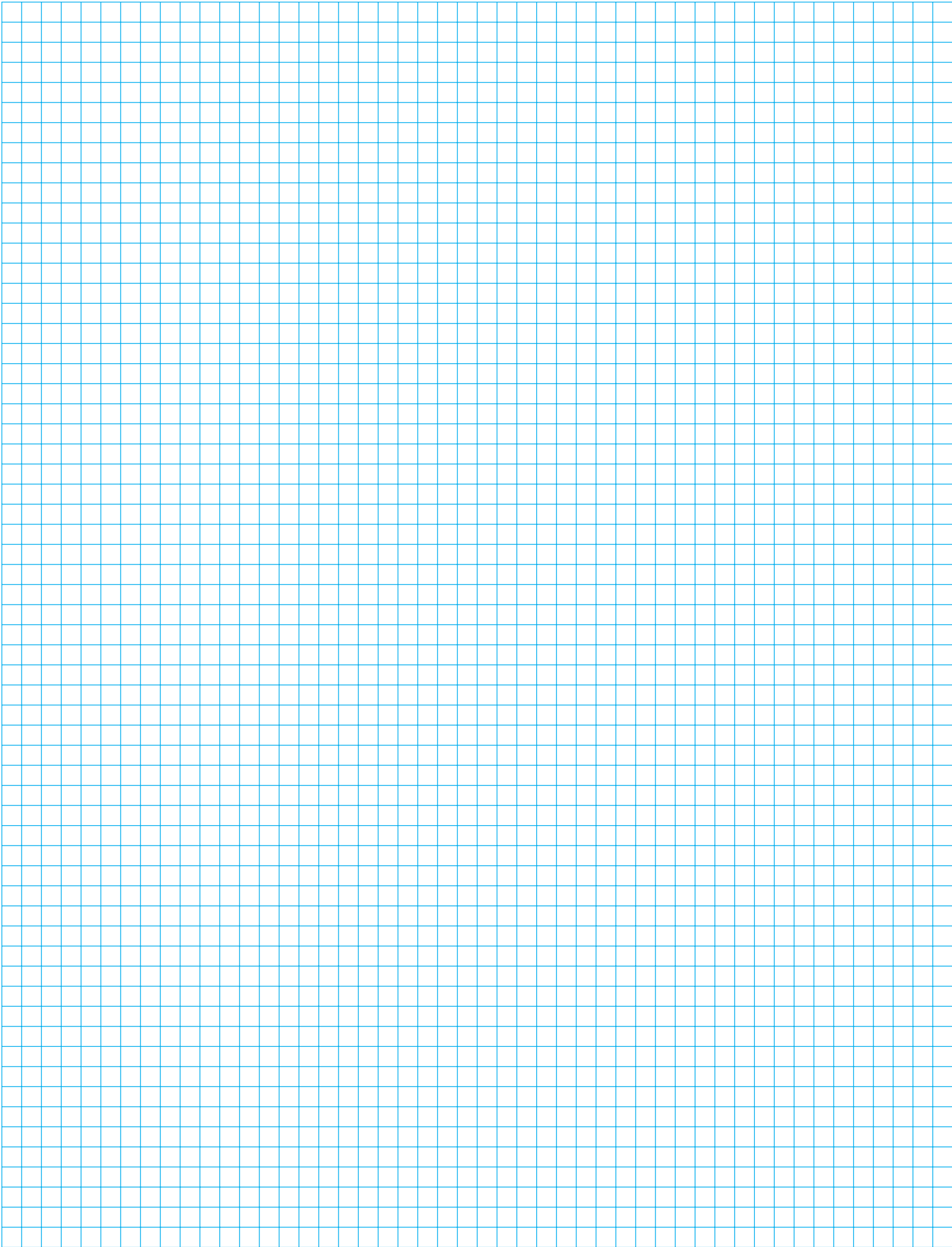


## - 4. TEMA -

# NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

- Gerçek Sayılarda Fonksiyon Olma Şartları ile Gerçek Sayılarda Tanımlı Fonksiyonların Nitel Özelliklerini Matematiksel Temsillerle Değerlendirme
- Gerçek Sayılarda  $f(x) = x^2$  Şeklinde Karesel Fonksiyonların Özellikleri ile Bu Fonksiyonlardan Türetilen Fonksiyonların Nitel Özelliklerine İlişkin Muhakeme Yapabilme
- Gerçek Sayılarda  $f(x) = \sqrt{x}$  Şeklinde ve Bu Fonksiyondan Türetilen Fonksiyonların Nitel Özelliklerine İlişkin Muhakeme Yapabilme
- Gerçek Sayılarda  $f(x) = \frac{1}{x}$  Fonksiyonu ve Bu Fonksiyondan Türetilen Fonksiyonların Nitel Özelliklerine İlişkin Muhakeme Yapabilme
- Doğrusal, Karesel, Karekök ve Rasyonel Fonksiyonlar ile Bu Fonksiyonların Ters Fonksiyonları ile Çıkarım Yapabilme
- Doğrusal, Karesel, Karekök, Rasyonel Referans Fonksiyonları ve Bu Fonksiyonlardan Türetilen Fonksiyonlar ile Denklem ve Eşitsizlik İçeren Problem Çözebilme



1.

$$\frac{3^{x+1} + 3^{x+2}}{3^{x-1}}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

36

$$\begin{aligned} &= \frac{3^x(3^1 + 3^2)}{3^x(3^{-1})} \\ &= \frac{3+9}{\frac{1}{3}} \\ &= 12 \cdot 3 \\ &= \boxed{36} \end{aligned}$$

2.

$$5^x = 4$$

olduğuna göre,

$$5^{x+2} + 5^{2x}$$

toplamı kaçtır?

116

$$\begin{aligned} &= 5^x \cdot 5^2 + (5^x)^2 \\ &= 4 \cdot 25 + 4^2 \\ &= 100 + 16 \\ &= \boxed{116} \end{aligned}$$

3.

$$2^{16} + 2^{12}$$

toplamının yarısı kaçtır?

17 · 2<sup>11</sup>

$$\begin{aligned} &= 2^{12} \left( \frac{2^4}{16} + 1 \right) = 17 \cdot 2^{12} \\ &= \frac{17 \cdot 2^{12}}{2} \\ &= \boxed{17 \cdot 2^{11}} \end{aligned}$$

4.

$$(x-2)^{x-5} = 1$$

eşitliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

9

$$\begin{aligned} x-5 &= 0 \Rightarrow x=5 \\ x-2 &= 1 \Rightarrow x=3 \\ x-2 &= -1 \Rightarrow x=+1 \end{aligned}$$

$$1+3+5 = \boxed{9}$$

5.

$$2^8 = x$$

eşitliği veriliyor.

$$2^{17} - 2^{10} + 16$$

ifadesinin x türünden eşitini bulunuz.

$$(2x^2 - 4x + \sqrt{x})$$

$$\begin{aligned} &2 \cdot (2^8)^2 - 2^2 \cdot 2^8 + 2^4 \\ &= \boxed{2 \cdot x^2 - 4x + \sqrt{x}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 2^8 \\ \sqrt{x} &= 2^4 \end{aligned}$$

6.

$$3^{x-2} + 3^{x-1} + 3^x = 117$$

eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

4

$$\begin{aligned} 3^x(3^{-2} + 3^{-1} + 1) &= 117 \\ 3^x \left( \frac{1}{9} + \frac{1}{3} + 1 \right) &= 117 \\ &= 13 \cdot 9 \\ 3^x \cdot \frac{13}{9} &= 13 \cdot 9 \\ 3^x &= 81 \\ 3^x &= 3^4 \Rightarrow \boxed{x=4} \end{aligned}$$

7.

$$(2x-5)^2 = (x-4)^2$$

eşitliğini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

4

$$\begin{aligned} 2x-5 &= x-4 \text{ ve } 2x-5 = -(x-4) \\ 2x-x &= 1 & 2x-5 &= -x+4 \\ x &= 1 & 3x &= 9 \\ & & x &= 3 \\ 1+3 &= \boxed{4} \end{aligned}$$

8.

$$a = 2^{100}$$

$$b = 3^{75}$$

$$c = 5^{50}$$

olduğuna göre, a, b ve c sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

$$a < c < b$$

$$\begin{aligned} a^{\frac{1}{25}} &= 2^4 = 16 \\ b^{\frac{1}{25}} &= 3^3 = 27 \\ c^{\frac{1}{25}} &= 5^2 = 25 \end{aligned}$$

$$\boxed{a < c < b}$$

## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

## Ön Değerlendirme Soruları

9.  $\sqrt{x-3} + \sqrt{10-x}$

toplamı gerçektir.

Buna göre, x hangi aralıkta değer alır?

[3, 10]

$$\begin{aligned} x-3 > 0 \text{ ve } 10-x > 0 \\ x > 3 \quad 10 > x \\ 3 < x < 10 \text{ yani } [3, 10] \end{aligned}$$

10.

$$\begin{aligned} \text{✓ I. } \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} &= 4 \Rightarrow \sqrt{16} = 4 \\ \text{— II. } \sqrt{-4} \cdot \sqrt{-9} &= 6 \quad \sqrt{-4} \notin \mathbb{R} \quad \sqrt{-9} \notin \mathbb{R} \\ \text{✓ III. } \sqrt[3]{-8} \cdot \sqrt{(-2)^2} &= -4 \quad \sqrt[3]{-8} = -2 \quad \sqrt{4} = 2 \end{aligned}$$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

I ve III

$$= (-2) \cdot 2 = -4$$

11.

$$\frac{3 - \sqrt{6} + \sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} - 1$$

$\sqrt{3}$

işleminin sonucu kaçtır?

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{6} + \sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} - 1 \\ = \frac{3 - \sqrt{6} + \sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} - 1 \\ = \frac{3 - \sqrt{6} + \sqrt{3} - \sqrt{2} - (\sqrt{3} - \sqrt{2})}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \\ = \frac{3 - \sqrt{6} + \sqrt{3} - \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \\ = \frac{3 - \sqrt{6}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \end{aligned}$$

12.

$$\sqrt{100^2 + 101 + 100}$$

101

ifadesinin sonucu kaçtır?

$$\begin{aligned} \sqrt{100^2 + 200 + 1} \\ = \sqrt{(100+1)^2} = 101 \end{aligned}$$

13.

$$\left( \sqrt{2+\sqrt{x}} \right)^2 = 3$$

eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

49

$$\begin{aligned} 2 + \sqrt{x} &= 3 \\ \sqrt{x} &= 1 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

14.

$$x^3 + x^2 + x + 1 = a \cdot (x^2 + 1)$$

eşitliğinde a çarpanını bulunuz.

x+1

$$\begin{aligned} x^2(x+1) + (x+1) &= (x+1)(x^2+1) \\ &= a(x^2+1) \end{aligned}$$

$$a = x+1$$

15.

$$(x^4 + x^2 + 1) = (x^2 + ax + b) \cdot (x^2 + cx + d)$$

eşitliği veriliyor. (Y.A: Birinci tarafa  $x^2, -x^2$  ilave edelim)

Buna göre, a + b + c + d toplamı kaçtır?

2

$$\begin{aligned} (x^4 + 2x^2 + 1 - x^2) &= (x^2+1)^2 - x^2 \\ &= (x^2+1-x)(x^2+1+x) \\ &= (x^2-x+1)(x^2+x+1) \\ &\quad -1+1+1+1 = 2 \end{aligned}$$

16.

a ve b tam sayı olmak üzere,

$$4a^2 - b^2 = 47$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, a + b toplamı kaçtır?

35

$$\begin{aligned} 4a^2 - b^2 &= 47 \\ (2a-b)(2a+b) &= 47 \end{aligned}$$

$$4a = 47$$

$$a = 12$$

$$b = 23$$

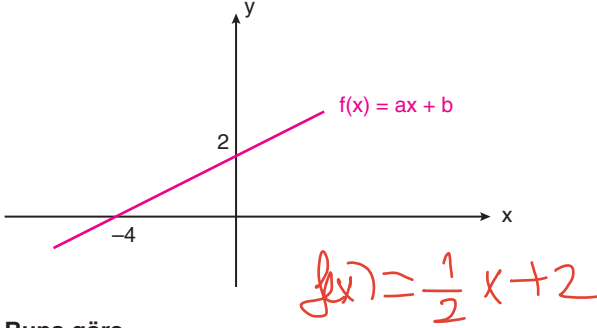
$$a+b = 35$$



1. Aşağıdaki şekilde

$$f(x) = ax + b$$

fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



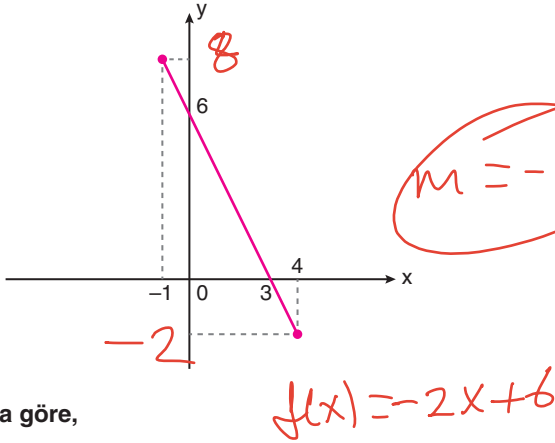
Buna göre,

- I.  $f(x) = 2x + 4$ 'tür.  
 ✓ II.  $f(0) = 2$ 'dir.  
 ✓ III.  $f(x)$  fonksiyonunun sıfırı  $-4$ 'tür.  
 IV.  $a < 0$ 'dır.  
 ✓ V.  $f(x)$ , artan bir fonksiyondur.  
 ✓ VI.  $\forall x \in \mathbb{R}$  için  $f(x) > 0$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

(II, III, V)]

2. Şekilde
- $f: [-1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$
- doğrusal fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

- a)  $f$ , fonksiyonunun cebirsel temsilini bulunuz.  
 $f(x) = -2x + 6$   
 b)  $f$ 'nin görüntü kümesini bulunuz.  
 $[-2, 8]$   
 c)  $f$ , fonksiyonunun eğimi kaçtır?  
 $-2$   
 d)  $f$ , fonksiyonunun sıfırı kaçtır?  
 $3$

- 3.
- $f: A \rightarrow B$
- ve
- $f(A) = [-7, 3]$
- olmak üzere,

$$f(x) = 2x - 5$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, A kümesini bulunuz.

$[-1, 4]$

- 4.
- $f(x) = (a - 3)x + 2a + 1$

fonksiyonu sabit fonksiyondur.

Buna göre,  $f(10)$  değeri kaçtır?

7

- 5.
- $f(x)$
- doğrusal bir fonksiyondur.

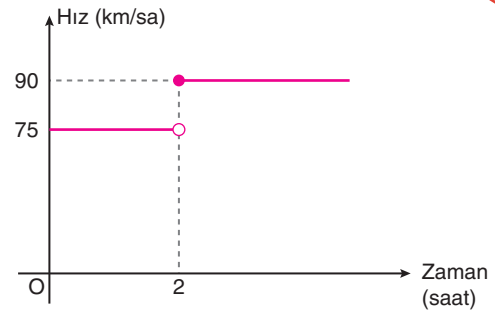
$$f(1) = -1$$

$$f(7) = 17$$

olduğuna göre,  $f(5)$  değeri kaçtır?

11

Şekilde bir aracın hız-zaman grafiği verilmiştir.



Buna göre,

- a) Aracın yol fonksiyonunun cebirsel temsilini yazınız.

$$x < 2 \quad f(x) = 75x \quad x \geq 2 \quad f(x) = 90x$$

- b) Araç 5 saatte kaç km yol alır?

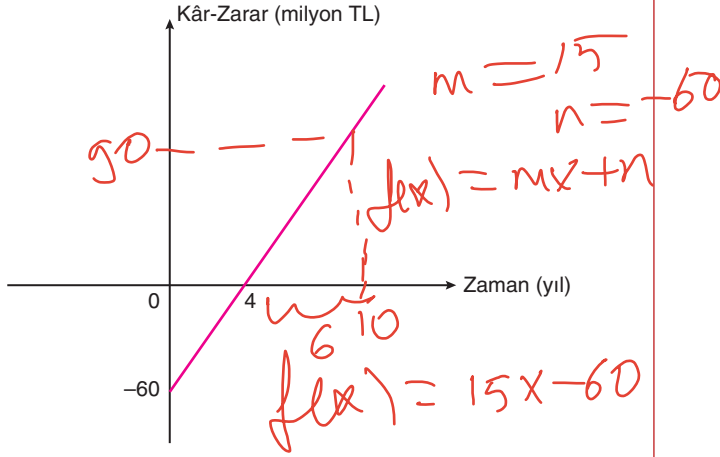
420

$$x > 2 \quad f(x) = 150 + 90(x-2) \\ f(5) = 150 + 270 = 420$$

## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

## Ön Değerlendirme Soruları

7. Şekildeki grafik bir şirketin yıllara göre kâr-zaman grafiğidir.



Buna göre,

- a) Şirketin kâr-zarar fonksiyonunun cebirsel temsilini bulunuz.

$$f(x) = 15x - 60$$

- b) Şirket kaç yıl sonra zarardan kurtulmuştur?

4

$$15x - 60 = 0 \\ 15x = 60 \quad x = 4$$

- c) Şirket borçlarını ödedikten kaç yıl sonra 90 milyon TL kâra geçer?

6

$$15x - 60 = 90 \\ 15x = 150 \\ x = 10 \quad \left| \begin{array}{l} 10 - 4 \\ 6 \text{ yıl} \end{array} \right.$$

8. Bir taksinin ücret taksimetresi 40 TL ile açılıp her kilometrede 20 TL yazmaktadır.

Buna göre,

- a) Taksinin ücret tarife fonksiyonunu bulunuz.

$$f(x) = 20x + 40$$

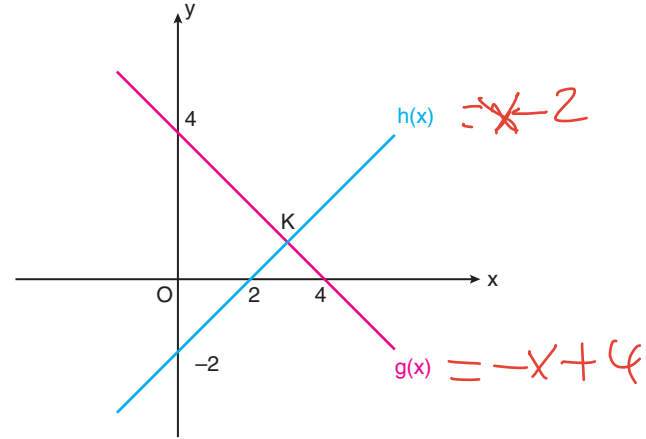
$$f(x) = 20x + 40$$

- b) Bir yolcu 400 TL ücret ödediğine göre, kaç km yol gitmiştir?

18

$$20x + 40 = 400 \\ 20x = 360 \\ x = 18$$

9. Şekilde  $h(x)$  ve  $g(x)$  doğrusal fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre,

- a)  $f(x) = x$  referans fonksiyonuna göre hangi dönüşüm yapılarak  $h(x)$  fonksiyonu oluşturulmuştur?

2 birim sağa öteleme

2 birim sağa öteleme

- b)  $f(x) = x$  referans fonksiyonuna göre hangi dönüşüm yapılarak  $g(x)$  fonksiyonu oluşturulmuştur?

y eksenine göre simetri alınıp 4 birim sağa öteleme

y eksenine göre yansıması alınıp 4 birim sağa öteleme

- c) K noktasının koordinatlarını bulunuz.

(3, 1)

$$x - 2 = -x + 4 \\ 2x = 6 \\ x = 3 \\ h(3) = 3 - 2 = 1 \\ K(3, 1)$$

10. Bir doğal gaz firması abonmanlarına aylık faturalandırma yapmaktadır. Sadece abonman parası aylık sabit b TL ve 1 m<sup>3</sup> doğal gaz bedeli 15 TL üzerinden ücretlendirilmektedir.

Buna göre,

- a) Aylık doğal gaz fatura fonksiyonunu bulunuz.

$$f(x) = 15x + b$$

$$f(x) = 15x + b$$

- b) Her ay düzenli olarak 100 m<sup>3</sup> doğal gaz tüketimi yapan bir abonmanın doğal gaz faturası 1550 TL olduğuna göre, aylık sabit abonman parası (b) kaç TL'dir?

50 TL

$$15 \cdot 100 + b = 1550 \\ b = 50$$

**Fonksiyon Kavramı**

A ve B boş kümeden farklı iki küme olmak üzere, A kümesinin her elemanını B kümesinin bir ve yalnız bir elemanına eşleyen kurala **fonksiyon** denir.

A'ya fonksiyonun tanım kümesi B'ye de değer kümesi denir.

$$f: A \rightarrow B$$

şeklinde gösterilir.

$a \in A$  için  $f(a) \in B$ 'ye  $a$  noktasının görüntüsü denir.

$f(A)$ : Görüntü kümesidir.

**Örten Fonksiyon**

Görüntü kümesi değer kümesine eşit olan fonksiyona **örten fonksiyon** denir.

$f: A \rightarrow B$  örten ise  $f(A) = B$ 'dir.

**Bire Bir Fonksiyon**

$f: R \rightarrow R$  bir fonksiyon olsun.

$\forall x_1$  ve  $x_2 \in R$

$x_1 \neq x_2$  için  $f(x_1) \neq f(x_2)$

$x_1 = x_2$  için  $f(x_1) = f(x_2)$

oluyorsa **f bire bir fonksiyondur**.

**Artan ve Azalan Fonksiyon**

Gerçek sayılarda tanımlı  $f$  fonksiyonunda  $\forall a, b \in R$  için,

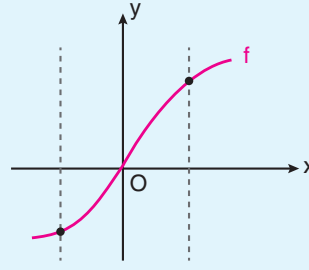
$a > b$  için  $f(a) > f(b)$  oluyorsa **f artan fonksiyon**,

$a > b$  için  $f(a) < f(b)$  oluyorsa **f azalan fonksiyondur**.

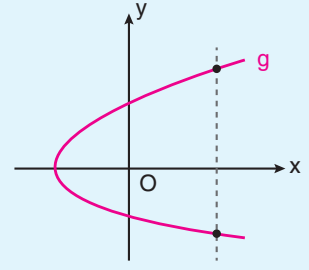
- $f: [a, b] \rightarrow R$  fonksiyonu tanımlı olsun.
- $\forall x \in [a, b]$  için  $f(x) < f(m)$  şartını sağlayan  $f(m)$  değerlerinin en büyüğüne  $f$ 'nin **maksimum değeri**,  $(m, f(m))$  noktasına **maksimum noktası** denir.
- $\forall x \in [a, b]$  için  $f(x) \geq f(m)$  şartını sağlayan  $f(m)$  değerlerinin en küçüğüne  $f$ 'nin **minimum değeri**,  $(m, f(m))$  noktasına **minimum noktası** denir.

**Düşey (Dikey) Doğru Testi**

Bir bağıntının grafiği verildiğinde  $y$  eksenine paralel  $x = a$  doğruları çizildiğinde grafik bir noktada kesiliyorsa, bağıntı bir fonksiyon belirtir. Grafik birden çok noktada kesiliyorsa bağıntı fonksiyon belirtmez.



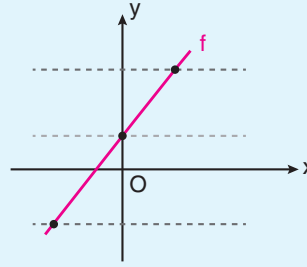
f, bir fonksiyon grafiğidir.



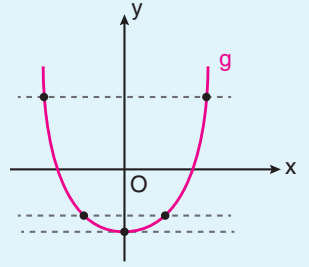
g, bir fonksiyon grafiği değildir.

**Yatay Doğru Testi**

Bir fonksiyonunun grafiği verildiğinde bire bir olup olmadığını anlamak için  $x$  eksenine paralel ( $y = b$ ) doğruları çizilir. Grafik bir noktada kesiliyorsa fonksiyon bire bir, birden çok noktada kesiliyorsa fonksiyon bire bir değildir.



f, fonksiyonu bire birdir.

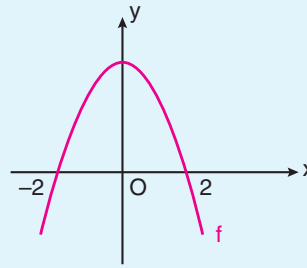


g, fonksiyonu bire bir değildir.

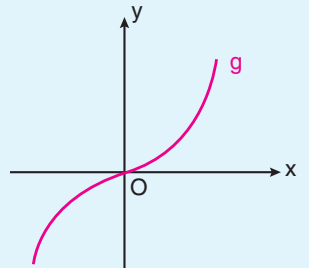
**Tek ve Çift Fonksiyon**

$f: R \rightarrow R$ ,  $y = f(x)$  fonksiyonu verilmiş olsun.

- $\forall x \in R$  için  $f(-x) = f(x)$  oluyorsa **f, çift fonksiyondur**.  
Çift fonksiyonun grafiği  $y$  eksenine göre simetrik.
- $\forall x \in R$  için  $f(-x) = -f(x)$  oluyorsa **f, tek fonksiyondur**.  
Tek fonksiyonun grafiği orijine göre simetrik.



f, çift fonksiyondur.



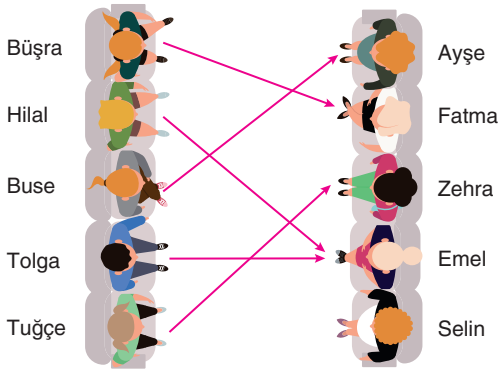
g, tek fonksiyondur.

## Birlikte Yapalım.

1. Beş dairesel bir apartmanda bulunan komşu kadınlar ayda bir altın günü yaparak çocuklarıyla birlikte bir komşuda toplanıyorlar.

Çocuklar ve kadınlar karşılıklı olarak iki kanepede aşağıdaki gibi oturuyorlar.

Her çocuk okullarla annelerine eşlenmiştir.



Buna göre,

- a) Bu eşleşme kuralı fonksiyon mudur? Neden açıklayınız.

Evet *Evet, her çocuk bir anneye eşlenmiştir.*

- b) Bu fonksiyon örten midir?

Hayır *Selin açıkta kalmıştır.*

- c) Bu fonksiyon bire bir midir?

Hayır *Hilal ≠ Tolga anneleri aynı*

- d) Çocuklar arasında kardeş olan var mıdır?

Evet *Hilal - Tolga*

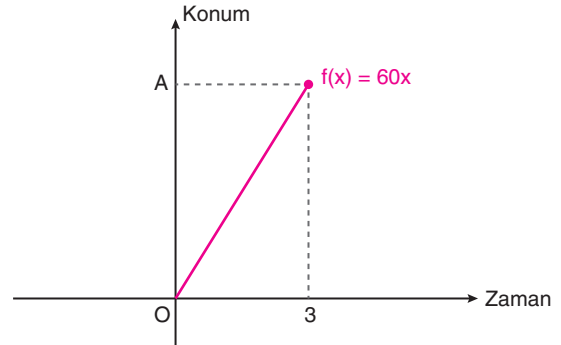
- e) Hangi kadının çocuğu yoktur?

Selin *Selin*

- f) Hangi kadının iki çocuğu vardır?

Emel *Emel*

2. Aşağıda 60 km/sa hızla O noktasından A noktasına giden bir aracın 3 saatlik konum-zaman grafiği verilmiştir.



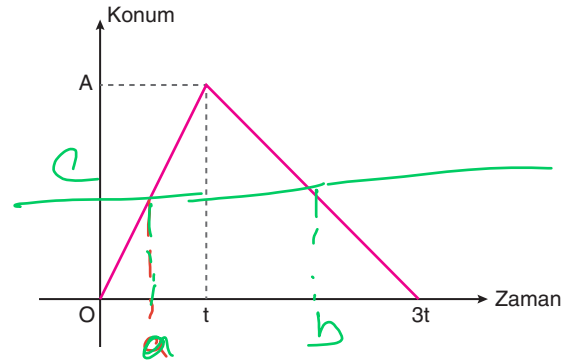
Buna göre,

- I. Bu fonksiyonda konum, zamana bağımlı bir değişkendir.  
II. Bağımlı ve bağımsız değişkenler sıfır veya pozitif reel sayılardır.  
III. Zamanın her değerine karşılık konum farklı olduğu için fonksiyon bire bir fonksiyondur.  
IV. Fonksiyon [OA] aralığını kapsadığı için örten değildir.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

(I, II ve III)

3. O noktasından A noktasına gidip, A noktasında beklemeyen geri dönen bir aracın konum-zaman grafiği verilmiştir.



Buna göre,

- I. Konum-zaman grafiği örtendir.  
II. Konum-zaman grafiği bire birdir. *f(a) = f(b) = C*  
III. Aracın dönüş hızı gidiş hızından büyüktür.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

(I)

*Giderken t saatte, dönerken 2t saatte*

4.  $A = \{\text{Türkiye'deki iller}\}$   
 $B = \{\text{Türkiye'deki illerin trafikteki plaka numaraları}\}$   
 $f: \{\text{Türkiye'deki illeri plaka numaralarına eşleyen bağıntı}\}$   
 şeklinde  $f$  fonksiyonu tanımlanıyor.

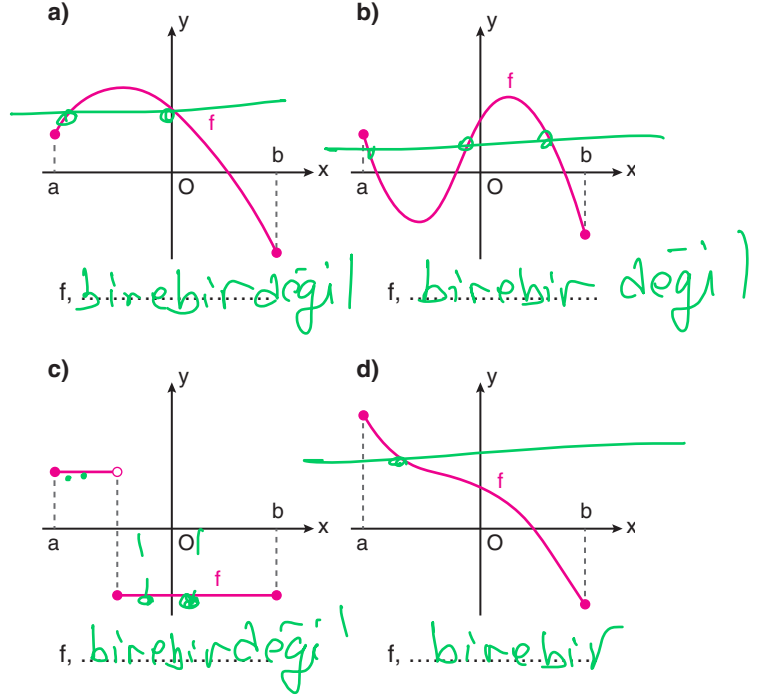
Buna göre,

✓ I.  $f$ , örten bir fonksiyondur.

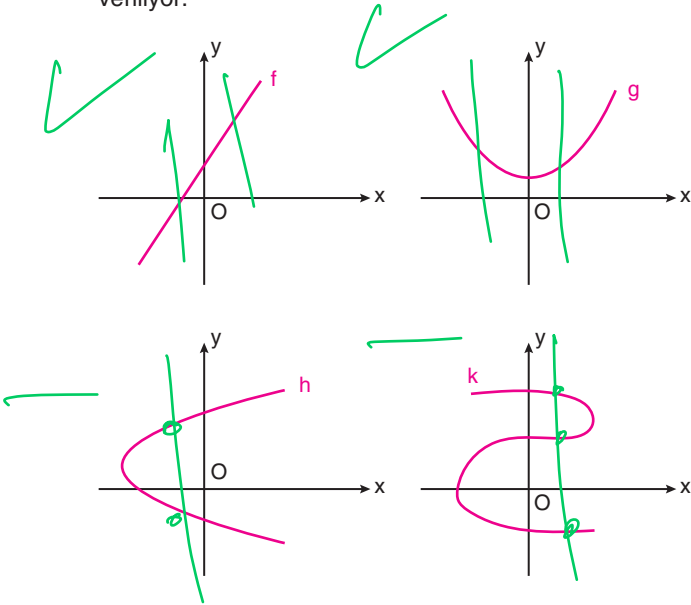
✓ II.  $f$ , bire bir fonksiyondur.

— III.  $f$ , artan bir fonksiyondur. *örten veya aralan değil!*  
 ifadelerinden hangileri doğrudur? (I ve II)

6. Aşağıda  $[a, b]$  aralıklarında verilen fonksiyonların altındaki noktali yerlere bire bir fonksiyon olup olmadıklarını yazınız.



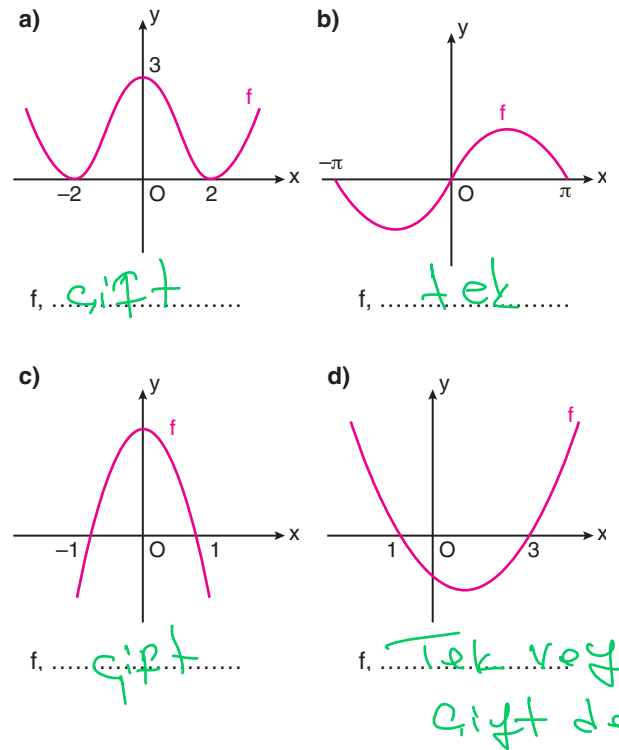
5. Aşağıda  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f$ ,  $g$ ,  $h$  ve  $k$  bağıntılarının grafikleri veriliyor.



Buna göre, bu grafiklerden hangileri fonksiyon tanımına uygundur?

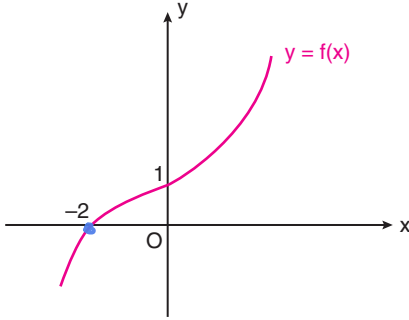
( $f$  ve  $g$ )

7. Aşağıdaki fonksiyonların verildikleri tanım aralıklarında tek veya çift fonksiyon olup olmadıklarını grafiklerin altındaki noktali yerlere yazınız.



## Birlikte Yapalım.

1.  $f$  bağıntısının grafiği aşağıda verilmiştir.



Buna göre,

- a)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  bir fonksiyon mudur?

Evet

- b)  $f$ , fonksiyonunun sıfırı kaçtır?

-2

- c)  $f(0)$  değeri kaçtır?

1

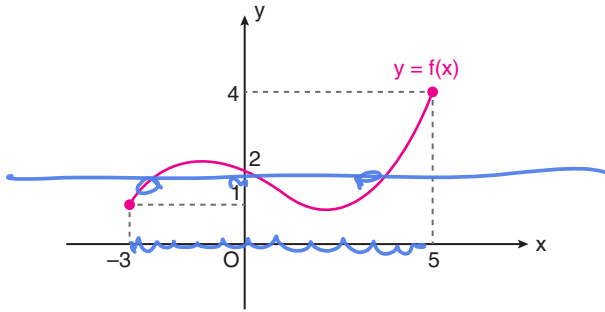
- d)  $f$  artan bir fonksiyon mudur?

Evet

- e)  $f$  bire bir fonksiyon mudur?

Evet

2.  $f: [-3, 5] \rightarrow \mathbb{R}$  fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



Buna göre,

- a)  $f$ , fonksiyonunun tanım aralığını bulunuz.

$[-3, 5]$

- b)  $f$ , fonksiyonunun görüntü kümesini bulunuz.

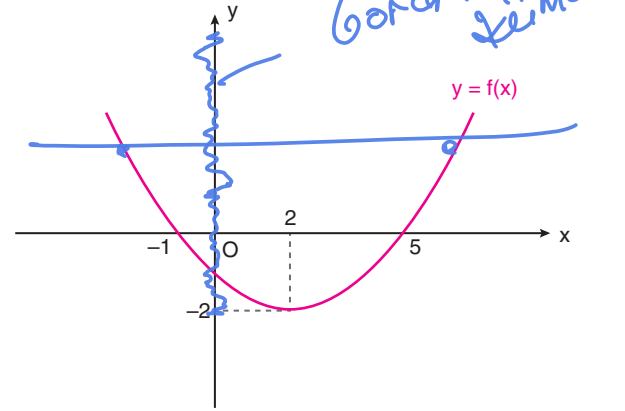
$[1, 4]$

- c)  $f$  fonksiyonunun örten ve bire bir fonksiyon olup olmadığını belirtiniz.

Örten ama bire bir değil

$[1, 4]$  aralığı açık kalmış, bire bir değil

3. Aşağıda  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

- a)  $f$ 'nin görüntü kümesini bulunuz.

$[-2, \infty)$

- b)  $f$ 'nin sıfırlarının kümesini bulunuz.

$\{-1, 5\}$

- c)  $f$ 'nin en küçük noktasının apsisi kaçtır?

$x = 2$

- d)  $f$ 'nin minimum değeri kaçtır?

-2

- e)  $f$ , hangi aralıkta azalır?

$(-\infty, 2]$

- f)  $f$  hangi aralıkta artar?

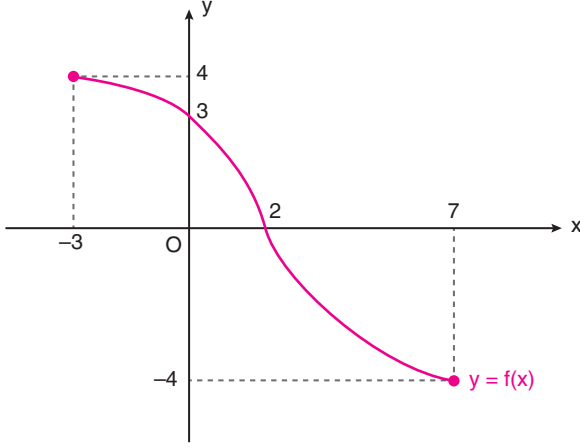
$[2, \infty)$

- g)  $f$ , bire bir fonksiyon mudur?

Hayır

$a \neq b$  için  $f(a) = f(b)$

4.  $A \in \mathbb{R}$  ve  $B \in \mathbb{R}$  olmak üzere,  $f: A \rightarrow B$  fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



Buna göre,

- a)  $f$ 'nin tanım aralığını bulunuz.

$[-3, 7]$

$$[-3, 7]$$

- b)  $f$ 'nin görüntü kümesini bulunuz.

$[-4, 4]$

$$[-4, 4]$$

- c)  $f$ 'nin sıfırı kaçtır?

$x = 2$

$$x = 2$$

- d)  $f(x) > 0$  olduğu aralığı bulunuz.

$[-3, 2)$

$$[-3, 2)$$

- e)  $f(x) < 0$  olduğu aralığı bulunuz.

$(2, 7]$

$$(2, 7]$$

- f)  $f$ , tanımlı olduğu aralıkta artan bir fonksiyon mudur?

Hayır

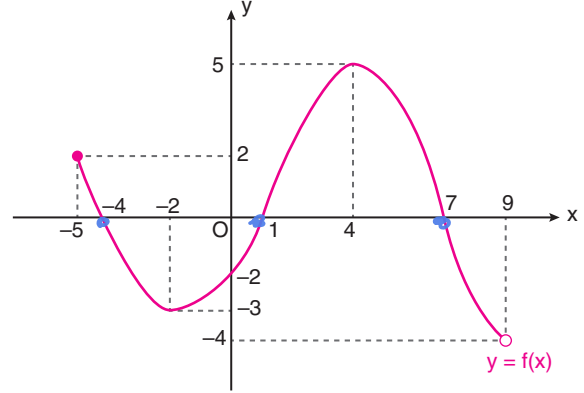
Azalan bir fonksiyon

- g)  $f(0)$  değeri kaçtır?

3

$$f(0) = 3$$

5.  $f: [-5, 9] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



Buna göre,

- a)  $f$  fonksiyonunun sıfırları toplamı kaçtır?

4

$$-4 + 1 + 7 = 4$$

- b)  $f$ 'nin görüntü kümesini bulunuz.

$[-4, 5]$

$$[-4, 5]$$

- c)  $f(-5) + f(0) + f(7)$  toplamı kaçtır?

0

$$2 + (-2) + 0 = 0$$

- d)  $f(x) > 0$  olduğu aralığı bulunuz.

$[-5, -4) \cup (1, 7)$

$$[-5, -4) \cup (1, 7)$$

- e)  $f(x) < 0$  olduğu aralığı bulunuz.

$(-4, 1) \cup (7, 9)$

$$(-4, 1) \cup (7, 9)$$

- f)  $f$ 'nin yerel maksimum noktalarının apsisleri toplamı kaçtır?

-1

$$-5 + 4 = -1$$

- g)  $f$ 'nin mutlak maksimum değeri kaçtır?

5

$$f(4) = 5$$

- h)  $f$ 'nin yerel minimum noktalarının apsisleri toplamı kaçtır?

7

$$-2 + 9 = 7$$

- i)  $f$ 'nin mutlak minimum değeri kaçtır?

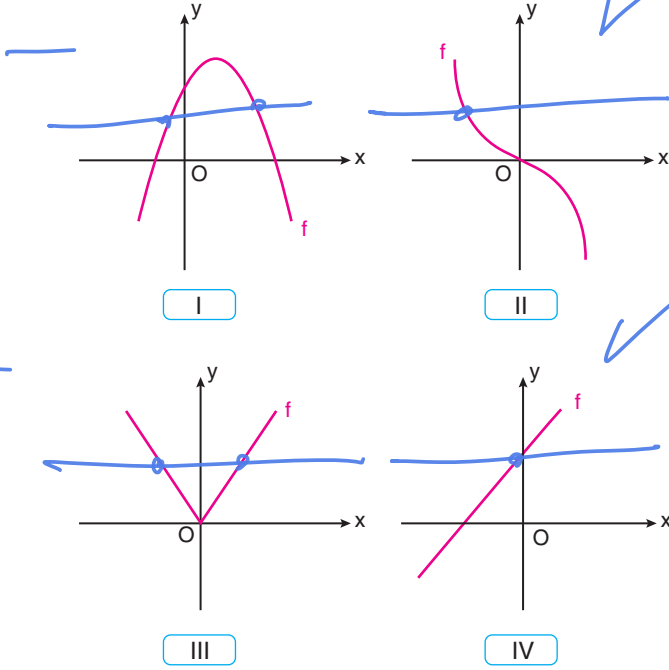
-4

$$f(9) = -4$$

## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

## Fonksiyon Kavramı

6. Aşağıda  $\mathbb{R}$ 'de tanımlı  $f$  fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre, grafikleri verilen fonksiyonlardan hangileri bire bir fonksiyondur?

