cdot (x - 1)$$

$$y = -\sqrt{3}x + \sqrt{3} + 1$$

? ÖRNEK 27.

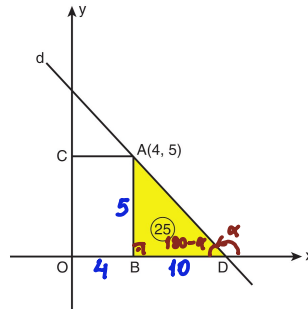
Şekildeki dik koordinat düzleminde OBAC bir dikdörtgendir. d doğrusu dikdörtgenin A köşesinden geçmektedir.



$$A(\widehat{ABD}) = 25 \text{ birimkare}$$

olduğuna göre, d doğrusunun denklemini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM



$$\tan(180^\circ - \alpha) = \frac{5}{10}$$

$$\tan \alpha = -\frac{1}{2}$$

$$m = \tan \alpha = -\frac{1}{2}$$

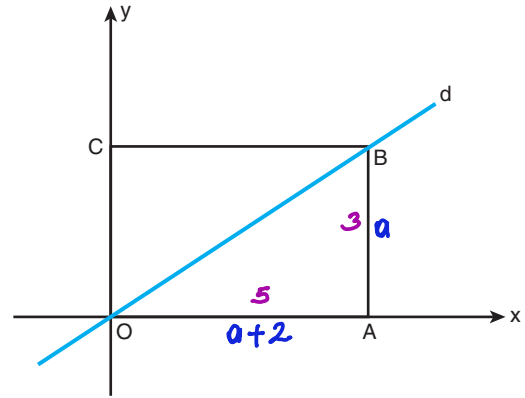
$$y - 5 = -\frac{1}{2}(x - 4)$$

$$2y - 10 = -x + 4$$

$$2y + x = 14$$

? ÖRNEK 28.

Aşağıdaki dik koordinat düzleminde OABC bir dikdörtgendir. d doğrusu dikdörtgenin B köşesinden geçmektedir.



Dikdörtgenin uzun kenarı, kısa kenarından 2 birim fazladır.

$$|OB| = \sqrt{34} \text{ birim}$$

olduğuna göre, d doğrusunun denklemini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$a^2 + (a+2)^2 = (\sqrt{34})^2$$

$$a^2 + a^2 + 4a + 4 = 34$$

$$a^2 + 2a - 15 = 0 \Rightarrow a = 3$$

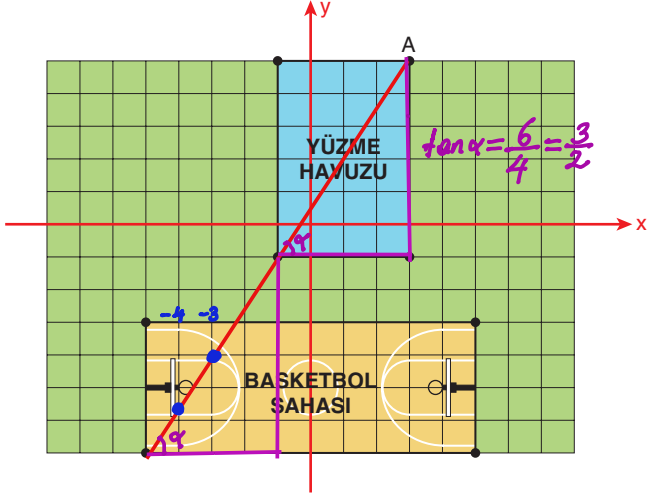
$$m = \frac{3}{5}$$

d : Orijinden geçtiği için $y = mx$ şeklindedir.

$$y = \frac{3}{5}x$$

ÖRNEK 29.

Aşağıda birim karelerden oluşan analitik düzlemde bir yüzme havuzu ve bir basketbol sahası görseli verilmiştir.



A noktasından geçen ve yüzme havuzunu iki eşit alanlı parçaya bölen bir d doğrusu çizilecektir.

Buna göre, d doğrusunun apsisi tam sayı olan kaç tane noktası basketbol sahasının içinde kalır?

(Basketbol sahasının sınırları basketbol sahasının içine dahil edilmeyecektir.)

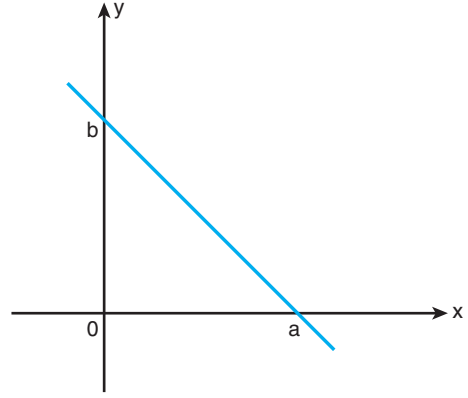
ÇÖZÜM

*-3 ve -4 apsisli noktalarda sahanın içinde kalır.
2 tane*



NOT

Analitik düzlemde $A(a, 0)$ ve $B(0, b)$ noktalarından geçen doğrunun denklemini bulalım.



$A(a, 0)$ ve $B(0, b)$ noktalarından geçen doğrunun eğimi;

$$m = \frac{b - 0}{0 - a} = \frac{-b}{a} \text{ olur.}$$

Eğimi ve bir noktası bilinen doğrunun denklemi,

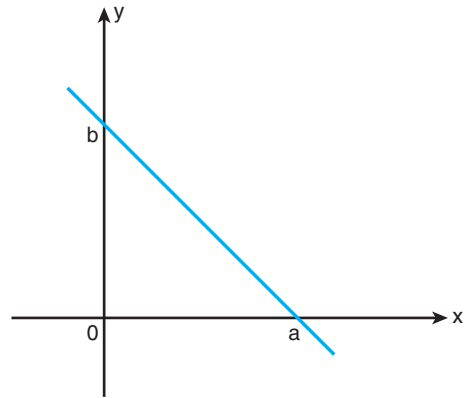
$$y - 0 = \frac{-b}{a} \cdot (x - a) \text{ ise } bx + ay = ab \text{ olur.}$$

Eşitliğin her iki tarafı $a \cdot b$ ile bölünürse

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \text{ dir.}$$

SONUÇ

EKSENLERİ KESTİĞİ NOKTALARI BELLİ OLAN DOĞRU DENKLEMİ

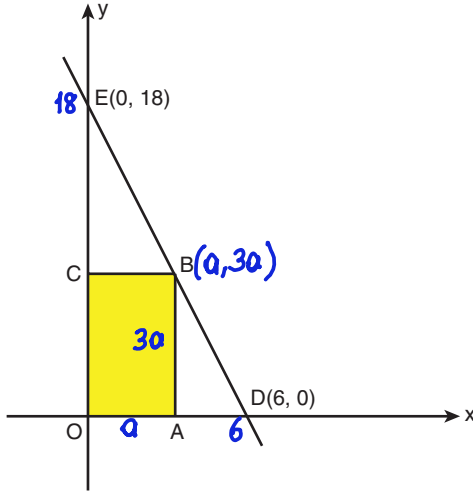


$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \text{ formülü ile bulunur.}$$

DOĞRUNUN ANALİTİĞİ

ÖRNEK 30.

Dik koordinat düzleminde verilen d doğrusu OABC dikdörtgeninin B köşesinden geçmektedir.



$|AB| = 3|OA|$, $D(6, 0)$ ve $E(0, 18)$

olduğuna göre, OABC dikdörtgeninin alanı kaç birimkaredir?

ÇÖZÜM

$$\frac{x}{6} + \frac{y}{18} = 1$$

(3)

$$3x + y = 18$$

$$B(a, 3a) \text{ için } \begin{aligned} 3a + 3a &= 18 \\ 6a &= 18 \\ a &= 3 \end{aligned}$$

$$A(OABC) = 3 \cdot 9 = 27$$



YANINDA BULUNSUN

ÖZEL DOĞRULAR

1) $ax + by + c = 0$ doğrusu (ya da $y = mx + n$ doğrusu) orijinden geçiyorsa:

$(0, 0)$ noktası doğrunun üzerindedir.

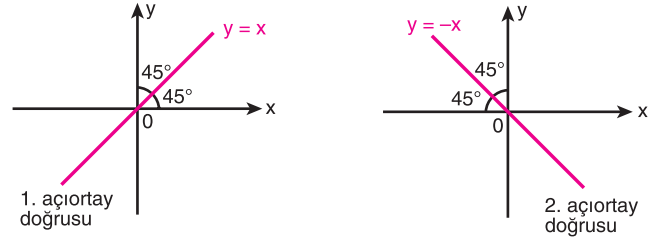
$ax + by + c = 0$ doğrusunda $x = 0$ ve $y = 0$ yazılırsa,

$$a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = 0 \text{ ise } c = 0 \text{ olur.}$$

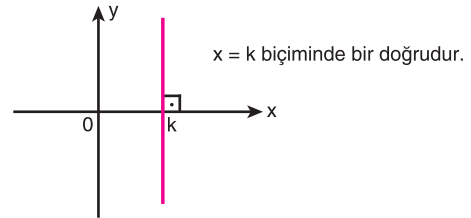
Kısaca bir doğru orijinden geçiyorsa denklemi $y = mx$ şeklinde olur.

Özel olarak, $m = 1$ ve $m = -1$ alınırsa, $y = x$ ve $y = -x$ doğruları elde edilir.

Bu doğruların grafikleri aşağıdaki gibidir.



2) $ax + by + c = 0$ doğrusu x eksenine dik ise (ya da y eksenine paralel ise):

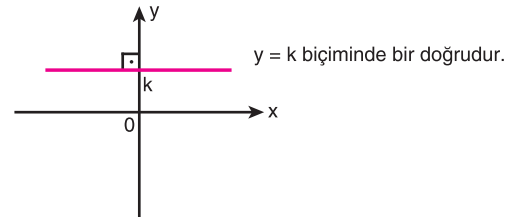


Bu doğru üzerindeki her noktanın apsisi k olduğundan bu doğrunun denklemi $x = k$ şeklinde yazılır.

Denklemden y 'li bir terim olmayacağından y 'nin katsayısı sıfır olmalıdır.

Bundan dolayı $b = 0$ dir.

3) $ax + by + c = 0$ doğrusu y eksenine dik ise (ya da x eksenine paralel ise):



Bu doğru üzerindeki her noktanın ordinatı k olduğundan bu doğrunun denklemi $y = k$ şeklinde yazılır.

Denklemden x 'li bir terim olmayacağından x 'in katsayısı sıfır olmalıdır. Bundan dolayı $a = 0$ dir.

? ÖRNEK 31.

- a) $A(-2, 3)$ noktasından geçen ve x eksenine paralel olan doğrunun denklemini bulunuz.
- b) $B(-1, 4)$ noktasından geçen ve y eksenine paralel olan doğru denklemini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

a) $y=3$

b) $x=-1$

? ÖRNEK 32.

$$3x - ax + 2y + a = 0$$

doğrusu x eksenine paralel olduğuna göre, bu doğrunun denklemini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$(3-a)x + 2y + a = 0$$

$$3-a=0 \Rightarrow a=3$$

$$2y+3=0$$

$$y = -\frac{3}{2}$$

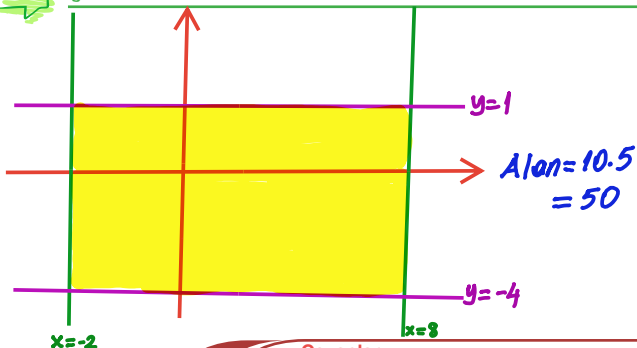
? ÖRNEK 33.

Analitik düzlemde,

$$x = -2, x = 8, y = -4 \text{ ve } y = 1$$

doğruları arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

✓ ÇÖZÜM



Cevaplar

31. a) $y=3$ b) $x=-1$ 32. $y = -\frac{3}{2}$

? ÖRNEK 34.

Analitik düzlemde II. açıortay doğrusu üzerinde alınan bir noktanın orijine olan uzaklığı 12 birimdir.

Buna göre, bu noktanın eksenlere olan uzaklıkları toplamı kaç birimdir?

✓ ÇÖZÜM

$$y = -x \rightarrow A(a, -a)$$

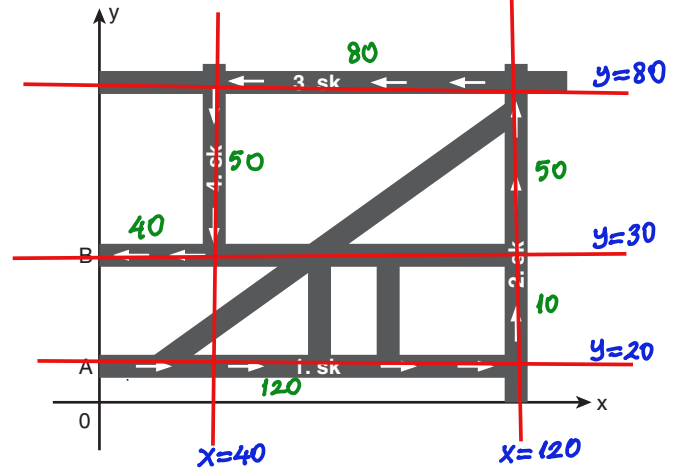
$$|AO| = \sqrt{a^2 + a^2} = 12 \Rightarrow 2a^2 = 144$$

$$a = 6\sqrt{2}$$

$$|a| + |-a| = 2a = 12\sqrt{2}$$

? ÖRNEK 35.

Aşağıda verilen dik koordinat sisteminde bir belediye otobüsünün her bir seferinde izlediği güzergah gösterilmiştir.



Otobüs y ekseninde A noktasından hareket edip $y = 20$, $x = 120$, $y = 80$, $x = 40$ ve $y = 30$ doğruları üzerinde yol almakta ve y ekseninde B noktasında hareketini sonlandırmaktadır.

Buna göre, otobüs izlediği güzergahta toplam kaç birim yol almaktadır?

✓ ÇÖZÜM

$$120 + 10 + 50 + 80 + 50 + 40$$

$$350$$

Cevaplar

33. 50 34. $12\sqrt{2}$ 35. 350

DOĞRUNUN ANALİTİĞİ



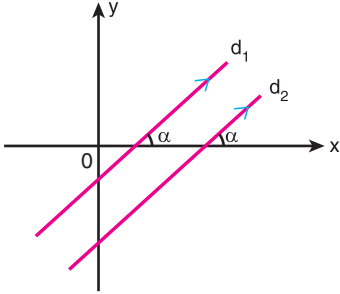
YANINDA BULUNSUN

$$d_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$$

$$d_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$$

doğruları düzlemde üç farklı durumda olabilir.

1) $d_1 \parallel d_2$ olabilir.



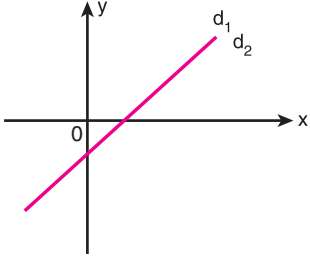
Eğim açıları eşit olduğundan,

$$m_1 = \tan \alpha = m_2 \text{ ise}$$

$$m_1 = m_2 \text{ olur.}$$

$$\text{Ya da } \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \text{ olur.}$$

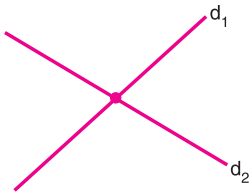
2) d_1 ve d_2 çakışık olabilir.



İki doğrunun çakışık olması iki doğrunun aynı olduğu anlamına gelir.

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \text{ olur.}$$

3) d_1 ve d_2 doğruları tek noktada kesişebilir.



$$\text{Bu durumda } \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \text{ olur.}$$



ÖRNEK 36.

Analitik düzlemde,

$$(a - 1)x + 4y = 1 \text{ ve}$$

$$2x - (b + 1)y = -1$$

doğruları çakışıktır.

Buna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?



ÇÖZÜM

$$\frac{a-1}{2} = \frac{4}{-(b+1)} = \frac{1}{-1}$$

$$\begin{aligned} a-1 &= -2 & b+1 &= 4 \\ a &= -1 & b &= 3 \end{aligned}$$

$$a+b=2$$



ÖRNEK 37.

$$d_1: 2x - 3y + 5 = 0 \text{ ve}$$

$$d_2: ax + 4y - 10 = 0$$

doğruları birbirine paraleldir.

Buna göre, a kaçtır?



ÇÖZÜM

$$\frac{2}{a} = \frac{-3}{4} \neq \frac{5}{10}$$

$$-3a = 8 \Rightarrow a = -\frac{8}{3}$$



ÖRNEK 38.

$$2x + y - 6 = 0$$

doğrusuna paralel olan ve $A(2, 6)$ noktasından geçen doğrunun y eksenini kestiği noktanın ordinatı kaçtır?



ÇÖZÜM

$$m = -2 \quad A(2,6)$$

$$y - 6 = -2(x - 2)$$

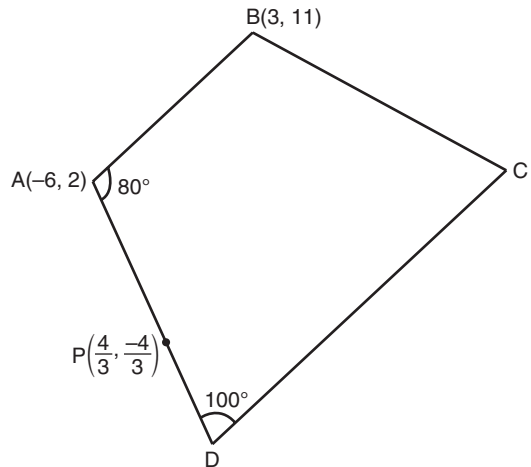
$$y = -2x + 10$$

$$x = 0 \text{ için } y = 10$$



ÖRNEK 39.

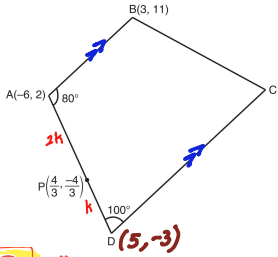
ABCD bir dörtgendir.



$$\frac{|PA|}{|PD|} = 2, \quad m(\widehat{BAD}) = 80^\circ \text{ ve } m(\widehat{CDA}) = 100^\circ \text{ dir.}$$

Buna göre, CD doğrusunun denklemini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM



$$m_{AB} = \frac{11-2}{3+6} = 1$$

$$m_{DC} = 1$$

$$y+3 = 1 \cdot (x-5)$$

$$y = x - 8$$

$$x - y = 8$$

? ÖRNEK 40.

$$d_1 : 2 \cdot x - 5 \cdot y + 7 = 0 \text{ ve}$$

$$d_2 : (2a + 1) \cdot x - 3 \cdot y + 5 = 0$$

doğruları birbirine diktir.

Buna göre, a kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

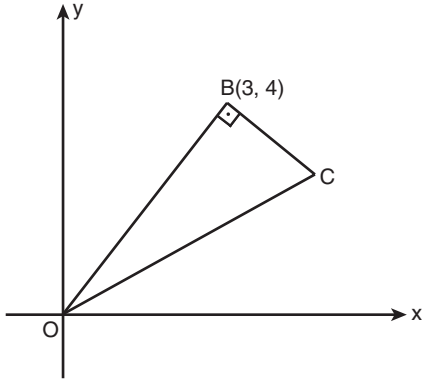
$$-\frac{2}{-5} \cdot -\frac{2a+1}{-3} = -1$$

$$4a+2 = -15$$

$$0 = -\frac{17}{4}$$

? ÖRNEK 41.

Aşağıdaki analitik düzlemde OBC dik üçgeni verilmiştir.



Buna göre, [BC] nin denklemini bulunuz.

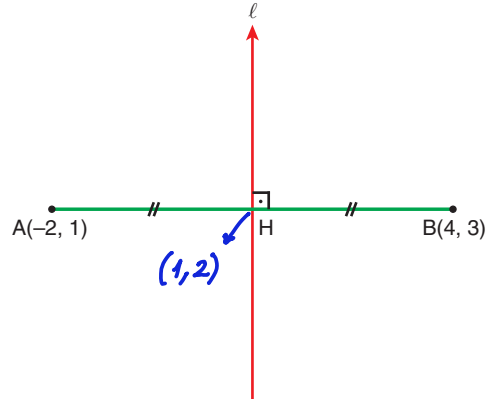
✓ ÇÖZÜM

$$m_{OC} = \frac{4}{3} \Rightarrow m_{BC} = -\frac{3}{4}$$

$$y-4 = -\frac{3}{4}(x-3)$$

$$4y+3x=25$$

? ÖRNEK 42.



Yukarıda verilen ℓ doğrusu; [AB] nin orta dikme doğrusudur.

Buna göre, ℓ doğrusunun denklemini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$m_{AB} = \frac{3-1}{4+2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$m_{\ell} = -3 \quad H(1, 2)$$

$$y-2 = -3 \cdot (x-1)$$

$$y = -3x + 5$$

? ÖRNEK 43.

$$\ell_1 : 6x - y + 11 = 0$$

$$\ell_2 : 3x + 2y + 8 = 0$$

doğrularının kesim noktasını bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$2/6x - y + 11 = 0$$

$$3x + 2y + 8 = 0$$

$$15x + 30 = 0 \Rightarrow x = -2$$

$$y = -1$$

Kesim noktası $(-2, -1)$ bulunur.

DOĞRUNUN ANALİTİĞİ

? ÖRNEK 44.

$$x - 3y = 6$$

$$x - my = -4$$

doğruları y eksenini üzerinde kesiştiklerine göre, m kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$x=0 \text{ için } -3y=6 \Rightarrow y=-2$$

$$-my=-4 \Rightarrow y=\frac{4}{m}$$

$$\frac{4}{m} = -2$$

$$m = -2$$

? ÖRNEK 45.

$$2x - y = 4040$$

$$3x + y = 2020$$

doğrularının kesim noktasından ve orijinden geçen doğru-
nun denklemini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{array}{r} 2x - y = 4040 \\ -2 / 3x + y = 2020 \\ \hline -4x - 3y = 0 \\ y = -\frac{4x}{3} \end{array}$$

? ÖRNEK 46.

$$3x + y = 8 \text{ ve}$$

$$y = ax + b$$

doğruları $y = x$ doğrusu üzerinde dik kesiştiğine göre,
 b kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$-3 \cdot a = -1 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

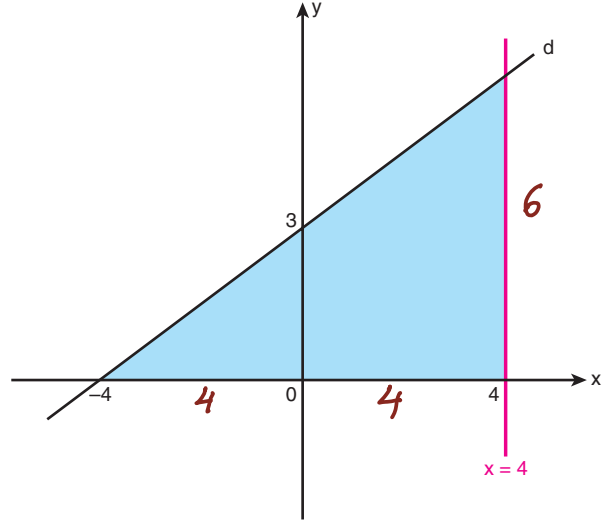
$$3x + x = 8 \Rightarrow x = 2$$

$$x = \frac{1}{3}x + b \Rightarrow \frac{2}{3} + b = 2$$

$$b = \frac{4}{3}$$

? ÖRNEK 47.

Aşağıda dik koordinat sisteminde d ve $x = 4$ doğruları verilmiştir.



Buna göre, maviye boyalı alan kaç birimkaredir?

✓ ÇÖZÜM

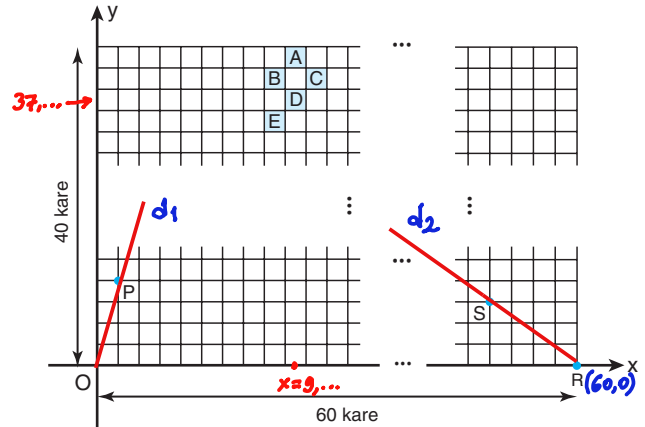
$$\frac{x}{-4} + \frac{y}{3} = 1$$

$$x=4 \text{ için } y=6$$

$$\text{Alan} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24$$

? ÖRNEK 48.

Aşağıdaki dik koordinat sisteminde 60×40 'lık kareler çizilmiştir.



Buna göre, [OP ışını ile [RS ışını hangi boyalı kare içinde
kesişir?

✓ ÇÖZÜM

$$m_{OP} = 4 \Rightarrow d_1: y = 4x$$

$$m_{RS} = -\frac{3}{4} \Rightarrow d_2: y = -\frac{3}{4}(x-60)$$

$$4x = -\frac{3}{4}(x-60)$$

$$19x = 180$$

$$x = 9, \dots \text{ ve } y = 37, \dots$$

Şekilde x ve y değerleri dikkate alınırsa
 \triangle bölgesinde kesişirler.



YANINDA BULUNSUN

BİR NOKTANIN BİR DOĞRUYA UZAKLIĞI

Analitik düzlemde, $A(x_0, y_0)$ noktasının $ax + by + c = 0$ doğrusuna uzaklığı,

$$h = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

formülü ile bulunur.

? ÖRNEK 49.

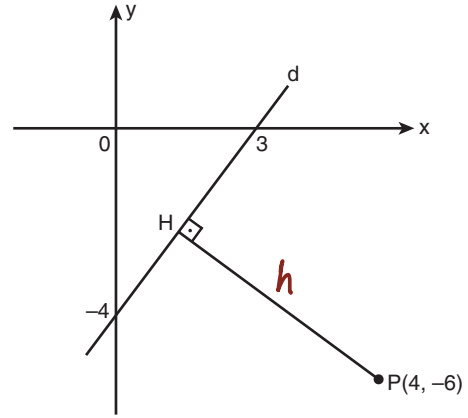
$A(7, -3)$ noktasının $x - 2y + 2 = 0$ doğrusuna olan uzaklığını bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$h = \frac{|7 + 6 + 2|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{15}{\sqrt{5}} = 3\sqrt{5}$$



ÖRNEK 50.



Yukarıda dik koordinat düzleminde $[PH] \perp d$ 'dir.
 $P(4, -6)$ olduğuna göre, $|PH|$ kaç birimdir?



ÇÖZÜM

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{-4} = 1 \Rightarrow 4x - 3y - 12 = 0$$

(4) (-3)

$$h = \frac{|16 + 18 - 12|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{22}{5} = 4,4$$



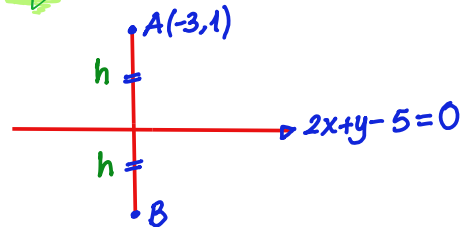
ÖRNEK 51.

Analitik düzlemde $A(-3, 1)$ noktasının $2x + y - 5 = 0$ doğrusuna göre simetriği B noktasıdır.

Buna göre, $|AB|$ kaç birimdir?



ÇÖZÜM



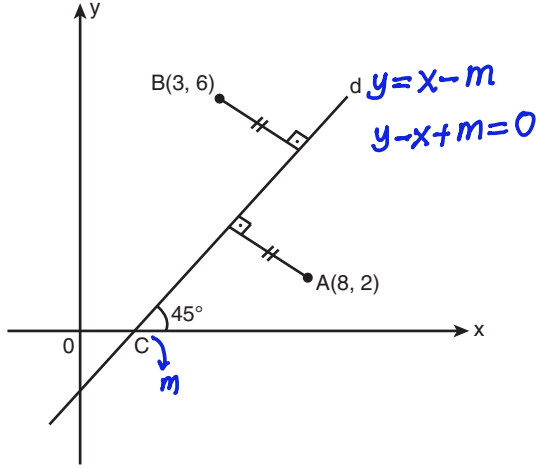
$$h = \frac{|-6 + 1 - 5|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$$

$$|AB| = 2 \cdot h = 4\sqrt{5}$$

DOĞRUNUN ANALİTİĞİ

? ÖRNEK 52.

Aşağıda dik koordinat düzleminde x eksenine pozitif yönde 45° lik açı yapan bir d doğrusu verilmiştir.



A ve B noktalarının d doğrusuna olan uzaklıkları birbirine eşittir. Buna göre, C noktasının apsisi kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\frac{|6-3+m|}{\sqrt{2}} = \frac{|2-8+m|}{\sqrt{2}}$$

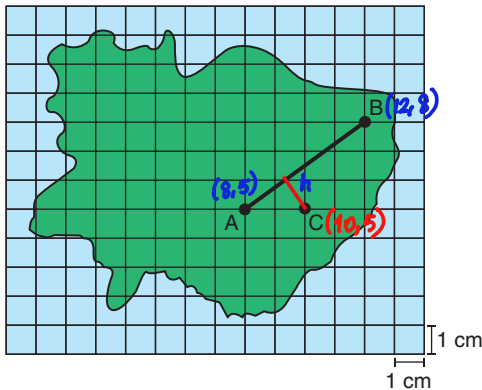
$$|3+m| = |m-6|$$

$$3+m = -m+6$$

$$2m = 3 \Rightarrow m = \frac{3}{2}$$

? ÖRNEK 53.

Aşağıda, bir kenarı 1 cm olan eş karelerin içerisine 1:60.000.000 oranında küçültülmüş her tarafı denizlerle çevrilmiş bir ada haritası görseli çizilmiştir.



Harita koordinat sistemine taşındığında, A(8,5) ve B(12,8) koordinatlarına sahip olmaktadır. A ve B noktaları doğrusal bir yolla birbirine bağlanmıştır.

Buna göre, C noktasında bulunan bir aracın bu adada [AB] yoluna uzaklığı en az kaç kilometredir?

✓ ÇÖZÜM

$$A(8,5) \quad B(12,8)$$

$$m_{AB} = \frac{8-5}{12-8} = \frac{3}{4}$$

$$y-5 = \frac{3}{4}(x-8) \Rightarrow 4y-3x+4=0$$

$$C(10,5) \Rightarrow h = \frac{|20-30+4|}{\sqrt{4^2+3^2}} = \frac{6}{5}$$

$$h = \frac{6}{5} \cdot 60.000.000 \text{ cm} = 72.000.000 \text{ cm}$$

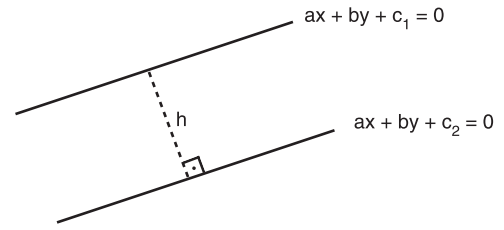
$$h = 720 \text{ km}$$



YANINDA BULUNSUN

PARALEL İKİ DOĞRU ARASINDAKİ UZAKLIK

İki doğru birbirine paralel ise aralarındaki uzaklık,



$$h = \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

formülü ile bulunur.

ACİL MATEMATİK

? ÖRNEK 54.

Analitik düzlemde,

$$7x - 24y + 3 = 0 \text{ ve}$$

$$7x - 24y - 22 = 0$$

doğruları arasındaki uzaklığı bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$h = \frac{|-22-3|}{\sqrt{7^2+24^2}}$$

$$h = \frac{25}{25} \Rightarrow h = 1$$

? ÖRNEK 55.

$$3x + 4y + 1 = 0 \text{ ve}$$

$$3x + 4y + m = 0$$

doğruları arasındaki uzaklık 3 birimdir.

Buna göre, m 'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\frac{|m-1|}{\sqrt{3^2+4^2}} = 3$$

$$|m-1| = 15$$

$$\begin{array}{l} m-1=15 \\ m=16 \end{array} \quad \begin{array}{l} m-1=-15 \\ m=-14 \end{array}$$

$$16-14=2$$

? ÖRNEK 56.

Analitik düzlemde,

$$2/5x - 12y - 1 = 0 \text{ ve}$$

$$10x - 24y + 37 = 0$$

doğruları arasındaki boşluğa çizilebilecek karenin alanı en çok kaç birimkaredir?

(Köşe noktalar doğru üzerinde olabilir.)

✓ ÇÖZÜM

$$10x - 24y - 2 = 0$$

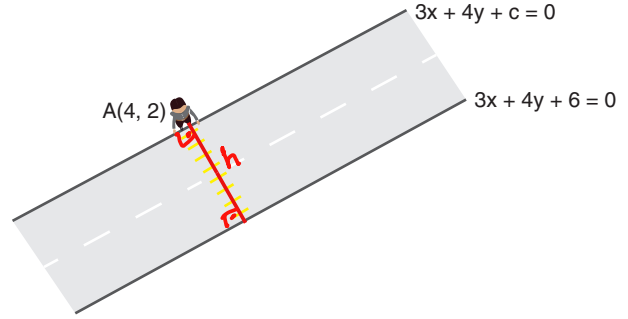
$$10x - 24y + 37 = 0$$

$$h = \frac{|37+2|}{\sqrt{10^2+24^2}} = \frac{39}{26} = \frac{3}{2}$$

$$Alan = h^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

? ÖRNEK 57.

Aşağıdaki görselde yol çizgilerini taşıyan doğruların denklemleri verilmiştir.



Özkan, yaya geçidinden karşıya geçecektir. Özkan denklemini $3x + 4y + c = 0$ olan doğrunun üzerindeki $A(4, 2)$ noktasından denklemini $3x + 4y + 6 = 0$ doğrusunun üzerine geldiğinde en az kaç birim yol almış olur?

✓ ÇÖZÜM

$$A(4, 2) \quad 3x + 4y + c = 0$$

$$12 + 8 + c = 0$$

$$c = -20$$

$$h = \frac{|6+20|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{26}{5} = 5,2$$

DOĞRUNUN ANALİTİĞİ - Test I

1. A(-1, 10)
B(1, 8)
noktalarından geçen doğrunun eğimi kaçtır?
A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$m = \frac{8-10}{1+1}$$

$$m = \frac{-2}{2} = -1$$

2. Analitik düzlemde,
 $2x + 6y - 2 = 0$
 $4x + (k-1)y - 5 = 0$
doğruları birbirine paralel olduğuna göre, k kaçtır?
A) 2 B) 4 C) 8 D) 10 E) 13

$$\frac{2}{4} = \frac{6}{k-1}$$

$$k-1 = 12$$

$$k = 13$$

3. Analitik düzlemde A(-2, 5) noktasından geçen ve eğimi 3 olan doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?
A) $y + 3x = 11$ B) $y - 3x = 6$ C) $y - 3x = 11$
D) $3y - x = 11$ E) $y + 3x = 5$

$$y - 5 = 3 \cdot (x + 2)$$

$$y = 3x + 11$$

4. Analitik düzlemde $3x + ky - 10 = 0$ doğrusu, köşe noktaları,

$$A(-2, 4)$$

$$B(6, 2)$$

$$C(2, 0)$$

olan ABC üçgeninin ağırlık merkezinden geçtiğine göre, k kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

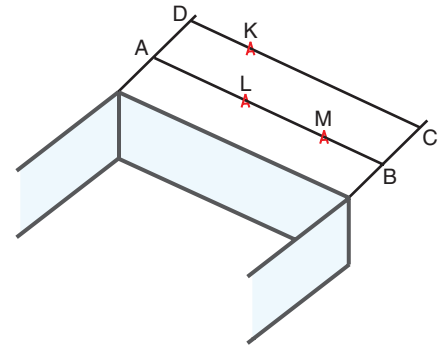
$$G\left(\frac{-2+6+2}{3}, \frac{4+2+0}{3}\right)$$

$$G(2, 2)$$

$$6 + 2k - 10 = 0 \Rightarrow 2k = 4$$

$$k = 2$$

5. Aşağıda bir balkon demirine asılmış çamaşır ipi görseli verilmiştir.



A, B, C ve D noktalarına bağlı olan ipin K, L, M noktalarında mandal bulunmaktadır.

$$[AB] \parallel [DC]$$

$$K(-4, -6), L(3, 7), M(8, -3)$$

olduğuna göre, [DC] ipinin üzerinde bulunduğu doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir? (İpler gergin durmaktadır.)

- A) $y + 2x + 14 = 0$ B) $2x - y + 6 = 0$
C) $y = x - 12$ D) $x - 3y = 0$

$$E) 4x + 3y = 12$$

$$m_{AB} = \frac{-3-7}{8-3} = -2$$

$$m_{AB} = m_{CD}$$

$$y + 6 = -2 \cdot (x + 4)$$

$$y = -2x - 14$$

$$y + 2x + 14 = 0$$

6. $d_1 \dots y - 3x = 6$
 $d_2 \dots y - x = 4$

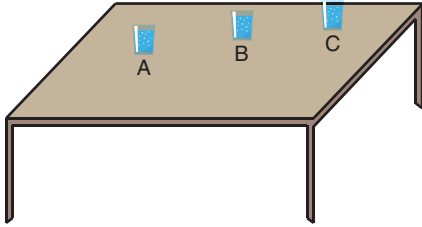
Rotası d_1 doğrusu ile aynı olan uçak ile rotası d_2 doğrusu ile aynı olan uçağın, ikisi birlikte havada iken rotalarının keşime noktasında yakıt ikmali yapmışlardır.

Buna göre, uçakların yakıt ikmali yaptıkları noktanın koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (-1, 3) B) (-2, 4) C) (1, 3)
D) (3, -2) E) (5, -6)

$$\begin{array}{r} y-3x=6 \\ -1 \ y-x=4 \\ \hline -2x=2 \Rightarrow x=-1 \\ y=3 \end{array} \} (-1,3)$$

7.



Şekilde A, B ve C noktalarında masaya temas eden üç tane bardak görseli verilmiştir.

- A(4, 3), B(-2, k), C(-6, 5)

Buna göre, bardakların aynı hizada olması için B noktasının ordinatı kaç olmalıdır?

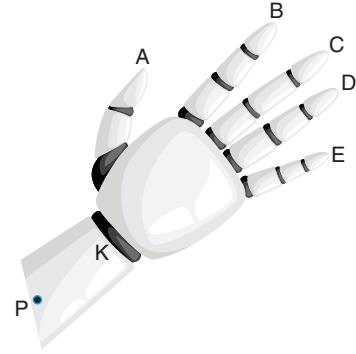
- A) 2 B) $\frac{-24}{5}$ C) $\frac{-16}{3}$ D) $\frac{-20}{3}$ E) $\frac{21}{5}$

$$\frac{k-3}{-2-4} = \frac{5-3}{-6-4}$$

$$\frac{k-3}{-6} = \frac{2}{-10} \Rightarrow k-3 = \frac{6}{5}$$

$$k = \frac{21}{5}$$

8.



Şekilde gösterilen el bir robot için tasarlanmıştır. P noktasındaki düğmeye basılarak parmakların hareketi sağlanmaktadır. P'den çıkıp K noktasından geçen kablolar parmak uçlarına bağlanmıştır.

- A(-3, -2), B(-4, 3), C(0, 5), D(2, 3), E(4, 1)

olmak üzere, A, B, C, D ve E noktaları kabloların parmak uçlarında bağlandığı bağlantı noktalarıdır.

- P(2, -13) ve K(-1, -5) tir.

Yapılan kontrollerde P ve K noktası ile doğrusal olan noktanın bulunduğu parmağın çalıştığı görülmüştür.

Buna göre, hangi parmak çalışmıştır?

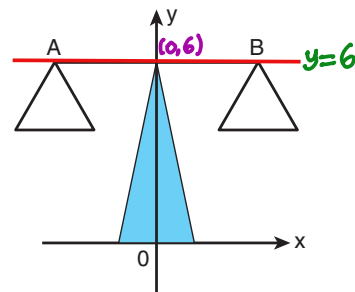
- A) A B) B C) C D) D E) E

$$m_{PK} = \frac{-5+13}{-1-2} = \frac{8}{-3} = -\frac{8}{3}$$

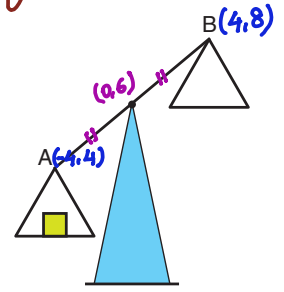
$$m_{PB} = \frac{3+13}{-4-2} = \frac{16}{-6} = -\frac{8}{3}$$

P, K ve B noktaları doğrusal

9.



Şekil I



Şekil II

Şekil I'de koordinat düzleminde çizilmiş eşit kollu terazi görseli verilmiştir. [AB] çubuğu x eksenine paralel olmak üzere, Şekil II'deki gibi A kefesine m kütleli bir ağırlık konulduğunda B noktası (4, 8) noktasına çıkmıştır.

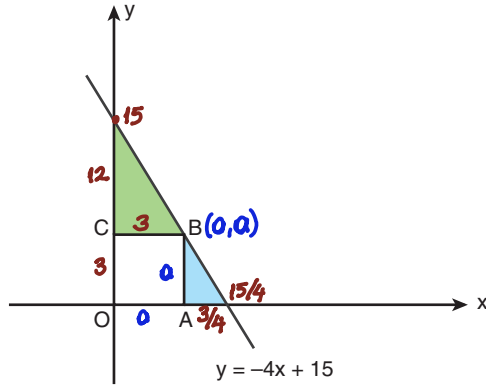
Şekil I'de AB doğru parçası $y = 6$ doğrusu üzerinde olduğuna göre, |AB| kaç birimdir?

- A) 6 B) 8 C) $\sqrt{68}$ D) $6\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{5}$

$$\begin{array}{l} A(-4,4) \\ B(4,8) \end{array} \} \Rightarrow |AB| = \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5}$$

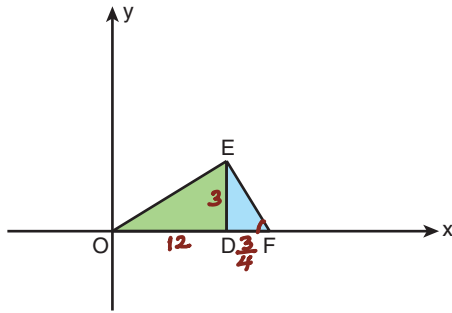
DOĞRUNUN ANALİTİĞİ - Test I

10.



Yukarıdaki analitik düzlemde $y = -4x + 15$ doğrusu ve OABC karesi verilmiştir.

Şekildeki mavi ve yeşil dik üçgenler aşağıdaki gibi yanına getirilerek tekrar çiziliyor.



Buna göre, [EF] ni üzerinde bulunduran doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = -x + 12$ B) $y = -4x + 51$
 C) $y = -4x + 28$ D) $y = -x + 10$
 E) $y = \frac{-x}{2} + 38$

$$y = -4x + 15 \Rightarrow 0 = -4a + 15$$

$$50 = 15$$

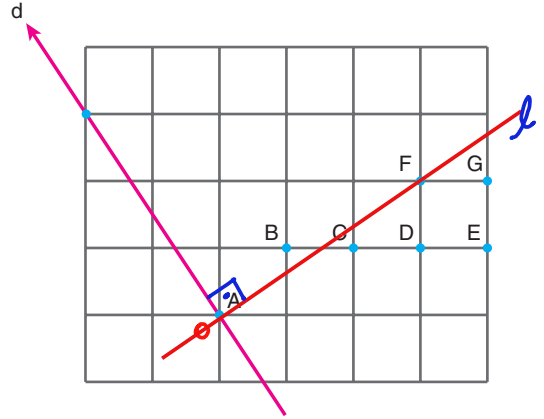
$$a = 3$$

$$m_{EF} = -\frac{3}{\frac{3}{4}} = -4 \quad F\left(\frac{51}{4}, 0\right)$$

$$y - 0 = -4 \cdot \left(x - \frac{51}{4}\right)$$

$$y = -4x + 51$$

11.



Yukarıdaki şekil 30 adet birim kareden oluşmuştur. A noktası orijin, d doğrusu dik koordinat sisteminin ordinatlar eksenini göstermektedir.

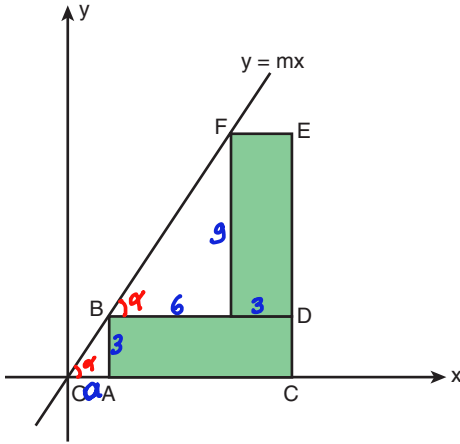
Buna göre, sistemin apsiler eksenini için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) B noktasından geçer.
 B) C noktasından geçer.
 C) D noktasından geçer.
 D) E noktasından geçer.
 E) F noktasından geçer.

$$m_d = -\frac{3}{2}$$

$$m_d \cdot m_l = -1 \Rightarrow m_l = \frac{2}{3}$$

12. Dik koordinat düzleminde kısa kenarı 3 birim, uzun kenarı 9 birim olan iki eş dikdörtgen aşağıdaki gibi çizilmiştir.



$|OA| = a$ birim,

E, D ve C noktaları doğrusaldır.

$y = mx$ doğrusu dikdörtgenlerin B ve F köşelerinden geçmektedir.

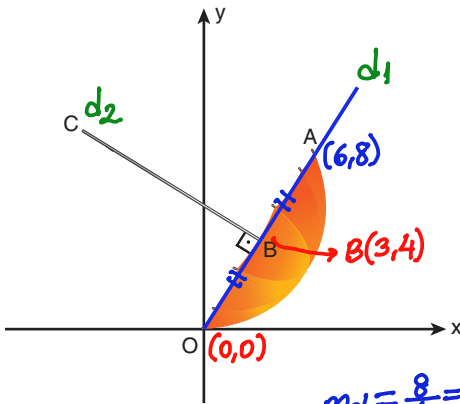
Buna göre, $m \cdot a$ çarpımı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$m = \tan \alpha = \frac{3}{a} = \frac{9}{6}$$

$$a = 2 \quad m = \frac{3}{2} \Rightarrow m \cdot a = 3$$

13. Aşağıda dik koordinat düzleminde çizilen bir şemsiyenin bir köşesi orijindedir.



$|AB| = |OB|$, O, B, A doğrusal.

$[BC] \perp [AO]$ ve $A(6, 8)$

$$m_{d1} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$m_{d1} \cdot m_{d2} = -1$$

$$m_{d2} = -\frac{3}{4}$$

olduğuna göre, şemsiyenin sapının üzerinde olduğu doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

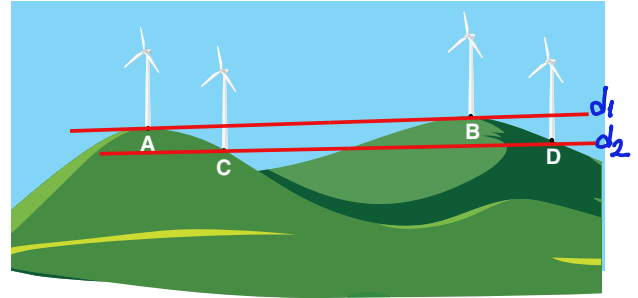
- A) $4y + 3x = 50$ B) $3x + 4y = 25$ C) $3x - 4y = 48$

- D) $4x - 5y - 12 = 0$ E) $x - 3y = 10$

$$y - 4 = -\frac{3}{4} \cdot (x - 3) \Rightarrow 4y - 16 = -3x + 9$$

$$3x + 4y = 25$$

- 14.



Görseldeki rüzgar gülleri A, B, C ve D noktalarına dikilmiştir. A ve B noktaları ile C ve D noktalarının üzerinde bulunduğu doğrular birbirine paraleldir.

$A(4, 6)$, $B(-2, 5)$, $C(-3, 7)$, $D(m, 4)$

olduğuna göre, m kaçtır?

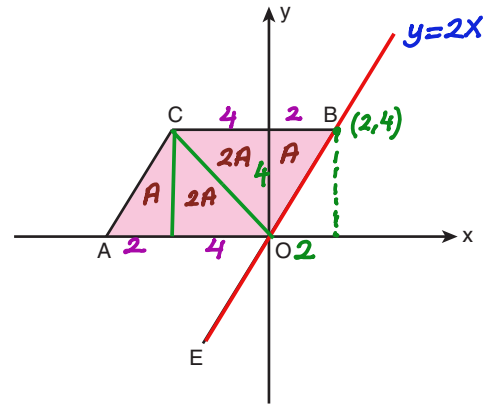
- A) -21 B) -12 C) -9 D) 12 E) 16

$$m_{d1} = m_{d2}$$

$$\frac{5-6}{-2-4} = \frac{4-7}{m+3} \Rightarrow m+3 = -18$$

$$m = -21$$

15. Aşağıdaki dik koordinat düzleminde AOBC paralelkenarı şeklinde verilmiş bayrağın [BE] direği $y = 2x$ doğrusu üzerindedir.



C noktasının ordinatı 4'tür.

Bayrağın II. bölgede kalan kısmının alanı I. bölgede kalan kısmının alanının 5 katıdır.

Buna göre, A noktasının apsisi kaçtır?

- A) -10 B) -8 C) -7 D) -6 E) -4

$A(-6, 0)$ dir. Apsisi -6

1. B	2. E	3. C	4. D	5. A	6. A	7. E	8. B
9. E	10. B	11. E	12. C	13. B	14. A	15. D	

DOĞRUNUN ANALİTİĞİ - Test 2

1. Dik koordinat düzleminde,

$$4x - y + 7 = 0$$

$$3x + my + 3 = 0$$

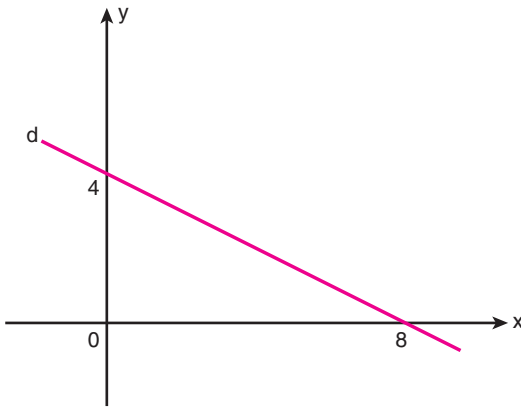
doğruları birbirine dik olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 8 D) 10 E) 12

$$\frac{-4}{-1} \cdot -\frac{3}{m} = -1$$

$$12 = m$$

2.



Şekilde verilen doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2y + x = 8$ B) $2y - x = 8$ C) $y + 2x = 4$
D) $y - 2x = 8$ E) $2y + 3x = 12$

$$\frac{x}{8} + \frac{y}{4} = 1$$

$$x + 2y = 8$$

3. Analitik düzlemde, A(3, -2) noktasının $3x - 4y + 3 = 0$ doğrusuna uzaklığı kaç birimdir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$$h = \frac{|9 + 8 + 3|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{20}{5} = 4$$

4. Analitik düzlemde,

$$x + y = 6$$

$$2x - y = 3$$

doğrularının kesim noktasından geçen ve $y = 2x - 1$ doğrusuna paralel olan doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

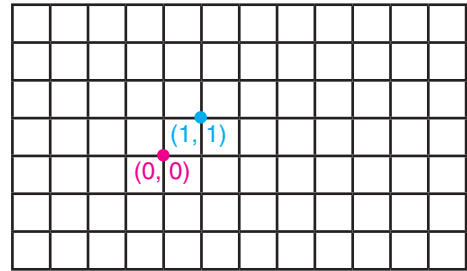
- A) $y = 2x + 1$ B) $y = 2x + 3$ C) $y = 2x - 3$
D) $y = -2x + 1$ E) $y = -2x + 3$

$$3x = 9 \Rightarrow x = 3 \quad \left. \begin{array}{l} \\ y = 3 \end{array} \right\} (3, 3), \quad m = 2$$

$$y - 3 = 2 \cdot (x - 3)$$

$$y = 2x - 3$$

5. Aşağıda birim kareli bir zemin verilmiştir.



Şekildeki iki nokta koordinat düzlemindeki (0, 0) ve (1, 1) noktalarıdır.

Buna göre, aşağıdaki doğrulardan hangisi (0, 0) ve (1, 1) noktalarına eşit uzaklıktadır?

- A) $2y = 3x - 1$ B) $y = x + 3$ C) $y = 2x - 1$
D) $y = -x + 3$ E) $y = -2x + 1$

$$ax + by + c = 0 \text{ olsun}$$

$$\frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|a + b + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow |c| = |a + b + c|$$

$$c = a + b + c$$

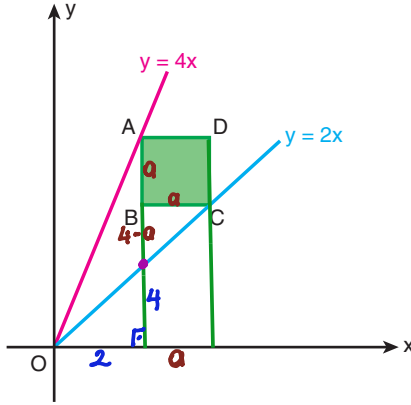
$$a + b = 0$$

(B şıkkı sağlar)

$$a + b + c = -c$$

$$a + b = -2c$$

6. Aşağıdaki analitik düzlemde verilen iki doğru, kenarları eksenlere paralel ABCD karesinin birer köşesinden geçmektedir.



B köşesinin apsisi 2 olduğuna göre, D noktasının apsisi kaçtır?

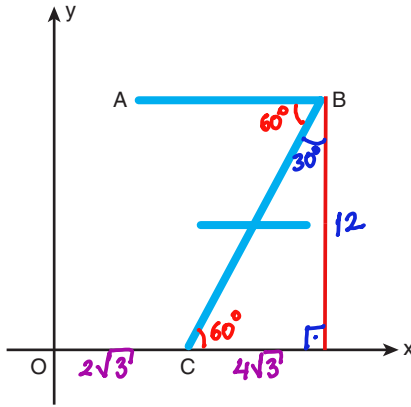
- A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{7}{2}$ D) $\frac{10}{3}$ E) $\frac{11}{4}$

$$\frac{a}{2} = \frac{4-a}{4} \Rightarrow 2a = 4-a$$

$$a = \frac{4}{3}$$

D noktasının apsisi $2 + \frac{4}{3} = \frac{10}{3}$

7.



Şekilde koordinat düzleminde çizilmiş 7 rakamının [AB] kenarı $y = 12$ doğrusu üzerinde ve C köşesi x eksenindedir.

$B(6\sqrt{3}, k)$, $[AB] \parallel Ox$

$m(\widehat{ABC}) = 60^\circ$

$m = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$
 $C(2\sqrt{3}, 0)$

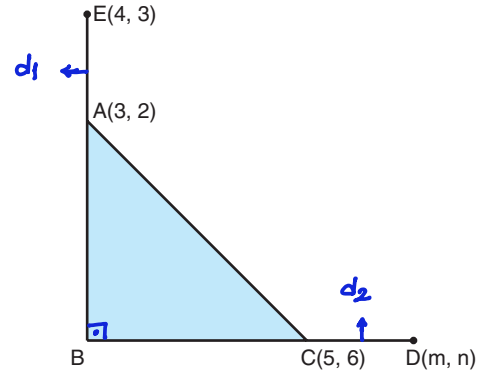
olduğuna göre, [BC] kenarı aşağıdaki doğruların hangisinin üzerindedir?

- A) $x + 2\sqrt{3}y - 6 = 0$ B) $3x - \sqrt{3}y = 6\sqrt{3}$
C) $x - 2y = 4\sqrt{3}$ D) $x\sqrt{3} + y = 4\sqrt{3}$

E) $\sqrt{3}x - 3y - 6\sqrt{3} = 0$

$y - 0 = \sqrt{3}(x - 2\sqrt{3}) \Rightarrow y = x\sqrt{3} - 6$
 $y\sqrt{3} = 3x - 6\sqrt{3} \Rightarrow 3x - \sqrt{3}y = 6\sqrt{3}$

8.



