ACİL MATEMATİK
AYT

BÖLÜM - 12

İntegral

- İntegral Kavramı
- İntegral Alma Kuralları
- Belirsiz İntegral
- Değişken Değiştirme Yöntemi
- Belirli İntegral
- Riemann Toplamı
- İntegralde Alan Hesabı
- İntegral Karma

Yazarın Notları

Sevgili Öğrencimiz,

Türev bittiğine göre baya bir yol katettin demektir. Hiç ara vermeden türevle bağlantısı fazla olan integral ile devam edeceğiz. İntegral konusunda türevde yapılan işlem ve yorumlar geriye doğru tam tersine yapılacaktır. Bu sayede türevi de unutmayacak aynı anda iki konuyu da daha iyi öğreneceksin. İntegralde temel bilgilerden sonra özellikle alan konusuna çok dikkat etmeli, gerekirse fonksiyon ve parabol bilgilerini gözden geçirmelisin. Üst üste iki önemli ve çok uzun konuyla muhatap olduğundan ara sıra bıkkınlık da oluşabilir. Yapman gereken dinlene dinlene ve sabırla devam etmektir. Bu iki konumuzun iyi anlaşılması sana fazlasıyla özgüven verecektir. Türev ve integral konularında gelişmiş bir öğrencinin bırakın davranışlarını, ses tonu bile değişebilir. Finali iyi yapmanın sevincidir bu. Hayatındaki tüm finallerin iyi geçmesi dileğiyle.

1. $\int \left[\frac{d}{dx}(\sin x + x^2)\right] dx$

$\boxed{\int \cancel{\frac{d}{dx}}(f(x))\cancel{dx} = f(x) + C}$ olduğundan

$\int \left[\frac{d}{dx}(\sin x + x^2)\right] dx = \sin x + x^2 + C$ olur.

Cevap : A

2. $d\left(\int 2x^3 dx\right)$

$\boxed{\cancel{d}\left(\cancel{\int} f(x)\, dx\right) = f(x)\,dx}$ olduğundan

$\cancel{d}\left(\cancel{\int} 2x^3 dx\right) = 2x^3 dx$ olur.

Cevap : A

3. I. $\int d(f(x) - \pi) = f(x) + c$

II. $\frac{d}{dx}\left[\int \cos^3 x dx\right] = \cos^3 x$

III. $\int \frac{f'(x) \cdot g(x) - g'(x) \cdot f(x)}{g^2(x)} dx = \frac{f(x)}{g(x)} + c$

I) $\int \cancel{d}(f(x) - \pi) = f(x) + C$

Sabit sayı olduğundan tek bir sabit yazılır.

II) Doğru $\cancel{\frac{d}{dx}}\left[\cancel{\int} \cos^3 x \cancel{dx}\right] = \cos^3 x$ olur.

III) Doğru $\int\left(\cancel{\frac{d}{dx}}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]\cancel{dx}\right) = \frac{f(x)}{g(x)} + C$

Burada en solda integral olduğundan C sabiti oluşur.

Cevap : E

4. $\frac{d^2}{dx^2}\left[\int (x^{10} - 5)\, dx\right]$

$\frac{d}{dx}\left[\cancel{\frac{d}{dx}}\left[\cancel{\int}(x^{10} - 5)\cancel{dx}\right]\right] = \frac{d(x^{10}-5)}{dx}$

$(x^{10}-5)$ in x'e göre türevi demektir.

$= \boxed{10 \cdot x^9}$

Cevap : C

5. $\int [f(x-1) \cdot x] dx = \frac{x^3}{3} - x^2$

Bilinmeyen fonksiyonun integral içinde kaldığı denklemlerde iki tarafın türevi alınır.

Eşitliğin iki tarafının Türevini alalım.

$\cancel{\frac{d}{dx}}\left[\cancel{\int}[f(x-1) \cdot x]\cancel{dx}\right] = \frac{d}{dx}\left[\frac{x^3}{3} - x^2\right]$

$f(x-1) \cdot x = \cancel{3} \cdot \frac{x^2}{\cancel{3}} - 2 \cdot x$

$f(x-1) \cdot \cancel{x} = \cancel{x} \cdot (x-2)$

$f(x-1) = x - 2 \Rightarrow x \to x+1$ yazalım.