(II ve IV)

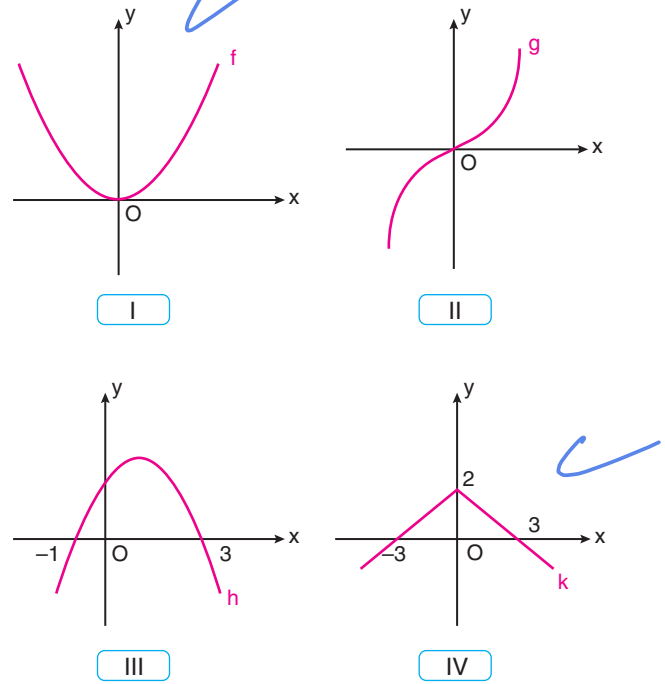
7.

- I.  $f(x) = x^2$   $f(x) = f(-x)$   
 II.  $f(x) = x^2 + x$   
 III.  $f(x) = x^3 - x$   
 IV.  $f(x) = x^2 - 2$   
 V.  $f(x) = |x| + 1$

Yukarıdaki fonksiyonlardan hangileri çift fonksiyondur?

(I, IV ve V)

8. Aşağıda  $f$ ,  $g$ ,  $h$  ve  $k$  fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre, grafikleri verilen fonksiyonlardan hangileri çift fonksiyon olabilir?

(I ve IV)

$$f(x) = f(-x)$$

9.

- I.  $f(x) = x^3 - x$   $f(x) = -f(-x)$   
 II.  $f(x) = x^2 + |x|$   $f(x) = f(-x)$   
 III.  $f(x) = x^3 + x + 1$

Yukarıdaki fonksiyonlardan hangileri tek fonksiyondur?

(I)



## Test - 1

## Fonksiyon Kavramı

## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

1.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = -2x + 1$$

fonksiyonu veriliyor.

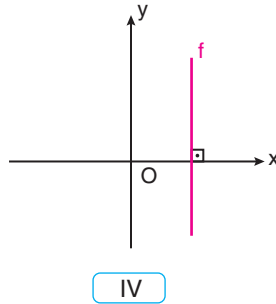
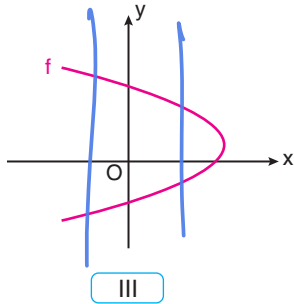
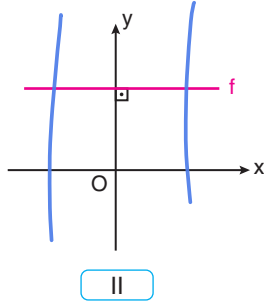
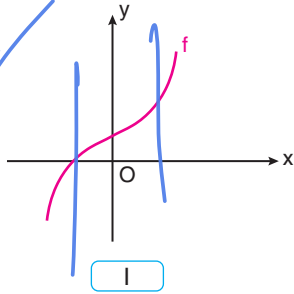
Buna göre,

✓ I.  $f$ , örten fonksiyondur.✓ II.  $f$ , bire bir fonksiyondur.— III.  $f$ , artan bir fonksiyondur. *Azalan*

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- D A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III  
 D) I ve II E) I, II ve III

2.



Yukarıda grafiği verilen bağıntılardan hangileri fonksiyondur?

- B A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III  
 D) I ve IV E) I, II, III ve IV

3.  $f$ ,  $\mathbb{R}$ 'de tanımlı tek fonksiyondur.

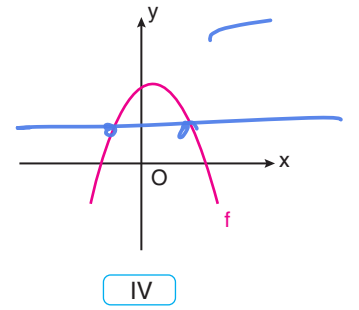
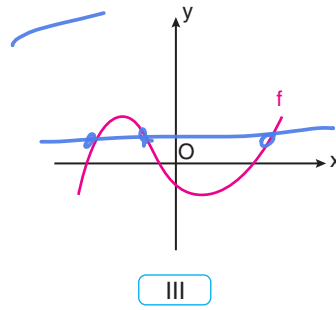
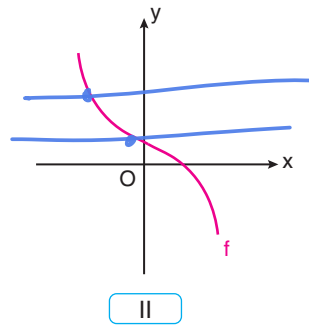
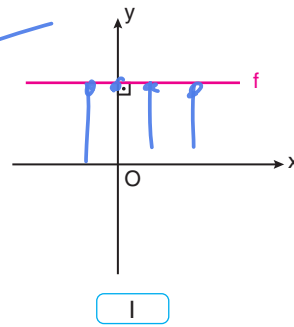
$$f(x) = (a-1)x^2 + (a-2)x + b-3$$

Buna göre,  $f(4)$  kaçtır?

EEE\_ÇÖZÜLECEK

- A) -8 B) -7 C) -6 D) -5 E) -4

4.



Yukarıda grafiği verilen fonksiyonlardan hangileri bire bir fonksiyondur?

- B A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II  
 D) I, II ve III E) I, III ve IV

5.  $f: [-1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = -3x + 6$$

fonksiyonu veriliyor.

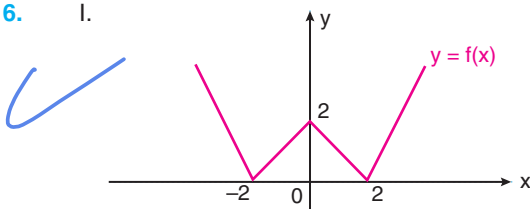
Buna göre,

✓ I.  $f$ , fonksiyonunun görüntü kümesi  $[-6, 9]$ 'dur.— II.  $f$ , örten fonksiyondur.  *$\mathbb{R} - \{6\}$  açıkları*✓ III.  $f$ , bire bir fonksiyon değildir.  *$f(a) \neq f(b)$* 

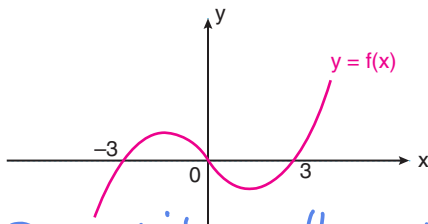
ifadelerinden hangileri doğrudur?

- D A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III  
 D) I ve III E) I, II ve III

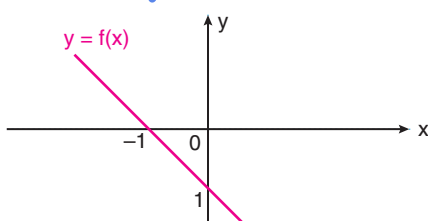
6. I.

f<sub>1</sub> y eksenine göre simetrik

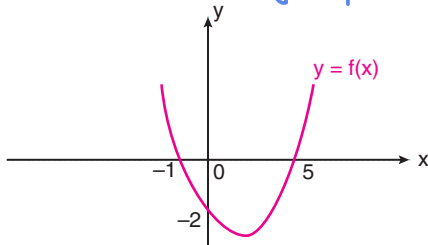
II.

f<sub>1</sub> orijine göre simetrik

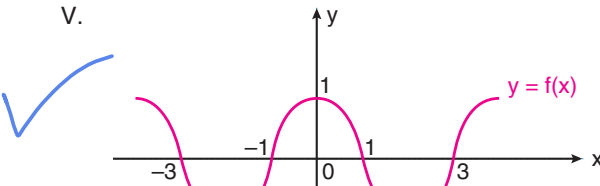
III.

f<sub>1</sub> tek veya çift değil

IV.



V.

f<sub>1</sub> y eksenine göre simetrik

Yukarıdaki grafikleri verilen fonksiyonlardan hangileri çift fonksiyon olabilir?

BBB

A) I ve II

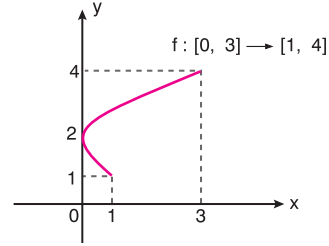
B) I ve V

C) II ve III

D) I, IV ve V

E) II, III ve V

7.



Yukarıda grafiği verilen f fonksiyon mudur, değilse nedeni aşağıdakilerden hangisidir?

DDD\_ÇÖZÜLECEK

A) Evet fonksiyondur.

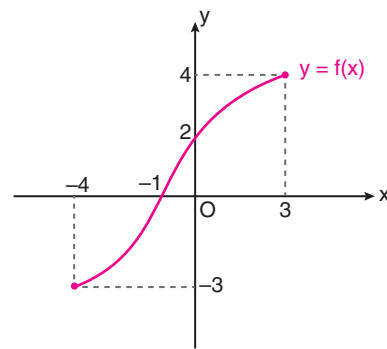
B) Sıfırdan küçük elemanların görüntüleri bulunamayacağından fonksiyon değildir.

C) 3'ten büyük elemanların görüntüleri bulunamayacağından fonksiyon değildir.

D) Tanım kümesinde [0, 1] aralığındaki elemanların iki farklı görüntüsü olacağı için fonksiyon değildir.

E) Değer kümesinde [0, 1] aralığındaki sayılar olmadığından fonksiyon değildir.

8.

Yukarıda  $f: [-4, 3] \rightarrow [-3, 4]$  aralığında f fonksiyonunun grafiği veriliyor.

Buna göre,

I.  $f(x) = 0$  denkleminin kökü -2 dir.II.  $f(x) > 0$  olduğu aralık  $[-1, 3]$  tür.III.  $f(x) \leq 0$  olduğu aralık  $[-4, -1]$  dir.

Yukarıdakilerden hangileri doğrudur?

CCC

A) Yalnız I

B) Yalnız II

C) Yalnız III

D) I ve II

E) I ve III

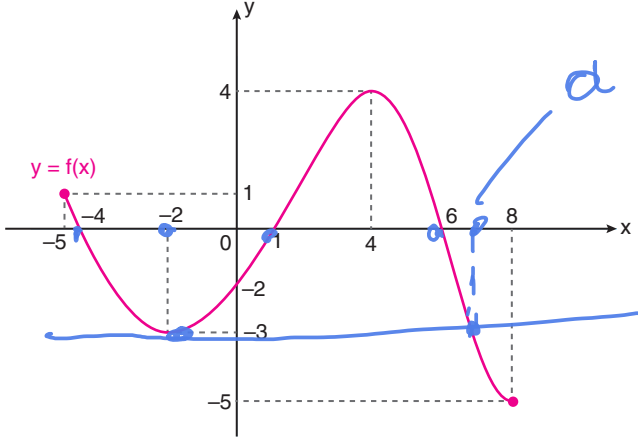
|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| 1-D | 2-B | 3-E | 4-B |
| 5-D | 6-B | 7-D | 8-C |

## Test - 2

## Fonksiyon Kavramı

## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

1, 2, 3 ve 4. soruları aşağıdaki grafiğe göre cevaplayınız.

Şekilde  $f: [-5, 8] \rightarrow [-5, 4]$  fonksiyonunun grafiği veriliyor.

1.  $f(x) = 0$

denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?

BBB

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$-4 + 1 + 6 = 3$$

2.  $f(-5) + f(-2) + f(1)$

toplamı kaçtır?

AAA

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$= 1 - 3 + 0 = -2$$

3.  $f(x) > 0$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

EEE

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

$$-5 + 2 + 3 + 4 + 5 = 9$$

4.  $f(x) = -3$

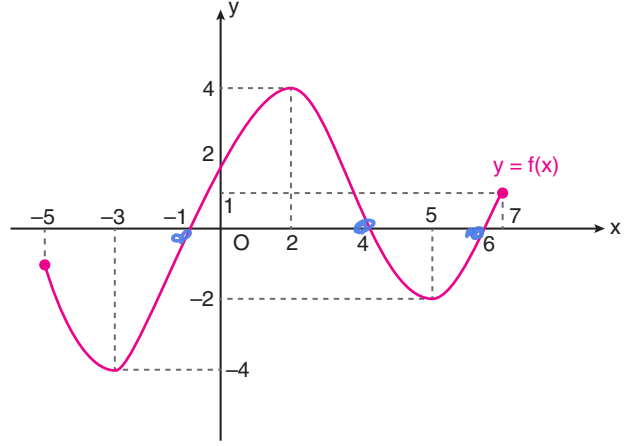
olduğuna göre, x kaç farklı değer alır?

CCC

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$\{-2, 1\}$$

5, 6 ve 7. soruları aşağıdaki grafiğe göre cevaplayınız.

Şekilde  $f: [-5, 7] \rightarrow [-4, 4]$  fonksiyonunun grafiği veriliyor.

5.  $f(x) = 0$

denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?

DDD

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

$$-1 + 4 + 6 = 9$$

6.  $f(-3) + f(-1) + f(7)$

toplamı kaçtır?

BBB

- A) -1 B) -3 C) -2 D) 1 E) 2

$$= -4 + 0 + 1 = -3$$

7.  $f(x) \leq 0$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

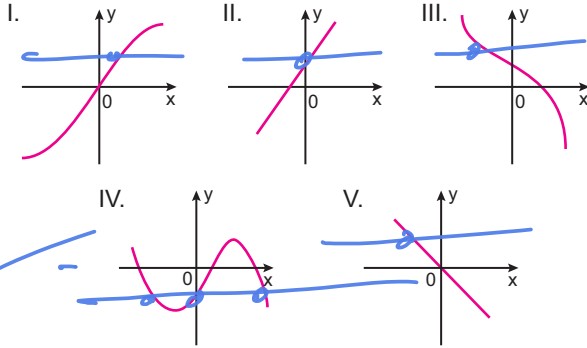
CCC

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 2 E) 4

$$-5 - 4 - 3 - 2 - 1 + 4 + 5 + 6$$

$$-15 + 15 = 0$$

8.

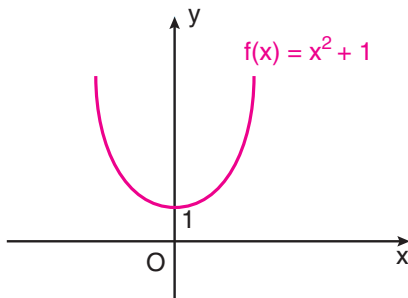


Yukarıda grafikleri verilen fonksiyonlardan hangisi bire bir değildir?

DDD

- A) I B) II C) III D) IV E) V

9.



f: R → R,

$$f(x) = x^2 + 1$$

fonksiyonunun grafiği veriliyor.

Buna göre,

- I. Fonksiyonun görüntü kümesi  $[1, \infty)$  aralığıdır.  
 II.  $f(x) = 0$  denkleminin çözüm kümesi  $\emptyset$  dir.  
 III. Fonksiyonun y eksenini kestiği noktanın ordinatı 1 dir.

EEE

yukarıdakilerden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III  
 D) I ve II E) I, II ve III

10.

$$f(x) = \sqrt{x-3} + \sqrt{9-x}$$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesindeki tam sayıların toplamı kaçtır?

BBB

- A) 41 B) 42 C) 43 D) 44 E) 45

$$\begin{aligned} x-3 &\geq 0 & 9-x &\geq 0 \\ x &\geq 3 & -x &\geq -9 \\ & & x &\leq 9 \end{aligned}$$

$$3+4+5+6+7+8+9 = \frac{9 \cdot 10}{2} - 3 = 42$$

11. a = -1

$$f(x) = x^2 + (a+1)x + a - 4$$

$$g(x) = x^3 - (b-3)x^2 - 2bx$$

f(x) çift ve g(x) tek fonksiyondur.

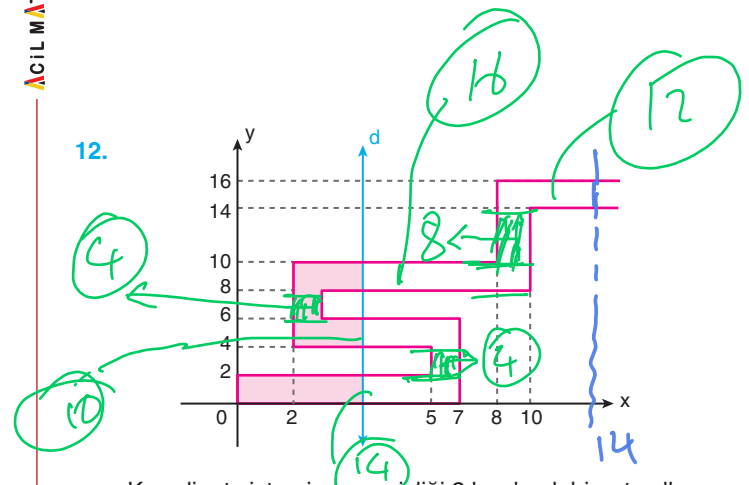
Buna göre,  $f(2) - g(-3)$  farkı kaçtır?

E

- A) -9 B) -6 C) -3 D) 3 E) 8

$$\begin{aligned} f(2) &= 2^2 - 5 = -1 \\ g(-3) &= (-3)^3 - 6(-3) = -27 + 18 = -9 \\ f(2) - g(-3) &= -1 - (-9) = 8 \end{aligned}$$

12.



Koordinat sisteminde genişliği 2 br olan labirent yollar veriliyor.

d doğrusu y eksenine paralel olarak değişken bir doğru olmak üzere aşağıdaki biçimde bir f fonksiyonu tanımlanıyor.

f:  $x \rightarrow f(x)$  = "Yollar içinde kalan taralı alanların ölçüsü"

Buna göre,  $f(14)$  değeri kaçtır?

CCC

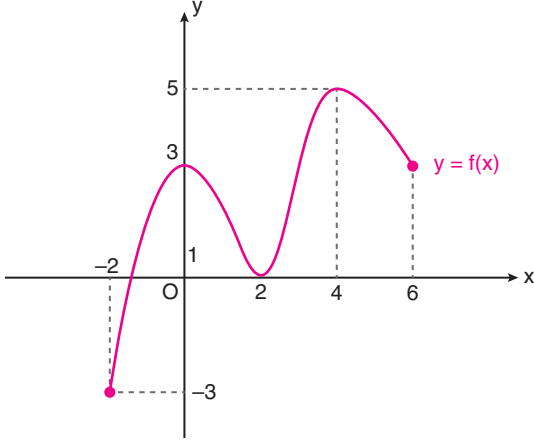
- A) 64 B) 66 C) 68 D) 70 E) 72

## Test - 2

## Fonksiyon Kavramı

## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

13.  $f: [-2, 6] \rightarrow [-3, 5]$  aralığında  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



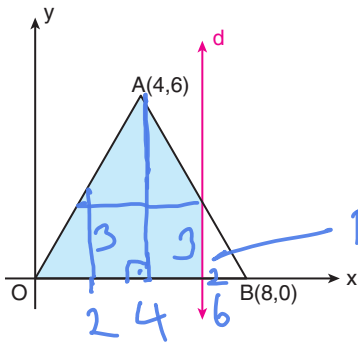
Buna göre,

- I.  $f$ 'nin mutlak minimum değeri 0'dır.  $f(-2) = -3$   
 II.  $f$ 'nin mutlak maksimum değeri 5'tir.  $f(4) = 5$   
 III.  $x \geq 2$  için  $f$  artan fonksiyondur.  $[4, 6]$  azalıyor

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I  
 B) Yalnız II  
 C) Yalnız III  
 D) I ve II  
 E) I ve III

14.



$d$  doğrusu  $y$  eksenine paralel olarak hareket eden değişken doğrudur.

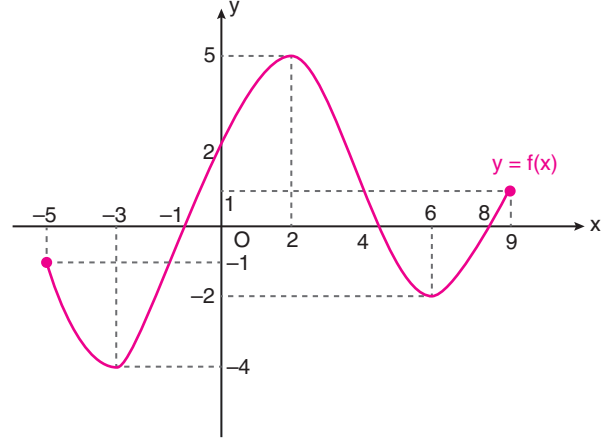
$f: x \rightarrow$  "Taraflı alan" biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre,  $f(6)$  değeri kaçtır?

- A) 14  
 B) 16  
 C) 18  
 D) 20  
 E) 21

$$f(6) = 24 - 3 = 21$$

15.  $f: [-5, 9] \rightarrow [-4, 5]$  aralığında  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



Buna göre,

- I.  $f(x)$ 'in pozitif olduğu aralık  $(-1, 4) \cup (8, 9]$ 'dir.  
 II.  $f(x)$ 'in negatif olduğu aralık  $(-5, -1) \cup (4, 8]$ 'dir.  $[-5, -1]$   
 III.  $f(x)$ 'in artan olduğu aralık  $[-3, 2] \cup [6, 9]$ 'dur.  
 IV.  $f(x)$ 'in azalan olduğu aralık  $[-5, -3] \cup [2, 6]$ 'dir.  
 V.  $f(x)$ 'in maksimum noktalarının apsisi toplamı 14'tür.  $-5 + 2 + 9 = 6$   
 VI.  $f(x)$ 'in minimum noktalarının apsisi toplamı 3'tür.  $-3 + 6 = 3$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) I, II ve III  
 B) I, III, IV ve V  
 C) I, III, IV ve VI  
 D) II, III, IV ve V  
 E) I, II, IV ve VI

|     |      |      |      |      |      |      |     |
|-----|------|------|------|------|------|------|-----|
| 1-B | 2-A  | 3-E  | 4-C  | 5-D  | 6-B  | 7-C  | 8-D |
| 9-E | 10-B | 11-E | 12-C | 13-C | 14-E | 15-C |     |

## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

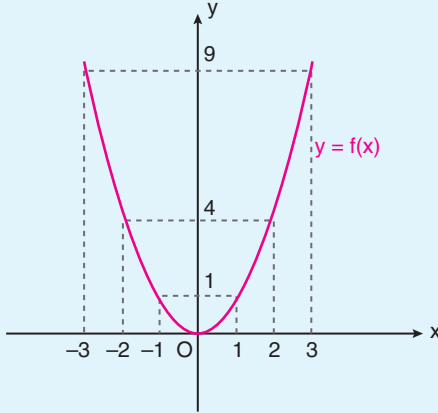
## Karesel Fonksiyon

 $f(x) = x^2$  Referans Fonksiyonu

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$

fonksiyonunun alacağı değerleri tabloda gösterelim.

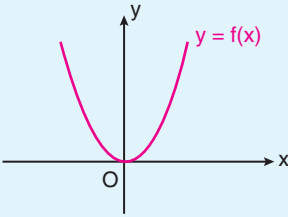
|        |           |    |    |    |   |   |   |   |          |
|--------|-----------|----|----|----|---|---|---|---|----------|
| $x$    | $-\infty$ | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | $\infty$ |
| $f(x)$ | $\infty$  | 9  | 4  | 1  | 0 | 1 | 4 | 9 | $\infty$ |



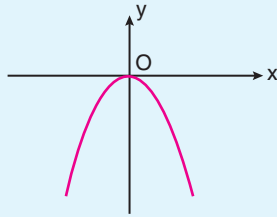
- $f(x) = x^2$  karesel fonksiyonunun grafiğine **parabol** denir.

$f(x) = ax^2$  fonksiyonu ( $a \neq 0, a \in \mathbb{R}$ )

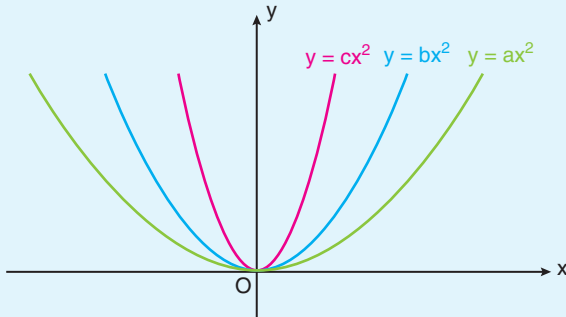
$a > 0$



$a < 0$



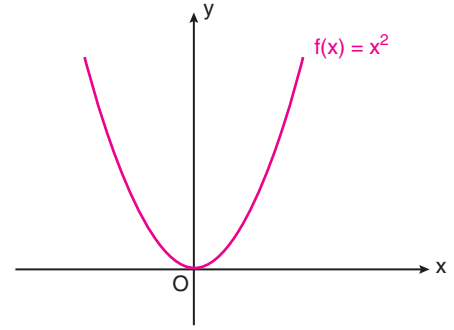
- $f(x) = ax^2$  parabolünde  
 $a > 0$  ise kollar yukarı doğru,  
 $a < 0$  ise kollar aşağı doğrudur.
- $f(x) = ax^2$  parabolünde  $|a|$  büyüdükçe parabolün kolları  $y$  eksenine yaklaşır.  $|a|$  küçüldükçe parabolün kolları  $y$  ekseninden uzaklaşır.



$c > b > a$ dır.

## Birlikte Yapalım.

- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,  $f$  fonksiyonu için; aşağıdaki ifadeler doğru ise kutucuklara (D) yanlış ise (Y) harflerini yazınız.

Fonksiyon daima pozitif değer alır.

$x=0$

Tanım kümesi  $\mathbb{R}$ 'dir.Görüntü kümesi  $[0, \infty)$  aralığıdır. $f(x) \geq 0$ 'dır.

Fonksiyon bire bir değildir.



Fonksiyon çift fonksiyondur.



Fonksiyon örtendir.

$(-\infty, 0)$  açıkla



Fonksiyonun en küçük değeri sıfırdır.



Fonksiyonun en büyük değeri yoktur.

$(\infty)$

Fonksiyonun sıfırı  $x = 0$ 'dır.

Fonksiyon orijine göre simetiktir.

$(y \text{ eksenine})$

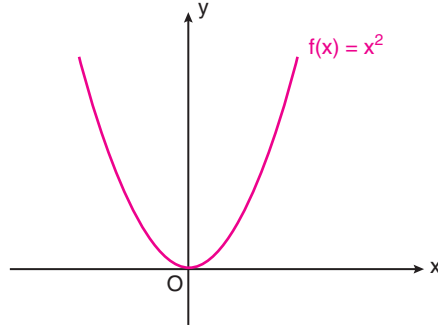
Fonksiyon  $y$  eksenine göre simetiktir. $f, (-\infty, 0]$  aralığında azalandır. $f, [0, \infty)$  aralığında artandır.

Gerçek sayılarda tanımlı  $f(x) = x^2$  fonksiyonundan türetilen

$$g(x) = a(x \pm r)^2 + k \quad (a \neq 0, a, r, k \in \mathbb{R})$$

fonksiyonunun nitel özellikleri

- Matematik yazılım programı kullanarak araçlar menüsünden sürgü aracını seçiniz.
- Giriş bölümüne  $f(x) = a(x + r)^2 + k$  yazarak  $a = 1, r = 0, k = 0$  seçerek  $f(x) = x^2$  referans fonksiyonunun grafiğini çiziniz.



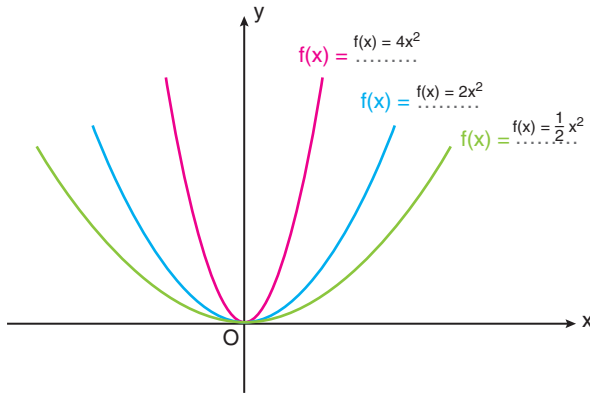
Aşağıdaki tabloyu örneklerde olduğu gibi tabloyu doldurunuz.

| Fonksiyon ismi | a, r, k sürgüsünün değerleri      | $f(x) = a(x + r)^2 + k$ fonksiyonu | Karesel fonksiyonun cebirsel temsiline göre yapılan işlemler | Karesel fonksiyonun grafik temsiline göre yapılan işlemler                                                             |
|----------------|-----------------------------------|------------------------------------|--------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $h(x)$         | $a = -1$                          | $h = -x^2$                         | -1 ile çarpma                                                | x eksenine göre yansıma                                                                                                |
| $t(x)$         | $a = 3$                           | $t(x) = 3x^2$                      | 3 ile çarpma                                                 | 3 kat dikey daralma                                                                                                    |
| $g(x)$         | $a = 5$                           | $g(x) = 5x^2$                      | 5 ile çarpma                                                 | 5 kat dikey daralma                                                                                                    |
| $v(x)$         | $a = -2$                          | $v(x) = -2x^2$                     | -2 ile çarpma                                                | 2 kat dikey daralma                                                                                                    |
| $p(x)$         | $a = 1, k = 2$                    | $p(x) = x^2 + 2$                   | Karesel fonksiyona 2 ekleme                                  | y eksenini boyunca pozitif yönde 2 birim öteleme                                                                       |
| $m(x)$         | $a = 1, k = -2$                   | $m(x) = x^2 - 2$                   | Karesel fonksiyon dan 2 çıkarma                              | y eksenine göre negatif yönde 2 birim öteleme                                                                          |
| $n(x)$         | $a = 2, k = 4$                    | $n(x) = x^2 + 4$                   | Karesel fonksiyona 4 ekleme                                  | y ekseninin pozitif yönünde 4 birim öteleme                                                                            |
| $k(x)$         | $a = -1, k = -3$                  | $k(x) = -x^2 - 3$                  | Karesel fonksiyonu -1 ile çarp, -3 ekle                      | x eksenine göre yansıması alıp, y ekseninin negatif yönünde 3 birim öteleme                                            |
| $a(x)$         | $a = 1, r = 2, k = 4$             | $a(x) = (x + 2)^2 + 4$             | Bağımsız değişkenin 2 fazlasının karesine 4 birim ekleme     | x ekseninin negatif yönünde 2 birim, y ekseninin pozitif yönde 4 birim öteleme                                         |
| $b(x)$         | $a = \frac{1}{2}, r = -1, k = -1$ | $b(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2 - 1$    | x'in 1 eksiğinin karesini $\frac{1}{2}$ ile çarpıp -1 ekleme | x ekseninin pozitif yönünde 1 birim, y ekseninin negatif yönünde 1 birim öteleme, $\frac{1}{2}$ birim dikey genişletme |
| $c(x)$         | $a = 3, r = 2, k = -1$            | $c(x) = 3(x-2)^2 - 1$              | x'in 2 fazlasının karesinin 3 katından 1 eksiği              | x'in negatif yönünde 2 birim öteleme, y'nin negatif yönünde 1 birim öteleme, 3 birim dikey daraltma                    |
| $d(x)$         | $a = -1, r = -2, k = 3$           | $d(x) = -(x+2)^2 + 3$              | x'in 2 eksiğinin karesinin -1 ile çarpımına 3 ekleme         | x'in pozitif yönünde 2 birim ötelemenin x eksenine göre yansıması, y ekseninin pozitif yönünde 3 birim öteleme         |

## Birlikte Yapalım.

1. a)  $f(x) = \frac{1}{2}x^2$   
 b)  $f(x) = 2x^2$   
 c)  $f(x) = 4x^2$

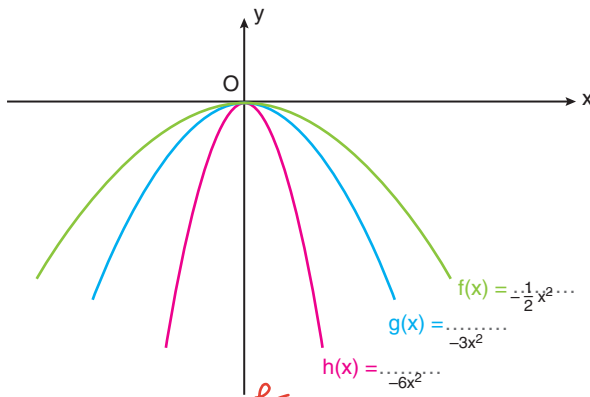
fonksiyonlarının grafikleri aşağıda çizilmiştir.



Grafikte noktalı yerlere fonksiyonları yazınız.

2. a)  $f(x) = -\frac{1}{2}x^2$   
 b)  $g(x) = -3x^2$   
 c)  $h(x) = -6x^2$

fonksiyonlarının grafikleri aşağıda çizilmiştir.

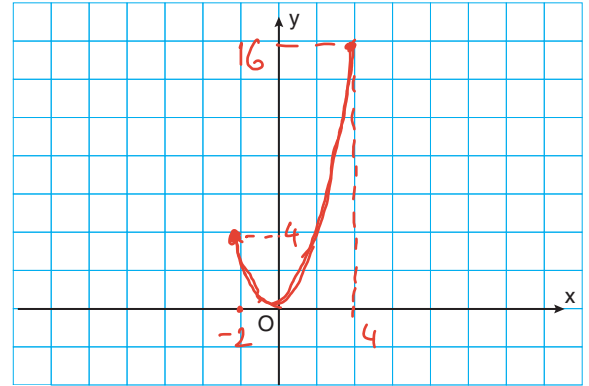


- Grafikte noktalı yerlere fonksiyonları yazınız.
- Fonksiyonlarda referans fonksiyonuna göre hangi dönüşümlerin yapıldığını aşağıdaki noktalı yerlere yazınız. *x eksenine göre yansıma*

- a.  $\frac{1}{2}$  birim dikey genişleme  
 b. 3 birim dikey daralma  
 c. 6 birim dikey daralma

3.  $f: [-2, 4] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$

fonksiyonunun grafiğini çizip noktalı yerleri doldurunuz.



- a) fonksiyonunun tanım kümesi:

$[-2, 4]$

- b) fonksiyonunun değer kümesi:

$\mathbb{R}$

- c) fonksiyonunun görüntü kümesi:

$[0, 16]$

- d) fonksiyonunun minimum değeri:

0

- e) fonksiyonunun maksimum değeri:

16

- f) fonksiyonunun artan olduğu aralık:

$[0, 4]$

- g) fonksiyonunun azalan olduğu aralık:

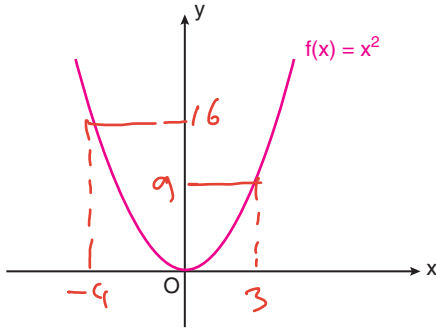
$[-2, 0]$

- h) fonksiyonunun tekliği-çiftliği:

tek veya çift değil *tek veya çift değil*



4.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



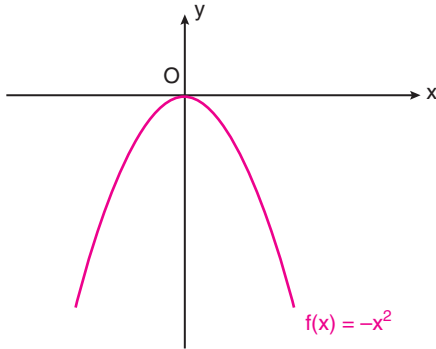
Buna göre,

- ✓ I.  $f$ , örten değildir.  $(0, +\infty)$  aralığıyla  
 — II.  $f(x) = 16$  ise  $x = 4$ 'tür.  $x = \pm 4$   
 ✓ III.  $f(-4) > f(3)$ 'tür.  $\Rightarrow 16 > 9$

İfadelerinden hangileri doğrudur?

I ve III

5.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x^2$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



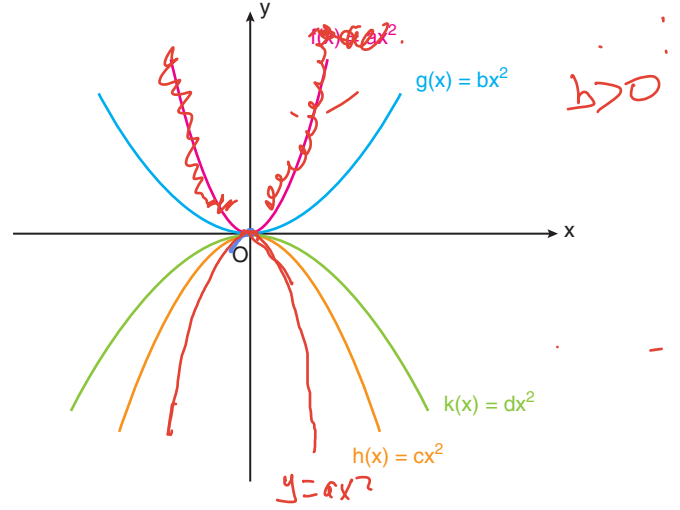
Buna göre,

- I.  $f$ 'nin görüntü kümesi  $(-\infty, 0)$  aralığıdır.  $(-\infty, 0]$   
 ✓ II.  $f$ 'nin simetri eksenini  $x = 0$  doğrusudur.  
 — III.  $f$ , daima azalan fonksiyondur.  $x \leq 0$  için artan,  $x > 0$  için azalan

İfadelerinden hangileri doğrudur?

II

6. Şekilde  $f(x) = ax^2$ ,  $g(x) = bx^2$ ,  $h(x) = cx^2$  ve  $k(x) = dx^2$  karesel fonksiyonları aşağıda verilmiştir.



Buna göre, a, b, c ve d arasındaki sıralamayı küçükten büyüğe doğru yazınız.

$$a < c < d < b$$

7.  $f: [-3, 4] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x^2$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre  $f$ , fonksiyonunun görüntü kümesini bulunuz.

[0, 32]

$$\begin{aligned} f(-3) &= 2 \cdot (-3)^2 = 18 \\ f(4) &= 2 \cdot 4^2 = 32 \\ f(0) &= 0 \end{aligned}$$

$$[0, 32]$$

8.  $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -4x^2$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

- ✓ I.  $f$ , bire bir fonksiyondur.  
 — II.  $f$ , örten bir fonksiyondur.  $[0, +\infty)$  aralığıyla  
 ✓ III.  $f$  fonksiyonunda  $f(x) = x^2$  referans fonksiyonun  $x$  eksenine göre yansımada 4 birim dikey daralma vardır.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

(I ve III)

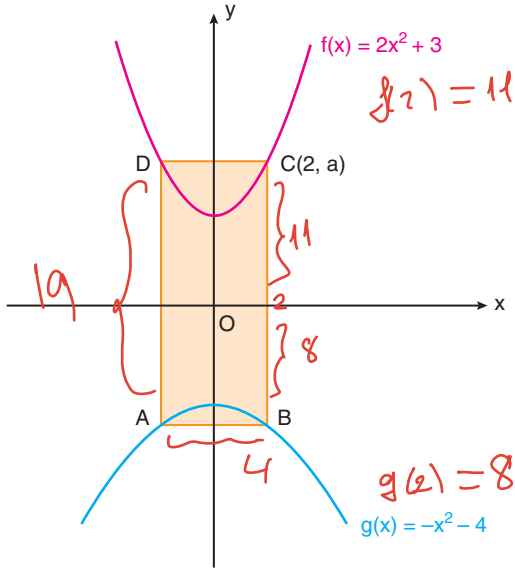


Koordinat sisteminde

$$f(x) = 2x^2 + 3 \text{ ve}$$

$$g(x) = -x^2 - 4$$

cebirsal fonksiyonlarının grafikleri üzerinde ABCD dikdörtgeni veriliyor.



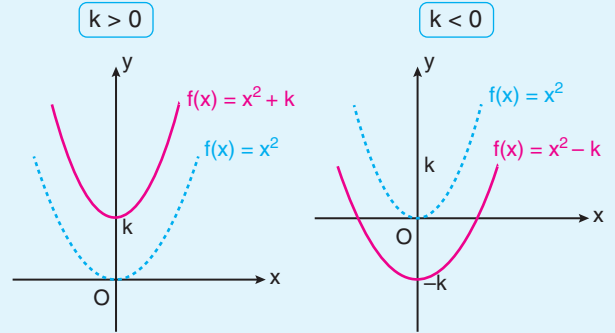
C(2, a) olduğuna göre, ABCD dikdörtgeninin alanı kaç birimkaredir?

76

$$Alan = 4 \cdot 8 = 32 \text{ br}^2$$

$f(x) = x^2 + k$  ( $k \in \mathbb{R}$ ) Fonksiyonu

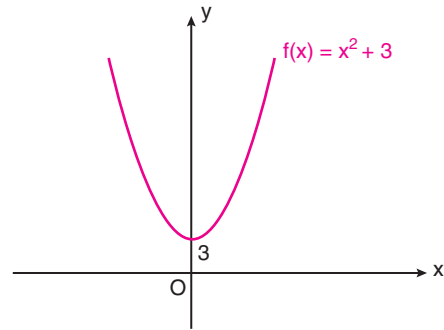
$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + k$$



- $k > 0$  ise  $f(x) = x^2$  parabolü y ekseninin pozitif yönünde k birim ötelenmiştir.
- $k < 0$  ise  $f(x) = x^2$  parabolü y ekseninin negatif yönünde k birim ötelenmiştir.

Birlikte Yapalım.

1.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 3$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

- I. f'nin en küçük değeri 3'tür.  $f(0) = 3$
- II. Referans fonksiyonunda, y ekseninin pozitif yönünde 3 birim öteleme dönüşümü yapılmıştır.
- III.  $f(x) = 0$  denkleminin çözüm kümesi  $\emptyset$  dir.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

I, II ve III

10

Bir parkta süs havuzunun ortasındaki fiskiyeden akan sular,

$$f(x) = -\frac{1}{16}x^2 + 4$$

cebirsal fonksiyonu ile temsil edilmiştir.

Buna göre, havuza dökülen su damlalarının daire biçiminde oluşturduğu alan kaç  $\pi$  birimkaredir?

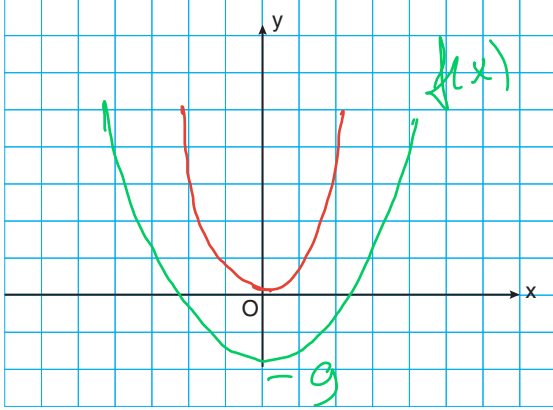
64

$$\begin{aligned} -\frac{1}{16}x^2 + 4 &= 0 \\ \frac{1}{16}x^2 &= 4 \\ x^2 &= 64 \\ x &= \pm 8 \end{aligned}$$

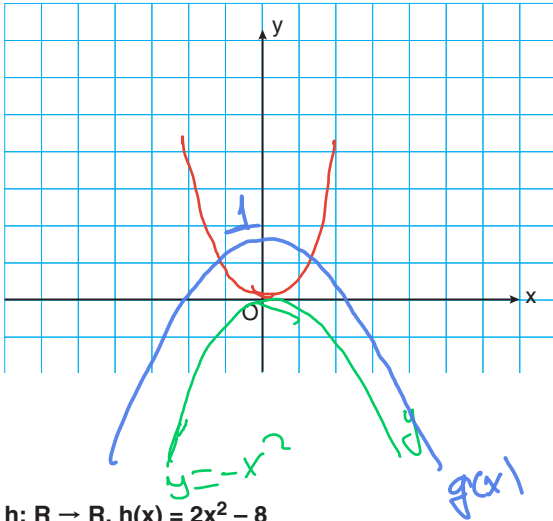
$$\begin{aligned} r &= 8 \\ \text{Alan} &= \pi r^2 \\ &= \pi \cdot 8^2 \\ &= 64\pi \end{aligned}$$

2. Aşağıdaki fonksiyonların grafiklerini  $f(x) = x^2$  referans fonksiyonundan hareketle dönüşüm yaparak çiziniz.

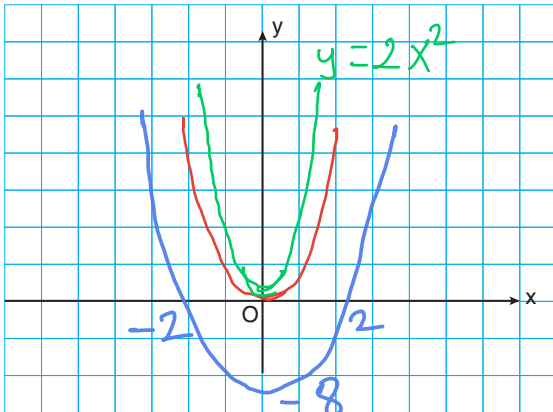
a)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 9$



b)  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = -x^2 + 1$



c)  $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = 2x^2 - 8$



3.  $f: [-1, 5] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 4$   
fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,  $f$  fonksiyonunun görüntü kümesini bulunuz.