Şekilde \widehat{ABC} dik üçgeni şeklindeki branda; A ve C noktalarından bağlanan iplerle E ve D noktalarından geçirilerek bağlanmıştır.

$[AB] \perp [BC]$

E, A, B ve B, C, D noktaları doğrusal

E(4, 3), A(3, 2), C(5, 6), D(m, n)

olduğuna göre, D noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

- A) -8 B) 4 C) 8 D) 11 E) 12

$m_{d_1} = \frac{2-3}{3-4} = 1$ $m_{d_2} = \frac{n-6}{m-5}$

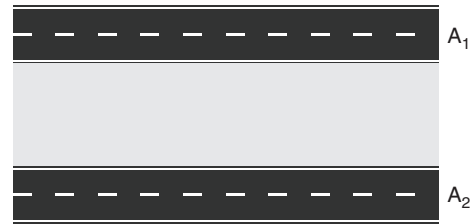
$d_1 \cdot d_2 = -1$

1. $\frac{n-6}{m-5} = -1$

$n-6 = -m+5 \Rightarrow m+n = 11$

ACİL MATEMATİK

9.



Görselde verilen A_1 yolu $5x - 12y + 16 = 0$ doğrusu üzerinde, A_2 yolu $10x - 24y - 20 = 0$ doğrusu üzerinde olacak şekilde modellenmiştir.

A_1 yolu üzerinde bulunan bir yaya karşıdan karşıya A_2 yoluna geçiyor.

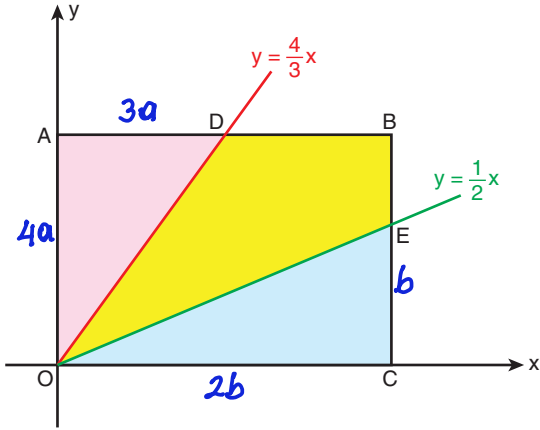
Buna göre, yayanın gittiği mesafe en az kaç birimdir? (Yol genişlikleri ihmal edilecektir.)

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$5x - 12y + 16 = 0$
 $5x - 12y - 10 = 0$ } $h = \frac{|16+10|}{\sqrt{5^2+12^2}} = \frac{26}{13} = 2$

DOĞRUNUN ANALİTİĞİ - Test 2

10.



Şekilde koordinat düzleminde çizilmiş ABCO duvarı dikdörtgen biçimindedir. A ve C noktaları eksenler üzerindedir.

Duvar, $y = \frac{4}{3}x$ ve $y = \frac{1}{2}x$ doğruları tarafından üç bölgeye ayrılmıştır. Pembe ve mavi bölgelerin alanları eşittir.

Buna göre dikdörtgenin uzun kenarı, kısa kenarının kaç katıdır?

- A) $\sqrt{3}$ B) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ C) $\sqrt{5}$ D) $\frac{\sqrt{10}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{15}}{5}$

$$\frac{4a \cdot 3a}{2} = \frac{2b \cdot b}{2} \Rightarrow b^2 = 6a^2$$

$$\frac{b}{a} = \sqrt{6}$$

$$\frac{2b}{4a} = \frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

11.



Görselede bir uçağın kalkış sırasında belli noktadaki durumu dijital ortamda gösterilmiştir. Uçak pistin başındaki A noktasında harekete başlayıp, B noktasında havalanmaya başlıyor ve C noktasında piste paralel şekilde [CE boyunca ilerliyor.

$$A(-3, -2), B(4, 3) \text{ ve } C(7, 1)$$

olduğuna göre, [CE rotasının doğrusal denklemini aşağıdakilerden hangisi olur?

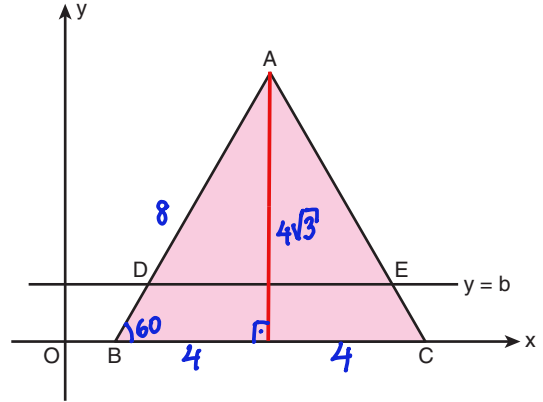
- A) $7x - 3y + 17 = 0$ B) $4x + 7y - 19 = 0$
C) $5x - 7y + 12 = 0$ D) $7y - 5x - 14 = 0$

$$m_{AB} = \frac{3+2}{4+3} = \frac{5}{7}$$

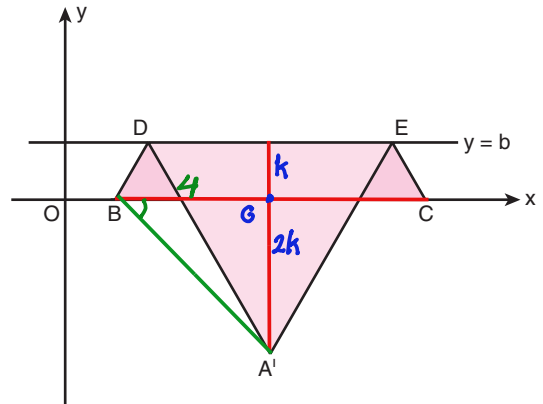
$$y - 1 = \frac{5}{7}(x - 7) \Rightarrow 7y - 7 = 5x - 35$$

$$5x - 7y - 28 = 0$$

12.



ABC bir kenarı 8 birim olan bir eşkenar üçgendir. ADE üçgeni $y = b$ doğrusu boyunca katlanıyor.



A noktasının katlama sonrasında yeni yeri A' olmakta ve $A'DE$ üçgeninin ağırlık merkezi x eksenine gelmektedir.

Buna göre, B ve A' noktalarından geçen doğrunun eğimi kaçtır?

- A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

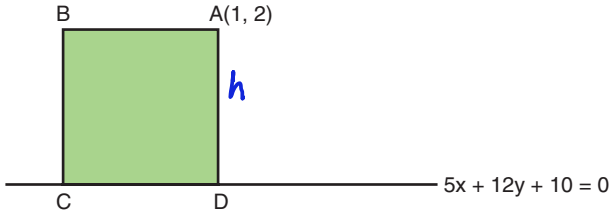
$$k + k + 2k = 4\sqrt{3} \Rightarrow 4k = 4\sqrt{3}$$

$$k = \sqrt{3}$$

$$m_{A'B} = -\frac{2k}{4} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

1. E	2. A	3. B	4. C	5. B	6. D
7. B	8. D	9. A	10. B	11. E	12. C

1. Aşağıda verilen karenin bir kenarı $5x + 12y + 10 = 0$ doğrusu üzerindedir.



Buna göre, ABCD karesinin alanı kaç birimkaredir?

- A) 1 B) 4 C) 8 D) 9 E) 16

$$h = \frac{|5+24+10|}{\sqrt{5^2+12^2}} = \frac{39}{13} = 3$$

$$A(ABCD) = h^2 = 3^2 = 9$$

2. Analitik düzlemde,

$$(m-3)x + 12y - 5 = 0$$

$$2x - 3y + 7 = 0$$

doğruları paralel olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -9 B) -7 C) -5 D) -3 E) -1

$$\frac{m-3}{2} = \frac{12}{-3}$$

$$m-3 = -8$$

$$m = -5$$

3. Analitik düzlemde,

$$x + y = k + 4$$

$$x + 2y = 2k$$

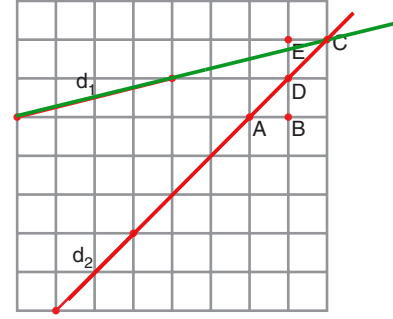
doğruları x ekseninde kesiştiklerine göre, k kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4

$$y=0 \text{ için}$$

$$k+4 = 2k \Rightarrow k = 4$$

- 4.



Birim karelerden oluşmuş düzlemde, d_1 ve d_2 doğrularının belirli kısımları gösterilmiştir.

Buna göre, bu doğruların kesişim noktası aşağıdakilerden hangisidir?

- A) A B) B C) C D) D E) E

$$m_{d1} = \frac{1}{4} \quad m_{d2} = \frac{2}{2} = 1$$

C noktasında kesişirler.

5. $4(x-1) + 3(y-6) = 2$

doğrusunun eksenleri kestiği noktalar arasındaki uzaklık kaç birimdir?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 13 E) 15

$$4x + 3y = 24$$

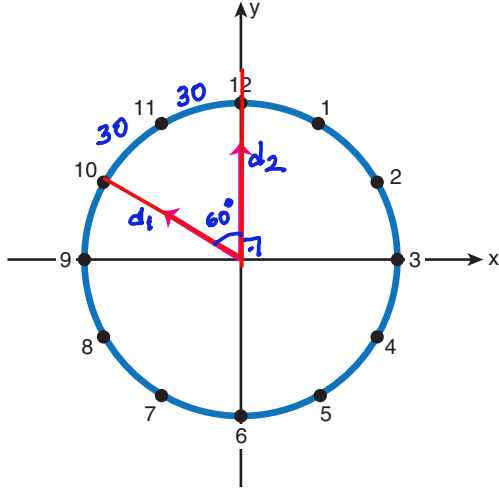
$$x=0 \text{ için } y=8 \quad A(0,8)$$

$$y=0 \text{ için } x=6 \quad B(6,0)$$

$$|AB| = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

DOĞRUNUN ANALİTİĞİ - Test 3

6. Şekilde gösterilen bir duvar saati, merkezi koordinat ekseninin başlangıç noktası ile çakışacak şekilde dik koordinat düzleminde gösterilmiştir.



Saat 10.00 iken akrep ve yelkovanı üzerinde taşıyan doğrular aşağıdakilerden hangisidir?

(Saat üzerindeki kısa ok akrep, uzun ok ise yelkovandır.)

Akrep

Yelkovan

A) $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$

$x = 0$

B) $y = x$

$y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$

C) $y = -x$

$y = -\sqrt{3}x$

D) $y = -\sqrt{3}x$

$y = 0$

E) $y = \frac{-\sqrt{3}}{3}x$

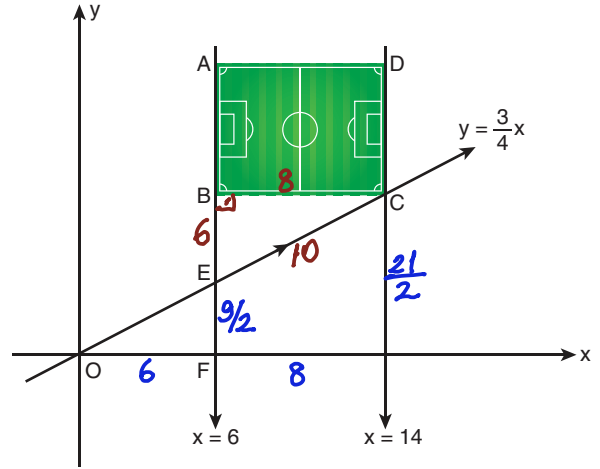
$x = 0$

$$m_{d_1} = \tan 150^\circ = -\tan 30^\circ$$

$$m_{d_1} = \frac{-\sqrt{3}}{3}$$

$$d_1: y = \frac{-\sqrt{3}}{3}x \quad d_2: x = 0$$

- 7.



Bir futbol sahasına giden yolları göstermek amacıyla saha modellenerek koordinat düzleminde çizilmiştir.

Sahanın [AB] ve [CD] kenarları sırasıyla $x = 6$ ve $x = 14$ doğruları üzerindedir.

Sahanın C köşesi ise $y = \frac{3}{4}x$ doğrusu ile ifade edilen yolun üzerindedir.

F noktasında bulunan Koray, önce E noktasına daha sonra E noktasından C noktasına giderek sahaya ulaşıyor.

Buna göre, Koray'ın gittiği yol kaç birimdir?

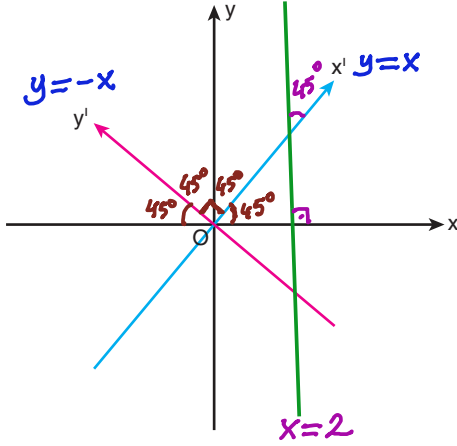
- A) $\frac{15}{7}$ B) $\frac{25}{3}$ C) 12 D) $\frac{29}{2}$ E) 15

$$y(6) = \frac{3}{4} \cdot 6 = \frac{9}{2}$$

$$y(14) = \frac{3}{4} \cdot 14 = \frac{21}{2}$$

$$\frac{9}{2} + 10 = \frac{29}{2}$$

8.



Şekilde verilen dik koordinat düzleminde, xOy düzlemi ile orijinleri çakışık x'Oy' düzlemi oluşturuluyor.

x' ve y' sırasıyla $y = x$ ve $y = -x$ doğruları üzerindedir.

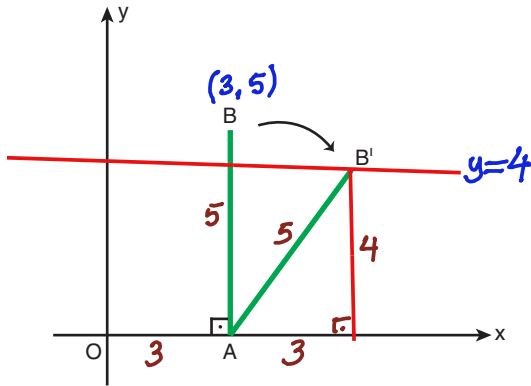
Buna göre, xOy düzlemindeki $x = 2$ doğrusunun x'Oy' düzleminde eğimi kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D) 1 E) -1

$$m = \tan 45^\circ$$

$$m = 1$$

9.



Şekilde bir elektrik direğinde rüzgarın etkisi sonucunda oluşan değişiklikler koordinat düzleminde incelenmiştir.

[AB] direğinin B ucunun koordinatları (3, 5) tir.

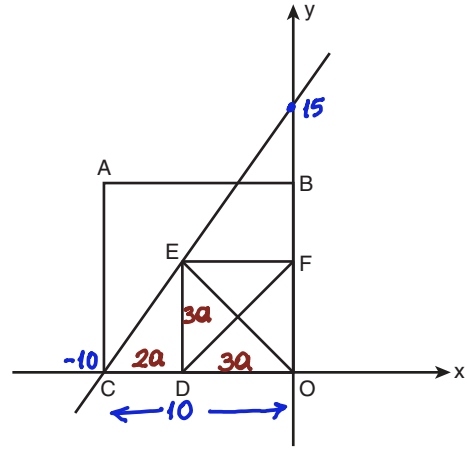
$$AB \perp Ox$$

Direk rüzgarın etkisiyle ok yönünde eğilerek B noktası $y = 4$ doğrusu üzerindeki B' noktası ile çakıştığına göre, B' noktasının orijine uzaklığı kaç birimdir?

- A) 8 B) $2\sqrt{13}$ C) 7 D) 6 E) $4\sqrt{2}$

$$B'(6,4) \quad |BO| = \sqrt{6^2 + 4^2} = 2\sqrt{13}$$

10.



Şekilde koordinat düzleminde modellenmiş ABOC şeklindeki arsa karedir. Arsanın içerisine EFOD karesi şeklinde bir kamelya yapılacaktır. Kamelyanın E köşesi ve arsanın C köşesi $2y - 3x = 30$ doğrusu üzerindedir.

Buna göre, kamelya yapıldıktan sonra arsada kalan alan kaç birimkaredir?

- A) 36 B) 40 C) 48 D) 64 E) 72

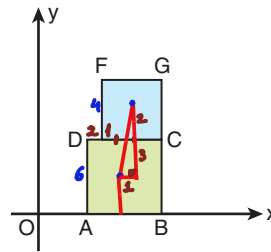
$$m_d = \frac{3}{2} \quad 5a = 10$$

$$a = 2$$

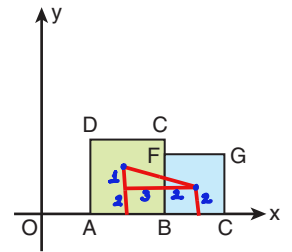
$$10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$$

ACIL MATEMATİK

11. Şekilde birer kenarı 6 birim ve 4 birim olan iki kare birer köşeleri çakışacak biçimde üst üste ve yan yana gösterilmiştir.



Şekil I



Şekil II

İki şekilde de A noktasının orijine uzaklığı 4 birimdir. Birinci şekilde karelerin ağırlık merkezinden geçen doğru d_1 ve ikinci şekilde karelerin ağırlık merkezinden geçen doğru d_2 dir.

Buna göre, d_1 ve d_2 doğrularının eğimleri çarpımı kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $-\frac{1}{4}$ D) -1 E) $\frac{1}{2}$

$$m_{d_1} = \frac{5}{4} = 5, \quad m_{d_2} = -\frac{1}{5}$$

$$m_{d_1} \cdot m_{d_2} = 5 \cdot -\frac{1}{5} = -1$$

1. Dik koordinat düzleminde P(a, a) noktasının,

$$3x - 4y + 10 = 0$$

doğrusuna olan uzaklığı 3 birim olduğuna göre, a'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

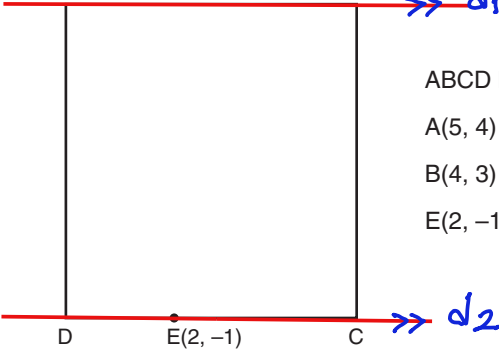
$$\frac{|3a - 4a + 10|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3$$

$$|a - 10| = 15$$

$$\begin{aligned} a - 10 &= 15 & a - 10 &= -15 \\ a &= 25 & a &= -5 \end{aligned}$$

$$25 + (-5) = 20$$

2. A(5, 4) B(4, 3) $\Rightarrow d_1$



ABCD bir dikdörtgen,
A(5, 4)
B(4, 3)
E(2, -1)

Buna göre, DC doğru parçasını üzerinde bulunduran doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

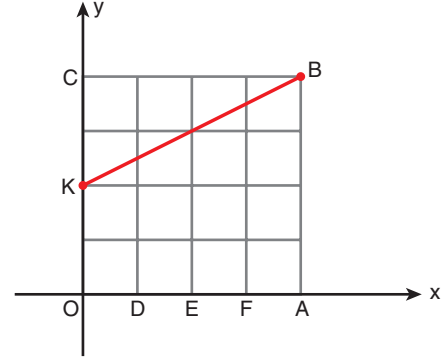
- A) $y = x + 5$ B) $y = x - 4$ C) $y = 2x + 1$
 D) $y = x - 3$ E) $y = x + 6$

$$m_{d_1} = \frac{3-4}{4-5} = 1$$

$$m_{d_2} = 1 \quad E(2, -1)$$

$$y + 1 = 1 \cdot (x - 2) \Rightarrow y = x - 3$$

- 3.



Şekilde verilen dik koordinat düzleminde OABC karesi, birim karelerden oluşmuştur.

Buna göre, E noktasından geçen ve KB doğru parçasına paralel olan doğrunun, y eksenini kestiği noktanın ordinatı kaçtır?

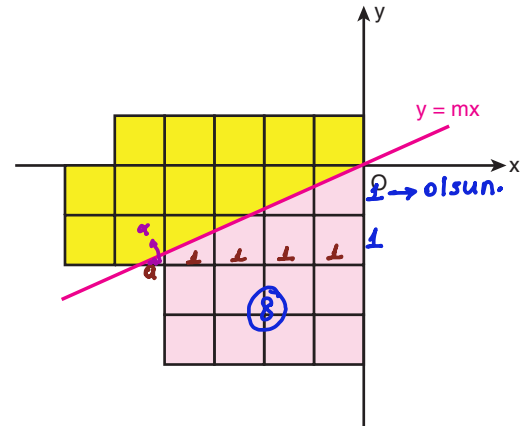
- A) $-\frac{4}{3}$ B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) $-\frac{1}{4}$

$$m_{KB} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad E(2, 0)$$

$$y - 0 = \frac{1}{2}(x - 2) \Rightarrow 2y = x - 2$$

$$x = 0 \text{ için } 2y = -2 \Rightarrow y = -1$$

4. Aşağıdaki analitik düzlemde, $y = mx$ doğrusu eş karelerden oluşan şekli eşit alanlı iki bölgeye ayırmıştır.



Buna göre, m kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{5}{12}$ E) $\frac{4}{9}$

Toplam 25 kare yarısı 12,5

$$\frac{1}{2}(0+4) + 8 = 12,5 \Rightarrow a = 0,5$$

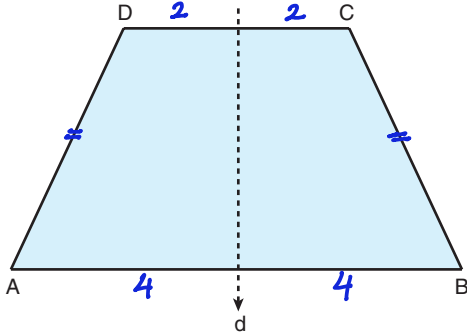
$$m = \tan \alpha = \frac{2}{4,5} = \frac{4}{9}$$

DOĞRUNUN ANALİTİĞİ - Test 4

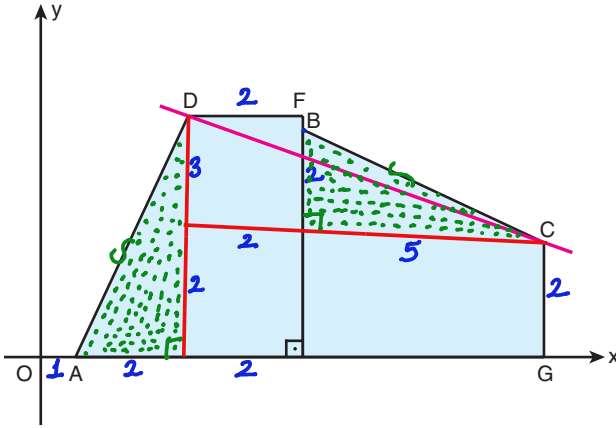
5. ABCD yamuk,

$$|AD| = |BC| \text{ ve } [AB] \parallel [DC]$$

$$|AB| = 8 \text{ birim, } |DC| = 4 \text{ birimdir.}$$



ABCD yamuğu d doğrusu boyunca iki eş parçaya ayrılıyor ve parçalar analitik düzleme aşağıdaki gibi yerleştiriliyor.

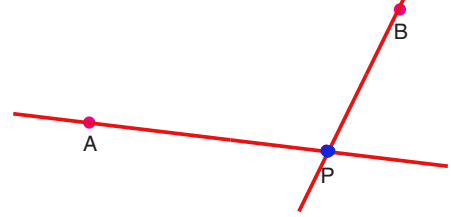


F(5, 5) olduğuna göre, DC doğrusunun eğimi kaçtır?

- A) $\frac{-3}{4}$ B) $\frac{-2}{3}$ C) $\frac{-1}{3}$ D) $\frac{-5}{8}$ E) $\frac{-3}{7}$

$$m_{DC} = -\frac{3}{7}$$

6.



Şekilde A noktasında bulunan bir kuş P noktasındaki ağaca konuyor. B noktasındaki ikinci bir kuş aynı şekilde P noktasındaki ağaca konuyor.

İki kuşun uçuş güzergahlarının doğrusal olup sırasıyla $2x - y + 6 = 0$ ve $y = x + 3$ doğruları üzerinde olduğu biliniyor.

Buna göre, ağacın bulunduğu noktanın koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (4, 5) B) (3, 2) C) (1, -3)

D) (-3, 0)

E) (2, -1)

$$2x - y + 6 = 0$$

$$\downarrow$$

$$x + 3$$

$$2x - x - 3 + 6 = 0 \Rightarrow x = -3$$

$$x = -3 \Rightarrow y = 0$$

$$(-3, 0)$$

ACİL MATEMATİK

7.

$$d_1 : y = 5 - x$$

$$d_2 : y = x + 3$$

$$d_3 : y = 1 - 2x$$

doğruları veriliyor.

Buna göre, d_1 ve d_2 doğrularının kesim noktasının d_3 doğrusuna uzaklığı kaç birimdir?

A) $\sqrt{3}$

B) 2

C) $\sqrt{5}$

D) $\sqrt{6}$

E) 3

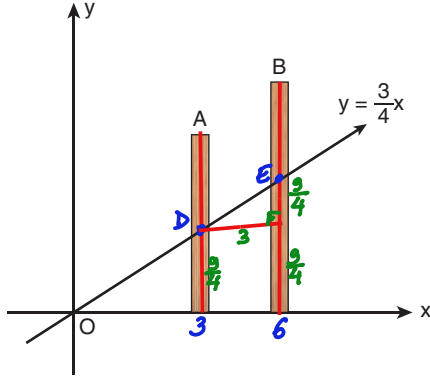
$$5 - x = x + 3 \Rightarrow x = 1$$

$$y = 4$$

$$(1, 4) \text{ ve } y + 2x - 1 = 0$$

$$h = \frac{|4 + 2 - 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

8.

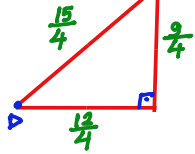


Şekildeki A ve B tahta parçaları sırasıyla $x = 3$ ve $x = 6$ doğruları üzerindedir. Koordinat düzleminin I. bölgesi duvar kabul edilirse, tahta parçaları $y = \frac{3}{4}x$ doğrusunun, sırasıyla $x = 3$ ve $x = 6$ doğrularını kestiği D ve E noktalarında duvara çakılacaktır.

Buna göre, D ve E noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

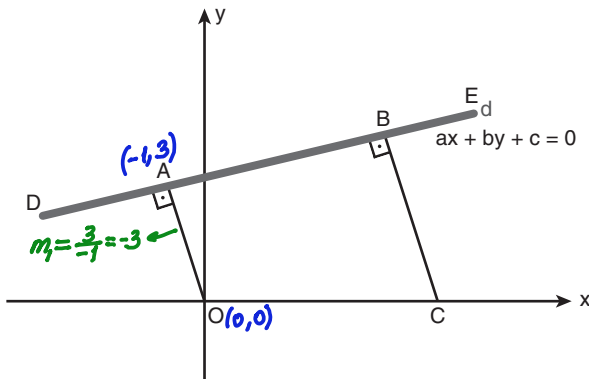
(Tahtaların kalınlıkları ihmal edilecektir.)

- A) 5 B) 6 C) 10 D) $\frac{15}{4}$ E) $\frac{17}{4}$



$|DE| = \frac{15}{4}$

9.



Şekilde [DE] köprüsünün dik koordinat düzleminde noktasal analizi yapılıyor. [OA] ve [BC] ayakları A ve B noktalarında d doğrusuna diktir.

A noktasının koordinatları $(-1, 3)$ olduğuna göre,

$\frac{a+b}{c}$ oranı kaçtır?

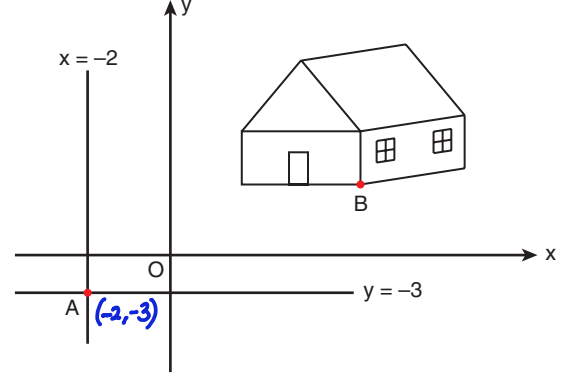
- A) -2 B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{3}$ E) $-\frac{1}{5}$

$A(-1,3)$ için $-0+3b+c=0$

$m_d = \frac{1}{3} \quad \frac{-a}{b} = \frac{1}{3} \Rightarrow b = -3a$
 $c = 10a$

$\frac{a+b}{c} = \frac{a-3a}{10a} = -\frac{1}{5}$

10.



Şekilde su dağıtım tesisatının koordinat düzleminde modellenmiş şekli görülmüştür.

Birinci bölgedeki evin B(6, 2) noktasına $y = -3$ ve $x = -2$ doğrularının üzerinde bulunan iki su hattının kesiştiği A noktasındaki vanadan boru çekilecektir.

Buna göre, borunun uzunluğu en az kaç birimdir?

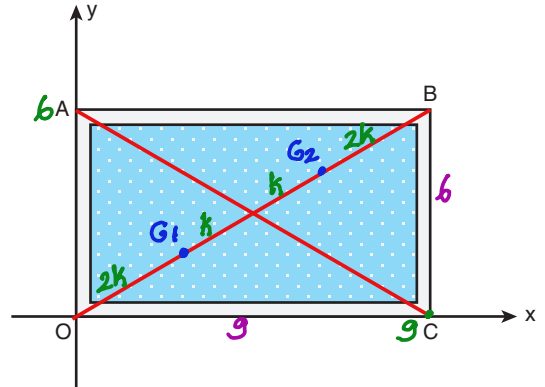
- A) 10 B) $\sqrt{89}$ C) 9 D) $6\sqrt{2}$ E) 6

$A(-2,-3) \quad B(6,2)$

$|AB| = \sqrt{8^2 + 5^2}$
 $= \sqrt{89}$

ACİL MATEMATİK

11.



Yukarıda dik koordinat düzlemine yerleştirilmiş ABCO dikdörtgeni biçimindeki tablo görülmektedir. Tablo G_1 ve G_2 noktalarında duvara sabitleniyor.

G_1 ve G_2 sırasıyla \widehat{AOC} ve \widehat{ABC} üçgenlerinin ağırlık merkezidir.

[AC] köşegeni $2x + 3y = 18$ doğrusu üzerinde olduğuna göre, $|G_1G_2|$ kaç birimdir?

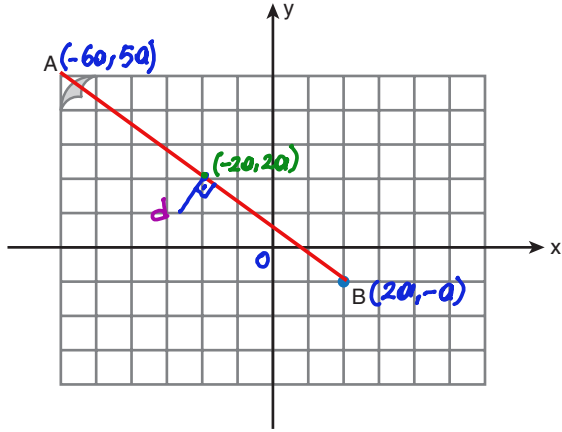
- A) 5 B) 4 C) $\sqrt{13}$ D) 2 E) $2\sqrt{13}$

$(6h)^2 = 6^2 + 9^2$
 $36h^2 = 117 \Rightarrow 4h^2 = 13$
 $2h = \sqrt{13}$

$|G_1G_2| = 2h = \sqrt{13}$

DOĞRUNUN ANALİTİĞİ - Test 4

12. Bir kağıt üzerine dik koordinat düzlemi aşağıdaki gibi çizilmiştir.



Kağıt öncelikle A köşesi B köşesinin üstüne denk gelecek biçimde katlanıp sonra tekrar düzeltiliyor.

Buna göre, kat izinin belirttiği doğru denklemleri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

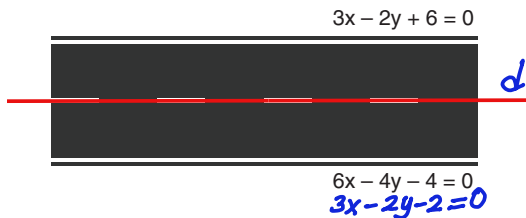
- A) $3y + 4x - 6 = 0$ B) $3y + 4x + 14 = 0$
 C) $4y - 3x + 6 = 0$ D) $3y - 4x - 14 = 0$
 E) $4y - 3x + 10 = 0$

$$m_{AB} = -\frac{3}{4} \quad m_D = \frac{4}{3}$$

$$y - 20 = \frac{4}{3}(x + 20)$$

$$3y - 4x - 14 = 0 \Rightarrow a = 1 \text{ için } 3y - 4x - 14 = 0$$

13.



Şekildeki yolu sınırlayan çizgilerin üzerinde bulunduğu doğruların denklemleri sırasıyla,

$$3x - 2y + 6 = 0 \text{ ve}$$

$$6x - 4y - 4 = 0 \text{ dir.}$$

Yolun ortasındaki kesik çizgilerin yolu sınırlayan çizgilere paralel olduğu bilindiğine göre, kesik çizgilerin üzerinde olduğu doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3x - 2y + 2 = 0$ B) $2y - 3x - 2 = 0$
 C) $6x - 4y + 6 = 0$ D) $4x - 3y + 2 = 0$
 E) $3y - 4x + 1 = 0$

$$d: 3x - 2y + \frac{-2+6}{2} = 0$$

$$3x - 2y + 2 = 0$$

14. $2x + 5y = 20$ doğrusu, koordinat eksenlerini A ve B noktalarında kesmektedir.

Buna göre, [AB] nin orta noktasından geçen ve x eksenine dik olan doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x = 2$ B) $x = 3$ C) $x = 4$
 D) $x = 5$ E) $x = 6$

$$x = 0 \text{ için } 5y = 20 \Rightarrow y = 4$$

$$y = 0 \text{ için } 2x = 20 \Rightarrow x = 10$$

$$A(0, 4) \quad B(10, 0)$$

$$[AB] \text{ nin orta noktası } C(5, 2)$$

x eksenine dik olan $x = 5$ doğrusudur.

ACİL MATEMATİK

15. Analitik düzlemde A(4, -5) noktasının $x = 0$ ile $4x + 3y + a = 0$ doğrularına olan uzaklıkları eşittir.

Buna göre, a'nın alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) -21 B) -22 C) -23 D) -24 E) -25

$$|4| = \frac{|16 - 15 + a|}{\sqrt{4^2 + 3^2}}$$

$$|a + 1| = 20$$

$$\begin{aligned} a + 1 &= 20 & a + 1 &= -20 \\ a &= 19 & a &= -21 \end{aligned}$$

1. D	2. D	3. B	4. E	5. E
6. D	7. C	8. D	9. E	10. B
11. C	12. D	13. A	14. D	15. A



YANINDA BULUNSUN

FONKSİYONLARLA İLGİLİ UYGULAMALAR

1. Fonksiyon Grafiğinin Eksenleri Kestiği Noktalar

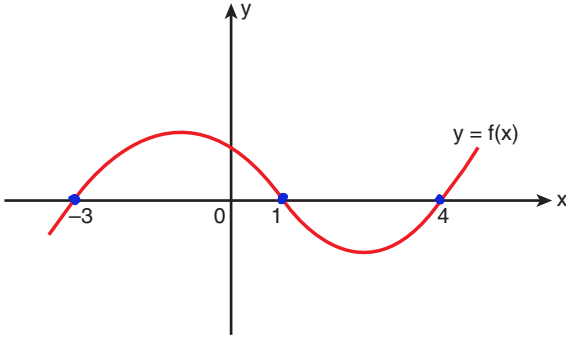
Polinom fonksiyonlarının grafiği x veya y eksenini en az bir noktada keser.

Koordinat sisteminde x eksenini üzerindeki noktaların ordinatları sıfır olduğundan bir fonksiyonun grafiğinin x eksenini kestiği noktayı bulmak için fonksiyonda y yerine sıfır yazılır ve x değerleri bulunur. Benzer şekilde y eksenini üzerindeki noktaların abisleri sıfır olduğundan fonksiyonun grafiğinin y eksenini kestiği noktayı bulmak için fonksiyonda x yerine sıfır yazılır ve y değeri bulunur.



ÖRNEK 1.

Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $f(x) = 0$ denkleminin kökler toplamı kaçtır?



ÇÖZÜM

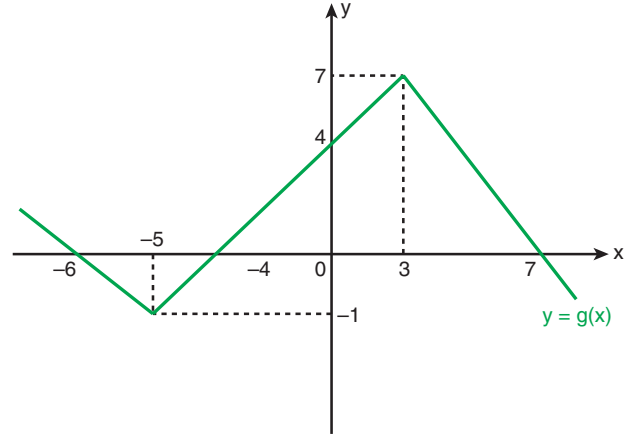
$$f(-3) = f(1) = f(4) = 0$$

$$-3 + 1 + 4 = 2$$



ÖRNEK 2.

Aşağıda $y = g(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$g(k) = 0$ ve $g(m) = 7$ dir.

Buna göre, $k - m$ farkı en az kaçtır?



ÇÖZÜM

$$g(-6) = 0, g(3) = 7$$

$$k \text{ en az } -6$$

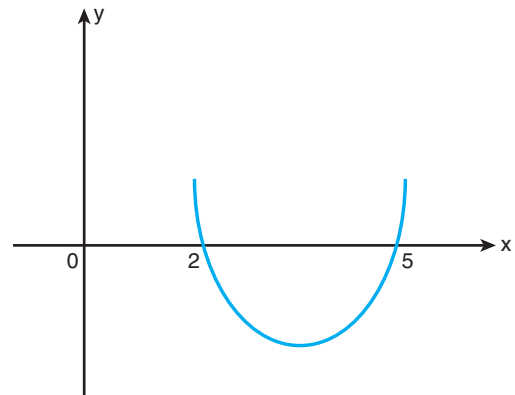
$$m \text{ en çok } 3$$

$$k - m = -6 - 3 = -9$$



ÖRNEK 3.

Başkatsayısı 1 ve sabit terimi 20 olan üçüncü dereceden bir polinomun kökleri birer tam sayıdır. Bu fonksiyonun grafiğinin bir parçasının görünümü aşağıda verilmiştir.



Buna göre, bu polinomun köklerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$p(x) = 1 \cdot (x-a) \cdot (x-2) \cdot (x-5)$$

$$p(0) = -a \cdot -2 \cdot -5 = 20$$

$$-10a = 20 \Rightarrow a = -2$$

Kökler $-2, 2$ ve 5 tir.

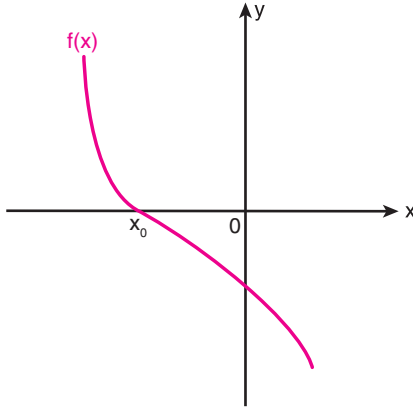


YANINDA BULUNSUN

2. Fonksiyonun Pozitif veya Negatif Değerler Aldığı Aralıklar

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ fonksiyonu verilmiş olsun. $A \subseteq \mathbb{R}$ olmak üzere, $\forall x \in A$ için $f(x) > 0$ oluyorsa f fonksiyonu $A \subseteq \mathbb{R}$ de pozitif değerler alır.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ fonksiyonu verilmiş olsun. $B \subseteq \mathbb{R}$ olmak üzere $\forall x \in B$ için $f(x) < 0$ oluyorsa f fonksiyonu $B \subseteq \mathbb{R}$ de negatif değerler alır.



Yukarıdaki grafikte,

$$\forall x \in (-\infty, x_0) \text{ için}$$

$f(x) > 0$ olduğunda $f(x)$ pozitif değerli fonksiyon,

$$\forall x \in (x_0, \infty) \text{ için}$$

$f(x) < 0$ olduğunda $f(x)$ negatif değerli fonksiyondur.

SONUÇ

- f fonksiyonunun pozitif olduğu aralıklarda fonksiyonun grafiği x ekseninin üstündedir.
- f fonksiyonunun negatif olduğu aralıklarda fonksiyonun grafiği x ekseninin altındadır.

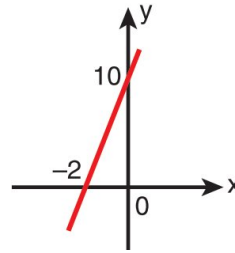
ÖRNEK 4.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = 5x + 10$$

doğrusal fonksiyonunun grafiğini çizerek bu fonksiyonun negatif ve pozitif değerler aldığı aralıkları bulunuz.

ÇÖZÜM

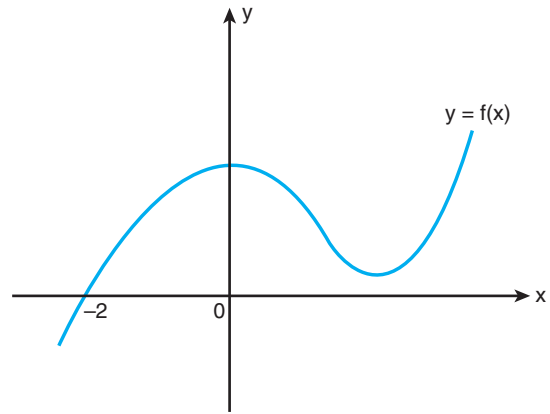


$$x < -2 \text{ için } f(x) < 0$$

$$x > -2 \text{ için } f(x) > 0$$

ÖRNEK 5.

Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $y = f(x)$ fonksiyonunun negatif ve pozitif olduğu aralıkları bulunuz.

ÇÖZÜM

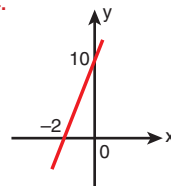
$$x < -2 \text{ için } f(x) < 0$$

$$x > -2 \text{ için } f(x) > 0$$

$(-\infty, -2)$ da negatif

$(-2, \infty)$ da pozitif

4.

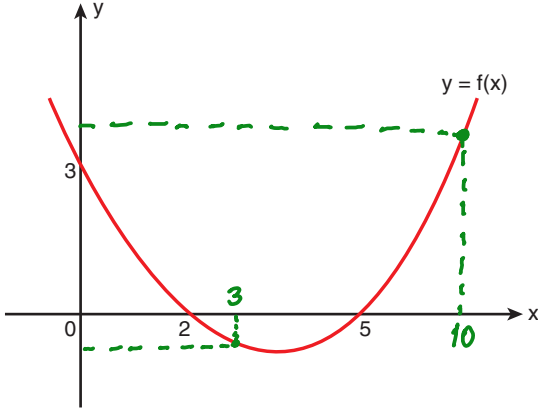


$x < -2$ için $f(x) < 0$
 $x > -2$ için $f(x) > 0$ dir.

5. $x < -2$ için $f(x) < 0$
 $x > -2$ için $f(x) > 0$

ÖRNEK 6.

Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

- $f(x) < 0$ eşitsizliğini sağlayan tam sayıların toplamı kaçtır?
- $f(3) \cdot f(10)$ çarpımının işaretini bulunuz.

ÇÖZÜM

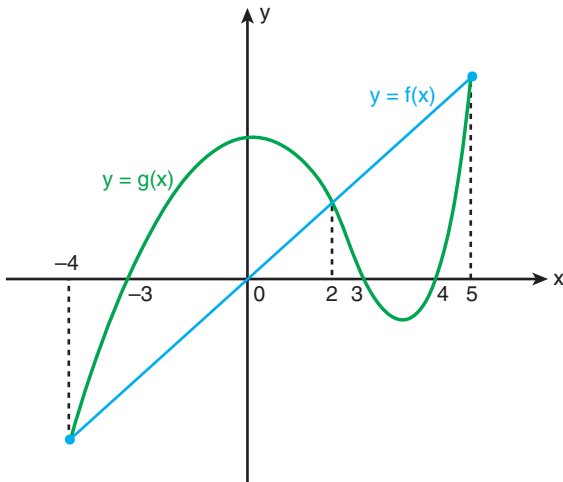
a) $2 < x < 5$ için $f(x) < 0$

$$3 + 4 = 7$$

b) $f(3) < 0$
 $f(10) > 0$ } $f(3) \cdot f(10) < 0$

ÖRNEK 7.

Aşağıda $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonlarının $[-4, 5]$ aralığındaki grafikleri verilmiştir.



Buna göre, $g(x) - f(x) \geq 0$ eşitsizliğini sağlayan x sayılarının en geniş aralığını bulunuz.

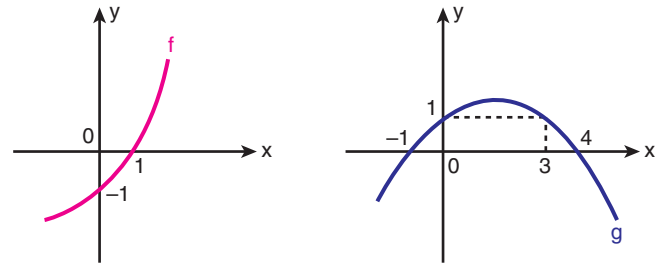
ÇÖZÜM

$$g(x) - f(x) \geq 0 \Rightarrow g(x) \geq f(x)$$

$$[-4, 2] \cup \{5\}$$

ÖRNEK 8.

Aşağıda, f ve g fonksiyonlarının grafikleri gösterilmiştir.



Buna göre, $(f \circ g)(x) > 0$ eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığını bulunuz.

ÇÖZÜM

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) > 0$$

$$g(x) > 1 \text{ olmalıdır.}$$

$$g(x) > 1 \text{ olduğu aralık } (0, 3) \text{ tür.}$$



YANINDA BULUNSUN

3. Artan ve Azalan Fonksiyonlar

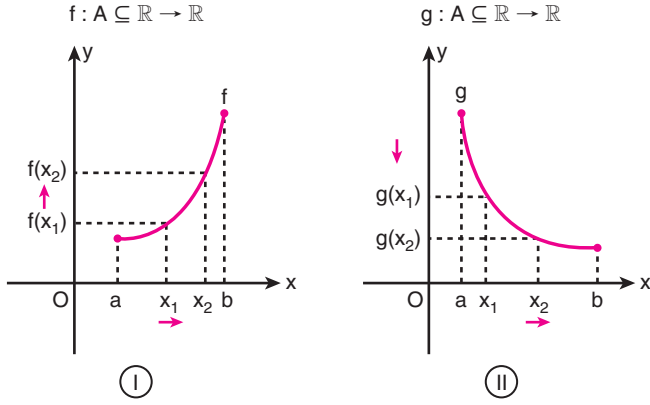
$A \subseteq \mathbb{R}$ olmak üzere $f: A \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonları verilsin. B , A 'nın herhangi bir alt aralığı olsun.

$\forall x_1, x_2 \in B$ için $x_1 < x_2$ olduğunda $f(x_1) < f(x_2)$ oluyorsa f fonksiyonuna B aralığında "**Artan Fonksiyon**" denir.

$\forall x_1, x_2 \in B$ için $x_1 < x_2$ olduğunda $f(x_1) > f(x_2)$ oluyorsa f fonksiyonuna B aralığında "**Azalan Fonksiyon**" denir.

FONKSİYONLARLA İLGİLİ UYGULAMALAR

f ve g fonksiyonlarının grafikleri aşağıda gösterilmiştir.

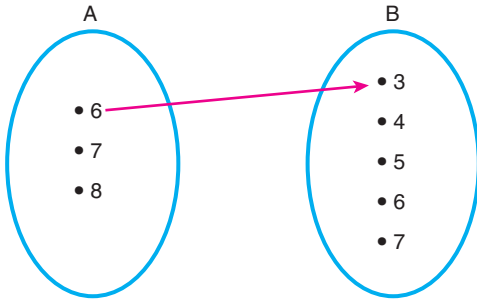


Grafik I'de $[a, b]$ aralığında verilen f fonksiyonunda x değerleri artarken y değerleri de artmıştır. Diğer bir ifadeyle $[a, b]$ aralığında $x_1 < x_2$ iken $f(x_1) < f(x_2)$ olur. Bu durumda f fonksiyonunun $[a, b]$ aralığındaki değerleri sürekli olarak artmaktadır.

Grafik II'de $[a, b]$ aralığında verilen g fonksiyonunda ise x değerleri artarken y değerleri azalmıştır. Diğer bir ifadeyle $[a, b]$ aralığında $x_1 < x_2$ iken $g(x_1) > g(x_2)$ olur. Bu durumda g fonksiyonunun $[a, b]$ aralığındaki değerleri sürekli olarak azalmıştır.

ÖRNEK 9.

$A = \{6, 7, 8\}$ ve $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ olmak üzere, aşağıda $f : A \rightarrow B$ artan bir f fonksiyonu verilmiştir.



Buna göre, f fonksiyonunun görüntü kümesindeki elemanların toplamı en çok kaçtır?

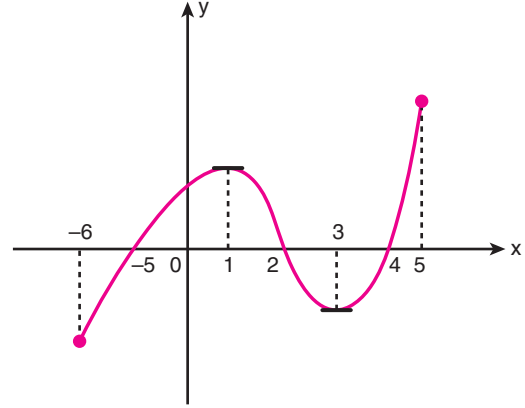
ÇÖZÜM

$$f(6)=3, f(7)=6, f(8)=7$$

$$3+6+7=16$$

ÖRNEK 10.

$f : [-6, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere, aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $y = f(x)$ fonksiyonunun artan ve azalan olduğu en geniş aralıkları bulunuz.

ÇÖZÜM

$$[-6, 1] \cup [3, 5] \rightarrow \text{artan}$$

$$[1, 3] \rightarrow \text{azalan}$$

ACIL MATEMATİK

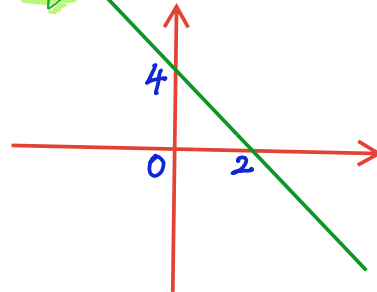
ÖRNEK 11.

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = 4 - 2x$$

fonksiyonunun azalan olduğu en geniş aralığı bulunuz.

ÇÖZÜM



f , daima azalan
 $g.k = \mathbb{R}$

9. 16

10. $[-6, 1]$ aralığında artan - $[1, 3]$ aralığında azalan - $[3, 5]$ aralığında artandır.

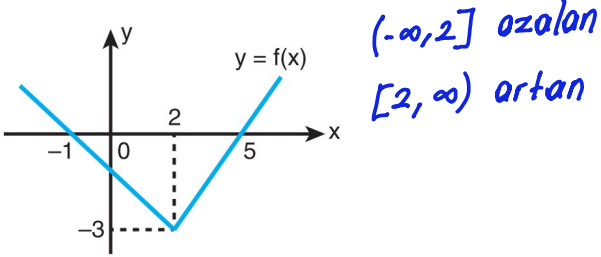
11. \mathbb{R}

ÖRNEK 12.

$$y = f(x) = |x - 2| - 3$$

fonksiyonunun grafiğini çizip artan ve azalan olduğu aralıkları bulunuz.

ÇÖZÜM



ÖRNEK 13.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ azalan bir fonksiyondur.

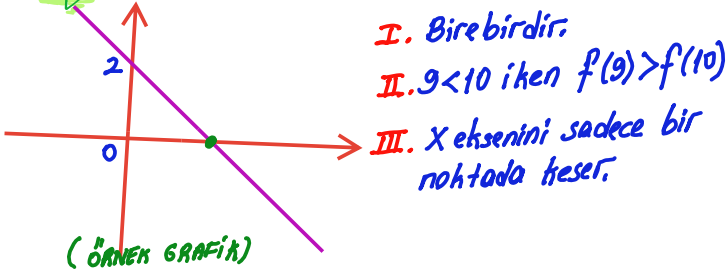
$$f(0) = 2 \text{ dir.}$$

Buna göre,

- I. f fonksiyonu bire birdir.
- II. $f(10) < f(9)$
- III. f fonksiyonunun grafiği x eksenini sadece bir noktada keser.

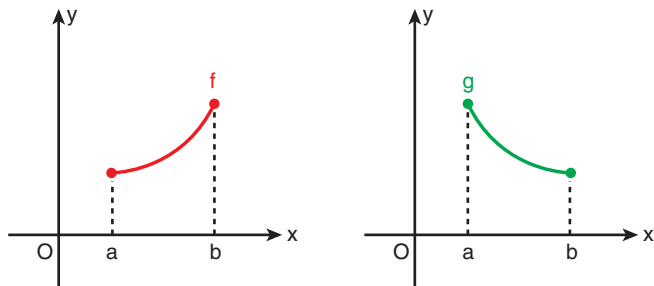
ifadelerinden hangileri doğrudur?

ÇÖZÜM



ÖRNEK 14.

Aşağıda grafikleri verilen f ve g fonksiyonlarının tanım kümesi $[a, b]$ dir.



Buna göre, $(f - g)(x)$ fonksiyonunun $[a, b]$ aralığında artan olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM

- f artan ise $x_1 < x_2$ iken $f(x_1) < f(x_2)$
- g azalan ise $x_1 < x_2$ iken $g(x_1) > g(x_2)$
- $f(x_1) < f(x_2)$
- $-g(x_1) < -g(x_2)$
- $x_1 < x_2$ iken $(f - g)(x_1) < (f - g)(x_2)$
- olup $f - g$ artandır.

ÖRNEK 15.

Yapımı devam eden Manolya-1, Manolya-2 ve Manolya-3 sitesinin her birine A, B ve C blokları yapılacaktır. Tamamlanan bloklar aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

1	2	3
A	A	A
B	B	
C		

Örneğin; Manolya-1 sitesinde A, B ve C blokları tamamlanmıştır.

$y = f(x)$ azalan bir fonksiyon olmak üzere, her bloktaki apartman sayısı aşağıdaki tabloda verilmiştir.

$x - A$	$x - B$	$x - C$
$f(x + 1)$	$f(x + 2)$	$f(x - 1)$

Örneğin; Manolya-3 sitesindeki apartman sayısı $f(4)$ tür.

Buna göre,

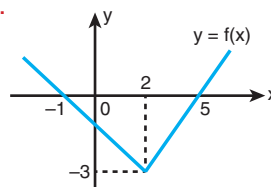
- I. Manolya-1 sitesindeki apartman sayısı $f(0) + f(2) + f(3)$ tür. ✓
- II. Manolya-2 sitesinde A bloğundaki apartman sayısı B bloğundaki apartman sayısından fazladır. ✓
- III. Manolya-3 sitesinde 10 tane apartman varsa Manolya-2 sitesinde en az 21 tane apartman vardır. ✓

ifadelerinden hangileri doğrudur?

ÇÖZÜM

manolya-1 → $f(x+1), f(x+2), f(x-1)$ → $x=1$ için $f(2)+f(3)+f(0)$
 manolya-2 → $f(x+1), f(x+2)$ → A da $f(3)$ } $f(4) < f(3)$
 B de $f(4)$
 manolya-3 → $f(x+1)$ → $f(4)$
 $f(4) = 10$ ise $f(3) + f(4) > 20$ en az 21

12.



$(-\infty, 2]$ aralığında azalan.

$[2, \infty)$ aralığında artan.

13. I, II ve III

14. f artan ise $x_1 < x_2$ iken $f(x_1) < f(x_2)$
- g azalan ise $x_1 < x_2$ iken $g(x_1) > g(x_2)$
- $f(x_1) < f(x_2)$
- $-g(x_1) < -g(x_2)$
- $x_1 < x_2$ iken $(f - g)(x_1) < (f - g)(x_2)$
- olup $f - g$ artandır.