$f(x) = x - 1$ olur. Bu durumda

$\int f(x) dx = \int (x-1) dx = \frac{x^2}{2} - x + C$

Cevap : C

6. $f(x) = \int (2^x \cdot x + x^2 - 3)\, dx$

$f(x)$ in $x=1$ noktasındaki teğetinin eğimi $f'(1)$ dir.

O halde soruda

$f'(x) = \cancel{\frac{d}{dx}}\cancel{\int}(2^x \cdot x + x^2 - 3)\cancel{dx}$ yapılırsa

$f'(x) = 2^x \cdot x + x^2 - 3$

$f'(1) = 2^1 \cdot 1 + 1^2 - 3$

$= 0$ bulunur.

Cevap : A

ACİL MATEMATİK

7. $f(x) = \int (x^2 + ax + 6)\,dx$

veriliyor.

$f'(x)$ in extremum noktasının apsisi 3 ise
$f''(3)=0$ dır. O halde
$f''(x) = \frac{d}{dx}\left[\cancel{\frac{d}{dx}}\int(x^2+ax+6)\cancel{dx}\right]$
$= \frac{d}{dx}\left[x^2+ax+6\right]$
$f''(x) = 2x+a$ dır. $f''(3) = 6+a = 0 \Rightarrow \boxed{a=-6}$ olur.

Cevap : C

8. f, x = 1 de yerel ekstremuma sahip ve f her noktada iki kere türevlenebilen bir fonksiyondur. $f'(1)=0$

$\int f''(x)\,dx = x^2 - 3x + c$

$\int f'(x) = x^2-3x+2$
$\boxed{f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 2x + d}$
$f'(x) = x^2-3x+c$
$f'(1) = 1-3+c = 0 \Rightarrow c=2$
$f'(x) = x^2-3x+2$ olur. f nin yerel max. ve min. değerleri için
$f'(x) = x^2-3x+2 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-1)=0$

	1	2	
$f'(x)$	+	−	+
$f(x)$	max.	min.	

$f(1) = \frac{1}{3} - \frac{3}{2} + 2 + \cancel{d}$
$-f(2) = -\frac{8}{3} + 6 - 4 - \cancel{d}$
$= \boxed{\frac{1}{6}}$

Cevap : C

9. P ve Q polinom fonksiyonlardır.

$Q(x) = \int P''(x)\,dx$ ve Q(x) üçüncü dereceden bir polinomdur.

$der(Q(x)) = n \Rightarrow der\left(\int Q(x)dx\right) = n+1$;
$der\left[\frac{d}{dx}(Q(x))\right] = n-1$ olur.

O halde $der(Q(x)) = 3$ ise $der(P''(x)) = 2$ olmalı.
$der(P''(x)) = 2$ olduğundan
$der(P'(x)) = 3$ ve
$der(P(x)) = 4$ tür.

Cevap: B

10. P(x) bir polinomdur. $\Rightarrow P(0) = ?$

$\frac{d}{dx}\int \frac{P(x+1)}{x-2}\,dx = \cancel{\frac{d}{dx}}(2x^2 + 5x + c)$

$\frac{P(x+1)}{x-2} = 4x+5 \Rightarrow P(x+1) = (4x+5)(x-2)$

$x=-1$ için $P(0) = (-4+5).(-3)$
$= -3$

Cevap : C

11. $\frac{d}{dx}\left(\int x \cdot P(x)\,dx\right) = \cancel{\frac{d}{dx}}P(x^2 - 2x) + x^3 - 2x^2 + 6x + 3$

$x.P(x) = (2x-2).P'(x^2-2x) + 3x^2 - 4x + 6$

$x=1$ için;
$1.P(1) = 0.P'(-1) + 3 - 4 + 6$
$P(1) = 5$

Cevap : C

12. $\frac{d}{dx}\int f(x)\,dx = \cancel{\frac{d}{dx}}x \cdot f(x)$

eşitliği veriliyor.