[4, 29]

$$\begin{aligned} f(-1) &= (-1)^2 + 4 = 5 \\ f(5) &= 5^2 + 4 = 29 \\ f(0) &= 4 \end{aligned}$$

$[4, 29]$

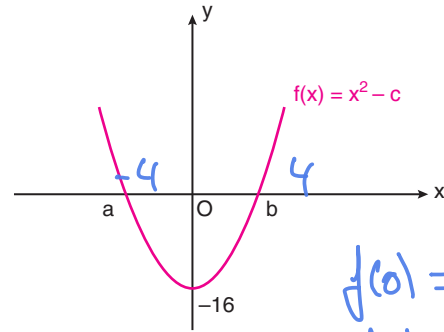
4.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 4x^2 - 36$

fonksiyonunun grafiği çizilirken karesel referans fonksiyonuna göre hangi dönüşümler yapılmıştır?

4 birim dikey daralma, y ekseninin negatif yönünde 36 birim öteleme

4 birim dikey daralma, sonra y ekseninin negatif yönünde 36 birim öteleme

5.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - c$   
fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - 16 = 0 \\ x &= \pm 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(0) &= -c \\ f(0) &= -16 \\ -c &= -16 \Rightarrow c = 16 \\ b - a &= 4 - (-4) = 8 \end{aligned}$$

Buna göre,

- I.  $c = -16$ 'dir.  
✓ II.  $b - a = 8$ 'dir.  
✓ III.  $x \in [-4, 4]$  için  $f(x) \leq 0$ 'dir.  
✓ IV.  $f(x)$ 'in sıfırlarının kümesi  $\{-4, 4\}$ 'tür.

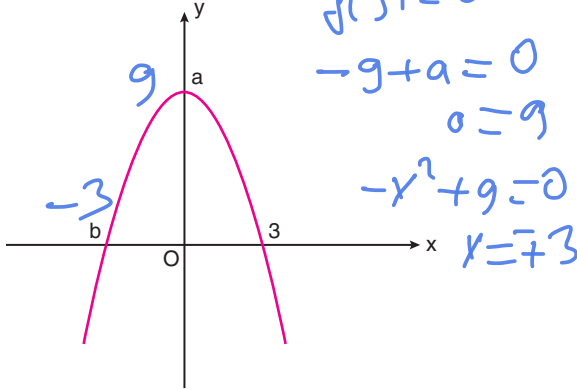
ifadelerinden hangileri doğrudur?

II, III ve IV

## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

## Parabol

6. Aşağıda  $f(x) = -x^2 + a$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

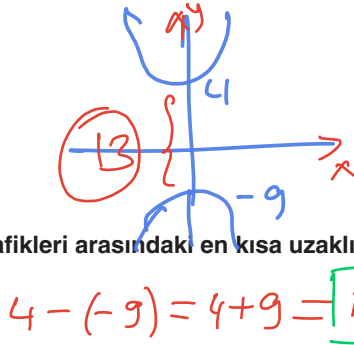


Buna göre,

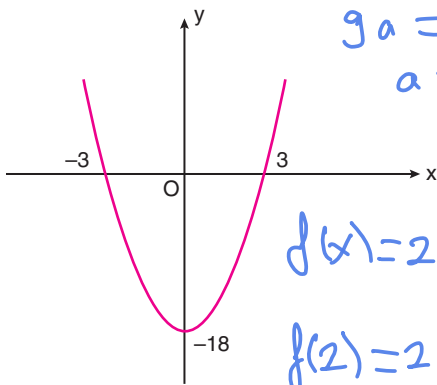
- I.  $a = 9$ 'dur.  
 II.  $a \cdot b = -27$ 'dir.  
 III.  $f$ ,  $[b, 3]$  aralığında artan bir fonksiyondur.  $[0, 3]$  aralığında azalan
- I ve II

7.  $f(x) = x^2 + 4$   
 $g(x) = -x^2 - 9$

fonksiyonların grafikleri arasındaki en kısa uzaklık kaç birimdir?



8.  $f(x) = ax^2 - 18$  fonksiyonu aşağıda verilmiştir.



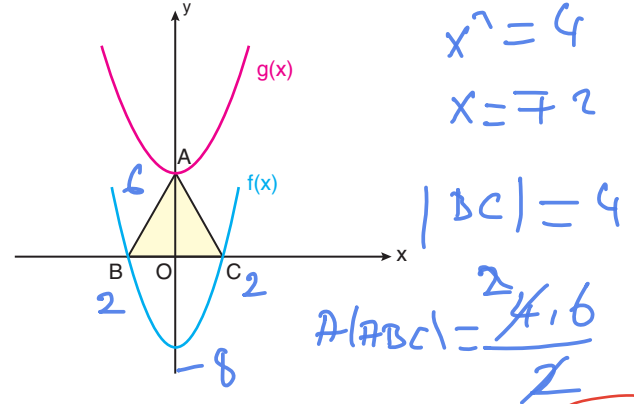
Buna göre,  $f(a)$  değeri kaçtır?

9. Aşağıda

$$f(x) = 2x^2 - 8 \text{ ve}$$

$$g(x) = x^2 + 6$$

fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre, ABC üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

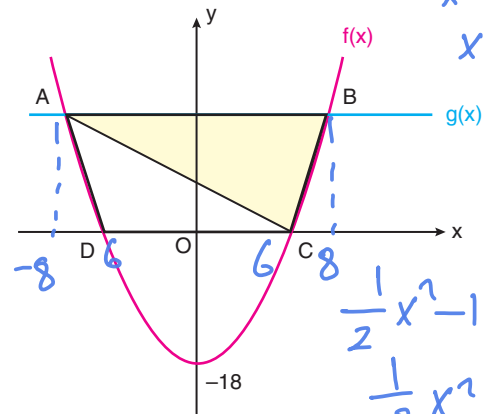
12

10. Aşağıda

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 18 \text{ ve}$$

$$g(x) = 14$$

fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

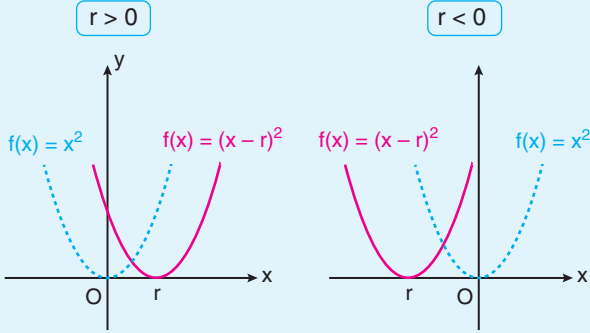


Buna göre,

- I.  $|DC| = 12$  birimdir.  
 II.  $|AB| = 16$  birimdir.  
 III. ABCD şekli bir yamuktur.  
 IV. ABC üçgeninin alanı 128 birimkaredir.
- I, II ve III
- ifadelerinden hangileri doğrudur?

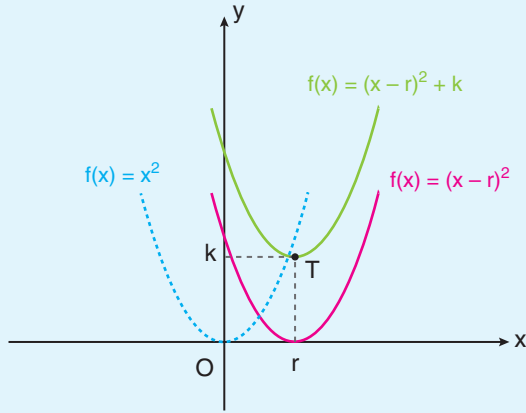
**$f(x) = a(x \pm r)^2 + k$  Fonksiyonu**

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x - r)^2$  fonksiyonunun grafikleri aşağıda verilmiştir.



- $r > 0$  ise  $f(x) = x^2$  fonksiyonunun grafiği  $x$  ekseninin pozitif yönünde  $r$  birim ötelenmiştir.
- $r < 0$  ise  $f(x) = x^2$  fonksiyonunun grafiği  $x$  ekseninin negatif yönünde  $|r|$  birim ötelenir.

$f(x) = a(x - r)^2 + k$  ( $a, r, k \in \mathbb{R}$  ve  $a \neq 0$ ) fonksiyonu



$f(x) = a(x - r)^2 + k$  fonksiyonu çizilirken

$f(x) = (x - r)^2$  fonksiyonu çizilir

$k > 0$  ise fonksiyonunun grafiğinde tepe noktası  $y$  ekseninin pozitif yönünde,

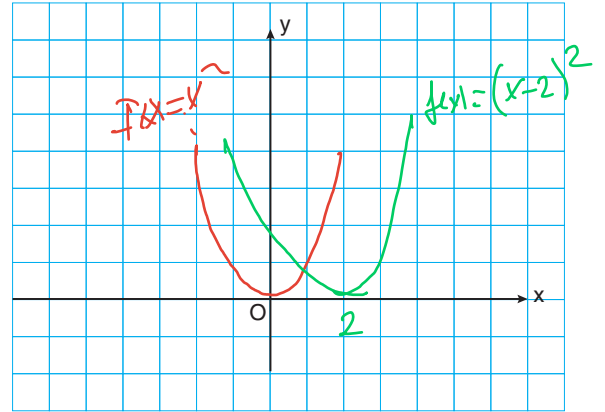
$k < 0$  ise tepe noktası  $y$  ekseninin negatif yönünde  $|k|$  birim ötelenir.

$T(r, k)$ : fonksiyonunun tepe noktasının koordinatları

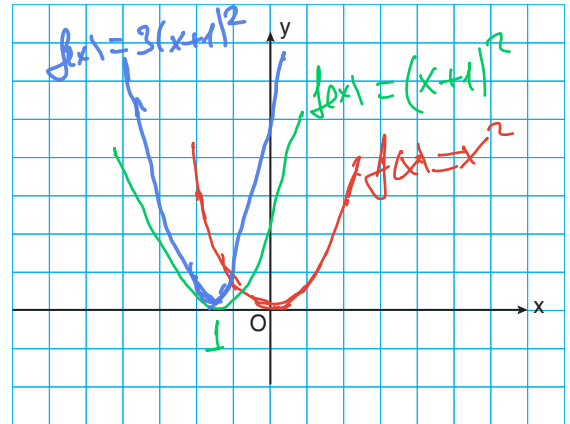
**Birlikte Yapalım.**

1. Aşağıdaki fonksiyonların grafiklerini  $f(x) = x^2$  referans fonksiyonundan hareketle dönüşüm yaparak çiziniz.

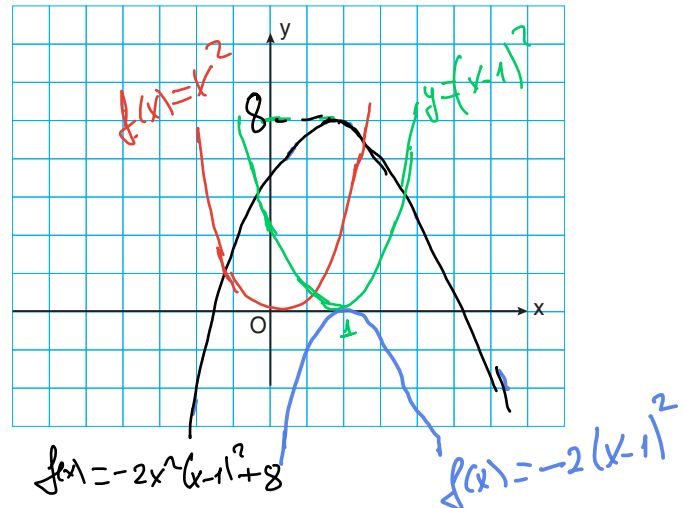
a)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x - 2)^2$



b)  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = 3(x + 1)^2$



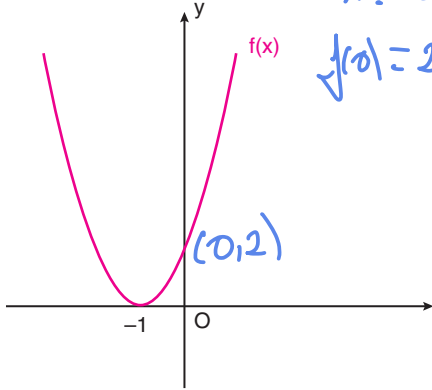
c)  $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $h(x) = -2(x - 1)^2 + 8$



## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

## Karesel Fonksiyon

2.  $f(x) = 2(x + 1)^2$   
fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$x = 0$$

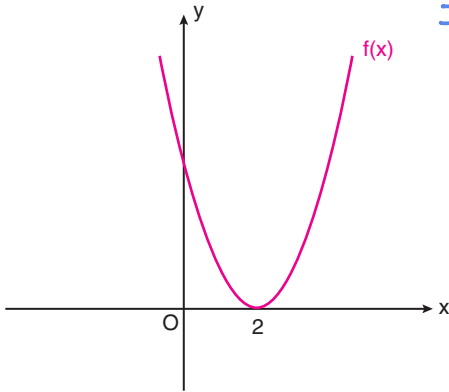
$$f(0) = 2 \cdot (1)^2 = 2$$

Buna göre,

- I.  $f$  fonksiyonunun tepe noktası  $T(-1, 0)$ 'dir.  
II.  $f$ ,  $y$  eksenini  $(0, 1)$  noktasında keser.  
III.  $f$ ,  $x < 0$  için pozitifdir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

3.  $f(x) = 3(x - 2)^2$   
fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$f(0) = 3 \cdot 4 = 12$$

Buna göre,

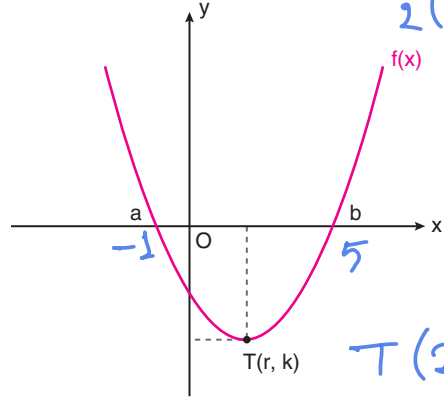
- I.  $f$ ,  $y$  eksenini  $(0, 12)$  noktasında keser.  
II.  $f$ ,  $(-\infty, 2]$  aralığında azalandır.  
III.  $f$ ,  $[2, \infty)$  aralığında artandır.

- IV.  $\forall x \in \mathbb{R}$  için  $f(x) > 0$ 'dir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

I, II ve III

4.  $f(x) = 2(x - 2)^2 - 18$   
fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$2(x-2)^2 - 18 = 0$$

$$2(x-2)^2 = 18$$

$$(x-2)^2 = 9$$

$$|x-2| = 3$$

$$x = 5$$

$$x = -1$$

$$T(2, -18)$$

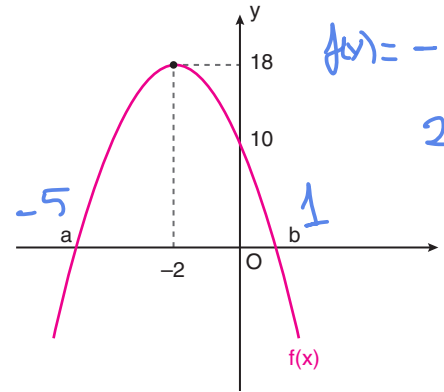
Buna göre,

- I. Fonksiyonunun tepe noktasının koordinatları  $T(-2, -18)$ 'dir.  
II.  $a + b = 4$ 'tür.  
III.  $f$ ,  $\mathbb{R} - [-1, 5]$  aralığında pozitifdir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

II ve III

5.  $f(x) = a(x - r)^2 + k$   
fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$f(x) = -2(x+2)^2 + 18$$

$$2(x+2)^2 = 18$$

$$(x+2)^2 = 9$$

$$|x+2| = 3$$

$$x = 1$$

$$x = -5$$

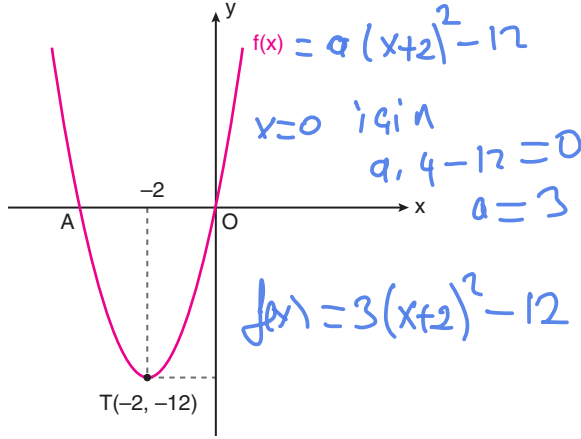
Buna göre,

- I.  $f(x) = -2(x - 2)^2 + 18$ 'dir.  
II.  $a \cdot b = -5$   
III.  $(-5, 1)$  aralığında  $f(x) > 0$ 'dir.  
IV.  $(-\infty, -2]$  aralığında artandır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

II, III ve IV

6. Aşağıda  $y = f(x)$  karesel fonksiyonunun tepe noktası  $T(-2, -12)$ 'dir.



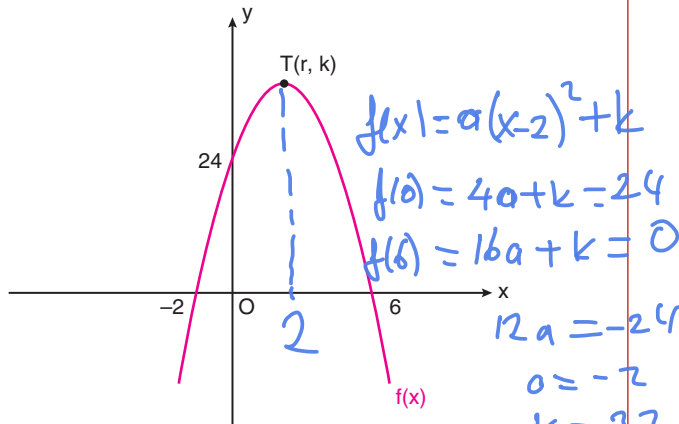
Buna göre,

- I.  $A(0, -4)$ 'tür.  $A(-4, 0)$   
 II. Fonksiyonun cebirsel temsili  $f(x) = 3(x+2)^2 - 12$ 'dir.  
 III.  $f$ ,  $x = -2$  doğrusuna göre simetriktir.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

II ve III

7. Aşağıda  $y = f(x)$  karesel fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



Buna göre,

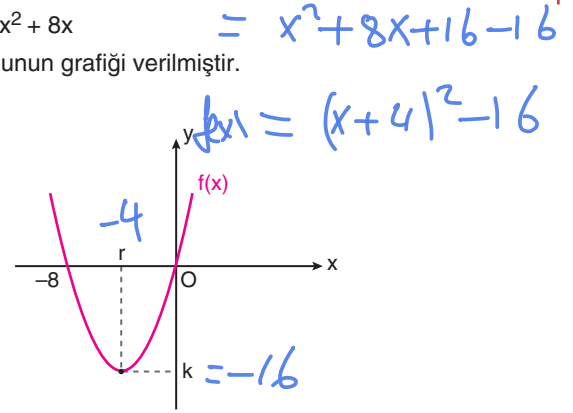
- I. Fonksiyonun grafiğinin simetri eksenini  $x = 3$ 'tür.  
 II.  $f$  fonksiyonunun sıfırları toplamı 4'tür.  $-2+6=4$   
 III.  $f$  fonksiyonunun maksimum değeri 32'dir.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

II ve III

$$f(x) = -2(x-2)^2 + 32$$

8.  $f(x) = x^2 + 8x$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



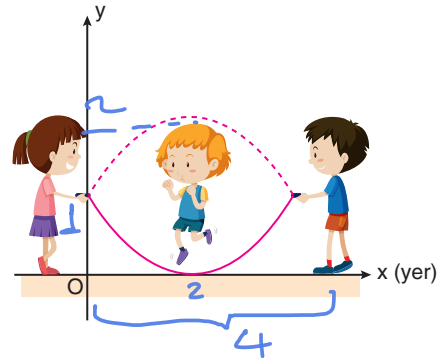
Buna göre,

- I.  $f$ 'nin sıfırları 0 ve 8'dir.  $x = -8$   
 II.  $f$ 'nin grafiğinin simetri eksenini  $x = -4$ 'tür.  
 III. Fonksiyonun cebirsel temsili  $f(x) = (x+4)^2 + 16$ 'dir.  
 IV.  $(-8, 0)$  aralığında  $f(x) < 0$ 'dır.  
 V.  $f$ ,  $(-\infty, -4]$  aralığında azalandır.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

II, IV ve V

9. Şekilde aynı boyda olan iki kişi bir ipin uçlarından tutarak ipi parabol biçiminde çevirirken üçüncü kişi ip atlıyor.



İp yere teğet olacak şekilde

$$f(x) = \frac{1}{4}(x-2)^2$$

fonsiyonu olarak modellenmiştir.

Buna göre,

- I. Çocukların ipi çevirdikleri elleri arasındaki uzaklık 4 birimdir.  
 II. İp yerden en çok 2 birim yükseğe çıkar.  
 III. İp 4 birimden uzundur.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

I, II ve III

$f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}$   $a \neq 0$ ) Fonksiyonunun

$f(x) = a(x \pm r)^2 + k$  ( $r, k \in \mathbb{R}$ ) Formuna Dönüştürülmesi

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f(x) = a\left[x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right]$$

( $x$ 'li terimin yarısının karesi parantez içine ilave edilir ve çıkarılır.)

$$\begin{aligned} f(x) &= a\left[x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a}\right] \\ &= a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right] \\ &= a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right)\right] \end{aligned}$$

$$= a(x - r)^2 - k$$

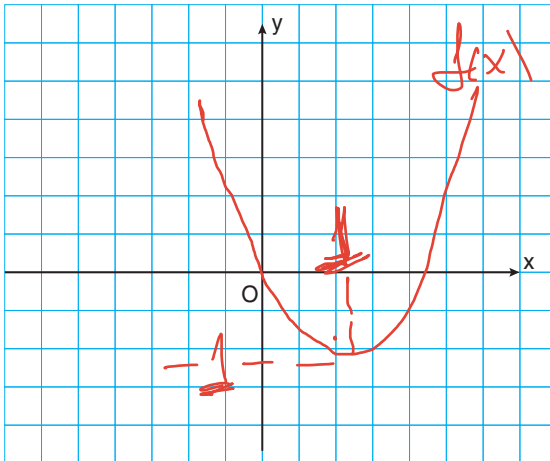
$$r = -\frac{b}{2a}, k = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \text{ ve } k = f(r) \text{ 'dir.}$$

Kısaca  $x^2 + bx + c$  üç terimli ifadeyi tam kareye tamamlamak için  $x$ 'li terimin yarısının karesi bir toplanıp bir de çıkarılarak ifade tam kareye dönüştürülür.

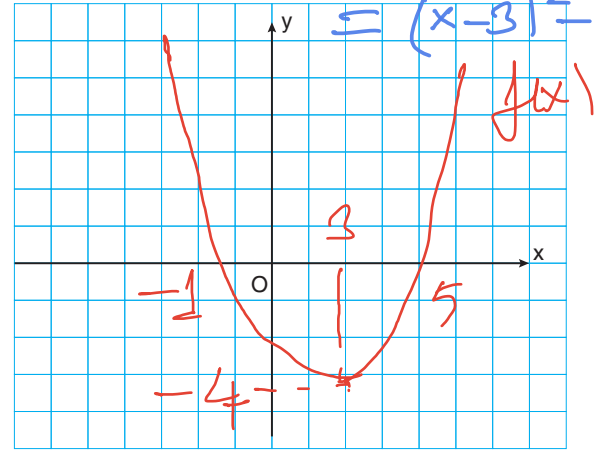
### Örnek

Aşağıdaki fonksiyonları tam kareye tamamlayarak grafiklerini çiziniz.

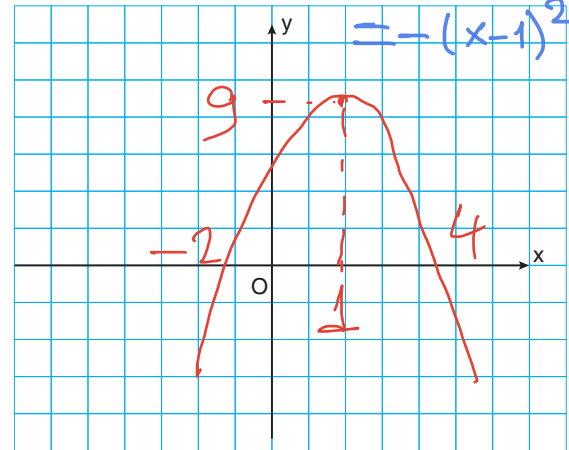
a)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 2x + 1 - 1 = (x-1)^2 - 1$



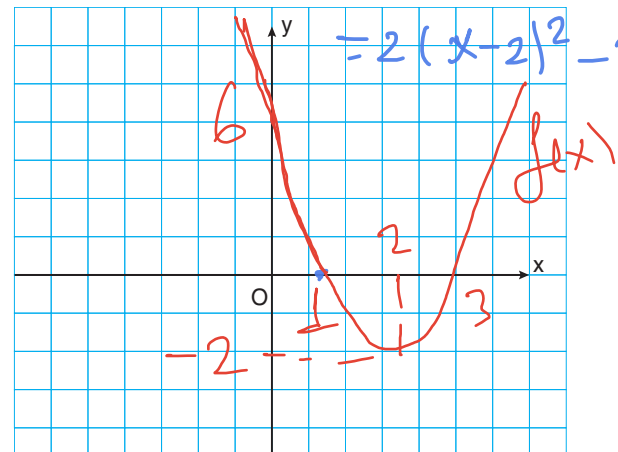
b)  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x^2 - 6x + 5 = x^2 - 6x + 9 - 4 = (x-3)^2 - 4$



c)  $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = -x^2 + 2x + 8 = -(x^2 - 2x - 8) = -(x-1)^2 + 9$



d)  $k: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, k(x) = 2x^2 - 8x + 6 = 2(x^2 - 4x + 3) = 2(x-2)^2 - 2$



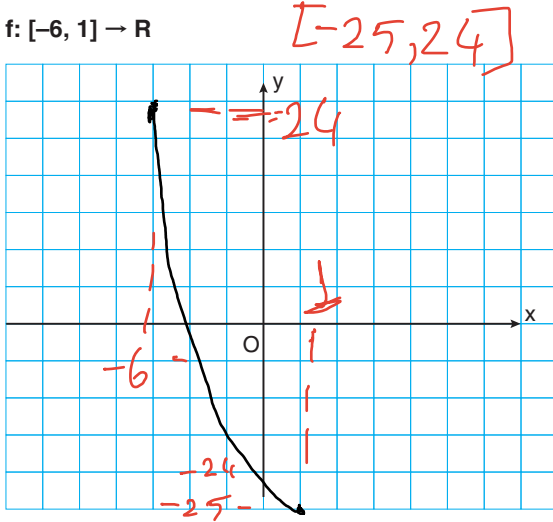


## Örnek

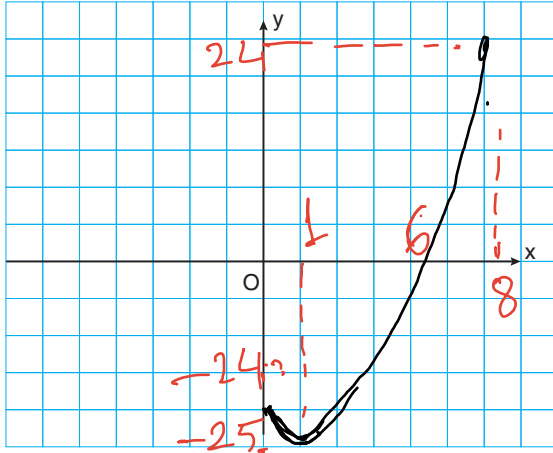
$$f(x) = x^2 - 2x - 24 = (x-1)^2 - 25$$

fonksiyonunun grafiğini aşağıdaki aralıklarda çizerek görüntü kümelerini bulunuz.

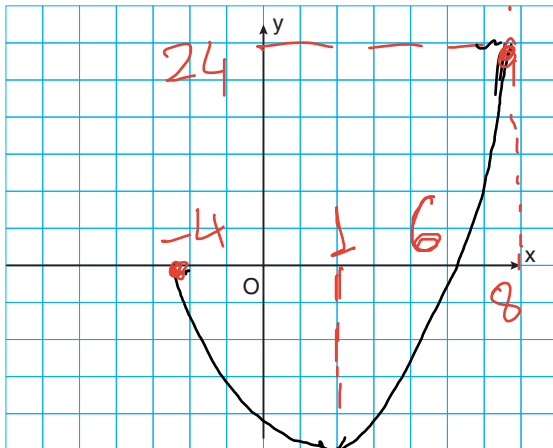
a)  $f: [-6, 1] \rightarrow \mathbb{R}$



b)  $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$



c)  $f: [-4, 8] \rightarrow \mathbb{R}$



Birlikte Yapalım.

1.

$$f(x) = -3(x+2)^2 + 4$$

fonksiyonu

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

formunda yazılıyor.

Buna göre,  $a + b + c$  toplamı kaçtır?

-23

$$f(1) = a + b + c$$

$$f(1) = -3 \cdot 3^2 + 4$$

$$= -27 + 4$$

$$= -23$$

2.

$$f(x) = 2x^2 - 4x + 16$$

fonksiyonu

$$f(x) = a(x+r)^2 + k$$

formunda yazılıyor.

Buna göre,  $a + r + k$  toplamı kaç olur?

15

$$a = 2, r = -1, k = 14$$

$$a + r + k = 2 - 1 + 14$$

$$= 15$$

3.

$$f(x) = x^2 - 2x + 3$$

fonksiyonu a birim sağa b birim yukarı ötelendiğinde

$$g(x) = x^2 - 8x + 20$$

fonksiyonu elde ediliyor.

Buna göre,  $a + b$  toplamı kaçtır?

5

$$f(x) = x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2$$

$$g(x) = x^2 - 8x + 20 = (x-4)^2 + 4$$

$$a = 3 \quad b = 2$$

$$a = 4 - 1 = 3$$

$$b = 4 - 2 = 2$$

$$a + b = 3 + 2 = 5$$

**Harezmi'nin (M.S. 780-850) Tam Kareye Tamamlama Metodu**

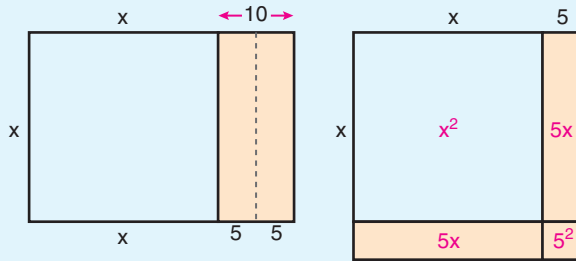
Harezmi'nin sorusu: "Mal artı on şey eşit otuz dokuz dirhem ise 'şey'i bulunuz."

Harezmi bilinmeyen karesine "mal" serbest terimine "dirhem" bilinmeyene "şey" diyordu.

Harezmi'nin "şey"i nasıl bulduğunu anlamak için denklemini günümüz Türkçesiyle yazalım.

$$x^2 + 10x = 39$$

Denkleminin çözümü için Harezmi'nin geometrik yorumunu aşağıda gösterelim.



I. Şekil

$$x^2 + 10x = 39$$

$$x \cdot (x + 10) = 39$$

II. Şekil

I. Şekildeki renkli dikdörtgen tam ortadan kesilerek II. şekildeki gibi bir kenarı x birim olan karenin kenarlarına ilave edilip alanı 25 birimkare olan küçük kare ile birlikte bir kenarı  $(x + 5)$  birim olan kare oluşturulur.

Birinci dikdörtgenin alanı

$$x \cdot (x + 10) = 39$$

$$x^2 + 10x + 25 = 39 + 25$$

$$(x + 5)^2 = 64$$

Bu ifade de II. şekildeki karenin alanına eşittir.

$$x + 5 = 8 \Rightarrow x = 3$$

diğer kök  $-13$  ama Harezmi'nin zamanında negatif sayılar tanımlanmamıştır.

**Birlikte Yapalım.**

1. Aşağıdaki fonksiyonların artan-azalan olduğu aralıkları ve maksimum-minimum noktalarını tabloda verilen örnekteki gibi yazınız.

| Fonksiyon $f(x)$ | Artan Olduğu Aralık     | Azalan Olduğu Aralık     | Minimum Noktası                | Maksimum Noktası |
|------------------|-------------------------|--------------------------|--------------------------------|------------------|
| $x^2 - 6x$       | $[3, \infty)$           | $(-\infty, 3]$           | $(3, -9)$                      | Yoktur.          |
| $-x^2 - 2x$      | $(-\infty, -1]$         | $[-1, \infty)$           | Yoktur                         | $(-1, 1)$        |
| $-x^2 + 4x - 4$  | $(-\infty, 2]$          | $[2, \infty)$            | Yoktur                         | $(2, 0)$         |
| $2x^2 - 8x + 6$  | $[2, \infty)$           | $(-\infty, 2]$           | $(2, -2)$                      | Yoktur           |
| $x^2 - 3x - 10$  | $[\frac{3}{2}, \infty)$ | $(-\infty, \frac{3}{2}]$ | $(\frac{3}{2}, -\frac{37}{4})$ | Yoktur           |

2.  $f(x) = x^2 - 8x + 4$

-12

fonksiyonunun alabileceği en küçük değer kaçtır?

$$f(x) = x^2 - 8x + 16 - 12$$

$$f(x) = (x - 4)^2 - 12$$

$$f(4) = -12$$

3.  $f(x) = x^2 + 12x + 50$

fonksiyonu

$$f(x) = (x - r)^2 + k$$

formunda yazıldığında  $r + k$  toplamı kaçtır?

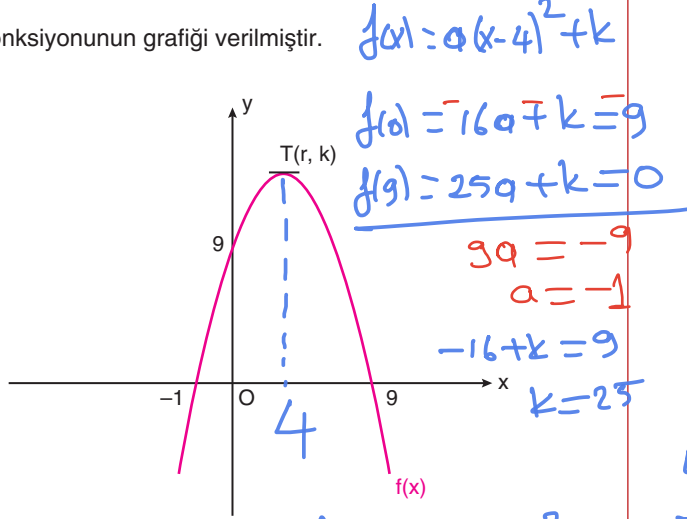
$$-r = 6 \Rightarrow r = -6 \quad k = 14$$

$$r + k = -6 + 14 = 8$$

4. Aşağıdaki şekilde

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

- ✓ I.  $r = 4$ 'tür.
- II.  $a + k$  toplamı 26'dır.  $-1 + 25 = 24$
- ✓ III.  $f(x) = -(x - 4)^2 + 25$ 'tir.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

I ve III

5.  $f(x) = 2x^2 + 12x - 8$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

- I. Fonksiyonun en küçük değeri  $-8$ 'dir.
- ✓ II. Fonksiyonun en küçük değerinin apsisi  $-3$ 'dür.
- ✓ III.  $f(x) = 2(x + 3)^2 - 26$ 'dir.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

II ve III

6.  $f(x) = -4x^2 + 8x + 12$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

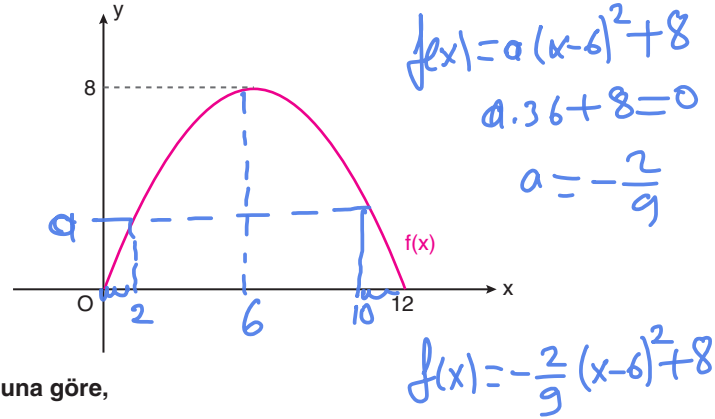
- ✓ I.  $f(x)$  fonksiyonunun sıfırları toplamı 2'dir.
- II.  $f(x)$  Fonksiyonun grafiğinin simetri eksenini  $x = -8$ 'dir.
- ✓ III.  $f(x) = -4(x - 1)^2 + 16$ 'dir.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

I ve III

7. Aşağıdaki şekilde  $f: [0, 12] \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x)$  karesel fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

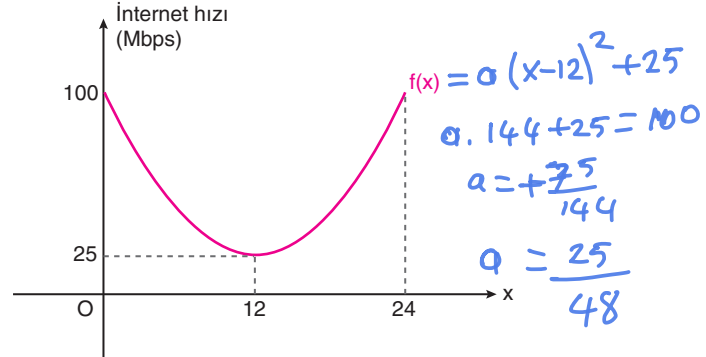


Buna göre,

- ✓ I.  $f(2) = f(10)$ 'dur.
- II.  $f(x) = -(x - 6)^2 + 8$ 'dir.
- III.  $f$ ,  $[0, 12]$  aralığında artandır.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

8. Bir telekomünikasyon şirketinin müşterilerine sunduğu internet hızının gün içindeki değişimi karesel fonksiyon olarak aşağıdaki grafikte verilmiştir.



Buna göre,

- ✓ a) Şirketin maksimum hızı hangi saatlerdedir?  
0 ve 24 gece saatleri
- ✓ b) Şirketin minimum internet hızı hangi saattedir?  
12
- ✓ c) İnternet hız eğrisini  
 $f(x) = a(x - r)^2 + k$   
cebirsel olarak ifade edildiğinde  $a$  kaçtır?

25/48

## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

## Karesel Fonksiyon

9.  $f(x) = x^2 + a$  ( $a \geq 0$ )

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

I.  $\forall x \in \mathbb{R}$  için  $x^2 \geq 0$   
 $a \in \mathbb{R}$  için  $x^2 + a \geq a$   
 $f(x) \geq a$

ispatıyla f'nin minimum değerinin a olduğu gösterilmiş olur.

II.  $x = 0$  için f'nin en küçük değeri "a"dır.

III.  $\forall x \in \mathbb{R}$  için f artan bir fonksiyondur.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

I ve II

10. Bir üniversite öğrencisinin üzerinde yapılan deneylerde öğrencinin gece boyunca uyuduğu saat miktarı x olduğunda bir sınavdaki performans puanı

$$B(x) = -1,5x^2 + 18x - 30 = -\frac{3}{2}(x-6)^2 + 24$$

olarak modellenmiştir.

Buna göre,

a) Öğrencinin performans puanının maksimum olduğu uyku süresi kaç saattir?

b) Öğrencinin maksimum performans puanı kaçtır?

24

$$B(6) = 24$$

11. Bir öğretmen öğrencilerin haftalık tekrar yapma süreleri ile sınavdan aldıkları puan arasında bir ilişki olduğunu fark etmiştir.

Öğrencilerin veri analizinde sınavda alınan puanın (100 üzerinden) haftalık çalışma süresi x saat olduğunda

$$P(x) = -x^2 + 16x + 36 = -(x^2 - 16x - 36)$$

fonksiyonu ile modellenmiştir.

Buna göre,

a) Bir öğrencinin en yüksek puanı alması için haftada kaç saat çalışması gerekir?

8

$$x = 8$$

b) Haftada 2 saat tekrar yapan öğrencinin puanı kaçtır?

64

$$f(2) = -(2-8)^2 + 100 = -36 + 100 = 64$$

12. Bir çiftçi ineklerine verilen yem miktarının günlük süt verimi üzerindeki etkisini inceliyor. Yaptığı gözlemler sonucunda yem miktarını x kilogram olduğunda süt veriminin günlük

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 5x + 15 = -\frac{1}{4}(x^2 - 20x - 60)$$

artan fonksiyonu ile modellenenebildiğini fark ediyor.

Günlük süt verimi fonksiyonu litre cinsinden olduğuna göre,

$$= -\frac{1}{4}(x^2 - 20x + 100 - 100 - 60)$$

a) İneklerin günlük süt verimi en fazla kaç litredir?

40

$$= -\frac{1}{4}(x-10)^2 + 40$$

b) Günlük süt verimi 36 litre olduğunda yem miktarı kaç kilogram olur?

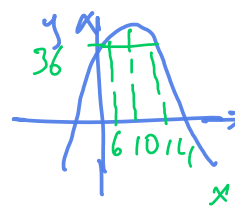
6

$$-\frac{1}{4}(x-10)^2 + 40 = 36$$

$$(x-10)^2 = 16$$

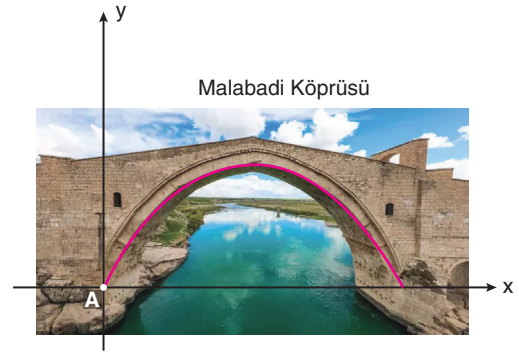
$$x-10 = 4 \Rightarrow x = 14$$

$$x-10 = -4 \Rightarrow x = 6$$



x = 6 oradan

13. Malabadi Köprüsü Batman Çayı üzerinde yatay düzlemde kimeri parabol şeklinde olan tarihi bir mimari yapıdır. Köprü'nün açıklığı 38 metre ve yüksekliği 19 metredir.



A noktası orijin alındığında karesel fonksiyonun kimeri

$$f(x) = -a \cdot x(x - b) = -a \cdot x(x - 38)$$

fonksiyonu ile modellenmiştir.

$$f(19) = -a \cdot 19 \cdot (-19) = 19$$

$$a = \frac{1}{19}$$

Buna göre,

a) a · b çarpımı kaçtır?