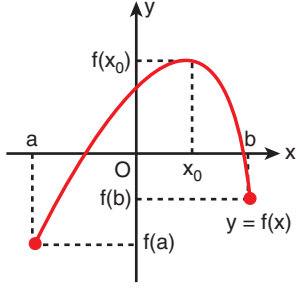
15. I, II ve III



YANINDA BULUNSUN

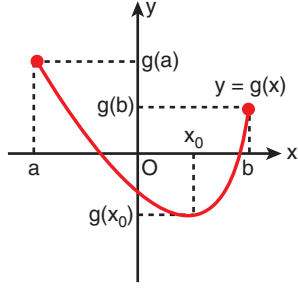
4. Bir Fonksiyonun Maksimum ve Minimum Değeri

$$f : [a, b] \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$



Grafik I

$$g : [a, b] \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$



Grafik II

Grafik I'de verilen f fonksiyonunun grafiğinde $[a, x_0]$ aralığındaki x değerleri artarken $f(x)$ değerleri de sürekli olarak arttığından x_0 noktasının solunda f artan fonksiyondur. $[x_0, b]$ aralığında x değerleri artarken $f(x)$ değerleri sürekli olarak azaldığından x_0 noktasının sağında f azalan fonksiyondur.

Bu durumda $f(x_0)$ değeri fonksiyonun $[a, b]$ aralığındaki maksimum değeri olur.

Grafik II'de verilen g fonksiyonunun grafiğinde $[a, x_0]$ aralığında x değerleri artarken $g(x)$ değerleri sürekli olarak azaldığından x_0 noktasının solunda g azalan fonksiyondur. $[x_0, b]$ aralığında x değerleri artarken $g(x)$ değerleri sürekli olarak arttığından x_0 noktasının sağında g artan fonksiyondur.

Bu durumda $g(x_0)$ değeri, fonksiyonun $[a, b]$ aralığındaki minimum değeri olur.

SONUÇ

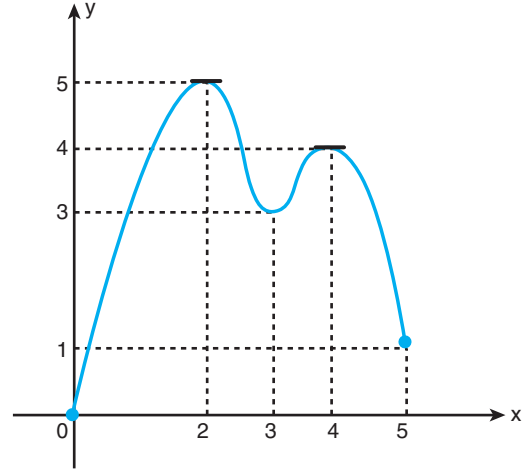
f fonksiyonunda $f(x)$ görüntülerinin en büyüğüne f fonksiyonunun "**Maksimum Değeri**", bu değeri aldığı noktaya ise "**Maksimum Noktası**" denir.

f fonksiyonunda $f(x)$ görüntülerinin en küçüğüne f fonksiyonunun "**Minimum Değeri**", bu değeri aldığı noktaya ise "**Minimum Noktası**" denir.



ÖRNEK 16.

$f : [0, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere, aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

- I. f fonksiyonunun minimum noktalarından biri $(3, 3)$ tür. ✓
- II. f fonksiyonunun alabileceği en küçük değer sıfırdır. ✓
- III. f fonksiyonunun maksimum noktalarından biri $(4, 4)$ tür. ✓
- IV. f fonksiyonunun alabileceği en büyük değer 5'tir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?



ÇÖZÜM

$$(0,0), (3,3), (5,1) \rightarrow \text{minimum}$$

$$(2,5), (4,4) \rightarrow \text{maksimum}$$

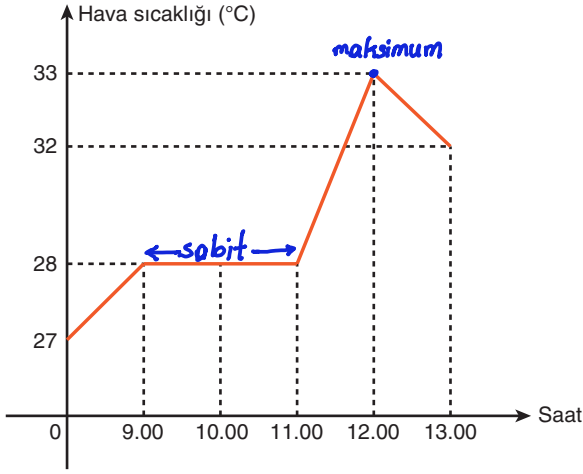
→ Fonksiyonun alabileceği

En küçük değer 0

En büyük değer 5'tir.

? ÖRNEK 17.

Aşağıdaki grafikte bir ildeki hava sıcaklığının saatlere göre değişimi gösterilmiştir.



Buna göre,

- I. Hava sıcaklığı 12.00 de maksimum düzeye ulaşmıştır. ✓
- II. Saat 9.00 ile 11.00 arasında hava sıcaklığı sabit kalmıştır. ✓
- III. Hava sıcaklığı 11.00 ile 12.00 arasında 5 °C derece artmıştır. $33-28=5$ ✓

ifadelerinden hangileri doğrudur?

✓ ÇÖZÜM

I-II-III doğrudur.

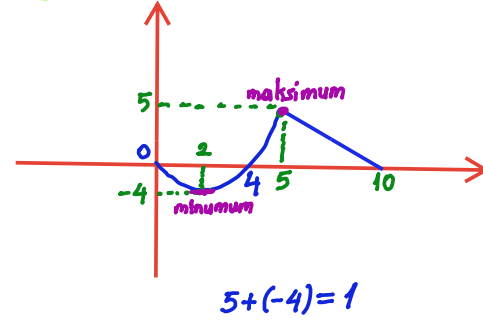
? ÖRNEK 18.

$f : [0, 10] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x, & x \leq 5 \\ 10 - x, & x > 5 \end{cases}$$

fonksiyonunun maksimum ve minimum değerlerinin toplamı kaçtır?

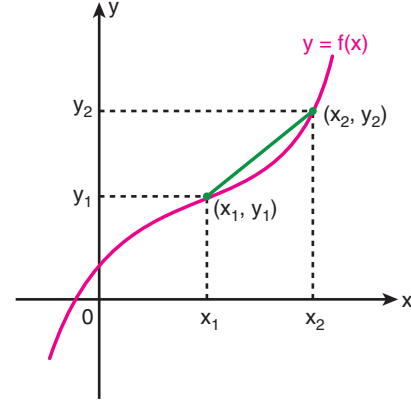
✓ ÇÖZÜM



YANINDA BULUNSUN

5. Bir Fonksiyonun Ortalama Değişim Oranı

Değişim oranı (hızı) veya ortalama değişim oranı (hızı) bir niceliğin değerindeki değişiminin başka bir nicelikteki değişime kıyasla ortalama ne kadar olacağını gösteren bir orandır.



x bağımsız, y 'de x 'e bağımlı bir değişken olmak üzere, bu değişkenlere ait (x_1, y_1) ve (x_2, y_2) değerleri verilsin. (x_1, y_1) değerinden (x_2, y_2) değerlerine geçişte yaşanan,

$$\text{Değişim Oranı} = \frac{y \text{ (değerindeki değişim)}}{x \text{ (değerindeki değişim)}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, (x_1 \neq x_2)$$

şeklinde ifade edilir.

Başka bir ifadeyle $y = f(x)$ fonksiyonunun $[a, b]$ aralığındaki ortalama değişim oranı: $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ olur.

Bu orana fonksiyonun "**Ortalama Değişim Oranı**" denir.



NOT

Eğimin değerinin pozitif veya negatif olması değişim oranının yönünü göstermektedir.

Pozitif eğim değerleri değişimin artışı; negatif eğim değerleri de değişimin azalış (düşüş) şeklinde olduğunu göstermektedir.

Eğimin mutlak değeri arttıkça / azaldıkça değişim oranı da artacak / azalacaktır.

FONKSİYONLARLA İLGİLİ UYGULAMALAR

ÖRNEK 19.

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,
 $f(x) = mx^2 + 3x - 1$

fonksiyonunun $[0, 2]$ aralığındaki değişim oranı -5 'tir.

Buna göre, m kaçtır?

ÇÖZÜM

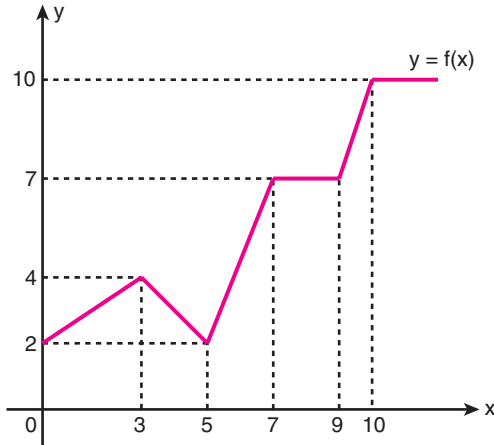
$$\frac{f(2)-f(0)}{2-0} = -5 \Rightarrow f(2)-f(0) = -10$$

$$4m+6-1-(-1) = -10$$

$$4m+6 = -10$$

$$m = -4$$

ÖRNEK 20.



Yukarıda f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

- I. $[0, 3]$ II. $[0, 5]$ III. $[3, 7]$
IV. $[7, 12]$ V. $[10, 15]$

Buna göre, f fonksiyonunun yukarıda verilen aralıkların hangisinde ortalama değişim hızı en büyüktür?

ÇÖZÜM

I. $\frac{f(3)-f(0)}{3} = \frac{2}{3}$ IV. $\frac{f(12)-f(7)}{5} = \frac{3}{5}$
II. $\frac{f(5)-f(0)}{5} = 0$ V. $\frac{f(15)-f(10)}{5} = 0$
III. $\frac{f(7)-f(3)}{4} = \frac{3}{4}$ III. en büyük

ÖRNEK 21.

Boyu 10 cm olan bir fidanın dikildikten sonraki boyunun zamana bağlı değişimi aşağıdaki tabloda verilmiştir.

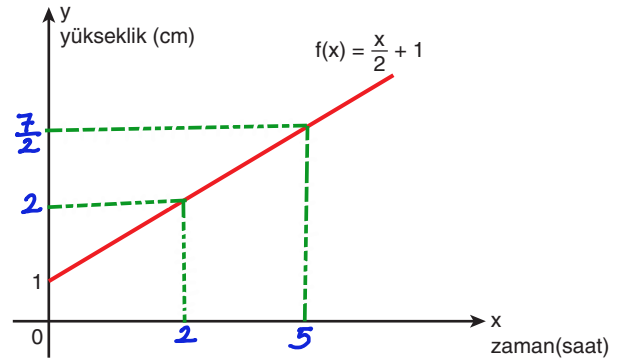
Zaman (Yıl)	0	1	2	3	4	5	6
Boy (cm)	10	14	22	30	34	36	44

Buna göre, fidanın boyunun 1. ile 6. yıl arasındaki (1. ile 6. yıllar dahil) ortalama değişim oranını bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\frac{f(6)-f(1)}{6-1} = \frac{44-14}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

ÖRNEK 22.



İçinde başlangıçta 1 cm yüksekliğinde su bulunan dik silindirik şeklindeki bir depoya bir musluktan su akmaktadır.

Depoda biriken suyun zamana bağlı yüksekliği, grafiği verilen f fonksiyonu ile belirlenmektedir.

Depodaki suyun hacminin $[2, 5]$ zaman aralığında değişim oranı 18π 'dir.

Buna göre, silindirik şeklindeki bu deponun taban yarıçapı kaç cm'dir?

ÇÖZÜM

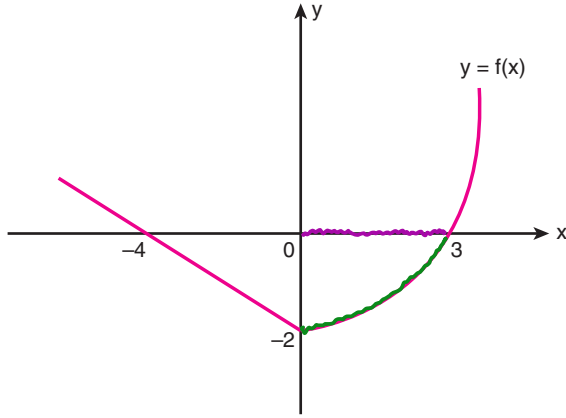
$$V = \pi r^2 h$$

$$\frac{f(5)-f(2)}{5-2} = \frac{\frac{7}{2}\pi r^2 - 2\pi r^2}{3} = 18\pi$$

$$\frac{r^2}{2} = 18 \Rightarrow r^2 = 36$$

$$r = 6$$

1. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

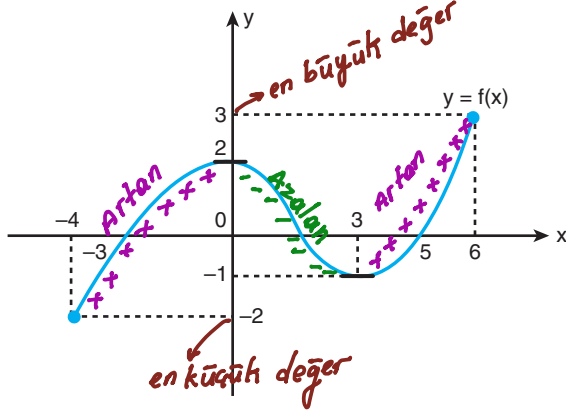


Buna göre, fonksiyonun negatif değerler olarak artan olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[0, 3]$ B) $(-\infty, -4]$ C) $[3, \infty)$
D) $[-4, 0]$ E) $[-2, \infty)$

$[0, 3]$ aralığında negatif değerli artan

2. Aşağıda, $f : [-4, 6] \rightarrow [-2, 3]$ tanımlı f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

- I. $[-4, 0]$ aralığında f fonksiyonu artandır. ✓
II. f fonksiyonunun alabileceği en büyük değer 3'tür. ✓
III. $[0, 6]$ aralığında f fonksiyonunun değişim oranı $\frac{1}{6}$ dir. ✓

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız II

D) I ve III

✓ I, II ve III

$$\frac{f(6) - f(0)}{6} = \frac{3 - 2}{6} = \frac{1}{6}$$

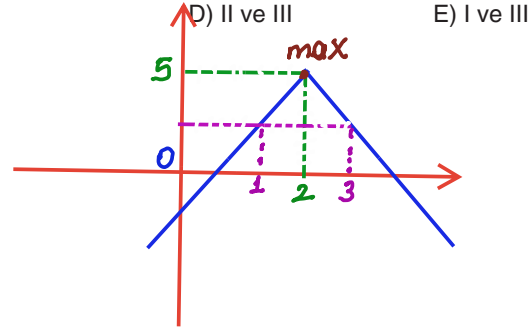
3. Grafiği el kaldırılmadan çizilebilen bir f fonksiyonu, üzerindeki $A(2, 5)$ noktasının solunda artan, sağında azalandır.

Buna göre,

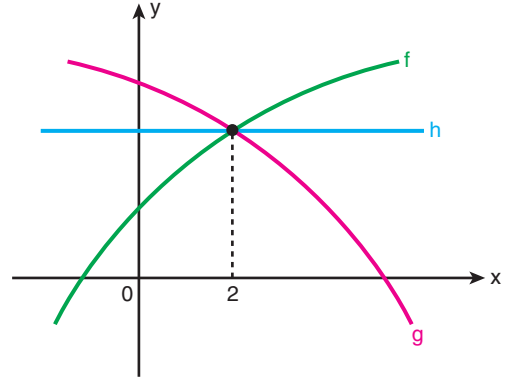
- I. f fonksiyonunun maksimum noktasının ordinatı 5'tir. ✓
II. f bire bir değildir. ✓
III. $f(3) > f(1)$ dir. *$f(1) = f(3)$ olabilir.*

İfadelerinden hangileri daima doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II



4. Aşağıda f, g ve h fonksiyonlarının grafiği gösterilmiştir.



Buna göre,

- I. $[2, \infty)$ aralığında $(f - g)(x)$ fonksiyonu artandır.
II. $(-\infty, 2]$ aralığında $(h - g)(x)$ fonksiyonu azalandır.
III. $[2, \infty)$ aralığında $(f \circ g)(x)$ fonksiyonu azalandır.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II

✓ I ve III

E) II ve III

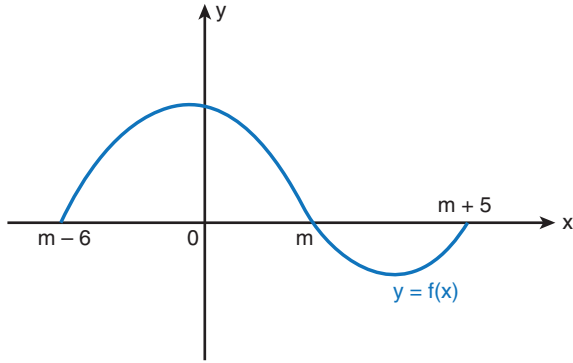
*I. $x > 2$ için $x_1 < x_2$ iken $f(x_1) < f(x_2)$ } $(f-g)(x_1) < (f-g)(x_2)$
 $-g(x_1) > g(x_2)$ } $(f-g)$ artan*

*II. $x \leq 2$ için $x_1 < x_2$ iken $h(x_1) = h(x_2)$ } $(h-g)(x_1) < (h-g)(x_2)$
 $g(x_1) > g(x_2)$ } $(h-g)$ artan*

*III. $x > 2$ için $x_1 < x_2$ iken $f(x_1) < f(x_2)$ } $(f \circ g)(x_1) > (f \circ g)(x_2)$
 $g(x_1) > g(x_2)$ } $(f \circ g)$ azalan*

FONKSİYONLARLA İLGİLİ UYGULAMALAR - Test I

5. m bir doğal sayı olmak üzere, aşağıda $[m - 6, m + 5]$ aralığında tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$y = f(x)$ fonksiyonunun negatif değerler aldığı aralıktaki noktalardan apsisi tam sayı olan noktaların apsisi toplamı 18'dir.

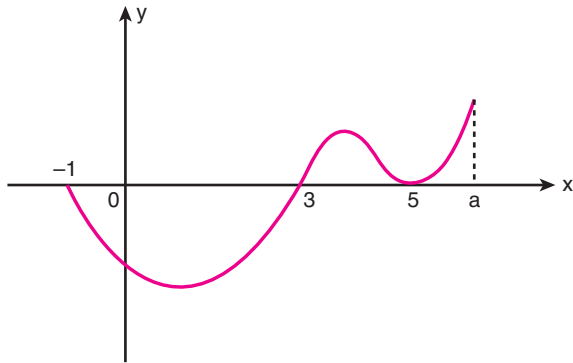
Buna göre, $f(x)$ fonksiyonunun pozitif değerler aldığı aralıktaki noktalarda apsisi tam sayı olan noktaların apsisi toplamı kaçtır?

- A) -7 B) -6 C) -5 D) -4 E) -3

• $m+1+m+2+m+3+m+4=18$
 $4m=8 \Rightarrow m=2$

• $m-5+m-4+m-3+m-2+m-1$
 $5m-15$
 $5 \cdot 2 - 15 = -5$

6. a bir tam sayıdır. Aşağıda $[-1, a]$ aralığında tanımlı f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



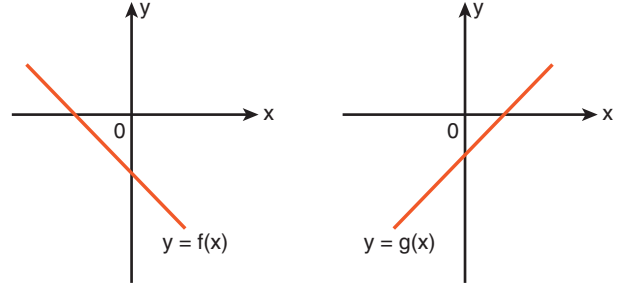
$f(x) \geq 0$ eşitsizliğini sağlayan 8 tane tam sayı değeri vardır.

Buna göre, a kaçtır?

- A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

$-1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \rightarrow 8$ tane
 0 holde $a=9$

7. Aşağıda $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre,

- I. $(g \circ f)(0) < 0 \rightarrow f(0) < 0 \Rightarrow (g \circ f)(0) < 0$
II. $(g \circ f)(x)$ azalandır. ✓
III. $(f \circ g)(x)$ artandır. -

hangileri kesinlikle doğrudur?

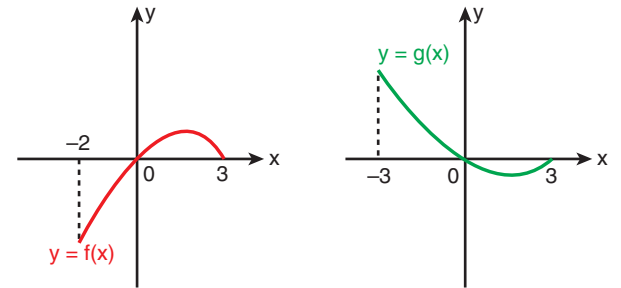
- A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız III
D) II ve III E) I ve III

II. $x_1 < x_2$ iken $f(x_1) > f(x_2)$ } $(g \circ f)(x_1) > (g \circ f)(x_2)$
 $g(x_1) < g(x_2)$ } $(g \circ f)$ azalan

III. $x_1 < x_2$ iken $f(x_1) > f(x_2)$ } $(f \circ g)(x_1) > (f \circ g)(x_2)$
 $g(x_1) < g(x_2)$ } $(f \circ g)$ azalan

ACIL MATEMATİK

8. Aşağıda $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



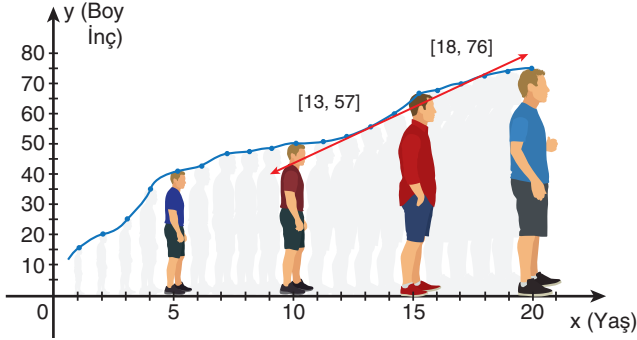
Buna göre, $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonlarının tanımlı olduğu aralıklarda $f(x) \cdot g(x) < 0$ eşitsizliği aşağıdaki aralıklardan hangisinde sağlanmaz?

- A) $(-2, 0)$ B) $(-2, 1)$ C) $(0, 2)$
D) $(0, 3)$ E) $(-1, 0)$

$(-2, 0) \rightarrow f(x) < 0$ } $(-3, 0) \rightarrow g(x) > 0$
 $(0, 3) \rightarrow f(x) > 0$ } $(0, 3) \rightarrow g(x) < 0$

$(-2, 1)$ aralığında $f > 0$ v $f < 0$
 $g > 0$ v $g < 0$ dir.
 $f(x) \cdot g(x) > 0$ olabilir.

9. Aşağıdaki grafikte bir grup insanın inç cinsinden, boylarının uzunluğunun yaşlarına göre, değişimi verilmiştir.

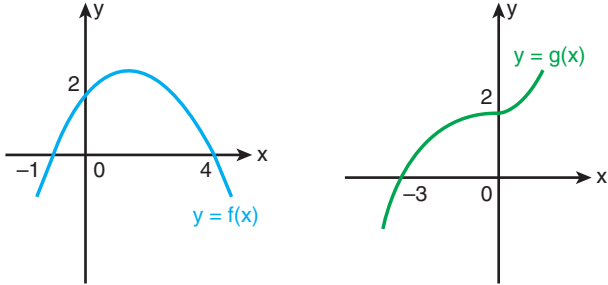


Buna göre, yaşları [13, 18] aralığında olan kişilerin boylarının ortalama değişim oranı kaçtır?

- A) $\frac{11}{2}$ B) 4 C) $\frac{19}{5}$ D) $\frac{18}{5}$ E) $\frac{17}{5}$

$$\frac{B(18) - B(13)}{18 - 13} = \frac{76 - 57}{5} = \frac{19}{5}$$

10. Aşağıda $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



$g^{-1}(0) = a$ ve $f(k) = 0$ dir.

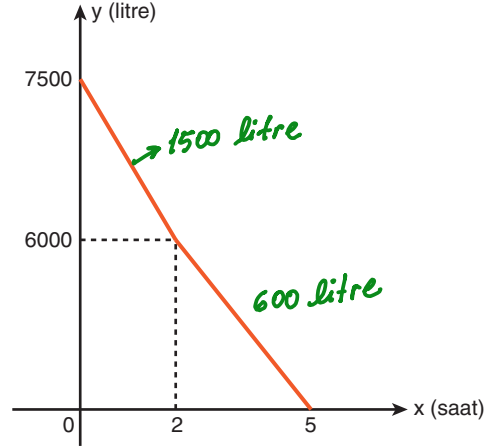
Buna göre, $a + k$ toplamı en az kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

$g(a) = 0$, $f(k) = 0$

a en az -1 } $a+k = (-1) + (-3)$
 $k = -3$ olur. } $= -4$

11. Aşağıda iki doğru parçası tarafından oluşturulan grafik, bir havuzda bulunan suyun litre cinsinden hacminin zamana bağlı bir fonksiyonu olarak gösterilmiştir.



Havuz 5 saatte boşaltılmış olup ilk iki saatte havuzdan sadece bir pompa ile su çekilmiştir. Bundan sonraki 3 saatte havuzu boşaltma süresini azaltmak için ilk pompa ile birlikte ikinci bir pompa daha çalıştırılmıştır.

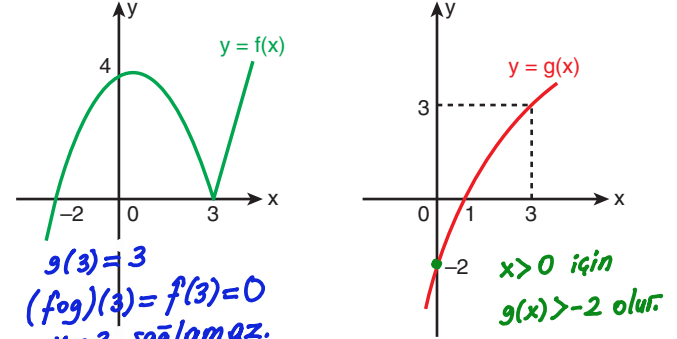
Buna göre, ikinci pompanın saatteki akış hızı kaç litredir?

- A) 750 B) 1000 C) 1250 D) 1500 E) 1750

1. pompa 2 saatte 1500 litre boşaltıyor. 1 saatte 750 litre boşaltır.

$(750 + v) \cdot 3 = 6000$
 $750 + v = 2000$
 $v = 1250$

12. Aşağıda $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre, $(f \circ g)(x) > 0$ eşitsizliğini sağlayan x sayılarının bulunduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-2, \infty)$ B) $(0, \infty) - \{3\}$ C) $(-2, 3)$

D) $(0, 3)$ E) $(1, \infty)$
 $(0, \infty) - \{3\}$ için $(f \circ g)(x) > 0$ olur.

1. A	2. E	3. C	4. D	5. C	6. C
7. B	8. B	9. C	10. A	11. C	12. B

FONKSİYONLARLA İLGİLİ UYGULAMALAR - Test 2

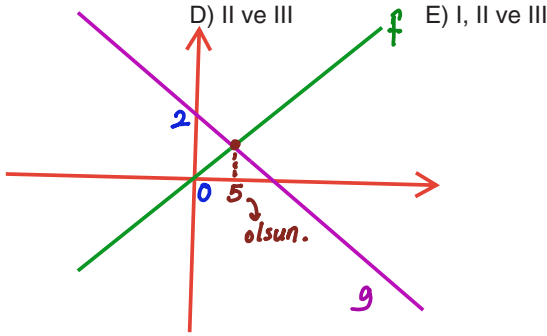
1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ve $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,
- f fonksiyonu artan ve g fonksiyonu azalandır.
 - $g(0) = 2$ ve $f(0) = 0$ dir.

Buna göre,

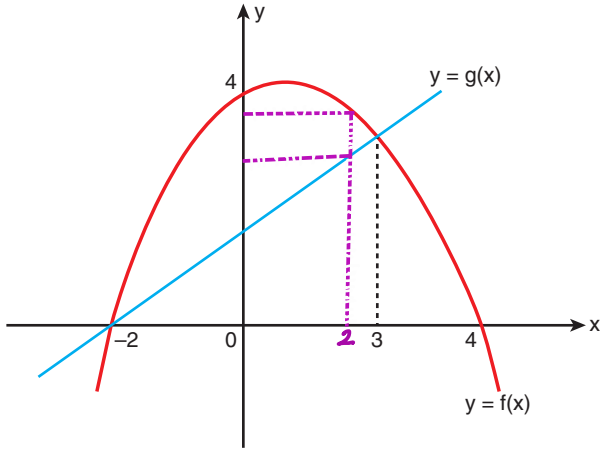
- I. $f(x) = g(x)$ denkleminin yalnızca bir tane kökü vardır. ✓
 II. $g(-1) > 2$ dir. $-1 < 2$ iken $g(-1) > g(2)$
 III. $f(5) > g(5)$ dir. $f(5) = g(5)$, $f(5) < g(5)$ olabilir.

ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II I ve II



2. Aşağıda $y = f(x)$ ve doğrusal olan $y = g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



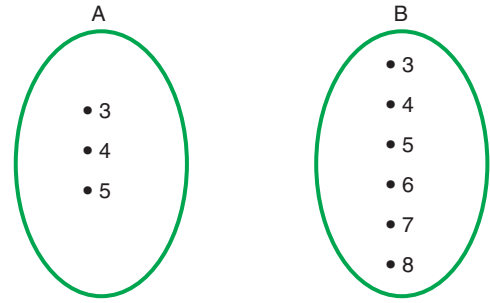
Buna göre,

- I. $[-2, 3]$ aralığında f ve g fonksiyonlarının değişim hızları aynıdır. $f(-2) = g(-2)$, $f(3) = g(3)$ olduğundan doğru.
 II. $(f - g)(x) = 0$ denkleminin kökler toplamı 1'dir.
 III. $f(2) > g(2)$ dir. ✓ $f(x) = g(x)$
 $x = -2 \vee x = 3$ } $(-2) + 3 = 1$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız III
 D) II ve III I, II ve III

3. Aşağıda A ve B kümeleri verilmiştir.



$f: A \rightarrow B$ olmak üzere, f azalan bir fonksiyondur.

Buna göre, kaç farklı f fonksiyonu yazılabilir?

- A) 35 B) 32 C) 24 20 E) 18

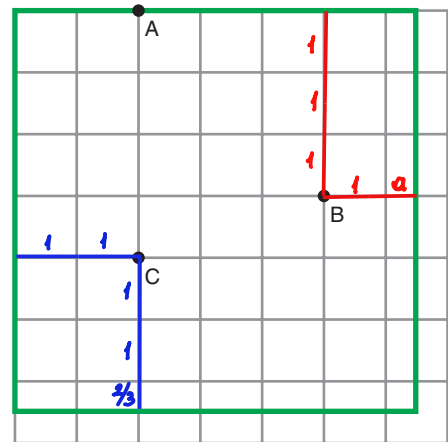
$$f(3) > f(4) > f(7)$$

B kümesinin 6 elemanından 3 tanesini seçmemiz yeterli

$$\binom{6}{3} = 20$$

4. Birim kareli zemindeki tüm köşe noktalarının kümesi K olmak üzere, K kümesinden reel sayılara, $f(x) = x$ noktasının yeşil karenin en yakın iki kenarına uzaklıkları çarpımı fonksiyonu tanımlanıyor.

Örneğin; $f(A) = 0 \cdot 2 = 0$ dir.



$f(B) = 5$ olduğuna göre, $f(C)$ kaçtır?

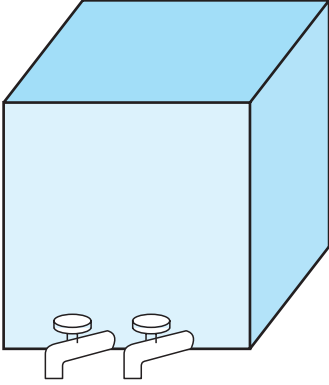
- A) 4 B) $\frac{14}{3}$ C) 5 $\frac{16}{3}$ E) 6

$$3 \cdot (1+0) = 5$$

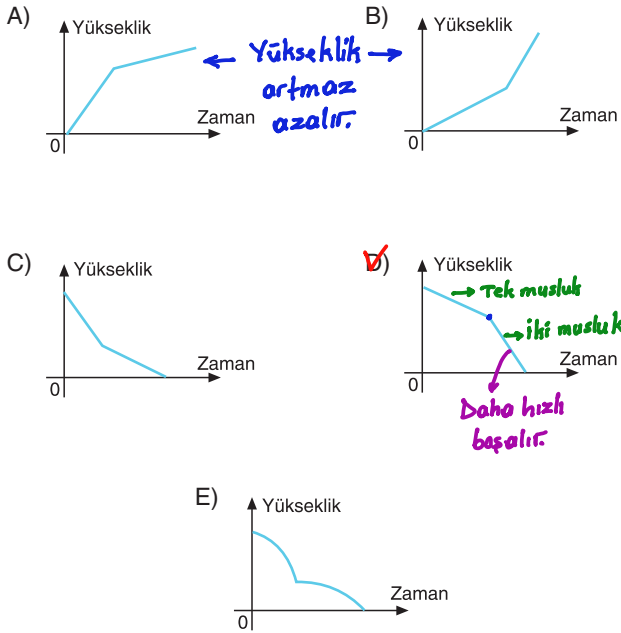
$$0 = \frac{2}{3}$$

$$f(C) = 2 \cdot (2 + \frac{2}{3}) = \frac{16}{3}$$

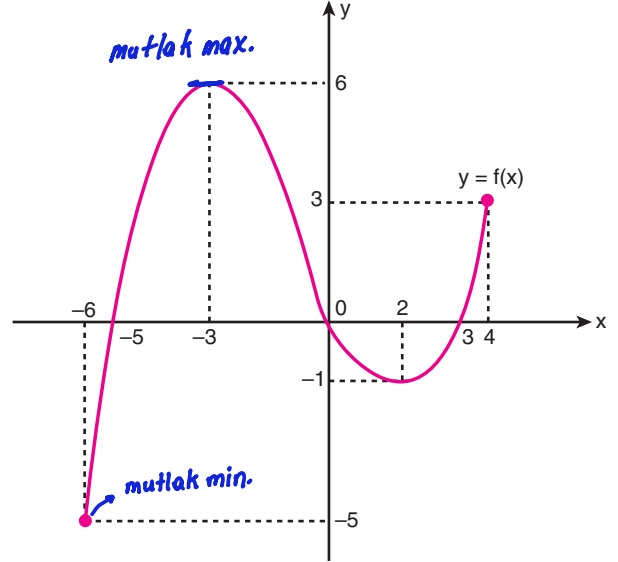
5. Şekilde verilen küp biçimindeki kap su ile dolu iken, kabı boşaltmak için kullanılan iki özdeş musluktan biri açılarak kap yarısına kadar boşaltılmıştır. Kabin diğer yarısı diğer musluk da açılarak boşaltılmıştır.



Buna göre, boşaltım işleminin herhangi bir anında kaptaki bulunan suyun yüksekliğinin zamana göre değişimini gösteren grafik aşağıdakilerden hangisidir?



6. Bir fonksiyonun tanımlı olduğu aralıkta birden fazla maksimum veya minimum noktası olabilir. Fonksiyonun en büyük değerini aldığı noktaya "Mutlak Maksimum Noktası", en küçük değerini aldığı noktaya "Mutlak Minimum Noktası" denir.



Yukarıda $[-6, 4]$ aralığında tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, f fonksiyonunun mutlak maksimum ve mutlak minimum değerlerinin toplamı kaçtır?

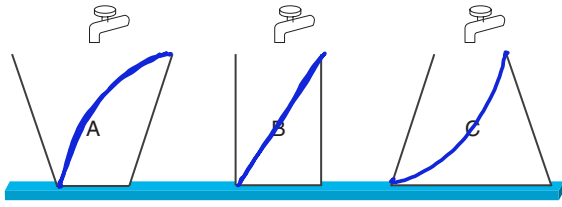
- A) 5 B) -6 C) 1 D) 9 E) 0

$(-3, 6) \rightarrow$ mutlak maksimum
 $(-6, -5) \rightarrow$ mutlak minimum

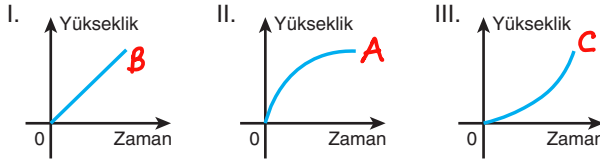
$$6 + (-5) = 1$$

FONKSİYONLARLA İLGİLİ UYGULAMALAR - Test 2

7. Aşağıda üç tane kabın önden görünümü verilmiştir.



Kaplar birim zamanda eşit miktarda su akıtan üç muslukla doldurulacaktır. Kaplardaki suyun yüksekliğinin zamana göre değişimini gösteren grafikler aşağıda karışık bir sırada gösterilmiştir.



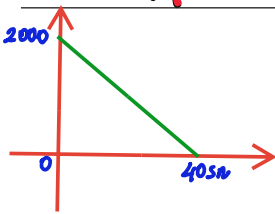
Buna göre, aşağıdaki eşleştirmelerden hangisi doğrudur?

- A) A-II
B) A-II
C) A-I
B-I
B-III
B-II
C-III
C-I
C-III
- D) A-III
B) A-II
C) A-I
B-I
B-III
B-II
C-II
C-I
C-III

8.



Bir paraşütlü 2000 metre yükseklikten atlayacaktır. Paraşütlünün hızı sabit olup $\frac{2}{3}$ dakikada yere inişini tamamlamıştır.

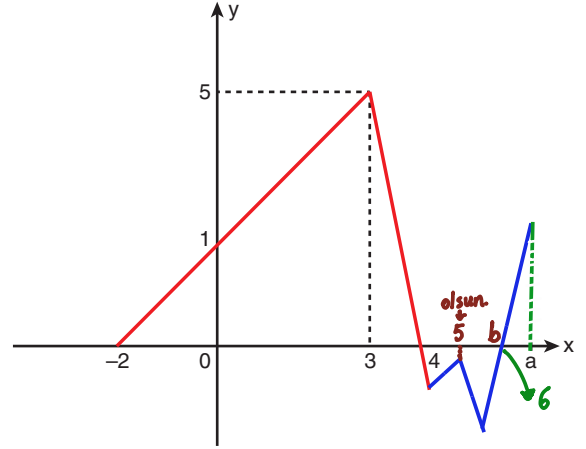


Buna göre, paraşütlünün havada bulunduğu herhangi bir anda yüksekliğinin zamana göre değişim oranı kaçtır?

- A) -50 m/sn
B) -40 m/sn
C) -30 m/sn
D) -20 m/sn
E) -10 m/sn

$$\frac{f(40) - f(0)}{40 - 0} = \frac{0 - 2000}{40} = -50 \text{ m/sn}$$

9. Aslı, $[-2, a]$ aralığında tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğinin bir kısmını aşağıdaki gibi çizmiştir. Aslı grafiğin geri kalan kısmını $x = 4$ apsisli noktadan başlayıp elini kaldırmadan grafiği çizmeye devam edecektir.



- $f(x) = 0$ denkleminin çözüm kümesi 3 elemanlı olup kökler toplamı 8 dir.
- f fonksiyonunun minimum noktasının apsisi 5 tir.

Buna göre,

- I. $a = 6$ dir. *azalıyor ortabilir.*
II. f fonksiyonu $(3, 5)$ aralığında azalandır.
III. f fonksiyonu $(4, 6)$ aralığında negatif değerlidir.

İfadelerinden hangileri daima doğrudur?

- A) Yalnız I
B) I ve II
C) I ve III
 D) Yalnız III
E) I, II ve III

$$-2 + 4 + b = 8 \Rightarrow b = 6$$

0, 6 dan büyük bir sayı olabilir.

(4, 6) aralığında negatif değerlidir.

1. C 2. E 3. D 4. D 5. D 6. C 7. A 8. A 9. D



YANINDA BULUNSUN

$a, b, c \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0$ olmak üzere,

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

biçimindeki fonksiyonlara "**İkinci Dereceden Bir Değişkenli Fonksiyon**" denir.

$y = f(x) = ax^2 + bx + c$ olmak üzere analitik düzlemde (x, y) ikililerinin belirttiği noktaların kümesine f fonksiyonunun grafiği denir. İkinci dereceden bir değişkenli fonksiyonun grafiğine "**Parabol**" adı verilir.



ÖRNEK 1.

a bir gerçekte sayıdır.

$$f(x) = 3 \cdot x^{a-1} + x + 1$$

fonksiyonunun belirttiği eğri bir paraboldür.

Buna göre, a kaçtır?



ÇÖZÜM

$$a-1=2$$

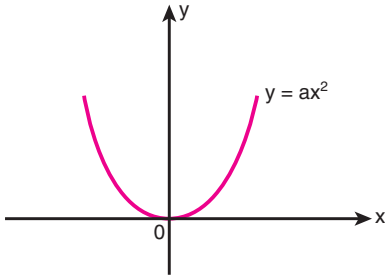
$$a=3$$



NOT

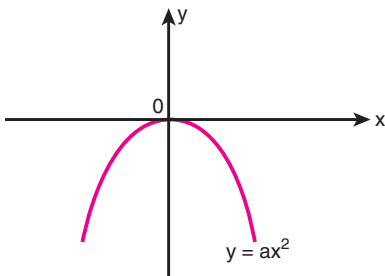
$a \neq 0$ olmak üzere;

- $a > 0$ ise $y = a \cdot x^2$ fonksiyonunun grafiği



şeklinde olup, parabolün kolları yukarıya doğrudur. (y ekseninin pozitif yönündedir.)

- $a < 0$ ise $y = a \cdot x^2$ fonksiyonunun grafiği



şeklinde olup, parabolün kolları aşağıya doğrudur. (y ekseninin negatif yönündedir.)



ÖRNEK 2.

$$f(x) = (m - 1) \cdot x^2 - 3x - 1$$

parabolünün kolları yukarıya doğru,

$$g(x) = (m - 5)x^2 + x + 3$$

parabolünün kolları aşağıya doğrudur.

Buna göre, m 'nin alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?



ÇÖZÜM

$$m-1 > 0 \Rightarrow m > 1$$

$$m-5 < 0 \Rightarrow m < 5$$

$$1 < m < 5$$

$$2+3+4=9$$

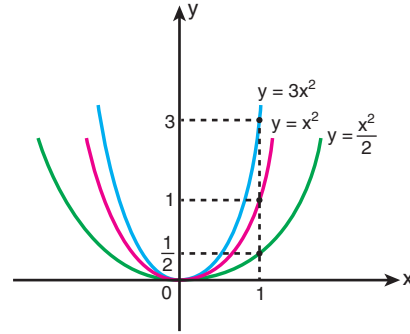


NOT

Örneğin;

$$y = \frac{x^2}{2}, y = x^2 \text{ ve } y = 3x^2$$

fonksiyonlarının belirttiği parabolleri aynı analitik düzlemde gösterelim.



Grafiklere dikkat edilirse;

$a > 0$ ise a büyüdükçe parabolün

kolları y eksenine yaklaşır yani parabolün kolları daralır.

Siz de $y = -2 \cdot x^2$ ve $y = -x^2$ parabollerini

aynı analitik düzlemde çizip, $a < 0$ iken

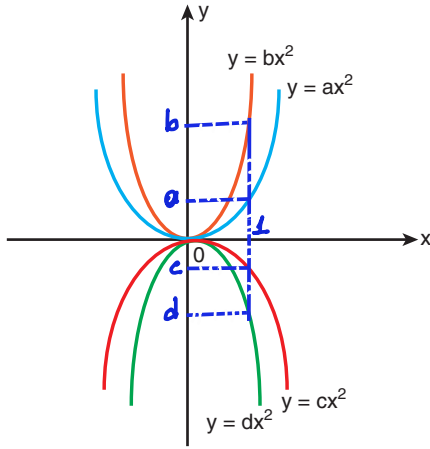
a büyüdükçe parabolün kollarının

y ekseninden uzaklaştığını yani parabolün

kollarının açıldığını gösteriniz.

? ÖRNEK 3.

Aşağıda aynı analitik düzlemde çizilmiş; $y = ax^2$, $y = bx^2$, $y = cx^2$ ve $y = dx^2$ parabolünün grafikleri çizilmiştir.



Buna göre; a, b, c ve d'yi küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

✓ ÇÖZÜM

$$d < c < a < b$$

**YANINDA BULUNUSUN****TEPE NOKTASI**

$a \neq 0$ ve a, b, c birer gerçekte sayı olmak üzere;
 $f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolünde

- $a > 0$ ise  parabolün en alttaki noktasına

- $a < 0$ ise  parabolün en üstteki noktasına

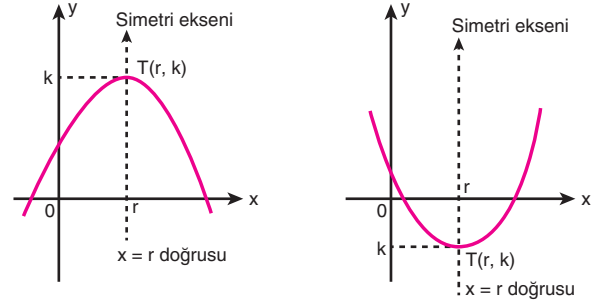
parabolün "**Tepe Noktası**" denir ve tepe noktası $T(r, k)$ şeklinde gösterilir.

**SONUÇ**

Bir parabol en küçük ya da en büyük değerini tepe noktasında alır ve bu değer tepe noktasının ordinatıdır.

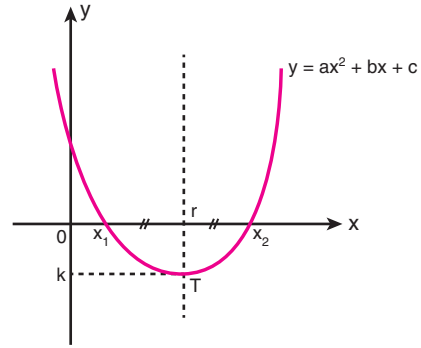
**YANINDA BULUNUSUN****SİMETRİ EKSENİ**

$y = ax^2 + bx + c$ parabolünün tepe noktasından geçen ve x eksenine dik olan doğruya "**Simetri Eksen**i" denir.



Şimdi parabolde simetri ekseninin;

$x = r = \frac{-b}{2a}$ ve $k = f(r)$ olduğunu gösterelim.



$(r, 0)$ noktası $(x_1, 0)$ ve $(x_2, 0)$ noktalarının orta noktası olduğundan,

$$r = \frac{x_1 + x_2}{2} \text{ olup, } x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \text{ olduğundan, } r = \frac{-b}{2a} \text{ olur.}$$

Bu durumda $k = f\left(\frac{-b}{2a}\right) = f(r)$ dir.

**ÖRNEK 4.**

$$y = x^2 + 2x - 5$$

parabolünün tepe noktasını bulunuz.

**ÇÖZÜM**

$$x = r = \frac{-b}{2a} = -\frac{2}{2}$$

$$x = r = -1$$

$$k = f(-1) = 1 - 2 - 5 = -6$$

$$T(-1, -6)$$

ÖRNEK 5.

m ve n birer gerçektir.

$$y = x^2 - mx + n$$

parabolünün tepe noktası $T(2, 1)$ dir.

Buna göre, $m \cdot n$ çarpımı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$x = r = \frac{m}{2} = 2 \Rightarrow m = 4$$

$$k = f(2) = 4 - 8 + n = 1 \Rightarrow n = 5$$

$$m \cdot n = 4 \cdot 5 = 20$$

ÖRNEK 6.

$$f(x) = x^2 - 6x + a$$

fonksiyonunun alabileceği en küçük değer -7 'dir.

Buna göre, a kaçtır?

ÇÖZÜM

$$x = r = \frac{6}{2} = 3$$

$$k = f(3) = 9 - 18 + a = -7$$

$$a = 2$$

ÖRNEK 7.

$$f(x) = x^2 - (2m - 1)x + 6m + 2$$

parabolünün tepe noktası y ekseninde.

Buna göre, f fonksiyonunun alabileceği en küçük değer kaçtır?

ÇÖZÜM

$$2m - 1 = 0 \Rightarrow 2m = 1$$

$$6m = 3$$

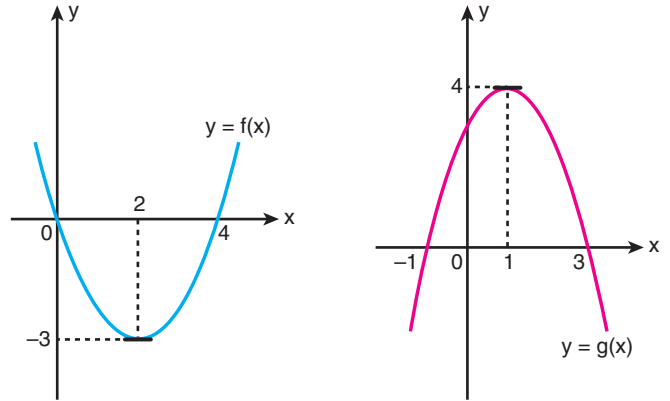
$$f(x) = x^2 + 5$$

$$x = r = 0$$

$$k = f(0) = 5$$

ÖRNEK 8.

Aşağıda $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ parabolünün grafikleri verilmiştir.



a) $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ parabolünün tepe noktalarını ve simetri eksenlerini bulunuz.

b) $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonlarının alabileceği en büyük ve en küçük değerleri bulunuz.

ÇÖZÜM

ACIL MATEMATİK

- a) • $f(x)$ fonksiyonunun tepe noktası $T(2, -3)$ olup simetri eksenini $x = 2$ doğrusudur.
- $g(x)$ fonksiyonunun tepe noktası $T(1, 4)$ olup simetri eksenini $x = 1$ doğrusudur.
- b) • f fonksiyonunun alabileceği en küçük değer -3 , en büyük değer ∞ 'dir.
- g fonksiyonunun alabileceği en büyük değer 4 , en küçük değer $-\infty$ 'dir.

5. 20

6. 2

7. 5

8. a) • $f(x)$ fonksiyonunun tepe noktası $T(2, -3)$ olup simetri eksenini $x = 2$ doğrusudur.

• $g(x)$ fonksiyonunun tepe noktası $T(1, 4)$ olup simetri eksenini $x = 1$ doğrusudur.

b) • f fonksiyonunun alabileceği en küçük değer -3 , en büyük değer ∞ 'dir.

• g fonksiyonunun alabileceği en büyük değer 4 , en küçük değer $-\infty$ 'dir.

**SONUÇ**

$a \neq 0$ ve a, b, c birer gerçekte sayıdır.

- $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolünün tepe noktası $T(r, k)$ olmak üzere

$$r = \frac{-b}{2a} \text{ ve } k = f(r) \text{ dir.}$$

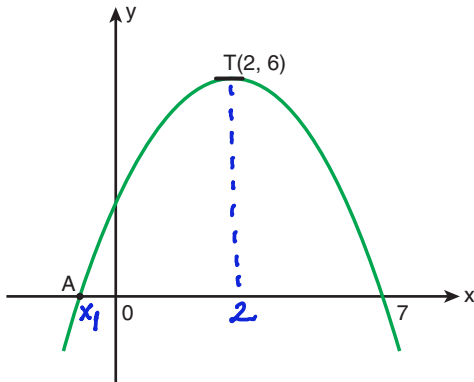
- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere;
 $f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolünün kolları aşağıya doğru ise $y = f(x)$ fonksiyonunun en büyük değeri k , en küçük değeri $-\infty$ dur.
- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere;
 $f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolünün kolları yukarıya doğru ise $y = f(x)$ fonksiyonunun en küçük değeri k , en büyük değeri ∞ dur.
- $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolünün simetri merkezi

$$x = r = \frac{-b}{2a} \text{ doğrusudur.}$$

Dolayısıyla parabol $x = r$ doğrusuna göre simetriktir.

ÖRNEK 9.

Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$y = f(x)$ parabolünün tepe noktası $T(2, 6)$ dir.

Buna göre, A noktasının koordinatlarını bulunuz.

**ÇÖZÜM**

$$\frac{x_1 + 7}{2} = 2 \Rightarrow x_1 = -3$$

$$A(-3, 0)$$

**ÖRNEK 10.**

$a \neq 1$ olmak üzere,

$$y = (a - 1) \cdot x^2 - 2 \cdot (a + 3) \cdot x + 2$$

fonksiyonunun grafiği $x = -1$ doğrusuna göre simetriktir.

Buna göre, a kaçtır?

**ÇÖZÜM**

$$x = r = -\frac{-2(a+3)}{2(a-1)} = -1$$

$$a+3 = -a+1$$

$$2a = -2$$

$$a = -1$$

**ÖRNEK 11.**

a ve b birer gerçekte sayıdır.

$$P = a \cdot (a + 8) + 2$$

$$Q = b \cdot (6 - b) + 2$$

Buna göre, P'nin alabileceği en küçük değeri ile Q'nun alabileceği en büyük değerin toplamı kaçtır?

**ÇÖZÜM**

$$P = a^2 + 8a + 2, \quad Q = -b^2 + 6b + 2$$

$$r = -4$$

$$r = 3$$

$$P(-4) = -14$$

$$Q(3) = 11$$

$$-14 + 11 = -3$$

ÖRNEK 12.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = -2x^2 + ax + 3$$

fonksiyonunun simetri eksenini $x = 1$ doğrusudur.

Buna göre, f fonksiyonunun görüntü kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

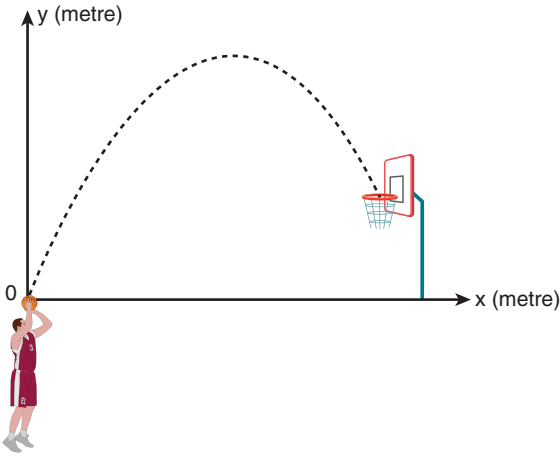
$$x = r = \frac{-a}{-4} = 1 \Rightarrow a = 4$$

$$k = f(1) = -2 + 4 + 3 = 5$$

$$G.K = (-\infty, 5]$$

ÖRNEK 13.

Aşağıda analitik düzlemin orijin noktasından atış yapan bir basketbolcu görseli verilmiştir.



Parabolün denklemini;

$$y = \frac{-x^2}{2} + 3x$$

olduğuna göre, topun çıkabileceği maksimum yükseklik kaç metredir?

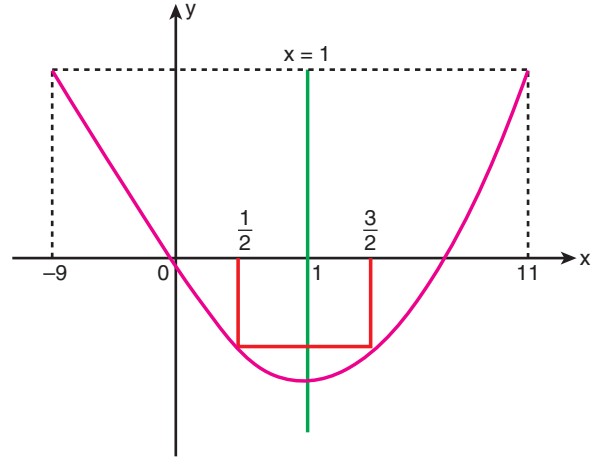
ÇÖZÜM

$$x = r = -\frac{3}{2 \cdot \frac{-1}{2}} = 3$$

$$k = f(3) = \frac{-9}{2} + 9 = \frac{9}{2} = 4,5$$

**NOT**

Aşağıda; $y = f(x) = x^2 - 2x$ parabolünün grafiği verilmiştir.



f fonksiyonunun simetri eksenini $x = 1$ doğrusudur.