I. f(x) = x

II. f(x) = 2

III. f(x) = x – 1

$f(x) = f(x) + x.f'(x)$
I) $f(x) = x$ için $x = x + x.1 \Rightarrow$ Yanlış
II) $f(x) = 2$ için $2 = 2 + x.0 \Rightarrow$ Doğru
III) $f(x) = x-1$ için $x-1 = x-1 + x.1 \Rightarrow$ Yanlış

Cevap : B

13. P(x) bir polinom olmak üzere,

(Derece ile uğraşırken katsayıya gerek yoktur.)

$der\left[\int x^2 \cdot P(x) \cdot P'(x)\,dx\right] = 10$

$der\,P(x) = m$ olsun. Yani $P(x) = x^m\ldots$ diyebiliriz.
O halde
$der\left[\int x^2.P(x).P'(x)dx\right] = der\left[\int x^2.x^m.x^{m-1}dx\right]$
$= 2m+2 = 10 \Rightarrow m=4 \Rightarrow P(x) = x^4\ldots$
$\Rightarrow der\left[x.P(x^2)\right] = der\left[x.x^8\right] = 9$

Cevap : C

1. $\int 5dx$

$= 5x + C$

Cevap: A

2. $\int x^3 dx$

$= \frac{x^4}{4} + C$

cevap: D

3. $\int x\sqrt{x}\,dx = \int x \cdot x^{\frac{1}{2}} dx = \int x^{\frac{3}{2}} dx$

$= \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{2}{2}+1} + C$

$= \frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + C = \frac{2x^2 \cdot \sqrt{x}}{5} + C$

cevap: E

4. $\int \frac{6}{x^2} dx = \int 6 \cdot x^{-2} dx$

$= 6 \cdot \frac{x^{-1}}{-1} + C$

$= -\frac{6}{x} + C$

cevap: C

5. $\int \frac{1}{\sqrt[4]{x}} dx = \int x^{-\frac{1}{4}} dx$

$= \frac{x^{-\frac{1}{4}+1}}{-\frac{1}{4}+1} + C$

$= \frac{x^{\frac{3}{4}}}{\frac{3}{4}} + C = \frac{4}{3} \cdot \sqrt[4]{x^3} + C$

Cevap: C

6. $\int (2x^3 - a)\,dx$

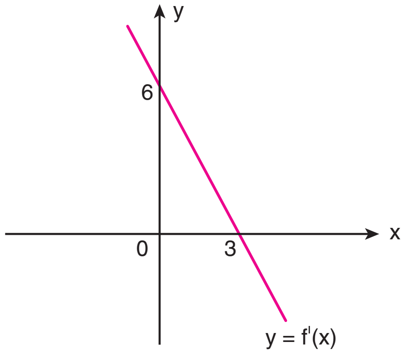
$= 2 \cdot \frac{x^4}{4} - a \cdot x + C$

$= \frac{x^4}{2} - a \cdot x + C$

Cevap: B

ACiL MATEMATiK

7.



Yukarıdaki grafik f(x) fonksiyonunun türevinin grafiğidir.

f'(x) fonksiyonunun eğimi −2 ve bu fonksiyon y eksenini 6 da kestiğinden

$f'(x) = -2x+6$ dır.

$\int f'(x)\,dx = \int(-2x+6)\,dx \Rightarrow$

$f(x) = -x^2+6x+C$ olur.

Cevap: E

8. P(x) ve Q(x) birer polinomdur.

$$\text{der}\left[\int P'(x)\cdot Q(x)\,dx\right] = 9$$

$$\text{der}\left[\int Q'(x)\,dx\right] = 3$$

$\text{der}(Q(x)) = 3 \Rightarrow Q(x) = x^3 \ldots$

$\text{der}\left[\int p'(x)\cdot(x^3\ldots)\,dx\right] = 9 \Rightarrow$

$\text{der}(P(x)) = 6 \Rightarrow P(x) = x^6 \ldots$

$\text{der}\left[\int x\cdot p(x)\,dx\right] = \text{der}\left[\int x\cdot(x^6 \ldots)\,dx\right]$