2

$$f(x) = -\frac{1}{19}x(x-38)$$

$$a \cdot b = \frac{1}{19} \cdot 38 = 2$$

b) Kıydan 8 metre uzaklıkta köprü'nün yüksekliği yaklaşık kaç metredir?

12,6

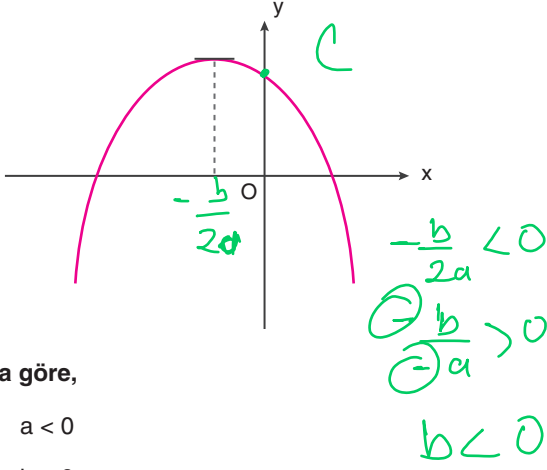
$$f(8) = -\frac{1}{19} \cdot 8 \cdot (-28) \approx 12,6$$

## Test - 1

## Karesel Fonksiyon

## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

1. Aşağıda  $f(x) = ax^2 + bx + c$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

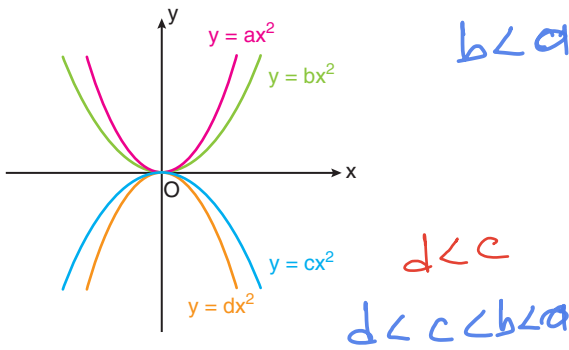
- ✓ I.  $a < 0$   
 → II.  $b > 0$   
 ✓ III.  $c > 0$

İfadelerinden hangileri doğrudur?

DDD\_S.98-1

- A) Yalnız I      B) Yalnız III      C) I ve II  
 D) I ve III      E) II ve III

2.



Şekildeki karesel fonksiyonların grafiğine göre, a, b, c ve d arasındaki sıralama aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

- A)  $d < c < b < a$       B)  $c < d < b < a$   
 C)  $c < d < a < b$       D)  $d < c < a < b$   
 E)  $a < b < c < d$

3 ve 4. soruları aşağıdaki bilgiye göre cevaplayınız.

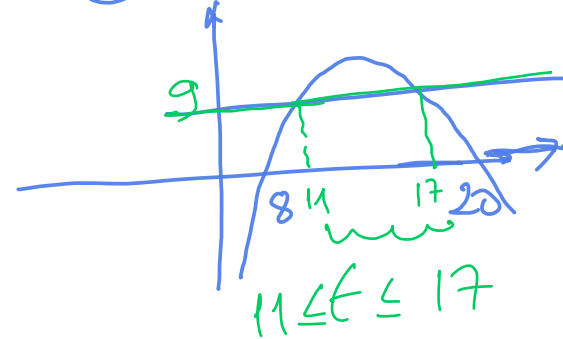
Ankara'da ocak ayının bir gününde saat 07 ile saat 21 arasındaki hava sıcaklığının nasıl değiştiği t zaman ve  $T(t)$  °C olmak üzere

$$T(t) = -\frac{1}{3}(t - 14)^2 + 12$$

cebirsal fonksiyonu ile modellenmiştir.

3. Ankara'da gün içindeki sıcaklık en yüksek kaç °C'dir?

- A) 9      B) 10      C) 12      D) 14      E) 15



4. Ankara'daki hava sıcaklığı kaç saat 9°C'nin üzerinde kalmıştır?

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7

$$\begin{aligned} -\frac{1}{3}(t-14)^2 + 12 &= 9 \\ (t-14)^2 &= (-3)(-3) \\ (t-14)^2 &= 9 \\ |t-14| &= 3 \\ t-14 &= 3 \text{ or } t-14 = -3 \\ t &= 17 \text{ or } t = 11 \end{aligned}$$

5.  $f(x) = x^2 - 8x + 24 = (x-4)^2 + 8$  fonksiyonunun tepe noktası aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (2, 4)      B) (4, 2)      C) (4, 8)      D) (4, -2)      E) (4, 6)

$$r = -\frac{b}{2a} = \frac{8}{2} = 4$$

$$\begin{aligned} k &= f(4) = 4^2 - 8 \cdot 4 + 24 \\ &= 16 - 32 + 24 \\ &= 8 \end{aligned}$$

## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

## Karesel Fonksiyon

## Test - 1

6. I.  $f(x) = x^2 - 3x$  fonksiyonunun grafiği orijinden geçer.

II.  $f(x) = x^2 - 4x + 8$  fonksiyonunun grafiği x eksenini kesmez.

III.  $f(x) = x^2 + 10x + 25$  fonksiyonu x eksenine teğettir.

Yukarıdaki yargılardan hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III  
D) I ve II E) I, II ve III

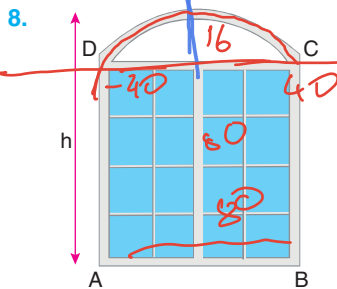
I.  $f(x) = x(x-3)$   $x=0$   
II.  $f(x) = (x-2)^2 + 4$   
III.  $f(x) = (x+5)^2$

7.  $f(x) = x^2 - 8x - 12$

fonksiyonunun alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) -28 B) -24 C) -16 D) 16 E) 24

$f(x) = (x-4)^2 - 28$   
 $f(4) = -28$



Şekildeki pencerenin kimeri, yatay eksen pencerenin üst kenarının cebirsel temsili,

$y = f(x) = -\frac{1}{100}(x^2 - 1600)$

fonksiyonu ile modellenmiştir.

$|AB| = |BC|$

$f(0) = -\frac{1}{100}(-1600) = 16$

Buna göre, kemerli kare şeklindeki pencerenin yüksekliği  $h$  kaç birimdir?

(Kemerin kalınlığı önemsizdir.)

- A) 80 B) 92 C) 96 D) 108 E) 110

$-\frac{1}{100}(x^2 - 1600) = 0$   
 $x^2 - 1600 = 0$   
 $x = \pm 40$   
 $|AB| = |BC| = 80$   
 $h = 80 + 16$   
 $h = 96$

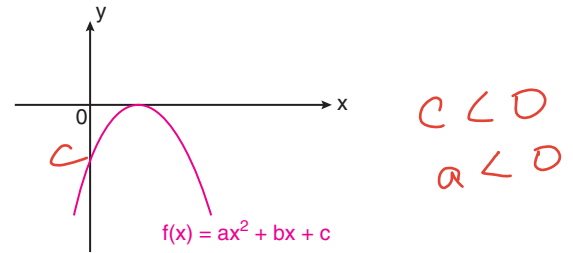
9.  $f(x) = x^2 - (2m + 8)x + 12$

fonksiyonunun simetri eksen  $x = 2$  doğrusu olduğuna göre,  $m$  kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 2 E) 3

$-\frac{b}{2a} = 2$   $\frac{2m+8}{2} = 2$   
 $2m+8=4$   
 $2m=-4$   
 $m=-2$

10.



$f(x) = ax^2 + bx + c$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

I. Fonksiyonun sıfırlarının kümesi bir elemanlıdır.

II.  $a \cdot c < 0$   $a \cdot c > 0$

III.  $\frac{b}{a} < 0$

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

D) I ve III E) I, II ve III

$-\frac{b}{2a} > 0 \Rightarrow \frac{b}{a} < 0$

$g(x) = -x^2 + 2x - 1 + 8$   $p = g(1) = 8$   
 $= -(x-1)^2 + 8$

$f(x) = 2(x-3)^2 - 5$  fonksiyonunun en küçük değeri  $k$ ,  $k = f(3) = -5$

$g(x) = -x^2 + 2x + 7$  fonksiyonunun en büyük değeri  $p$  dir.

Buna göre,  $p + k$  toplamı kaçtır?  $p+k = 8-5 = 3$

- A) 8 B) 6 C) 3 D) -6 E) -11

|     |     |     |      |      |     |
|-----|-----|-----|------|------|-----|
| 1-D | 2-A | 3-C | 4-D  | 5-C  | 6-E |
| 7-A | 8-C | 9-B | 10-D | 11-C |     |

## Test - 2

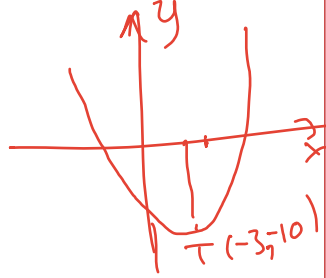
## Karesel Fonksiyon

## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

1. Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisinin grafiği x eksenini keser?

- C  
☐ A)  $f(x) = x^2 + 4$   $T(0,4)$  ☐ B)  $f(x) = -x^2 - 2$   $T(0,-2)$   
☒ C)  $f(x) = x^2 - 6x - 1$  ☐ D)  $f(x) = x^2 + 8x + 17$   
☐ E)  $f(x) = x^2 + x + 5$

C)  $T(3, -10)$

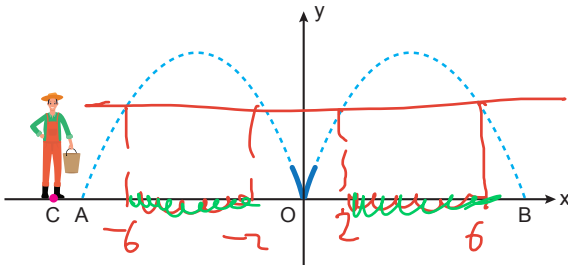


2. Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisinin grafiği x eksenine teğet değildir?

- D  
☐ A)  $f(x) = x^2 - 2x + 1$  ☐ B)  $f(x) = x^2 + 2x + 1$   
☐ C)  $f(x) = -x^2 + 6x - 9$  ☒ D)  $f(x) = x^2 - 8x - 15$   
☐ E)  $f(x) = x^2 - 20x + 100$

A, B, C ve E seçenekleri tam kare  
 D)  $f(x) = (x-4)^2 - 31$

3.



Her bir birimin bir metreye denk geldiği bir koordinat düzleminde orijine yerleştirilen bir fışkiye A noktasına doğru  $f(x) = -0,15x^2 - 1,2x$  ve B noktasına doğru  $g(x) = -0,15x^2 + 1,2x$  fonksiyonları ile modellenen doğrultuda su fışkırtmaktadır.

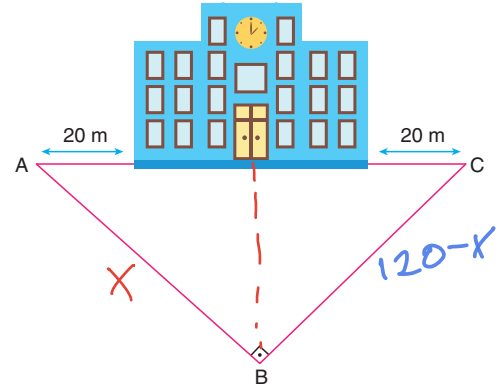
C noktasında bulunan 180 cm boyundaki Selim, yatay ekseninde doğrusal olarak A ve O noktalarından geçerek B noktasına ulaşacaktır.

Buna göre, Selim'in A noktasından B noktasına kadar hiç ıslanmadan yürüdüğü toplam yol kaç metredir?

- B  
☐ A) 8,2 ☒ B) 8 ☐ C) 7,6 ☐ D) 7,2 ☐ E) 6,8

$-0,15x^2 + 1,2x = 1,8$   
 $-15x^2 + 120x = 180$   
 $x^2 - 8x + 17 = 0$   
 $x = 2 \quad x = 6$   
 $4 + 4 = 8$

4.



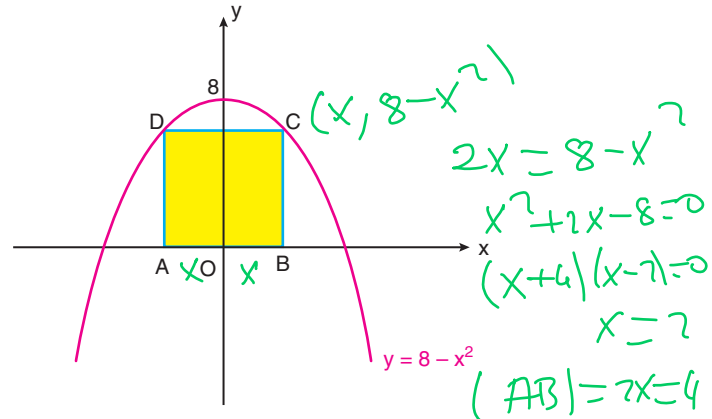
Bir okulun bahçesi dik üçgen şeklindedir.

Bu bahçenin etrafına tel çekildiğinde 160 m tel kullanıldığına göre, bahçenin alanı en çok kaç m<sup>2</sup> dir?

- D  
☐ A) 1200 ☐ B) 1400 ☐ C) 1600 ☒ D) 1800 ☐ E) 2000

$A(x) = \frac{x \cdot 120 - x}{2}$   
 $= -\frac{1}{2}(x^2 - 120x)$   
 $= -\frac{1}{2}(x^2 - 120x + 3600 - 3600)$   
 $= \frac{1}{2}(x - 60)^2 + 1800$   
 $A(60) = 1800$

5.



Şekilde iki köşesi  $y = 8 - x^2$  karesel fonksiyon grafiği üzerinde, diğer iki köşesi x ekseninde olan ABCD karesi verilmiştir.

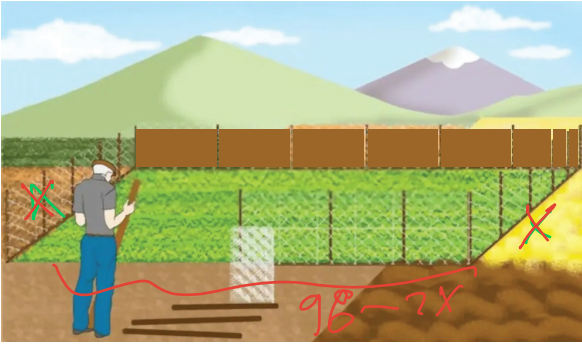
Buna göre, Çevre(ABCD) kaç birimdir?

- A  
☒ A) 16 ☐ B) 18 ☐ C) 24 ☐ D) 26 ☐ E) 28

$Çevre = 16$



6.



Hobi bahçesi yapmak isteyen Hasan Amca, bahçenin duvara denk gelen kısmına tel çit kullanmamış kalan üç kenarı bir sıra tel çit ile çevirerek dikdörtgen tabana sahip bir bahçe yapmıştır.

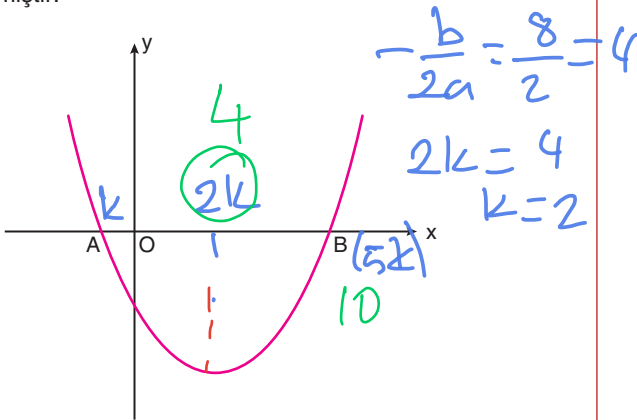
Bu işlem için toplam 96 metre tel çit kullandığına göre, bahçenin alanı en çok kaç metrekaredir?

- A) 1200 B) 1152 C) 1024 D) 942 E) 864

$$\begin{aligned}
 A(x) &= x(96-2x) \\
 &= -2x^2 + 96x \\
 &= -2(x^2 - 48x + 24^2 - 24^2) \\
 &= -2(x-24)^2 + 2 \cdot 24^2
 \end{aligned}$$

$$A(x) = 2 \cdot (96 - 48) = 24 \cdot 48 = 1152$$

7. Aşağıda  $f(x) = x^2 - 8x + c$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

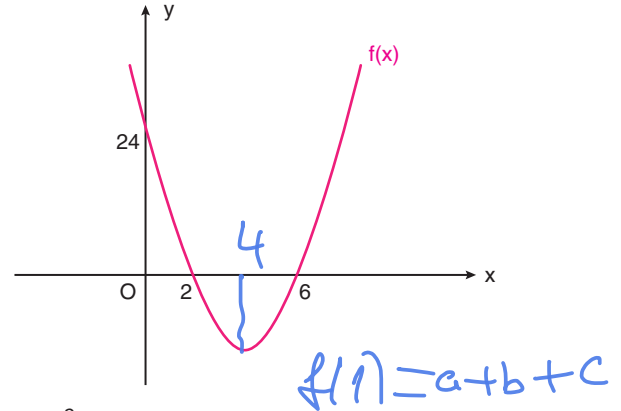


10BI = 5|OA| olduğuna göre, c kaçtır?

- A) -20 B) -18 C) -16 D) -14 E) -12

$$\begin{aligned}
 f(10) &= 100 - 80 + c = 0 \\
 c &= -20
 \end{aligned}$$

8.

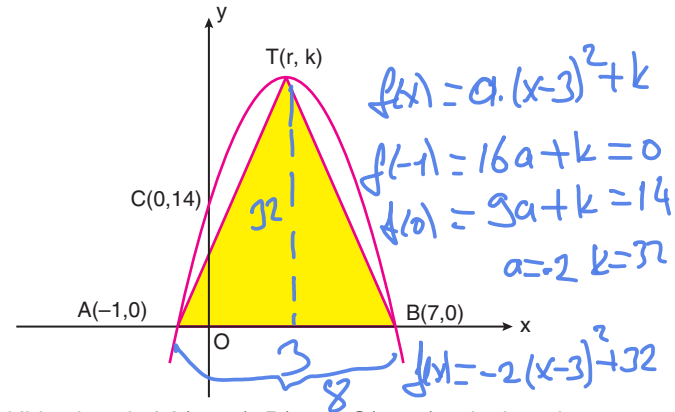


$f(x) = ax^2 + bx + c$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,  $a + b + c$  toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

$$\begin{aligned}
 f(x) &= a(x-4)^2 + k \\
 f(0) &= 16a + k = 24 \\
 f(7) &= -4a + k = 0 \\
 \hline
 12a &= 24 \\
 a &= 2 \\
 k &= -8 \\
 f(x) &= 2(x-4)^2 - 8 \\
 f(1) &= 2 \cdot 9 - 8 = 10
 \end{aligned}$$



Şekilde eksenleri  $A(-1, 0)$ ,  $B(7, 0)$ ,  $C(0, 14)$  noktalarında kesen karesel fonksiyonun tepe noktası  $T(r, k)$  dir.

Buna göre,  $ABT$  üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

- A) 96 B) 108 C) 120 D) 128 E) 144

$$A = \frac{8 \cdot 32}{2} = 128$$

|     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1-C | 2-D | 3-B | 4-D | 5-A |
| 6-B | 7-A | 8-C | 9-D |     |

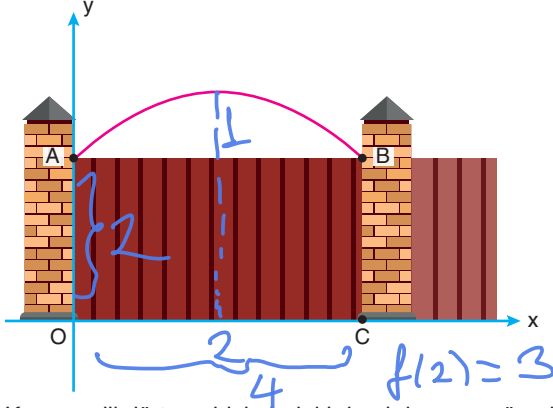


## Test - 3

## Parabol

## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

1. Şekilde bir bahçenin giriş kapısı koordinat sisteminde modellenmiştir.



Kapının dikdörtgen biçimindeki demir kısmının üzerinde

$$f(x) = -\frac{1}{4}(x-2)^2 + 3$$

fonksiyonu biçiminde modellenmiş bir ferforje kısmı vardır.

Buna göre,

- I. Kapının ferforje kısmı tabandan en çok 3 birim yüksekliktedir.  
 II. AOÇB demir kapının alanı 8 birimkaredir.  
 III. AOÇB kapısının çevresi 12 birimdir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III  
 D) I ve II E) I, II ve III

$$f(0) = -\frac{1}{4}4 + 3 = 2$$

2. Maliyeti  $2x$  TL olan bir mal  $(-x^2 + 10x)$  TL'ye satılıyor.

Buna göre, bu maldan en çok kaç TL kâr edilir?

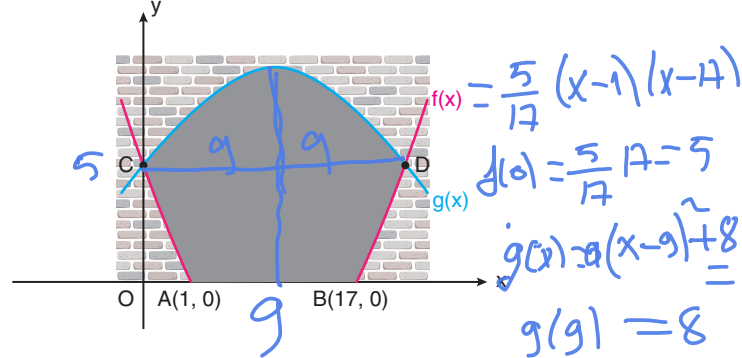
- A) 16 B) 18 C) 20 D) 25 E) 30

$$\begin{aligned} \text{Kâr} &= \text{Satış Fiyatı} - \text{Maliyet} \\ &= -x^2 + 10x - 2x \\ &= -(x^2 - 8x + 16 - 16) \\ &= -(x-4)^2 + 16 \end{aligned}$$

$$K(x) = -(x-4)^2 + 16$$

$$K(4) = 16$$

3. Şekilde koordinat sisteminde bir tünelin kesiti görülmektedir.



A, B, C ve D noktaları  $f(x)$  ve  $g(x)$  karesel fonksiyonlarının grafikleri üzerinde ve simetri eksenleri aynıdır.

$$f(x) = \frac{5}{17}(x-p) \cdot (x-q)$$

$$g(x) = a(x-r) + 8$$

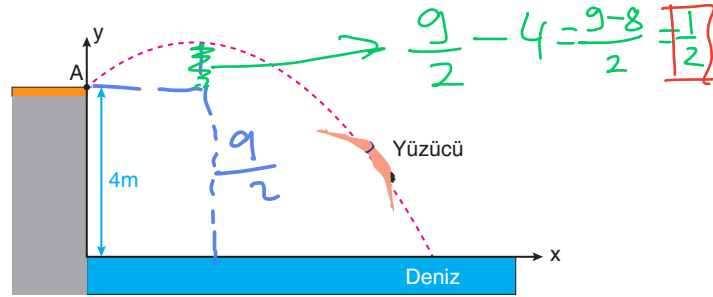
Buna göre,

- I. Tünelin genişliği en çok 18 birimdir.  
 II. Tünelin yüksekliği en çok 8 birimdir.  
 III. D noktasının ordinatı 5'tir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III  
 D) I ve III E) I, II ve III

4. Deniz seviyesinden 4m yukarıda bulunan A noktasından yükselerek denize atlayan bir yüzücünün hareketi aşağıdaki resimde modellenmiştir.



x zaman olmak üzere yüzücünün hareket denklemi

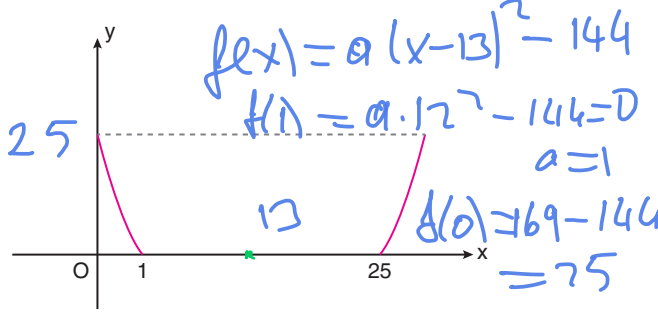
$$\begin{aligned} f(x) &= -\frac{1}{2}x^2 + x + 4 \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 - 2x - 8) \\ &= -\frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{9}{2} \end{aligned}$$

cebirsel fonksiyonudur.

Buna göre, bu yüzücü A noktasından en çok kaç metre yükselmiştir?

- A)  $\frac{1}{2}$  B)  $\frac{3}{4}$  C) 1 D)  $\frac{3}{2}$  E) 2

5. Şekilde tencerenin merkezinden dik kesitinin yandan görünümünü karesel fonksiyon biçiminde modellenerek koordinat sisteminde verilmiştir.



Tencereyi oluşturan karesel fonksiyonun grafiğinin tepe noktasının ordinatı  $-144$ 'tür.

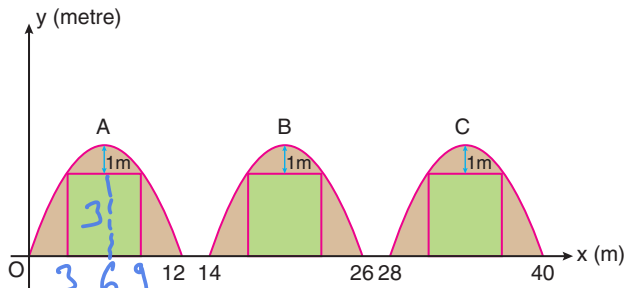
Buna göre,

- I. Tencerenin kapağının çapı 26 birimdir.  
II. Tencerenin zemin yüksekliği 25 birimdir.  
III. Tencere kesik koni biçimindedir.

D ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III  
D) I ve II E) I, II ve III

6. Şekilde koordinat sisteminde metre cinsinden modellenen üç özdeş seranın karesel fonksiyon biçimindeki önden girişleri gösterilmiştir.



A serasının girişi

$$f(x) = -\frac{1}{9}x \cdot (x-12) = 3 \quad x(x-12) = -27 \quad x=3$$

cebirsal fonksiyonu ile modellenmiştir.

Seraların tepe noktasından 1 metre uzakta dikdörtgen biçimindeki yeşil branda kısım seranın girişidir.

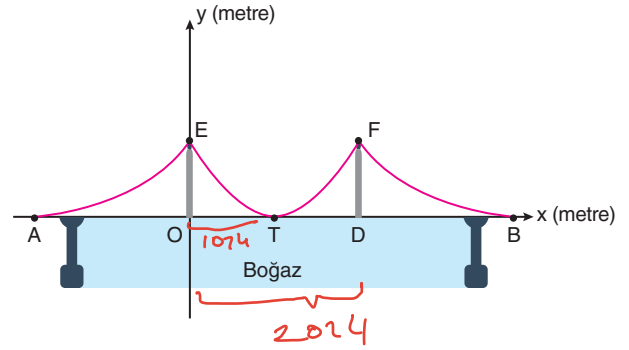
Buna göre, A, B ve C seraları için kullanılan brandaların alanları toplamı kaç metrekaredir?

- D A) 18 B) 24 C) 48 D) 54 E) 72

$$A(x) = 6 \cdot 3 = 18$$

$$\text{Toplam } 18 \cdot 3 = 54$$

7.



Şekildeki Çanakkale Köprüsü'nün  $|OD|$  orta açıklık uzunluğu,  $|AB|$  köprü uzunluğu,  $|OE|$  ve  $|DF|$  kuleden köprüye olan uzunluklardır.

$$|OT| = |TD|, |AO| = |DB|$$

$$|AO| = |OT| + 268 \text{ m} = 1024 + 268 = 1292$$

Köprü yolu  $x$  eksenini,  $|OE|$  kulesi  $y$  eksenini alındığında köprü orta açıklığındaki bir çelik halat

$$f(x) = \frac{159}{2 \cdot 506^2} (x^2 - 2024x + 1012^2) = \frac{159}{2 \cdot 506^2} (x - 1012)^2$$

karesel fonksiyonu ile modellenmektedir.

Buna göre,

- I. Kulelerden birinin uzunluğu 318 metredir.  $= 159.2$   
II. Köprünün orta açıklık uzunluğu 2024 metredir.  $= 318$   
III. AB köprü uzunluğu 4608 metredir.  $2 \cdot 1292 + 2024 = 4608 \text{ m}$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

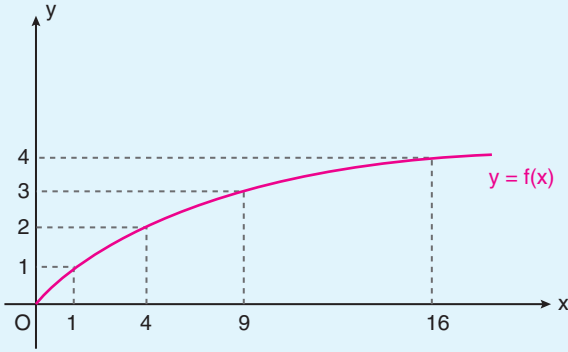
- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III  
D) I ve II E) I, II ve III

|     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1-E | 2-A | 3-E | 4-A | 5-D | 6-D | 7-E |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|

**$f(x) = \sqrt{x}$  Referans Fonksiyonu** $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x} \ (x \geq 0)$ 

fonksiyonunun alacağı değerleri tabloda gösterelim.

| x    | 0 | 1 | 2          | 4 | 9 | 16 | $\infty$ |
|------|---|---|------------|---|---|----|----------|
| f(x) | 0 | 1 | $\sqrt{2}$ | 2 | 3 | 4  | $\infty$ |

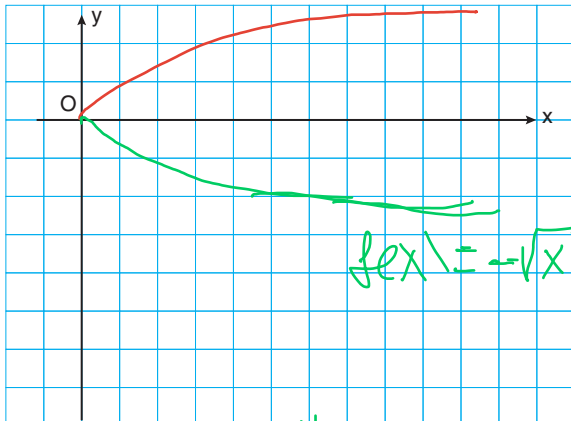
 **$f(x) = \sqrt{x}$  Referans Fonksiyonunun Nitel Özellikleri:**

- Tanım Kümesi:  $[0, \infty)$
- Görüntü Kümesi:  $[0, \infty)$
- $x \geq 0$  için  $f(x) \geq 0$
- Tanımlı olduğu aralıkta örtendir.

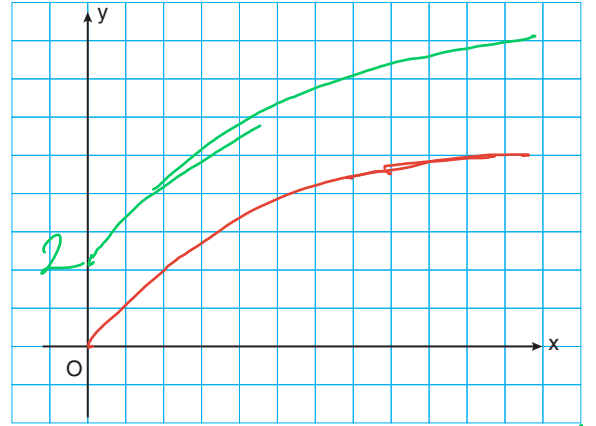
**Örnek**

Aşağıdaki fonksiyonların grafiklerini tanımlı oldukları aralıklarda  $f(x) = \sqrt{x}$  referans fonksiyonundan hareketle çizerek noktalı yerlere hangi dönüşümlerin yapıldığını yazınız.

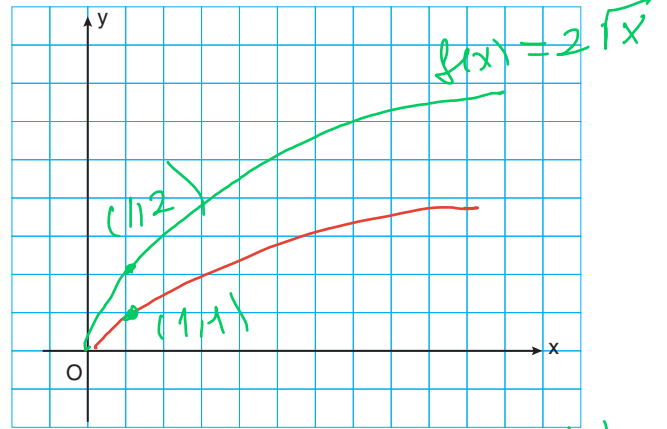
a)  $f(x) = -\sqrt{x}$

 $x$  eksenine göre yansıma

b)  $f(x) = \sqrt{x} + 2$

 $y$  ekseninin pozitif yönünde 2 birim öteleme

c)  $f(x) = 2\sqrt{x}$

 $y$  eksenine göre 2 birim dikoy daralma

Birlikte Yapalım.

1.  $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

I.  $f, \mathbb{R}'$ 'de tanımlıdır.II.  $f$ 'nin görüntü kümesi  $\mathbb{R}^+$  dir.III.  $f$ 'nin minimum değeri 0'dır.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

Yalnız III

## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

## Karekök Fonksiyonu

2.  $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^+$ ,  $f(x) = \sqrt{x}$

bağıntısı veriliyor.

Buna göre,

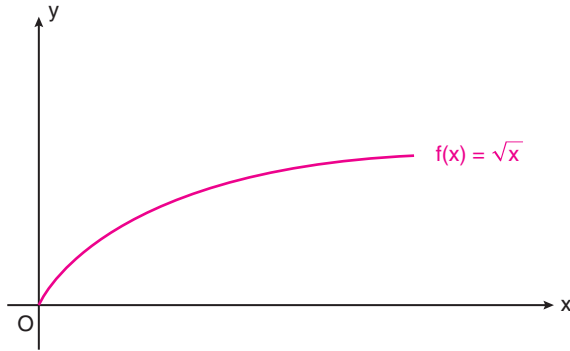
- I.  $f$ , bir fonksiyondur.  $f(0)=0 \notin \mathbb{R}^+$   
 II.  $f$ , örten bir fonksiyondur.  $f(0)=0$  sıfırla  
 III.  $f(324) = 18$ 'dir.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

Yalnız III

3.  $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{x}$

fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

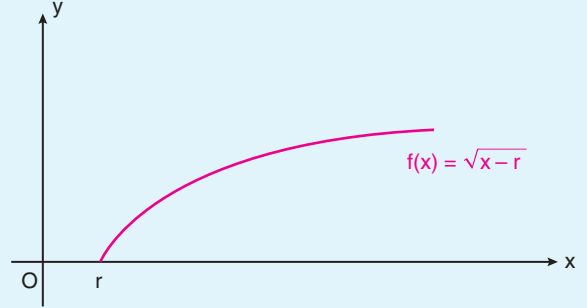


Aşağıdaki ifadeler doğru ise kutucuklara doğru ise (D) yanlış ise (Y) harfi yazınız.

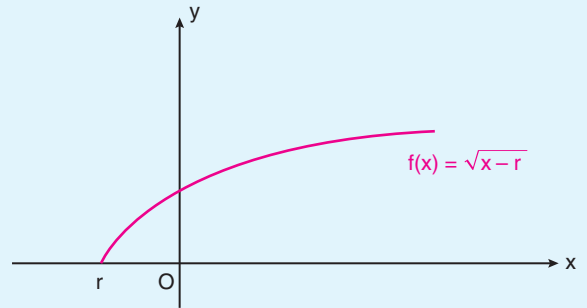
- ☒ Y  $f$ 'nin tanım kümesi  $\mathbb{R}$ 'dir.  
☒ Y  $f$ 'nin görüntü kümesi  $\mathbb{R}$ 'dir.  
☐ D  $f$ , bire bir fonksiyondur.  
☐ D  $f$ 'nin tekliği veya çiftliğinden bahsedilemez.  
☐ D  $f$ , artan bir fonksiyondur.  
☒ Y  $f$ , doğrusal bir fonksiyondur.  
☐ D  $f$ 'nin en büyük değeri yoktur.  
☐ D  $f$ 'nin minimum değeri 0'dır.

$f(x) = \sqrt{x-r} + k$  ( $a, r, k \in \mathbb{R}$   $a \neq 0$ ) Fonksiyonu

$f(x) = \sqrt{x-r}$  ( $r > 0$ ) fonksiyonu



$f(x) = \sqrt{x-r}$  ( $r < 0$ ) fonksiyonu

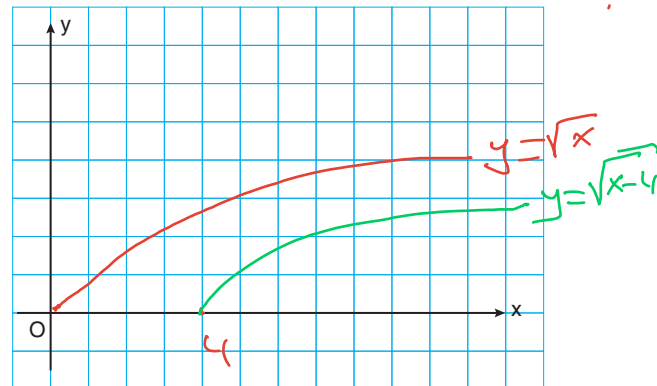


- $f$ ,  $x \geq r$  için tanımlıdır.
- $f$ 'nin görüntü kümesi:  $[0, \infty)$
- $f$ , artan bir fonksiyondur.
- $f(x) \geq 0$  dir.

## Örnek

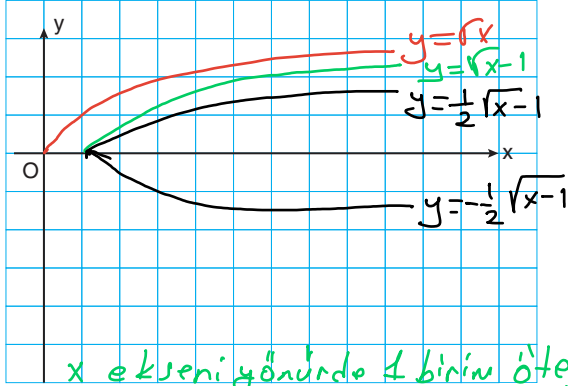
Aşağıdaki fonksiyonların grafiklerini  $f(x) = \sqrt{x}$  referans fonksiyonundan hareketle dönüşüm yaparak tanımlı oldukları aralıklarda çiziniz. Hangi dönüşümlerin yapıldığını noktalı yerlere yazınız.

a)  $f(x) = \sqrt{x+4}$



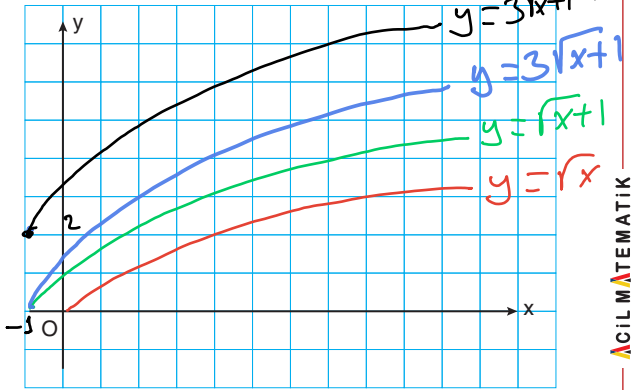
$x$  ekseninin pozitif yönünde 4 birim öteleme

b)  $f(x) = -\frac{1}{2}\sqrt{x-1}$



x eksenini yönünde 1 birim ötelen  
x ekseninde 1/2 birim yavaş daralma  
x eksenine göre yansıma

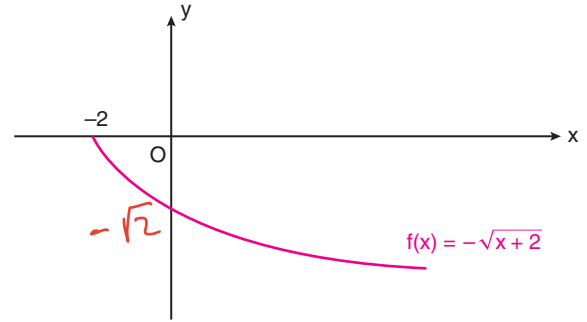
c)  $f(x) = 3\sqrt{x+1} + 2$



2. Tanımlı olduğu aralıkta,

$$f(x) = -\sqrt{x+2}$$

fonksiyonunun grafiği veriliyor.



Buna göre,

- I.  $f, [-2, \infty)$  aralığında tanımlıdır.
- II.  $f, y$  eksenini  $(0, -\sqrt{2})$  noktasında keser.
- III.  $f$ , azalan bir fonksiyondur.
- IV.  $f$ 'nin görüntü kümesi  $\mathbb{R}^-$  dir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

I, II, III

Birlikte Yapalım.

1.  $f(x) = \sqrt{x-3}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

- I.  $f$ 'nin tanım kümesi  $[3, \infty)$  aralığıdır.
- II.  $f$ 'nin sıfırı  $x = 3$ 'tür.
- III.  $f$ 'nin görüntü kümesi  $\mathbb{R}^+$  dir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

I ve II

3. Tanımlı olduğu aralıkta,

$$f(x) = -2\sqrt{x-9}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

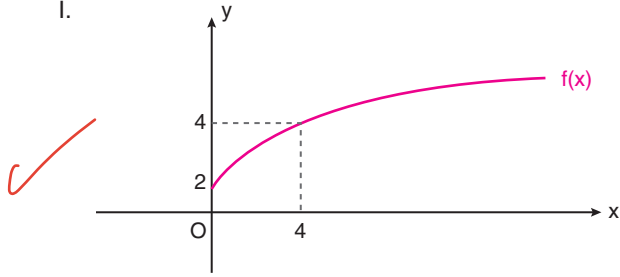
- I.  $f$ 'nin sıfırı  $x = 3$ 'tür.
- II.  $f(x) \leq 0$ 'dir.
- III.  $f$ , bire bir fonksiyondur.
- IV.  $f$ , artan bir fonksiyondur.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

II ve III

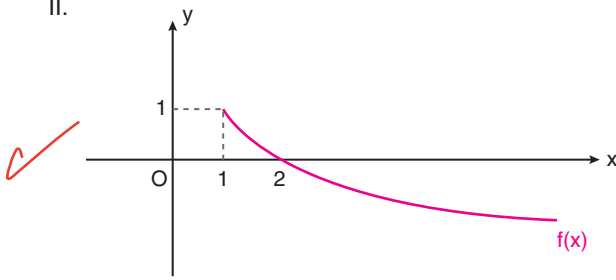
4.

I.



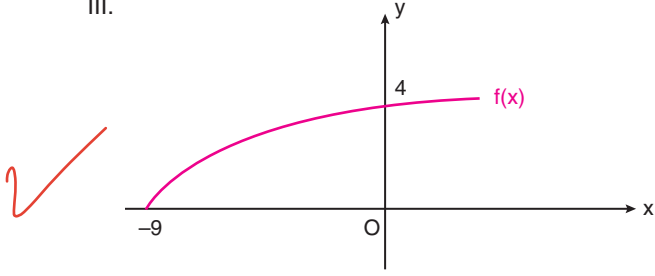
$$f(x) = \sqrt{x} + 2$$

II.



$$f(x) = -\sqrt{x-1} + 1$$

III.



$$f(x) = \sqrt{x+9} + 1$$

Yukarıda tanımlı olduğu aralıklarda grafiği verilen  
fonksiyonlardan hangileri doğru çizilmiştir?

I, II ve III

5.

$$f(x) = -\sqrt{x+1} + 9$$

fonksiyonunun tanım kümesini ve görüntü kümesini  
yazınız.