Örneğin; $f(1 - 1) = f(1 + 1) \Rightarrow f(0) = f(2)$ dir.

$$f\left(1 - \frac{1}{2}\right) = f\left(1 + \frac{1}{2}\right) \Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{3}{2}\right) \text{ dir.}$$

$$f(1 + 10) = f(1 - 10) \Rightarrow f(11) = f(-9) \text{ dir.}$$

Buradan; m bir gerçekte sayı olmak üzere,

$$f(r + m) = f(r - m) \text{ olur.}$$

ÖRNEK 14.

$k \neq 20$ olmak üzere,

$$f(x) = x^2 - 2x - 7$$

fonksiyonu veriliyor.

$$f(20) = f(k)$$

olduğuna göre, k kaçtır?

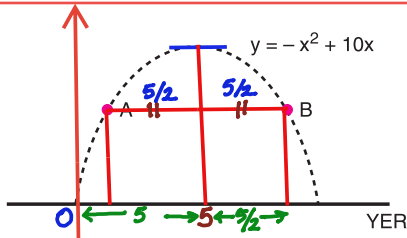
ÇÖZÜM

$$x = r = -\frac{-2}{2} = 1$$

$$\frac{k+20}{2} = 1 \Rightarrow k+20 = 2$$

$$k = -18$$

? ÖRNEK 15.



Bir basket atışında top yukarıdaki parabolik rotayı izlemiştir. A noktası topun basketbolcunun elinden çıktığı, B noktası topun potaya girdiği noktadır. A ve B'nin yerden yükseklikleri eşittir.

- Yer x eksenidir.
- Top maksimum yüksekliğe ulaştığında bu noktanın y eksenine uzaklığı A ve B noktaları arasındaki uzaklığa eşittir.

Buna göre, potanın yerden yüksekliği kaç birimdir?

✓ ÇÖZÜM

$$x = r = -\frac{10}{-2} = 5$$

$$f\left(\frac{15}{2}\right) = -\frac{225}{4} + 75 = \frac{75}{4}$$



NOT

Belli bir aralıkta tanımlanmış ikinci dereceden fonksiyonların en küçük ve en büyük değeri için aşağıdaki örneği inceleyiniz.

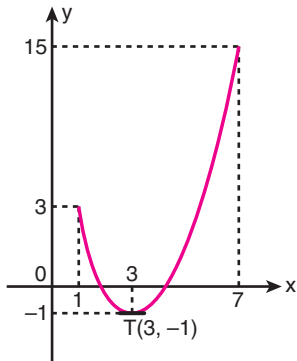
$f(x) = x^2 - 6x + 8$ fonksiyonunu ele alalım.

$$r = \frac{6}{2} = 3$$

$$k = f(3) = -1 \text{ dir.}$$

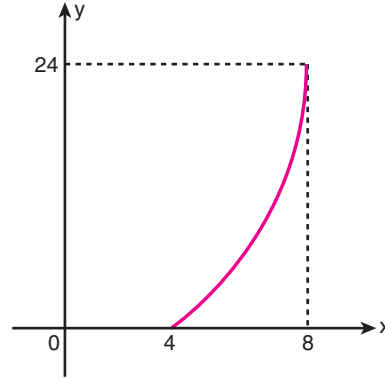
$$T(3, -1) \text{ dir.}$$

Şimdi bu fonksiyonun farklı tanım aralıklarındaki en büyük ve en küçük değerlerini bulalım.



$$f: [1, 7] \rightarrow \mathbb{R}$$

$r = 3$ fonksiyonun tanım aralığında olduğundan fonksiyonun en küçük değeri $f(3) = -1$ dir. En büyük değeri ise $f(7) = 15$ tir.



$$f: [4, 8] \rightarrow \mathbb{R}$$

$r = 3$ fonksiyonun tanım aralığında olmadığından $f(3)$ değeri fonksiyonun en küçük değeri olamaz. Bu durumda en küçük değer $f(4) = 0$ ve en büyük değer $f(8) = 24$ tür.

? ÖRNEK 16.

$$f(x) = x^2 - 3x + 6$$

fonksiyonunun $2 \leq x \leq 5$ aralığındaki en büyük ve en küçük değerlerini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$x = r = -\frac{-3}{2} = \frac{3}{2} \notin [2, 5]$$

$$f(2) = 4 - 6 + 6 = 4$$

$$f(5) = 25 - 15 + 6 = 16$$

En küçük değer : 4

En büyük değer : 16



NOT

Bir parabolün y eksenini kestiği noktayı bulmak için, y eksenindeki noktaların apsisi sıfır olduğundan,

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c \text{ denkleminde}$$

$$x = 0 \text{ konularak } y = c \text{ bulunur.}$$

Yani $(0, c)$ noktası parabolün y eksenini kestiği noktadır.



YANINDA BULUNSUN

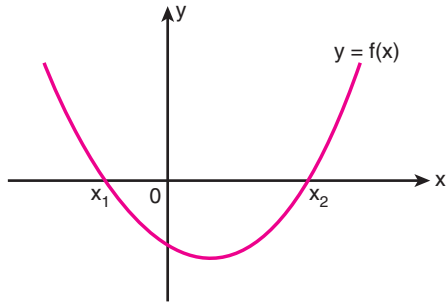
PARABOL İLE x EKSENİNİN
BİRBİRİNE GÖRE DURUMLARI

Parabolün x eksenini kestiği yerleri bulmak için, x eksenindeki noktaların ordinatları sıfır olduğundan denklemde $y = 0$ yazılırsa,

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ olur.}$$

Bu durumda,

- I. $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ ise denklemin birbirinden farklı iki gerçel kökü vardır. Bu kökler parabolün x eksenini kestiği noktaların apsiseridir.



Sonuç olarak $y = ax^2 + bx + c$ parabolü x eksenini farklı iki noktada kesiyorsa $\Delta > 0$ dir.



ÖRNEK 17.

a bir gerçel sayıdır.

$$y = ax^2 - 4x + 1$$

parabolü x eksenini farklı iki noktada kestiğine göre, a hangi aralıkta olmalıdır?



ÇÖZÜM

$$\Delta > 0 \text{ olmalıdır. } (0 \neq 0)$$

$$(-4)^2 - 4 \cdot a \cdot 1 > 0$$

$$16 - 4a > 0 \Rightarrow 40 < 16$$

$$a < 4$$

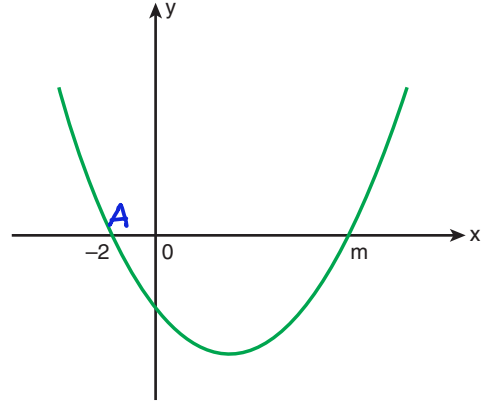
$$(-\infty, 4) - \{0\}$$



ÖRNEK 18.

a bir gerçel sayıdır.

Aşağıda $f(x) = x^2 - 2x + a$ parabolünün grafiği verilmiştir.



Buna göre, a kaçtır?



ÇÖZÜM

$A(-2, 0)$ noktası denklemi sağlar.

$$f(-2) = (-2)^2 - 2 \cdot (-2) + a = 0$$

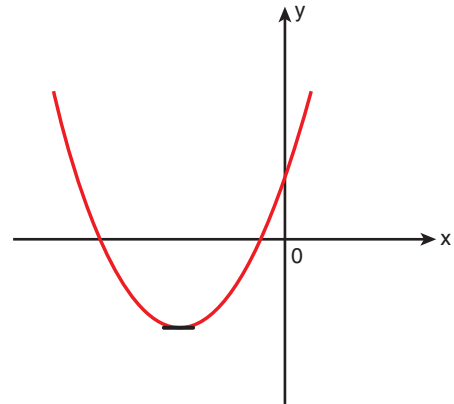
$$4 + 4 + a = 0$$

$$a = -8$$



ÖRNEK 19.

Aşağıda $y = ax^2 + bx + c$ parabolünün grafiği verilmiştir.



Buna göre; a, b ve c'nin işaretlerini bulunuz.

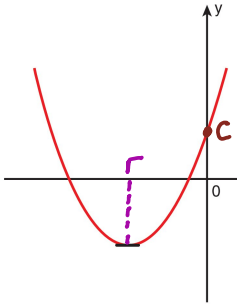
17. $(-\infty, 4) - \{0\}$

18. -8

19.

a	b	c
+	+	+

✓ ÇÖZÜM



• $y = ax^2 + bx + c$
 → Kollar yukarı $a > 0$
 → $x = 0$ için $y = c > 0$
 → $x = r = -\frac{b}{2a} < 0$
 $a > 0$ ise $b > 0$ dir.

✓ ÇÖZÜM

$$f(x) = \frac{x^2}{6} - \frac{x}{2} + k$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$k - 2k = -\frac{-\frac{1}{2}}{\frac{1}{6}}$$

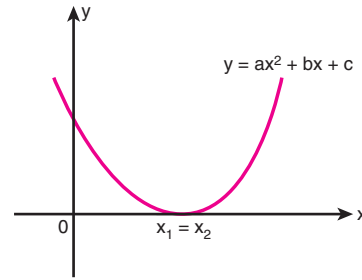
$$-k = 3 \Rightarrow k = -3$$



YANINDA BULUNSUN

PARABOL İLE x EKSENİNİN
BİRBİRİNE GÖRE DURUMLARI

II.



- $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ ise denklemin çakışık iki kökü vardır. Parabol x eksenine teğettir ve değme noktasının apsisi bu çakışık köklerdir.
- Bir parabolün tepe noktası x ekseninde ise parabol x eksenine teğettir.
- Parabol x eksenine negatif tarafta teğet ise:
 - a) $\Delta = 0$
 - b) $x_1 \cdot x_2 > 0$
 - c) $x_1 + x_2 < 0$ dir.
- Parabol x eksenine pozitif tarafta teğet ise:
 - a) $\Delta = 0$
 - b) $x_1 \cdot x_2 > 0$
 - c) $x_1 + x_2 > 0$ dir.

? ÖRNEK 20.

$$y = x^2 - 2x + m - 3$$

parabolünün eksenleri kestiği noktalar arasındaki uzaklık 6 birimdir.

Buna göre, m kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

$$\Delta = 4 - 4 \cdot 1 \cdot (m - 3) = 16 - 4m$$

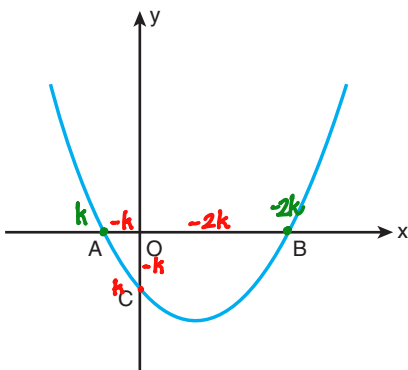
$$\sqrt{16 - 4m} = 6 \Rightarrow 16 - 4m = 36$$

$$4m = -20$$

$$m = -5$$

? ÖRNEK 21.

Aşağıda $f(x) = \frac{x^2}{6} - \frac{x}{2} + k$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$2|AO| = 2|OC| = |OB|$$

Buna göre, k kaçtır?

ÖRNEK 22.

m bir pozitif gerçek sayıdır.

$$f(x) = x^2 - mx + 16$$

parabolünün tepe noktası x eksenindedir.

Buna göre, m kaçtır?

ÇÖZÜM

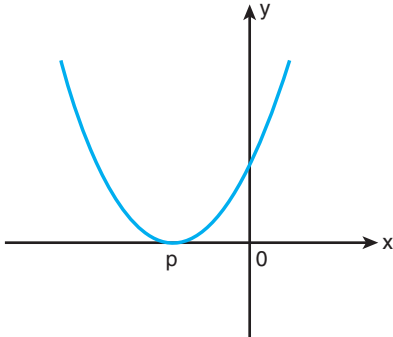
$\Delta = 0$ olmalıdır

$$m^2 - 4 \cdot 16 = 0 \Rightarrow m^2 = 64$$

$$m = 8$$

ÖRNEK 23.

Aşağıda $f(x) = x^2 + ax + 9$ parabolünün grafiği verilmiştir.



Buna göre, $a \cdot p$ çarpımı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$x = r = p = \frac{-a}{2}$$

$\Delta = 0$ olmalı

$$a^2 - 4 \cdot 9 = 0 \Rightarrow a^2 = 36$$

$$a = 6$$

$$p = \frac{-6}{2} = -3$$

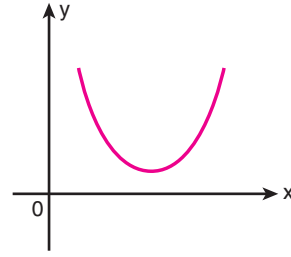
$$a \cdot p = 6 \cdot (-3) = -18$$



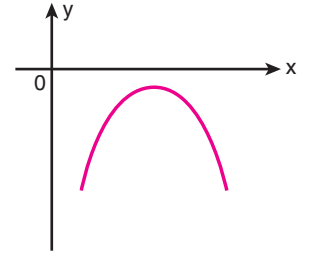
YANINDA BULUNUN

**PARABOL İLE x EKSENİNİN
BİRBİRİNE GÖRE DURUMLARI**

III. $y = ax^2 + bx + c$ parabolü için,



Parabol daima x ekseninin üstündedir.



Parabol daima x ekseninin altındadır.

- $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ ise denklemin gerçek kökleri yoktur. Parabol x eksenini kesmez.
- $y = ax^2 + bx + c$ parabolü daima x ekseninin üstünde kalıyorsa $a > 0$ ve $\Delta < 0$ dir.
- $y = ax^2 + bx + c$ parabolü daima x ekseninin altında kalıyorsa $a < 0$ ve $\Delta < 0$ dir.

ACIL MATEMATİK



ÖRNEK 24.

$$f(x) = -3x^2 + 2x + a$$

parabolü daima x ekseninin altında kaldığına göre, a hangi aralıkta olmalıdır?



ÇÖZÜM

$\Delta < 0$ olmalı

$$(2)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot a < 0$$

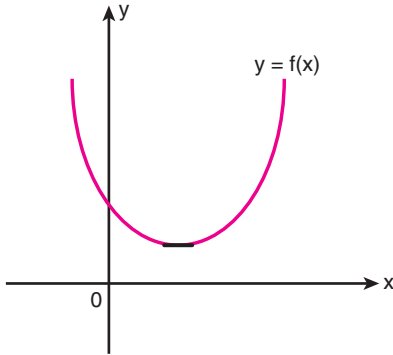
$$4 + 12 \cdot a < 0$$

$$a < -\frac{1}{3}$$

$$(-\infty, -\frac{1}{3})$$

ÖRNEK 25.

Aşağıda $f(x) = mx^2 + 6x + 1$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, m 'nin alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$m > 0$ ve $\Delta < 0$ olmalı

$$\Delta = 6^2 - 4m < 0$$

$$36 < 4m \Rightarrow 9 < m$$

$m > 9 \rightarrow m$ en az 10 olur.

**YANINDA BULUNUN****BİR PARABOLÜN GRAFİĞİNİN ÇİZİLMESİ**

Bir parabolün grafiği çizilirken;

- Parabolün tepe noktası bulunur.
- Parabolün x eksenine göre durumu bulunur, eğer varsa eksenleri kestiği noktalar bulunur.
- Parabol simetri eksenine göre, simetrik olacak şekilde grafiği çizilir.

ÖRNEK 26.

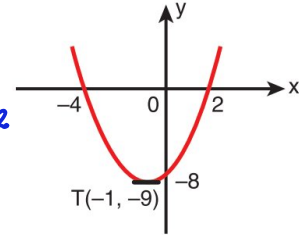
$$y = x^2 + 2x - 8$$

parabolünün grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM

$$y = x^2 + 2x - 8$$

- $a = 1 > 0$
- $x=0$ için $y = -8$
- $y=0$ için $x = -4, x = 2$
- $r = -1$
- $k = 1 - 2 - 8 = -9$
- $\tau(-1, -9)$

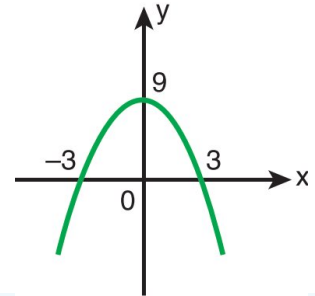
**ÖRNEK 27.**

$$y = -x^2 + 9$$

parabolünün grafiğini çiziniz.

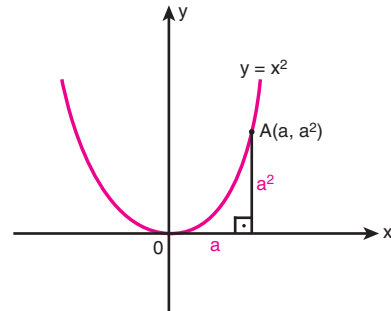
ÇÖZÜM

- $a = -1 < 0$
- $x=0$ için $y = 9$
- $y=0$ için $x = -3, x = 3$
- $r = 0$
- $k = 9$
- $\tau(0, 9)$

**YANINDA BULUNUN****PARABOL VE ANALİTİK DÜZLEM**

Parabol üzerinde alınan bir nokta parabol denklemini sağlar.

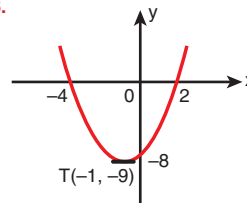
Örneğin; $y = x^2$ parabolü için A noktası,



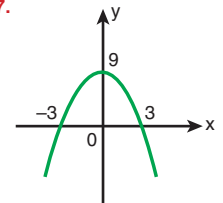
şeklinde ifade edilir.

25. 10

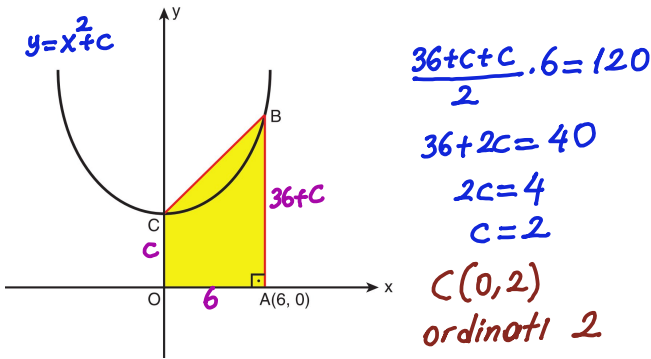
26.



27.



✓ ÇÖZÜM



YANINDA BULUNSUN

PARABOL DENKLEMİNİN BULUNMASI

I. Üç noktası verilen parabol denkleminin bulunması

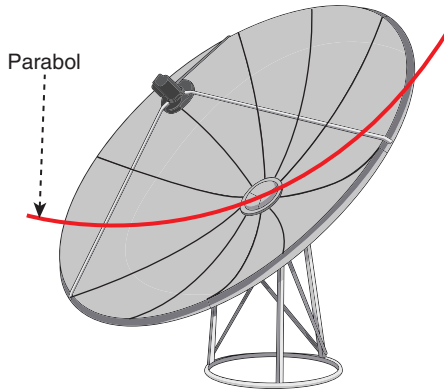
Verilen noktalar,

$$y = ax^2 + bx + c$$

parabol denkleminde yerine yazılıp a, b ve c katsayıları bulunur.

? ÖRNEK 32.

Aşağıda bir çanak anten görseli verilmiştir.

Çanak anten üzerindeki parabol $(0, 0)$, $(4, 1)$ ve $(-4, 1)$ noktalarından geçtiğine göre, parabolün denklemini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f(0) = 0 \Rightarrow c = 0$$

$$\left. \begin{aligned} f(4) &= 16a + 4b = 1 \\ f(-4) &= 16a - 4b = 1 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} a &= \frac{1}{16} \\ b &= 0 \end{aligned}$$

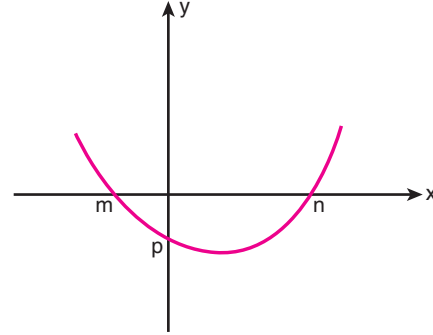
$$y = \frac{1}{16}x^2$$



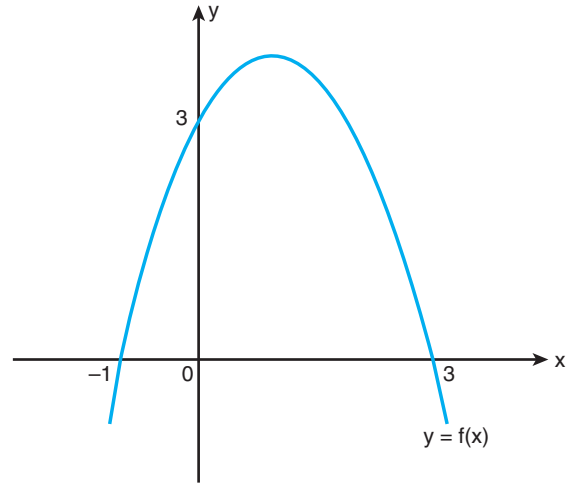
YANINDA BULUNSUN

PARABOL DENKLEMİNİN BULUNMASI

II. Eksenleri kestiği noktalar ve herhangi bir noktası bilinen parabol denkleminin bulunması

Parabolün x eksenini kestiği noktalar ve herhangi bir noktası biliniyorsa denklemini; $y = a \cdot (x - m) \cdot (x - n)$ şeklinde olup, $(0, p)$ noktası bu denklemi sağlar.

ÖRNEK 33.



Yukarıda grafiği verilen parabolün denklemini bulunuz.



ÇÖZÜM

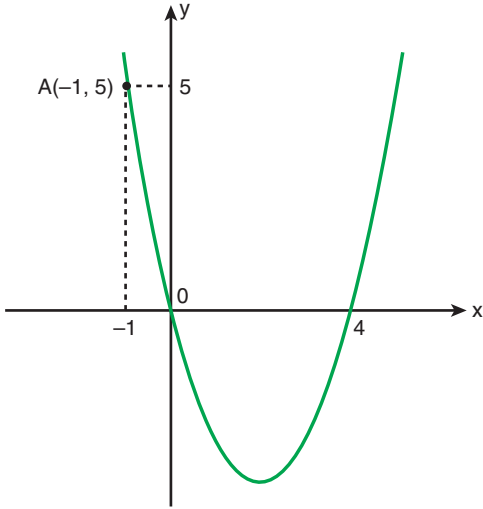
$$y = a \cdot (x+1) \cdot (x-3)$$

$$(0,3) \text{ için } \begin{aligned} a \cdot 1 \cdot (-3) &= 3 \\ a &= -1 \end{aligned}$$

$$y = -x^2 + 2x + 3$$

ÖRNEK 34.

Aşağıda $A(-1, 5)$ noktasından geçen $y = ax^2 + bx + c$ parabolünün grafiği verilmiştir.



Buna göre, $f(1)$ kaçtır?

ÇÖZÜM

$$y = a \cdot x \cdot (x-4)$$

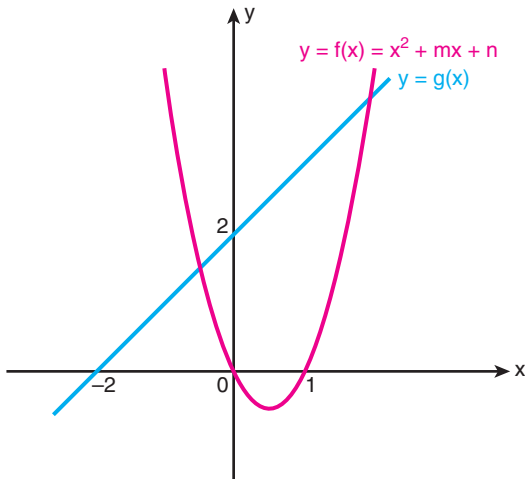
$A(-1, 5)$ için $0 \cdot (-1) - 5 = 5$
 $a = 1$

$$y = f(x) = x^2 - 4x$$

$$f(1) = 1 - 4 = -3$$

ÖRNEK 35.

Aşağıda $y = f(x) = x^2 + mx + n$ parabolü ve $y = g(x)$ doğrusunun grafiği verilmiştir.



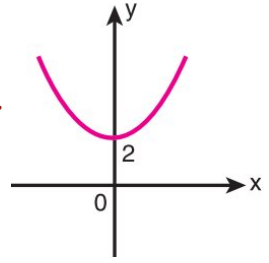
Buna göre, $h(x) = f(x) + g(x)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM

$$y = f(x) = 1 \cdot (x) \cdot (x-1) = x^2 - x$$

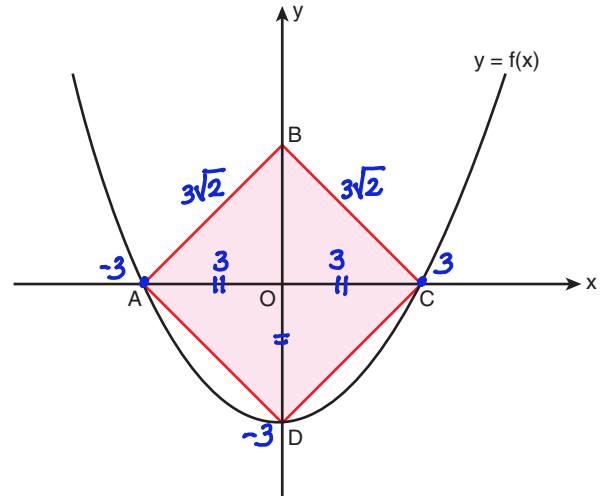
$$y = g(x) = x + 2$$

$$f(x) + g(x) = x^2 - x + x + 2 = x^2 + 2$$



ÖRNEK 36.

Şekilde $y = f(x)$ parabolünün grafiği ve ABCD karesi verilmiştir.



ABCD karesinin alanı 18 birimkaredir.

Buna göre, $y = f(x)$ parabolünün denklemini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$y = a \cdot (x+3) \cdot (x-3)$$

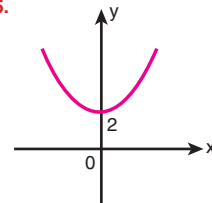
$\Delta(0, -3)$ için $a \cdot 3 \cdot -3 = -3 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$

$$y = f(x) = \frac{1}{3} \cdot (x^2 - 9)$$

34. -3

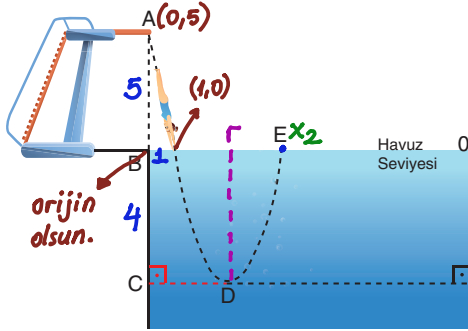
35.

36. $y = \frac{1}{3} \cdot (x^2 - 9)$



ÖRNEK 37.

Bir yüzücü trampolenden atlayıp, parabolik bir yörünge ile en fazla havuzun altındaki D noktasına kadar dalıp, E noktasından çıkmıştır.



D noktası havuz seviyesinin 4 metre aşağısındadır.

A noktası ile havuz seviyesi arasındaki uzaklık 5 metre olup, yüzücü B noktasına 1 metre uzaktan suya daldığına göre, B noktasından kaç metre uzakta su altından çıkar?

1.yol) $y = a \cdot (x-1) \cdot (x-x_2)$

ÇÖZÜM

2.yol) $y = a \cdot (x-r)^2 - 4$

(0,5) ve (1,0) için

$ar^2 - 4 = 5 \Rightarrow ar^2 = 9 \Rightarrow a = \frac{9}{r^2}$

$\frac{9}{r^2} \cdot (1-r)^2 - 4 = 0 \Rightarrow 9 \cdot (1-r)^2 = 4r^2$

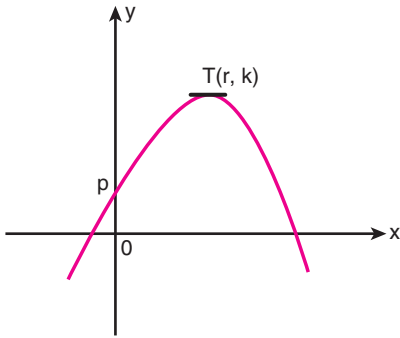
$3(1-r) = 2r \quad \vee \quad 3(1-r) = -2r \quad \frac{x_2+1}{2} = 3$
 $r = \frac{3}{5} \quad \vee \quad r = 3 \quad x_2 = 5 \text{ bulunur.}$



YANINDA BULUNSUN

PARABOL DENKLEMİNİN BULUNMASI

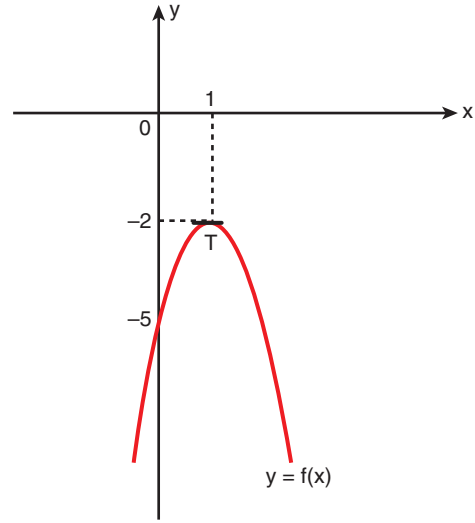
III. Tepe noktası ve herhangi bir noktası belli olan parabol denkleminin bulunması



Tepe noktası ve herhangi bir noktası belli olan parabolün denklemini $y = a \cdot (x - r)^2 + k$ şeklinde bulunur.

(0, p) noktası parabol denklemini sağlar.

ÖRNEK 38.



Yukarıda grafiği verilen parabolün tepe noktası T'dir.

Buna göre, $y = f(x)$ parabolünün denklemini bulunuz.

ÇÖZÜM

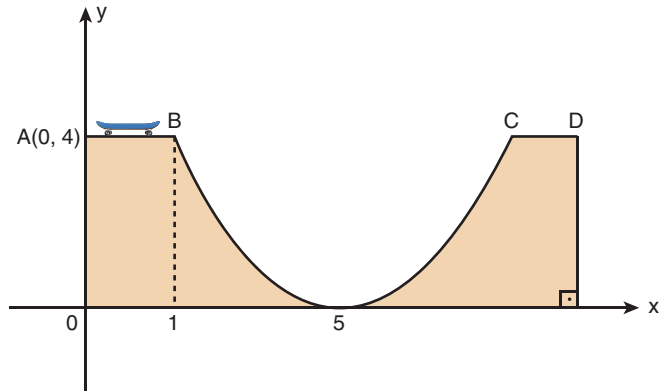
$y = a \cdot (x-1)^2 - 2$

(0, -5) için $a - 2 = -5$
 $a = -3$

$y = f(x) = -3 \cdot (x-1)^2 - 2$

ÖRNEK 39.

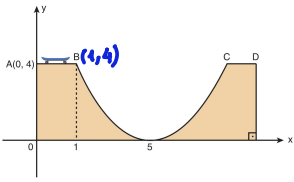
Aşağıda bir kısmı doğrusal, bir kısmı parabol şeklinde olan bir kayak pistinin önden görünümü verilmiştir.



Buna göre, kayak pistinin parabol olan kısmının denklemini bulunuz.



ÇÖZÜM



$$y = a \cdot (x-5)^2$$

B noktası için

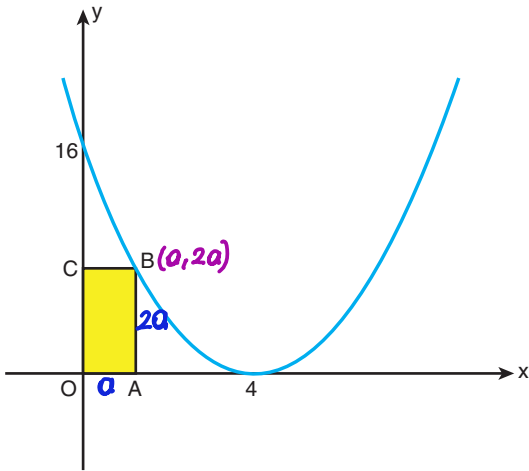
$$a \cdot (-4)^2 = 4 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

$$y = f(x) = \frac{1}{4} \cdot (x-5)^2$$



ÖRNEK 40.

Aşağıda $y = f(x)$ parabolünün grafiği verilmiştir.



$$2 \cdot |OA| = |AB|$$

Buna göre, OABC dikdörtgeninin alanı kaç birimkaredir?



ÇÖZÜM

$$y = f(x) = (x-4)^2$$

B(a, 2a) için $(a-4)^2 = 2a$

$$a^2 - 10a + 16 = 0$$

$$\begin{array}{r} -8 \\ -2 \\ \hline \end{array}$$

$$a = 2 \vee a \neq 8$$

$$A(OABC) = 2 \cdot 4 = 8$$



YANINDA BULUNSUN

İKİNCİ DERECEDEKİ FONKSİYONLARLA
MODELLENEN PROBLEMLER

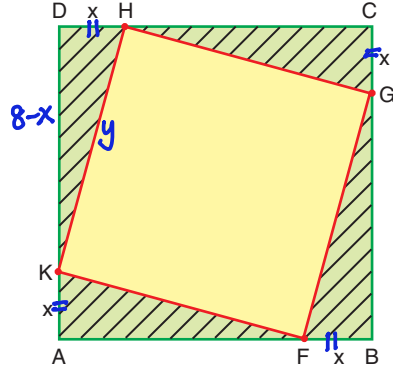
Bu tip problemlerde genellikle en az, en çok, en kısa, en uzun gibi sorular sorulur.

Problem ikinci dereceden fonksiyon biçiminde yazılır ve tepe noktasının ordinatı bulunup çözüme ulaşılır.



ÖRNEK 41.

Aşağıda bir kenarı 8 birim olan karesel bölge şeklindeki bir parkın içine yine karesel bölge şeklinde kum sahası yapılacaktır.



$$|AK| = |FB| = |GC| = |DH| = x \text{ tir.}$$

Buna göre, kum sahasının alanı en az kaç birimkaredir?



ÇÖZÜM

$$y^2 = (8-x)^2 + x^2$$

$$A = 2x^2 - 16x + 64$$

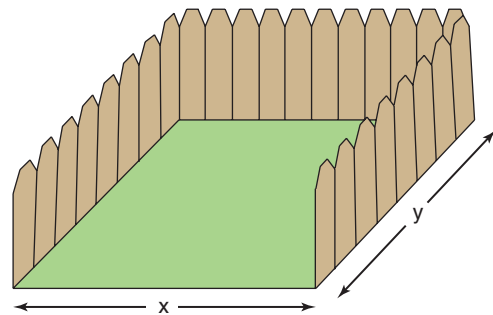
$$x = r = 4$$

$$k = A(4) = 32 - 64 + 64 = 32$$



ÖRNEK 42.

Yapılacak bir oyun alanı için kenarları x ve y metre olan dikdörtgen şeklindeki bir yeşil alanın 3 kenarı şekildeki gibi çitle çevrilmiştir.



Çevrilecek çitin uzunluğu 200 metre olduğuna göre, dikdörtgenel bölgenin alanı en çok kaç metrekaredir?

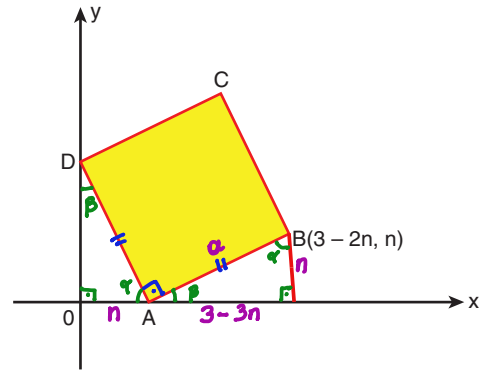
✓ ÇÖZÜM

$$x + 2y = 200 \quad A|an = x \cdot y$$

$$A = (200 - 2y) \cdot y = -2y^2 + 200y$$

- $y = r = \frac{200}{4} = 50$
- $k = A(50) = -5000 + 10000 = 5000$

? ÖRNEK 44.



ABCD karesi dik koordinat düzleminde A ve D köşeleri eksenler üzerinde olacak şekilde yerleştirilmiştir.

Buna göre, ABCD karesinin alanının alabileceği en küçük değer için n kaç olmalıdır?

✓ ÇÖZÜM

$$a^2 = (3-3n)^2 + n^2$$

$$A = 10n^2 - 18n + 9$$

$$n = r = \frac{18}{20} \Rightarrow n = \frac{9}{10}$$

? ÖRNEK 45.

Bir sandviç büfesi tanesi 3 liradan 200 tane sandviç satmaktadır. Sandviç büfesi sandviçlerde her 0,1 liralık indirim için 20 sandviç fazla sattığını farketmiştir.

Bir sandviçin maliyeti 1 lira olduğuna göre, sandviç büfesinin en yüksek kâra ulaşması için bir sandviçi kaç liraya satması gerektiğini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$K_{\hat{a}}r = (3 - 0,1 \cdot x) \cdot (200 + 20 \cdot x) - 1 \cdot (200 + 20 \cdot x)$$

$$K = (200 + 20 \cdot x) \cdot (2 - 0,1 \cdot x)$$

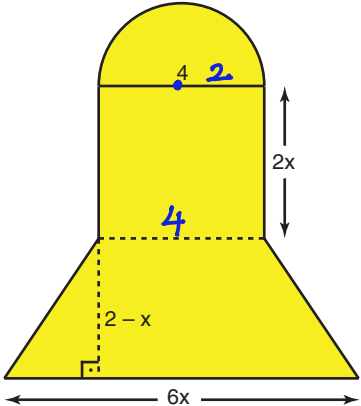
$$K = 400 - 20x + 40x - 2x^2$$

$$K = -2x^2 + 20x + 400$$

$$x = r = -\frac{20}{-4} = 5$$

$$3 - 0,1 \cdot 5 = 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

? ÖRNEK 43.



Yandaki görselde bir havalandırma düzeneğinin önden görünümü verilmiştir. Şeklin ön yüzü yarım daire, dikdörtgen ve yamuktan oluşmaktadır.

Şekilde verilen uzunluklara göre, havalandırma düzeneğinin ön yüzünün alanı en çok kaç birimkaredir?

✓ ÇÖZÜM

$$A = \frac{1}{2} \cdot (6x + 4) \cdot (2 - x) + 4 \cdot 2x + \frac{\pi \cdot 2^2}{2}$$

$$A = -3x^2 + 4x + 4 + 8x + 2\pi$$

$$A = -3x^2 + 12x + 4 + 2\pi$$

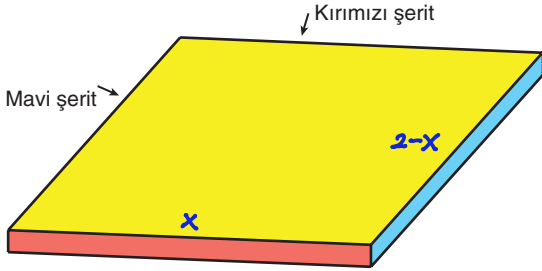
$$x = r = -\frac{12}{-6} = 2$$

$$k = A(2) = -12 + 24 + 4 + 2\pi = 16 + 2\pi$$

ACIL MATEMATİK

ÖRNEK 46.

Aşağıdaki dikdörtgenler prizması şeklindeki kutunun alt ve üst yüzü sarı jelatin, yan yüzleri karşılıklı kırmızı ve mavi şeritlerle kaplanacaktır.



Kutunun üst yüzeyinin çevresi 4 birim olup, sarı jelatinin birim-karesi 5 kuruştur. Şeritlerin fiyatları uzun kenarlarıyla birim fiyatın çarpılmasıyla bulunacaktır.

Kırmızı şeritin birim fiyatı 30 kuruş ve mavi şeritin birim fiyatı 25 kuruştur.

Buna göre, kaplama işleminin maliyetinin maksimum olması için kutunun üst yüzeyinin kısa kenarı kaç birim olmalıdır?

ÇÖZÜM

$$M = 5 \cdot x \cdot (x-2) \cdot 2 + 30 \cdot x \cdot 2 + 25 \cdot (2-x) \cdot 2$$

$$M = 10x^2 - 20x + 60x + 100 - 50x$$

$$M = 10x^2 - 10x + 100$$

$$x = r = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}, \quad 2-x = \frac{3}{2}$$

Kısa kenar $\frac{1}{2}$ bulunur.

YANINDA BULUNSUN

BİR PARABOLLE BİR DOĞRUNUN BİRBİRİNE GÖRE DURUMLARI

$y = ax^2 + bx + c$ parabolü ile $y = mx + n$ doğrusunun birbirine göre durumunu yorumlamak için önce verilen denklemler ortak çözülür.

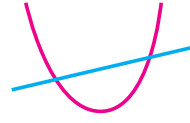
$$ax^2 + bx + c = mx + n$$

$$ax^2 + (b-m)x + c-n = 0$$

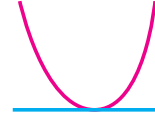
ortak çözüm denklemi elde edilir.

Oluşan denklemde;

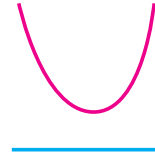
I. $\Delta > 0$ ise doğru parabolü farklı iki noktada keser.



II. $\Delta = 0$ ise doğru parabole teğettir.



III. $\Delta < 0$ ise doğru parabolü kesmez.



ÖRNEK 47.

$y = x + 6$ doğrusu $y = x^2 - x - a$ parabolüne teğettir.

Buna göre, a kaçtır?

ÇÖZÜM

$$x^2 - x - a = x + 6$$

$$x^2 - 2x - a - 6 = 0$$

$$\Delta = 0 \text{ olmalı}$$

$$4 - 4 \cdot (-a - 6) = 0 \Rightarrow 4 + 4a + 24 = 0$$

$$4a = -28$$

$$a = -7$$

ÖRNEK 48.

$y = x^2 - x - 3$ parabolü ile $y = x + 5$ doğrusu veriliyor.

- Parabol ile doğrunun kesim noktalarını bulunuz.
- Parabol ile doğrunun kesim noktaları arasında kalan doğru parçasının orta noktasının ordinatı kaçtır?
- Parabol ile doğrunun kesim noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

ÇÖZÜM

$$a) \quad x^2 - x - 3 = x + 5 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow x = 4, \quad x = -2$$

$$b) \quad (4, 9) \quad A \quad (-2, 3) \quad A\left(\frac{4-2}{2}, \frac{9+3}{2}\right) = A(1, 6)$$

$$c) \quad \sqrt{(-2-4)^2 + (3-9)^2} = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}$$

ÖRNEK 49.

$y = x^2 - (m + 3)x + m + 2$ parabolü ile $y = mx - 5$ doğrusunun kesim noktalarının orta noktasının apsisi $\frac{9}{2}$ dir.

Buna göre, m kaçtır?

ÇÖZÜM

$$x^2 - (m+3)x + m + 2 = mx - 5$$

$$x^2 - (2m+3)x + m + 7 = 0$$

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{2m+3}{2} = \frac{9}{2}$$

$$2m+3 = 9$$

$$m = 3$$

ÖRNEK 50.

$y = 3x^2 + x - a$ parabolü ile $y = x - 2$ doğrusu kesişmediğine göre, a hangi aralıkta olmalıdır?

ÇÖZÜM

$$3x^2 + x - a = x - 2$$

$$3x^2 - 0 + 2 = 0$$

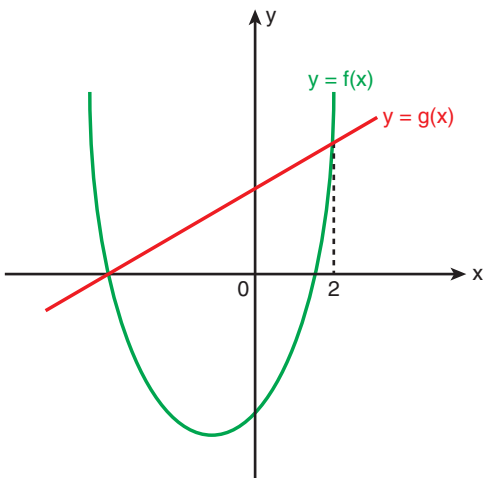
$$\Delta < 0 \text{ olmalı}$$

$$0 - 4 \cdot 3 \cdot (-a+2) < 0$$

$$0 < 2 \rightarrow (-\infty, 2)$$

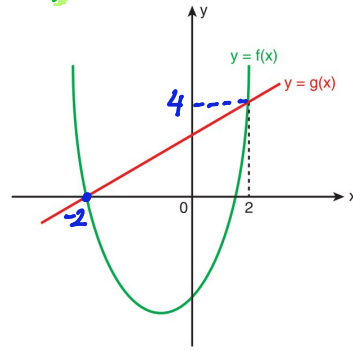
ÖRNEK 51.

Aşağıda $f(x) = x^2 + x - 2$ parabolü ile $g(x) = ax + b$ doğrusunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $y = g(x)$ doğrusunun denklemini bulunuz.

ÇÖZÜM



$$y = f(x) = x^2 + x - 2$$

$$y = 0 \text{ için } x = -2, x = 1$$

$$f(2) = 4 + 2 - 2 = 4$$

$$g(x) = ax + b$$

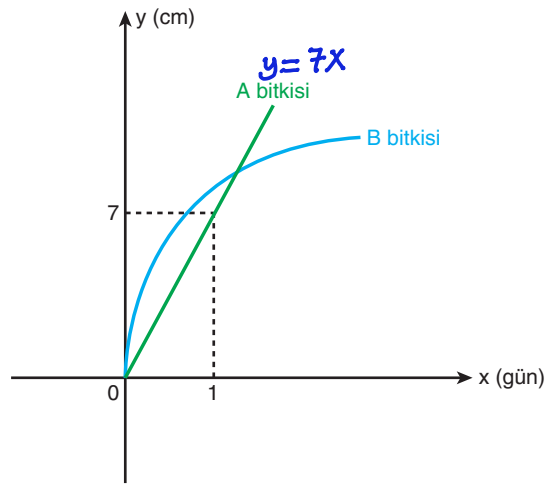
$$g(-2) = -2a + b = 0 \quad \left. \begin{array}{l} 2b = 4 \\ b = 2 \\ a = 1 \end{array} \right\}$$

$$g(2) = 2a + b = 4$$

$$g(x) = x + 2$$

ÖRNEK 52.

Aşağıda aynı gün dikilen iki bitkiden A bitkisi 1 günde 7 cm büyümüştür.



B bitkisinin büyümesini temsil eden grafiğin denklemi $y = 10x - x^2$ dir.

Buna göre, bitkilerin kaçınıcı gündeki boylarının eşit olduğunu ve kaç cm olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$10x - x^2 = 7x$$

$$x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x = 0, x = 3$$

3. gün eşit olur.

$$y(3) = 10 \cdot 3 - 3^2 = 21 \text{ cm}$$



ÇÖZÜM

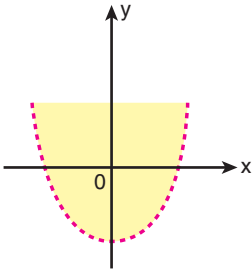


YANINDA BULUNSUN

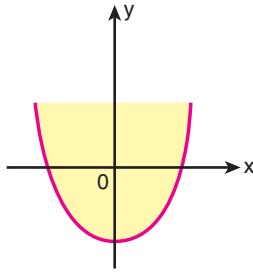
İKİNCİ DERECEDEKİ İKİ BİLİNMEYENLİ
EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİ

$a > 0$ için;

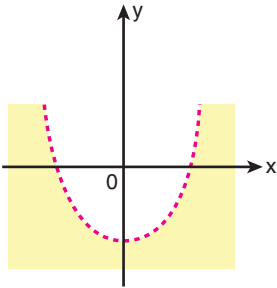
$$y > ax^2 + bx + c$$



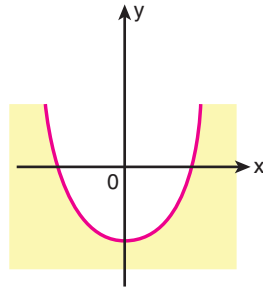
$$y \geq ax^2 + bx + c$$



$$y < ax^2 + bx + c$$



$$y \leq ax^2 + bx + c$$



şeklinde gösterilir.



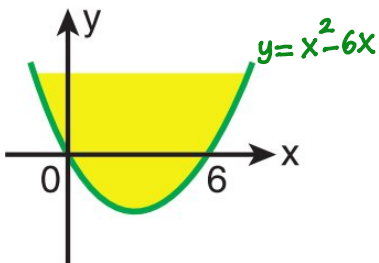
ÖRNEK 53.

$$y \geq x^2 - 6x$$

eşitsizliğini sağlayan noktaları analitik düzlemde gösteriniz.



ÇÖZÜM



ÖRNEK 54.

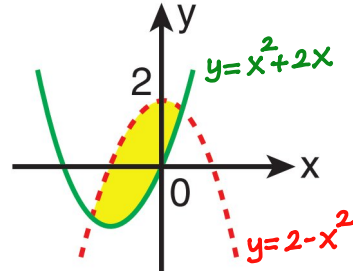
$$y < 2 - x^2$$

$$y \geq x^2 + 2x$$

eşitsizlik sistemini sağlayan (x, y) noktalarını grafik üzerinde gösteriniz.



ÇÖZÜM



ÖRNEK 55.

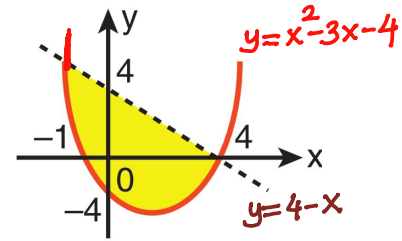
$$y \geq x^2 - 3x - 4$$

$$y < 4 - x$$

eşitsizlik sistemini dik koordinat düzleminde gösteriniz.



ÇÖZÜM



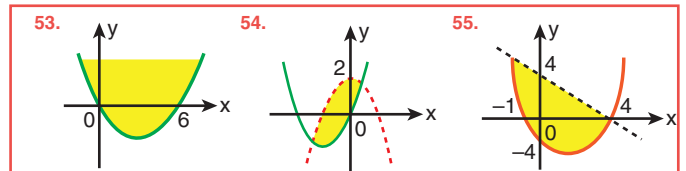
YANINDA BULUNSUN

FONKSİYONLARIN DÖNÜŞÜMLERİ

1. $y = f(x) + b$ DÖNÜŞÜMÜ

$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilsin.

- $b \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere $y = f(x) + b$ fonksiyonunun grafiği, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğinin y eksenini boyunca pozitif yönde b birim ötelenmiş halidir.
- $b \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere $y = f(x) - b$ fonksiyonunun grafiği, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğinin y eksenini boyunca negatif yönde b birim ötelenmiş halidir.



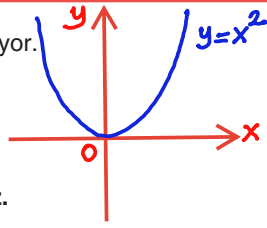
ÖRNEK 56.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$ fonksiyonu veriliyor.

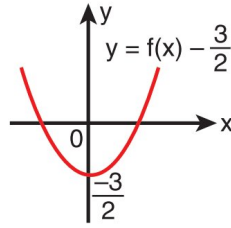
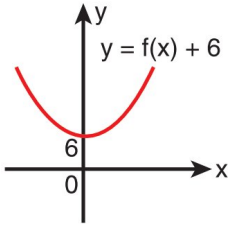
Buna göre,

$$y = f(x) + 6 \text{ ve } y = f(x) - \frac{3}{2}$$

fonksiyonlarının grafiklerini çiziniz.

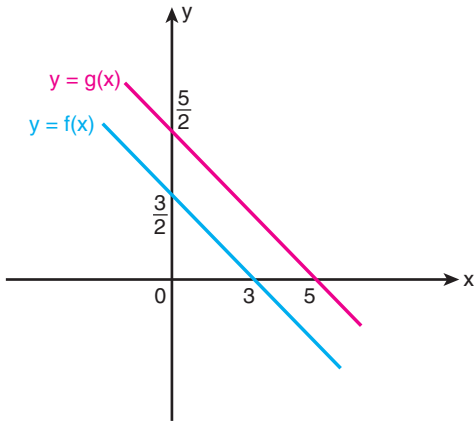


ÇÖZÜM



ÖRNEK 57.

Şekilde f ve g fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre, $g(x)$ fonksiyonunun $f(x)$ türünden ifadesini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}, \quad g(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

$$g(x) = f(x) + 1$$



YANINDA BULUNSUN

2. $y = f(x + a)$ DÖNÜŞÜMÜ

$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilsin.

- a) $a \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere $y = f(x - a)$ fonksiyonunun grafiği, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğinin x eksenini boyunca pozitif yönde a birim ötelenmiş halidir.
- b) $a \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere $y = f(x + a)$ fonksiyonunun grafiği, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğinin x eksenini boyunca negatif yönde a birim ötelenmiş halidir.

Bir başka şekilde ifade edecek olursak $(x - a)$ ifadesini sıfıra eşitlediğimizde a sayısı pozitif ise pozitif yönde, negatif ise negatif yönde öteriz.

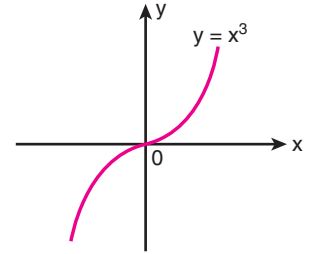
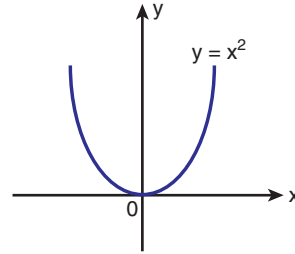
ÖRNEK 58.

Aşağıda,

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 \text{ ve}$$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x^3$$

fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre, $y = f(x - 3)$ ve $y = g(x + 1)$ fonksiyonlarının grafiklerini çiziniz.

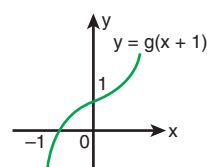
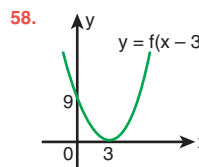
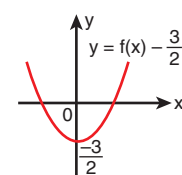
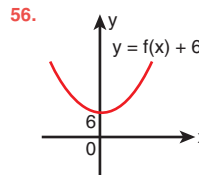
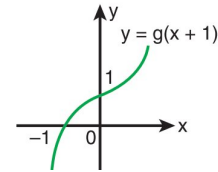
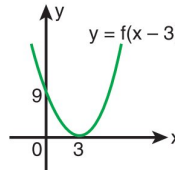
ÇÖZÜM

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$

3 birim sağa ötele

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

1 birim sola ötele



ÖRNEK 59.

$a \neq 0$ olmak üzere,

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

parabolünün simetri eksenini $x = -2$ dir.

Buna göre, $f(x + 3)$ parabolünün simetri ekseninin denklemini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$x = -2$$

$$x+3=0 \Rightarrow x=-3, \text{ 3 br sola ötele}$$

$$x = -2-3$$

$$x = -5 \text{ olur.}$$

ÖRNEK 60.

$$f(x) = x^2 - 2x + 3$$

parabolü analitik düzlemde 2 birim sağa ve 1 birim aşağı öteleniyor.

Son durumda oluşan parabolün tepe noktasını bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\left. \begin{array}{l} x = r = 1 \\ k = f(1) = 2 \end{array} \right\} T(1, 2)$$

$$\begin{array}{l} \downarrow \\ T(1+2, 2-1) \\ T(3, 1) \end{array}$$

ÖRNEK 61.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

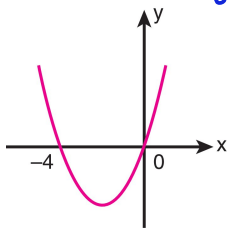
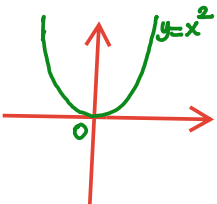
$$f(x) = x^2$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $y = f(x + 2) - 4$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM

$$x+2=0 \Rightarrow x=-2, \text{ 2 br sola, 4 br aşağı ötelenir.}$$



YANINDA BULUNSUN

3. $y = k \cdot f(x)$ DÖNÜŞÜMÜ

$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilsin.