$= \text{der}\int x^7 \ldots\,dx$

$= 8$

Cevap: D

9. $\frac{d}{dx}\int x\cdot f'(x)\,dx = \frac{d}{dx}\left(x^3+x^2+c\right)$ ve $f(2) = 11$

$\frac{x\cdot f'(x)}{x} = \frac{3x^2+2x}{x} \Rightarrow f'(x) = 3x+2$

$\int f'(x) = \int(3x+2)$

$f(x) = 3\frac{x^2}{2}+2x+c$; $f(2) = 11 \Rightarrow$

$c = 1$

$f(0) = 0+0+1 = 1$

Cevap: A

10. $\int \frac{x^3-x^2+x-1}{x-1}\,dx = \int \frac{x^2(x-1)+1(x-1)}{x-1}\,dx$

$= \int \frac{\cancel{(x-1)}(x^2+1)}{\cancel{(x-1)}}\,dx = \int(x^2+1)\,dx$

$= \frac{x^3}{3}+x+C$

Cevap: A

11. $\int \sqrt{x\cdot\sqrt{x}}\,dx$

$\int x^{\frac{3}{4}}\,dx = \frac{x^{\frac{7}{4}}}{\frac{7}{4}}+C$

$= \frac{4}{7}\cdot x\cdot\sqrt[4]{x^3}+C$

Cevap: C

ACiL MATEMATiK

12. $\int \frac{x^2}{x+2}dx - \int \frac{4}{x+2}dx = \int \frac{x^2-4}{x+2}dx$

$\int f(x)dx - \int g(x)dx = \int (f(x)-g(x))dx$

$= \int \frac{(x-2)\cancel{(x+2)}}{\cancel{x+2}}dx = \frac{x^2}{2} - 2x + C$

Cevap : E

13. $\int \frac{1-\cos^2 2x}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x}dx$

$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$
$= 1 - 2\sin^2 x$

$= \int \frac{(1-\cos 2x)(1+\cos 2x)}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x}dx$

$= \int \frac{2.\cancel{\sin^2 x}.2.\cancel{\cos^2 x}}{\cancel{\cos^2 x}.\cancel{\sin^2 x}}dx = \int 4dx$

$= 4x + C$

Cevap : C

14. $f(x) = \cancel{\int d}(\cos x + x)$

olmak üzere, f(0) = 5 tir.

$f(x) = \cos x + x + C$

$f(0) = \underbrace{\cos 0}_{1} + 0 + C = 5 \Rightarrow \boxed{C = 4}$

$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \underbrace{\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)}_{0} + \frac{\pi}{2} + 4$

$= \boxed{\frac{\pi}{2} + 4}$

Cevap: C

15. $\int \frac{x^3}{x^2+x+1}dx - \int \frac{1}{x^2+x+1}dx$

$= \int \frac{x^3-1}{x^2+x+1}dx$

$= \int \frac{(x-1)\cancel{(x^2+x+1)}}{\cancel{(x^2+x+1)}}dx$

$= \int (x-1)dx = \frac{x^2}{2} - x + c$

Cevap : C

AÇIL MATEMATİK

16. Reel sayılarda tanımlı türevlenebilir ve integrallenebilir bir f fonksiyonunun türevi,

$$f'(x) = \begin{cases} 2x + k & , \ x < 1 \\ -1 & , \ x \geq 1 \end{cases}$$

olarak veriliyor.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + kx + c_1 & , \ x < 1 \\ -x + c_2 & , \ x \geq 1 \end{cases}$$

f, x = 1 de sürekli olmalı,

$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^+} f(x) = f(1) \Rightarrow$

$1 + k + c_1 = -1 + c_2 \Rightarrow k + c_1 - c_2 = -2$

$f(0) = 1 \Rightarrow c_1 = 1$

f, türevlenebilir olduğundan x = 1 de sağdan ve soldan türevler eşit olmalıdır.

$2 + k = -1 \Rightarrow k = -3$

Bu değerleri $k + c_1 - c_2 = -2$ de yerine yazarsak $c_2 = 0$ olur.

$f(4) = -4 + 0 = -4$ bulunur.