$[-1, \infty)$   
 $(-\infty, 9]$

$$f(-1) = 9$$

$$x+1 \geq 0$$

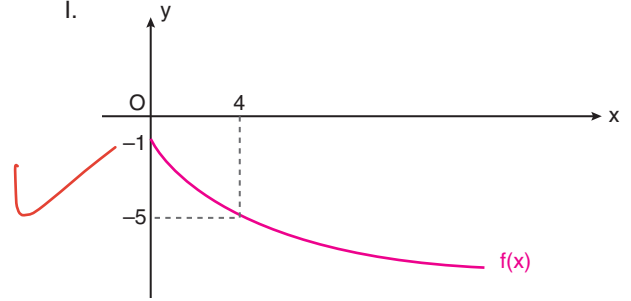
$$x \geq -1$$

$$T.K.: [-1, \infty)$$

$$D.K.: (-\infty, 9]$$

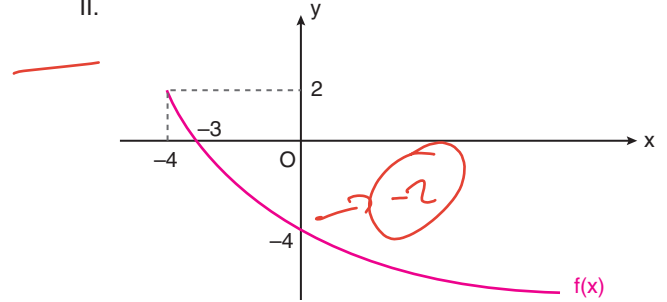
6.

I.



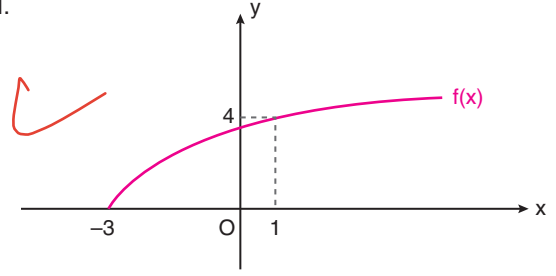
$$f(x) = -2\sqrt{x} - 1$$

II.



$$f(x) = -2\sqrt{x+4} + 2$$

III.



$$f(x) = 2\sqrt{x+3}$$

Yukarıda tanımlı olduğu aralıklarda grafiği verilen  
fonksiyonlardan hangileri doğru çizilmiştir?

I ve III

7.

$$f(x) = 2\sqrt{x+3} - 8 = 0$$

fonksiyonunun sıfırı kaçtır?

(13)

$$2(\sqrt{x+3}) = 8$$

$$\sqrt{x+3} = 4$$

$$x+3 = 16$$

$$x = 13$$

8.  $f(x) = -3\sqrt{x-1} + 6 = 0$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

✓ I. f'nin sıfırı  $x = 5$ 'tir.

✓ II. f'nin tanım aralığı  $[1, \infty)$ 'dur.

✗ III. f,  $\mathbb{R}$ 'de örten bir fonksiyondur.

I ve II ifadelerinden hangileri doğrudur?

$$\begin{aligned} 3\sqrt{x-1} &= 6 \\ \sqrt{x-1} &= 2 \\ x-1 &= 4 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

$(-\infty, 1)$  açıkta kalıyor

9.  $f(x) = -\sqrt{x-4} - 1$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

✓ I. f'nin en büyük değeri  $-1$ 'dir.

✓ II. f'nin sıfırı yoktur.

✗ III.  $\forall x \in \mathbb{R}$  için  $f(x) < 0$ 'dır.

I ve II ifadelerinden hangileri doğrudur?

$$f(4) = -1$$

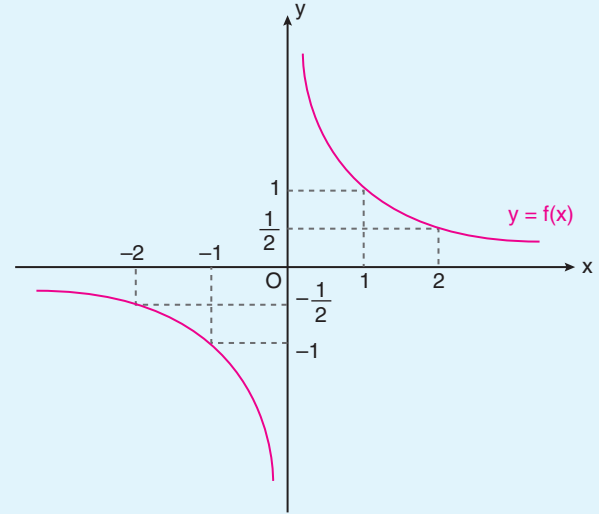
$(-\infty, 4)$  tanım sınıarı

$f(x) = \frac{1}{x}$  ( $x \neq 0$ ) Referans Fonksiyonu

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x}$  ( $x \neq 0$ )

fonksiyonunun alacağı değerleri tabloda gösterelim.

| x    | $-\infty$ | -3             | -2             | -1 | 0 | 1 | 2             | 3             | $+\infty$ |
|------|-----------|----------------|----------------|----|---|---|---------------|---------------|-----------|
| f(x) | 0         | $-\frac{1}{3}$ | $-\frac{1}{2}$ | -1 |   | 1 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | 0         |



$f(x) = \frac{1}{x}$  Referans Fonksiyonunun Nitel Özellikleri:

- f'nin tanım kümesi  $\mathbb{R} - \{0\}$ 'dir.
- f'nin görüntü kümesi  $\mathbb{R} - \{0\}$ 'dir.
- f, tanımlı olduğu aralıkta örtendir.
- f,  $(-\infty, 0)$  aralığında azalandır.
- f,  $(0, \infty)$  aralığında azalandır.

Birlikte Yapalım.

1.  $\mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

✗ I. f, örten bir fonksiyondur.

✗ II.  $x_1 < x_2$  için  $f(x_1) > f(x_2)$  dir.

✓ III.  $x > 0$  için f azalan bir fonksiyondur.

III ifadelerinden hangileri doğrudur?

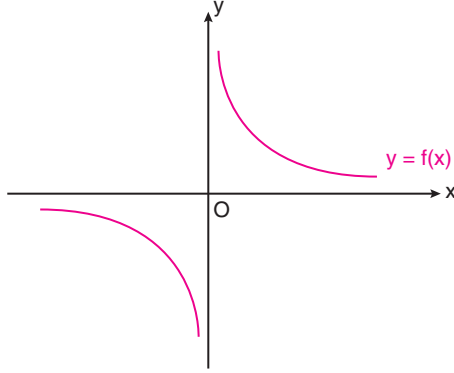
$\mathbb{R} - \{0\}$  da örten  
 $(-\infty, 0]$  ve  $[0, \infty)$   
ayrı ayrı azalan

## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

## Rasyonel Fonksiyon

2.  $f(x) = \frac{1}{x}$  ( $x \neq 0$ )

fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



Buna göre,

- I.  $x > 0$  olmak üzere,  $x$  artan değerler aldığı anda  $x$ 'in görüntüsü azalarak 0'a yaklaşır.
- II.  $x > 0$  olmak üzere,  $x$  azalan değerlerle sifıra yaklaşırken görüntüsü artarak sonsuza gider.
- III.  $x < 0$  olmak üzere,  $x$  artarak sifıra yaklaşırken görüntüsü azalarak sonsuz küçülür.
- IV.  $x < 0$  olmak üzere,  $x$  azalarak sonsuz küçülürse görüntüsü büyüyerek 0'a doğru yaklaşır.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

I, II, III ve IV

3.  $f(x) = \frac{1}{x}$  ( $x \neq 0$ )

rasyonel referans fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

- I. Rasyonel referans fonksiyonu sıfırdan farklı her sayıyı çarpmaya göre tersine dönüştürür.
- II. Sıfırdan farklı her sayı, rasyonel referans fonksiyonu altındaki görüntüsü ile ters orantılıdır.
- III. Rasyonel referans fonksiyonu çift fonksiyondur.

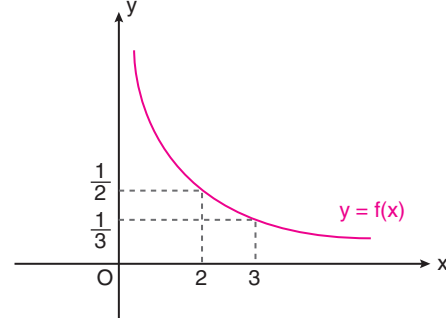
İfadelerinden hangileri doğrudur?

I ve II

tek fonksiyon

4.  $x \in \mathbb{R}^+$  olmak üzere  $f(x) = \frac{1}{x}$

fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



Buna göre,

- I.  $a, b \in \mathbb{R}^+$  ve  $a < b$  için  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$  dir.
- II.  $f$ , azalan bir fonksiyondur.

III.  $f$ 'nin minimum değeri yoktur.

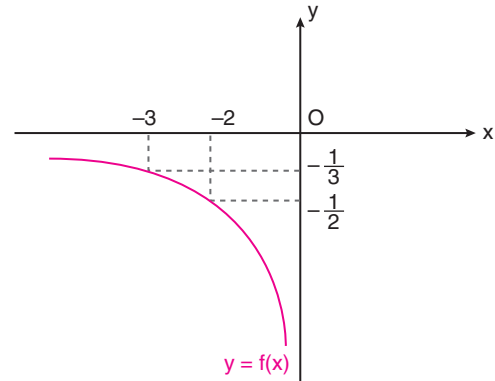
I ve II

İfadelerinden hangileri doğrudur?

(0) minimum değeri yoktur

5.  $x \in \mathbb{R}^-$  olmak üzere  $f(x) = \frac{1}{x}$

fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



Buna göre,

- I.  $a, b \in \mathbb{R}^-$  ve  $a < b$  için  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$  dir.
- II.  $f(-5) > f(-1)$
- III.  $f(-\frac{1}{4}) < f(-\frac{1}{10})$

I ve II

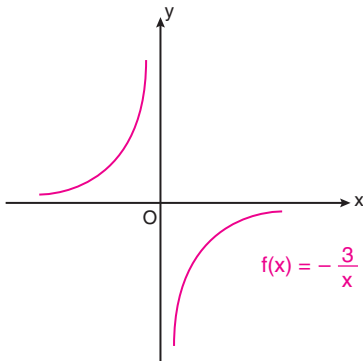
İfadelerinden hangileri doğrudur?

$f(-\frac{1}{4}) > f(-\frac{1}{10})$

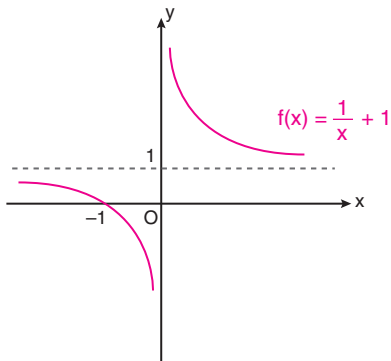


6.

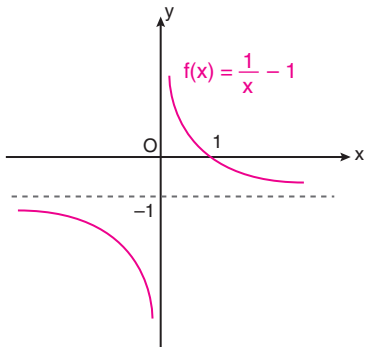
I.



II.



III.



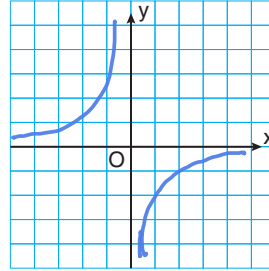
Yukarıda grafikleri verilen fonksiyonlardan hangileri doğru çizilmiştir?

I, II ve III

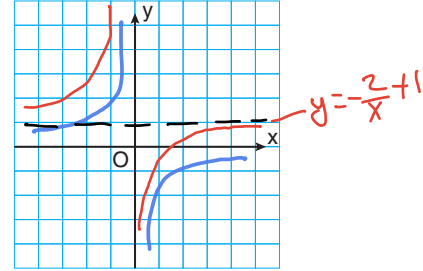
7.

Aşağıdaki fonksiyonların grafiklerini  $f(x) = \frac{1}{x}$  referans fonksiyonundan hareketle tanım aralıklarında dönüşüm yaparak çiziniz.

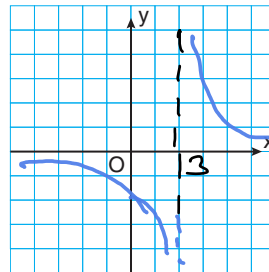
a)  $f(x) = -\frac{2}{x}$



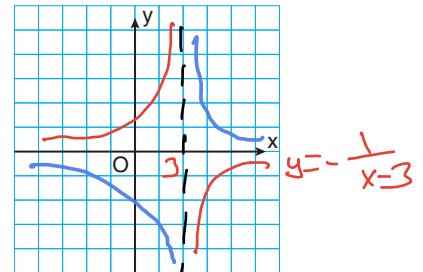
b)  $f(x) = -\frac{2}{x} + 1$



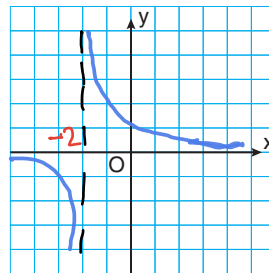
c)  $f(x) = \frac{1}{x-3}$



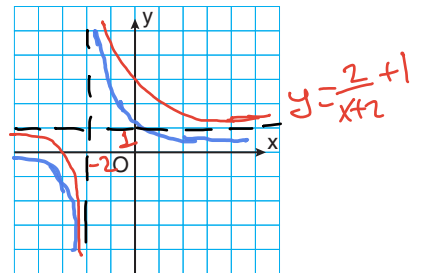
d)  $f(x) = -\frac{1}{x-3}$



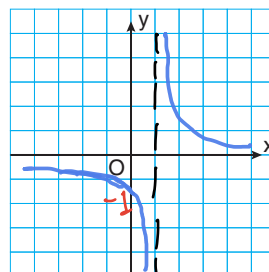
e)  $f(x) = \frac{2}{x+2}$



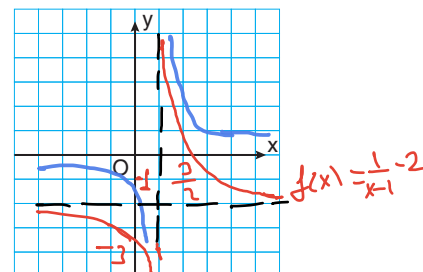
f)  $f(x) = \frac{2}{x+2} + 1$



g)  $f(x) = \frac{1}{x-1}$



h)  $f(x) = \frac{1}{x-1} - 2$



## Birlikte Yapalım.

1.  $f(x) = \frac{1}{x}$  ( $x \neq 0$ )  
fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

- ✓ I.  $x \geq 2$  için  $f$ ,  $(0, \frac{1}{2}]$  aralığında değer alır.  
 — II.  $x < 2$  için  $f$ ,  $(0, \infty)$  aralığında değer alır.  $(\frac{1}{2}, \infty) \cup (-\infty, 0)$   
 — III.  $f$ ,  $\mathbb{R}$ 'de azalan bir fonksiyondur.  $(-\infty, 0]$  ve  $[0, \infty)$  aralıklarında ayrı ayrı azalan  
 ifadelerinden hangileri doğrudur?

2.  $f(x) = \frac{1}{x}$  ( $x \neq 0$ )  
fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

- I.  $-5 \leq x \leq -\frac{1}{3}$  aralığı için  $f$ ,  $[-3, -\frac{1}{5}]$  aralığında değer alır.  
 ✓ II.  $x < -2$  için  $f$ ,  $(-\frac{1}{2}, 0)$  aralığında değer alır.  
 ✓ III.  $f$ ,  $(-\infty, 0)$  aralığında azalan bir fonksiyondur.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

II ve III

3.  $f(x) = k \cdot \frac{1}{x}$  ( $x \neq 0$ )  
fonksiyonunda  $k$  orantı katsayısıdır.

Buna göre, bir işi 4 işçi 12 günde bitirirse, aynı nitelikte 6 işçi aynı işi kaç günde bitirir?

8

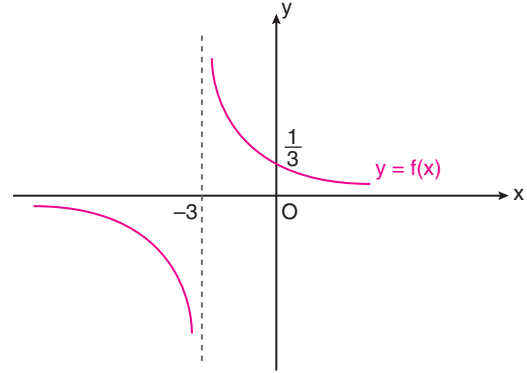
4.  $f(x) = \frac{1}{x-2}$  ( $x \neq 2$ )  
fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

- ✓ I.  $x > 2$  için  $f$  fonksiyonu azalandır.  
 — II.  $x < 2$  için  $f$  fonksiyonu artandır.  
 — III.  $f$ 'nin minimum değeri 0'dır. yoktur  
 ifadelerinden hangileri doğrudur?

5.  $f(x) = \frac{1}{x+3}$

fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



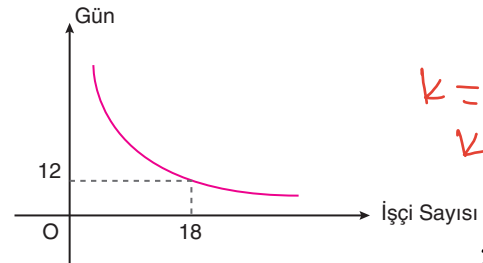
Buna göre,

- ✓ I.  $f$  fonksiyonunun tanım kümesi  $\mathbb{R} - \{-3\}$  tür.  
 ✓ II.  $f$ 'nin  $\mathbb{R}$ 'de görüntü kümesi  $\mathbb{R} - \{0\}$  dir.  
 — III.  $f$ , tek fonksiyondur. Tek veya çift değil!  
 ✓ IV.  $f$ ,  $(-\infty, -3)$  ve  $(-3, \infty)$  aralıklarında ayrı ayrı azalan bir fonksiyondur.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

I ve II

6. Bir pancar tarlasını çapalayan işçilerin tarlayı bitirme süresini veren grafik aşağıda verilmiştir.



$$k = 12 \cdot 18$$

$$k = 216$$

Buna göre,

- ✓ I. Aynı tarlayı 8 işçi 27 günde bitirir.  
 — II. Soruda verilen işçi ile gün sayısı doğru orantılıdır. ters orantılı  
 ✓ III. Grafikte orantı sabiti 216'dır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

I ve III

7. Birbirini döndüren A ve B dişli çarkları için;

- A çarkı 5 tur döndüğünde B çarkı 8 tur dönüyor.
- A ve B çarklarının diş sayıları toplamı 52'dir.

Buna göre, B çarkının diş sayısı kaçtır?

$$A \cdot 5 = B \cdot 8 = 40k$$

$$A = 8k$$

$$B = 5k$$

$$52 = 8k + 5k$$

$$52 = 13k$$

$$k = 4$$

$$B = 5 \cdot k = 5 \cdot 4 = 20$$

## Test - 1

## Karekök Fonksiyonu

## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

1.

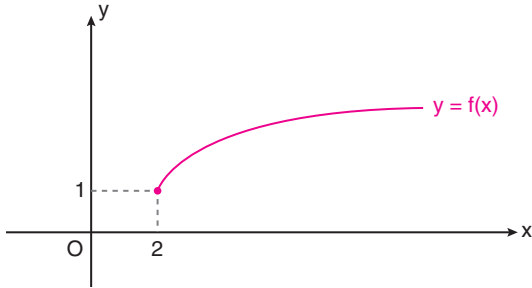
I.  $f(x) = -\sqrt{x} + 1 \Rightarrow f:[0, \infty) \rightarrow [1, \infty)$

II.  $g(x) = \sqrt{x} - 1 \Rightarrow g:[0, \infty) \rightarrow [-1, \infty)$

III.  $h(x) = \sqrt{1-x} + 1 \Rightarrow h:(-\infty, 1] \rightarrow [1, \infty)$

yukarıdaki öncüllerde verilen fonksiyonlardan hangilerinin tanım ve değer kümeleri doğru verilmiştir?

- A) Yalnız I      B) Yalnız II      C) Yalnız III  
D) I ve III      E) I, II ve III

2.  $f(x)$  fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.

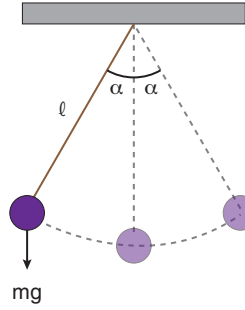
Buna göre,

- I.  $f$ ,  $\mathbb{R}$ 'de tanımlıdır.  
II.  $f$ , tanım aralığında artan bir fonksiyondur.  
III.  $f$ 'nin cebirsel temsili  $f(x) = \sqrt{x-2} + 1$  olabilir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I      B) Yalnız II      C) Yalnız III  
D) I ve III      E) II ve III

3. Aşağıda bir basit sarkacın hareketi görülmektedir.



T: Periyot

m: Cismin kütlesi

g: Yer çekimi ivmesi

l: İpin uzunluğu

Şekilde verilen basit sarkaçta periyot denklemi

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Buna göre,

I. Periyotta değişkenler ipin uzunluğu ve yer çekimi ivmesidir.

II. Periyot ipin uzunluğu ile doğru orantılıdır.

III. Periyot yer çekimi ivmesinin kare köküyle ters orantılıdır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I      B) Yalnız II      C) Yalnız III  
D) I ve II      E) I ve III

4.  $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$

$g: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x}$

fonksiyonları veriliyor.

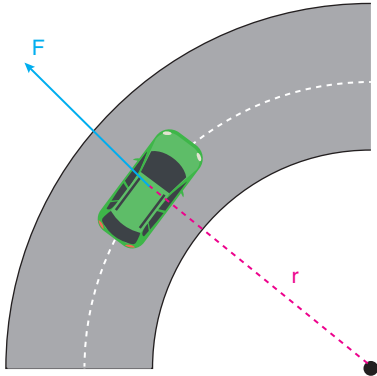
Buna göre,

I.  $f$  artan ve  $g$  azalan fonksiyondur.II.  $f(x) = g(x)$  denkleminin sıfırlarının kümesi  $\{1\}$ 'dir.III.  $f$  ve  $g$  artan fonksiyonlardır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I      B) Yalnız II      C) Yalnız III  
D) I ve II      E) I ve III

5.



Şekilde virajda hareket eden bir arabanın merkezkaç kuvveti için;

F: merkezkaç kuvveti

m: kütle

$\omega$ : açısal hız

r: merkezden olan uzaklık

olmak üzere

$$F = m \cdot \omega^2 \cdot r \text{ ve } \omega = \sqrt{\frac{F}{m \cdot r}} \text{ dir.}$$

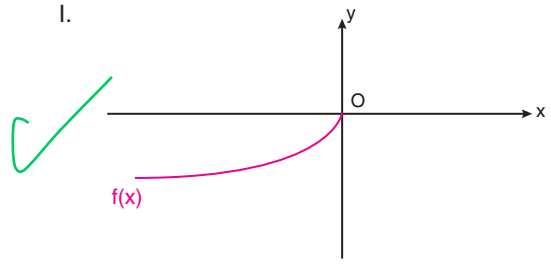
Buna göre,

- I. Merkezkaç kuvvetini etkileyen değişkenler yarıçap ve küttedir. *m,  $\omega^2$  ve r*
- II. Açısal hız, merkezkaç kuvveti ile doğru orantılıdır. *açısal hızın karesi ( $\omega^2$ )*
- III. Açısal hız, merkezkaç kuvvetinin kareköküyle doğru  $\sqrt{m \cdot r}$  çarpımı ile ters orantılıdır.

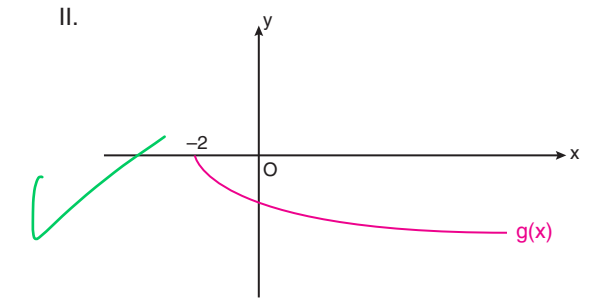
ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
- D) I ve II E) II ve III

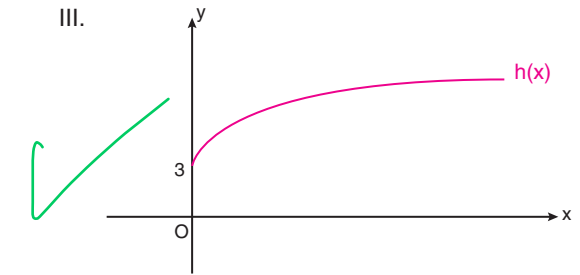
6.



$$f: (-\infty, 0] \rightarrow (-\infty, 0], f(x) = -\sqrt{-x}$$



$$g: [-2, \infty) \rightarrow (-\infty, 0], g(x) = -\sqrt{x+2}$$



$$h: [0, \infty) \rightarrow [3, \infty), h(x) = \sqrt{x+4} + 1$$

Yukarıda öncüllerde grafikleri verilen fonksiyonlardan hangileri doğru çizilmiştir?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
- D) I ve III E) I, II ve III

|     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1-D | 2-E | 3-E | 4-C | 5-C | 6-E |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|

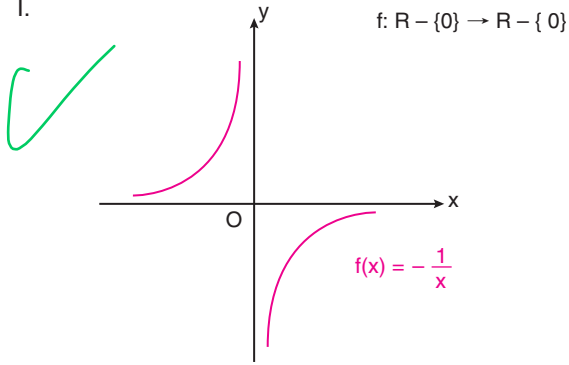
## Test - 2

## Rasyonel Fonksiyon

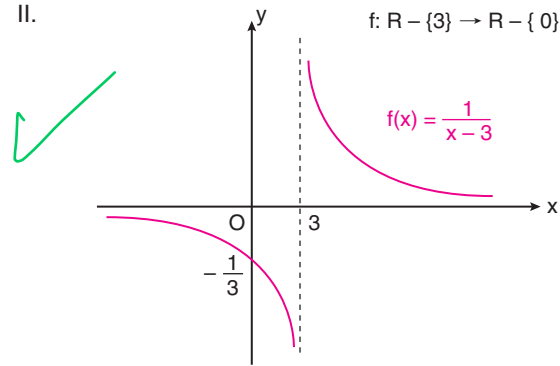
## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

1.

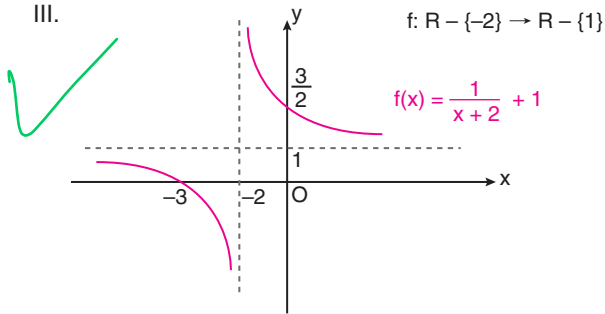
I.



II.

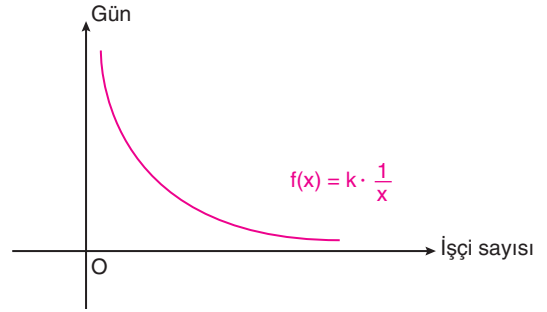


III.



Yukarıda öncüllerde verilen fonksiyonlardan hangilerinin grafikleri doğru çizilmiştir?

- A) Yalnız I      B) Yalnız II      C) I ve II  
D) II ve III      E) I, II ve III

2.  $f(x)$  fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.

İşçi problemlerinin çözümünde kullanılan fonksiyonun grafiği yukarıda modellenmiştir.

Buna göre,

- I. Bağımlı değişken bağımsız değişkene göre ters orantılıdır.  
II.  $f$ , azalan bir fonksiyondur.  
III.  $k$ , orantı katsayısı pozitif bir sayıdır.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I      B) Yalnız II      C) Yalnız III  
D) I ve III      E) I, II ve III

$$f(x) = k \cdot \frac{1}{x} \Rightarrow 24 = k \cdot \frac{1}{4} \Rightarrow k = 96$$

3. Boş bir havuzu özdeş 4 musluk 24 saatte dolduruyor.

Buna göre aynı havuzu,

- I. Özdeş aynı 6 musluk 16 saatte doldurur.  $k = 6 \cdot 16 = 96$   
II. Musluk sayısı ve dolma süresi ters orantılıdır.  
III. Muslukların akış hızı ve dolma süresi ters orantılıdır. *doğru*

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I      B) Yalnız II      C) I ve II  
D) II ve III      E) I, II ve III

## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

## Rasyonel Fonksiyon

4. Kışın bir çiftlikte 60 koyuna 90 gün yetecek yiyecek vardır.

$$k = 60 \cdot 90 = 5400$$

Buna göre,

- I. Aynı yiyecek 40 koyuna 135 gün yeter.  $40 \cdot 135 = 5400$   
 II. Ters orantı katsayısı 5400'dür.  
 III. Yiyecek ve gün sayıları  $f(x) = k \cdot x$  fonksiyonu ile bulunabilir.

$$f(x) = k \cdot \frac{1}{x}$$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

C

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II  
 D) I ve III E) II ve III

5. Boş bir havuzu A musluğu 6 saatte, B musluğu aynı havuzu 12 saatte dolduruyor.

Buna göre,

- I. İki musluk birlikte aynı havuzu 6 saatten daha kısa sürede doldurur.  
 II. B musluğunun akış hızı A musluğunun akış hızından fazladır.  
 III. Saat ve dolum süresi doğru orantılıdır.

Ters

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III  
 D) I ve II E) I, II ve III

$$6. \quad f(x) = -\frac{1}{1-x} - 2$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

- I.  $f$ 'nin görüntü kümesi  $\mathbb{R} - \{-2\}$ 'dir.  
 II.  $f$ , tanımlı olduğu aralıkta artandır.  $(-\infty, 1)$  ve  $(1, \infty)$   
 III.  $f$ 'nin sıfırı  $-3$ 'tür.  $3/2$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

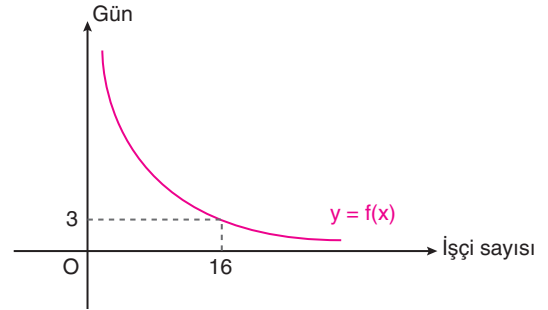
A

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II  
 D) I ve III E) II ve III

$$\begin{aligned} -\frac{1}{1-x} - 2 &= 0 \\ -\frac{1}{1-x} &= 2 \\ \frac{1}{1-x} &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x-1 &= \frac{1}{2} \\ x &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

7.  $f(x)$  fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



Yukarıda bir işyerinde 16 işçinin 3 günde bitirdiği bir iş modellenmiştir.

Buna göre,

- I. Orantı katsayısı  $\frac{16}{3}$  tür.  $k = 3 \cdot 16 = 48$   
 II. İşçi sayısı yarıya indirildiğinde gün sayısı 2 katına çıkar.  
 III.  $f(x) = \frac{48}{x}$  tir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

D

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III  
 D) II ve III E) I, II ve III

8. Kaan 6 günde bitirdiği bir işi Furkan 10 günde bitiriyor.

Buna göre,

- I. Kaan'ın 15 günde bitirdiği bir işi Furkan 25 günde bitirir.  
 II. Kaan'ın çalışma hızı 5V ise Furkan'ın çalışma hızı 3V'dir.  
 III. Bu problemi modelleyen fonksiyon

$$f(x) = \frac{60}{x} \text{ tir.}$$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

E

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II  
 D) I ve II E) I, II ve III

|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| 1-C | 2-E | 3-C | 4-C |
| 5-A | 6-A | 7-D | 8-E |

## Bir Fonksiyonun Tersi

$f: A \rightarrow B$ 'ye bire bir ve örten bir fonksiyon olmak üzere,  $B$ 'den  $A$ 'ya tanımlanan fonksiyona  $f$  fonksiyonunun **tersi** denir.

$f^{-1}: B \rightarrow A$  şeklinde gösterilir.

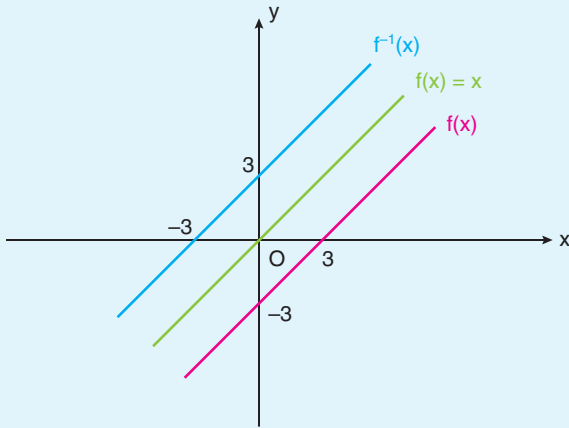
Bir  $f$  fonksiyonunun tersinin grafiği,  $f$ 'nin grafiğinin  $y = x$  doğrusuna göre simetriğidir.

- $f(x) = x - 3$  fonksiyonunun tersinin grafiğini çizelim.

|        |           |      |      |      |      |      |     |          |
|--------|-----------|------|------|------|------|------|-----|----------|
| $x$    | $-\infty$ | $-2$ | $-1$ | $0$  | $1$  | $2$  | $3$ | $\infty$ |
| $f(x)$ | $-\infty$ | $-5$ | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $\infty$ |

|             |           |      |      |      |      |      |     |          |
|-------------|-----------|------|------|------|------|------|-----|----------|
| $f^{-1}(x)$ | $-\infty$ | $-5$ | $-4$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $\infty$ |
| $x$         | $-\infty$ | $-2$ | $-1$ | $0$  | $1$  | $2$  | $3$ | $\infty$ |



Fonksiyonun tersini cebirsel olarak bulalım.

$$f(x) = x - 3 \Rightarrow y = x - 3$$

Burda  $x$  gördüğümüz yere  $y$ ,  $y$  gördüğümüz yere  $x$  yazalım.

$$x = y - 3$$

$y$ 'yi yalnız bırakıp ters fonksiyonumuzu bulalım.

$$x + 3 = y \Rightarrow y = x + 3 \Rightarrow y = f^{-1}(x) = x + 3$$

Bazı Fonksiyonların Terslerinin Cebirsel Kuralı:

- $f(x) = x + b \Rightarrow f^{-1}(x) = x - b$
- $f(x) = x - b \Rightarrow f^{-1}(x) = x + b$
- $f(x) = -x + b \Rightarrow f^{-1}(x) = -x + b$
- $f(x) = ax + b \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x - b}{a}$

## Birlikte Yapalım.

- Aşağıdaki  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 'ye tanımlı fonksiyonların terslerini cebirsel olarak bulunuz.

a)  $f(x) = x + 8$   
 $x - 8$

$$y = x + 8 \rightarrow x = y + 8 \rightarrow y = f^{-1}(x) = x - 8$$

b)  $f(x) = -x + 12$   
 $-x + 12$

$$f^{-1}(x) = -x + 12$$

c)  $f(x) = 2x + 8$   
 $(x - 8)/2$

$$f^{-1}(x) = \frac{x - 8}{2}$$

d)  $f(x) = -3x + 18$   
 $(18 - x)/3$

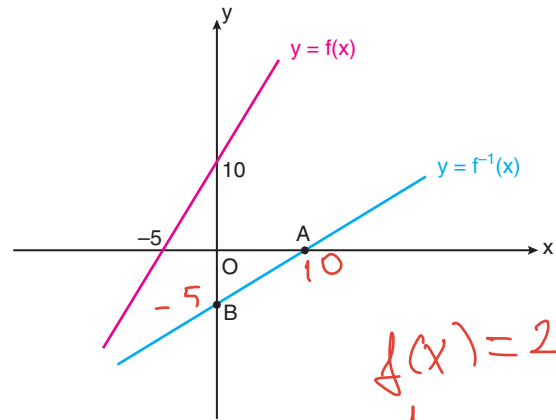
$$f^{-1}(x) = \frac{x - 18}{-3} = -\frac{1}{3}x + 6$$

e)  $f(x) = \frac{1}{3}x - 12$   
 $3x + 36$

$$y = \frac{1}{3}x - 12 \rightarrow x = \frac{1}{3}y - 12 \Rightarrow \frac{1}{3}y = x + 12 \Rightarrow y = 3x + 36$$

- $f(x) = 2x + 10$

fonksiyonu ve  $f^{-1}(x)$  fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



$$f(x) = 2x + 10$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x - 5$$

Buna göre,

- A noktasının koordinatı  $A(10, 0)$ 'dir.
- B noktasının koordinatı  $B(0, -5)$ 'tir.
- $f^{-1}(x) = 2x - 10$ 'dur.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

I ve II

## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

## Ön Değerlendirme Soruları

Doğrusal Fonksiyon  
Tersi

3.

I.  $f(x) = -x + 4 \Rightarrow f^{-1}(x) = -x + 4$ 'tür.

II.  $f(x) = 2x - 6 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x + 3$ 'tür.

III.  $f(x) = \frac{1}{4}x + 8 \Rightarrow f^{-1}(x) = 4x - 32$ 'dir.

Yukarıdaki öncüllerde verilen ifadelerden hangileri doğrudur?

I, II ve III

4.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ve  $f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  $y = f(x)$  fonksiyonunun tersi  $x = f^{-1}(y)$ 'dir.

Buna göre,

I.  $f$ ,  $\mathbb{R}$ 'de bire bir fonksiyondur.II.  $f$ ,  $\mathbb{R}$ 'de örten bir fonksiyondur.III.  $f$ , doğrusal fonksiyondur.

olmayabilir

ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

I ve II

5.

$f^{-1}(x) = \frac{1}{4}x - 24$

fonksiyonu veriliyor.

 $f(x)$  fonksiyonunun cebirsel temsilini bulunuz.

4x + 96

$$f(x) = \frac{x+24}{\frac{1}{4}} = 4x+96$$

6.

 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 'ye tanımlı olduğu aralıkta,  $y = f(x)$  fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

I. Bir  $f$  fonksiyonunun tersinin tersi kendisidir.II. Bir  $f$  fonksiyonu bire bir fonksiyon ise ters fonksiyonu vardır.III. Bir  $f$  fonksiyonu örten bir fonksiyon ise ters fonksiyonu vardır.

örten de olmalı

bire bir de olmalı

ifadelerinden hangileri doğrudur?

7.

I.  $f(x) = 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = 2$

II.  $f(x) = 2x \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x}{2}$

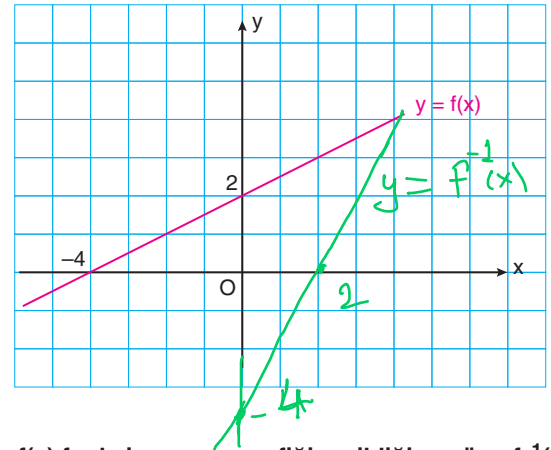
III.  $f(x) = -x \Rightarrow f^{-1}(x) = -x$

yukarıdaki ifadelerden hangileri doğrudur?

II ve III

birebir değil

8.



$y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verildiğine göre,  $f^{-1}(x)$  fonksiyonunun grafiğini aynı şekil üzerinde çizerek gösteriniz.

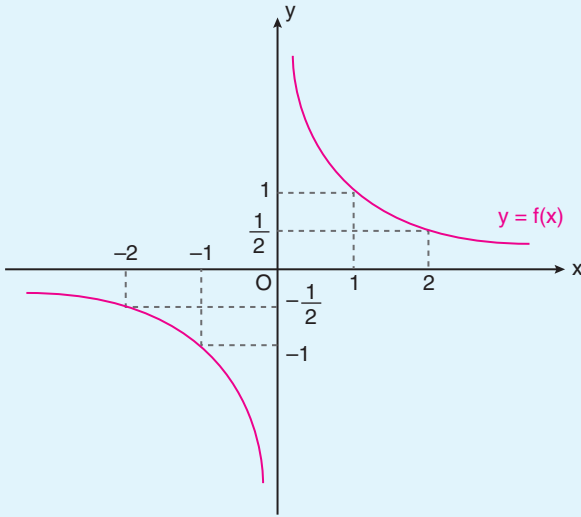


**$f(x) = \frac{1}{x}$  ( $x \neq 0$ ) Referans Fonksiyonunun Ters Fonksiyonu**

|        |           |                |                |    |   |   |               |               |           |
|--------|-----------|----------------|----------------|----|---|---|---------------|---------------|-----------|
| $x$    | $-\infty$ | -4             | -2             | -1 | 0 | 1 | 2             | 4             | $+\infty$ |
| $f(x)$ | 0         | $-\frac{1}{4}$ | $-\frac{1}{2}$ | -1 |   | 1 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ | 0         |

|             |           |                |                |    |   |   |               |               |           |
|-------------|-----------|----------------|----------------|----|---|---|---------------|---------------|-----------|
| $x$         | 0         | $-\frac{1}{4}$ | $-\frac{1}{2}$ | -1 | 0 | 1 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ | 0         |
| $f^{-1}(x)$ | $-\infty$ | -4             | -2             | -1 |   | 1 | 2             | 4             | $+\infty$ |



$$f(x) = \frac{1}{x}$$

$$y = \frac{1}{x}$$

$$x = \frac{1}{y}$$

$$f^{-1}(y) = \frac{1}{y} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{x}$$

Rasyonel referans fonksiyonunda  $x$  ve  $y$  yer değiştirildiğinde fonksiyonda değişiklik olmuyor. Bu durumda rasyonel fonksiyonun ters fonksiyonu kendisidir.

**$f(x) = x^2$  Referans Fonksiyonunun Ters Fonksiyonu**

- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2$  fonksiyonu bire bir ve örten fonksiyon olmadığı için tersi yoktur.
- $f: [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ ,  $f(x) = x^2$  fonksiyonu bire bir ve örten fonksiyon olduğu için tersi vardır.
- $f: (-\infty, 0] \rightarrow (-\infty, 0]$ ,  $f(x) = x^2$  fonksiyonu bire bir ve örten fonksiyon olduğu için tersi vardır.