- $k > 1$, $k \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere $y = k \cdot f(x)$ fonksiyonunun grafiği, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğinin bir k çarpanı kadar y eksenini boyunca genişletilmiş halidir.
- $k < 1$, $k \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere $y = k \cdot f(x)$ fonksiyonunun grafiği, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğinin bir k çarpanı kadar y eksenini boyunca sıkıştırılmış halidir.

Burada dikkat edilmesi gereken husus $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğinin k katını alarak elde ettiğimiz grafikte x eksenini kesen noktaların değişmediğidir.

4. $y = f(k \cdot x)$ DÖNÜŞÜMÜ

$y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilsin.

- $k > 1$, $k \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere $y = f(k \cdot x)$ fonksiyonunun grafiği, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğinin bir k çarpanı kadar x eksenini boyunca sıkıştırılmış halidir.
- $k < 1$, $k \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere $y = f(k \cdot x)$ fonksiyonunun grafiği, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğinin bir k çarpanı kadar x eksenini boyunca genişletilmiş halidir.



ÖRNEK 62.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

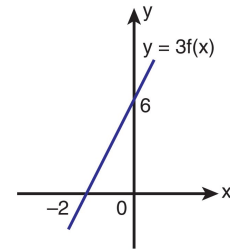
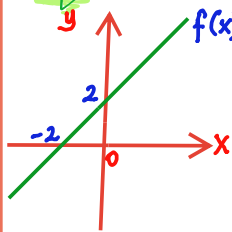
$$y = f(x) = x + 2$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $y = 3f(x)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.



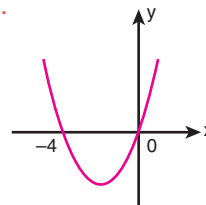
ÇÖZÜM



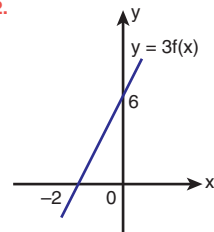
59. $x = -5$

60. $T(3, 1)$

61.

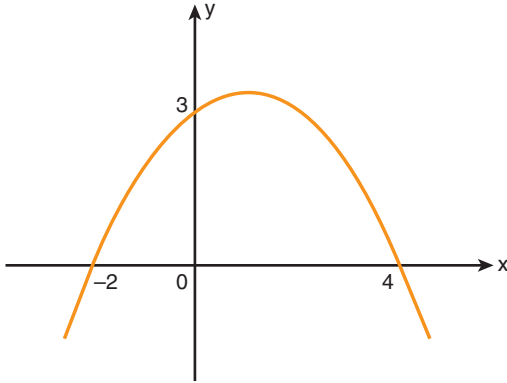


62.



? ÖRNEK 63.

Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

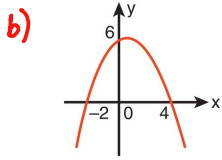


Buna göre,

- $y = f(2x)$ denkleminin kökler toplamı kaçtır?
- $y = 2 \cdot f(x)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

✓ ÇÖZÜM

$$a) \begin{matrix} f(2x) = 0 \\ \underline{-2} \\ 4 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} 2x = -2 \\ x = -1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 2x = 4 \\ x = 2 \end{matrix}$$

**NOT**

$y = -f(x)$ fonksiyonunun grafiği, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğinin x eksenine göre simetriği alınarak elde edilir.

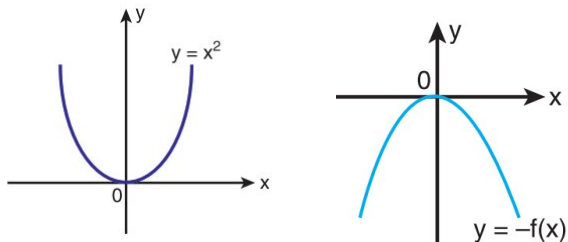
? ÖRNEK 64.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

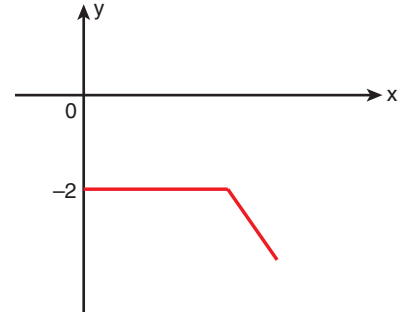
$$f(x) = x^2$$

fonksiyonu veriliyor.

Bu fonksiyona göre, $y = -f(x)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

✓ ÇÖZÜM**? ÖRNEK 65.**

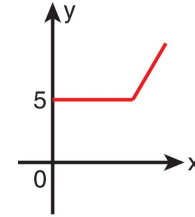
Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



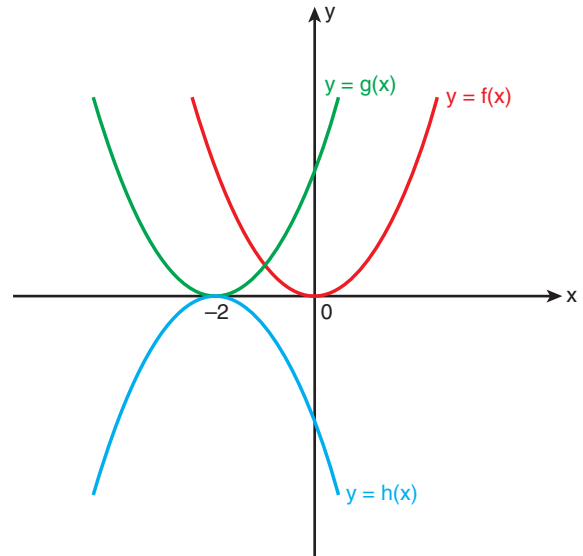
Buna göre, $y = 3 - f(x)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

✓ ÇÖZÜM

Önce x eksenine göre simetriği alınır sonra 3 br yukarı ötelenir.

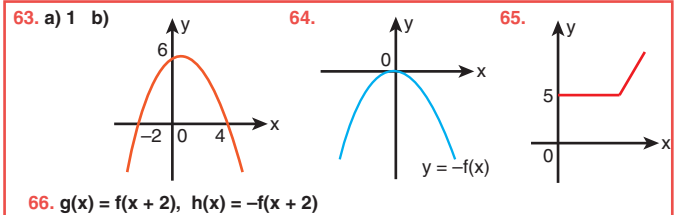
**? ÖRNEK 66.**

Aşağıda üç tane fonksiyonun grafiği verilmiştir.



Kırmızı renkli fonksiyon grafiğinin denklemi $y = f(x)$ tir.

Buna göre, yeşil ve mavi renkli fonksiyon grafiklerinin denklemini $f(x)$ türünden ifade ediniz.





ÇÖZÜM

$$g(x) = f(x+2)$$

$$h(x) = -f(x+2)$$



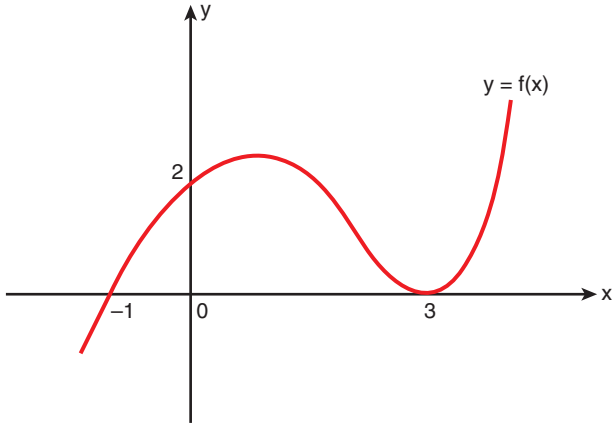
NOT

$y = f(-x)$ fonksiyonunun grafiği, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğinin y eksenine göre simetriği alınarak elde edilir.



ÖRNEK 67.

Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

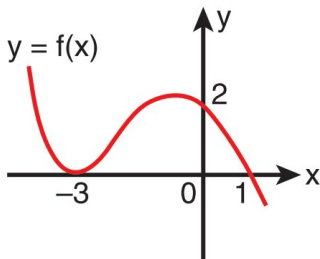


Buna göre, $y = f(-x)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.



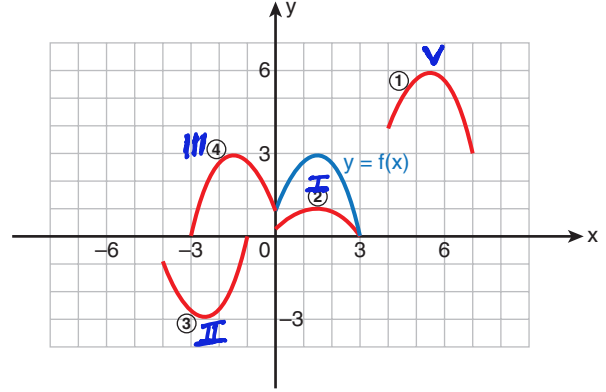
ÇÖZÜM

$y = f(-x)$ fonksiyonunun grafiği, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğinin y eksenine göre simetriği alınarak elde edilir.



ÖRNEK 68.

Aşağıda, mavi renkli $y = f(x)$ fonksiyonu verilmiştir. $y = f(x)$ fonksiyonunun bazı dönüşümlerden sonraki grafikleri ise kırmızı renklerle gösterilmiştir.



I. $y = \frac{1}{3}f(x)$ 2

II. $y = -f(x+4)$ 3

III. $y = f(-x)$ 4

IV. $y = f\left(\frac{x}{3}\right)$

V. $y = f(x-4) + 3$ 1

ACIL MATEMATİK

Buna göre, yukarıdaki fonksiyonlardan hangisi kırmızı renkli fonksiyon grafiklerinden birine ait olamaz?



ÇÖZÜM

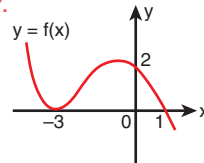
IV. nolu fonksiyona ait grafik yoktur.



NOT

$y = |f(x)|$ fonksiyonunun grafiği $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğinde sadece x ekseninin altında kalan kısımların x eksenine göre simetrisi alınarak bulunur.

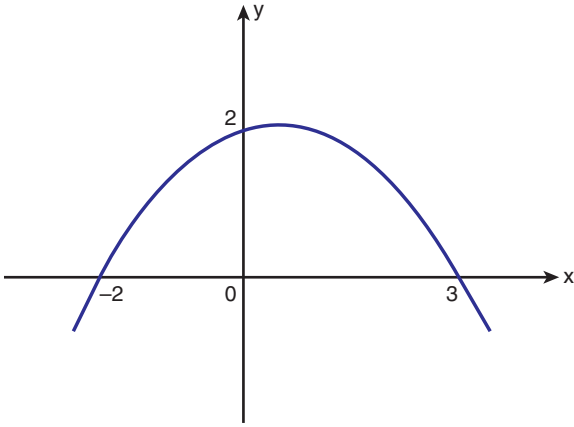
67.



68. IV

ÖRNEK 69.

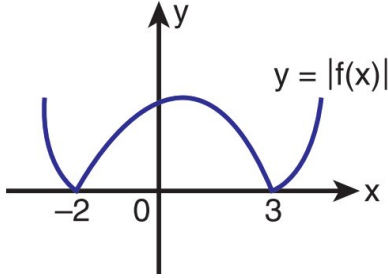
Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



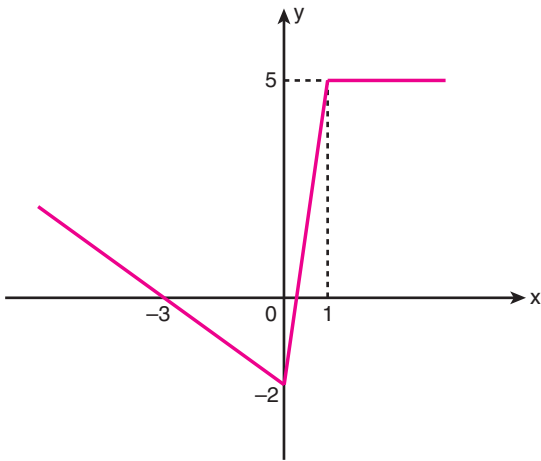
Buna göre, $y = |f(x)|$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM

$y = |f(x)|$ fonksiyonunun grafiği $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğinde sadece x ekseninin altında kalan kısımların x eksenine göre simetrisi alınarak bulunur.

**ÖRNEK 70.**

Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

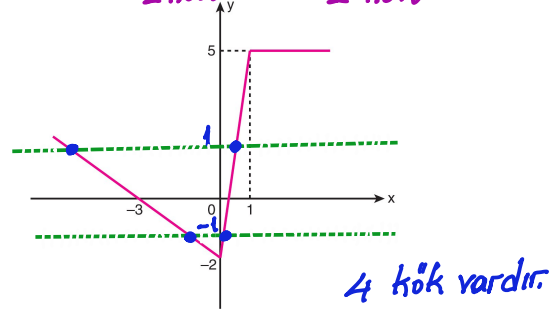


Buna göre, $|f(x)| = 1$ denkleminin farklı köklerinin sayısı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$|f(x)| = 1 \Rightarrow f(x) = 1 \vee f(x) = -1$$

2 kök 2 kök

**NOT**

$y = f(|x|)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdaki gibi çizilir.

$$f(|x|) = \begin{cases} f(x), & x \geq 0 \\ f(-x), & x < 0 \end{cases}$$

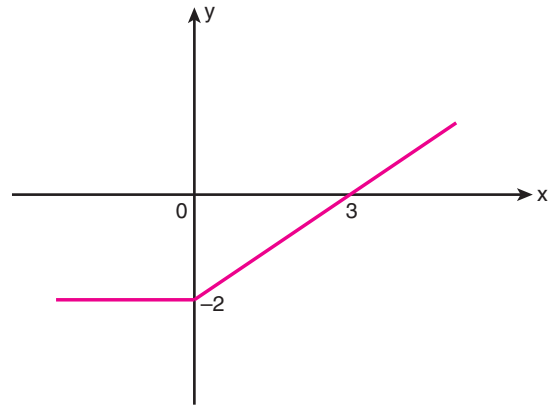
Yani aslında özetle şunu söyleyebiliriz.

$y = f(x)$ ve $y = f(|x|)$ grafikleri y ekseninin sağ tarafında aynıdır.

$y = f(|x|)$ in y ekseninin sol tarafındaki grafiği de $y = f(x)$ in y ekseninin sağ tarafındaki parçalarının y eksenine göre simetrisi alınarak bulunur.

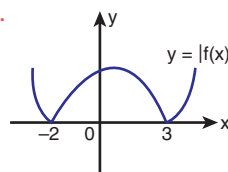
ÖRNEK 71.

Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

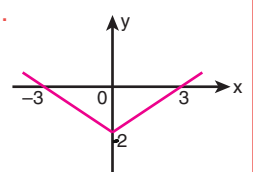


Buna göre, $y = f(|x|)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

69.

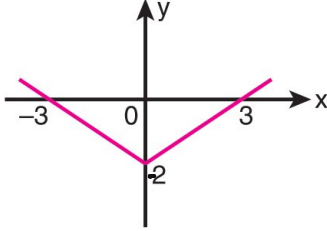


70.4 71.



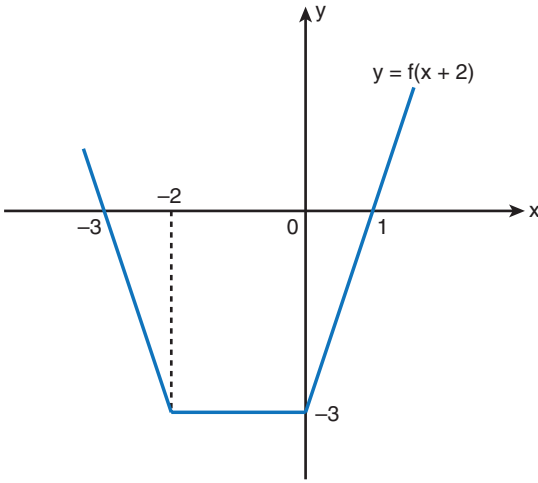
ÇÖZÜM

$y = f(x)$ ve $y = f(|x|)$ grafikleri y ekseninin sağ tarafında aynıdır. $y = f(|x|)$ in y ekseninin sol tarafındaki grafiği de $y = f(x)$ in y ekseninin sağ tarafındaki parçalarının y eksenine göre simetrisi alınarak bulunur.



ÖRNEK 72.

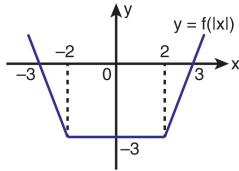
Aşağıda $y = f(x + 2)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $y = f(|x|)$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM

$f(x+2)$ fonk. grafiği 2 br sağa ötelenirse $y = f(x)$ fonk. grafiği elde edilir. Sonra $x > 0$ kısmı alınıp y eksenine göre simetrisi alınırsa $y = f(|x|)$ fonk. grafiği elde edilir.



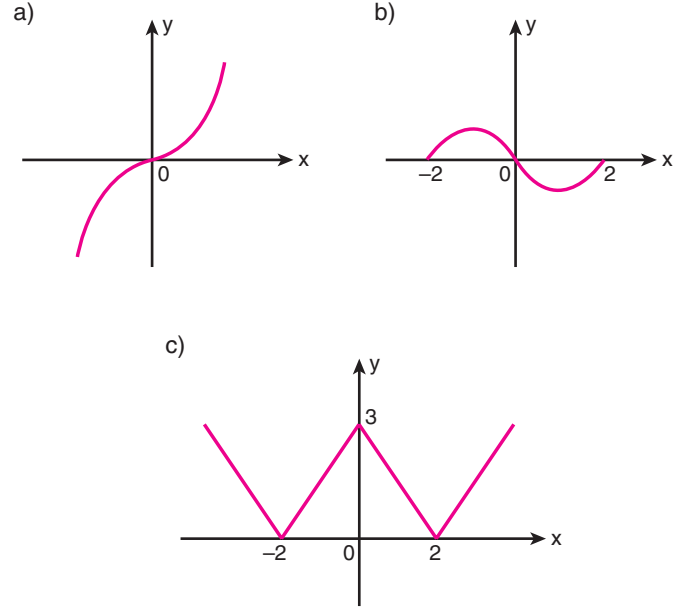
NOT

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ fonksiyonu verilmiş olsun.

- a) $\forall x \in \mathbb{R}$ için $f(-x) = f(x)$ ise f , çift fonksiyondur. Çift fonksiyonların grafiği, y eksenine göre simetriktir.
- b) $\forall x \in \mathbb{R}$ için $f(-x) = -f(x)$ ise f , tek fonksiyondur. Tek fonksiyonların grafiği, orjine göre simetriktir.

ÖRNEK 73.

Aşağıda verilen fonksiyonların tek ya da çift olup olmadıklarını belirtiniz.



ÇÖZÜM

- a) Orjine göre simetrik dolayısı ile tek fonksiyondur.
- b) Orjine göre simetrik dolayısı ile çift fonksiyondur.
- c) y eksenine göre simetrik dolayısı ile çift fonksiyondur.

ÖRNEK 74.

f fonksiyonunun grafiği orjine,

g fonksiyonunun grafiği y eksenine göre simetriktir.

$$f(3) - g(3) = 5 \text{ tir.}$$

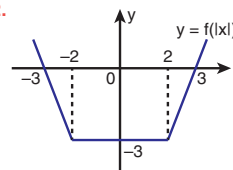
Buna göre, $(f + g)(-3)$ kaçtır?

ÇÖZÜM

f tek fonksiyon, g çift fonksiyondur.

$$\begin{aligned} (f+g)(-3) &= f(-3) + g(-3) \\ &= -f(3) + g(3) \\ &= -5 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

72.



73. a) Tek b) Tek c) Çift 74. -5

Test - I

1. $f(x) = x^2 - (k-2)x + 4$

parabolünün simetri eksenini $x - 5 = 0$ doğrusu olduğuna göre, k kaçtır?

- A) -8 B) -3 C) 7 D) 8
-
- E) 12

$$x=r = \frac{k-2}{2} = 5$$

$$k-2 = 10$$

$$k = 12$$

2. $f(x) = x^2 - 8x + 6$

parabolünün tepe noktası aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (8, -10)
-
- B) (4, -10) C) (-4, -10)
-
- D) (8, 10) E) (4, -8)

$$x=r = 4$$

$$k = f(4) = 16 - 32 + 6 = -10$$

$$T(4, -10)$$

3. $f(x) = -x^2 + 6x - 3$

fonksiyonunun alabileceği en büyük değer kaçtır?

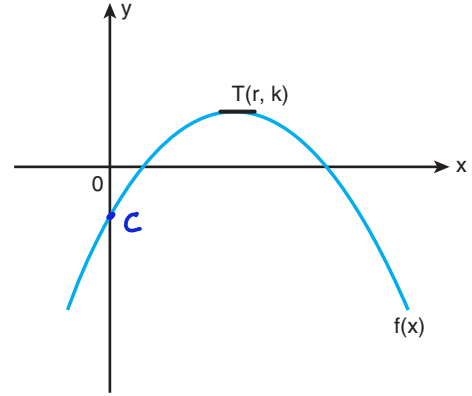
- A) 3
-
- B) 6 C) 9 D) 12 E) 24

$$x=r = 3$$

$$k = f(3) = -9 + 18 - 3$$

$$= 6$$

4.

Yukarıda tepe noktası $T(r, k)$ olan,

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

parabolü ile ilgili aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A)
- $a > 0$
- B)
- $b^2 < 4ac$
- C)
- $k < 0$
-
-
- D)
- $b > 0$
- E)
- $c > 0$

- $a < 0, c < 0$
- $\Delta = b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow b^2 > 4ac$
- $x=r = -\frac{b}{2a} > 0 \Rightarrow b > 0$
- $k > 0$

5. $f(x) = x^2 - (3m-9)x + 2$

parabolünün tepe noktası y ekseninde olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) 1 D) 2
-
- E) 3

$$3m - 9 = 0$$

$$3m = 9$$

$$m = 3$$

6. $f: [-4, 1] \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = -x^2 + 4x - 6$$

fonksiyonunun alabileceği en büyük değer aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1 B) -2
-
- C) -3 D) -4 E) -5

$$x=r = 2 \notin [-4, 1]$$

$$f(-4) = -16 - 16 - 6 = -38$$

$$f(1) = -1 + 4 - 6 = -3 \rightarrow \text{en büyük}$$

7. a bir gerçel sayıdır.

$$f(x) = x^2 + 4x + 2a - 1$$

parabolü x eksenini farklı iki noktada kestiğine göre, a'nın çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(\frac{-5}{2}, \frac{5}{2}\right)$ B) $\left(\frac{5}{2}, \infty\right)$ C) $\left(\frac{2}{5}, \infty\right)$
 D) $\left(-\infty, \frac{5}{2}\right)$ E) $\left(-\infty, \frac{2}{5}\right)$

$\Delta > 0$ olmalı.

$$16 - 4 \cdot (2a - 1) > 0 \Rightarrow 5 > 2a$$

$$a < \frac{5}{2}$$

$$G.K = \left(-\infty, \frac{5}{2}\right)$$

8. k bir gerçel sayıdır.

$$f(x) = x^2 - kx + 4$$

parabolünün tepe noktası x eksenine negatif tarafta teğettir.

Buna göre, k kaçtır?

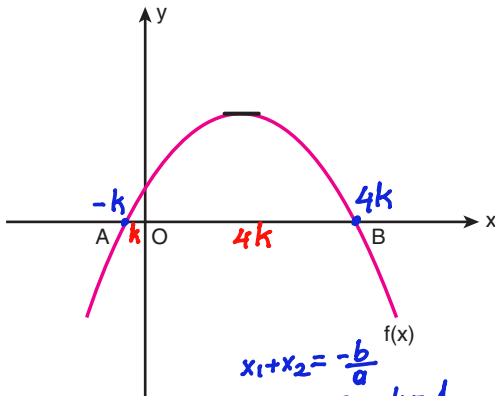
- A) -8 B) -4 C) 0 D) 4 E) 8

$$x = r = \frac{k}{2} < 0 \Rightarrow k < 0 \text{ ve } \Delta = 0 \text{ olmalı}$$

$$k^2 - 4 \cdot 4 = 0 \Rightarrow k^2 = 16$$

$$k \neq 4 \vee k = -4$$

9. Aşağıda $f(x) = -x^2 + 3x + a - 2$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$4|OA| = |OB|$$

olduğuna göre, a kaçtır?

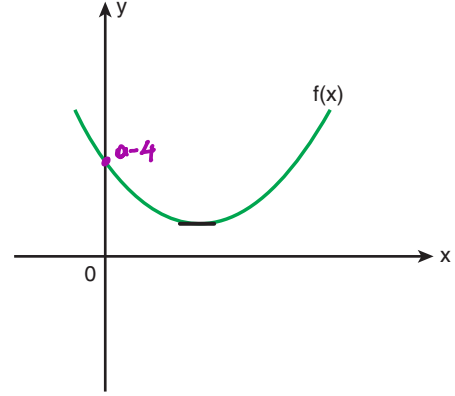
- A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$-1 \cdot 4 = \frac{a-2}{-1} \Rightarrow a-2=4$$

$$a=6$$

10. Aşağıda $f(x) = x^2 - 6x + a - 4$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, a'nın alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

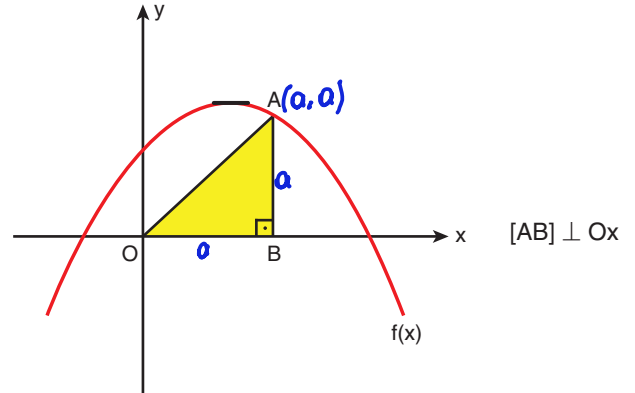
$$a - 4 > 0 \Rightarrow a > 4 \text{ ve } \Delta < 0 \text{ olmalı.}$$

$$(-6)^2 - 4 \cdot (a - 4) < 0$$

$$52 < 4a \Rightarrow 13 < a$$

$$a > 13 \text{ ise } a \text{ en az } 14 \text{ olur.}$$

11. Aşağıda $f(x) = -x^2 + 6x + 6$ parabolünün grafiği verilmiştir. OBA ikizkenar dik üçgeninin A köşesi parabol üzerindedir.



Buna göre, boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 6 B) 9 C) 12 D) 18 E) 36

$$-a^2 + 6a + 6 = a \Rightarrow a^2 - 5a - 6 = 0$$

$$-6 + 1$$

$$a = 6$$

$$A(\triangle OAB) = \frac{6 \cdot 6}{2} = 18$$

1. Gerçek sayılarda tanımlı,

$$f(x) = x^2 + 3x + 2$$

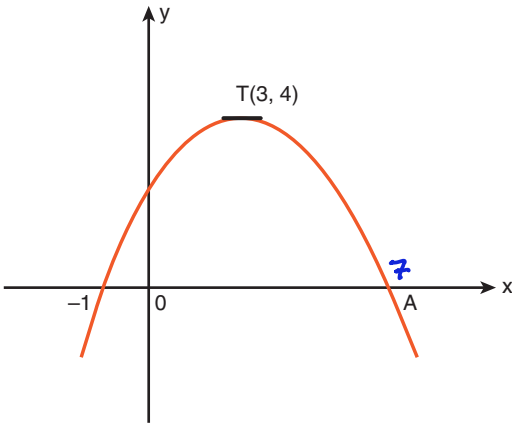
fonksiyonunun alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) $\frac{-1}{18}$ B) $\frac{-1}{12}$ C) $\frac{-1}{10}$ D) $\frac{-1}{8}$ E) $\frac{-1}{4}$

$$x = r = \frac{-3}{2}$$

$$k = f\left(\frac{-3}{2}\right) = \frac{9}{4} - \frac{9}{2} + 2 = -\frac{1}{4}$$

2. Aşağıda $y = f(x)$ parabolünün grafiği verilmiştir. Parabolün tepe noktası $T(3, 4)$ tür.



Buna göre, $|AT|$ kaç birimdir?

- A) 3 B) $3\sqrt{2}$ C) 4 D) $4\sqrt{2}$ E) 5

$$y = a \cdot (x-3)^2 + 4$$

$$A(-1, 0) \text{ için } 16a + 4 = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{4}$$

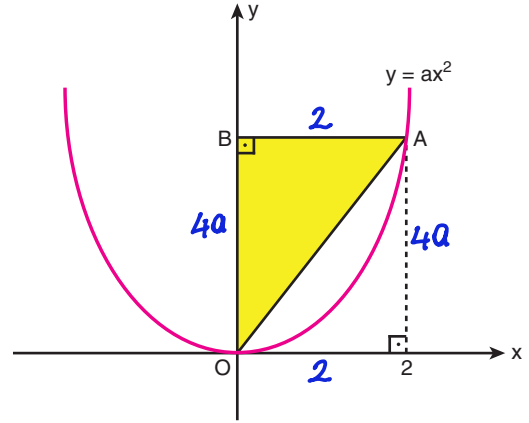
$$y = 0 \text{ için } -\frac{1}{4}(x-3)^2 + 4 = 0 \Rightarrow (x-3)^2 = 16$$

$$x = 7, x = -1$$

$$A(7, 0) \quad T(3, 4)$$

$$|AT| = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$$

3. Aşağıda $y = ax^2$ parabolünün grafiği verilmiştir. ABO dik üçgendir.



$$A(\widehat{ABO}) = 32 \text{ birimkaredir.}$$

Buna göre, a kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 16

$$\frac{4a \cdot 2}{2} = 32$$

$$4a = 32$$

$$a = 8$$

4. $y = mx^2 - 6x + 3$

parabolünün tepe noktası x eksenindeydir.

Buna göre, m kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) 1 D) 2 E) 3

$$\Delta = 0 \text{ olmalı.}$$

$$36 - 4 \cdot m \cdot 3 = 0$$

$$12m = 36$$

$$m = 3$$

5. a bir gerçekte sayıdır.

$$f(x) = (a-2)x^3 + ax^2 + 3x - 5$$

fonksiyonunun grafiği bir parabol belirtmektedir.

Buna göre, $f(-1)$ kaçtır?

- A) -6 B) -5 C) -4 D) -2 E) 0

$$0 - 2 = 0$$

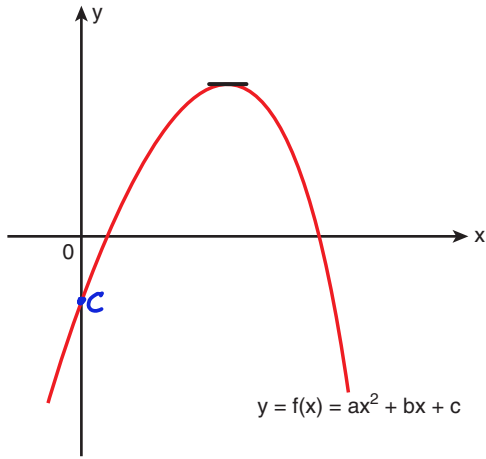
$$0 = 2$$

$$f(x) = 2x^2 + 3x - 5$$

$$f(-1) = 2 - 3 - 5 = -6$$

Test - 2

6. Aşağıda $y = f(x)$ parabolünün grafiği verilmiştir.



Buna göre,

- I. $a \cdot c > 0$ $- \cdot - = +$
- II. $b \cdot \Delta > 0$ $+ \cdot + = +$
- III. $a + c - b > 0$ $(-) + (-) - (+) = -$

İfadelerinden hangileri doğrudur?

(Δ : Diskriminant)

- A) Yalnız I I ve II C) Yalnız II
D) II ve III E) I ve III

- $a < 0, c < 0, x = r = \frac{-b}{2a} > 0$
 $b > 0$
- $\Delta = b^2 - 4ac > 0$

7. m bir gerçekte sayıdır.

$$f(x) = x^2 - (2m + 4) \cdot x + 4m + 7$$

fonksiyonu için $f(-2) = f(8)$ dir.

Buna göre, $f(0)$ kaçtır?

- A) 7 B) 9 C) 10 D) 11 E) 13

$$x = r = \frac{-2 + 8}{2} = \frac{2m + 4}{2}$$

$$2m + 4 = 6$$

$$m = 1$$

$$f(x) = x^2 - 6x + 11$$

$$f(0) = 11$$

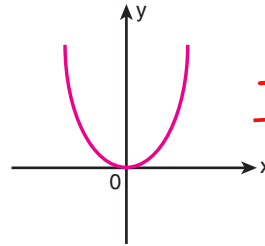
8. $P(x)$; ikinci dereceden bir polinom fonksiyonudur.

$$P(x) - P(x + 1) = x \text{ ve}$$

$$P(0) = 0 \text{ dir.}$$

Buna göre, $P(x)$ polinom fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A)



$$P(x) = ax^2 + bx$$

$$- / P(x+1) = a \cdot (x+1)^2 + b(x+1)$$

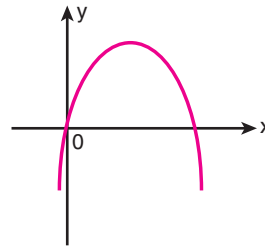
$$P(x) - P(x+1) = -2ax - a - b = x$$

$$-2a = 1 \text{ ve } -a - b = 0$$

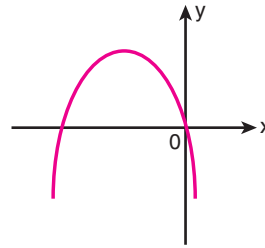
$$a = -\frac{1}{2} \text{ ve } b = \frac{1}{2}$$

$$P(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x$$

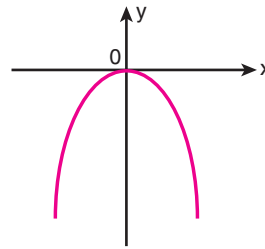
B)



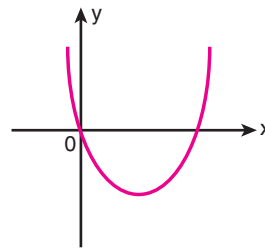
C)



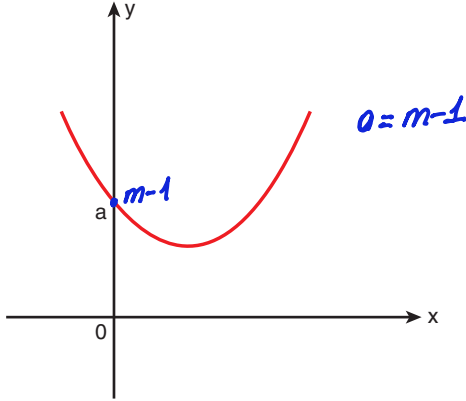
D)



E)



9. Aşağıda $y = x^2 - 4x + m - 1$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Parabolün y eksenini kestiği noktanın ordinatı a olmak üzere, a 'nın en geniş aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

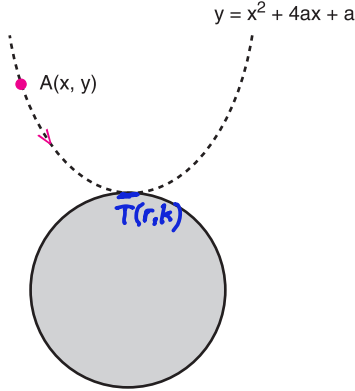
- A) $a > 2$ B) $a > 3$ C) $a > 4$ D) $a > 5$ E) $a > 6$

$$y = x^2 - 4x + a$$

$$\Delta < 0 \text{ olmalı.}$$

$$16 - 4a < 0 \Rightarrow a > 4$$

- 10.



Bir gök taşı parabolik bir rota izleyerek dünyaya yaklaşmaktadır. $A(x, y)$ noktası gök taşının bulunduğu herhangi bir nokta olmak üzere, göktaşının hızı,

$$f(x, y) = 2|x| + |y|$$

biçimindedir.

Gök taşı, izlediği rotanın tepe noktasında dünyayı 9 hızıyla teğet geçeceğine göre, a 'nın negatif değeri kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

$$x = r = -2a$$

$$k = f(-2a) = 4a^2 - 8a^2 + a = -4a^2 + a$$

$$2 \cdot |-2a| + |-4a^2 + a| = 9$$

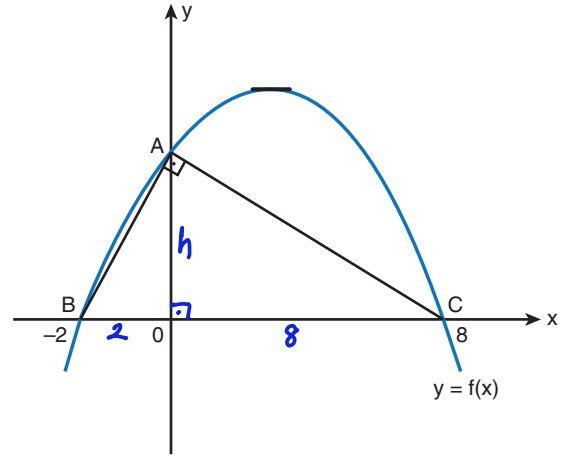
$$4 \cdot |a| + |4a^2 - a| = 9$$

$$a < 0 \text{ için } -4a + 4a^2 - a = 9$$

$$4a^2 - 5a - 9 = 0 \Rightarrow a = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 144}}{8}$$

$$a = -1$$

11. Aşağıda $y = f(x)$ parabolünün grafiği verilmiştir.



BAC bir dik üçgen olup üçgenin A köşesi parabol üzerindedir.

Buna göre, $f(2)$ kaçtır?

- A) $\frac{11}{2}$ B) 6 C) $\frac{13}{2}$ D) 7 E) $\frac{15}{2}$

$$h^2 = 2 \cdot 8 \Rightarrow h = 4$$

$$y = a \cdot (x+2) \cdot (x-8)$$

$$(0, 4) \text{ için } -16a = 4 \Rightarrow a = -\frac{1}{4}$$

$$f(2) = -\frac{1}{4} \cdot 4 \cdot -6 = 6$$

- 12.

- $y = f(x)$ parabolünün simetri eksenini $x = 2$ doğrusudur.
- $y = f(x)$ fonksiyonunun y eksenini kestiği noktanın ordinatı -3 olup, f fonksiyonunun alabileceği en büyük değer -1 dir.

Buna göre, $f(1)$ kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) -1 C) $-\frac{3}{2}$ D) $-\frac{4}{3}$ E) $-\frac{5}{4}$

$$f(x) = a \cdot (x-2)^2 - 1$$

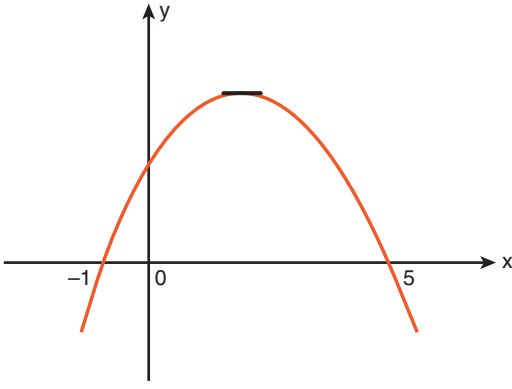
$$(0, -3) \text{ için } 4a - 1 = -3 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$f(1) = -\frac{1}{2} \cdot (-1)^2 - 1 = -\frac{1}{2} - 1 = -\frac{3}{2}$$

1. E	2. D	3. D	4. E	5. A	6. B
7. D	8. B	9. C	10. E	11. B	12. C

Test - 3

1. Aşağıda $y = -x^2 + mx + n$ parabolünün grafiği verilmiştir.



Buna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

- A) 13 B) 9 C) 6 D) 1 E) -1

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$-1 + 5 = m \quad -1 \cdot 5 = -n$$

$$m = 4 \quad n = 5$$

$$m + n = 4 + 5 = 9$$

2. $y = x^2 - 4$ parabolü ile $y = x + 8$ doğrusunun kesim noktaları arasında kalan doğru parçasının orta noktasının ordinatı kaçtır?

- A) $\frac{7}{2}$ B) $\frac{15}{2}$ C) $\frac{17}{2}$ D) $\frac{19}{2}$ E) $\frac{23}{2}$

$$x^2 - 4 = x + 8$$

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{1}{2}$$

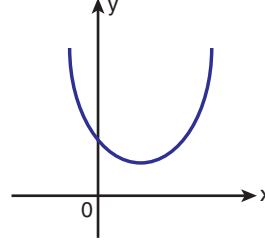
$$y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} + 8 = \frac{17}{2}$$

3. $a > 0$ olmak üzere,

$$f(x) = \frac{1}{4a}x^2 + x + a$$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A)



$$\bullet \frac{1}{4a} > 0 \quad \cup$$

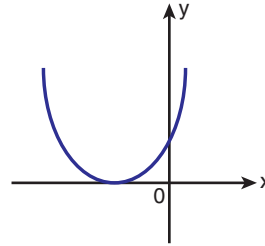
$$\bullet x = r = -\frac{1}{2 \cdot \frac{1}{4a}} = -2a$$

$$x = r = -2a < 0$$

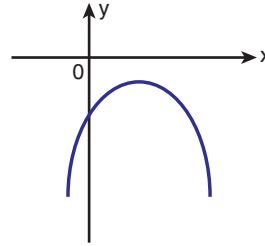
$$\bullet \Delta = 1 - 4 \cdot \frac{1}{4a} \cdot a$$

$$\Delta = 0 \quad (x \text{ eksenine teget})$$

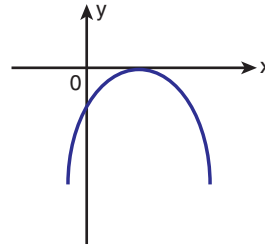
B)



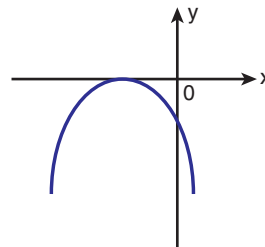
C)



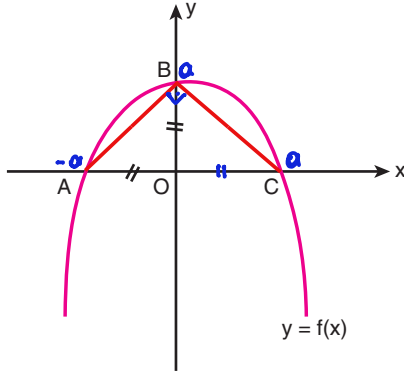
D)



E)



4. Aşağıda, $y = f(x)$ parabolü verilmiştir. Parabolün eksenleri kestiği noktalar bir dik üçgenin köşeleridir.



$$|AO| = |OB| \text{ ve } f(1) = \frac{3}{2}$$

olduğuna göre, $f(3)$ kaçtır?

- A) $\frac{-7}{2}$ B) $\frac{-5}{2}$ C) $\frac{-3}{2}$ D) $\frac{-1}{2}$ E) -1

$$f(x) = -\frac{1}{a}(x^2 - a^2)$$

$$f(1) = -\frac{1}{a}(1 - a^2) = \frac{3}{2}$$

$$a^2 - 1 = \frac{3a}{2} \Rightarrow 2a^2 - 3a - 2 = 0$$

$$\begin{array}{l} 2a \rightarrow -2 \\ 0 \rightarrow +1 \\ a = -\frac{1}{2}, a = 2 \end{array}$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x^2 - 4)$$

$$f(3) = \frac{-5}{2}$$

5. $y = f(x)$ parabolünün minimum noktası $A(2, -1)$ dir.

Buna göre,

$$y = f(x - 2) + 3$$

parabolünün minimum noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

$$y = f(x - 2) + 3$$

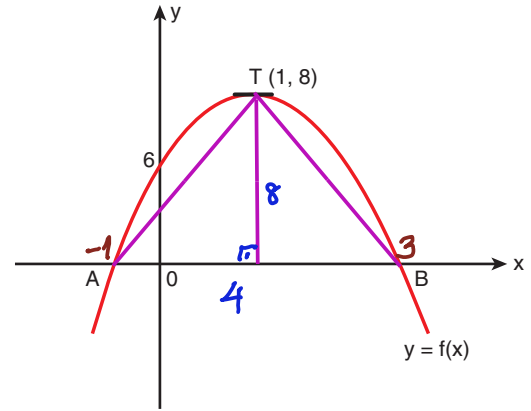
$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$, yani 2 br sağa ötele
 $h = 3$ yani 3 br yukarı ötele demektir.

$$A(2, -1) \rightarrow A'(2 + 2, -1 + 3)$$

$$A'(4, 2)$$

$$4 + 2 = 6$$

6. Aşağıda $y = f(x)$ parabolünün grafiği verilmiştir.



$y = f(x)$ parabolünün tepe noktası $T(1, 8)$ dir.

Buna göre, parabolün eksenleri kestiği noktalar A ve B olmak üzere, $A(\widehat{ATB})$ kaç birimkaredir?

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 28 E) 32

$$y = a \cdot (x - 1)^2 + 8$$

$$(0, 6) \text{ için } 0 + 8 = 6 \Rightarrow a = -2$$

$$y = -2 \cdot (x - 1)^2 + 8$$

$$y = 0 \text{ için } x - 1 = 2 \vee x - 1 = -2$$

$$x = 3 \vee x = -1$$

$$A(\widehat{ATB}) = \frac{4 \cdot 8}{2} = 16$$

7. a bir gerçek sayıdır.

$$y = f(x) = 2x^2 - (a - 3)x + a - 11$$

parabolünün tepe noktası y ekseninde yerindedir.

Buna göre, f fonksiyonunun alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) -5 B) -6 C) -7 D) -8 E) -10

$$0 - 3 = 0 \Rightarrow 0 = 3$$

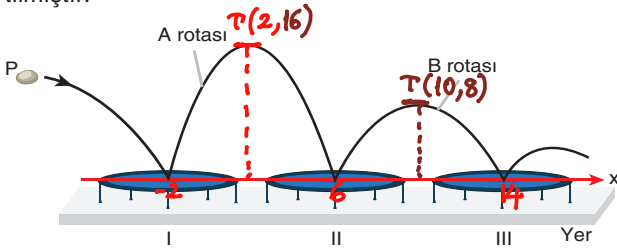
$$f(x) = 2x^2 - 8$$

$$x = 0$$

$$h = f(0) = -8$$

Test - 3

8. Aşağıda özdeş 3 trampolin, eşit aralıklarla konumlandırılmış ve P noktasından I nolu trampoline doğru bir taş fırlatılmıştır.



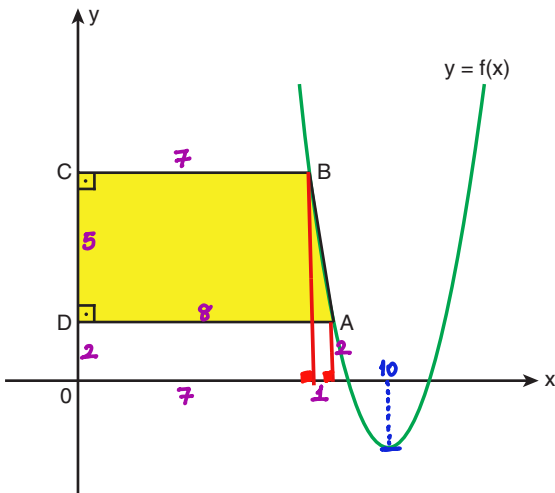
I nolu trampolinin tam merkezine düşen taş, buradan sekiktikten sonra parabolik bir A rotası izleyerek II nolu trampolinin tam merkezine düşmüş ve buradan da sekip B parabolik rotasını izleyerek III nolu trampolinin merkezine düşmüştür. Kırmızı çizgi ile çizilen doğru x eksenidir.

Trambolinlerin merkezleri arasındaki mesafe eşit ve A rotasının yerden en yüksek noktasının ordinatı, B rotasının yerden en yüksek noktasının ordinatının 2 katıdır.

A rotası $f(x) = -x^2 + 4x + 12$ parabolü ile modellenir ve her 1 metre, koordinat sisteminde 1 birim olarak kabul edilirse, A ve B rotalarının en yüksek noktaları arasındaki en kısa uzaklık kaç metre olur?

- A) 8 B) $8\sqrt{2}$ C) 16 D) $16\sqrt{2}$ E) 32
- $-x^2 + 4x + 12 = 0$ $x = 2$ $|AB| = \sqrt{8^2 + 8^2}$
 $x^2 - 4x - 12 = 0$ $k = -4 + 8 + 12$ $= 8\sqrt{2}$
 $\begin{matrix} -6 \\ +2 \end{matrix}$ $k = 16$
 $x = 6, x = -2$ $T(2, 16)$

9. Aşağıda $y = f(x) = x^2 - 20x + 98$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

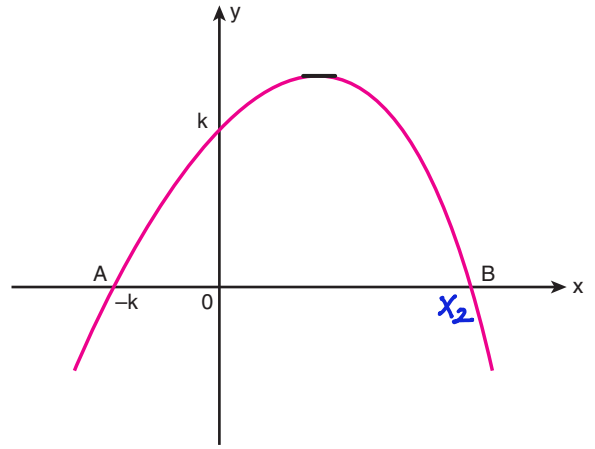


C noktasının ordinatı 7 ve A noktasının apsisi 8'dir.

Buna göre, ABCD dik yamuğunun alanı kaç birimkaredir?

- A) 42,5 B) 40 C) 37,5 D) 35 E) 32,5
- $x^2 - 20x + 98 = 7$ $f(8) = 64 - 160 + 98$ $A(ABCD) = \frac{8+7}{2} \cdot 5$
 $x^2 - 20x + 91 = 0$ $f(8) = 2$ $= 37,5$
 $x_1 = 13 \vee x_2 = 7$

10. Aşağıda $y = -x^2 + bx + c$ parabolünün grafiği verilmiştir.



Buna göre, B noktasının apsisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{k}{2}$ D) $k - 1$ E) $2k - 1$

$y = f(x) = -x^2 + bx + c$
 $(0, k)$ için $c = k$
 $y = -x^2 + bx + k$
 $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
 $-k \cdot x_2 = -k \Rightarrow x_2 = 1$

ACİL MATEMATİK

11. m bir gerçekte sayıdır.

$y = x^2 - 5x + m - 1$

parabolü ile $y = x + 2$ doğrusu kesişmemektedir.

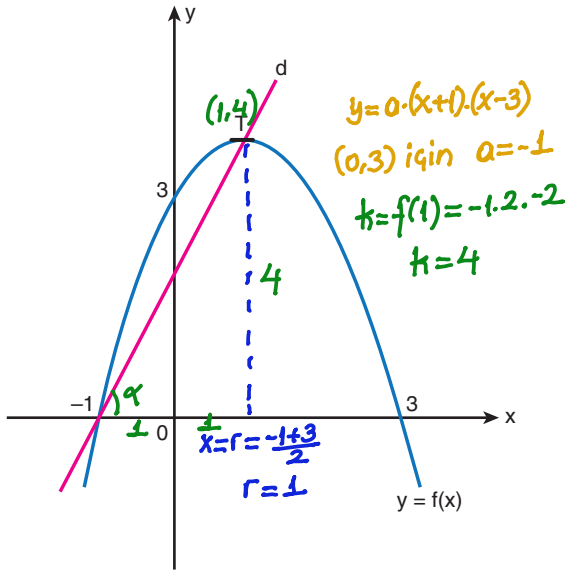
Buna göre, m'nin alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

$x^2 - 5x + m - 1 = x + 2$
 $x^2 - 6x + m - 3 = 0$
 $\Delta < 0$ olmalı.
 $36 - 4 \cdot (m - 3) < 0 \Rightarrow 48 < 4m$
 $12 < m$

m nin en küçük tam sayı değeri 13

12. Aşağıda verilen d doğrusu $y = f(x)$ parabolünün tepe noktasından geçmektedir.

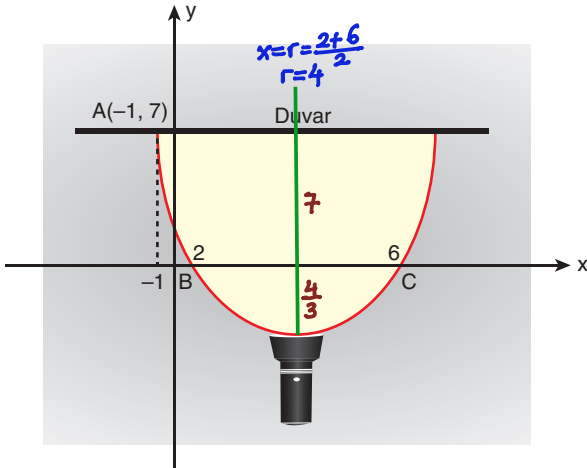


Buna göre, d doğrusunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2y = 5x + 5$ B) $y = 2x + 2$ C) $y = x + 1$
D) $2y = 3x + 3$ E) $y = 3x + 2$

$m = \tan \alpha = \frac{4}{2}$
 $m = 2$
 $y - 4 = 2 \cdot (x - 1)$
 $y = 2x + 2$

13. Bir el feneri karanlık bir odada açılıp yere bırakıldığında, yerde bir parabol görüntüsü oluşmaktadır.



Karanlık odada fenerin zeminde oluşturduğu parabol şekil-deki gibi koordinat ekseninde gösterilmiştir.

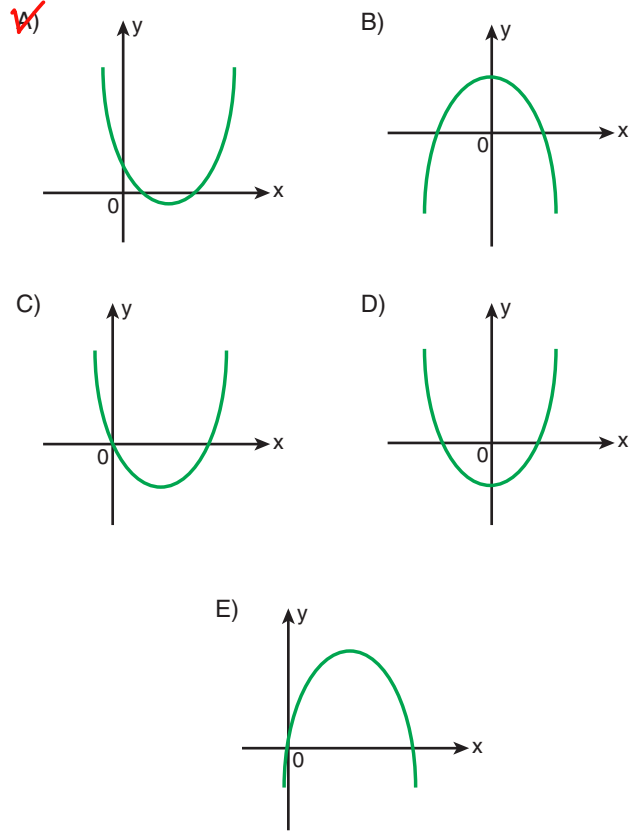
Buna göre, el fenerinin karşı duvara olan uzaklığı en fazla kaç birimdir?

- A) $\frac{22}{3}$ B) 8 C) $\frac{25}{3}$ D) 9 E) $\frac{28}{3}$

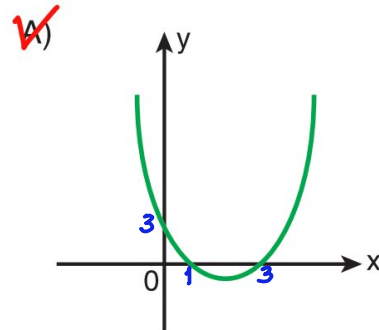
$y = a \cdot (x - 2) \cdot (x - 6)$
 $A(-1, 7)$ için $21a = 7$
 $a = \frac{1}{3}$
 $k = f(4) = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot -2 = -\frac{4}{3}$
 $\frac{4}{3} + 7 = \frac{25}{3}$

14. $f(x) = x^2 - 2x$ ve $g(x) = x - 1$ fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(f \circ g)(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdaki-lerden hangisi olabilir?