**Örnek**

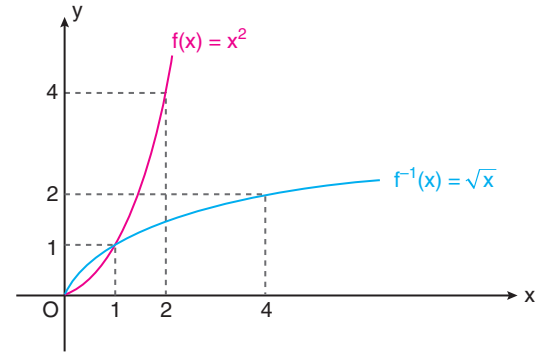
$$f: [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$$

$$f(x) = x^2$$

fonksiyonunun tersinin grafiğini çiziniz.

|        |   |   |   |   |    |           |
|--------|---|---|---|---|----|-----------|
| $x$    | 0 | 1 | 2 | 3 | 4  | $+\infty$ |
| $f(x)$ | 0 | 1 | 4 | 9 | 16 | $+\infty$ |

|             |   |   |   |   |    |           |
|-------------|---|---|---|---|----|-----------|
| $x$         | 0 | 1 | 4 | 9 | 16 | $+\infty$ |
| $f^{-1}(x)$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4  | $+\infty$ |



- $f: [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$   $f(x) = x^2$  fonksiyonunun cebirsel temsili:

$$f(x) = x^2$$

$$y = x^2$$

$$x = y^2$$

$$y = \sqrt{x} \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x}$$

*Birlikte Yapalım.*

1.  $f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R} - \{1\}$

$$f(x) = \frac{1}{x} + 1$$

fonksiyonu veriliyor.

**Buna göre,  $f$  fonksiyonunun cebirsel temsili bulunuz.**

$1/x - 1$

$$y = \frac{1}{x} + 1$$

$$x = \frac{1}{y-1}$$

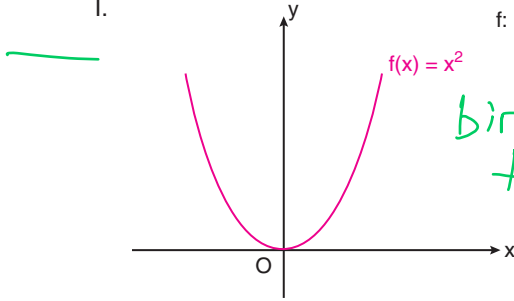
$$x-1 = \frac{1}{y}$$

$$y = \frac{1}{x-1}$$

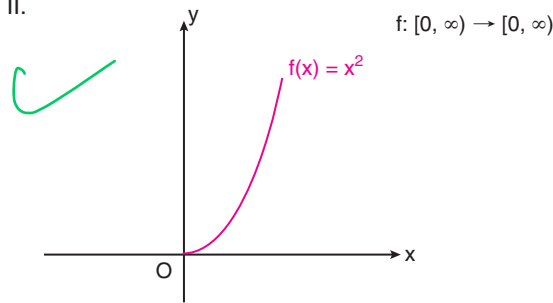
$$f^{-1}(x) = \frac{1}{x-1}$$

2.

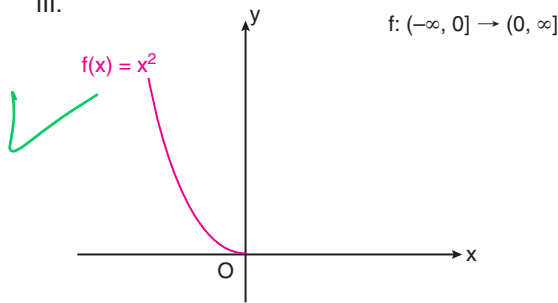
I.

birebir değil  
tersi yok

II.



III.



Yukarıda öncüllerde grafiği verilen fonksiyonların hangilerinin ters fonksiyonu vardır?

II ve III

3.  $f: [0, \infty) \rightarrow [-1, \infty)$ 

$$f(x) = x^2 - 1$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,  $f$  fonksiyonunun tersinin cebirsel temsilini bulunuz. $\sqrt{x+1}$ 

$$y = x^2 - 1$$

$$x = y^2 - 1$$

$$x + 1 = y^2$$

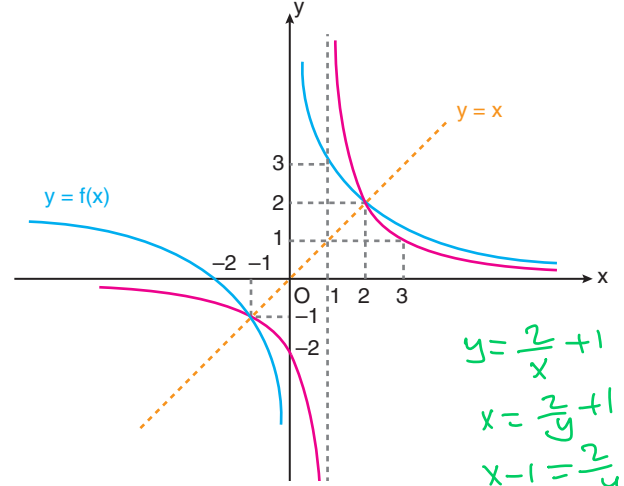
$$y = \pm \sqrt{x+1}$$

$$y = \sqrt{x+1}$$

4.  $f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R} - \{2\}$ 

$$f(x) = \frac{2}{x} + 1$$

fonksiyonunun grafiği ile ters fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



$$y = \frac{2}{x} + 1$$

$$x = \frac{2}{y-1} + 1$$

$$x-1 = \frac{2}{y-1}$$

Buna göre,

I.  $f^{-1}(x) = \frac{2}{x-1}$  dir.

$$f^{-1}(x) = y = \frac{2}{x-1}$$

II. Kırmızı ile çizilen grafik  $f^{-1}(x)$ 'in grafiğidir.III.  $f(x)$  fonksiyonu  $x = 0$  noktasında ve  $f^{-1}(x)$  fonksiyonu  $x = 2$  noktasında tanımsızdır. $x = -1$  de tanımsız

İfadelerinden hangileri doğrudur?

I ve II

5.  $f: [3, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ 

$$f(x) = (x-3)^2$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,  $f$  fonksiyonunun tersinin cebirsel temsilini bulunuz. $3 + \sqrt{x}$ 

$$y = (x-3)^2$$

$$x = (y-3)^2$$

$$|y-3| = \sqrt{x}$$

$$y = 3 \pm \sqrt{x}$$

$$y = 3 + \sqrt{x}$$

6.  $f: [-1, \infty) \rightarrow [-1, \infty)$ 

$$f(x) = -(x+1)^2$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,  $f$  fonksiyonunun tersinin cebirsel temsilini bulunuz. $y = -1 + \sqrt{-x}$ 

$$y = -(x+1)^2$$

$$x = -(y+1)^2$$

$$(y+1)^2 = -x$$

$$y+1 = \pm \sqrt{-x}$$

$$y = -1 \pm \sqrt{-x}$$

$$y = -1 + \sqrt{-x}$$

## Test - 1

## Bir Fonksiyonun Ters

## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

1.

I.  $f(x) = 2x - 3 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+3}{2}$

II.  $f(x) = -x + 5 \Rightarrow f^{-1}(x) = -x + 5$

III.  $f: \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{0\}$

$$f(x) = \frac{1}{x-1} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{x} + 1$$

Yukarıdaki öncüllerde verilen fonksiyonlardan hangilerinin ters fonksiyonlarının cebirsel temsilleri doğru verilmiştir?

E

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II  
D) II ve III E) I, II ve III

2.

I.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 3$

II.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -x - 5$

III.  $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+, f(x) = x^2 + 4$

Yukarıdaki öncüllerde verilen fonksiyonlardan hangilerinin ters fonksiyonları vardır?

D

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II  
D) II ve III E) I, II ve III

3.

$$f: \mathbb{R} - \{a\} \rightarrow \mathbb{R} - \{b\}$$

$$f(x) = 2\sqrt{x-6} + 8$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,  $a \cdot b$  çarpımı kaçtır?

- A) 15 B) 36 C) 48 D) 54 E) 60

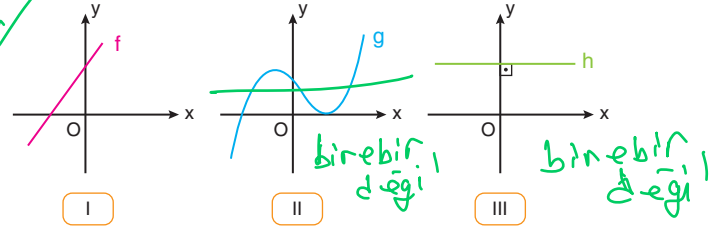
$$y - 8 = 2\sqrt{x-6}$$

$$\frac{y-8}{2} = \sqrt{x-6}$$

$$x-6 = \frac{1}{4}(y-8)^2$$

$$y = 6 + \frac{1}{4}(x-8)^2$$

4.



Yukarıdaki öncüllerde grafikleri verilen fonksiyonlardan hangilerinin ters fonksiyonları vardır?

A

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II  
D) II ve III E) I, II ve III

5.

$$f: \mathbb{R} - \{-1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{-3\}$$

$$f(x) = \frac{1}{x+1} - 3$$

tanımlı olduğu aralıkta  $f$  fonksiyonunun tersinin kuralı aşağıdakilerden hangisidir?

B

- A)  $\frac{1}{x-1} + 3$  B)  $\frac{1}{x+3} - 1$  C)  $\frac{1}{x-1} - 3$   
D)  $\frac{1}{x-3} - 1$  E)  $\frac{1}{x-3} + 1$

6.

I.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R},$

$$f(x) = x^2 \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x}$$

II.  $f: [1, \infty) \rightarrow [1, \infty),$

$$f(x) = (x-1)^2 \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x} + 1$$

III.  $f: (-\infty, 0] \rightarrow [-4, \infty),$

$$f(x) = x^2 - 4 \Rightarrow f^{-1}(x) = -\sqrt{x+4}$$

Yukarıdaki öncüllerde verilen fonksiyonlardan hangilerinin ters fonksiyon kuralları doğru verilmiştir?

D

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II  
D) II ve III E) I, II ve III

7. f: "Bir x sayısının 2 katının 5 eksiği"

DDD olduğuna göre,  $f^{-1}(x)$  aşağıdakilerden hangisidir?

- A) "Bir x sayısının 2 katının 5 fazlası"  
 B) "Bir x sayısının -2 katının 5 fazlası"  
 C) "Bir x sayısının 5 fazlasının 5 te biri"  
 D) "Bir x sayısının 5 fazlasının yarısı"  
 E) "Bir x sayısının 5 eksiğinin yarısı"

$$f(x) = 2x + 5$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x-5}{2}$$

8. f:  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = 2x - 12 = 8 \Rightarrow 2x = 20 \Rightarrow x = 10$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,  $f^{-1}(8)$  değeri kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

9.

I.  $f(x) = x$

II.  $f(x) = -x + 4$

III.  $f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R} - \{0\}$ ,

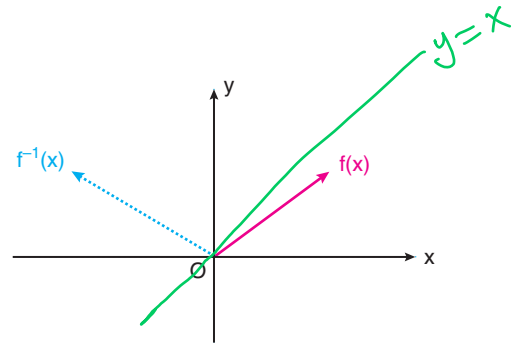
$f(x) = \frac{1}{x}$

Yukarıdaki öncüllerde verilen fonksiyonlardan hangilerinin ters fonksiyonları kendilerine eşittir?

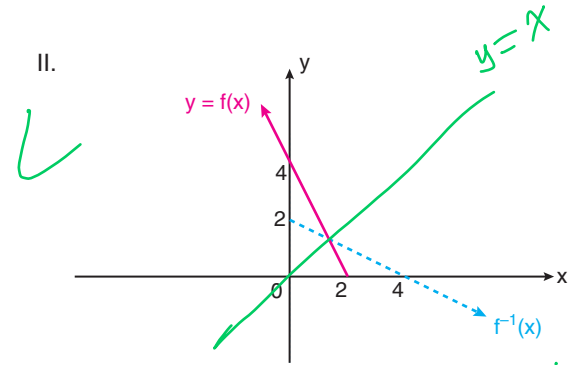
- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II  
 D) I ve III E) I, II ve III

10.

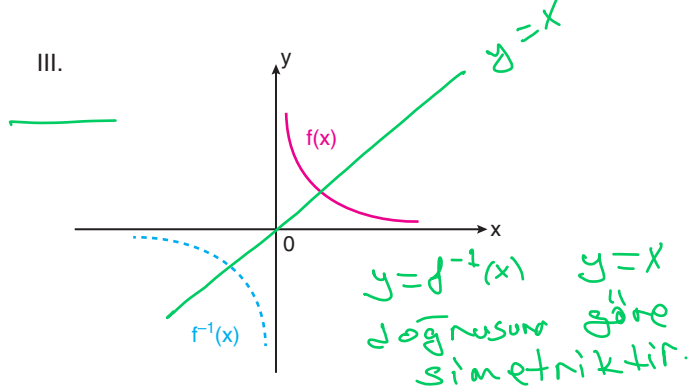
I.



II.



III.



Yukarıdaki öncüllerden hangilerinde  $y = f(x)$ 'in verilen grafiğine göre,  $y = f^{-1}(x)$ 'in grafiği doğru olarak çizilmiştir?

BBB

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III  
 D) I ve II E) II ve III

|     |     |     |     |      |
|-----|-----|-----|-----|------|
| 1-E | 2-E | 3-C | 4-A | 5-B  |
| 6-D | 7-D | 8-B | 9-E | 10-B |

## İkinci Dereceden Denklemler

Harezmi'nin üzerinde çalıştığı ikinci dereceden üç tip denklemin ifadesi bugünkü yazım şekliyle

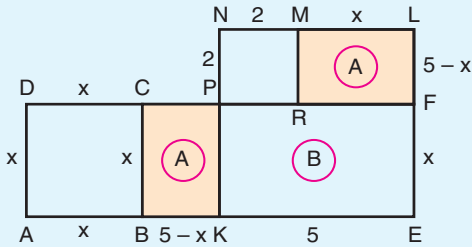
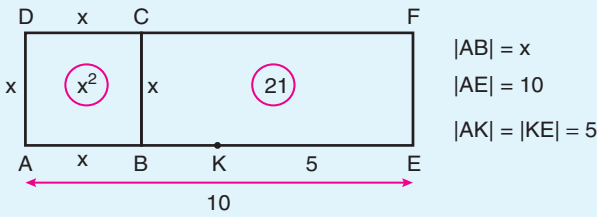
- $x^2 + ax = b$
- $x^2 + b = ax$
- $x^2 = ax + b$

Birinci denklemin geometrik çözümünü  $x^2 + 10x = 39$  denklemini ile açıklamıştık.

Harezmi ve Abdülhamid bin Türk'ün geometrik çözümünü

$$x^2 + 21 = 10x$$

denkleminde açıklayalım.



Alanı 25 birimkare olan KELN karesini oluşturalım.

BKPC dikdörtgenine eş RFLM dikdörtgenini oluşturalım.

NPRM kare olur.

$$A(KELN) = A + B + A(NPRM)$$

$$25 = 21 + A(NPRM)$$

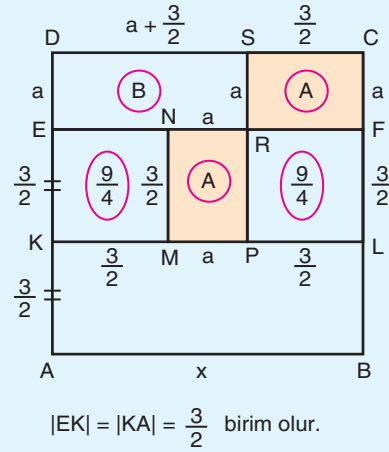
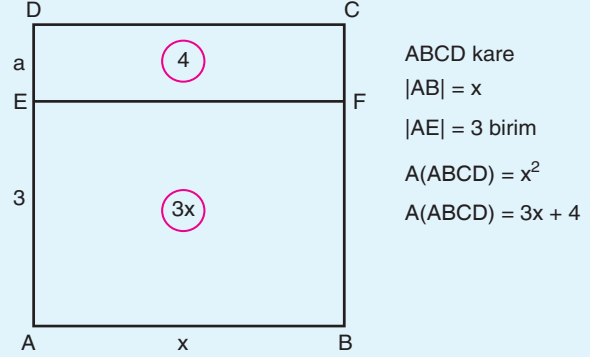
$A(NPRM) = 4$  böylece  $INPI = 2$  birim ve

$x = 3$  birim olarak bulunur. Bu da denklemin pozitif köküdür.

Harezmi'nin

$$x^2 = 3x + 4$$

denkleminin çözümünü geometrik yolla açıklaması



EKMN ve DKPS karelerini oluşturalım.

$$A(MPRN) = A(RFCS) = A$$

$$A(DKPS) = \frac{9}{4} + A + B$$

$$= \frac{9}{4} + 4$$

$$|DK|^2 = \frac{25}{4}$$

$$|DK| = \frac{5}{2}$$

$$a + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$$

$$a = 1$$

$$|AB| = x = 4 \text{ birim}$$

Diğer kök  $-1$  ama Harezmi zamanında negatif sayılar bilinmiyordu.

$ax^2 + bx + c = 0$  Denkleminin Köklerinin Varlığının incelenmesi

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} = 0$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right) = 0$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right)$$

$$\left|x + \frac{b}{2a}\right| = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

I.  $b^2 - 4ac \geq 0$  ise  $x \in \mathbb{R}$ 'dir.

Denklemin iki gerçek kökü vardır.

II.  $b^2 - 4ac < 0$  ise  $\sqrt{b^2 - 4ac} \notin \mathbb{R}$  ve  $x \notin \mathbb{R}$ 'dir.

Denklemin gerçek kökü yoktur.

III.  $a \cdot c < 0$  ise

Denklemin iki gerçek kökü vardır.

*Birlikte Yapalım.*

1. Aşağıdaki denklemlerin çözüm kümelerini  $\mathbb{R}$ 'de bulunuz.

a)  $x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$   
{-1, 1}

b)  $x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$   
{-3, 3}

c)  $x^2 + 1 = 0$   
 $\emptyset$

d)  $4x^2 - 1 = 0 \Rightarrow 4x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{2}$   
{-1/2, 1/2}

e)  $9x^2 - 16 = 0 \Rightarrow 9x^2 = 16 \Rightarrow x^2 = \frac{16}{9} \Rightarrow x = \pm \frac{4}{3}$   
{-4/3, 4/3}

f)  $x^2 - 8 = 0 \Rightarrow x^2 = 8 \Rightarrow x = \pm \sqrt{8}$   
 $x = \pm 2\sqrt{2}$   
{-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}}

2. Aşağıdaki denklemlerin çözüm kümelerini bulunuz.

a)  $x^2 + 3x = 0 \Rightarrow x(x+3) = 0 \Rightarrow x = 0 \vee x = -3$   
{-3, 0}

b)  $x^2 - 9x = 0 \Rightarrow x(x-9) = 0 \Rightarrow x = 0 \vee x = 9$   
{0, 9}

c)  $2x^2 - 5x = 0 \Rightarrow x(2x-5) = 0 \Rightarrow x = 0 \vee x = \frac{5}{2}$   
{0, 5/2}

d)  $3x^2 = 12x \Rightarrow 3x^2 - 12x = 0 \Rightarrow 3x(x-4) = 0$   
 $x = 0 \vee x = 4$   
{0, 4}

3. Aşağıdaki denklemlerin sıfırlarını tam kareye tamamlayarak bulunuz.

a)  $x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1$   
{-1}

b)  $x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 = 0 \Rightarrow x = 2$   
{2}

c)  $x^2 - 10x + 25 = 0 \Rightarrow (x-5)^2 = 0 \Rightarrow x = 5$   
{5}

d)  $x^2 - 12x + 36 = 0 \Rightarrow (x-6)^2 = 0 \Rightarrow x = 6$   
{6}

4. Aşağıdaki denklemlerin sıfırlarını tam kareye tamamlayarak bulunuz.

a)  $x^2 - 6x + 8 = 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 - 1 = 0$   
 $(x-3)^2 = 1 \Rightarrow |x-3| = 1$   
 $x = 4$   
 $x = -2$

b)  $x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 - 9 = 0$   
 $(x+1)^2 = 9 \Rightarrow |x+1| = 3$   
 $x = 2$   
 $x = -4$

c)  $x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 - 1 = 0$   
 $(x-2)^2 = 1$   
 $|x-2| = 1$   
 $x = 3$  ve  $x = 1$

5. Aşağıdaki denklemlerin köklerinin varlığını tam kareye tamamlayarak reel sayılarda inceleyiniz.

a)  $x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x^2 = -4$  ise  $x \notin \mathbb{R}$   
 $x^2 \geq 0$   
 kök yok

b)  $x^2 - 2x + 12 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 + 11 = 0$   
 $(x-1)^2 = -11$   
 $(x-1)^2 \geq 0$   
 kök yok

c)  $x^2 + 10x + 2025 = 0$   
 $x^2 + 10x + 25 + 2000 = 0$   
 $(x+5)^2 = -2000$   
 $(x+5)^2 > 0$   
 kök yok

d)  $x^2 - 7x - 1 = 0$   
 $x^2 - 7x + \frac{49}{4} - \frac{49}{4} - 1 = 0$   
 $(x - \frac{7}{4})^2 = \frac{53}{4}$   
 $x$ 'in iki değeri var.

6.  $f(x) = x^2 + 2x - 15 = 0$

fonksiyonu veriliyor.

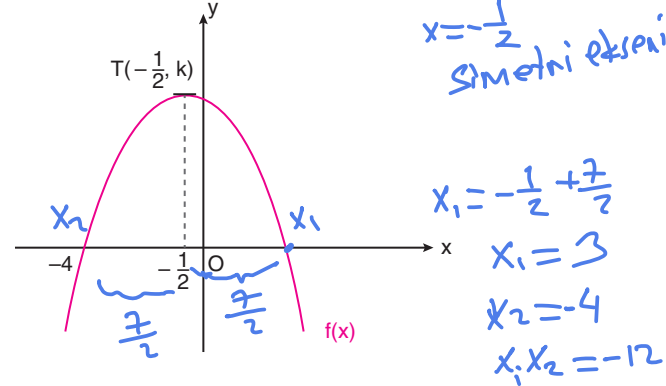
Buna göre,  $f(x)$  fonksiyonunun sıfırlarının kümesini bulunuz.

$\{-5, 3\}$

$x^2 + 2x + 1 - 16 = 0$   
 $(x+1)^2 = 16$   
 $|x+1| = 4$   
 $x+1 = 4 \Rightarrow x = 3$   
 $x+1 = -4 \Rightarrow x = -5$   
 $\{-5, 3\}$

7.  $f(x) = ax^2 + bx + c$

fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



Buna göre,  $f(x)$  fonksiyonunun sıfırlarının çarpımını bulunuz.

-12

8.  $x^2 + x - 1 = 0$

denkleminin kökleri bulunurken aşağıdaki adımlar uygulanıyor.

I.  $x^2 + x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - 1 = 0$

II.  $(x + \frac{1}{2})^2 - \frac{5}{4} = 0$

III.  $(x + \frac{1}{2})^2 = \frac{5}{4}$

IV.  $\sqrt{(x + \frac{1}{2})^2} = \sqrt{\frac{5}{4}}$

V.  $x + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

VI.  $x = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}$

VII.  $x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$

Buna göre, hangi adımda hata yapılmıştır?

V

## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

## İkinci Dereceden Denklemler

9.  $f(x) = 4x^2 - 4x - 3 = 0$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,  $f(x)$  fonksiyonunun sıfırlarının kümesini bulunuz. $\{-1/2, 3/2\}$ 

$$4x^2 - 4x + 1 - 4 = 0$$

$$(2x-1)^2 = 4$$

$$|2x-1| = 2$$

$$2x-1 = 2 \vee 2x-1 = -2$$

$$x = \frac{3}{2} \quad x = -\frac{1}{2}$$

$$\left\{-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right\}$$

10.  $f(x) = x^2 - 3x - 10 = 0$  veya  $(x-5)(x+2) = 0$

fonksiyonunun sıfırları  $x_1$  ve  $x_2$  dir.Buna göre,  $x_1 + x_2$  toplamı kaçtır?

3

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4} - 10 = 0$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}$$

$$x - \frac{3}{2} = \frac{7}{2} \vee x - \frac{3}{2} = -\frac{7}{2}$$

$$x_1 = 5 \quad x_2 = -2$$

$$x_1 + x_2 = 5 - 2 = 3$$

11.  $x^2 + 6x - 1 = 0$

Denkleminin köklerini tam kareye tamamlayarak bulunuz.

 $-3 \pm \sqrt{10}$ 

$$x^2 + 6x + 9 - 10 = 0$$

$$(x+3)^2 = 10$$

$$|x+3| = \sqrt{10}$$

$$x+3 = \pm \sqrt{10}$$

$$x = -3 \pm \sqrt{10}$$

12.  $4x^2 - x - 2 = 0$

Denkleminin köklerini tam kareye tamamlayarak bulunuz.

 $(1 \pm \sqrt{33})/8$ 

$$4x^2 - x + \frac{1}{16} - \frac{1}{16} - 2 = 0$$

$$\left(2x - \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{33}{16}$$

$$\left|2x - \frac{1}{4}\right| = \frac{\sqrt{33}}{4}$$

$$2x - \frac{1}{4} = \pm \frac{\sqrt{33}}{4}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{8}$$

13.  $f(x) = x^2$

$g(x) = 4x + 12$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre,  $f(x) = g(x)$  denklemini sağlayan  $x$  değerlerini bulunuz. $\{-2, 6\}$ 

$$x^2 = 4x + 12$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 - 16 = 0$$

$$(x-2)^2 = 16$$

$$|x-2| = 4$$

$$x-2 = 4 \Rightarrow x = 6$$

$$x-2 = -4 \Rightarrow x = -2$$

$$\{-2, 6\}$$

14.  $f(x) = x^2 + 2x$

$g(x) = 24$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre,  $f(x)$  ve  $g(x)$  fonksiyonlarının kesim noktalarının koordinatlarının apsiserini bulunuz. $\{-6, 4\}$ 

$$x^2 + 2x = 24$$

$$x^2 + 2x + 1 = 25$$

$$(x+1)^2 = 25$$

$$|x+1| = 5$$

$$x+1 = 5 \Rightarrow x = 4$$

$$x+1 = -5 \Rightarrow x = -6$$

$$\{-6, 4\}$$

15.  $x^2 + 7x - 20 = 0$

Denkleminin köklerini matematik yazılım programı kullanarak yaklaşık ondalık sayı olarak bulunuz.

 $\{-9,18 \text{ ve } 2,18\}$ 

$$x^2 + 7x + \frac{49}{4} - \frac{49}{4} - 20 = 0$$

$$\left(x + \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{129}{4}$$

$$\left|x + \frac{7}{2}\right| = \frac{\sqrt{129}}{2}$$

$$x = -\frac{7}{2} \pm \frac{\sqrt{129}}{2}$$

$$\sqrt{129} \approx 11,36$$

16.  $x^2 - x - 1 = 0$

Denkleminin pozitif köküne altın oran denir.

Buna göre, altın oranı yaklaşık ondalık sayı olarak bulunuz.

1,618

$$x^2 - x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - 1 = 0$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$$

$$\left|x - \frac{1}{2}\right| = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1,618$$



## Test - 1

## İkinci Dereceden Denklemler

## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

1.  $x^{m-3} + 2x - 5 = 0$

denklemin ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem belirttiğine göre,  $m$  kaçtır?

- D A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$m-3=2 \Rightarrow m=5$$

2.

$$(m+3)x^4 + mx^{n-1} - nx - 6 = 0$$

denklemin ikinci dereceden denklem belirttiğine göre,  $m + n$  toplamı kaçtır?

AAA ÇÖZÜLECEK

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$m+3=0 \quad n-1=2$$

$$m=-3 \quad n=3$$

$$m+n = -3+3 = 0$$

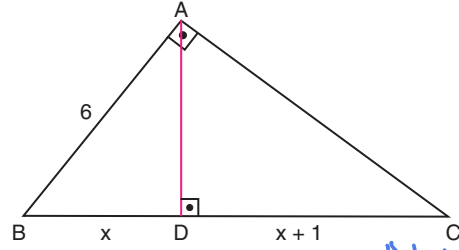
3.  $x^2 - 8x + 16 = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- C A)  $\{-4, 4\}$  B)  $\{-4\}$  C)  $\{4\}$  D)  $\{2, 4\}$  E)  $\{-2, 4\}$

$$(x-4)^2 = 0 \Rightarrow x=4$$

4.



BAC dik üçgen,  $[AD] \perp [BC]$

$|AB| = 6$  birim,  $|BD| = x$  birim

$|DC| = (x+1)$  birim

olduğuna göre,  $x$  kaç birimdir?

- E A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

$$6^2 = x \cdot (2x+1)$$

$$x(2x+1) = 36 = 4 \cdot 9$$

$$x=4$$

5.

I.  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a > 0$ )

II.  $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$

III.  $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} = 0$

IV.  $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$

V.  $x + \frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

VI.  $x = -\frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

VII.  $x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Yukarıda ikinci derece denkleminin kökünü bulmak için yapılan işlemler sırasıyla numaralandırılmıştır.

Buna göre hangi adımda hata yapılmıştır?

- C A) III B) IV C) V D) VI E) Hata yapılmamıştır.

6.

I.  $3x^2 - 4x = 0$

II.  $x^2 - 16 = 0$

III.  $x^2 + 4 = 0$

IV.  $x^2 + 4x + 12 = 0$

Yukarıda verilen ikinci dereceden denklemlerden hangilerinin gerçek sayılarda sıfırı vardır?

BBB

A) Yalnız I

B) I ve II

C) I ve III

D) I, II ve III

E) I, II ve IV

7. Bir doğal sayı ile 2 eksiğinin çarpımı 195'tir.

Buna göre, bu doğal sayı kaçtır?

C

A) 13

B) 14

C) 15

D) 16

E) 17

$$x(x-2) = 195$$

$$15 \cdot 13 = 195$$

$$x = 15$$

8. İki işçiden biri bir işi diğerinden 6 saat daha uzun sürede bitiriyor. Aynı işi iki işçi birlikte 4 saatte bitiriyor.

Buna göre, yavaş çalışan işçi aynı işi tek başına kaç saatte bitirir?

D

A) 6

B) 8

C) 10

D) 12

E) 15

$$x = 6$$

$$x+6 = 12$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{x+6+x}{x(x+6)} = \frac{1}{4}$$

$$x^2 + 6x = 8x + 24$$

$$x^2 - 2x - 24 = 0$$

$$(x-6)(x+4) = 0 \Rightarrow x = 6$$

9.

Bir doğal sayıdan çarpmaya göre tersinin 28 katı çıkarıldığında fark 12 oluyor.

Buna göre, bu sayı kaçtır?

B

A) 12

B) 14

C) 16

D) 18

E) 20

$$x - \frac{28}{x} = 12$$

$$x^2 - 28 = 12x$$

$$x^2 - 12x - 28 = 0$$

$$(x-14)(x+2) = 0$$

$$x = 14$$

10.

• Ali'nin yaşı kardeşi Mehmet'in yaşından 2 yaş fazladır.

• Babalarının yaşı Ali ile Mehmet'in yaşları toplamının üç katından 6 yaş fazladır. Aynı zamanda babanın yaşı Ali ile Mehmet'in yaşları çarpımına eşittir.

Buna göre, baba kaç yaşındadır?

C

A) 36

B) 42

C) 48

D) 52

E) 56

$$\begin{array}{ccc} \text{Ali} & \text{Kardeşi} & \text{Baba} \\ x+2 & x & 3(2x+2)+6 \end{array}$$

$$x(x+2) = 6x+12$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x-6)(x+2) = 0$$

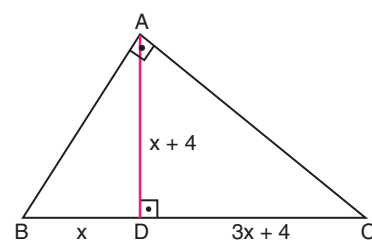
$$x = 6$$

ABC dik üçgen

[AD] ⊥ [BC]

$$|AD|^2 = |BD| \cdot |DC|$$

11.



Şekildeki verilere göre, |BC| kaç birimdir?

D

A) 32

B) 28

C) 24

D) 20

E) 18

$$(x+4)^2 = x \cdot (3x+4)$$

$$x^2 + 8x + 16 = 3x^2 + 4x$$

$$2x^2 - 4x - 16 = 0$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$x = 4$$

$$|BC| = 4x+4 = 20$$

|     |     |     |      |      |     |
|-----|-----|-----|------|------|-----|
| 1-D | 2-A | 3-C | 4-E  | 5-C  | 6-B |
| 7-C | 8-D | 9-B | 10-C | 11-D |     |

## Eşitsizlikler

- $f(x) = ax + b$

fonksiyonunun işareti

|        |                           |                |                           |
|--------|---------------------------|----------------|---------------------------|
| $x$    |                           | $-\frac{b}{a}$ |                           |
| $f(x)$ | $a$ 'nın işareti ile ters | $0$            | $a$ 'nın işareti ile aynı |

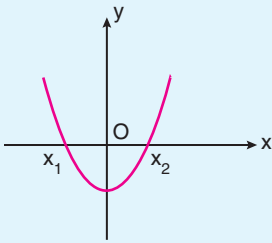
- $f(x) = ax^2 + bx + c$

fonksiyonunun işaretinin incelenmesi

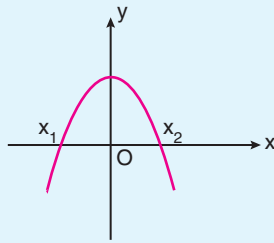
fonksiyonun sıfırları  $x_1$  ve  $x_2$  olsun

I.

$a > 0$



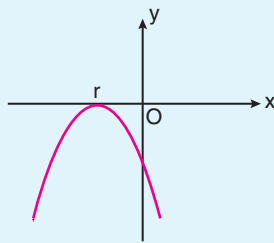
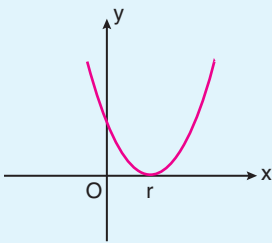
$a < 0$



|        |                           |       |                           |       |                           |
|--------|---------------------------|-------|---------------------------|-------|---------------------------|
| $x$    |                           | $x_1$ |                           | $x_2$ |                           |
| $f(x)$ | $a$ 'nın işareti ile aynı | $0$   | $a$ 'nın işareti ile ters | $0$   | $a$ 'nın işareti ile aynı |

II.  $f(x) = a(x - r)^2$

fonksiyonunun işareti

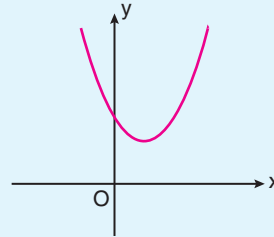


|        |                           |     |                           |
|--------|---------------------------|-----|---------------------------|
| $x$    |                           | $r$ |                           |
| $f(x)$ | $a$ 'nın işareti ile aynı | $0$ | $a$ 'nın işareti ile aynı |

III.  $f(x) = a(x - r)^2 + k$

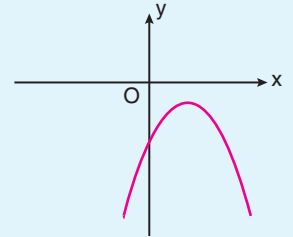
fonksiyonunun sıfırı yoksa fonksiyonun işareti

$a > 0$



(Daima pozitif)

$a < 0$

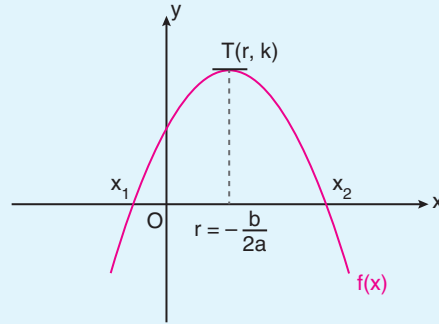


(Daima negatif)

|        |                           |  |  |
|--------|---------------------------|--|--|
| $x$    |                           |  |  |
| $f(x)$ | $a$ 'nın işareti ile aynı |  |  |

- $f(x) = ax^2 + bx + c$

fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



$r = -\frac{b}{2a}, \quad k = f\left(-\frac{b}{2a}\right)$

 $f(x)$ 'in maksimum veya minimum değeri  $f\left(-\frac{b}{2a}\right)$  dir.

Birlikte Yapalım.

1.  $f(x) = x - 7 = 0 \quad x = 7$

fonksiyonu veriliyor.

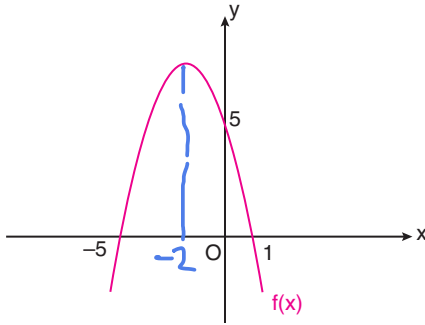
Buna göre,  $f(x)$  fonksiyonunun işaretini tablo çizerek gösteriniz.

|     |           |     |           |
|-----|-----------|-----|-----------|
| $x$ | $-\infty$ | $7$ | $+\infty$ |
|     | $-$       | $0$ | $+$       |

## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

## Eşitsizlikler

2. Şekilde  $y = f(x)$  parabolünün grafiği veriliyor.

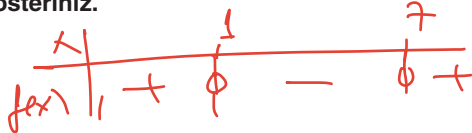


Buna göre,

- a)  $f(x)$ 'in pozitif olduğu aralığı bulunuz.  
 $(-5, 1)$
- b)  $f(x)$ 'in negatif olduğu aralığı bulunuz.  
 $(-\infty, -5) \cup (1, \infty)$
- c)  $f$ 'nin tepe noktasının apsisini bulunuz.  
 $-2$

3.  $f(x) = (x - 1) \cdot (x - 7) = 0$   
fonksiyonu veriliyor.  $x = 1$   $x = 7$

Buna göre,  $f(x)$  fonksiyonunun işaretini tablo çizerek gösteriniz.



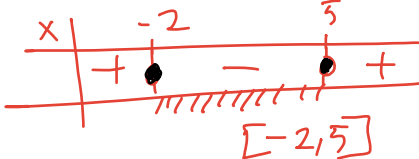
4.  $f(x) = (x + 2) \cdot (x - 5) \leq 0$   
fonksiyonu veriliyor.  $x = -2$   $x = 5$

Buna göre,

$$f(x) \leq 0$$

eşitsizliğin çözüm aralığını bulunuz.

$[-2, 5]$



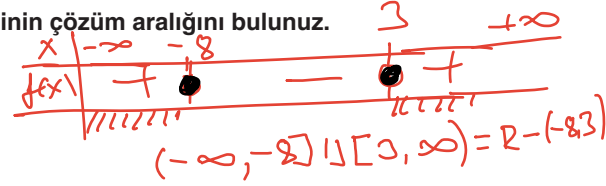
5.  $f(x) = (x - 3) \cdot (x + 8) \geq 0$   
fonksiyonu veriliyor.  $x = 3$   $x = -8$

Buna göre,

$$f(x) \geq 0$$

eşitsizliğin çözüm aralığını bulunuz.

$R - (-8, 3)$



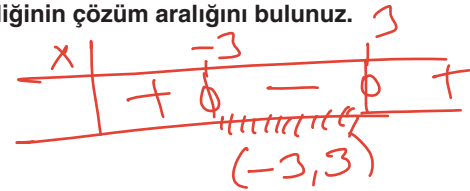
6.  $f(x) = x^2 - 9 < 0$   
fonksiyonu veriliyor.  $x = -3$   $x = 3$

Buna göre,

$$f(x) < 0$$

eşitsizliğin çözüm aralığını bulunuz.

$(-3, 3)$



7.  $f(x) = x^2 + 4 > 0$   
fonksiyonu veriliyor.
- Buna göre,
- $f(x) > 0$
- eşitsizliğin çözüm aralığını bulunuz.  $G.K. = R$

$R$

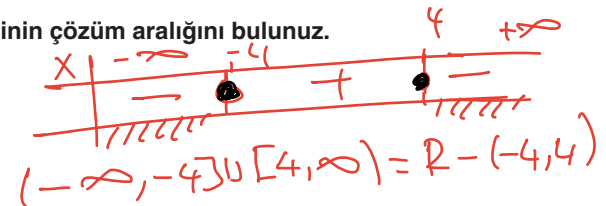
8.  $f(x) = -x^2 + 16 \leq 0$   
fonksiyonu veriliyor.  $-x^2 + 16 = 0$   
 $x = -4$   $x = 4$

Buna göre,

$$f(x) \leq 0$$

eşitsizliğin çözüm aralığını bulunuz.

$R - (-4, 4)$



## Birlikte Yapalım.

1.  $f(x) = -x^2 + 1 < 0$   $x = -1$   $x = 1$   
fonksiyonu veriliyor.  
Buna göre,  
 $f(x) < 0$   
eşitsizliğin çözüm aralığını bulunuz.  
 $\mathbb{R} - [-1, 1]$   
 $(-\infty, -1) \cup (1, \infty) = \mathbb{R} - [-1, 1]$

2.  $f(x) = x^2 + x + 1 < 0$  kök yok  
fonksiyonu veriliyor.  
Buna göre,  
 $f(x) < 0$   
eşitsizliğin çözüm aralığını bulunuz.  
 $\emptyset$   
 $G.K = \emptyset$

3.  $f(x) = x^2 - 8x + 16 = (x-4)^2 \leq 0$   
fonksiyonu veriliyor.  
Buna göre,  
 $f(x) \leq 0$   
eşitsizliğin çözüm aralığını bulunuz.  
 $x = 4$   
 $G.K = \{4\}$

4.  $f(x) = x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2 > 0$

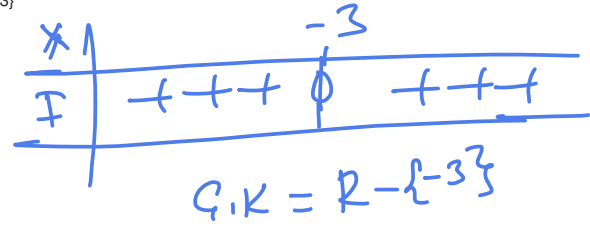
fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$$f(x) > 0$$

eşitsizliğin çözüm aralığını bulunuz.

$$\mathbb{R} - \{-3\}$$



5.  $f(x) = -x^2 - 4 \leq 0$  kök yok

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$$f(x) \leq 0$$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz.

$$G.K = \mathbb{R}$$

6.  $f(x) = (x-3) \cdot (7-x) \leq 0$   $x=3$   $x=7$

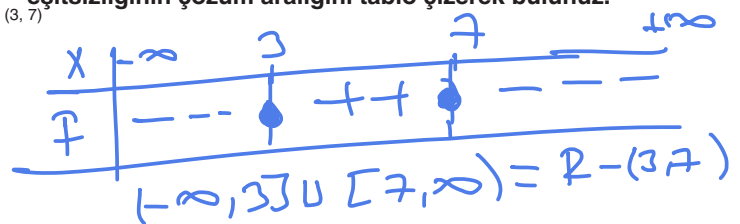
fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$$f(x) \leq 0$$

eşitsizliğin çözüm aralığını tablo çizerek bulunuz.

$$\mathbb{R} - (3, 7)$$



## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

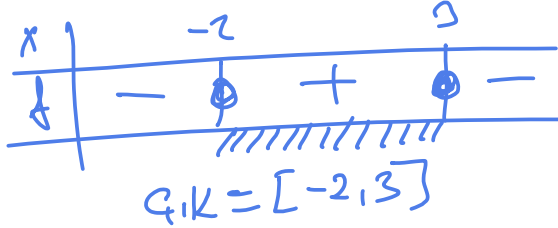
## Eşitsizlikler

7.  $f(x) = -(x+2) \cdot (x-3) \geq 0$   
fonksiyonu veriliyor.  $x = -2 \quad x = 3$

Buna göre,

$$f(x) \geq 0$$

eşitsizliğin işaretini tablo çizerek bulunuz.



8.  $f(x) = x^2$  ve  
 $g(x) = 16$

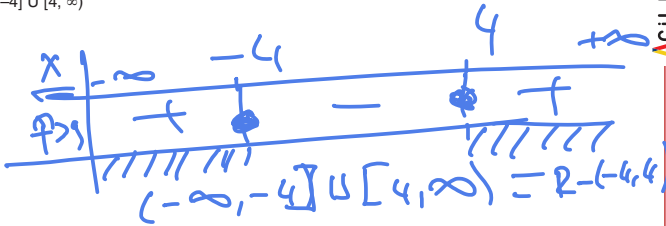
fonksiyonları veriliyor.