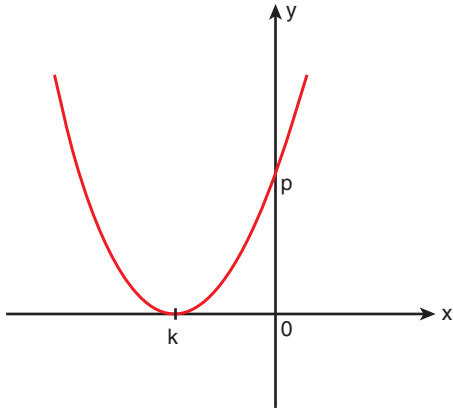
$f(x) = x^2 - 2x$ $g(x) = x - 1$
 $(f \circ g)(x) = f(x - 1) = (x - 1)^2 - 2 \cdot (x - 1)$
 $(f \circ g)(x) = x^2 - 4x + 3$



1. B	2. C	3. B	4. B	5. C	6. C	7. D
8. B	9. C	10. B	11. C	12. B	13. C	14. A

Test - 4

1. Aşağıda $y = x^2 + mx + 8 - m$ parabolünün grafiği verilmiştir.



Buna göre, $k + p$ toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

$$y = x^2 + mx + 8 - m$$

$$\Delta = 0 \text{ olmalı}$$

$$m^2 - 4 \cdot (8 - m) = 0$$

$$m^2 + 4m - 32 = 0$$

$$+8$$

$$-4$$

$$m = -8 \vee m = 4$$

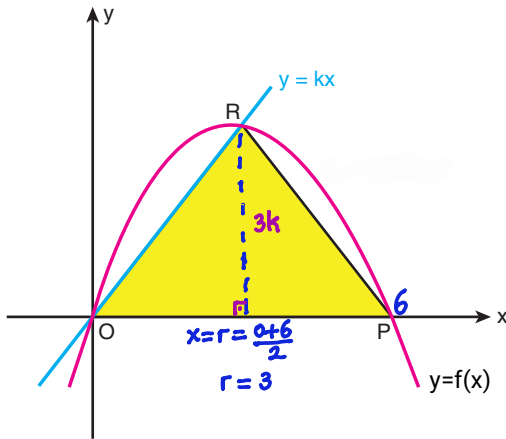
$$y = x^2 + 4x + 4$$

$$y = (x+2)^2$$

- $x=0$ için $p=4$
- $x=k$ için $(k+2)^2=0$
 $k=-2$

$$p+k = 4-2 = 2$$

2. Aşağıda $y = f(x)$ parabolü ile parabolün tepe noktasından geçen $y = kx$ doğrusunun grafikleri verilmiştir.



$A(\widehat{ORP}) = 27$ birimkare olup $P(6,0)$ dir.

Buna göre, k kaçtır?

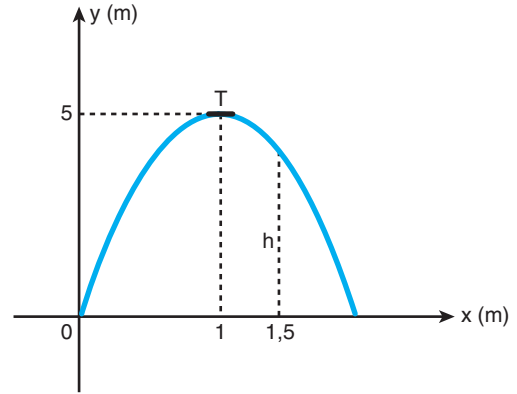
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 9

$$A(\widehat{ORP}) = \frac{3k \cdot 6}{2} = 27$$

$$9k = 27$$

$$k = 3$$

3. Aşağıda parabolik bir yörüngede yol alan bir su fıskiyesi görseli verilmiştir. Parabolün tepe noktası $T(1, 5)$ dir.



Buna göre, fıskiye den akan suyun başlangıç noktasına olan uzaklığı 1,5 metre iken yüksekliği(h) kaç metredir?

- A) 0,5 B) 0,8 C) 1 D) 1,2 E) 3,75

$$y = a \cdot (x-1)^2 + 5$$

(0,0) için $a+5=0 \Rightarrow a=-5$

$$y = f(x) = -5 \cdot (x-1)^2 + 5$$

$$f(1,5) = -5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 5 = \frac{-5}{4} + 5 = \frac{-5 + 20}{4} = \frac{15}{4} = 3,75$$

$$h = 3,75 \text{ metre}$$

4. m bir gerçel sayıdır.

$$f(x) = x^2 - 2x + m - 6$$

parabolünün tepe noktası IV. bölgededir.

Buna göre, m 'nin en geniş aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 7)$ B) $(-2, 2)$ C) $(0, 7)$
D) $(7, \infty)$ E) $(-2, \infty)$

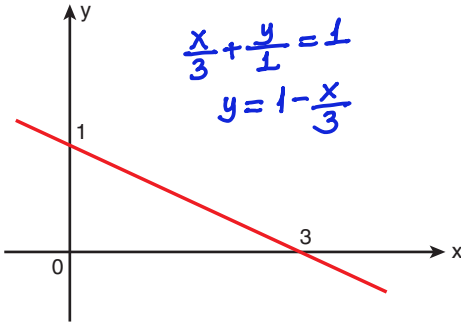
- $x=r=1$
- $k = f(1) = 1 - 2 + m - 6 = m - 7$

$$T(1, m-7) \quad m-7 < 0$$

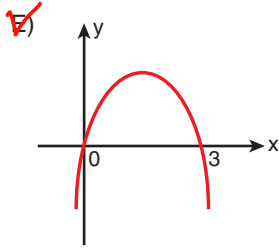
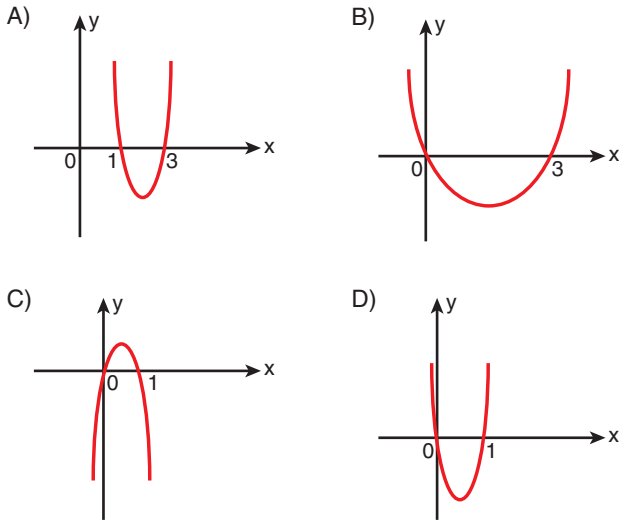
$$m < 7$$

$$(-\infty, 7)$$

5. Aşağıda $y = f(x)$ doğrusunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $g(x) = x \cdot f(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



$$f(x) = -\frac{x}{3} + 1$$

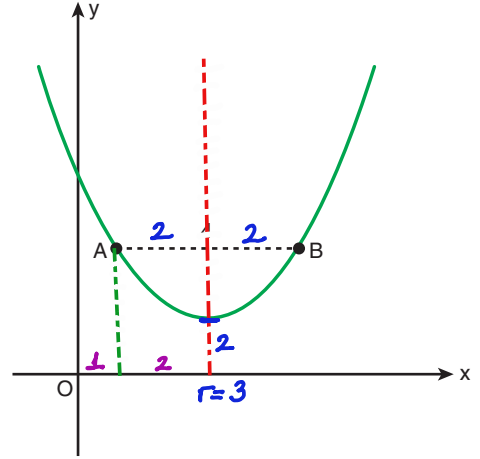
$$g(x) = x \cdot \left(-\frac{x}{3} + 1\right)$$

$$g(x) = -\frac{x^2}{3} + x$$

- $a = -\frac{1}{3} < 0$ ∩
- $x=0$ için $y=0$
 $y=0$ için $x=0, x=3$
- $x=r = \frac{3}{2}$
 $h = f\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{3}{4} + \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$

6. Aşağıda $f(x) = x^2 - 6x + 11$ parabolünün grafiği verilmiştir.

$[AB] = 4$ birim, $[AB] \parallel Ox$ tir.



Buna göre, A noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

$$f(x) = x^2 - 6x + 11$$

$$x = r = 3$$

$$h = f(3) = 2$$

$$f(1) = 1 - 6 + 11 = 6$$

$$A(1, 6) \rightarrow 1 + 6 = 7$$

ACIL MATEMATİK

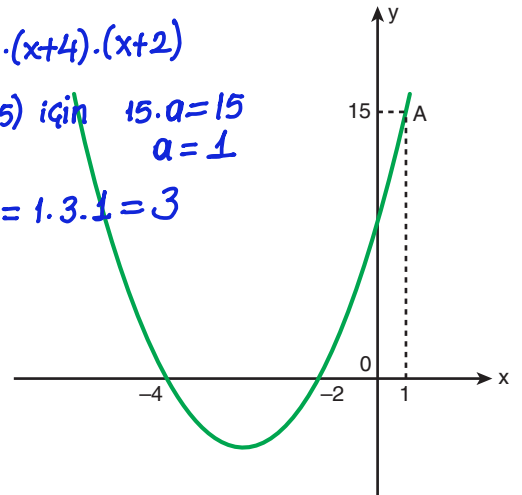
7. Aşağıda $y = f(x)$ parabolünün grafiği verilmiştir. $A(1, 15)$ tir.

$$y = a \cdot (x+4) \cdot (x+2)$$

$$A(1, 15) \text{ için } 15 \cdot a = 15$$

$$a = 1$$

$$f(-1) = 1 \cdot 3 \cdot 1 = 3$$



Buna göre, $f(-1)$ kaçtır?

- A) 2 B) $\frac{5}{2}$ C) 3 D) $\frac{7}{2}$ E) 4

Test - 4

8. $y = x^2 - 2x + m$
parabolünün tepe noktasının x eksenine olan uzaklığı 3 birimdir.

Buna göre, m'nin alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

- A) -24 B) -16 C) -12 D) -8 E) -4

$$x = r = \frac{-b}{2a} = 1$$

$$k = f(1) = 1 - 2 + m = m - 1$$

$$|m - 1| = 3$$

$$m - 1 = 3$$

$$m = 4$$

$$m - 1 = -3$$

$$m = -2$$

$$4 \cdot (-2) = -8$$

9. Bir koltuk üreticisi her ay $600 - x$ tane koltuk üretebilmektedir. Her bir koltuğun maliyeti 300 lira olup, üretici bu koltukların tanesini x liradan satmaktadır.

Buna göre, koltuk üreticisinin bir aydaki kârının en çok olması için kaç tane koltuk üretmesi gerekir?

- A) 125 B) 150 C) 175 D) 200 E) 225

$$Kâr = Satış - Alış$$

$$K = (600 - x) \cdot x - (600 - x) \cdot 300$$

$$K = -x^2 + 900x - 180000$$

$$x = r = 450$$

$$600 - 450 = 150$$

10. Bir kuyuda 72 m^3 hacminde su bulunmaktadır. Kuyudaki su sağlıksız olduğu için boşaltılacaktır. Boşaltma işleminin başlamasından t saat sonra kuyudan m^3 birimine göre boşaltılan suyun hacmi $V(t) = 24t - 2t^2$ fonksiyonuyla belirlenmiştir.

Boşaltma işlemi sabah saat 10.00 da başladığına göre, kuyu saat kaçta tamamen boşalmış olur?

- A) 16 B) 18 C) 19 D) 20 E) 22

$$V(t) = 24t - 2t^2$$

$$t = r = 6$$

$$V(6) = 144 - 72 = 72$$

6 saatte 72 m^3 boşaltılıyor.

$$10.00 + 6.00 = 16.00$$

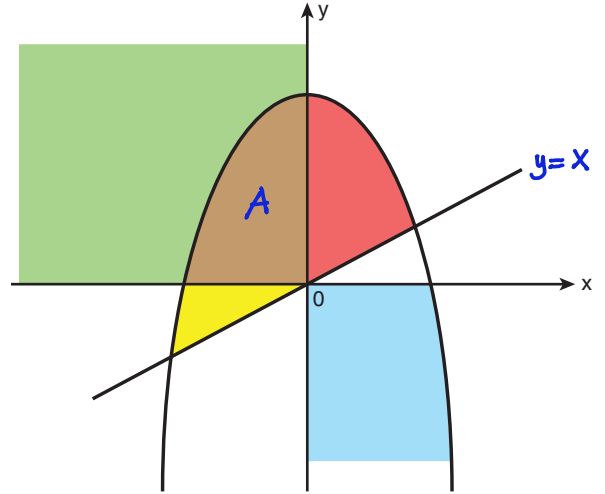
11. Aşağıda dik koordinat düzleminde,

$$y \leq -x^2 + 2 \quad (\text{I.}, \text{parabolün altı tarafıdır.})$$

$$y \geq x \quad (\text{II.}, y=x \text{ doğrusunun üstü tarafıdır.})$$

$$x \cdot y \leq 0 \quad (\text{III. ve IV. bölge tarafıdır.})$$

eşitsizlik sistemini sağlayan bölgeler boyanacaktır.

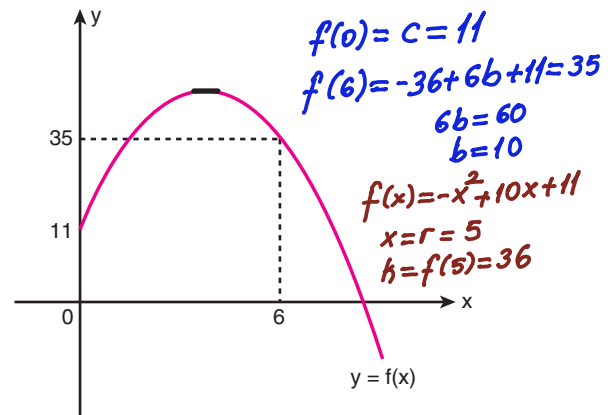


Buna göre, yukarıda verilen renkli bölgelerden hangisi verilen eşitsizlik sistemini temsil eder?

- A) Yeşil B) Kahverengi C) Kırmızı
D) Sarı E) Mavi

Üç eşitsizlik birden kahverengi bölgede sağlanır.

12. Aşağıda tanım kümesi $[0, \infty)$ aralığında olan $y = f(x) = -x^2 + bx + c$ parabolünün grafiği verilmiştir.



Buna göre, $y = f(x)$ fonksiyonunun alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 48 B) 44 C) 40 D) 38 E) 36

1. D	2. B	3. E	4. A	5. E	6. B
7. C	8. D	9. B	10. A	11. B	12. E

1. $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğinin maksimum noktasının koordinatları $A(-1, 6)$ dır.

Buna göre,

$$y = 4 \cdot f(x - 3) + 5$$

fonksiyonunun grafiğinin maksimum noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (2, 11) B) (2, 29) C) (-4, 29)
D) (8, 11) E) (-11, 6)

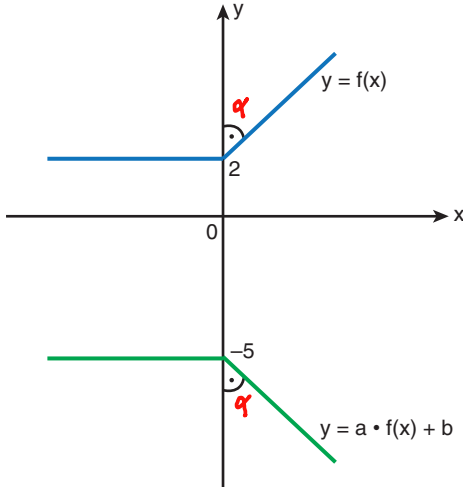
$x-3=0 \Rightarrow x=3$, 3 br sağa ötelenir.

$$y = 4 \cdot f(x-3) + 5$$

Anoktasının ordinatının 4 katı alınıp 5 birim yukarı ötelenir.

$A(-1, 6) \rightarrow (-1+3, 6 \cdot 4 + 5)$
 $(2, 29)$ olur.

2. Aşağıda, $y = f(x)$ ve $y = a \cdot f(x) + b$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre, $a - b$ farkı kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

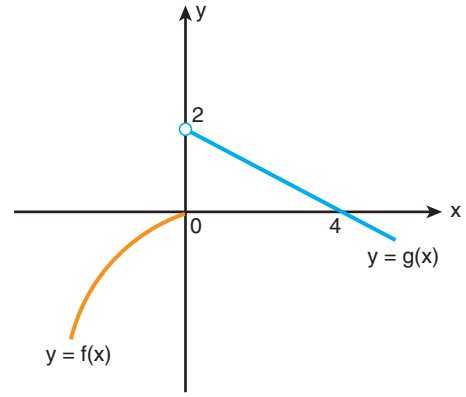
α don dolayı $a = -1$ olur.

$-f(x)$, y eksenini -2 de keser sonra 3 br aşağı ötelenirse $y = -f(x) - 3$ fonksiyonunun grafiği elde edilir.

$a = -1$ ve $b = -3$ tür.

$a - b = -1 + 3 = 2$ bulunur.

3. Aşağıda, f ve g fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



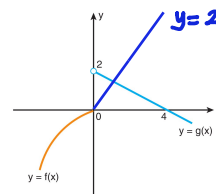
$$h(x) = \begin{cases} f(x), & x \leq 0 \\ g(x), & x > 0 \end{cases}$$

$h(x)$ fonksiyonunun daima artan olması için,

- I. $g(x + 4)$ $x+4=0 \Rightarrow x=-4$, 4 br sola ötelenir.
II. $2 - g(x)$ x 'e göre simetriği alınıp 2 br yukarı ötelenir.
III. $f(x) + 2$ 2 br yukarı ötelenir.

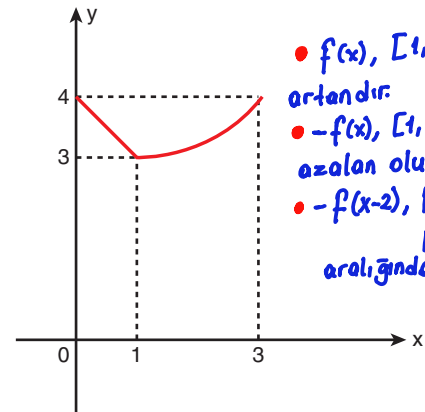
yukarıda verilen öteleme-simetri hareketlerinden hangileri yapılmalıdır?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) Yalnız III E) II ve III



Yalnız II daima artan
(I ve III içinde siz grafik çizersiniz)

4. Aşağıda $f : [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



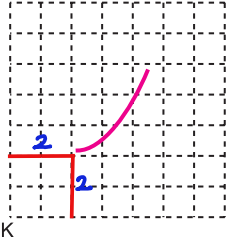
- $f(x)$, $[1, 3]$ aralığında artandır.
- $-f(x)$, $[1, 3]$ aralığında azalan olur.
- $-f(x-2)$, $[1+2, 3+2]$ aralığında azalan dır.

Buna göre, $y = -f(x - 2)$ fonksiyonu hangi aralıkta azalandır?

- A) [2, 6] B) [3, 5] C) [-1, 1]
D) [1, 3] E) [-1, 5]

Fonksiyonlarda Dönüşümler - Test

5.

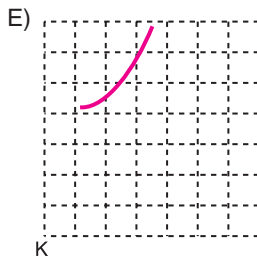
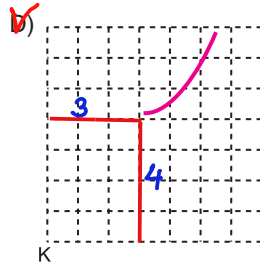
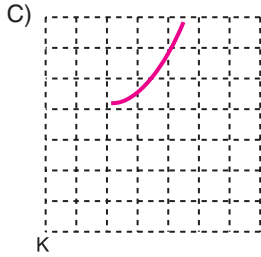
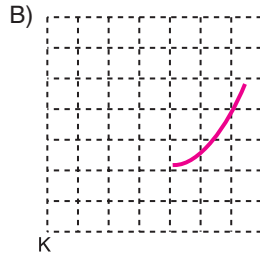
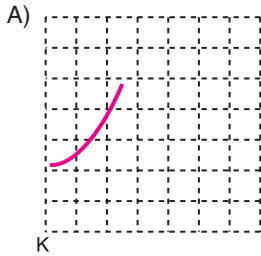


Yandaki birim kareli zeminde $y = x^3$ fonksiyonunun grafiğinin bir kısmı eksenler olmadan verilmiştir.

Buna göre, aynı birim kareli zeminde,

$$y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1 = (x-1)^3 + 2$$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



$$y = f(x) = x^3$$

$y = (x-1)^3 + 2$ fonksiyonu, $f(x)$ fonksiyonunun 1 br sağa, 2 br yukarı ötelemiş halidir.

6. m bir gerçək sayıdır.

$$f(x) = 5 \cdot (x + m)^2 + 3$$

fonksiyonunda her x gerçək sayısı için,

$$f(x + 4) = f(4 - x)$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $f(6)$ kaçtır?

- A) 17 B) 19 C) 21 D) 23 E) 25

$$x = r = -m = \frac{x+4+4-x}{2}$$

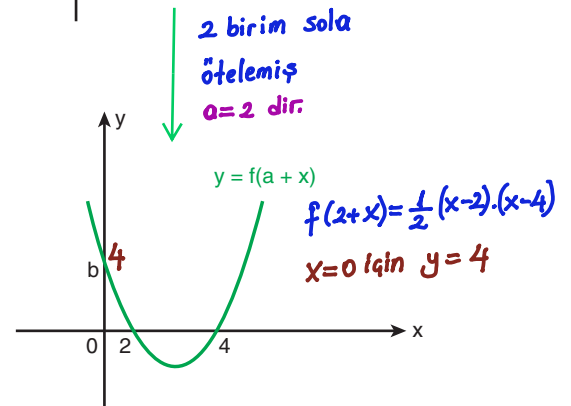
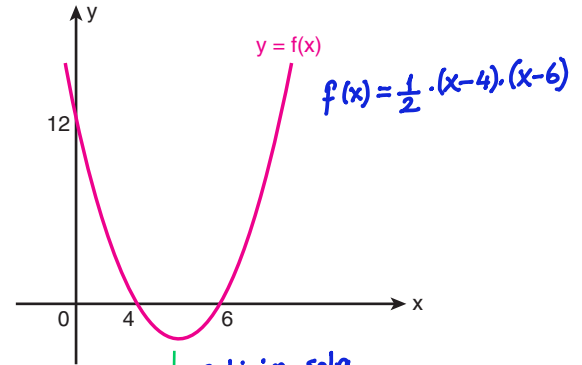
$$-m = 4 \Rightarrow m = -4$$

$$f(x) = 5 \cdot (x-4)^2 + 3$$

$$f(6) = 5 \cdot 2^2 + 3 = 23$$

7. a ve b birer gerçək sayıdır.

Aşağıda $y = f(x)$ ve $y = f(a + x)$ parabolünün grafikleri verilmiştir.



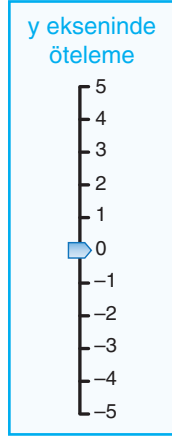
Buna göre, a + b toplamı kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) -2 D) 4 E) 6

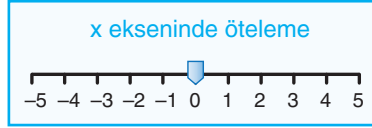
$$a+b = 2+4 = 6$$

8. Aşağıda, bir grafik çizim programındaki x ve y ekseninde ötelemeyi sağlayan iki bölme gösterilmiştir.

Örneğin; $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilip $y = f(x - 2) + 1$ fonksiyonunun grafiği istendiğinde programdaki II. Şekil'deki düğme 2'ye ve I. Şekil'deki düğme 1'e getirilir.

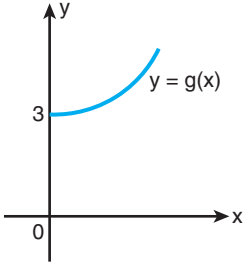


I. Şekil

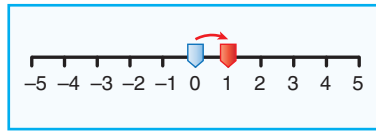
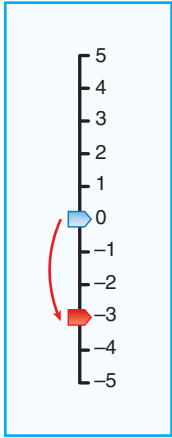


II. Şekil

Buna göre,



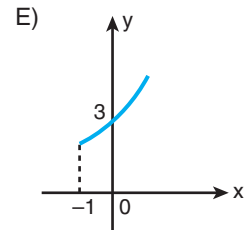
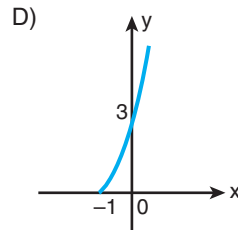
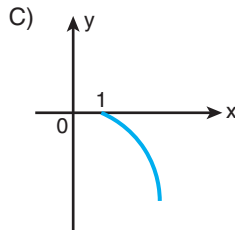
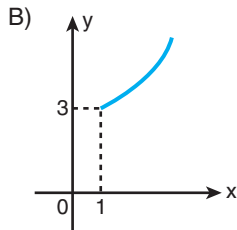
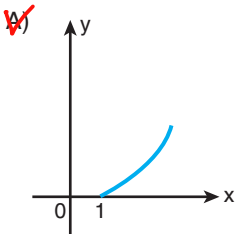
yukarıda çizilen $y = g(x)$ fonksiyonunun grafiği için;



$$h(x) = g(x-1) - 3$$

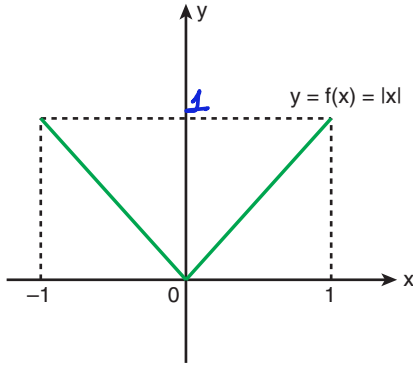
$g(x)$ fonksiyonu 1 br sağa, 3 br aşağı ötelenir.

öteleme işlemleri yapılırsa aşağıdaki grafiklerden hangisi elde edilir?



Fonksiyonlarda Dönüşümler - Test

9. Aşağıda, $[-1, 1]$ aralığında tanımlı $y = |x|$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $y = f\left(\frac{x}{3}\right) + 2$ fonksiyonunun tanım kümesi

A ve görüntü kümesi B olmak üzere, $A \cap B$ kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $[-2, 3]$ B) $[-3, 2]$ C) $[-3, -2]$
 D) $[2, 3]$ E) $[-3, 3]$

$$\left. \begin{array}{l} A = [-3, 3] \\ B = [2, 3] \end{array} \right\} A \cap B = [2, 3]$$

$\rightarrow y = f\left(\frac{x}{3}\right) + 2$

x değerleri 3 ile çarpılır.
 2 birim yukarı ötelenir.

10. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere, f fonksiyonunun grafiği y eksenine göre simetriktir.

Buna göre,

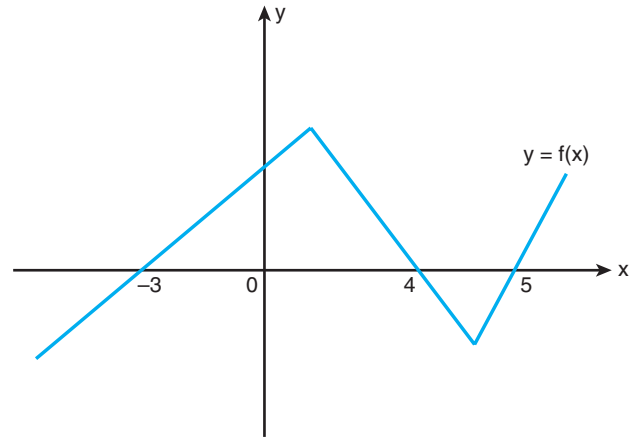
- I. $3 \cdot f(x) = 3x^2$ çift fonksiyon
 II. $f(x+5) = (x+5)^2$ ne tek, ne çift fonksiyon
 III. $f(x) + 4 = x^2 + 4$ çift fonksiyon

fonksiyonlarından hangilerinin grafiği yine y eksenine göre simetriktir?

- A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III
 D) Yalnız II E) I ve III

y eksenine göre simetrik ise çift fonksiyondur.
 Örneğin; $y = x^2$ olsun.

11. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

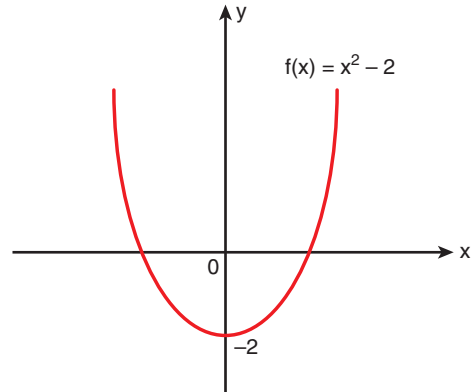


Buna göre, $f(x+2) = 0$ denkleminin kökler toplamı kaçtır?

- A) 12 B) 8 C) 6 D) 4 E) 0

$$f(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{array}{l} x+2 = -3, \quad x+2 = 4, \quad x+2 = 5 \\ x = -5, \quad x = 2, \quad x = 3 \\ -5 + 2 + 3 = 0 \end{array}$$

12. Bir öğrenci $f(x) = x^2 - 2$ parabolünün grafiğini aşağıdaki gibi çizmiştir.



Buna göre,

$$-f(x), \quad f(x)+3, \quad f(x-1), \quad f(2x)$$

$$y = 2 - x^2, \quad y = x^2 + 1, \quad y = x^2 - 2x - 1 \quad \text{ve} \quad y = 4x^2 - 2$$

fonksiyonlarının grafiklerini de çizmek isteyen bu öğrenci aşağıdaki fonksiyonlardan hangisini kullanmalıdır?

- A) $-f(x)$ B) $f(-x)$ C) $f(x) + 3$
 D) $f(x-1)$ E) $f(2x)$

1. B	2. D	3. B	4. B	5. D	6. D
7. E	8. A	9. D	10. E	11. E	12. B



YANINDA BULUNSUN

$a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}$ ve a, b, c reel sayılarından en az ikisi sıfırdan farklı olmak üzere, $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$ şeklindeki ifadelere "İkinci Dereceden İki Bilinmeyenli Bir Denklem" denir.

İki bilinmeyenli en az iki denklemden oluşan sistemin denklemlerinden en az biri ikinci dereceden denklem ise bu sisteme "İkinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklem Sistemi" denir.

Denklemin ortak çözüm kümesi denklem sisteminin çözüm kümesidir.



NOT

Denklemlerden biri birinci dereceden, diğeri ikinci dereceden olursa birinci dereceden olan denklemdeki bilinmeyenlerden biri diğeri cinsinden hesaplanır ve diğer denklemde yerine yazılır.



ÖRNEK 1.

$$\begin{cases} 3m^2 + p^2 = 7 \\ m + p = 3 \end{cases}$$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.



ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} p &= 3 - m & 3m^2 + (3 - m)^2 &= 7 \\ 4m^2 - 6m + 2 &= 0 & \Rightarrow m &= \frac{1}{2} \vee m = 1 \\ \begin{matrix} 4m & \rightarrow & -1 \\ m & \rightarrow & -2 \end{matrix} & & p &= \frac{5}{2} & p &= 2 \end{aligned}$$

$$C.K = \left\{ \left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2} \right), (1, 2) \right\}$$



ÖRNEK 2.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ x \cdot y = 3 \end{cases}$$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.



ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} x \cdot y = 3 &\Rightarrow y = \frac{3}{x} & x^2 + \frac{9}{x^2} = 10 &\Rightarrow \left(x + \frac{3}{x} \right)^2 = 16 \\ x + \frac{3}{x} &= 4 \vee x + \frac{3}{x} = -4 & x^2 - 4x + 3 &= 0 \vee x^2 + 4x + 3 = 0 \\ x &= 1, x = 3 & x &= -1, x = -3 \end{aligned}$$

$$C.K = \{ (-3, -1), (-1, -3), (1, 3), (3, 1) \}$$



ÖRNEK 3.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 26 \\ x - y = 6 \end{cases}$$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.



ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} y &= x - 6, & x^2 + (x - 6)^2 &= 26 \\ 2x^2 - 12x + 10 &= 0 & \Rightarrow x^2 - 6x + 5 &= 0 \\ & & \begin{matrix} -5 \\ -1 \end{matrix} & \\ x &= 5 \vee x = 1 & y &= -1 \vee y = -5 \end{aligned}$$

$$C.K = \{ (1, -5), (5, -1) \}$$



ÖRNEK 4.

$$\begin{cases} x + xy = 8 \\ x^2 + x^2y^2 = 40 \end{cases}$$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.



ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} xy &= 8 - x, & x^2 + (8 - x)^2 &= 40 \Rightarrow 2x^2 - 16x + 24 = 0 \\ & & x^2 - 8x + 12 &= 0 \\ & & \begin{matrix} -6 \\ -2 \end{matrix} & \\ x &= 6 \vee x = 2 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = 6 \text{ için } 6y &= 2 \Rightarrow y = \frac{1}{3} \\ x = 2 \text{ için } 2y &= 6 \Rightarrow y = 3 \end{aligned}$$

$$C.K = \left\{ \left(6, \frac{1}{3} \right), (2, 3) \right\}$$



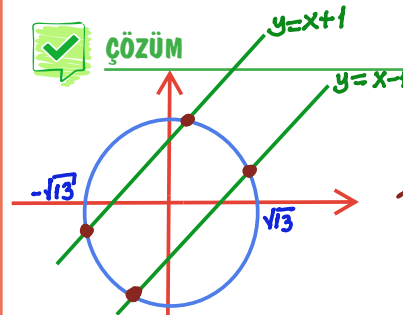
ÖRNEK 5.

$$\begin{cases} |x - y| = 1 \Rightarrow \begin{cases} x - y = 1 \\ y = x - 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x - y = -1 \\ y = x + 1 \end{cases} \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$$

denklem sisteminin çözüm kümesi kaç tane ikiliden oluşur?



ÇÖZÜM



Çözüm kümesi 4 elemanlıdır.

- $\left\{ (1, 2), \left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2} \right) \right\}$
- $\{(1, 3), (3, 1), (-1, -3), (-3, -1)\}$
- $\{(5, -1), (1, -5)\}$
- $\left\{ (2, 3), \left(6, \frac{1}{3} \right) \right\}$
- 4

ÖRNEK 6.

$$\begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 100 \\ x \cdot y = 21 \end{cases}$$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} (x+y)^2 = 100 &\Rightarrow x+y=10 \vee x+y=-10 \\ &y=10-x \vee y=-x-10 \\ x \cdot (10-x) = 21 &\vee x \cdot (-x-10) = 21 \\ x^2 - 10x + 21 = 0 &\vee x^2 + 10x + 21 = 0 \\ x=3, x=7 &\vee x=-3, x=-7 \end{aligned}$$

ÖRNEK 7. $G.K = \{(-3, -7), (-7, -3), (3, 7), (7, 3)\}$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 113 \\ x^2 - y^2 = 15 \end{cases}$$

denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

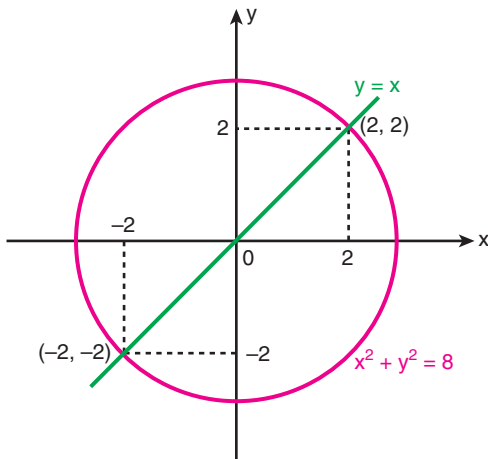
ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} 2x^2 = 128 &\Rightarrow x^2 = 64 \Rightarrow x = -8 \vee x = 8 \\ x = -8 \text{ ise } 64 + y^2 = 113 &\Rightarrow y^2 = 49 \Rightarrow y = -7 \vee y = 7 \\ x = 8 \text{ ise } 64 + y^2 = 113 &\Rightarrow y^2 = 49 \Rightarrow y = -7 \vee y = 7 \\ G.K = \{(-8, -7), (-8, 7), (8, -7), (8, 7)\} \end{aligned}$$



NOT

$y = x$ } denklem sisteminin çözüm kümesinin kaç elemanlı olduğunu farklı bir şekilde bulalım.
 $x^2 + y^2 = 8$

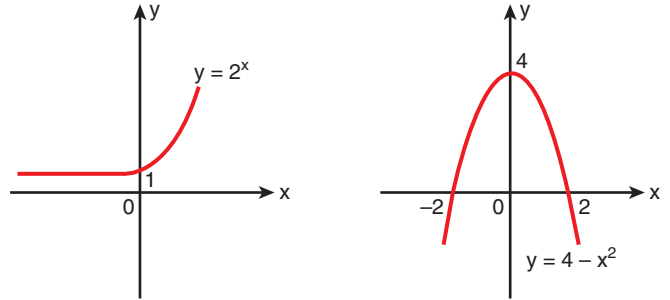


Çember ile doğrunun iki noktada kesiştiği koordinat düzleminde görülmektedir.

Dolayısıyla denklem sisteminin çözüm kümesi iki elemanlıdır.

ÖRNEK 8.

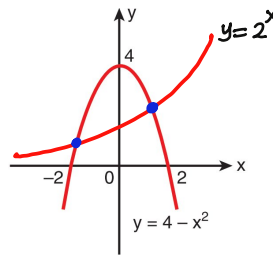
Aşağıda $y = 2^x$ ve $y = 4 - x^2$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre, $x^2 + 2^x - 4 = 0$ denkleminin çözüm kümesi kaç elemanlıdır?

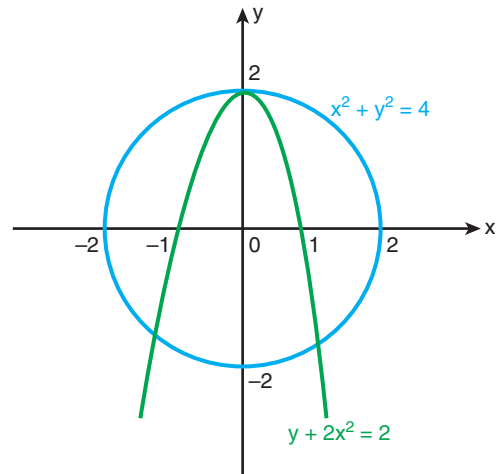
ÇÖZÜM

$$2^x = 4 - x^2$$



Denkleminin çözüm kümesi 2 elemanlıdır.

ÖRNEK 9.

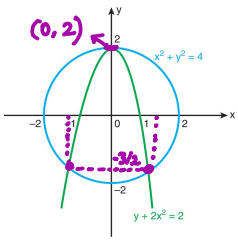


Yukarıda verilen dik koordinat düzlemini kullanarak $x^2 + y^2 = 4$ ve $y + 2x^2 = 2$ denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

6. $\{(3, 7), (7, 3), (-3, -7), (-7, -3)\}$ 7. $\{(8, 7), (8, -7), (-8, 7), (-8, -7)\}$

8. 2 9. $\left\{ (0, 2), \left(\frac{\sqrt{7}}{2}, \frac{-3}{2} \right), \left(\frac{-\sqrt{7}}{2}, \frac{-3}{2} \right) \right\}$

✓ ÇÖZÜM



$$x^2 = 4 - y^2, y + 2 \cdot (4 - y^2) = 2$$

$$2y^2 - y - 6 = 0 \Rightarrow y = -3/2$$

$$2y \rightarrow -2 \quad y = 2$$

$$y \rightarrow 3$$

$$y = -3/2 \text{ için } x^2 = \frac{7}{4} \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{7}}{2}$$

$$y = 2 \text{ için } x = 0$$

$$Ç.K = \left\{ \left(-\frac{\sqrt{7}}{2}, -\frac{3}{2} \right), \left(\frac{\sqrt{7}}{2}, -\frac{3}{2} \right), (0, 2) \right\}$$



YANINDA BULUNSUN

A) BİRİNCİ DERECEDE BİR BİLİNMEYENLİ EŞİTSİZLİKLER

$a, b \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0$ olmak üzere,

$$ax + b > 0, ax + b < 0, ax + b \geq 0, ax + b \leq 0$$

şeklindeki eşitsizliklere "Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Eşitsizlik" denir.

f(x) = ax + b nin İşaret Tablosu

Birinci dereceden bir bilinmeyenli $f(x) = ax + b$ fonksiyonunun işaretini incelemek için aşağıdaki işlemler yapılır.

- $f(x) = 0$ yapan x değeri bulunur. Yani $f(x)$ in kökü bulunur.
- $ax + b = 0$ ise $x = \frac{-b}{a}$
- $f(x) = ax + b$ fonksiyonunun başkatsayısı "a" nın işareti belirlenir.
- Aşağıdaki gibi işaret tablosu yapılır.

x	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$	∞
f(x) = ax + b	a ile ters işaretli	a ile aynı işaretli	

Örneğin;

$$2x - 6 < 0$$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz.

$$f(x) = 0$$

$$2x - 6 = 0 \text{ ise } x = 3$$

f(x) in başkatsayısı 2 ve işareti (+) dir.

x	$-\infty$	3	∞
2x - 6	-	0	+

$2x - 6 < 0$ olduğundan (-) olan kısım çözüm kümesidir.

$$Ç.K = (-\infty, 3)$$



ÖRNEK 10.

$$15 - 3x \geq 0$$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz.



ÇÖZÜM

$$15 - 3x = 0 \Rightarrow x = 5$$

x	$-\infty$	5	∞
15 - 3x		+	-

$$Ç.K = (-\infty, 5]$$



ÖRNEK 11.

$a < 0$ olmak üzere,

$$ax + b < 0$$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz.



ÇÖZÜM

$$0x + b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	∞
ax + b		+	-

$$Ç.K = \left(-\frac{b}{a}, \infty \right)$$



ÖRNEK 12.

Boyutları 50 metre ve $2x - 6$ metre olan dikdörtgen şeklindeki bir tarlanın alanının %60'ı 480 metrekareden küçüktür.

Buna göre, x'in hangi aralıkta olması gerektiğini bulunuz.



ÇÖZÜM

$$50 \cdot (2x - 6) \cdot \frac{60}{100} < 480 \Rightarrow 2x - 6 < 16$$

$$2x - 22 < 0$$

$$2x < 22$$

$$x < 11$$

$$2x - 6 > 0 \Rightarrow x > 3$$

$$3 < x < 11$$

$$Ç.K = (3, 11)$$



YANINDA BULUNSUN

İşaret tablosu oluştururken kullanacağımız gösterimler.

	Payın Kökleri		Paydanın Kökleri
Tek Katlı			
Çift Katlı			
	Eşitlik	Eşit Olmama	Eşitlik ve Eşit Olmama



YANINDA BULUNSUN

B) İKİNCİ DERECEDEN BİR BİLİNMEYENLİ EŞİTSİZLİKLER

a, b, c ∈ ℝ ve a ≠ 0 olmak üzere,

$$ax^2 + bx + c < 0 \quad \text{ve} \quad ax^2 + bx + c > 0$$

$$ax^2 + bx + c \leq 0 \quad \text{ve} \quad ax^2 + bx + c \geq 0$$

şeklindeki eşitsizliklere "İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Eşitsizlik" denir.

f(x) = ax² + bx + c nin İşaret Tablosu

İkinci dereceden bir bilinmeyenli f(x) = ax² + bx + c fonksiyonunun işaretini incelemek için aşağıdaki işlemler yapılır.

- f(x) = 0 yapan x değeri bulunur. Yani f(x) in kökleri bulunur. Burada köklerin bulunması denklemin diskriminantına bağlıdır.
- f(x) = ax² + bx + c fonksiyonunun başkatsayısı "a" nın işareti belirlenir.
- İşaret tablosu yapılır.

Δ = b² - 4 · a · c > 0 Durumu

f(x) = ax² + bx + c = 0 denkleminin kökleri bulunur.

Kökler x₁, x₂ ve x₁ < x₂ olsun.

x	-∞	x ₁	x ₂	∞
f(x) = ax ² + bx + c	a ile aynı işaretli	a ile ters işaretli	a ile aynı işaretli	

NOT

- ax² + bx + c = 0 denkleminde Δ > 0 olması durumunda denklemin farklı iki reel kökü vardır.
- Tek katlı kökte işaret değişir.



ÖRNEK 13.

f(x) = x² - 7x + 12 fonksiyonunun,

- İşaret tablosunu yapınız.
- f(-100) · f(100) > 0 olduğunu gösteriniz.



ÇÖZÜM

x	-∞	3	4	∞
f(x)	+	-	+	

$$\left. \begin{array}{l} f(-100) > 0 \\ f(100) > 0 \end{array} \right\} f(-100) \cdot f(100) > 0$$



ÖRNEK 14.

$$x^2 - 13x + 40 < 0$$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz.



ÇÖZÜM

$$x^2 - 13x + 40 = 0 \Rightarrow x = 5, x = 8$$

x	-∞	5	8	∞
x ² -13x+40	+	-	+	

G.K = (5, 8)



ÖRNEK 15.

$$-x^2 - 4x + 5 > 0$$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz.



ÇÖZÜM

$$-x^2 - 4x + 5 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x - 5 = 0 \Rightarrow x = -5, x = 1$$

x	-∞	-5	1	∞
-x ² -4x+5	-	+	-	

G.K = (-5, 1)

13. a)	<table border="1"><thead><tr><th>x</th><th>3</th><th>4</th></tr></thead><tbody><tr><td>f(x)</td><td>+</td><td>-</td><td>+</td></tr></tbody></table>	x	3	4	f(x)	+	-	+	b) f(-100) > 0 f(100) > 0 f(-100) · f(100) > 0 dir.
x	3	4							
f(x)	+	-	+						

14. (5, 8) 15. (-5, 1)

? ÖRNEK 16.

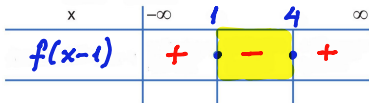
Gerçek sayılarda tanımlı bir f fonksiyonu için,
 $f(x) = x^2 - 3x$ dir.

Buna göre, $f(x - 1) \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$f(x) = x(x-3) \Rightarrow f(x-1) = (x-1) \cdot (x-4) \leq 0$$

$$x=1, x=4$$



$$Ç.K = [1, 4]$$

? ÖRNEK 17.

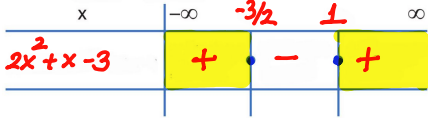
$$(2x - 1) \cdot (x + 1) \geq 2$$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$2x^2 + x - 3 \geq 0 \Rightarrow 2x^2 + x - 3 = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

$$2x \rightarrow -1 \quad x \rightarrow +3 \quad x = 1$$



$$Ç.K = (-\infty, -\frac{3}{2}] \cup [1, \infty) = \mathbb{R} - (-\frac{3}{2}, 1)$$

? ÖRNEK 18.

a ve b birer gerçek sayıdır.

$a < 0 < b$ olmak üzere,

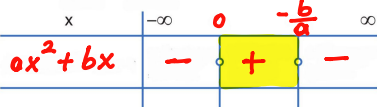
$$ax^2 + bx \leq 0$$

eşitsizliğini sağlamayan x değerlerinin hangi aralıkta olduğunu bulunuz.

$$ax^2 + bx > 0$$

✓ ÇÖZÜM

$$ax^2 + bx = 0 \Rightarrow x \cdot (ax + b) = 0 \Rightarrow x = 0, x = -\frac{b}{a}$$



$$Ç.K = (0, -\frac{b}{a})$$

? ÖRNEK 19.

İki nakliye şirketi gidilen mesafeye bağlı olarak farklı şekilde fiyatlandırma yapmışlardır.

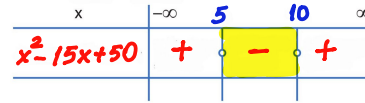
- A şirketi 300 lira sabit ücret ve kilometre başına 150 lira ücret almaktadır.
- B şirketi 800 lira sabit ücret ve gidilen her kilometrenin karesiyle 10 lirayı çarpmaktadır.

B şirketi x km için A şirketinden daha az maliyetli olduğuna göre, x'in alabileceği en geniş aralığı bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$800 + x^2 \cdot 10 < 300 + 150 \cdot x \Rightarrow x^2 - 15x + 50 < 0$$

$$x=5, x=10$$



$$Ç.K = (5, 10)$$



NOT

$\Delta = b^2 - 4ac = 0$ durumu,

- $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminde $\Delta = 0$ olması durumunda denklemin eşit iki kökü (çift katlı kök) vardır.
- Çift katlı kökte işaret değişmez.

Örneğin;

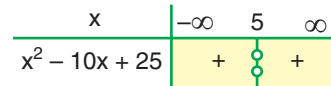
$$x^2 - 10x + 25 > 0$$

eşitsizliğinin çözüm kümesi için,

$$x^2 - 10x + 25 = 0 \text{ ise } (x - 5) \cdot (x - 5) = 0 \text{ ve}$$

$$x_1 = x_2 = 5 \text{ çift katlı kök}$$

Başkatsayısı 1 ve işareti (+)



$x^2 - 10x + 25 > 0$ olduğundan (+) olan yerler çözüm kümesidir.

$$Ç.K = (-\infty, 5) \cup (5, \infty) = \mathbb{R} - \{5\}$$

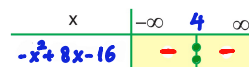
? ÖRNEK 20.

$$-x^2 + 8x - 16 \geq 0$$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$-x^2 + 8x - 16 = 0 \Rightarrow -(x-4)^2 = 0 \Rightarrow x = 4^*$$



$$Ç.K = \{4\}$$

ÖRNEK 21.

$$(2x + 1)^2 > 0$$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	∞
$(2x+1)^2$	+	0	+

$$Ç.K = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$$



NOT

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c < 0$ Durumu

$f(x) = ax^2 + bx + c = 0$ denkleminde $\Delta < 0$ durumunda reel kök yoktur. Reel kökün olmadığı durumlarda $f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunun işaret tablosu aşağıdaki gibidir.

x	$-\infty$	∞
$f(x) = ax^2 + bx + c$	a ile aynı işaretli	

Örneğin;

$x^2 + x + 5 > 0$ eşitsizliği için,

$\Delta = b^2 - 4ac$ ise $\Delta = -19 < 0$ reel kök yoktur.

Başkatsayısı 1 ve işareti (+)

x	$-\infty$	∞
$x^2 + x + 5$	+	+

$x^2 + x + 5 > 0$ olduğundan (+) olan kısımlar çözüm kümesidir.

Ç.K = $(-\infty, \infty)$ veya \mathbb{R} 'dir.

ÖRNEK 22.

$$f(x) = -x^2 + 2x - 5$$

fonksiyonunun tüm x gerçekte sayıları için negatif değerler aldığını gösteriniz.

ÇÖZÜM

$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-5) = 4 - 20$$

$$\Delta = -16 < 0$$

x	$-\infty$	∞
f(x)	-	

SONUÇ

a, b ve c birer gerçekte sayı olmak üzere,

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

fonsiyonu tüm x gerçekte sayıları için,

I. $a > 0$ ve $\Delta < 0$ ise $f(x) > 0$

II. $a < 0$ ve $\Delta < 0$ ise $f(x) < 0$ dir.

ÖRNEK 23.

m bir gerçekte sayıdır.

$$x^2 - 4x + m - 1$$

ifadesinin daima pozitif olması için m hangi aralıkta olmalıdır?

ÇÖZÜM

$a = 1 > 0$ ve $\Delta < 0$ olmalı.

$$16 - 4 \cdot (m - 1) < 0$$

$$20 < 4m \Rightarrow m > 5$$

ACIL MATEMATİK

ÖRNEK 24.

a bir gerçekte sayıdır.

$$-x^2 - ax - 1 < 0$$

eşitsizliği daima doğru olduğuna göre, a hangi aralıkta olmalıdır?

ÇÖZÜM

$\Delta < 0$ olmalı.

$$a^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-1) < 0$$

$$a^2 - 4 < 0 \Rightarrow -2 < a < 2$$

$$Ç.K = (-2, 2)$$

21. $\mathbb{R} - \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$ 22. $\Delta < 0$ ve $a = -1 < 0$ olduğundan $f(x) < 0$ dir.

23. $m > 5$ 24. $(-2, 2)$



YANINDA BULUNSUN

$P(x)$ ve $Q(x)$ birinci veya ikinci dereceden bir değişkenli polinomlar olmak üzere,

$$P(x) \cdot Q(x) > 0, \quad P(x) \cdot Q(x) \geq 0, \quad P(x) \cdot Q(x) \leq 0$$

$\frac{P(x)}{Q(x)} > 0, \quad \frac{P(x)}{Q(x)} \leq 0$ gibi eşitsizliklerin çözüm kümesi bulunurken,

1. Eşitsizlikteki tüm çarpan ya da bölenlerin varsa gerçek kökleri bulunarak, küçükten büyüğe doğru sıralanıp işaret tablosuna yerleştirilir.
2. Her bir ifadenin başkatsayısı birbiri ile çarpılır. Çıkan sonuçun işareti tablodaki en sağ aralığa yazılır.
3. Aynı kökten çift sayıda bulunduğu anda bu kökün sağ ve sol aralığındaki işaret aynıdır. Tek katlı kökler için bu kökün sağ ve sol aralığındaki işaret farklıdır. Bu işlem en soldaki aralığa kadar devam ettirilerek işaret tablosu oluşturulur.

UYARI

- $\frac{P(x)}{Q(x)} \leq 0, \quad \frac{P(x)}{Q(x)} \geq 0, \quad \frac{P(x)}{Q(x)} < 0, \quad \frac{P(x)}{Q(x)} > 0$ gibi eşitsizlik-

lerin çözüm kümesi bulunurken $Q(x)$ polinomunu sıfır yapan değerler, $\frac{P(x)}{Q(x)}$ ifadesini tanımsız yapacağından çözüm kümesine dahil edilmez.

- Paydanın kökü işaret tablosunda,

Tek katlı ise, $\left. \begin{array}{l} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right\} \text{biçiminde gösterilir.}$
Çift katlı ise, $\left. \begin{array}{l} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right\}$



ÖRNEK 25.

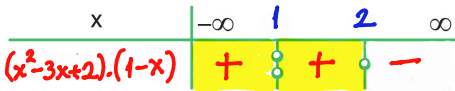
$$(x^2 - 3x + 2) \cdot (1 - x) > 0$$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.



ÇÖZÜM

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow x = 1, x = 2 \quad 1 - x = 0 \Rightarrow x = 1$$



$$G.K = (-\infty, 2) - \{1\}$$



ÖRNEK 26.

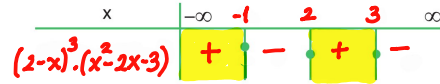
$$(2 - x)^3 \cdot (x^2 - 2x - 3) > 0$$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.



ÇÖZÜM

$$x = 2, x = 3, x = -1$$



$$G.K = (-\infty, -1) \cup (2, 3)$$



ÖRNEK 27.

$$(x^2 - x + 3) \cdot (x^2 - 9) \leq 0$$

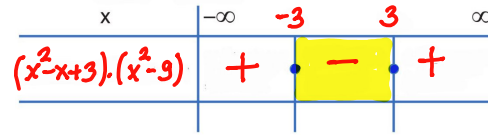
eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

daima pozitif



ÇÖZÜM

$$x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x = 3, x = -3$$



$$G.K = [-3, 3]$$



ÖRNEK 28.

$$\frac{4-x}{x+1} < 0$$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.



ÇÖZÜM

$$x = 4, x = -1$$



$$G.K = (-\infty, -1) \cup (4, \infty)$$

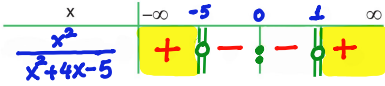
ÖRNEK 29.

$$\frac{x^2}{x^2 + 4x - 5} > 0$$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$x=0^*, x=-5, x=1$$



$$G.K = (-\infty, -5) \cup (1, \infty)$$

ÖRNEK 30.

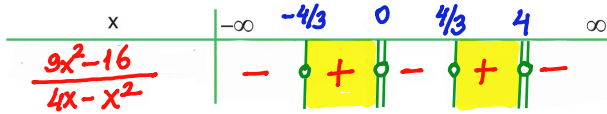
$$\frac{9x^2 - 16}{4x - x^2} > 0$$

$$9x^2 = 16 \quad 4x - x^2 = 0$$

$$x = \pm \frac{4}{3} \quad x = 0, x = 4$$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayısı vardır?

ÇÖZÜM



$$-1, 2, 3 \rightarrow 3 \text{ tane}$$

ÖRNEK 31.

$a < b < 0$ olmak üzere,

$$\frac{ax - b}{x - 1} > 0$$

eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$ax - b = 0 \Rightarrow x = \frac{b}{a}, x = 1$$



$$G.K = \left(\frac{b}{a}, 1\right)$$

ÖRNEK 32.

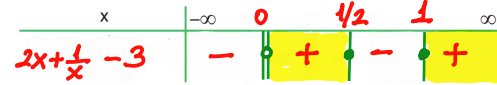
$$2x + \frac{1}{x} - 3 \geq 0 \Rightarrow \frac{2x^2 - 3x + 1}{x} \geq 0$$

eşitsizliğinin çözüm aralığını bulunuz.

ÇÖZÜM

$$2x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}, x = 1 \text{ ve } x = 0$$

$$\begin{matrix} 2x \rightarrow -1 \\ x \rightarrow -1 \end{matrix}$$



$$G.K = \left(0, \frac{1}{2}\right] \cup [1, \infty)$$

ÖRNEK 33.

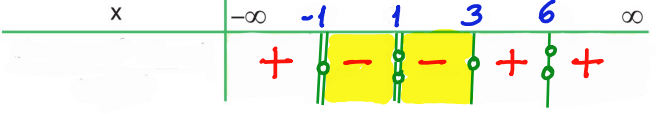
$$\frac{(6-x)^2 \cdot (x-3)}{(x-1)^3 \cdot (x^2-1)} < 0$$

$$x=6^* \quad x=1^*$$

$$x=3 \quad x=-1$$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM



$$0 + 2 = 2$$

ÖRNEK 34.

m bir gerçekte sayıdır.

$$\frac{-x^2}{x^2 - mx + 4} < 0$$

daima negatif (pointing to -x^2)
daima pozitif olmalı. (pointing to x^2 - mx + 4)

eşitsizliğinin daima sağlanması için m hangi aralıkta olmalıdır?

ÇÖZÜM

$$x^2 - mx + 4 > 0$$

$$\Delta < 0 \text{ olmalı.}$$

$$\Delta = m^2 - 4 \cdot 4 < 0 \Rightarrow -4 < m < 4$$

$$(-4, 4)$$

ACIL MATEMATİK



YANINDA BULUNSUN

$$f(x) > g(x), f(x) < g(x), f(x) \geq g(x), f(x) \leq g(x)$$

gibi eşitsizliklerde eşitsizliğin bir tarafı sıfır yapıldıktan sonra çözüm yapılır.

- Eşitsizliklerde içler dışlar çarpımı yapılmaz.

ÖRNEK 35.

$$\frac{5x-3}{3x-4} > -1$$

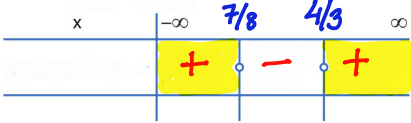
eşitsizliğin çözüm aralığı $\mathbb{R} - [m, n]$ dir.

Buna göre, $m \cdot n$ çarpımı kaçtır?



ÇÖZÜM

$$\frac{5x-3}{3x-4} + 1 > 0 \Rightarrow \frac{8x-7}{3x-4} > 0$$



$$G.K = \mathbb{R} - \left[\frac{7}{8}, \frac{4}{3} \right] \quad m \cdot n = \frac{7}{8} \cdot \frac{4}{3} = \frac{7}{6}$$

ÖRNEK 36.

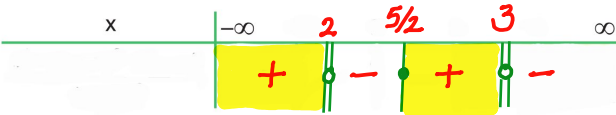
$$\frac{x-3}{x-2} \geq \frac{x-2}{x-3}$$

eşitsizliğin çözüm aralığını bulunuz.



ÇÖZÜM

$$\frac{x-3}{x-2} - \frac{x-2}{x-3} \geq 0 \Rightarrow \frac{-2x+5}{(x-2) \cdot (x-3)} \geq 0$$



$$G.K = (-\infty, 2) \cup \left[\frac{5}{2}, 3 \right)$$

ÖRNEK 37.

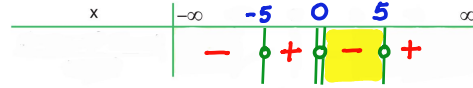
$$\frac{25}{x} > x$$

eşitsizliğini sağlayan doğal sayıların toplamı kaçtır?



ÇÖZÜM

$$x - \frac{25}{x} < 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 25}{x} < 0$$



$$1+2+3+4=10$$



ÖRNEK 38.

$$(a-1) \cdot x^2 + x + 16 - a^2 = 0$$

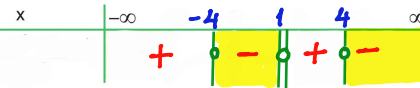
denkleminin zıt işaretli iki kökü vardır.

Buna göre, a sayısının hangi aralıkta olduğunu bulunuz.



ÇÖZÜM

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{16-a^2}{a-1} < 0$$



$$G.K = (-4, 1) \cup (4, \infty)$$



ÖRNEK 39.

m bir gerçekte sayıdır.

$$3x^2 - mx + \frac{25}{12} = 0$$

denkleminin iki farklı gerçekte kökü vardır.

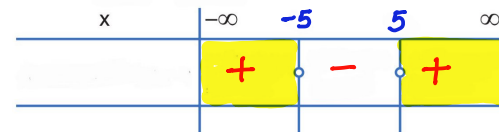
Buna göre, m sayısının hangi aralıkta olduğunu bulunuz.



ÇÖZÜM

$\Delta > 0$ olmalı.

$$m^2 - 4 \cdot 3 \cdot \frac{25}{12} > 0 \Rightarrow m^2 - 25 > 0$$



$$G.K = \mathbb{R} - [-5, 5]$$

ÖRNEK 40.

a bir gerçek sayıdır.

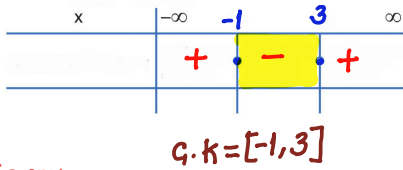
$$x^2 - ax + a + \frac{3}{2} = 0$$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $x_1^2 + x_2^2 \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm aralığını bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 &= (x_1 + x_2)^2 - 2 \cdot x_1 \cdot x_2 \leq 0 \\ a^2 - 2 \cdot (a + \frac{3}{2}) &\leq 0 \\ a^2 - 2a - 3 &\leq 0 \end{aligned}$$



ÖRNEK 41.



Şekildeki 1. ve 2. karınca aynı yuvaya yem taşıyacaklardır. 1. karınca yuvanın tamamını $x - 1$ günde, 2. karınca ise yuvanın tamamını $x - 9$ günde doldurabilmektedir.

İki karınca aynı anda yuvaya yem taşımaya başladıktan 1 gün sonra karıncaların yuvaya, yuvanın kapasitesinin $\frac{1}{3}$ 'ünden fazla yem taşıdıkları gözlemlenmiştir.

Buna göre, x'in alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-9} &> \frac{1}{3} \quad (x > 9) \\ \frac{2x-10}{(x-1)(x-9)} - \frac{1}{3} &> 0 \Rightarrow 6x-30 - x^2 + 10x - 9 > 0 \\ \frac{2x-10}{(x-1)(x-9)} - \frac{1}{3} &> 0 \Rightarrow 6x-30 - x^2 + 10x - 9 > 0 \\ (3) \quad (x-1)(x-9) \quad x^2 - 16x + 39 &< 0 \\ -13 \quad -3 \\ x &< 13 \end{aligned}$$

$9 < x < 13 \rightarrow x$ en çok 12 olur.

YANINDA BULUNSUN

İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Eşitsizlik Sistemlerinin Çözüm Kümesi

İki ya da daha çok eşitsizliğin oluşturduğu sisteme "**Eşitsizlik Sistemi**" denir. Eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi eşitsizliklerin her birini sağlayan noktalar kümesidir.

İkinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik sistemi, $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonlarının birinin ikinci dereceden, diğerinin birinci veya ikinci dereceden verilmesiyle oluşan sistemlerdir.

Bu sistemler,

$$\left. \begin{aligned} f(x) > 0 \\ g(x) < 0 \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} f(x) < 0 \\ g(x) \leq 0 \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \end{aligned} \right\}$$

vb. şeklinde ifade edilir.

Bu şekildeki eşitsizlik sistemlerinin çözüm kümeleri, ortak işaret tablosu oluşturularak bulunacaktır.

ÖRNEK 42.

I. $x^2 - 4 < 0 \rightarrow x = -2, x = 2$
II. $x^2 - 3x < 0 \rightarrow x = 0, x = 3$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

x	$-\infty$	-2	0	2	3	∞
II		+	+	-	-	+
I		+	-	-	+	+
Kesişim						

G.K = (0, 2)

ÖRNEK 43.

$-7 < x^2 - 12x + 20 < 9$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

I. $x^2 - 12x + 27 > 0 \quad x = 3, x = 9$

II. $x^2 - 12x + 11 < 0 \quad x = 1, x = 11$

ÇÖZÜM

x	$-\infty$	1	3	9	11	∞
I		-	+	-	+	+
II		+	-	-	-	+
Kesişim						

G.K = (1, 3) \cup (9, 11)

? ÖRNEK 44.

I. $x \cdot (3 - x) > 0 \rightarrow x=0, x=3$

II. $(2x + 1) \cdot (x - 2) < 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2}, x = 2$

Yukarıda verilen eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi (a, b) aralığı olduğuna göre, a - b farkı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	2	3	∞
		-	-	+	+	-
		+	-	-	+	+
Kesişim						

Ç. $K = (0, 2) = (a, b)$

$a - b = 0 - 2 = -2$

? ÖRNEK 45.

I. $\frac{4}{x} < x = \frac{x^2 - 4}{x} > 0 \rightarrow x = -2, x = 2, x = 0$

II. $\frac{x - 1}{x + 1} \geq 0 \rightarrow x = -1, x = 1$

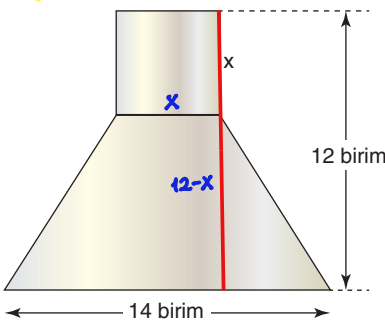
eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	∞
I		-	+	+	-	-	+
II		+	+	-	-	+	+
Kesişim							

Ç. $K = (-2, -1) \cup (2, \infty)$

? ÖRNEK 46.



Yanda, bir mutfakta bulunan davlumbazın önden görüntüsü verilmiştir.

İki parçadan oluşan davlumbazın ön yüzünün üst kısmı kare, alt kısmı ise yamuktur. Davlumbazın yüksekliği 12 birimdir.

Buna göre, davlumbazın ön yüzünün görüntüsünün alanı $S(x)$ olmak üzere,

$88 < S(x) < 124$

olduğuna göre, x'in en geniş aralığını bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$S(x) = x^2 + \frac{14+x}{2} \cdot (12-x)$

$88 < \frac{2x^2 + 168 - 2x - x^2}{2} < 124$

$176 < x^2 - 2x + 168 < 248$

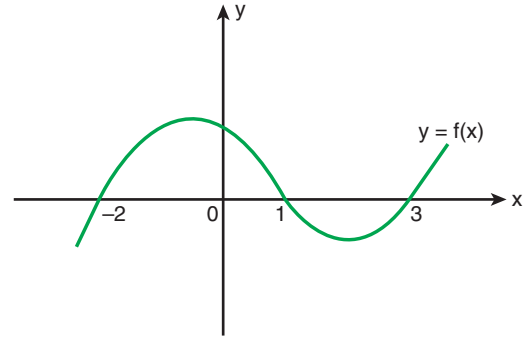
$9 < x^2 - 2x + 1 < 81$

$3 < x - 1 < 9 \Rightarrow 4 < x < 10$

$(4, 10)$

? ÖRNEK 47.

Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $\frac{f(x)}{x} \leq 0$ eşitliğinin çözüm kümesini bulunuz.

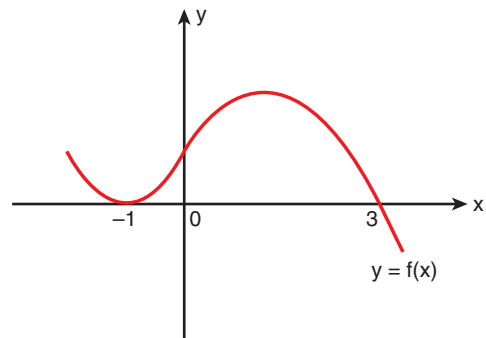
✓ ÇÖZÜM

x	$-\infty$	-2	0	1	3	∞
$\frac{f(x)}{x}$		+	-	+	-	+

Ç. $K = [-2, 0) \cup [1, 3]$

? ÖRNEK 48.

Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $(x - 1) \cdot f(x) > 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

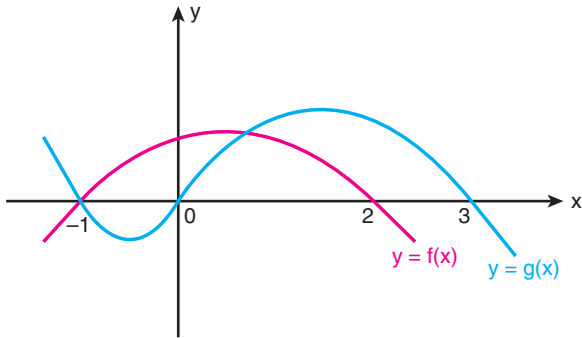
ÇÖZÜM

x	$-\infty$	-1	1	3	∞
$(x-1) \cdot f(x)$	-	0	-	+	-

$\text{Ç.K} = (1, 3)$

ÖRNEK 49.

Aşağıda $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



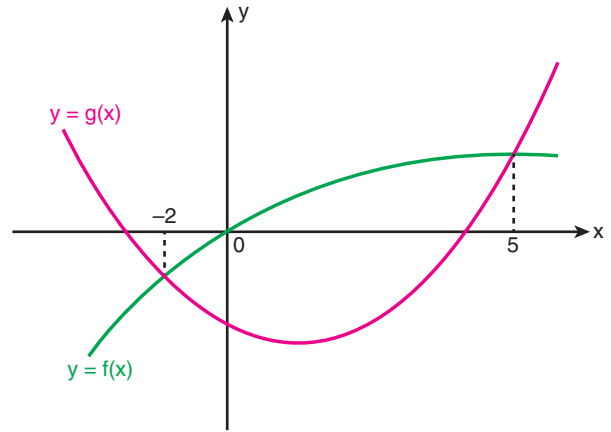
Buna göre, $f(x) \cdot g(x) > 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

x	$-\infty$	-1	0	2	3	∞
$f(x)$	-	0	+	+	0	-
$g(x)$	+	0	-	+	+	0
$f(x) \cdot g(x)$	-	-	+	-	-	+

$\text{Ç.K} = (0, 2) \cup (3, \infty)$

ÖRNEK 50.



Yukarıda $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre,

$(x - 1) \cdot (f(x) - g(x)) \leq 0$

eşitsizliğini sağlayan x değerlerinin bulunduğu en geniş aralığı bulunuz.

ÇÖZÜM

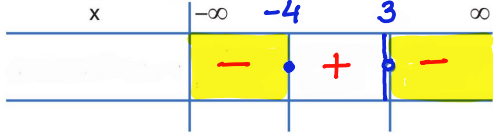
x	$-\infty$	-2	1	5	∞
$x-1$	-	-	0	+	+
$f(x)-g(x)$	-	0	+	+	0
$(x-1)(f-g)(x)$	+	-	-	+	-

$\text{Ç.K} = [-2, 1] \cup [5, \infty)$

1. $\frac{x+4}{6-2x} \leq 0$

eşitsizliğin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\mathbb{R} - (-4, 3)$ B) $[-4, 3)$ C) $[-3, 4)$
 D) $\mathbb{R} - (-4, 3]$ E) $[-4, \infty)$

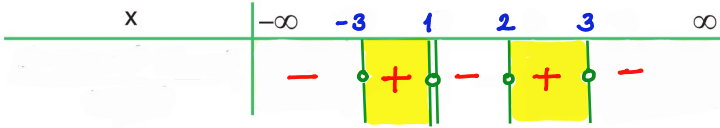


$G.K = \mathbb{R} - (-4, 3]$

2. $\frac{(x-2) \cdot (x^2-9)}{1-x} > 0$

eşitsizliğin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-3, 1) \cup (2, 3)$ B) $(1, 2) \cup (3, \infty)$
 C) $(-3, 3)$ D) $[-3, 1) \cup (2, 3]$
 E) $(-\infty, 3) \cup (1, 2)$

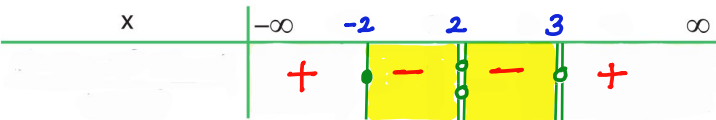


$G.K = (-3, 1) \cup (2, 3)$

3. $\frac{(x^2-4) \cdot (x+2)^8}{x^2-5x+6} \leq 0$

eşitsizliğin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-2, 2)$ B) $(2, 3)$ C) $[-2, 3)$
 D) $(-\infty, -2] \cup (2, 3)$ E) $[-2, 3) - \{2\}$

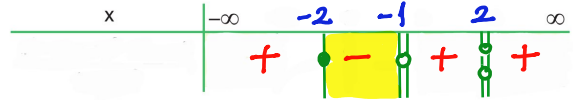


$G.K = [-2, 3) - \{2\}$

4. $\frac{[4-x] \cdot (x^2-4)}{x^2-x-2} \leq 0$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayısı vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



-2 ve mutlak değer in kökü

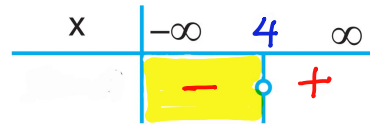
$-2, 4 \rightarrow 2 \text{ tane}$

5. $\frac{x+2}{x-4} < 1$

eşitsizliğin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 4)$ B) $(-2, 4)$ C) $(4, \infty)$
 D) $(-2, \infty)$ E) $(4, 6)$

$\frac{x+2}{x-4} - 1 < 0 \Rightarrow \frac{6}{x-4} < 0$



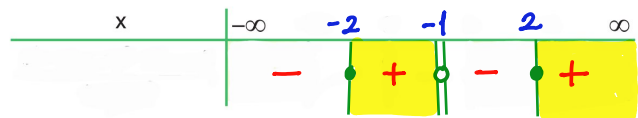
$G.K = (-\infty, 4)$

6. $\frac{3}{x+1} \leq x-1 \rightarrow x-1 - \frac{3}{x+1} \geq 0 \Rightarrow \frac{x^2-4}{x+1} \geq 0$

eşitsizliğin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -2] \cup (-1, 2]$ B) $[-2, -1) \cup [2, \infty)$
 C) $[-2, -1)$ D) $[-2, 2]$

E) $\mathbb{R} - (-2, 2)$

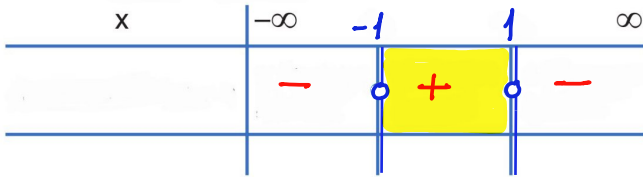


$G.K = [-2, -1) \cup [2, \infty)$

7. $\frac{1}{x+1} \geq \frac{1}{x-1} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1} \geq 0 = \frac{-2}{(x+1)(x-1)} \geq 0$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane x tam sayısı vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) Sonsuz



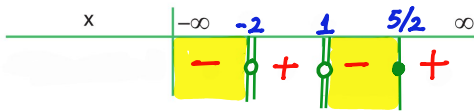
0 → 1 tane

8. $\frac{x-2}{x-1} \leq \frac{x-1}{x+2}$

eşitsizliğinin çözüm aralıklarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(1, \frac{5}{2})$ B) $(-2, \frac{5}{2}]$ C) $(1, \frac{5}{2}]$
D) $(\frac{5}{2}, \infty)$ E) $(-2, 1)$

$\frac{x-2}{x-1} - \frac{x-1}{x+2} \leq 0 \Rightarrow \frac{2x-5}{(x-1)(x+2)} \leq 0$



$C.K = (-\infty, -2) \cup (1, \frac{5}{2}]$

9. $\frac{|x-3|}{|x|-4} < 0$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) 0 D) 2 E) 3

$|x|-4 < 0 \Rightarrow |x| < 4$

$-4 < x < 4$

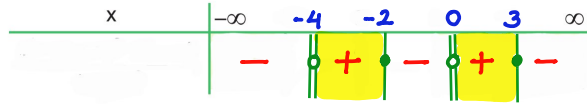
$-3 - 2 - 1 + 0 + 1 + 2 + 3 = -3$

seçilmez

10. $\frac{-(x^2 - x - 6)}{x^2 + 4x} \geq 0$

eşitsizliğini sağlayan negatif tam sayıların toplamı kaçtır?

- A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -2



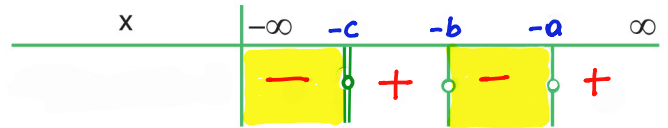
$(-3) + (-2) = -5$

11. $a < 0 < b < c$ olmak üzere,

$\frac{(x+a) \cdot (x+b)}{(x+c)} < 0$

eşitsizliğinin çözüm aralıklarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-b, -a)$ B) $(-c, -b)$ C) (a, b)
D) $(-a, \infty)$ E) (c, a)



$C.K = (-\infty, -c) \cup (-b, -a)$

12. $a < 0 < b$ olmak üzere,

$(x-a) \cdot (b-x) \geq 0$

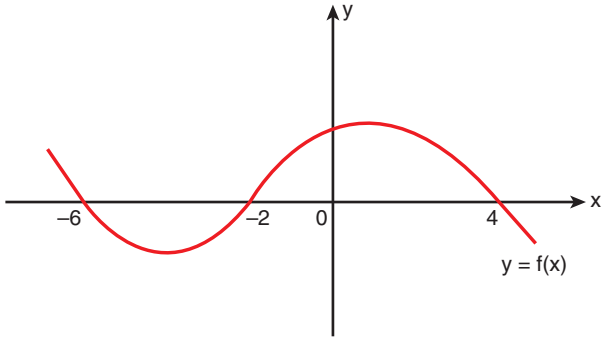
eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[a, b]$ B) (a, b) C) $(-\infty, a)$
D) $[b, \infty)$ E) $(a, b]$



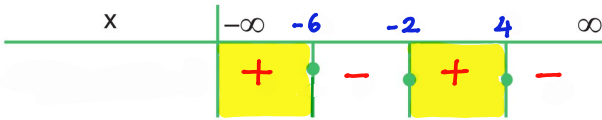
$C.K = [a, b]$

13.



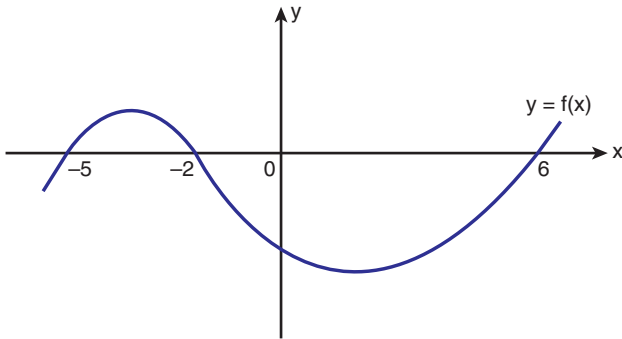
Yukarıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonu için $f(x) \geq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -6] \cup [-2, 4]$ B) $[-6, -2] \cup [4, \infty)$
 C) $[-2, \infty)$ D) $[-2, 4]$
 E) $[-6, -2] \cup [-2, 4]$



$$Ç.K = (-\infty, -6] \cup [-2, 4]$$

14.



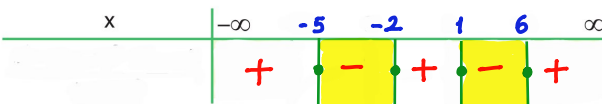
Yukarıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$$(x - 1) \cdot f(x) \leq 0$$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9



$$-5 - 4 - 3 - 2 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 7$$

15.

$$f(x) = x^2 - 4x + a - 2$$

fonksiyonu daima 3'ten büyük olduğuna göre, a 'nın değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(1, \infty)$ B) $(-\infty, 9)$ C) $(5, 9)$
 D) $(9, \infty)$ E) $(3, 9)$

$$x^2 - 4x + a - 2 > 3 \Rightarrow x^2 - 4x + a - 5 > 0$$

$\Delta < 0$ olmalı

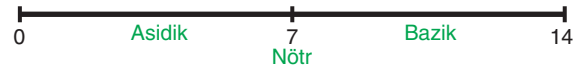
$$4^2 - 4 \cdot (a - 5) < 0$$

$$4 + 5 < a$$

$$9 < a$$

$$(9, \infty)$$

16. Aşağıdaki şekilde bir pH cetveli gösterilmiştir.



pH değeri 7'nin altında olan maddeler asidik, 7'nin üzerinde olanlar ise bazik özellik taşır.

Öğretmeni Çınar'a pH değeri $x^2 - 4x + 2$ olan bir maddenin bazik olduğunu söyleyip x değerlerinin hangi aralıkta olması gerektiğini soruyor.

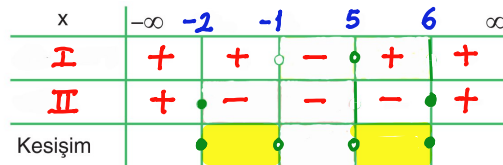
Buna göre Çınar, x 'in en geniş çözüm aralığını aşağıdakilerden hangisi olarak bulur?

- A) $[-2, -1) \cup (5, 6]$ B) $(-1, 5)$ C) $(2, 6)$
 D) $(-\infty, -1)$ E) $(5, \infty)$

$$7 < x^2 - 4x + 2 \leq 14$$

$$I. x^2 - 4x - 5 > 0 \rightarrow x = -1, x = 5$$

$$II. x^2 - 4x - 12 \leq 0 \rightarrow x = -2, x = 6$$



$$Ç.K = [-2, -1) \cup (5, 6]$$

1. D	2. A	3. E	4. B	5. A	6. B	7. B	8. C
9. A	10. B	11. A	12. A	13. A	14. C	15. D	16. A

İkinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklem Sistemleri-Eşitsizlikler - Test 2

1. Bir pastanede ekler pasta yapmanın lira cinsinden günlük maliyeti; günlük yapılan ekler pastanın adedi x olmak üzere,

$$f(x) = 0,1x^2 + 2x + 50$$

fonksiyonuyla belirlenmektedir.

Bir ekler pasta 6,5 liraya satıldığına göre, bu satıştan zarar edilmemesi için x hangi aralıkta olmalıdır?

- A) [19, 24] B) [20, 25] C) [21, 26]
D) [22, 27] E) [23, 28]

$$\begin{aligned} 0,1x^2 + 2x + 50 &\leq 6,5x \\ x^2 + 20x + 500 &\leq 65x \\ x^2 - 45x + 500 &\leq 0 \\ &\quad \begin{matrix} -25 \\ -20 \end{matrix} \\ 20 \leq x \leq 25 &\rightarrow [20, 25] \end{aligned}$$

2. $\frac{x}{x-1} + \frac{x}{x+1} < 0$
 $(x+1)(x-1)$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-1, 1) - \{0\}$ B) $(-1, 1)$ C) $(-1, 0)$
D) $(0, 1)$ E) $(-\infty, 0)$

$$\frac{2x^2}{(x+1)(x-1)} < 0$$

$G.K = (-1, 1) - \{0\}$

3. $5x + y = 16$

$$x \cdot y = 12 \rightarrow y = \frac{12}{x}$$

denklem sistemini sağlayan (x, y) ikilileri için x + y toplamının en büyük değeri kaçtır?

- A) $\frac{56}{5}$ B) $\frac{102}{5}$ C) $\frac{147}{5}$ D) $\frac{157}{5}$ E) $\frac{167}{5}$

$$5x + \frac{12}{x} = 16 \Rightarrow 5x^2 - 16x + 12 = 0 \Rightarrow x = \frac{6}{5}$$

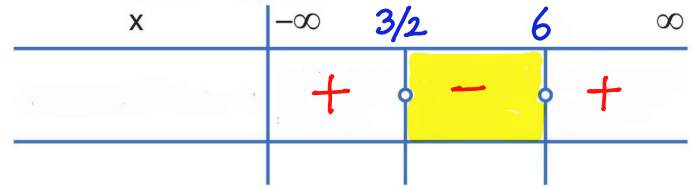
$$\begin{matrix} 5x \rightarrow -2 \\ x \rightarrow -6 \end{matrix} \quad x = 2$$

$x=2$ için $y=6$ ise $x+y=8$
 $x=\frac{6}{5}$ için $y=10$ ise $x+y=\frac{56}{5}$

4. $(2x - 3) \cdot (x - 6) < 0$

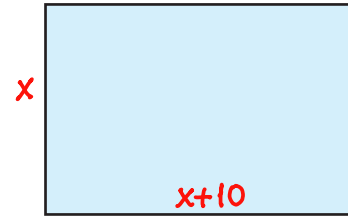
eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 16 B) 15 C) 14 D) 13 E) 12



$$2+3+4+5 = 14$$

- 5.



Aysun şekildeki dikdörtgen kağıdın dik iki kenarını ölçmüş ve birinin diğerinden 10 cm uzun olduğunu görmüştür. Bu kağıdın bir yüzünün alanı ve çevresi sırasıyla a cm² ve b cm olmak üzere,

$$a < b + 7$$

olduğuna göre, kağıdın kısa kenarı cm biriminde kaç farklı tam sayı değer alabilir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$x \cdot (x + 10) < 2 \cdot (x + x + 10) + 7$$

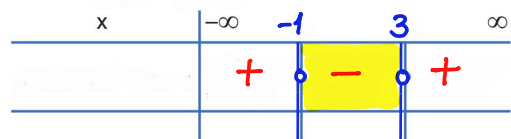
$$x^2 + 6x - 27 < 0 \Rightarrow 0 < x < 3$$

$$\begin{matrix} +9 \\ -3 \end{matrix} \quad 1, 2 \rightarrow 2 \text{ tane}$$

6. $\frac{2}{x^2 - 2x - 3} \leq 0$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-1, 3)$ B) $[-1, 3]$ C) $\mathbb{R} - [-1, 3]$
D) $\mathbb{R} - (-1, 3)$ E) $(-1, 3) - \{2\}$



$$G.K = (-1, 3)$$

7. $f(x) = -3x^2 + x + a - 2$

fonksiyonu her $x \in \mathbb{R}$ için $f(x) < 0$ olduğuna göre, a 'nın alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0
-
- D) 1 E) 2

$$-3x^2 + x + a - 2 < 0$$

 $\Delta < 0$ olmalı

$$1 - 4 \cdot 3 \cdot (a - 2) < 0$$

$$1 + 12a - 24 < 0 \Rightarrow 12a < 23$$

 a en çok 1 olur.

8. I. $x^2 + 3x < 4 \rightarrow x^2 + 3x - 4 < 0$ $x = -4, x = 1$
II. $3x \leq x^2 + x + 1 \rightarrow x^2 - 2x + 1 \geq 0$ $x = 1$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $[-1, 2)$
- B)
- $(-2, 3)$
- C)
- $(-4, 2]$

D) $(-4, 1)$

E) $(-1, 2]$

x		-4	1	
I.		+	o	-
II.		+	+	o
Kesişim		o	+	o

$$\text{Ç.K} = (-4, 1)$$

9. $\frac{(3x-1)^2}{1-x} > 0$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $(1, \infty) \cup \left\{\frac{1}{3}\right\}$
- B)
- $(-\infty, 1)$

C) $(-\infty, 1) - \left\{\frac{1}{3}\right\}$ D) $\left[\frac{1}{3}, \infty\right)$

E) $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right)$

x		$-\infty$	$\frac{1}{3}$	1	∞
			+	o	+
			+	o	-

$$\text{Ç.K} = (-\infty, 1) - \left\{\frac{1}{3}\right\}$$

10. $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 7x + 10 \geq 0\}$ ve

$B = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 4x + 3 < 0\}$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, $C = A \cap B$ kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

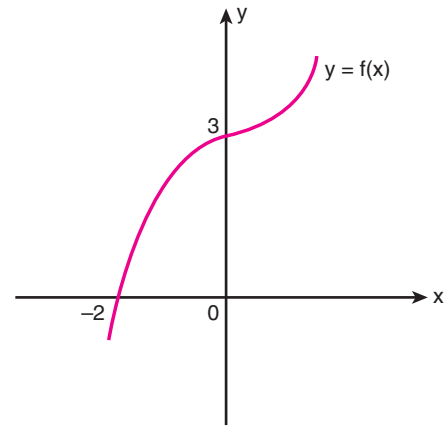
A) $C = \{x \in \mathbb{R} : 1 < x \leq 2\}$ B) $C = \{x \in \mathbb{R} : 2 < x \leq 3\}$

C) $C = \{x \in \mathbb{R} : 2 \leq x < 5\}$ D) $C = \{x \in \mathbb{R} : 1 < x \leq 5\}$

E) $C = \{x \in \mathbb{R} : 3 < x \leq 6\}$

x		$-\infty$	1	2	3	5	∞
A			+	+	o	-	o
B			+	o	-	-	o
Kesişim			o	+	o	+	o

$$C = \{x \in \mathbb{R} : 1 < x \leq 2\}$$

11. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.Buna göre, $(x - 4) \cdot f(x) \leq 0$ eşitsizliğinin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $[-2, 4]$ B) $[-2, 3]$ C) $[3, 4]$

D) $[-2, \infty)$ E) $(4, \infty)$

x		$-\infty$	-2	4	∞
$(x-4) \cdot f(x)$			+	o	+

$$\text{Ç.K} = [-2, 4]$$

İkinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklem Sistemleri-Eşitsizlikler - Test 2

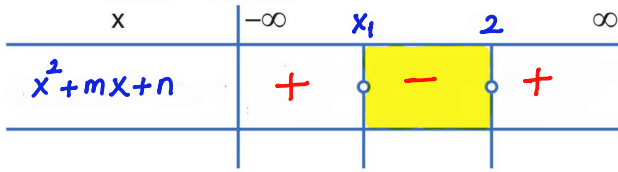
12. $x_1 < 2$ olmak üzere,

$$x^2 + mx + n = 0$$

denkleminin kökleri x_1 ve 2'dir.

Buna göre, $x^2 + mx + n < 0$ eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x_1, 2)$ B) $(2, \infty)$ C) $\mathbb{R} - [2, x_1]$
D) $(-\infty, 2)$ E) $[x_1, \infty)$



$$G.K = (x_1, 2)$$

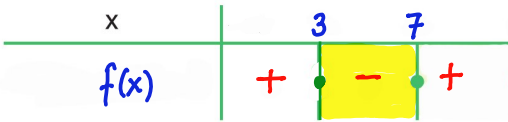
13. $f(x) = (x^3 - 27) \cdot (x - 7)$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $|f(x)| = -f(x)$ denklemini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 32 B) 30 C) 27 D) 25 E) 21

$$f(x) \leq 0$$



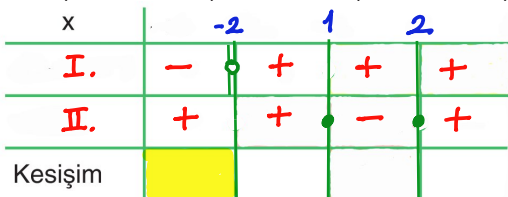
$$3+4+5+6+7=25$$

14. I. $x - 2 \leq \frac{-5}{x+2} \rightarrow \frac{x^2+1}{x+2} \leq 0$

II. $x^2 - 3x + 2 \geq 0$

eşitsizlik sistemini sağlayan en büyük negatif x tam sayısı kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1



x in en büyük negatif tamsayı değeri -3 tür.

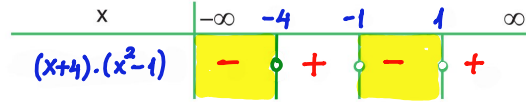
15. $x^3 + 4x^2 - x - 4 < 0$

eşitsizliğini sağlayan en büyük negatif x tam sayısı kaçtır?

- A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -2

$$x^2 \cdot (x+4) - (x+4) < 0$$

$$(x+4) \cdot (x^2-1) < 0$$



En büyük negatif x tamsayısı -5 tir.

ACIL MATEMATİK

16. $f(x) = 3 - x$

$$g(x) = x^2 - 1$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre,

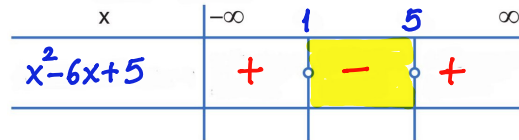
$$(g \circ f)(x) < (f \circ g)(1)$$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 13 B) 11 C) 9 D) 7 E) 5

$$(3-x)^2 - 1 < 3$$

$$x^2 - 6x + 5 < 0$$



$$2+3+4=9$$

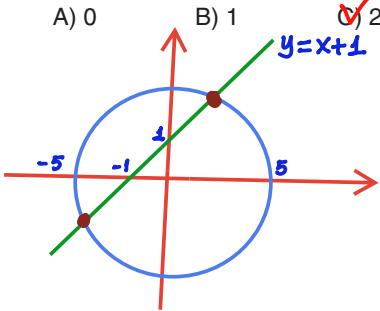
1. B	2. A	3. A	4. C	5. A	6. A	7. D	8. D
9. C	10. A	11. A	12. A	13. D	14. A	15. B	16. C

1. $x^2 + y^2 = 25$

$y = x + 1$

denklem sisteminin çözüm kümesi kaç tane sıralı ikiliden oluşur?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4



Çözüm kümesi 2 elemanlıdır.

2. İkinci dereceden bir $P(x)$ polinomu için aşağıdaki bilgiler verilmiştir.

• $P(0) = -20$

$P(x) = ax^2 + bx + c$

$P(0) = -20 \Rightarrow c = -20$

3/ • $P(1) + P(2) = -18$

4. $P(1) = -12$
 $P(2) = -6$

• $P(1) - 3 \cdot P(2) = 6$

Buna göre, $P(x) < 0$ eşitsizliğini sağlayan x sayılarının en geniş aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $x < -2$
- veya
- $x > 10$
-
- B)
- $x < 4$
- veya
- $x > 5$
-
- C)
- $4 < x < 5$
-
- D)
- $-2 < x < 10$
-
- E)
- $x < -20$
- veya
- $x > 1$

$0 + b - 20 = -12 \Rightarrow 0 + b = 8$

$4a + 2b - 20 = -6 \Rightarrow 2a + b = 7$

$a = -1, b = 9$

$P(x) = -x^2 + 9x - 20 < 0$



$x < 4$ veya $x > 5$

3. m bir tam sayıdır.

$x^2 - 10x + 3m + 7 > 0$

eşitsizliği tüm x gerçekteki sayıları için doğru olduğuna göre, m 'nin alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

 $\Delta < 0$ olmalı.

$100 - 4 \cdot (3m + 7) < 0$

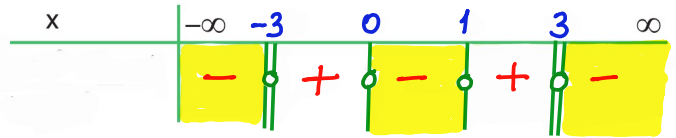
$72 < 12m \Rightarrow m > 6$

 m 'nin en küçük tam sayı değeri 7'dir.

4. $\frac{-x \cdot (x-1)}{x^2-9} \geq 0$ $\frac{-x \cdot (x-1)}{x^2-9} < 0$

eşitsizliğini sağlamayan en küçük pozitif tam sayı ile en büyük negatif tam sayının toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1



$4 + (-4) = 0$

5. I. $\frac{x+1}{x-2} < 0$

II. $\frac{x+3}{x-1} \geq 0$

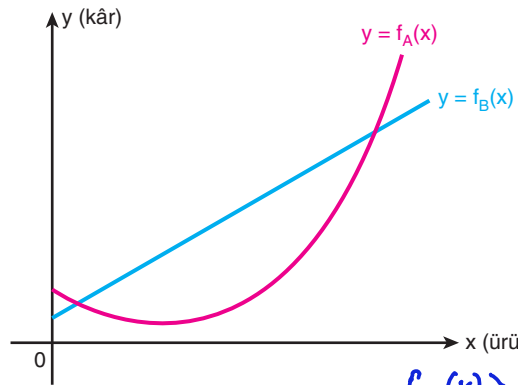
eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $(-\infty, -3]$
- B)
- $[-3, -1)$
- C)
- $(1, 2)$

- D)
- $(1, \infty)$
- E)
- $(-1, 2)$

x	$-\infty$	-3	-1	1	2	∞
I	+	+	-	-	+	+
II	+	-	-	+	+	+
Kesişim						

Ç. K = (1, 2)

6. Aynı ürünü satan A ve B şirketlerinin günlük sattığı ürün sayısı x olmak üzere günlük kârları,

$f_A(x) = \frac{10x^2 - 130x + 580}{9}$ ve $90x + 180 > 10x^2 - 130x + 580$

$f_B(x) = 10x + 20$

$10x^2 - 220x + 400 < 0$
 $x^2 - 22x + 40 < 0$

fonksiyonlarıyla belirlenmiştir.

Buna göre, B şirketinin kârının A şirketinin kârından daha fazla olması için, x hangi aralıkta olmalıdır?

- A) (1, 10) B) (2, 10) C) (2, 20)

- D) (4, 10) E) (4, 20)

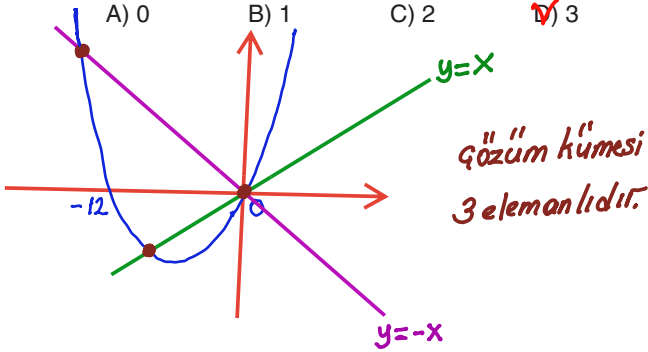
Ç. K = (2, 20)

İkinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklem Sistemleri-Eşitsizlikler - Test 3

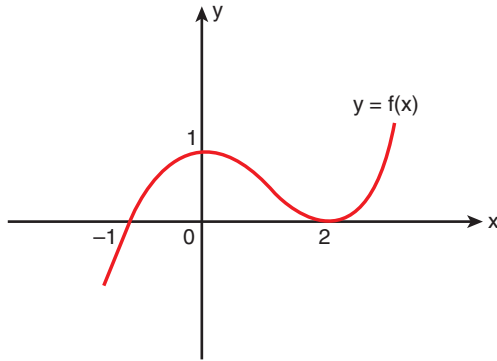
7. $|x| = |y| \rightarrow y=x \vee y=-x$
 $y = x^2 + 12x$

denkleminin çözüm kümesi kaç elemanlıdır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4



8. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $x \cdot f(x) \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (2, ∞) B) $(-\infty, 1) \cup \{2\}$ C) $(-1, 0)$
 D) $[-1, 0] \cup \{2\}$ E) $(-\infty, 2)$

x	$-\infty$	-1	0	2	∞
$x \cdot f(x)$	+	-	+	+	+

$\text{Ç.K} = [-1, 0] \cup \{2\}$

9. $x^2 + (a-1)x + 4 = 0$

denkleminin gerçekte kökü olmadığına göre, a'nın alabileceği tam sayı değerleri toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

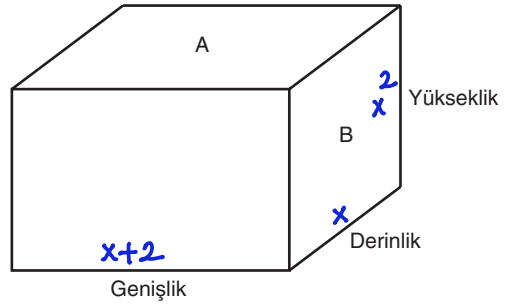
$\Delta < 0$ olmalı.

$(a-1)^2 - 4 \cdot 4 < 0 \Rightarrow a^2 - 2a - 15 < 0$

x	$-\infty$	-3	5	∞
	+	-	+	

$-2 - 1 + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 = 7$

10.



Şekilde verilen dikdörtgenler prizmasının genişliği derinliğinden 2 metre uzun, yüksekliğinin metre birimine göre ölçüsü derinliğinin metre birimine göre ölçüsünün karesine eşittir.

A yüzeyinin alanı B yüzeyinin alanından büyük olduğuna göre, bu prizmanın derinliği cm biriminde aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 80 B) 90 C) 120 D) 170 E) 210

$x \cdot (x+2) > x \cdot x^2$

$x > 0$ olduğundan sadeleştirme yapabiliriz.

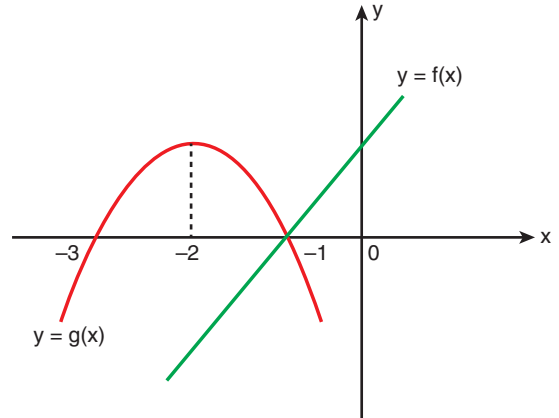
$x^2 - x - 2 < 0$

$-1 < x < 2 \rightarrow 0 < x < 2 \text{ m}$

$0 < x < 200 \text{ cm}$

ACİL MATEMATİK

11. Aşağıda $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre, $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$ eşitsizliğinin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, -3]$ B) $(-3, \infty)$ C) $(-\infty, -3)$
 D) $(-3, \infty) - \{-1\}$ E) $[-3, \infty)$

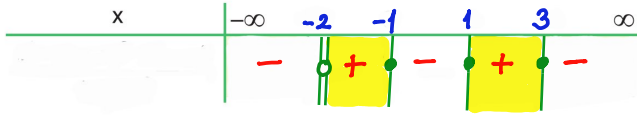
x	$-\infty$	-3	-1	∞
f(x)	-	-	+	
g(x)	-	+	-	
$\frac{f(x)}{g(x)}$	+	-	-	

$\text{Ç.K} = (-\infty, -3)$

12. $\frac{(3-x) \cdot (x^2-1)}{x+2} \geq 0$

eşitsizliğin çözüm kümesindeki tam sayıların toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

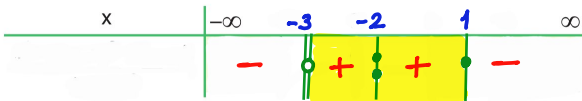


$$-1 + 1 + 2 + 3 = 5$$

13. $\frac{(x-1)^3 \cdot (x+2)^2}{-x-3} \geq 0$

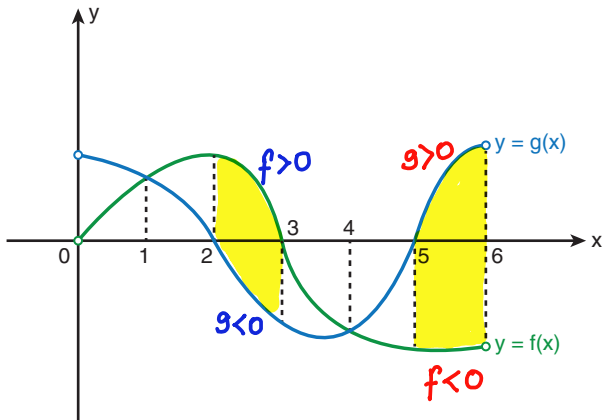
eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0



$$-2 - 1 + 0 + 1 = -2$$

14. Aşağıda (0, 6) aralığında tanımlı f ve g fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre, $f(x) \cdot g(x) < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (2, 3) \cup (5, 6) B) (1, 2) \cup (4, 5)
C) (0, 2) \cup (3, 5) D) (0, 1) \cup (3, 6)
E) (0, 2) \cup (3, 4)

15. • İkinci dereceden bir P(x) polinomunun başkatsayısı 1 olup sıfırları -6 ve 5'tir.
• Q(x) polinomu başkatsayısı 2 ve katsayıları toplamı 8 olan birinci dereceden bir polinomdur. $Q(x) = 2x + 6$

Buna göre, $\frac{P(x)}{Q(x)} < 0$ eşitsizliğini sağlayan aralıklardan biri aşağıdakilerden hangisidir?

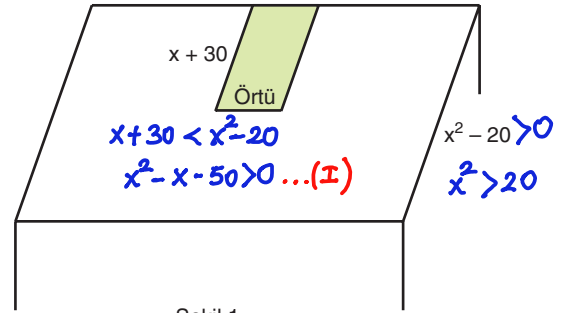
- A) (-6, -3) B) (-8, -6) C) (5, ∞)
E) (-5, 2)

x	-6	-3	5
P(x)	+	-	+
Q(x)	-	-	+
P(x)/Q(x)	-	+	-

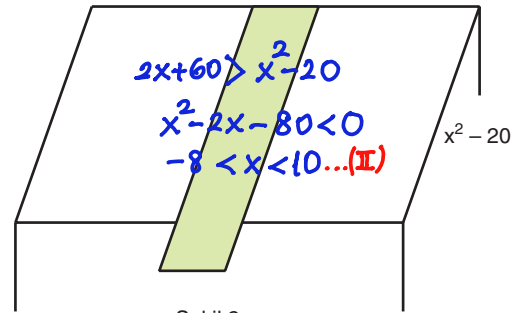
Ç.K = $(-\infty, -6) \cup (-3, 5)$

16. Aşağıda 1. Şekilde sarkmayacak şekilde tam ortadan ikiye katlanmış bir masa örtüsünün masadaki konumu gösterilmiştir.

Masa ve masa örtüsü dikdörtgen şeklinde olup örtünün kenarları masanın kenarlarına paraleldir.



Şekil 1



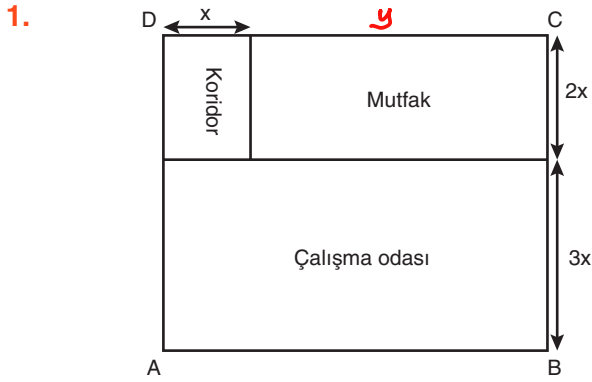
Şekil 2

Masa örtüsü açıldığında Şekil 2'deki görüntü elde edilmiştir.

Buna göre, x'in alabileceği kaç farklı **pozitif tam** sayı değeri vardır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

1. C	2. B	3. D	4. D	5. C	6. C	7. D	8. D
9. B	10. E	11. C	12. C	13. C	14. A	15. D	16. D



Koridor, mutfak ve çalışma odasından oluşan bir iş yerinin yukarıda verilen modeli ABCD dikdörtgenidir ve bu dikdörtgenin çevresinin uzunluğu 72 metredir.

Bu iş yerindeki mutfağın en geniş alanlı olması için x kaç metre olmalıdır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

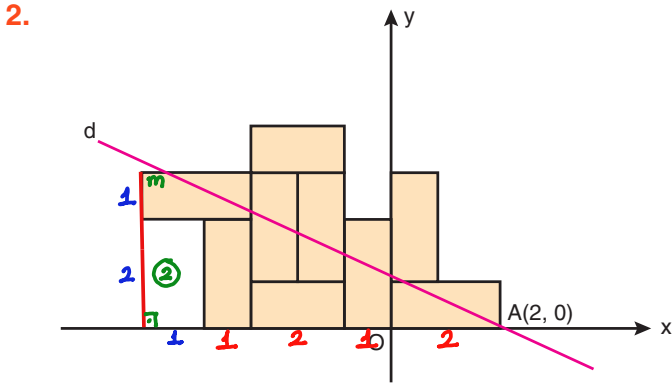
Çevre = $2 \cdot (6x + y) = 72$
 $y = 36 - 6x$

$M = y \cdot 2x \Rightarrow M = (36 - 6x) \cdot 2x$

$M = -12x^2 + 72x$

$x = r = \frac{-b}{2a} = \frac{72}{24} \Rightarrow x = 3$

2010 LYS



Dik koordinat düzleminde, kısa kenarı 1 birim, uzun kenarı 2 birim olan 9 eş dikdörtgenden oluşan şekil çizilmiştir. Sonra A(2, 0) noktasından geçe d doğrusu ile bu şekil eşit alanlı iki bölgeye ayrılmıştır.

Buna göre, d doğrusunun eğimi kaçtır?

- A) $\frac{-3}{7}$ B) $\frac{-5}{12}$ C) $\frac{-7}{16}$ D) $\frac{-9}{20}$ E) $\frac{-11}{24}$

Toplam alan $2 \cdot 9 = 18 \text{ br}^2$ ise yarısı 9 br^2 2017 LYS

$\frac{7+m}{2} \cdot 3 = 9+2 \Rightarrow m = \frac{1}{3}$

$m = -\tan \alpha = -\frac{3}{7 - \frac{1}{3}} = -\frac{9}{20}$

3. $f(x) = mx - 1 + \frac{1}{x}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, her $x > 0$ için $f(x) \geq 0$ özelliğini sağlayan en küçük m değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

2010 LYS

$mx^2 - x + 1 \geq 0$

$\Delta \leq 0$ olmalı

$1 - 4 \cdot m \cdot 1 \leq 0$

$m \geq \frac{1}{4}$

En küçük m değeri $\frac{1}{4}$ olur.

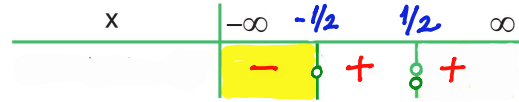
4. $(2x - 1) \cdot (4x^2 - 1) < 0$

eşitsizliğinin gerçel sayılardaki çözüm kümesi aşağıdaki açık aralıkların hangisidir?

- A) $(-\infty, \frac{-1}{2})$ B) $(\frac{-1}{2}, 0)$ C) $(\frac{-1}{2}, \frac{1}{2})$

- D) $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$ E) $(\frac{1}{2}, \infty)$

2010 LYS 1



$C.K = (-\infty, -\frac{1}{2})$

5. $f(x) = x^2 - 2x + 3$ fonksiyonunun grafiği a birim sağa ve b birim aşağı ötelenerek $g(x) = x^2 - 8x + 14$ fonksiyonunun grafiği elde ediliyor.

Buna göre, $|a| + |b|$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

$T_f(1, 2)$ $T_g(4, -2)$

$1+a=4$ $2-b=-2$
 $a=3$ $b=4$

$|a| + |b| = 7$

2011 LYS 1

$$\begin{cases} \text{I. } x \cdot (3 - x) > 0 \\ \text{II. } (2x + 1) \cdot (x - 2) < 0 \end{cases}$$

Yukarıda verilen eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi (a, b) açık aralığı olduğuna göre, a - b farkı kaçtır?

- A) -2 B) 0 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

2011 LYS

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	2	3	∞
I.	-	-	0	+	+	-
II.	+	0	-	-	0	+
Kesişim						

$$C.K = (0, 2)$$

$$a - b = 0 - 2 = -2$$

7. Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı bir fonksiyonu, her x gerçek sayısı için,
 $f(x) < f(x + 2)$
eşitsizliği sağlanmaktadır.