Buna göre,

$$f(x) \geq g(x)$$

eşitsizliğin çözüm aralığını bulunuz.

$$(-\infty, -4] \cup [4, \infty)$$



9.  $f(x) = -x \cdot (x-7) \geq 0$

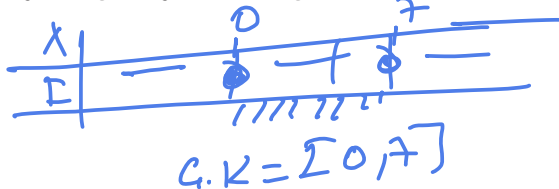
fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$$f(x) \geq 0$$

eşitsizliğin çözüm aralığını bulunuz.

$$[0, 7]$$



10.  $f(x) = x^2$  ve  
 $g(x) = x - 4$

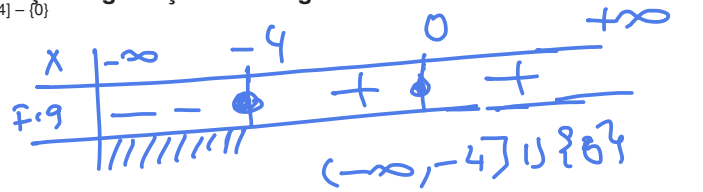
fonksiyonları veriliyor.

Buna göre,

$$f(x) \cdot g(x) \leq 0$$

eşitsizliğin çözüm aralığını bulunuz.

$$(-\infty, 4] \cup [0, \infty)$$



11.  $f(x) = x^2 + 1$  ve  
 $g(x) = x^2 - 16$

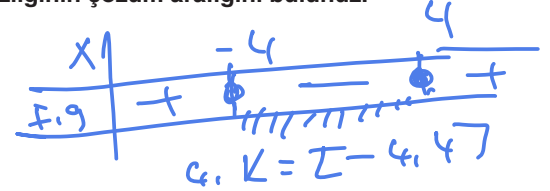
fonksiyonları veriliyor.

Buna göre,

$$f(x) \cdot g(x) \leq 0$$

eşitsizliğin çözüm aralığını bulunuz.

$$[-4, 4]$$



12.  $f(x) = (x-2)^2$  ve  
 $g(x) = 9$

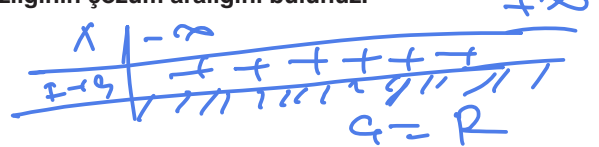
fonksiyonları veriliyor.

Buna göre,

$$f(x) + g(x) \geq 0$$

eşitsizliğin çözüm aralığını bulunuz.

$$R$$



13.  $f(x) = (x-1)^2$  ve  
 $g(x) = 25$

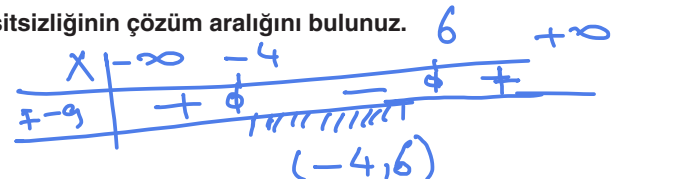
fonksiyonları veriliyor.

Buna göre,

$$f(x) - g(x) < 0$$

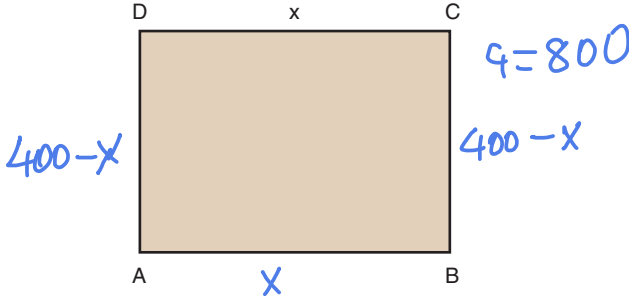
eşitsizliğin çözüm aralığını bulunuz.

$$(-4, 6)$$



## Birlikte Yapalım.

1. Şekilde çevresi 800 metre olan dikdörtgen şeklinde bir arsa görseli verilmiştir.  $|DC| = x$  metre



Buna göre,

- a) Arsanın alan fonksiyonu  $A(x)$ 'i  $x$ 'e bağlı olarak yazınız.

$$A(x) = 400x - x^2$$

$$A(x) = x(400 - x)$$

- b) Arsanın alanının maksimum yapan  $x$  değeri kaçtır?

$$x = 200$$

$$A(x) = 400x - x^2$$

$$= -(x^2 - 400x + 200^2 - 200^2)$$

- c) Arsanın alanının maksimum değeri kaç metrekaredir?

$$40\,000$$

$$= -(x - 200)^2 + 200^2$$

$$b.) x = 200 \quad c.) 200^2 = 40000$$

2.  $f(x) = (m+4)x^2 + (4-4m)x + 7m + 8$   
karesel fonksiyonu  $x$  eksenine pozitif tarafta teget ve kolları yukarı doğru olduğuna göre,  $m$  değeri kaçtır?

6

$m$  nin en küçük tam sayı değeri kaçtır!

$$r = -\frac{b}{2a} \geq 0$$

$$-\frac{(20-4m)}{2(m+4)} > 0$$

$$4m - 20 > 0$$

$$m > 5$$

$$m = 6$$

3. Bir firmanın ürettiği malın üretim miktarı  $x$ 'tir. Firmanın satış fonksiyonu TL cinsinden

$$S(x) = (-x^2 + 80x) \text{ TL}$$

Maliyet fonksiyonu

$$M(x) = 20x + 60$$

olarak veriliyor.

Buna göre,

- a) Firmanın maksimum kâr etmesi için kaç adet üretim yapması gerekir?

$$30$$

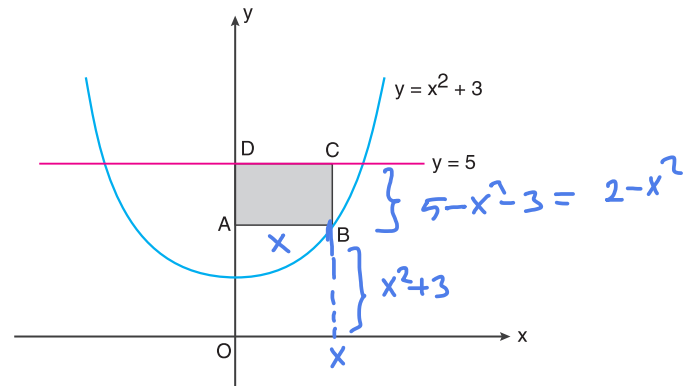
$$x = 30$$

- b) Firmanın maksimum kârı kaç TL'dir?

$$840$$

$$K(30) = 840$$

4. Aşağıda  $y = x^2 + 3$  karesel fonksiyonu ve  $y = 5$  doğrusunun grafikleri verilmiştir.



Buna göre, ABCD dikdörtgeninin çevresi en fazla kaç birimdir?

DDD\_s.134-27

$$\left(\frac{9}{2}\right)$$

$$C(x) = 2x + 4 - 2x^2$$

$$C(x) = -2x^2 + 2x + 4$$

$$C(x) = -2(x^2 - x - 2)$$

$$C(x) = -2\left(x^2 - x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - 2\right)$$

$$C(x) = -2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{2}$$

$$C\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{2}$$

5. Dik koordinat sisteminde,

$$A(m^2 - 2m - 8, 2m - 1) = A(-1, +)$$

noktası II. bölgede bir noktadır.

Buna göre, koordinatları tam sayı olan kaç tane A noktası vardır?

*m kaç farklı tam sayı değeri alır?*

3

$$m^2 - 2m - 8 < 0$$

$$(m-4)(m+2) < 0$$

$$2m - 1 > 0$$

$$m > \frac{1}{2}$$

$\frac{1}{2} < m < 4$

$\{1, 2, 3\}$

6. Bir malın maliyet fiyatı

$$A(x) = (x + 50) \text{ TL,}$$

satış fiyatı ise

$$S(x) = (x^2 + x + 1) \text{ TL}$$

olarak modellenmiştir.

Buna göre, bu maldan kâr edilebilmesi için tam sayı olarak en az kaç TL'den satılması gerekir?

58

$x > 7$

$$S(7) = 7^2 + 7 + 1 = 57$$

$$S(x) > 57 \Rightarrow S(x) = 58$$

7. x TL'ye alınan bir ürün

$$(x^2 - 7x + 18) \text{ TL}$$

fiyatı ile satılıyor.

Buna göre, bu satıştan elde edilen kâr en az kaç TL'dir?

2

$$K(x) = x^2 - 7x + 18 - x$$

$$K(x) = x^2 - 8x + 18$$

$$= x^2 - 8x + 16 + 2$$

$$K(x) = (x-4)^2 + 2$$

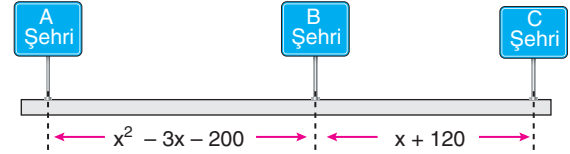
$$K(4) = 2$$

8. Aşağıda A - B - C şehirleri arasındaki yolun uzunluğu x km cinsinden tam sayı olmak üzere

$$|AB| = (x^2 - 3x - 200) \text{ km}$$

$$|BC| = (x + 120) \text{ km}$$

olarak cebirsel temsil edilmiştir.



$$|AB| > |BC|$$

Buna göre, |AC| uzunluğu en az kaç kilometredir?

(319)

$$x^2 - 3x - 200 > x + 120$$

$$x^2 - 4x - 320 > 0$$

$$(x-20)(x+16) > 0$$

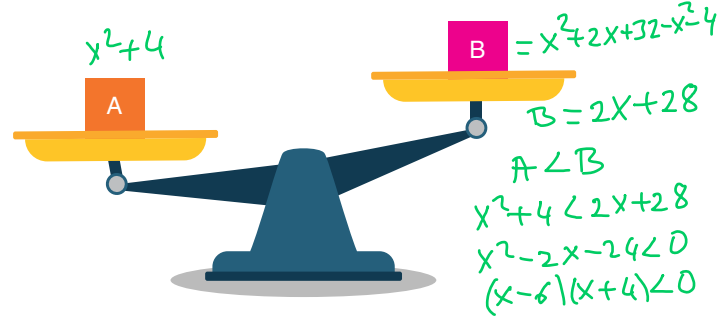
$x > 20$

$$|AC| = x^2 - 2x - 80$$

$$= 21^2 - 42 - 80$$

$$= 441 - 42 - 80 = 319$$

9. Şekildeki terazinin kefelerine A ve B cisimleri konulduğunda aşağıdaki görüntü oluşuyor.



A ve B cisimlerinin toplam ağırlığı  $(x^2 + 2x + 32)$  gram ve A cisminin ağırlığı  $(x^2 + 4)$  gramdır.

Buna göre, x pozitif tam sayısı için B cisminin ağırlığı en az kaç gramdır?

16

$$B(x) = 2x + 28$$

$$B(5) = 2 \cdot 5 + 28 = 38$$



## Test - 1

## Eşitsizlikler

## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

1.  $m^2 + 4 > 0$

eşitsizliğini sağlayan m değerlerinin kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

EEE\_S.139-1

A)  $\emptyset$ B)  $(-2, 2)$ C)  $(2, \infty)$ D)  $(-\infty, 2)$ E)  $\mathbb{R}$ 

$$m^2 + 4 > 0$$

$$+ \quad +$$

2.  $x^2 - 4x + 4 \leq 0$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

CCC\_S.139-2

A)  $\mathbb{R}$ B)  $\emptyset$ C)  $\{2\}$ D)  $\mathbb{R} - \{2\}$ E)  $\{-2\}$ 

$$(x-2)^2 \leq 0$$

$$x = 2$$

3.  $x^2 - 2x + 4 \leq 0$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

EEE\_S.139-4

A)  $[2, 4]$ B)  $[-2, 4]$ C)  $[-1, 4]$ D)  $\{2\}$ E)  $\emptyset$ 

$$x^2 - 2x + 1 + 3 = 0$$

$$(x+1)^2 = -3$$

$$+$$

4.  $-x^2 - 2x + 35 > 0$

eşitsizliğin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A

A)  $\leftarrow -7 \text{---} 5 \rightarrow$ B)  $\leftarrow -5 \text{---} 7 \rightarrow$ C)  $\leftarrow 5 \text{---} 7 \rightarrow$ D)  $\leftarrow -7 \text{---} 5 \rightarrow$ E)  $\leftarrow -5 \text{---} 7 \rightarrow$ 

$$x^2 + 2x - 35 < 0$$

$$(x+7)(x-5) < 0$$

$$\begin{array}{c} -7 \quad 5 \\ + \quad - \quad + \end{array}$$

ACIL MATEMATİK

5. Emel sınıfta  $x^2 - 4x + 3 > (x-1)$  eşitsizliğini tahtada aşağıdaki adımları takip ederek çözmüştür.I. adım:  $(x-3)(x-1) > (x-1)$ II. adım:  $(x-3) \cdot (x-1) > (x-1) \Rightarrow (x-3)(x-1) - (x-1) > 0$ III. adım:  $x-3 > 1$ IV. adım:  $x > 4$ V. adım:  $(4, \infty)$ 

Buna göre, Emel sorunun çözümünde ilk hatayı hangi adımda yapmıştır?

AA

A) II. B) III. C) IV. D) V. E) Hata yapmamıştır.

6.  $(x - 1)^2(x + 2) \leq 0$

eşitsizliğin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(-\infty, -2]$  B)  $(-\infty, 2]$  C)  $(-\infty, -2] \cup \{1\}$   
D)  $(-\infty, 1)$  E)  $[-2, \infty)$

$$(x-1)^2(x+2) \leq 0$$

$x=1$   $x=-2$

7.  $4x^2 - 4x + 1 > 0$

eşitsizliğin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\mathbb{R}$  B)  $\{\frac{1}{2}\}$  C)  $\mathbb{R} - \{\frac{1}{2}\}$   
D)  $(0, \infty)$  E)  $(\frac{1}{2}, \infty)$

$$(2x-1)^2 > 0$$

$x = \frac{1}{2}$  için  $2x-1=0$

$\text{Ç. K.} = \mathbb{R} - \{\frac{1}{2}\}$

8. Ankara'da bir yolda hız sınırı 80 km/sa'tir. Bu sınır geçildiğinde EDS (Elektronik Denetleme Sistemi) kameraları ceza yazmaktadır.

Bu yolda bir aracın hızı;

$$V(x) = -x^2 + 21x$$

fonksiyonu ile modellenmiştir.

Bu yolda seyahat eden bir araca ceza yazıldığına göre, x hangi aralıktadır?

- A)  $(5, 16)$  B)  $(4, 20)$  C)  $(5, 22)$   
D)  $(4, 25)$  E)  $(6, 25)$

$$-x^2 + 21x > 80$$

$$x^2 - 21x + 80 < 0$$

$$(x-16)(x-5) < 0$$

9. Bir üretici ürettiği ürünlerin tanesini x TL'den satmaktadır. Bu ürünün maliyet fonksiyonu

$$M(x) = x^2 - 10x + 40$$

ve satış fonksiyonu

$$S(x) = 2x + 20$$

olarak veriliyor.

Buna göre, satıcı kaç TL aralığında satış yaptığında zaman bu üründen kâr eder?

- A)  $(0, 2)$  B)  $(0, 5)$  C)  $(2, 10)$   
D)  $(2, 12)$  E)  $(10, \infty)$

$$S(x) - M(x) > 0$$

$$2x + 20 - x^2 + 10x - 40 > 0$$

$$-x^2 + 12x - 20 > 0$$

$$x^2 - 12x + 20 > 0$$

$$(x-2)(x-10) > 0$$

10. Bir şehirde hava sıcaklığı t saat olmak üzere bir günde

$$S(t) = -t^2 + 10t - 16$$

fonksiyonuna göre değişmektedir.

Buna göre, bir kış gününde hava sıcaklığı kaç saat  $8^\circ\text{C}$ 'nin üzerine çıkar?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$-t^2 + 10t - 16 > 8$$

$$t^2 - 10t + 24 < 0$$

$$(t-4)(t-6) < 0$$

|     |     |     |     |      |
|-----|-----|-----|-----|------|
| 1-E | 2-C | 3-E | 4-A | 5-A  |
| 6-C | 7-C | 8-A | 9-C | 10-B |

## Test - 2

## Eşitsizlikler

## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

1.  $f(x) = x^2 + 1$   
 $g(x) = x^2 - 36$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre,

$$f(x) \cdot g(x) \leq 0$$

eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- D A)  $[-1, 1]$  B)  $[-1, 6]$  C)  $[1, 6]$   
 D)  $[-6, 6]$  E)  $[-6, 6] - \{1\}$



2.  $f(x) = (x+2)^2 + 1$   
 $g(x) = 17$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre,

$$f(x) < g(x)$$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- B A)  $(-4, 4)$  B)  $(-6, 2)$  C)  $(2, 6)$   
 D)  $(-8, 8)$  E)  $(0, 4)$

$$(x+2)^2 + 1 < 17$$

$$(x+2)^2 < 16$$

$$|x+2| < 4$$

$$-4 < x+2 < 4$$

$$-6 < x < 2$$

3.  $f(x) = x + 4$   
 $g(x) = (x-2)^2$   
 $h(x) = x - 6$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre,

$$f(x) \cdot g(x) \cdot h(x) < 0$$

eşitsizliğini sağlayan tam sayıların toplamı kaçtır?

- A A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

$$(x+4)(x-2)^2(x-6) < 0$$

$$x=2 \text{ sağlanmaz}$$

$$-4 \quad 2 \quad 6$$

$$-3-2-1+0+1+3+4+5 = 7$$

4.  $f(x) = \frac{5}{x}$   
 $g(x) = 1$

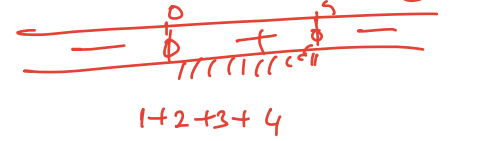
fonksiyonları veriliyor.

Buna göre,

$$f(x) > g(x)$$

eşitsizliğini sağlayan tam sayıların toplamı kaçtır?

- E A) 15 B) 14 C) 13 D) 12 E) 10



5.  $f(x) = \frac{1}{2x-7}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$$f(x) < 0$$

eşitsizliğini sağlayan pozitif tam sayıların toplamı kaçtır?

- B A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

$$\frac{1}{2x-7} < 0$$

$$2x-7=0$$

$$x=\frac{7}{2}$$

$$\frac{7}{2}=3,5$$

$$1+2+3=6$$

6.  $f(x) = \frac{4}{9-x}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$$f(x) \geq 0$$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- D A)  $(-3, 3)$  B)  $(0, 3)$  C)  $(-3, 0)$   
 D)  $(-\infty, 9)$  E)  $(9, \infty)$

$$\frac{4}{9-x} \geq 0$$

$$9-x=0$$

$$x=9$$

$$(-\infty, 9)$$

7. Bir sayının iki katının 15 eksiğinin çarpmaya göre tersini negatif yapan pozitif  $x$  tam sayılarının toplamı kaçtır?

c A) 24 B) 25 C) 28 D) 32 E) 35

$\text{Sayı} = x$   $2x - 15$   
 $\frac{1}{2x-15} < 0$   $2x - 15 = 0$   
 $x = \frac{15}{2} = 7,5$   
 $0$   $\frac{15}{2}$   
 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = \frac{7 \cdot 8}{2} = 28$

8.  $f(x) = \sqrt{x-2}$

$g(x) = 3$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre,

$f(x) < g(x)$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane tam sayı vardır?

c A) 2 B) 3 C) 8 D) 9 E) 10

$\sqrt{x-2} < 3$   
 $x-2 < 9$   
 $x < 11$  ve  $x > 2$   
 $2 < x < 11$   
 $\{3, 4, \dots, 10\}$

9.  $f(x) = \sqrt{x-3}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$-1 \leq f(x) \leq 4$

eşitsizliğini sağlayan en büyük ve en küçük  $x$  tam sayılarının toplamı kaçtır?

c A) 7 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24

$-1 \leq \sqrt{x-3} \leq 4$   
 $x-3 \leq 16$   
 $x \leq 19$   
 $x \geq 3$   
 $3 \leq x \leq 19$   
 $3 + 19 = 22$

10.  $f(x) = \sqrt{x^2 + 9}$

$g(x) = 5$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre,

$f(x) < g(x)$

eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

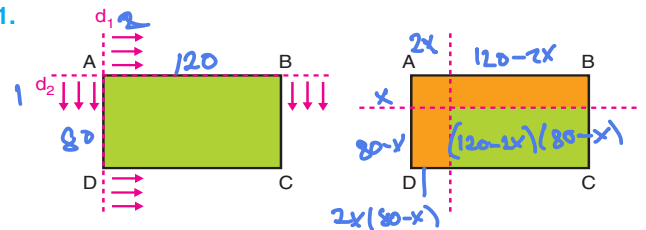
D A) (3, 4) B) (3, 16) C) (0, 16)

D) (-4, 4)

E) (-16, 16)

$\sqrt{x^2+9} < 5$   
 $x^2+9 < 25$   
 $x^2 < 16$   
 $x^2 - 16 < 0$   
 $(x-4)(x+4) < 0$   
 $-4$   $4$   
 $+$   $-$   $+$

- 11.



$|AB| = 120$  birim,  $|AD| = 80$  birim

ABCD bir dikdörtgen olmak üzere,  $d_1$  doğrusu  $[AD]$  kenarı ile,  $d_2$  doğrusu  $[AB]$  kenarı ile çakışık olup verilen oklar yönünde  $d_1$  doğrusu saniyede 2 birim,  $d_2$  doğrusu saniyede 1 birim hareket edecektir.

Doğrular harekete başladıktan sonra geride bıraktıkları bölge turuncu renk ile gösterilmiştir.

İki doğru harekete başladıktan sonra geçen süre tam sayı olarak en az kaç saniye olduğunda; yeşil bölgenin alanı turuncu bölgenin alanından küçük olur?

D A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 23

$(120-2x)(80-x) < 120x + (80-x)2x$   
 $2(120-x)(80-x) - 2x(80-x) < 120x$   
 $(80-x)(120-x-x) < 60x$   
 $x^2 - 140x + 9600 < 0$   
 $(x-120)(x-80) < 0$

|     |     |     |      |      |     |
|-----|-----|-----|------|------|-----|
| 1-D | 2-B | 3-A | 4-E  | 5-B  | 6-D |
| 7-C | 8-C | 9-C | 10-D | 11-D |     |

$20$   $120$   
 $+$   $-$   $+$   
 $x=21$

## Test - 3

## Eşitsizlikler

## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

1.  $f(x) = x^2 - 4x + 3$  ile

$g(x) = 0$

fonksiyonları veriliyor.

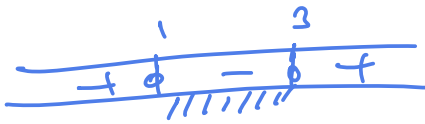
Buna göre,

$g(x) > f(x)$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

B

- A)  $(-\infty, 1) \cup (3, \infty)$  B)  $(1, 3)$  C)  $(-\infty, 1]$   
D)  $[3, \infty)$  E)  $(1, 3]$

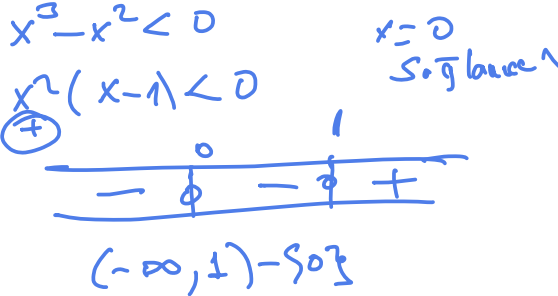


2.  $x^3 < x^2$

eşitsizliğin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

C

- A)  $(-\infty, -1)$  B)  $(-\infty, 1)$  C)  $(-\infty, 1) - \{0\}$   
D)  $(-\infty, 2) - \{0\}$  E)  $(1, \infty)$



3.  $4 < \frac{1}{x-1} < 9$

eşitsizliğin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

B

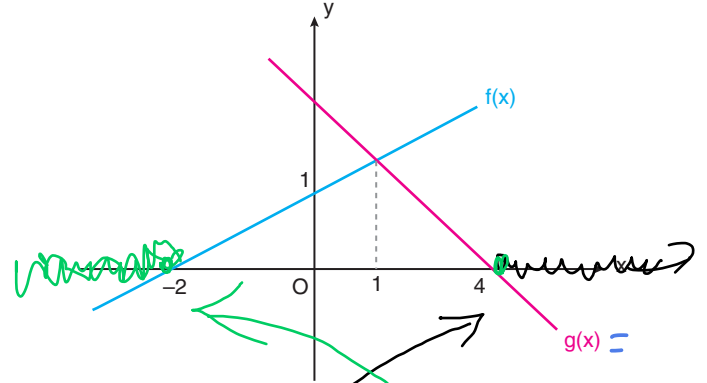
- A)  $(\frac{7}{9}, \frac{5}{4})$  B)  $(\frac{10}{9}, \frac{5}{4})$  C)  $(\frac{7}{9}, \frac{3}{2})$   
D)  $(\frac{5}{4}, \frac{3}{2})$  E)  $(\frac{3}{4}, \frac{5}{4})$

$$\frac{1}{9} < x-1 < \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{9} + 1 < x < \frac{1}{4} + 1$$

$$\frac{10}{9} < x < \frac{5}{4} \Rightarrow (\frac{10}{9}, \frac{5}{4})$$

4.

Şekilde  $f(x)$  ve  $g(x)$  fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre,

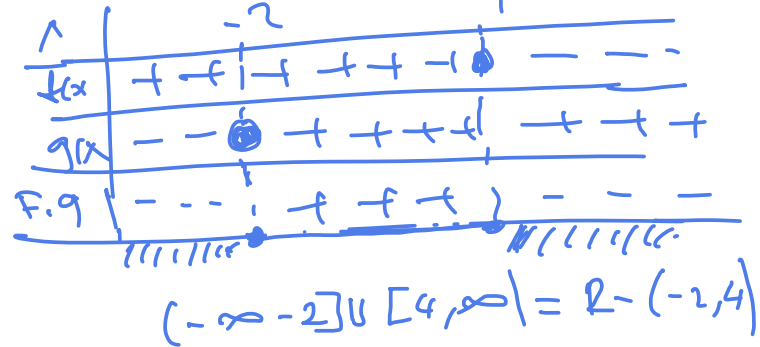
$f(x) \cdot g(x) \leq 0$

$f(x) \cdot g(x) \leq 0$

eşitsizliğin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

D

- A)  $\mathbb{R}$  B)  $(-2, 4)$  C)  $(-4, 2)$   
D)  $\mathbb{R} - (-2, 4)$  E)  $\mathbb{R} - (1, 4)$



5.

$(\frac{2}{3})^{x^2-3x} > (\frac{2}{3})^{x+12}$

eşitsizliğin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

C

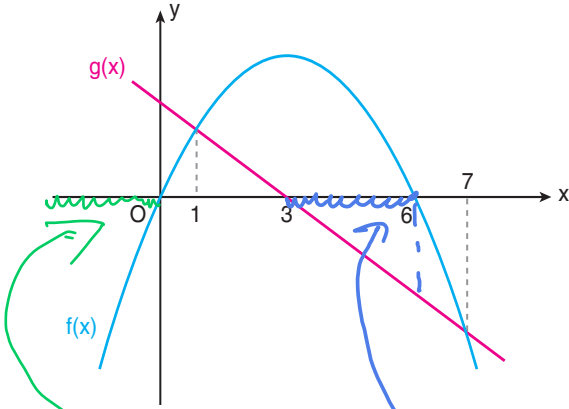
- A)  $[-2, 6]$  B)  $(-6, 2)$  C)  $(-2, 6)$   
D)  $(0, 6)$  E)  $(-2, 0)$

$$x^2 - 3x < x + 12$$

$$x^2 - 4x - 12 < 0$$

$$(x-6)(x+2) < 0$$

6.



Şekilde  $f(x)$  ve  $g(x)$  fonksiyonlarının grafiği verilmiştir.

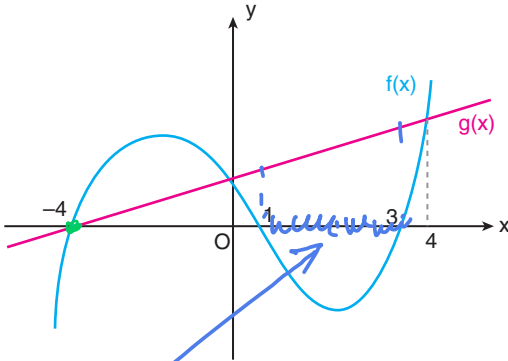
$$f(x) \cdot g(x) < 0$$

$$f(x) \cdot g(x) < 0$$

eşitsizliğin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(-\infty, 1) \cup (3, 6)$  B)  $(-\infty, 1) \cup (6, 7)$   
 C)  $(-\infty, 0) \cup (3, 6)$  D)  $(-\infty, 3) \cup (6, 7)$   
 E)  $(-\infty, 0) \cup (6, 7)$

7.



Şekilde  $f(x)$  ve  $g(x)$  fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre,

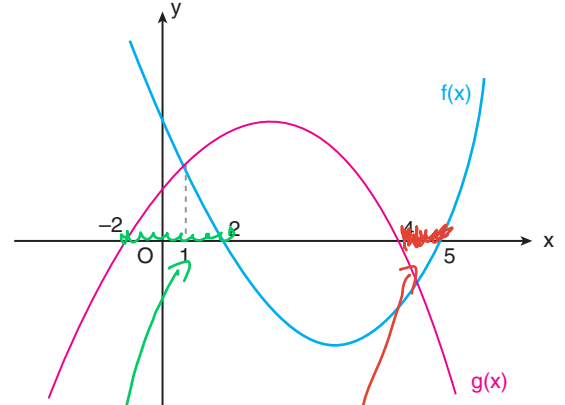
$$f(x) \cdot g(x) \leq 0$$

$$f(x) \cdot g(x) \leq 0$$

eşitsizliğin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $[1, 3]$  B)  $[1, 3] \cup \{-4\}$   
 C)  $[-4, 4]$  D)  $[-4, 1] \cup [3, 4]$   
 E)  $[1, 3] \cup \{4\}$

8.



Şekilde  $f(x)$  ve  $g(x)$  fonksiyonlarının grafiği verilmiştir.

Buna göre,

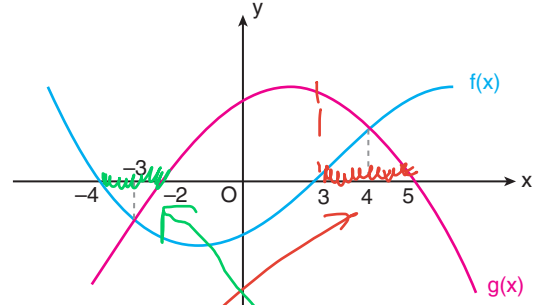
$$f(x) \cdot g(x) > 0$$

$$f(x) \cdot g(x) > 0$$

eşitsizliğin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(-2, 1) \cup (4, 5)$  B)  $(-2, 1) \cup (2, 5)$   
 C)  $(-2, 2) \cup (4, 5)$  D)  $(-2, 2)$   
 E)  $(4, 5)$

9.



Şekilde  $f(x)$  ve  $g(x)$  fonksiyonları verilmiştir.

Buna göre,

$$f(x) \cdot g(x) > 0$$

$$f(x) \cdot g(x) > 0$$

eşitsizliğin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(-4, -3) \cup (3, 4)$  B)  $(-3, 4) \cup \{5\}$   
 C)  $(-4, -2) \cup (4, 5)$  D)  $(-3, 4)$   
 E)  $(-4, -2) \cup (3, 5)$

|     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1-B | 2-C | 3-B | 4-D | 5-A |
| 6-C | 7-B | 8-C | 9-E |     |

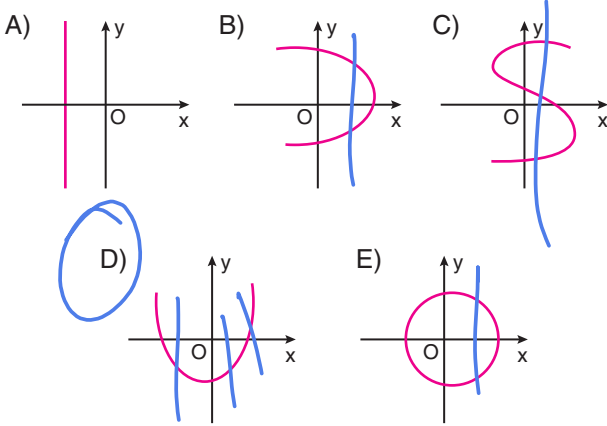
## Test - 1

## TEMA TESTLERİ

## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

1. Aşağıdakilerden hangisi bir fonksiyonun grafiğidir?

DDD



2.  $A = [-3, 2)$  ve  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$  olmak üzere,

$$f(x) = x^2$$

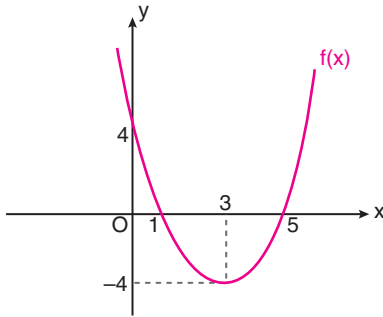
fonksiyonunun görüntü kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

DDD\_ÇÖZÜLECEK

- A) (4, 9) B) (4, 9] C) (0, 9] D) [0, 9] E)  $\mathbb{R}$

$$\begin{aligned} f(-3) &= 9 \\ f(2) &= 4 \\ f(0) &= 0 \end{aligned}$$

3.



Şekilde  $f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

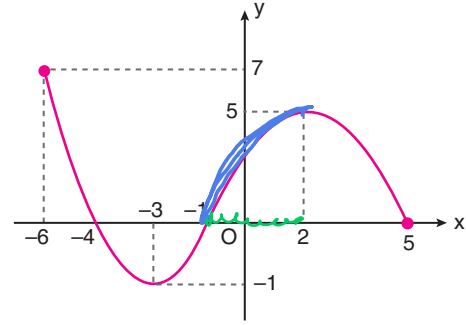
- I.  $f$ ,  $[1, 5]$  aralığında azalandır. —  
 II.  $f$  nin minimum değeri  $x = 3$  tür. —  $y = -4$   
 III.  $f$ ,  $[3, \infty)$  aralığında artandır. ✓

yukarıdakilerden hangileri doğrudur?

B

- A) Yalnız I B) Yalnız III C) I ve II D) I ve III E) II ve III

4.  $f: [-6, 5] \rightarrow [-1, 7]$  olmak üzere, aşağıda  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



Yukarıdaki şekle göre,

- I.  $f$  fonksiyonunun alabileceği maksimum değer 5'tir. 7  
 II.  $f(x) \leq 0$  koşulunu sağlayan 5 tane  $x$  tam sayısı vardır.  $-4-3-2-1-0$   
 III.  $f$  fonksiyonunun pozitif değerli artan olduğu aralık  $(-1, 2]$  dir.

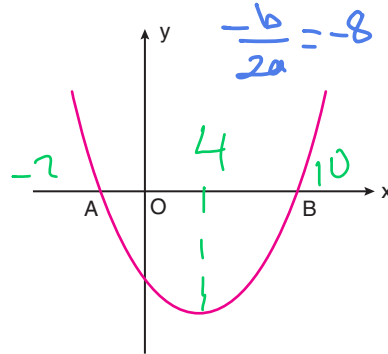
ifadelerinden hangileri doğrudur?

DDD

- A) Yalnız III B) I ve II C) I ve III D) II ve III E) I, II ve III

5.  $f(x) = x^2 - 8x + 2m + 4$

fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



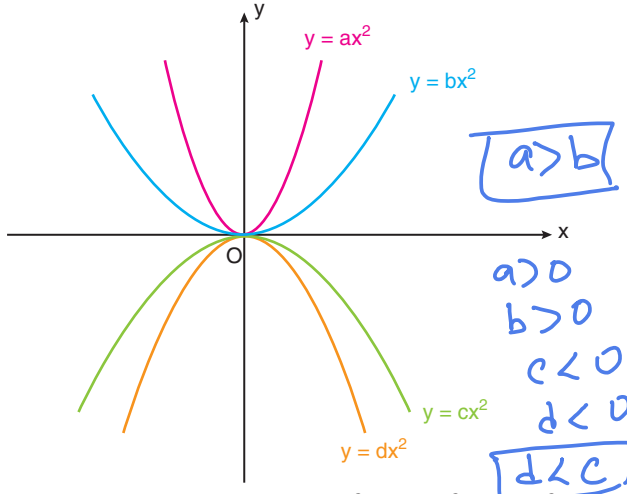
$|AB| = 12$  birimdir.

Buna göre,  $m$  kaçtır?

B

- A) -16 B) -12 C) -8 D) 8 E) 12

6.



Dik koordinat düzleminde  $y = ax^2$ ,  $y = bx^2$ ,  $y = cx^2$  ve  $y = dx^2$  fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre,

- I.  $y = ax^2 + cx + d$  parabolü x eksenini iki noktada keser.
- II.  $y = ax^2 + bx + c$  parabolünün tepe noktasının apsisi 2 olabilir.
- III.  $y = bx^2 + cx + d$  parabolünün tepe noktası koordinat düzleminin 3. bölgesindedir.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I      B) Yalnız II      C) Yalnız III  
D) I ve II      E) I ve III

7.

$$f(x) = 2x^2 + 12x + 9 = 2(x^2 + 6x + 9) - 9 = 2(x+3)^2 - 9$$

f(x) fonksiyonu veriliyor.

f(x) fonksiyonu

$$f(x) = a(x-r)^2 + k$$

biçiminde tam kare biçimine getiriliyor.

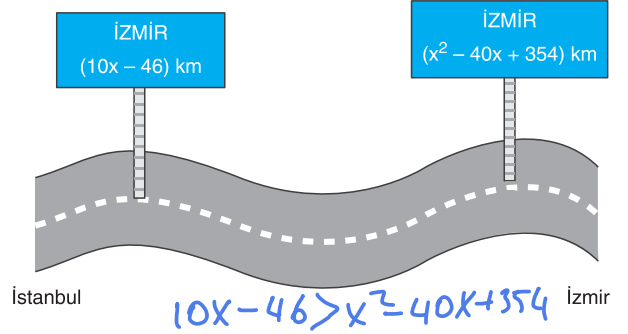
Buna göre,

$$a + r + k = 2 - 3 - 9$$

toplamı kaçtır?

- A) -10      B) -4      C) -2      D) 4      E) 8

8.



İstanbul'dan İzmir'e giden bir araç yolda İzmir'e kalan mesafeyi gösteren tabelalara rastlamaktadır.

İzmir'e  $(10x - 46)$  km kaldığını gösteren tabeladan bir süre sonra  $(x^2 - 40x + 354)$  km kaldığını gösteren tabelaya rastlamıştır.

Buna göre, x hangi aralıktadır?

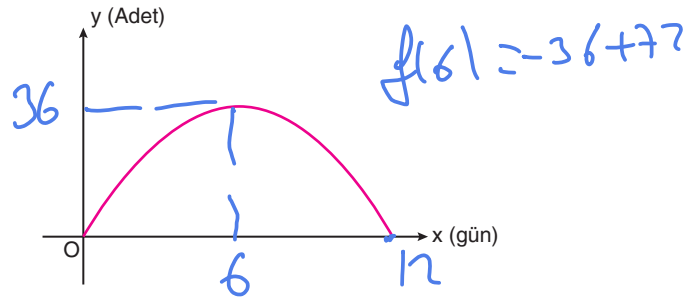
- A) (20, 40)      B) (10, 40)      C) (15, 45)  
D) (20, 30)      E) (10, 30)

9.

Aşağıdaki grafikte bir telefon bayisinin yaptığı kampanya boyunca satışlarındaki değişim

$$f(x) = -x^2 + 12x = -x(x-12)$$

f(x) fonksiyonu ile modellenerek gösterilmiştir.



Buna göre,

- I. Kampanya 12 gün sürmüştür.
- II. Bir günde en fazla 36 adet telefon satılmıştır.
- III. Kampanya boyunca satışlar hep artmıştır.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

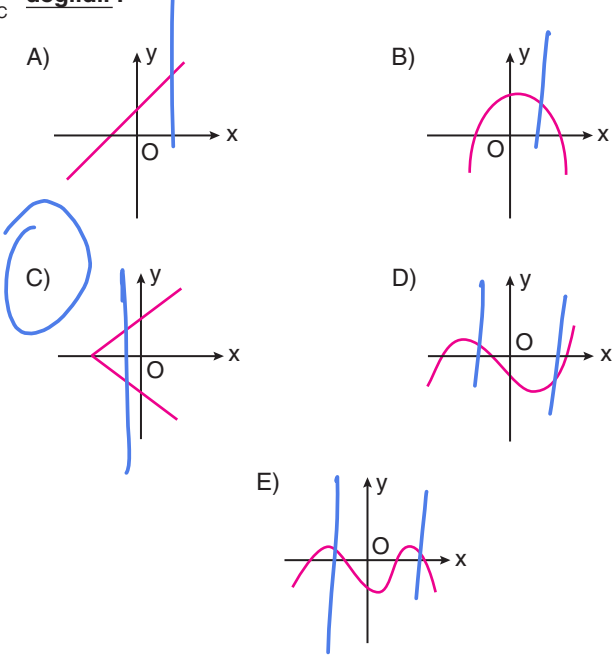
- A) Yalnız I      B) Yalnız II      C) I ve II  
D) II ve III      E) I, II ve III

|     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1-D | 2-D | 3-B | 4-D | 5-B |
| 6-A | 7-A | 8-B | 9-C |     |

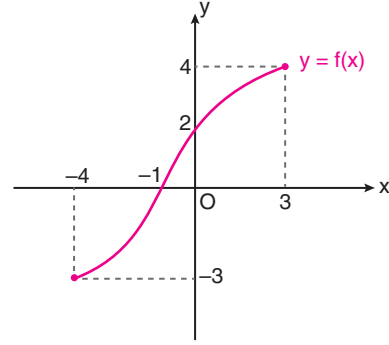


1. Aşağıdakilerden hangisi bir fonksiyonun grafiği değildir?

CCC



3.



Yukarıda  $f: [-4, 3] \rightarrow [-3, 4]$  aralığında  $f$  fonksiyonunun grafiği veriliyor.

Buna göre,

- I.  $f(x) = 0$  denkleminin kökü  $-2$  dir.  
 II.  $f(x) > 0$  olduğu aralık  $[-1, 3]$  tür.  
 III.  $f(x) \leq 0$  olduğu aralık  $[-4, -1]$  dir.

$x = -1$   
 $[-1, 3]$

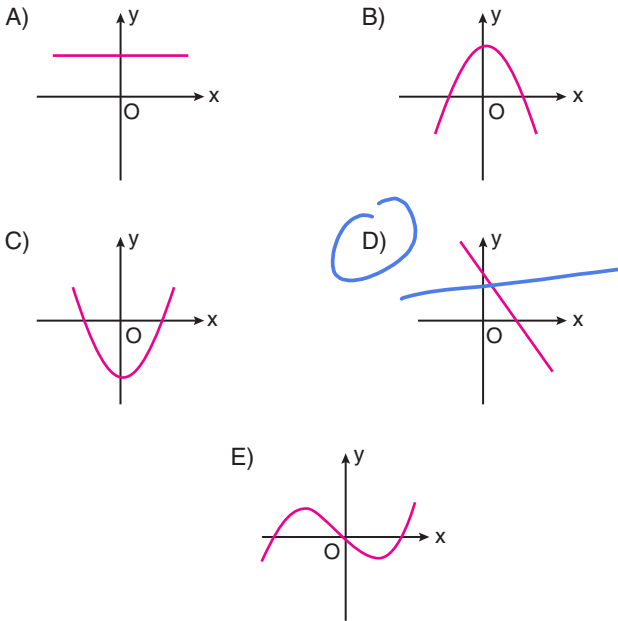
yukarıdakilerden hangileri doğrudur?