Buna göre,

- I. $f(1) < f(5)$ ✓
II. $|f(-1)| < |f(1)|$ -
III. $f(0) + f(2) < 2 \cdot f(4)$ ✓

İfadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

$$\text{I. } f(-1) < f(1) < f(3) < f(5) \quad \text{2012 LYS 1}$$

$$f(1) < f(5)$$

$$\text{II. } f(-1) < f(1) \text{ ama } |f(-1)| > |f(1)| \text{ olabilir.}$$

$$\text{III. } f(0) < f(2) < f(4) \\ f(0) + f(2) < 2 \cdot f(4)$$

8. x ve y birer gerçel sayı olmak üzere,

$$x^2 - 4y = -7$$

$$+ y^2 - 2x = 2$$

olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 0$$

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 0$$

$$x=1 \text{ ve } y=2$$

$$x+y = 1+2 = 3$$

2012 LYS

9. Bir tur şirketi, düzenleyeceği bir gezi için kişi başı 140 TL ücret talep etmektedir. Kayıt yaptırılanların sayısının 80'den fazla olması halinde, 80'in üzerindeki her bir kişi için tüm katılımcılara 50'şer kuruş geri ödeme yapılacaktır. Kontenjan 200 kişi ile sınırlıdır.

Örneğin, geziye 100 kişi katılırsa herkese 10'ar TL geri ödeme yapılıyor ve kişi başı 130 TL ücret alınmış oluyor.

Buna göre, geziye kaç kişi katılırsa şirketin katılımcılardan elde edeceği gelir en fazla olur?

- A) 160 B) 165 C) 175 D) 180 E) 185

2013 LYS

$$x > 80 \text{ olsun.}$$

$$G = [140 - 0,5 \cdot (x - 80)] \cdot x$$

$$G = -\frac{1}{2}x^2 + 180x$$

$$x = r = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x = -\frac{180}{2 \cdot -\frac{1}{2}}$$

$$x = 180$$

10. $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \frac{2}{x} - x + 1$$

fonksiyonu için $f(x) \in (0, \infty)$ olacak biçimdeki tüm x noktalarının kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 0)$ B) $(-1, \infty)$
C) $(0, 1) \cup (2, \infty)$ D) $(-2, 0) \cup (2, \infty)$

$$\checkmark (-\infty, -1) \cup (0, 2)$$

2015 LYS

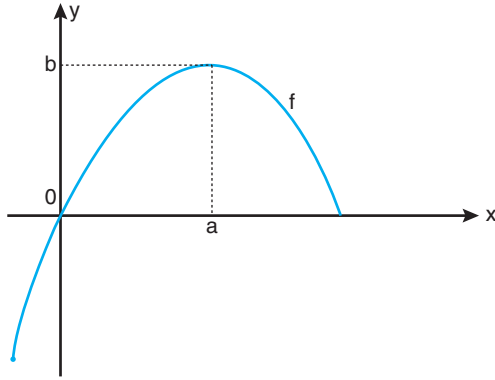
$$f(x) > 0 \Rightarrow \frac{-x^2 + x + 2}{x} > 0$$

x	$-\infty$	-1	0	2	∞
f(x)	+	0	-	0	+

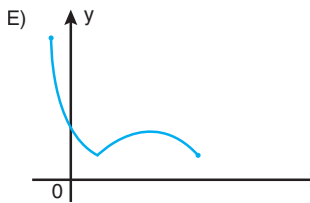
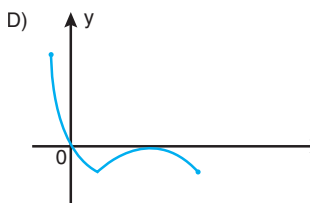
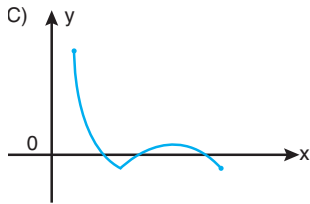
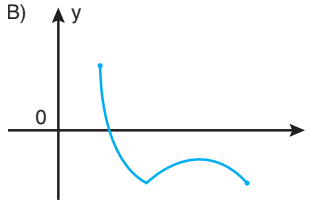
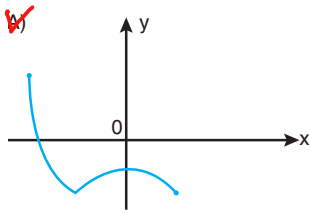
$$C.K = (-\infty, -1) \cup (0, 2)$$

11. Aşağıda, bir f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$(a > 2, b < 1)$



Buna göre, $|f(x+2)| - 1$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



$|f(x+2)| - 1$

1. Adım

$x+2=0 \Rightarrow x=-2$
2 birim sola ötele

2. Adım

x ekseninin altında kalan kısımların x eksenine göre simetrisini al. alt kısmı sil

3. Adım

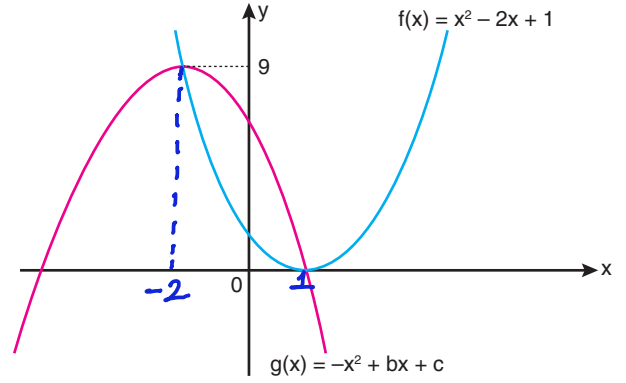
1 birim aşağı ötele

4. Adım

Grafik hazır.
(A şıkkı)

2015 LYS 1

12.



Yukarıda grafiği verilen $f(x)$ ve $g(x)$ parabolleri birbirlerini tepe noktalarında kesmektedir.

Buna göre, $g(0)$ değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2013 LYS 1

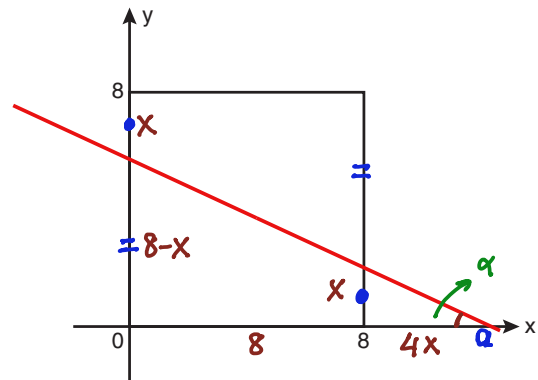
$g(1) = -1 + b + c = 0$
 $b + c = 1$

$(x-1)^2 = 9 \Rightarrow x-1 = -3 \Rightarrow x = -2$

$x = r = \frac{b}{2} = -2 \Rightarrow b = -4$

$-4 + c = 1 \Rightarrow c = 5$

13.



Dik koordinat düzleminde verilen şekildeki kare, eğimi $-\frac{1}{4}$ olan bir doğru ile eşit alanlı iki bölgeye ayrılıyor.

Bu doğru x eksenini $(a, 0)$ noktasında kestiğine göre, a kaçtır?

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

2018 AYT

$\frac{8-x}{4x+8} = \frac{1}{4}$

$8-x = x+2 \Rightarrow x=3$

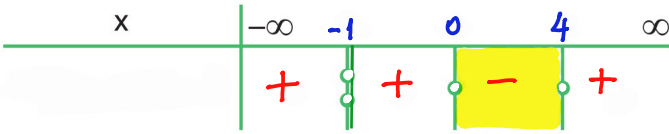
$a = 8+12 = 20$

14. $\frac{6x+1}{(x+1)^2} > 1$

eşitsizliğini sağlayan tüm gerçel sayıların kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (-1, 4) B) (-1, 6) C) (0, 4)
D) (0, ∞) E) (2, ∞)

$$1 - \frac{6x+1}{(x+1)^2} < 0 \Rightarrow \frac{x^2-4x}{(x+1)^2} < 0 \quad \text{2017 LYS 1}$$



G.K = (0, 4)

15. a bir gerçel sayı olmak üzere, $x + 1 \leq a$ eşitsizliği ile ilgili aşağıdakiler bilinmektedir.

- $x = 0$ bu eşitsizliği sağlar.
- $x = 4$ bu eşitsizliği sağlamaz.

Buna göre, a sayısının alabileceği değerleri ifade eden en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (0, 4] B) [0, 4) C) [1, 4]
D) (1, 5] E) [1, 5)

$$x \leq a - 1$$

$$0 \leq a - 1 < 4$$

$$1 \leq a < 5 \rightarrow [1, 5)$$

2019 AYT

16. $(x-1)^2 < |x-1| + 6$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$|x-1|^2 - |x-1| - 6 < 0$$

$$|x-1| = a \quad a^2 - a - 6 < 0$$

$$-2 < a < 3$$

$$-2 < |x-1| < 3$$

$$-3 < x-1 < 3 \Rightarrow -2 < x < 4$$

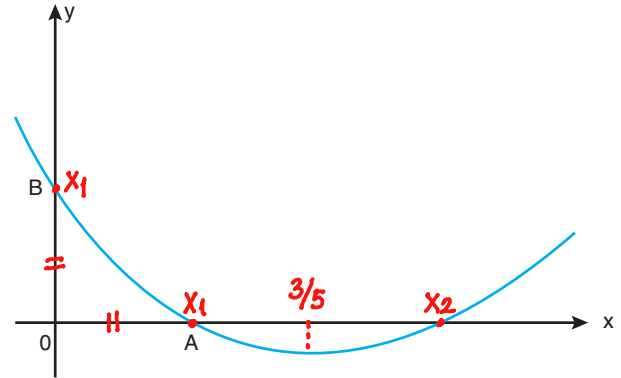
$$-1 + 0 + 1 + 2 + 3 = 5$$

2017 LYS

17. $0 < x_1 < x_2$ olmak üzere, gerçel sayılar kümesi üzerinde,

$$f(x) = (x - x_1)(x - x_2)$$

biçiminde tanımlanan bir f fonksiyonunun belirttiği parabol, dik koordinat düzleminde eksenleri şekildeki gibi farklı A ve B noktalarında kesmektedir.



A ve B noktalarının orijine uzaklıkları birbirine eşit olup,

$x = \frac{3}{5}$ iken bu parabol en küçük değerini almaktadır.

Buna göre, $\frac{x_2}{x_1}$ oranı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$f(x) = (x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

$$B(0, x_1) \text{ için } x_1 \cdot x_2 = x_1$$

$$x_2 = 1$$

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{3}{5}$$

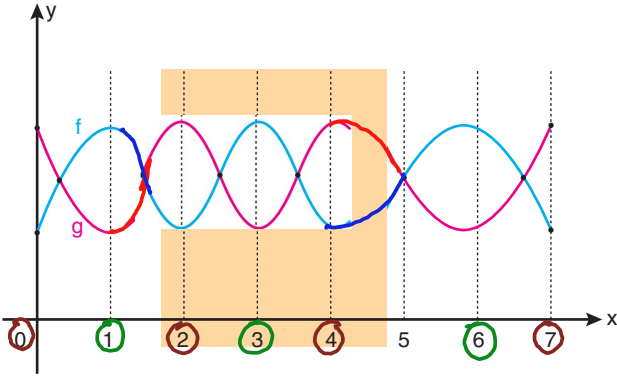
2019 AYT

$$x_1 + x_2 = \frac{6}{5} \Rightarrow x_1 = \frac{1}{5}$$

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{1}{\frac{1}{5}} = 5$$

1. C	2. D	3. C	4. A	5. D	6. A
7. C	8. A	9. D	10. E	11. A	12. C
13. E	14. C	15. E	16. D	17. D	

1. Dik koordinat düzleminde $[0, 7]$ kapalı aralığında tanımlı f ve g fonksiyonlarının grafiklerinin bir kısmı şekilde verilmiştir.

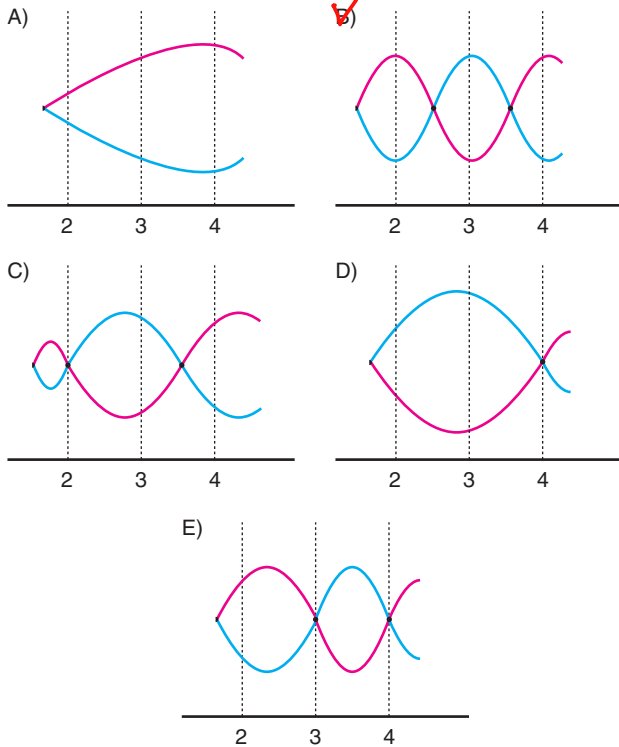


$[0, 7]$ kapalı aralığında;

- 4 farklı tam sayısı için $f(a) < g(a)$, **0, 2, 4, 7**
- 3 farklı b tam sayısı için $f(b) > g(b)$ **1, 3, 6**

olduğu biliniyor.

Buna göre, f ve g fonksiyonlarının grafiklerinin eksik kısımları aşağıdakilerden hangisi olabilir?



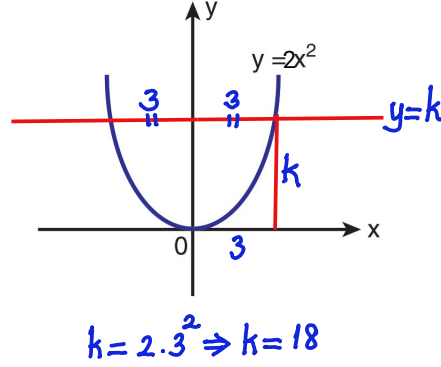
2020 TYT

2. Dik koordinat düzleminde $y = 2x^2$ parabolü ile $y = k$ doğrusunun kesiştiği iki nokta arasındaki uzaklık 6 birimdir.

Buna göre, k kaçtır?

- A) 12 B) 16 C) 18 D) 24 E) 27

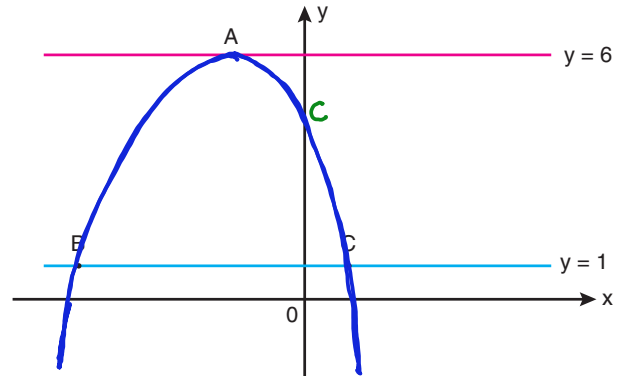
2015 LYS



3. a , b ve c gerçel sayılar olmak üzere,

$$y = ax^2 + bx + c$$

Parabolü $y = 1$ doğrusuyla B ve C noktalarında $y = 6$ doğrusuyla ise sadece A noktasında kesişmektedir. Dik koordinat düzleminde A , B ve C noktalarının yerleri aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.



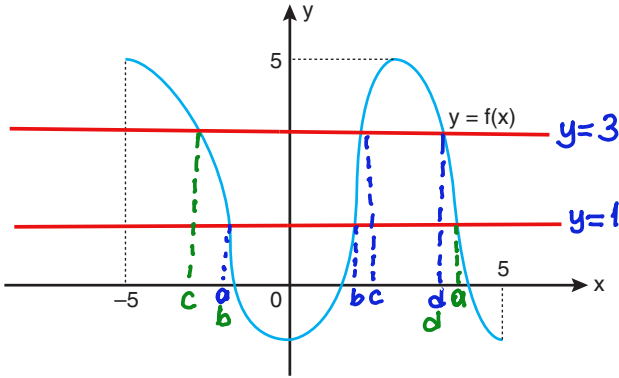
Buna göre a , b ve c sayılarının işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) +, -, - B) +, +, - C) -, +, +
D) -, +, - E) -, -, +

2020 AYT

- $a < 0$ \cap
 - $c > 0$
 - $x = r = \frac{-b}{2a} < 0 \Rightarrow b < 0$
- , - , +

4. Dik koordinat düzleminde $[-5, 5]$ kapalı aralığında tanımlı bir f fonksiyonunun grafiği şekilde verilmiştir.



Bu fonksiyonun tanım kümesinde yer alan birbirinden farklı a, b, c ve d sayıları için;

$$f(a) = f(b) = 1$$

$$f(c) = f(d) = 3$$

eşitlikleri sağlanmaktadır.

Buna göre; a, b, c ve d sayılarının sıralamasıyla ilgili,

- I. $a < b < c < d$ ✓ (mavi ile gösterildi)
 II. $c < b < d < a$ ✓ (Yeşil ile gösterildi)
 III. $c < d < a < b$ doğru olamaz.

eşitsizliklerinden hangileri doğru olabilir?

- A) Yalnız I B) Yalnız II ✓ C) I ve II
 D) II ve III E) I, II ve III

2020 AYT

5. $y = x^2 - 2(a+1)x + a^2 - 1$

parabolü $y = 1$ doğrusuna teğet olduğuna göre, a kaçtır?

- ✓ X) $\frac{-3}{2}$ B) $\frac{-3}{4}$ C) 0 D) 1 E) 2

$$x^2 - 2(a+1)x + a^2 - 1 = 1$$

$$x^2 - 2(a+1)x + a^2 - 2 = 0$$

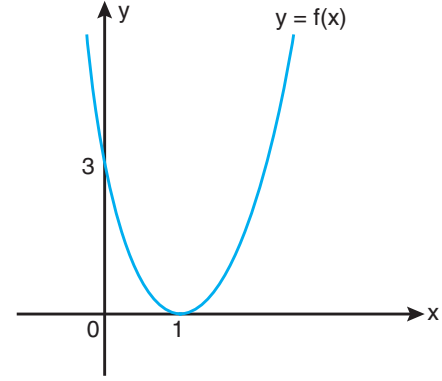
$\Delta = 0$ olmalı

$$4 \cdot (a+1)^2 - 4 \cdot (a^2 - 2) = 0$$

$$20 + 4 = 0 \Rightarrow a = -\frac{3}{2}$$

2012 LYS

- 6.



Yukarıda verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği, şekildeki gibi, Ox eksenine $(1, 0)$ noktasında teğet olan ve $(0, 3)$ noktasından geçen parabolüdür.

Buna göre, $f(3)$ kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 7 ✓ E) 12

2006 ÖSS

$$f(x) = 3 \cdot (x-1)^2$$

$$f(3) = 3 \cdot 2^2 = 12$$

7. a ve b pozitif gerçel sayılar olmak üzere, dik koordinat düzleminde orijinden geçen,

$$P(x) = (x-a)^2 - b \quad (0,0) \text{ için } a^2 - b = 0 \Rightarrow b = a^2$$

parabolü kullanılarak,

$$P(x+a) + b = x^2 \rightarrow T(0,0)$$

$$P(x+a) - b = x^2 - 2b \rightarrow T(0, -2b)$$

$$P(x-a) - b = (x-2a)^2 - 2b \rightarrow T(2a, -2b)$$

biçiminde tanımlanan üç parabolün tepe noktaları alanı 16 birimkare olan bir üçgenin köşe noktalarıdır.

Buna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- ✓ X) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

2018 AYT

$$\frac{20 \cdot 2b}{2} = 16$$

$$a \cdot b = 8 \Rightarrow a^3 = 8$$

$$a = 2 \Rightarrow b = 4$$

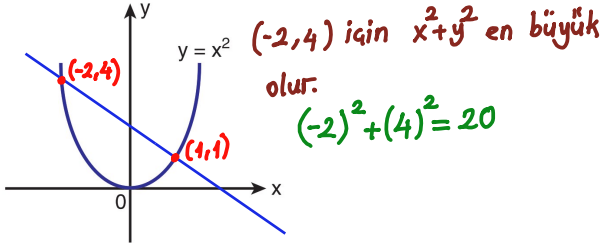
$$a + b = 2 + 4 = 6$$

8. $y = x^2$ parabolü ile $y = 2 - x$ doğrusu arasında kalan sınırlı bölgenin sınırları üzerindeki (x, y) noktaları için $x^2 + y^2$ ifadesinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

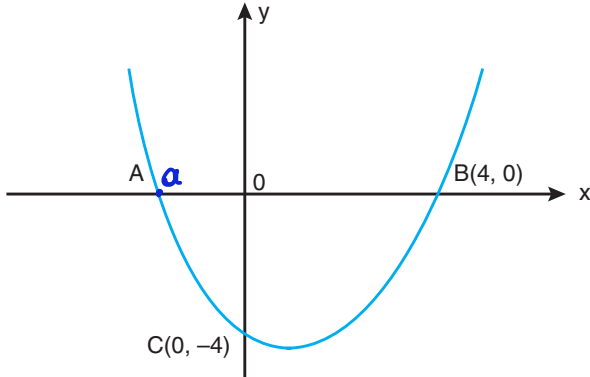
A) 25 B) 20 C) 17 D) 13 E) 10

$$x^2 = 2 - x \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \quad \text{2011 LYS}$$

$$x = -2, x = 1$$



9.



Şekilde verilen parabolün denklemini $y = x^2 + bx + c$ olduğuna göre, $A(x, 0)$ noktasının apsisi (x) kaçtır?

A) -1 B) -2 C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{3}{2}$ E) $-\frac{5}{2}$

$$y = 1 \cdot (x - a) \cdot (x - 4)$$

$$c(0, -4) \text{ için } 4a = -4$$

$$a = -1$$

$$a = x = -1 \text{ olur.}$$

10. a pozitif bir gerçel (reel) olmak üzere kenarları a cm ve $(8 - 2a)$ cm olan dikdörtgenin alanı en çok kaç cm^2 olur?

A) 64 B) 32 C) 24 D) 16 E) 8

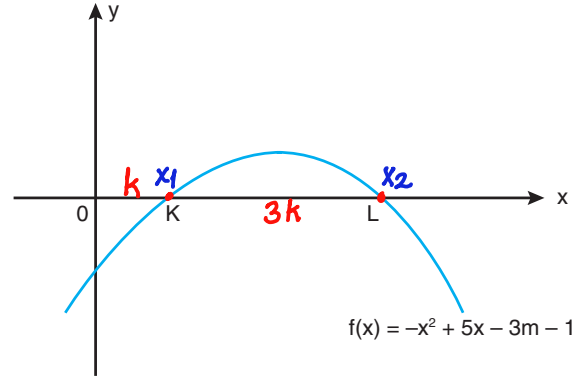
$$A = a \cdot (8 - 2a)$$

$$A = -2a^2 + 8a$$

$$a = r = \frac{-8}{-4} = 2$$

$$k = A(2) = -8 + 16 = 8$$

11.



Yukarıdaki şekilde denklemini $y = -x^2 + 5x - 3m - 1$ olan fonksiyonun grafiği verilmiştir.

$$|OL| = 4|OK|$$

olduğuna göre, m kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

$$x_1 = k, x_2 = 4k$$

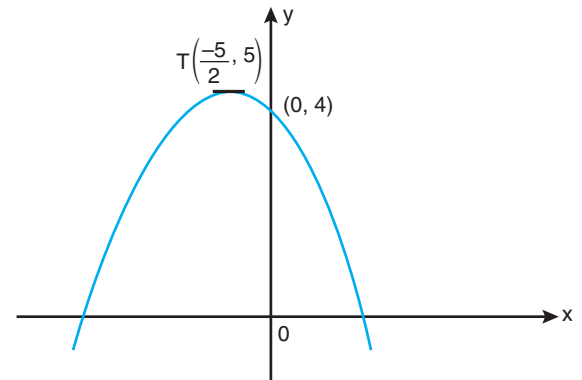
$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \Rightarrow k + 4k = 5$$

$$k = 1$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow 1 \cdot 4 = 3m + 1$$

$$m = 1$$

12.



Şekilde grafiği verilen parabolün tepe noktası, $T\left(-\frac{5}{2}, 5\right)$ ve y eksenini kestiği nokta $A(0, 4)$ tür.

Bu parabolün denklemini $y = ax^2 + bx + c$ olduğuna göre, b kaçtır?

A) $-\frac{5}{4}$ B) $-\frac{4}{5}$ C) $-\frac{3}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{5}$

$$y = a \cdot \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + 5$$

$$A(0, 4) \text{ için } \frac{25}{4}a + 5 = 4 \Rightarrow a = -\frac{4}{25}$$

$$y = -\frac{4}{25}(x^2 + 5x + \frac{25}{4}) + 5 \Rightarrow b = -\frac{4}{25} \cdot 5 = -\frac{4}{5}$$

13. $y = ax^2 - 8x + 2a - 4$

eğrisi, x eksenine teğet olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) -5 B) -3 C) -2 D) 3 E) 6

$\Delta = 0$ olmalı

$64 - 4 \cdot a \cdot (2a - 4) = 0$

$64 - 8 \cdot a \cdot (a - 2) = 0$

$0^2 - 2a - 8 = 0 \Rightarrow a = 4 \vee a = -2$
-4
+2

1997 ÖYS

14. Bir x tam sayısı için

$\frac{x+5}{2} > 10$

olduğuna göre, x'in en küçük değeri kaçtır?

- A) 10 B) 14 C) 16 D) 17 E) 18

$x + 5 > 20$

$x > 15$

x en az 16 olur.

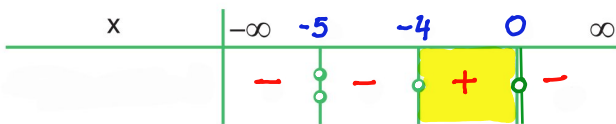
2008 ÖSS

15. $\frac{-(x+4) \cdot (x+5)^2}{x} > 0$

eşitsizliğini sağlayan negatif tam sayılardan en küçüğü kaçtır?

- A) -6 B) -5 C) -3 D) -2 E) -1

1993 ÖYS



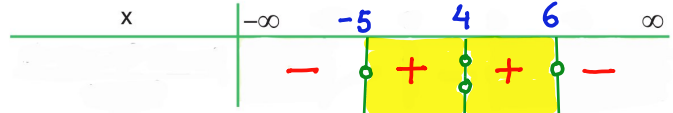
-3, -2, -1 → en küçüğü -3

16. $(x-4)^2 \cdot (x+5) \cdot (6-x) > 0$

eşitsizliğini sağlayan tam sayıların toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 0 C) -1 D) -2 E) -3

1995 ÖSS



$-4 - 3 - 2 - 1 + 0 + 1 + 2 + 3 + 5 = 1$

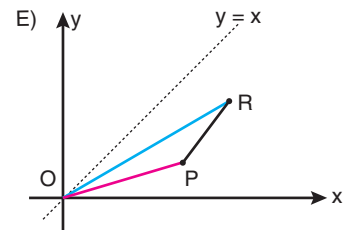
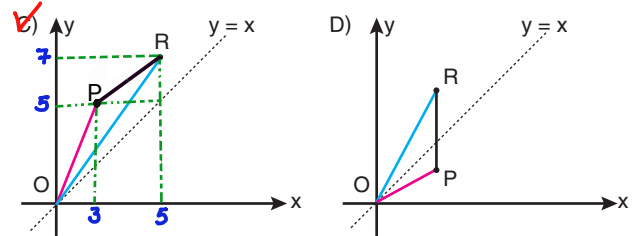
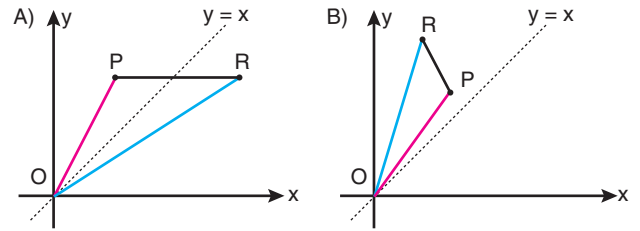
17. Dik koordinat düzleminde köşe noktaları,

O(0, 0)

P(3, 5)

R(5, 7)

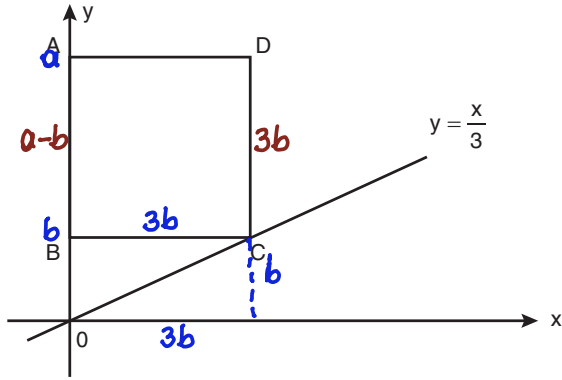
noktaları olan OPR üçgeni aşağıdakilerden hangisi gibi olur?



MSÜ 2020

1. B	2. C	3. E	4. C	5. A	6. E
7. A	8. B	9. A	10. E	11. C	12. B
13. C	14. C	15. C	16. A	17. C	

1. Dik koordinat düzleminde iki köşesi A(0, a) ve B(0, b) noktaları olan ABCD karesi aşağıda verilmiştir.



ABCD karesinin C köşesi $y = \frac{x}{3}$ doğrusu üzerindedir.

$a + b = 15$ olduğuna göre, D noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

- A) 14 B) 18 C) 21 D) 24 E) 27

$$a - b = 3b \Rightarrow a = 4b$$

$$a + b = 15 \Rightarrow 5b = 15$$

$$b = 3$$

$$a = 12$$

$$D(3b, 4b) = D(9, 12)$$

$$9 + 12 = 21$$

2020 TYT

2. Dik koordinat düzleminde bir doğrusunun A(-4, 1) noktasından geçtiği ve $2x - y = 5$ doğrusuna dik olduğu biliniyor.

d doğrusunun x eksenini kestiği nokta (a, 0) ve y eksenini kestiği nokta (0, b) olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

$$m = -\frac{1}{2}, A(-4, 1)$$

$$y - 1 = -\frac{1}{2}(x + 4) \Rightarrow y = -\frac{x}{2} - 1$$

$$\left. \begin{array}{l} (a, 0) \text{ için } a = -2 \\ (0, b) \text{ için } b = -1 \end{array} \right\} a + b = -3$$

2020 AYT

3. m bir gerçel sayı olmak üzere, dik koordinat düzleminde,
- (0, 1) noktasından geçen bir doğrunun eğiminin m,
 - (0, 0) noktasından geçen bir doğrunun eğiminin 2m,
 - (1, 0) noktasından geçen bir doğrunun eğiminin 3m
- olduğu ve bu üç doğrunun bir noktada kesiştiği bilinmektedir.

Buna göre, m değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

2019 AYT

$$\left. \begin{array}{l} y = mx + 1 \\ y = 2mx \\ y = 3mx - 3m \end{array} \right\} \begin{array}{l} mx = 1 \\ mx = 3m \end{array}$$

$$3m = 1 \Rightarrow m = \frac{1}{3}$$

4. A(3, 5) noktasının $y = 3x + 5$ doğrusuna olan uzaklığı kaç birimdir?

- A) $\frac{9}{\sqrt{10}}$ B) $\frac{10}{3}$ C) $\frac{11}{\sqrt{10}}$

- D) $\frac{10}{\sqrt{10}}$ E) $\frac{8}{\sqrt{11}}$

1987 ÖYS

$$A(3, 5) \quad y - 3x - 5 = 0$$

$$h = \frac{|5 - 9 - 5|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{9}{\sqrt{10}}$$

5. Denklemleri $x - 2y = 0$ ve $x - 2y + 5 = 0$ olan doğrular arasındaki uzaklık kaç birimdir?

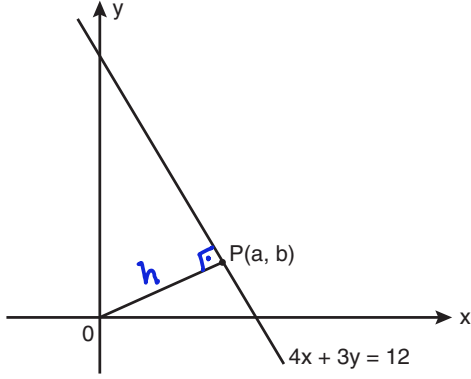
- A) 3 B) 4 C) 5 D) $\sqrt{3}$ E) $\sqrt{5}$

$$h = \frac{5}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

1991 ÖYS

(Paralel doğrular arasındaki uzaklık)

6.



Yukarıdaki şekilde $4x + 3y = 12$ doğrusu üzerinde herhangi bir $P(a, b)$ noktası alınmıştır.

Buna göre, $\sqrt{a^2 + b^2}$ nin alabileceği en küçük değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{9}{5}$ E) $\frac{12}{5}$

2004 ÖSS

$$h = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$h = \frac{|4 \cdot 0 + 3 \cdot 0 - 12|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{12}{5}$$

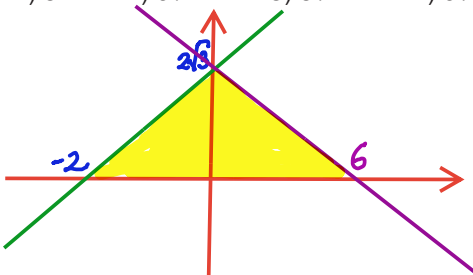
7.

$$\sqrt{3}x - y + 2\sqrt{3} = 0 \text{ ve} \\ x + \sqrt{3}y - 6 = 0$$

doğruları ve x eksenini arasında kalan üçgensel bölgenin alanı kaç birimdir?

- A) 8 B) $6\sqrt{2}$ C) $8\sqrt{2}$ D) $6\sqrt{3}$ E) $8\sqrt{3}$

1993 ÖSS



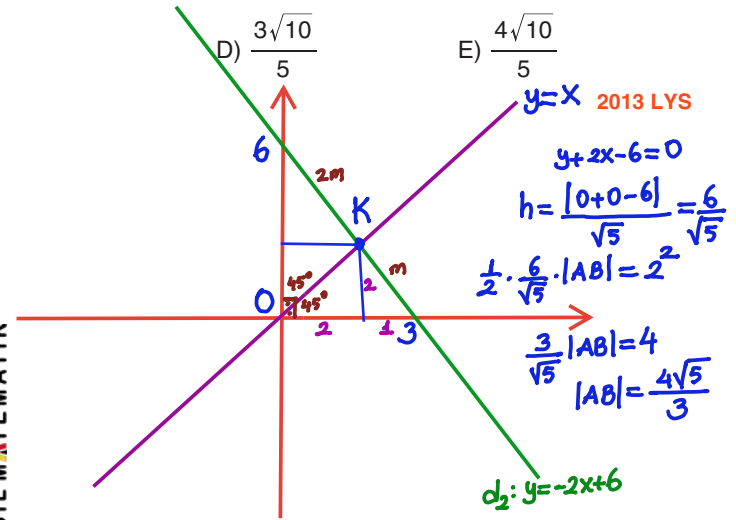
$$\text{Alan} = \frac{2\sqrt{3} \cdot 8}{2} = 8\sqrt{3}$$

8.

- Dik koordinat düzleminde $d_1: y = x$ ve $d_2: y = -2x + 6$ doğruları çiziliyor.
- Bu iki doğrunun K kesim noktası belirleniyor.
- Orijin noktası O olmak üzere, bir köşegeni [OK] olan kare oluşturuluyor.
- A ve B noktası d_2 üzerinde olmak üzere bir AOB üçgeni çiziliyor.

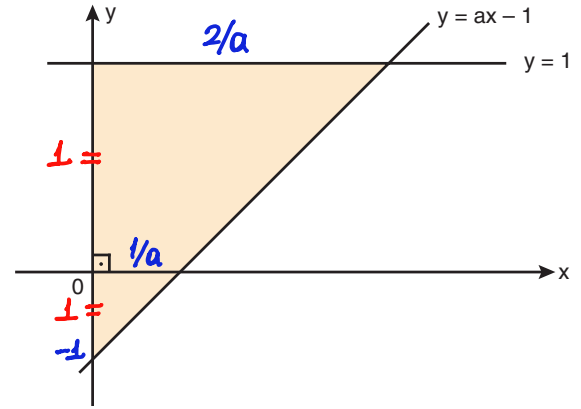
Çizilen bu üçgenin alanı, karenin alanına eşit olduğuna göre |AB| uzunluğu kaç birimdir?

- A) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ B) $\frac{4\sqrt{5}}{3}$ C) $\frac{5\sqrt{5}}{3}$



ACIL MATEMATİK

9.

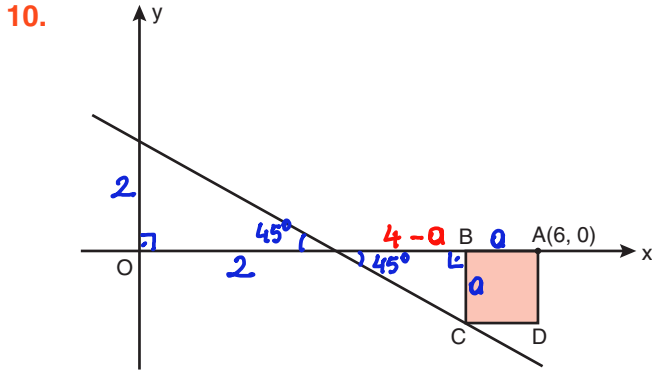


Şekildeki $y = 1$ ve $y = ax - 1$ fonksiyonlarının grafikleri ve y eksenleriyle ilgili sınırlı boyalı bölgenin alanı 1 birimkare olduğuna göre, a kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 3

1994 ÖSS

$$\frac{1 \cdot \frac{2}{a}}{1} = 1 \Rightarrow a = 2$$



Denklemi $y + x - 2 = 0$ olan şekildeki d doğrusu ABCD karesinin C köşesinden geçmektedir.

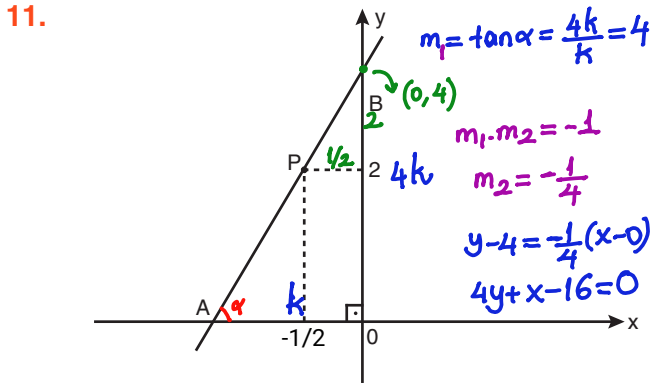
A(6, 0) olduğuna göre, ABCD karesinin alanı kaç birimkaredir?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

$$4 - a = a \Rightarrow a = 2$$

$$A(ABCD) = 2^2 = 4$$

1992 ÖYS



Şekildeki AB doğrusu $P\left(-\frac{1}{2}, 2\right)$ noktasından geçmektedir.

$$|OB| = 4|OA|$$

olduğuna göre, B noktasından AB doğrusuna çizilen dik doğrunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $8y + 2x - 13 = 0$ B) $4y + x - 16 = 0$
C) $3y + x - 12 = 0$ D) $2y + 8x - 9 = 0$
E) $4y + x = 0$

1994 ÖYS

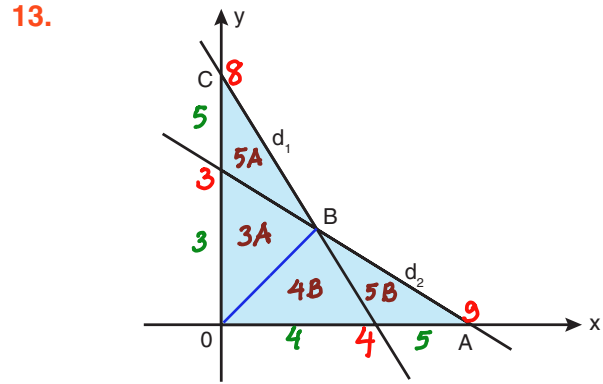
12. $x + 4y = 4$
 $mx + y = \frac{9}{5}$
- doğruları $y = x$ doğrusu üzerinde kesiştiklerine göre, m kaçtır?
- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{-1}{4}$ E) $\frac{-1}{2}$

2002 ÖSS

$$5x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{5}$$

$$mx + x = \frac{9}{5} \Rightarrow \frac{4m}{5} = 1$$

$$m = \frac{5}{4}$$



Şekilde dik koordinat düzlemi üzerinde,

$$d_1 : 2x + y = 8$$

$$d_2 : x + 3y = 9$$

doğruları gösteriliyor.

Buna göre, boyalı OABC dörtgeninin alanı kaç birimkaredir?

- A) 19 B) 21 C) 23 D) 25 E) 27

$$3A + 9B = \frac{3 \cdot 9}{2} \Rightarrow 2A + 6B = 9$$

2016 LYS

$$8A + 4B = \frac{8 \cdot 4}{2} \Rightarrow 2A + B = 4$$

$$B = 1, A = 3/2$$

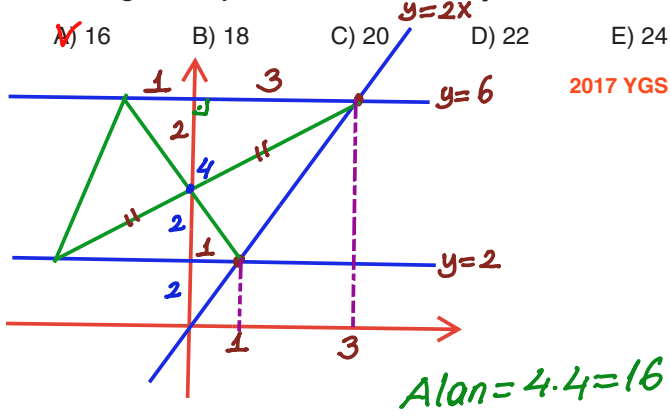
$$8A + 9B = 8 \cdot \frac{3}{2} + 9 \cdot 1 = 21$$

1. C	2. A	3. B	4. A	5. E	6. E	7. E
8. B	9. D	10. B	11. B	12. C	13. B	

1. Dik koordinat düzleminde, $y = 2$ ve $y = 6$ doğruları ile $y = 2x$ doğrusunun kesişim noktalarını köşe kabul eden bir paralelkenarın köşegenleri $(0, 4)$ noktasında kesişmektedir.

Buna göre, bu paralelkenarın alanı kaç birimkaredir?

- A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24



2. $A(-1, a)$ noktasının $12x + 5y - 7 = 0$ doğrusuna olan uzaklığı 2 birim olduğuna göre, a 'nın alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

- A) $-\frac{61}{5}$ B) $-\frac{63}{5}$ C) $-\frac{57}{6}$

- D) $-\frac{53}{6}$ E) $-\frac{49}{8}$

$$\frac{|-12 + 5a - 7|}{\sqrt{12^2 + 5^2}} = 2 \Rightarrow |5a - 19| = 26$$

$$5a - 19 = 26 \quad \vee \quad 5a - 19 = -26$$

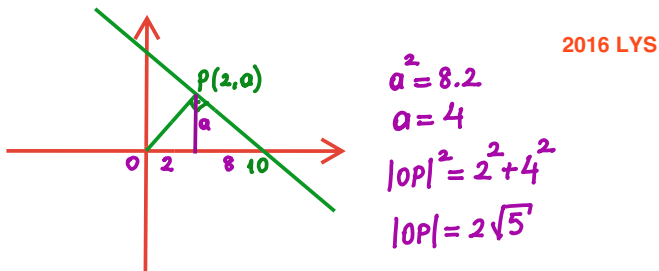
$$a = 9 \quad \vee \quad a = -\frac{7}{5}$$

$$9 \cdot -\frac{7}{5} = -\frac{63}{5}$$

3. Dik koordinat düzleminde x eksenini $(10, 0)$ noktasında kesen bir doğru çiziliyor.

Bu doğrunun orijine en yakın noktası $P(2, a)$ olduğuna göre, P noktasının orijine uzaklığı kaç birimdir?

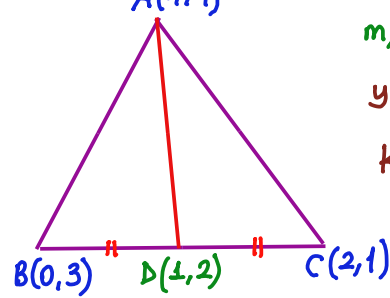
- A) $4\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{5}$ D) 5 E) 6



4. Dik koordinat düzleminde, köşeleri $A(4, 4)$, $B(0, 3)$ ve $C(2, 1)$ noktaları olan ABC üçgeninin BC kenarına ait kenarortay çiziliyor.

Bu çizilen kenarortayın y eksenini kestiği nokta $K(0, k)$ olduğuna göre, k kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{5}{3}$ E) $\frac{1}{4}$



$$m_{AD} = \frac{2}{3}$$

$$y - 4 = \frac{2}{3}(x - 4)$$

$$k - 4 = \frac{-8}{3} \Rightarrow k = \frac{4}{3}$$

5. $d_1: ax - y - 2 = 0$
 $d_2: x + 2y + 6 = 0$
 $d_3: 3x - 2y + 10 = 0$

doğrularının kesim noktalarını köşe kabul eden üçgen bir dik üçgen ise a sayısının alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 0 B) $\frac{1}{3}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) 2

$$\bullet d_1 \perp d_2 \Rightarrow a \cdot -\frac{1}{2} = -1$$

$$a = 2$$

$$\bullet d_1 \perp d_3 \Rightarrow a \cdot \frac{3}{2} = -1$$

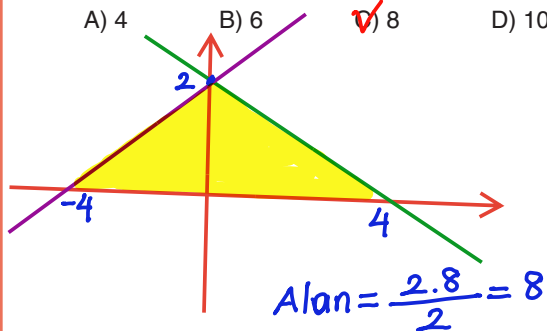
$$a = -\frac{2}{3}$$

$$2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

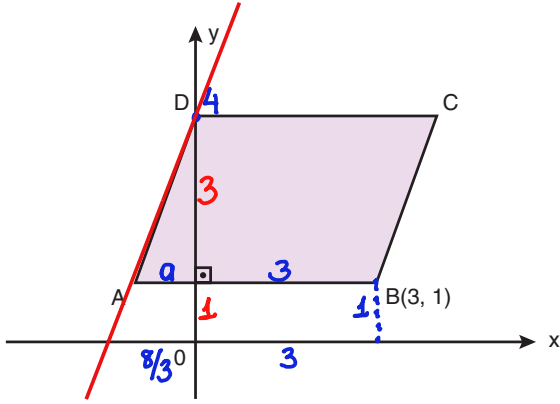
6. $x + 2y - 4 = 0$
 $x - 2y + 4 = 0$

doğruları ile x eksenini arasında kalan sınırlı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12



7.



Dik koordinat düzleminde verilen şekildeki ABCD paralelkenarının D köşesi y ekseninde olup AD kenarı da denklemi $2y - 3x = 8$ olan doğru üzerindedir.

Buna göre, ABCD paralelkenarının alanı kaç birimkaredir?

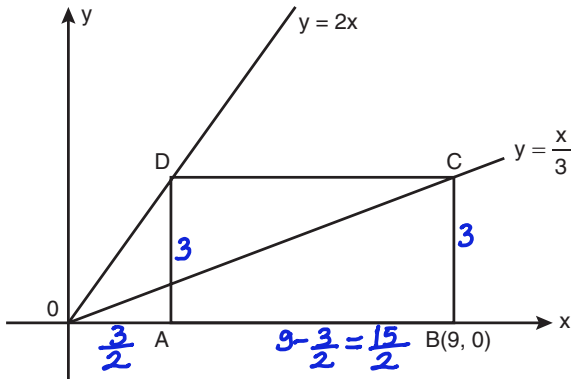
- A) 12 B) 14 C) 15 D) 16 E) 18

$$\frac{3}{4} = \frac{a}{\frac{8}{3}} \Rightarrow a = 2$$

$$A(ABCD) = 3 \cdot 5 = 15$$

2014 LYS

8.



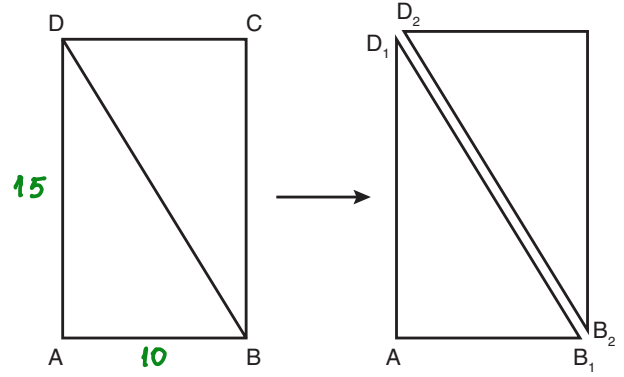
Dik koordinat düzleminde verilen şekildeki ABCD dikdörtgeninin çevresi kaç birimdir?

- A) 18 B) 21 C) 24 D) 27 E) 30

$$Q(ABCD) = 2 \left(3 + \frac{15}{2} \right) = 21$$

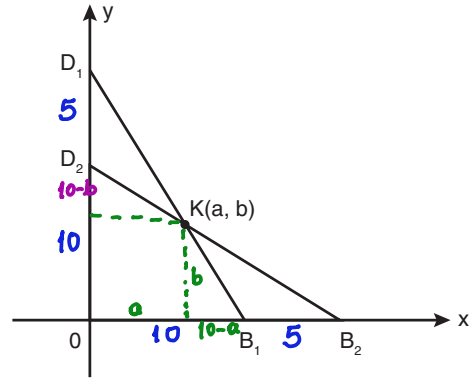
2014 YGS

9.



Kenar uzunlukları 10 birim ve 15 birim olan ABCD dikdörtgeni biçimindeki bir karton şekildeki gibi DB köşegeni boyunca kesiliyor.

Daha sonra elde edilen iki üçgenin A ve C köşeleri orijine olacak biçimde üçgenler dik koordinat düzlemi üzerine aşağıdaki gibi yerleştiriliyor.



Bu üçgenlerin K(a, b) kesim noktası için, a + b toplamı kaç birimdir?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

$$\begin{aligned} \frac{15-a}{3} &= \frac{b}{10} \Rightarrow 3b+2a=30 \\ \frac{15-b}{3} &= \frac{a}{10} \Rightarrow 3a+2b=30 \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} 3b+2a &= 30 \\ 3a+2b &= 30 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 5a+5b &= 60 \\ a+b &= 12 \end{aligned}$$

2013 LYS

10. Dik koordinat düzleminde $y = \frac{x}{7}$ doğrusu $x = 2$ ve $x = 9$ doğrularını sırasıyla P ve R noktalarında kesmektedir.

Buna göre, |PR| uzunluğu kaç birimdir?

- A) $5\sqrt{2}$ B) $6\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{10}$ D) 8 E) 9

$$\begin{aligned} P\left(2, \frac{2}{7}\right) \quad R\left(9, \frac{9}{7}\right) \\ |PR| = \sqrt{7^2 + 1^2} = 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

2016 YGS

11. Analitik düzlemde A(-3, 0) ve B(1, 2) noktaları için [AB] doğru parçasının orta dikmesinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y + 2x + 1 = 0$ B) $y + 2x - 1 = 0$
C) $y - 2x + 2 = 0$ D) $2y + x - 1 = 0$
E) $2y + 2x - 1 = 0$

$$\left(\frac{-3+1}{2}, \frac{0+2}{2}\right) = (-1, 1)$$

2011 LYS

$$m_1 = \frac{2-0}{1+3} = \frac{1}{2} \quad m_1 \cdot m_2 = -1$$

$$m_2 = -2$$

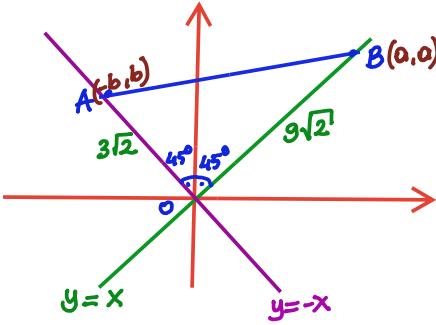
$$y - 1 = -2 \cdot (x + 1)$$

$$y = -2x - 1 \Rightarrow y + 2x + 1 = 0$$

12. Dik koordinat düzleminde; bir köşesi orijinde, diğer köşeleri ise $y = x$ ve $y = -x$ doğruları üzerinde olan bir üçgenin kenarortayları (2, 4) noktasında kesilmektedir.

Buna göre, bu üçgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 18 B) 24 C) 27 D) $9\sqrt{2}$ E) $18\sqrt{2}$



$$\frac{a-b}{3} = 2 \Rightarrow a-b=6$$

$$\frac{a+b}{3} = 4 \Rightarrow a+b=12$$

$$a=9, b=3$$

$$Alan = \frac{3\sqrt{2} \cdot 9\sqrt{2}}{2}$$

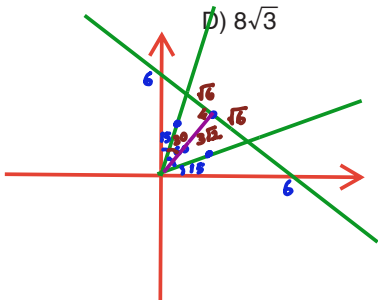
$$= 27$$

2018 AYT

13. Dik koordinat düzleminde orijinden geçen d_1, d_2 doğruları ile $x + y = 6$ doğrusunun sınırladığı kapalı bölge bir eşkenar üçgendir.

Buna göre, bu eşkenar üçgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) $3\sqrt{3}$ B) $4\sqrt{3}$ C) $6\sqrt{3}$ D) $8\sqrt{3}$ E) $9\sqrt{3}$

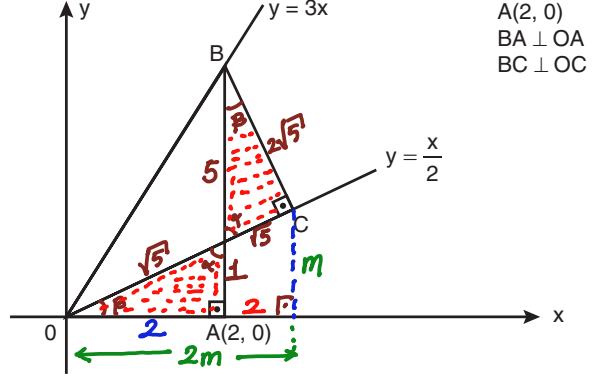


2017 LYS

$$Alan = \frac{(2\sqrt{6})^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$= 6\sqrt{3}$$

- 14.



A(2, 0)
BA ⊥ OA
BC ⊥ OC

Yukarıdaki verilere göre, C noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

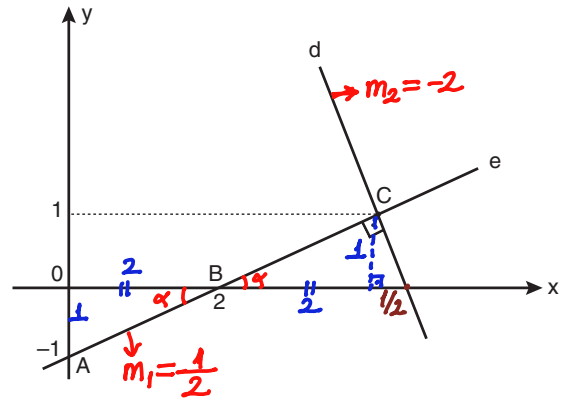
$$2m = 4 \Rightarrow m = 2$$

2015 YGS

$$C(2m, m) = C(4, 2)$$

$$4 + 2 = 6$$

- 15.



Şekildeki dik koordinat düzleminde verilen d ve e doğruları birbirine diktir.

Buna göre, d doğrusunun x eksenini kestiği noktanın apsisi kaçtır?

- A) $\frac{9}{2}$ B) $\frac{11}{2}$ C) $\frac{13}{3}$ D) $\frac{14}{3}$ E) $\frac{25}{6}$

$$4 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$$

2013 YGS

1. A	2. B	3. C	4. C	5. D	6. C	7. C	8. B
9. C	10. A	11. A	12. C	13. C	14. D	15. A	