CCC

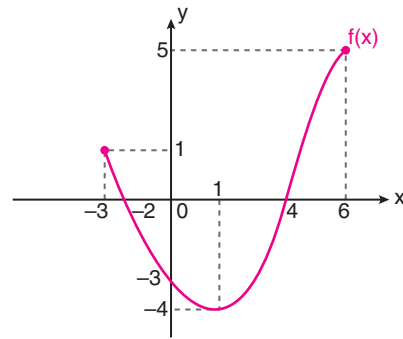
- A) Yalnız I      B) Yalnız II      C) Yalnız III  
 D) I ve II      E) I ve III

2. Aşağıda grafikleri verilen fonksiyonlardan hangisi bire birdir?

DDD



4.



$a = -3 + 6 = 3$   
 $b = 1$   
 $c = 1 + 5 = 6$   
 $d = -4$

Şekilde  $f: [-3, 6] \rightarrow [-4, 5]$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$f(x)$  in maksimum ve minimum noktalarının apsisi  $a$  ve  $b$ , maksimum ve minimum değerleri  $c$  ve  $d$  dir.

Buna göre,  $a + b + c + d$  toplamı kaçtır?

D

- A) 4      B) 6      C) 7      D) 8      E) 10

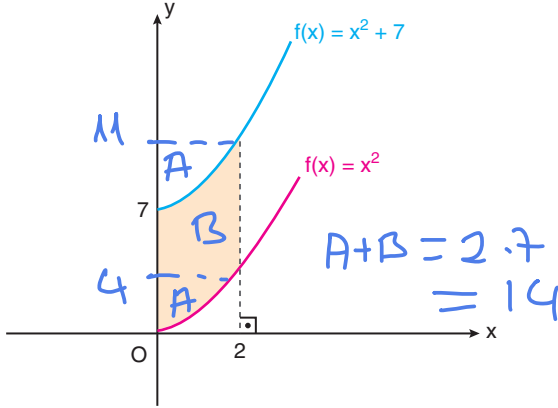
$3 + 1 + 6 - 4 = 6$

5.  $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$  ve  $g: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = x^2$$

$$g(x) = x^2 + 7$$

fonksiyonları veriliyor.



Buna göre, taralı alan kaç birimkaredir?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

6.  $a \neq 0$  ve  $a \in \mathbb{R}$  olmak üzere,

$$ax^2 + bx + c = 0$$

denkleminin sıfırları

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ ve } x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

olarak verilmiştir.

Buna göre,

I.  $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ 'dir.

II.  $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

III.  $b^2 - 4ac < 0$  ise reel kök yoktur.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III  
D) II ve III E) I, II ve III

7.

I.  $f(x) = \sqrt{x}$  ve  $g(x) = x + 1$  fonksiyonları için

$$f(x) = g(x)$$

denkleminin çözüm kümesi boş kümedir.

II.  $k(x) = \frac{1}{x}$  ve  $h(x) = -x$  fonksiyonları için

$$k(x) = h(x)$$

denkleminin çözüm kümesi boş kümedir.

III.  $k(x) = \frac{1}{x}$  ve  $m(x) = 2x - 4$  fonksiyonları için

$$k(x) = m(x)$$

denkleminin çözüm kümesi bir elemanlıdır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III  
D) I ve II E) II ve III

D

8.

$$f(x) = x^2 + (2m - 4)x - 7m - 3$$

fonksiyonunun simetri eksenini  $x = 1$  doğrusudur.

Buna göre, parabol y eksenini hangi noktada keser?

- A) -10 B) -17 C) -18 D) -20 E) -24

$$f(0) = -7m - 3$$

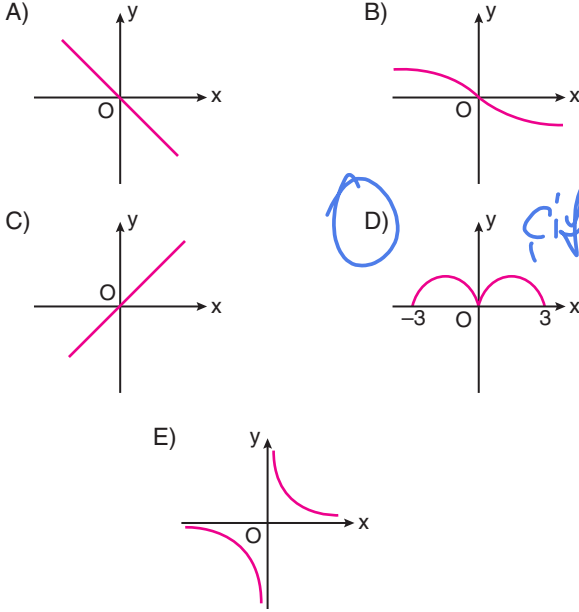
$$= -7 - 3$$

$$= -10$$

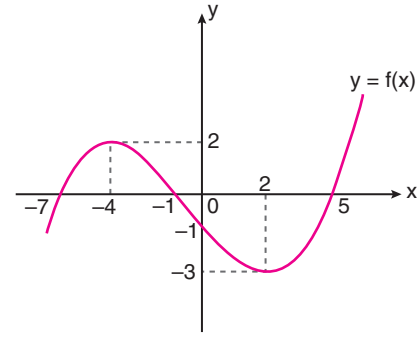
|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| 1-C | 2-D | 3-C | 4-D |
| 5-E | 6-E | 7-D | 8-A |

1. Aşağıdakilerden hangisi tek fonksiyon grafiği değildir?

D



3.



Yukarıda  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre;

I.  $f$  fonksiyonu  $[-4, 2]$  aralığında azalandır. ✓

II.  $f$  fonksiyonu  $[-7, -1]$  aralığında artandır. [4, -1] azalır

III.  $f$  fonksiyonunun yerel maksimum ve yerel minimum değerlerinin toplamı  $-1$  dir.  $2-3=-1$

yukarıdaki yargılardan hangileri doğrudur?

D

A) Yalnız I

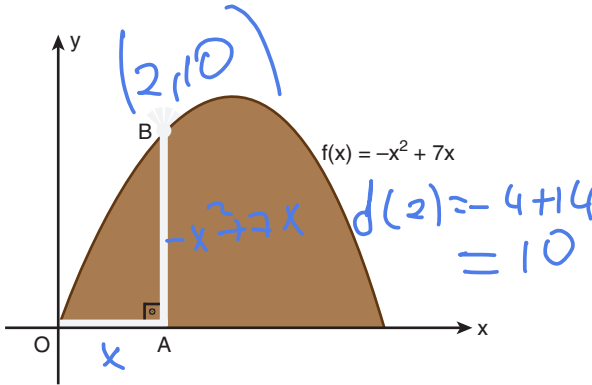
B) Yalnız II

C) Yalnız III

D) I ve III

E) II ve III

7.



Her birimin 1 km'ye denk geldiği koordinat düzleminde  $f(x) = -x^2 + 7x$  parabolünün bir kısmı ile modellenmiş bir dağın O noktasında bulunan sığınaktan 12 km boru döşenerek şekildeki gibi;  $[OA] \perp [AB]$  olacak şekilde havalandırma sistemi kurulmuştur.

Buna göre havalandırma bacasının B noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

E

A) (1, 8) B) (1, 9) C) (2, 8) D) (2, 9) E) (2, 10)

$$-x^2 + 7x + x = 12$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$(x-2)(x-6) = 0$$

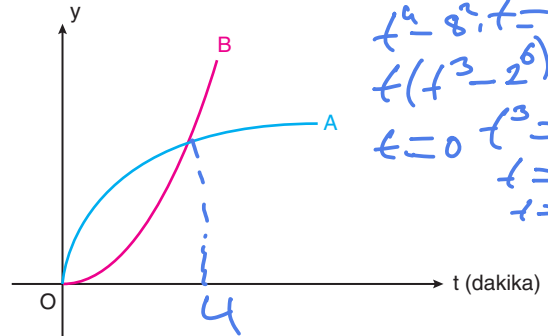
$$x = 2$$

4. Aşağıda A ve B olarak isimlendirilen iki yarış atının zamana bağlı yol fonksiyonları

$$f(t) = t^2$$

$$g(t) = 8\sqrt{t}$$

olarak verilmiştir.



Buna göre, B atı A atına kaç dakika sonra yetişir?

B

A) 3

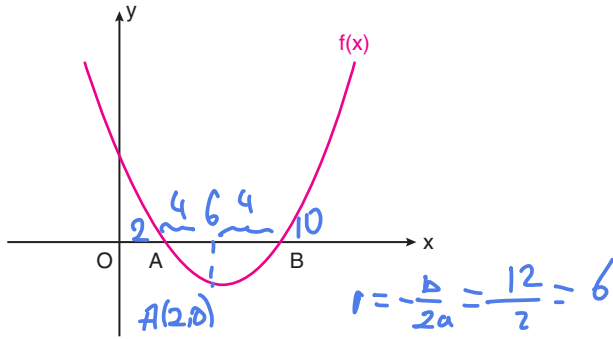
B) 4

C) 5

D) 6

E) 8

5.



$$f(x) = x^2 - 12x + m + 4$$

parabolünün grafiği x eksenini A ve B noktaların da kesiyor.

$|AB| = 8$  birim

olduğuna göre, m kaçtır?

A) 12 B) 16 C) 18 D) 20 E) 24

7.

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$g(x) = x - 12$$

fonksiyonları için

$$f(x) = g(x)$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre,

I. Denklemin çözüm kümesi  $\{9, 16\}$ 'dir.

II. Denklemin bir tane sıfırı vardır.

III. Fonksiyon grafiklerinin kesim noktalarının apsisi  $x = 16$ 'dir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

E

A) Yalnız I

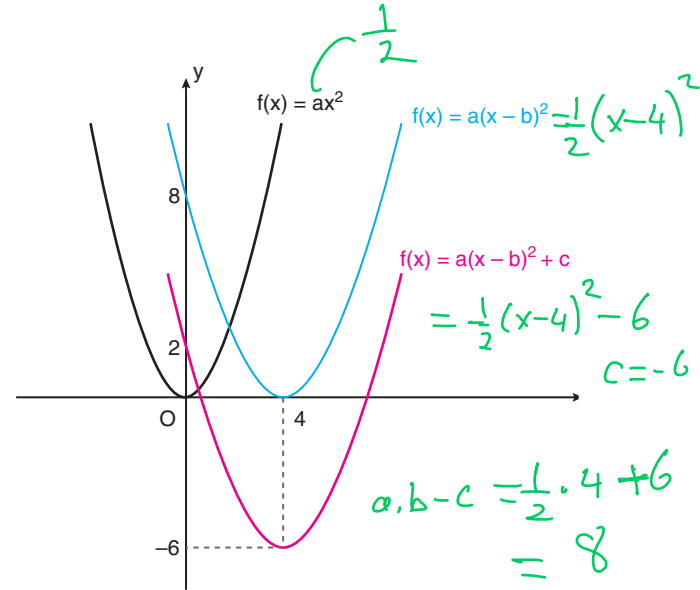
B) Yalnız II

C) I ve II

D) I ve III

E) II ve III

8.



Şekilde ikinci dereceden  $f(x)$  referans fonksiyonundan hareketle önce siyah, sonra mavi ve daha sonra da kırmızı paraboller çizilmiştir.

Buna göre,  $a \cdot b - c$  ifadesi kaçtır?

D

A) -4

B) -2

C) 6

D) 8

E) 16

|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| 1-D | 2-E | 3-D | 4-B |
| 5-B | 6-B | 7-E | 8-D |

## Test - 4

## TEMA TESTLERİ

## NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

1.  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq 0$  olmak üzere,

$$f(x) = a \cdot (x + 2)^2 - 5$$

fonksiyonu verilmiştir.

Buna göre,

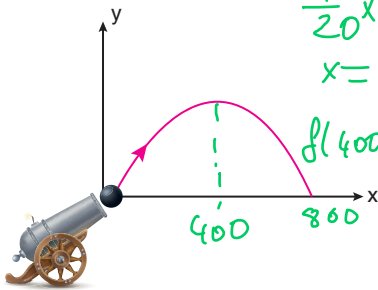
- I.  $f(x)$  fonksiyonunun alabileceği en küçük değer  $-5$ 'tir.  
 II.  $f(x)$  fonksiyonu  $x$  eksenini 2 noktada keser.  
 III.  $f(x)$  fonksiyonu  $x \leq -2$  için bire bir fonksiyon olur.  
 IV.  $f(x)$  fonksiyonu yatay ekseninde pozitif yönde 2 birim ötelenirse çift fonksiyon elde edilir.

ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

ccc

- A) I ve II      B) I ve III      C) III ve IV  
 D) I, II ve III      E) I, III ve IV

- 2.



Şekilde  $f(x) = -\frac{1}{20}x^2 + 40x$  yörüngesinde atış yapan bir askeri top görülmektedir.

Topun menzili  $a$  metre, çıkacağı maksimum yükseklik  $h$  metredir.

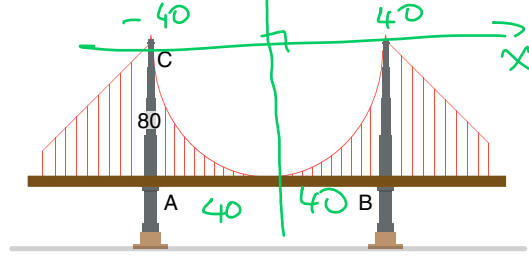
Buna göre,  $a + h$  toplamı kaç metredir?

D

- A) 7200      B) 8200      C) 8400  
 D) 8800      E) 9600

$$a + h = 800 + 8000 = 8800$$

- 3.



Şekildeki asma köprünün tel hatatlarının denklemleri,

$$f(x) = \frac{1}{20}x^2 - 80 = 0 \quad \frac{1}{20}x^2 = 80 \quad x^2 = 1600 \quad x = \pm 40$$

parabolü ile modellenmiştir.

Tel hatatlar köprüye değmekte ve köprüden itibaren kulelerin yüksekliği  $|AC| = 80$  metredir.

Buna göre, köprünün parabolün altında kalan  $|AB|$  uzunluğu kaç metredir?

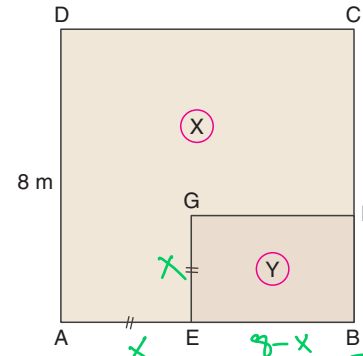
A

- A) 80      B) 100      C) 120      D) 140      E) 160

$$|AB| = 40 + 40 = 80 \text{ m}$$

- 4.

Bir kenarı 8 m uzunluğunda olan kare şeklindeki bahçe, iki kısma ayrılacak ve bu iki kısma iki ayrı cins çiçek dikilecektir.



ABCD kare, EFGH dikdörtgen

$$|AE| = |EG|$$

X kısmına metrekaresi 3 TL ve Y kısmına metrekaresi 2 TL olan çiçeklerden dikilecektir.

Buna göre, çiçek dikim maliyetinin minimum değeri kaç TL dir?

BBB

- A) 192      B) 176      C) 150      D) 128      E) 100

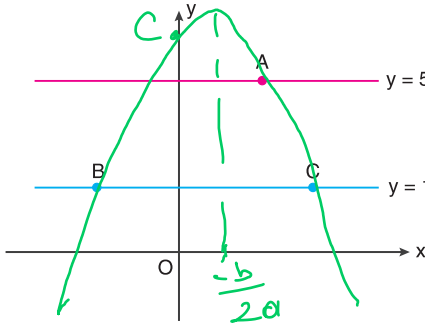
$$T = 4^2 - 8 \cdot 4 + 192 = 16 - 32 + 192 = 176$$

5. a, b ve c gerçel sayılar olmak üzere,

$$y = ax^2 + bx + c$$

parabolü  $y = 1$  doğrusuyla B ve C noktalarında,  $y = 5$  doğrusuyla ise sadece A noktasında kesişmektedir.

Dik koordinat düzleminde A, B ve C noktalarının yerleri aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.



$$\begin{aligned} a &< 0 \\ -\frac{b}{2a} &> 0 \\ b &> 0 \\ c &> 0 \end{aligned}$$

Buna göre, a, b ve c sayılarının işaretleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

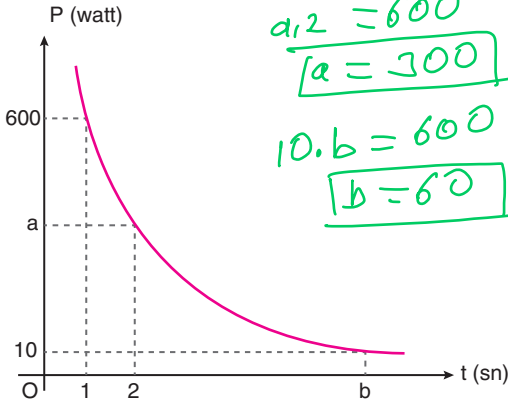
ccc

- A) +, -, -      B) +, +, -      C) -, +, +  
D) -, +, -      E) -, -, +

6. Bir işin birim zamanda yapılmasına güç denir. Güç (P) birimi watt, İş (W) birimi joule ve işin yapılması için geçen süre t zamanı ise

$$P = \frac{W}{t}$$

formülü ile güç bulunur.



Şekilde 600 joule işin yapılma süresindeki güç grafiği verilmiştir.

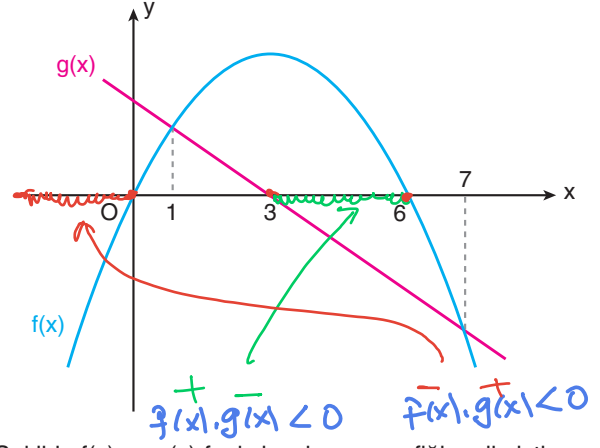
Buna göre, a + b toplamı kaçtır?

D

- A) 300      B) 320      C) 340      D) 360      E) 400

$$a + b = 300 + 60 = 360$$

- 7.



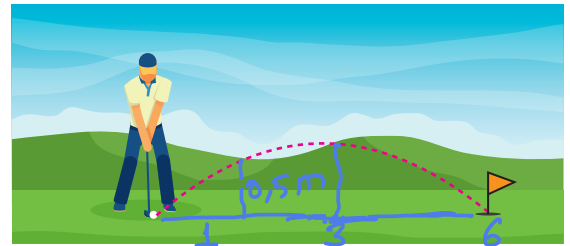
Şekilde f(x) ve g(x) fonksiyonlarının grafiği verilmiştir.

$f(x) \cdot g(x) < 0$  eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

B

- A)  $(-\infty, 1) \cup (3, 6)$       B)  $(-\infty, 0) \cup (3, 6)$   
C)  $(-\infty, 1) \cup (6, 7)$       D)  $(-\infty, 3) \cup (6, 7)$   
E)  $(-\infty, 0) \cup (6, 7)$

8. Bir golfçünün, doğrusal bir zemin üzerinde bulunan bir topu kendisinden 6 m uzaklıkta bulunan aynı zemindeki hedefe yaptığı atış aşağıda modellenmiştir.



Top, vurulduktan sonra hedefe ilerlerken parabolik bir yol izlemiştir.

Top, vurulduğu noktadan 1 m ileride zeminden 50 cm yüksekliğe ulaştığına göre, hedefe varıncaya kadar zeminden en fazla kaç cm yüksekliğe ulaşır?

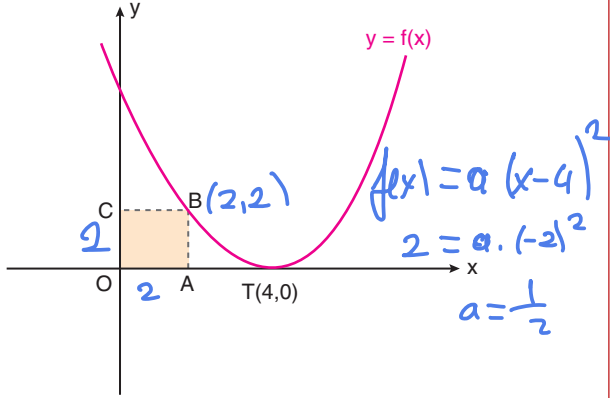
ccc

- A) 70      B) 80      C) 90      D) 100      E) 110

$$\begin{aligned} f(x) &= a(x-6) \\ f(1) &= a(1-6) = -5a = 0.5 \\ a &= -\frac{0.5}{5} = -\frac{1}{10} \\ f(x) &= -\frac{1}{10}(x-6) \\ f(3) &= -\frac{1}{10}(3-6) = \frac{3}{10} = 0.3 \text{ m} = 30 \text{ cm} \end{aligned}$$

|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| 1-C | 2-D | 3-A | 4-B |
| 5-C | 6-D | 7-B | 8-C |

1.



Şekildeki  $y = f(x)$  parabolünün tepe noktası  $T(4, 0)$  ve  $OABC$  karesinin alanı 4 birimkaredir.

Buna göre,  $f(0)$  kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

$$f(x) = \frac{1}{2}(x-4)^2$$

$$f(0) = \frac{1}{2}(-4)^2 = \frac{1}{2} \cdot 16 = 8$$

$$72 < -2x^2 + 40x < 128$$

$$36 < -x^2 + 20x < 64$$

$$-64 < x^2 - 20x < -36$$

$$-64 + 100 < x^2 - 20x + 100 < -36 + 100$$

2. Serhat bir otoyolda seyahat ederken aracın hızını sabit tutmak istemektedir. Ancak otoyolda yapım çalışması olduğu için aracın hızı belli bir bölümde minimum 72 km/saat, maksimum 128 km/saat olmalıdır.

Aracın hızını belirleyen fonksiyon cebirsel olarak,

$$V(x) = -2x^2 + 40x \text{ dir.}$$

Burada  $x$ , yolun başlangıçtan itibaren kilometre cinsinden mesafeyi,  $V(x)$  ise km/saat cinsinden hızı ifade etmektedir.

Buna göre, Serhat yolda yapım çalışması olduğu yerlerde hız kurallarına uyduğunda  $x$  kaç kilometre aralığında kalır?

- A) (16, 18) B) (16, 20) C) (14, 16) D) (12, 16) E) (18, 20)

$$36 < (x-10)^2 < 64$$

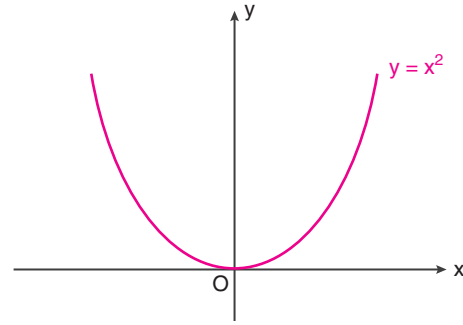
$$6 < |x-10| < 8$$

$$6 < x-10 < 8$$

$$16 < x < 18$$

$$(16, 18)$$

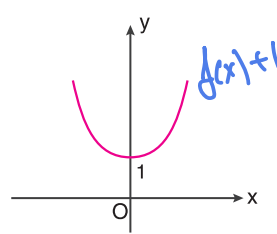
3.



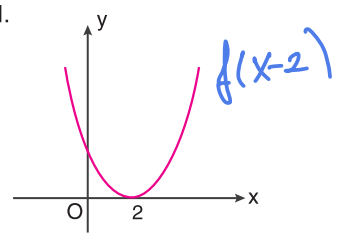
Yukarıda  $f(x) = x^2$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

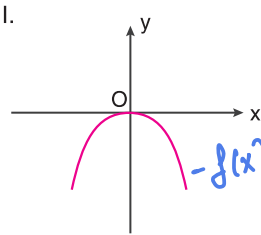
I.



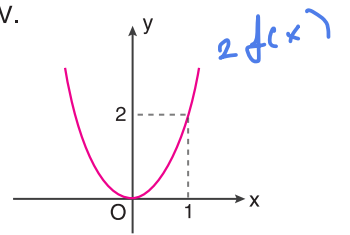
II.



III.



IV.



yukarıdaki grafikler ile aşağıdaki fonksiyonlar eşleştirilirse hangi fonksiyon eşlenmez?

- A)  $-f(x)$  B)  $f(x) + 1$  C)  $f(x - 2)$  D)  $2f(x)$  E)  $f(-x)$

EEE

4.  $f: [a, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  olmak üzere,

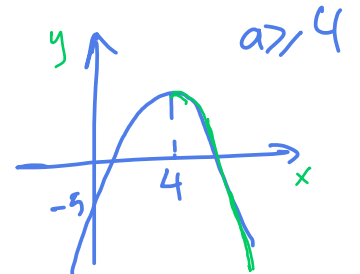
$$f(x) = -x^2 + 8x - 5$$

fonksiyonu bire birdir.

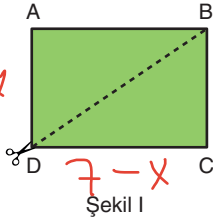
Buna göre, aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

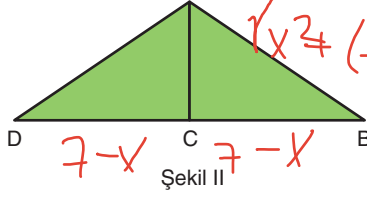
$$r = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{-2} = 4$$



5.



Şekil I



Şekil II

Şekil I'de çevresi 14 birim olan bir dikdörtgen [BD] köşegeni boyunca kesilip elde edilen parçalar Şekil II'deki gibi D, C, B doğrusal olacak şekilde birleştiriliyor.

Son durumda elde edilen şeklin çevresi 18 birim olduğuna göre, ilk durumda verilen dikdörtgenin [AD] kenarının uzunluğu kaç birimdir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 4,5 E) 5

$$2(\sqrt{x^2 + (7-x)^2} + 7-x) = 18$$

$$(\sqrt{x^2 + (7-x)^2})^2 = (2+x)^2$$

$$x^2 + 49 - 14x + x^2 = 4 + x^2 + 4x$$

$$x^2 - 18x + 45 = 0$$

$$(x-3)(x-15) = 0$$

$$x=3 \quad x=15$$

6. Bir kargo şirketinin  $x$  kg ağırlığındaki bir kargoyu alıcıya ulaştırma ücreti  $(x^2 + 30)$  TL olarak belirlenmiştir.

Elinde 8 kg ağırlığında ürün olan Melis kargoyu iki parça halinde gönderirse daha az ücret ödeyeceğini hesaplamıştır.

Buna göre, Melis'in gönderim yapacağı iki parçadan herhangi birinin ağırlığı aşağıdaki aralıklardan hangisidir?

- A) (2, 5) B) (3, 5) C) (2, 6)

D) [3, 5]

E) [2, 6]

$$x^2 + 30 + (8-x)^2 + 30 < 8^2 + 30$$

$$x^2 + 30 + 64 + x^2 - 16x < 64$$

$$2x^2 - 16x + 30 < 0$$

$$x^2 - 8x + 15 < 0$$

$$(x-3)(x-5) < 0$$

7.

Bir ticari taksinin ücret tarifesini ile ilgili aşağıdaki bilgiler verilmiştir.

|    | Açılış | km başına ücret |
|----|--------|-----------------|
| I  | 140 TL | $2x$ TL         |
| II | 40 TL  | 45 TL           |

$x$  km yolculuk yapacak olan bir yolcu I. tarifeyi seçerse daha kârlı olacaktır.

Buna göre,  $x$  en çok kaçtır?

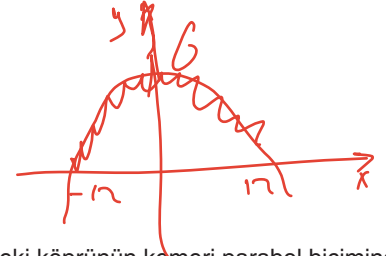
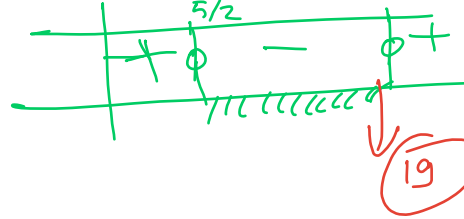
DDD

- A) 10 B) 16 C) 18 D) 19 E) 20

$$140 + 2x \cdot x < 40 + 45x$$

$$2x^2 - 45x + 100 < 0$$

$$(2x-5)(x-20) < 0$$



8. Bir nehir üzerindeki köprünün kemeri parabol biçiminde, kemerin yerden yüksekliği 6 metre ve kemerin taban genişliği 24 metredir.

Köprünün kemeri

$$f(x) = -ax^2 + 6$$

fonsiyonu ile modellenmiştir.

Buna göre,  $a$  kaçtır?

- A)  $-\frac{1}{24}$  B)  $-\frac{1}{12}$  C)  $\frac{1}{12}$  D)  $\frac{1}{24}$  E) 24

$$-a \cdot x^2 + 6 = 0$$

$$ax^2 = 6$$

$$a \cdot 12^2 = 6$$

$$a = \frac{6}{12^2} = \frac{1}{24}$$

|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| 1-C | 2-A | 3-E | 4-A |
| 5-B | 6-B | 7-D | 8-D |



1.

|   | Hizmet bedeli | kg fiyatı    |
|---|---------------|--------------|
| A | 3 TL          | $(x - 3)$ TL |
| B | 7 TL          | $(x + 1)$ TL |

Bir kişinin sipariş etmeyi düşündüğü A ve B ürünlerinin kilogram fiyatı ve alınan miktardan bağımsız olarak ödeyeceği sabit hizmet bedeli tabloda gösterilmiştir.

Kişi A ürününden  $(2x + 1)$  kg sipariş ettiğinde; B ürününden  $(x + 4)$  kg sipariş ederse ödeyeceği toplam tutardan daha fazla toplam tutar ödeyeceğini hesaplamıştır.

Buna göre,  $x$ 'in alacağı en küçük tam sayı değeri kaçtır?

BBB

- A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

$$3 + (x-3)(2x+1) > 7 + (x+1)(x+4)$$

$$2x^2 - 5x > x^2 + 5x + 11$$

$$x^2 - 10x - 11 > 0$$

$$(x-11)(x+1) > 0$$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} & -1 & & 11 & \\ \hline & + & - & - & + \end{array}$$

2.



Şekilde verilen su deposu ile tarlasını sulayan bir çiftçinin deposundaki su 60 litre nin altına düştüğünde depoya su sağlayan ana şebeke depoya su doldurmaya başlamakta ve depoda 100 litre suya ulaşıldığında doldurma işlemini bitirmektedir.

Depo dolu iken sulama işlemine başlanıyor.

Depoda  $x^2 - 2x + 12$  litre su kaldığında ana şebeke doldurma işlemine henüz başlamamıştır.

Buna göre,  $x$ 'in alacağı pozitif tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 15 C) 17 D) 27 E) 38

$$60 \leq x^2 - 2x + 12 < 100$$

$$x^2 - 2x - 48 > 0$$

$$(x-8)(x+6) > 0$$

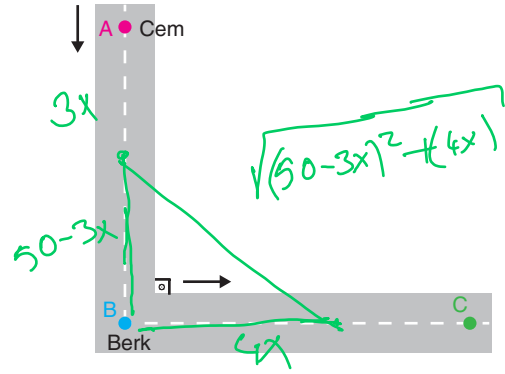
$$\begin{array}{c|c|c|c|c} & -6 & & 8 & \\ \hline & + & - & - & + \end{array}$$

$$x^2 - 2x < 88$$

$$x = 11 \text{ sulama}$$

$$x = 8 + 9 + 10 = 27$$

3.



$|AB| = 50$  cm

Başlangıçta aralarında 50 metre bulunan Cem ile Berk ok yönünde sırasıyla 3 m/sn ve 4 m/sn hızla aynı anda koşmaya başlıyorlar.

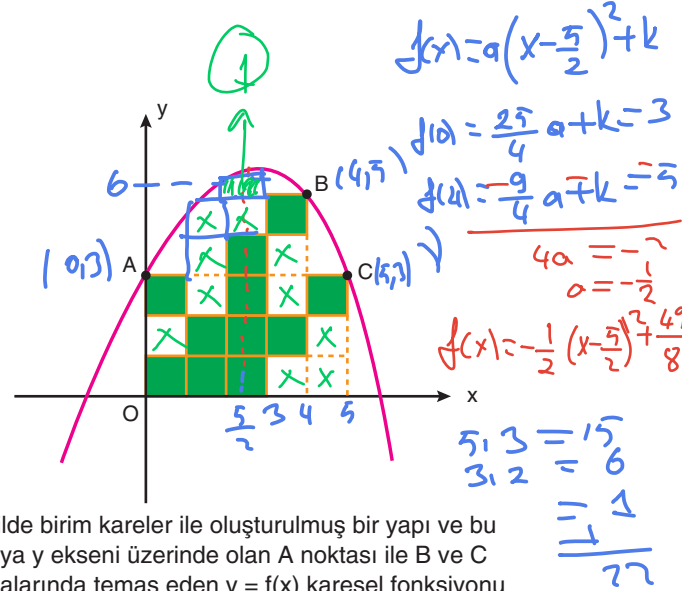
Cem ile Berk arasındaki mesafe koşmaya başladıktan kaç saniye sonra en az olur?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

$$r = \frac{300}{2.25} = 133.33$$

$$r = 6$$

4.

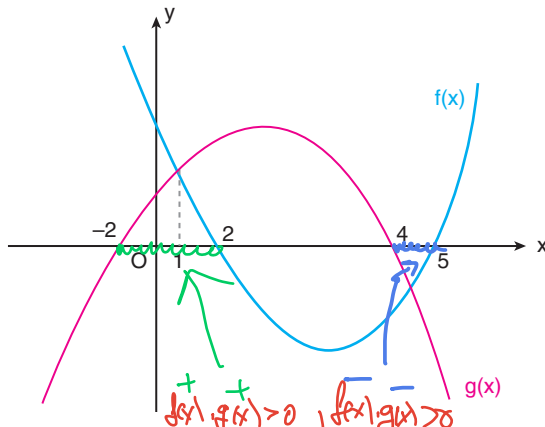


Şekilde birim kareler ile oluşturulmuş bir yapı ve bu yapıya y eksenini üzerinde olan A noktası ile B ve C noktalarında temas eden  $y = f(x)$  karesel fonksiyonu verilmiştir.

Buna göre, bu karesel fonksiyon ile x eksenini arasında koordinat düzleminin pozitif ordinatlı bölümünde olacak şekilde, tam olarak birim karelerden en çok kaç tane yerleştirilebilir?

- A) 19 B) 20 C) 21 D) 22 E) 23

5.



Şekilde  $f(x)$  ve  $g(x)$  fonksiyonlarının grafiği verilmiştir.

Buna göre,  $f(x) \cdot g(x) > 0$  eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

B

- A)  $(-2, 1) \cup (4, 5)$   
 B)  $(-2, 2) \cup (4, 5)$   
 C)  $(-2, 1) \cup (2, 5)$   
 D)  $(-2, 2)$   
 E)  $(4, 5)$

6. Çameli Şelale Restoran işletmecisi Ergün Bey, alabalığı porsiyonunu 250 TL'den satarak günlük 90 porsiyon satış yapmaktadır.

Maliyet artışından dolayı porsiyon başına yaptığı her 20 TL'lik artış için 4 porsiyon eksik satmaktadır.

**Buna göre Ergün Bey, günlük gelirinin en fazla olması için bir porsiyonu kaç TL'ye satmalıdır?**

DDD\_s.133-23

- A) 270      B) 300      C) 320      **D) 350**      E) 370

$$\begin{aligned} \text{for: } & (250 + 20x)(90 - 4x) \\ &= 20(25 + 2x)(45 - 2x) \\ &= 20(-4x^2 + 40x + 1125) \\ & \quad \quad \quad \uparrow = 5 \end{aligned}$$

$$250 + 10x = 250 + 100$$
$$= 350$$

7.

Bir firma internet üzerinden bir ürünü 10 \$ fiyat ile alıp 90 \$ fiyat ile satmaktadır.

Harika Cuma indirimlerinde bir kampanya yaparak 80 sipariş üzerinde aldığı her bir sipariş için sipariş veren tüm müşterilerinde 0,5 \$ indirim yapacağını duyurmuştur.

Firmanın alacağı sipariş 150 ile sınırlı olup aldığı sipariş kadar ürünü internet üzerinden satın alıp müşterilerine ulaştıracaktır.

Buna göre, kârın en fazla olması için kaç sipariş alınmalıdır?

D

- A) 100      B) 108      C) 112      **D) 120**      E) 132

$$\begin{aligned} \text{Kar} &= 80x - (x-80)\frac{1}{2}x \\ &= 80x - \frac{1}{2}x^2 + 40x \\ &= -\frac{1}{2}x^2 + 120x \end{aligned}$$


$$r = -\frac{b}{2a} = \frac{-120}{-1} = 120$$

8.  $f: \mathbb{R} - \{a\} \rightarrow \mathbb{R} - \{b\}$ .

$$f(x) = \frac{2}{x-4} - 6$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,  $a + b$  toplamı kaçtır?

*A*

- A) -2      B) -1      C) 2      D) 3      E) 4

$$a+b = 4-6 = -2$$

9.

$$f(x) = x^2 + 3x - 2 = x^2 + 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4} - 2$$

fonksiyonu koordinat sisteminde a birim sağa ve b birim yukarı ötelendiğinde  $-(x+3)^2 - 17$

$$g(x) = x^2 + x - 1$$

fonksiyonu elde ediliyor.

**Buna göre,  $a \cdot b$  çarpımı kaçtır?**

*A*

- A) 3                  B) 4                  C) 6                  D) 9                  E) 12

$$a = r_2 - r_1 = -\frac{1}{2} - (-\frac{3}{2}) = 1 \quad b = -\frac{5}{4} + \frac{17}{4} = 3$$

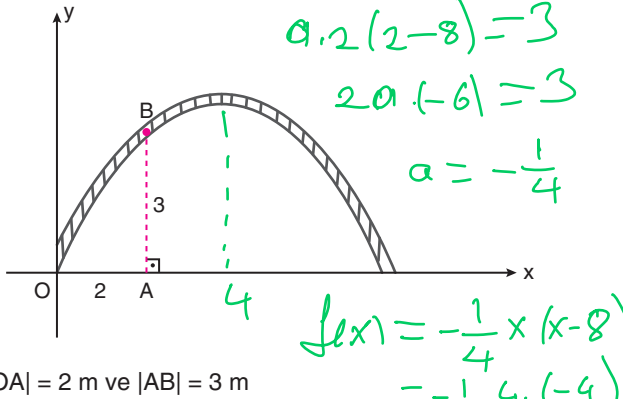
|     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1-B | 2-D | 3-C | 4-D | 5-B |
| 6-D | 7-D | 8-A | 9-A |     |



5. Koordinat sisteminde

$$f(x) = ax \cdot (x - 8)$$

parabolü ile modellenen bir demiryolu köprüsü verilmiştir.



|OA| = 2 m ve |AB| = 3 m

Buna göre, köprünün kemerinin yerden yüksekliği en çok kaç metredir?

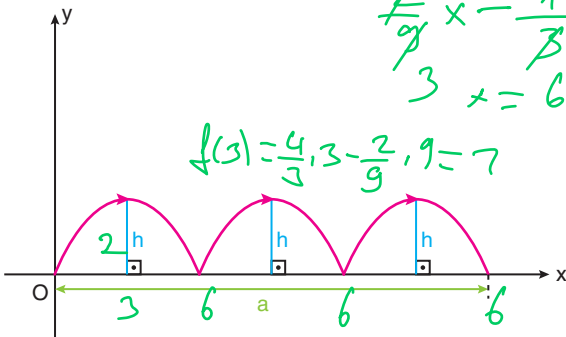
- A) 3,6 B) 4 C) 4,2 D) 4,6 E) 5

6. Bir öğretmen, beden eğitimi dersinde öğrencilerine kum havuzunda 3 adım uzun atlama sporu yaptırmaktadır.

Nurdan birinci atlayışı

$$f(x) = \frac{4}{3}x - \frac{2}{9}x^2 = x \left( \frac{4}{3} - \frac{2}{9}x \right)$$

parabolü ile modellenmiştir.

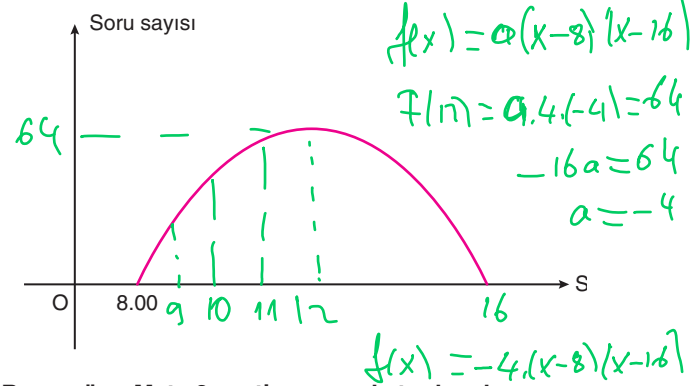


Nurdan'ın atlayışları özdeş ve 3 atlayıştaki menzili a metre ve maksimum yüksekliği h metredir.

Buna göre, a + h toplamı kaç metredir?

- A) 14 B) 16 C) 17 D) 18 E) 20

7. Mete sabah 8.00'da soru çözmeye başlayıp her saat sonunda çözdüğü soru sayısını koordinat sisteminde işaretlediğinde parabol görüntüsü elde etmiştir. Mete en fazla 64 soru çözmüş ve bundan sonra her geçen saat performansı azalarak 8. saatin sonunda sıfırı işaretleyip soru çözmeyi bırakmıştır.



Buna göre, Mete 8 saatin sonunda toplam kaç soru çözmüştür?

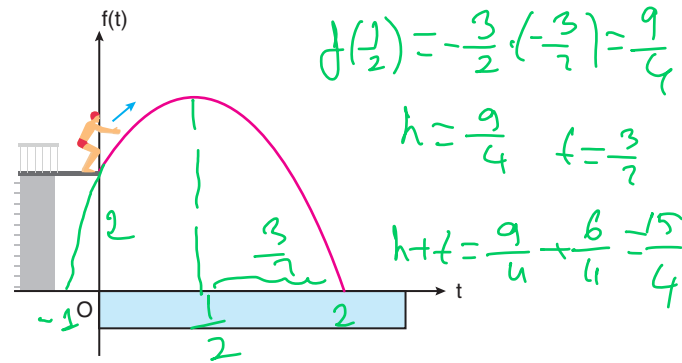
- A) 308 B) 324 C) 336 D) 348 E) 360

$$\begin{aligned} f(9) &= -4 \cdot 1 \cdot 7 = -28 \\ f(10) &= -4 \cdot 2 \cdot (-4) = 32 \\ f(11) &= -4 \cdot 3 \cdot (-5) = 60 \\ f(12) &= -4 \cdot 4 \cdot (-4) = 64 \end{aligned}$$

8. Atilla şekilde görüldüğü gibi koordinat sistemine yerleştirilen trampolenden

$$f(t) = -(t + 1) \cdot (t - 2)$$

yörüngesinde atlayarak suya giriyor.



Atilla en yüksek h birim yüksekliğe çıkıp zirveye ulaşıyor ve zirveden t saniye sonra suya giriyor.

Buna göre, h + t toplamı kaçtır?

- A) 9/4 B) 10/4 C) 11/4 D) 13/4 E) 15/4

|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| 1-C | 2-E | 3-B | 4-A |
| 5-B | 6-E | 7-C | 8-E |