Cevap : C

1. $f(x) = \cancel{\int} \cancel{d}(x^2 + \cos x)$

$f(x) = x^2 + \cos x + c$

$f(0) = 0 + \underbrace{\cos 0}_{1} + c = 3 \Rightarrow$

$c = 2$

Cevap : D

2. $\int \frac{x\sqrt{x} - 2}{2x^2} dx = \int \frac{\cancel{x}\sqrt{x}}{2x^{\cancel{2}}} dx - \int \frac{\cancel{2}}{\cancel{2}x^2} dx$

$= \int \frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}} dx - \int x^{-2} dx$

$= \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\cancel{\frac{1}{2}}} - \frac{x^{-1}}{-1} + c = \sqrt{x} + \frac{1}{x} + c$

Cevap : A

3. I. $\frac{d}{dx}\left(\int \frac{\sin x}{\cos x} \cancel{dx}\right) = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ ✓

II. $\int d\left(\frac{\sin x}{\cos x}\right) = \tan x + c = \frac{\sin x}{\cos x} + c$ ✓

III. $\int \frac{d}{dx}(x^3 - 2x + 1) \cancel{dx} = x^3 - 2x + c$

$= x^3 - 2x + c$ ✓

Sabit gelmez

integral sabiti gelir.

integral sabiti gelir.

4. $\frac{d}{dx}\left(\cancel{\int} \cancel{d}(x^2 - 1)\right) = \frac{d}{dx}(x^2 - 1)$

$= 2x$

Cevap : B

5. $a \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$\cancel{\frac{d}{dx}} \int x^3 \cdot f(x) \cancel{dx} = \cancel{\frac{d}{dx}} x^4 + a$

$x^3 \cdot f(x) = 4x^3 \Rightarrow f(x) = 4$ olur.

Cevap : D

6. $\frac{d}{dx} \int f(2x-1) \cdot (x-1) dx = \frac{d}{dx} x^3 - 3x + c$

$f(2x-1) \cdot (x-1) = 3x^2 - 3$

$f(2x-1) \cdot \cancel{(x-1)} = 3 \cdot \cancel{(x-1)}(x+1)$

$f(2x-1) = 3 \cdot (x+1)$

$x = 0$ için $f(-1) = 3 \cdot 1 = 3$ bulunur.

Cevap : E

ACİL MATEMATİK

7. $f(x) = \cancel{\int d}(x\ln x)$

$f(x) = x \cdot \ln x + C$

$f(2) - f(1) = (2 \cdot \ln 2 + c) - (1 \cdot \ln 1 + c)$

$= 2 \cdot \ln 2$

$= \ln 4$

Cevap : B

8. $\int f'(x) = \int 5x^4 - 3$

$f(-1) = 4$

$f(x) = x^5 - 3x + C$

$f(-1) = 4 \Rightarrow -1 + 3 + C = 4 \Rightarrow C = 2$

$f(2) = 32 - 6 + 2 = 28$

Cevap : D

9. y = f(x) fonksiyonunun A(–1, 2) noktasındaki teğetinin eğimi 1 ve $f''(x) = 2$ dir.

$f(-1) = 2 \quad , f'(-1) = 1$

$\int f''(x) = \int 2$

$\Rightarrow f'(x) = 2x + C$

$f'(-1) = -2 + C = 1 \Rightarrow C = 3$

$\int f'(x) = \int (2x+3)$

$f(x) = x^2 + 3x + d$

$f(-1) = 1 - 3 + d = 2 \Rightarrow d = 4$

$f(x) = x^2 + 3x + 4$

$f(1) = 1 + 3 + 4 = 8$

Cevap: D

10. y = f(x) eğrisi,

- (–1, 4) noktasından geçmektedir.
- her (x, y) noktasındaki teğetinin eğimi bu noktadaki apsisinin iki katına eşittir.

$f(-1) = 4$

$\int f'(x) = \int 2x \Rightarrow f(x) = x^2 + C$

$f(-1) = 4$ olduğundan $4 = 1 + C \Rightarrow C = 3$

$f(x) = x^2 + 3$

Cevap : A

ACİL MATEMATİK

11. Yerel ekstremum noktalarından biri A(0, 2) olan f fonksiyonu için,

$f(x) = \int (4x^3 + 2x - a)\,dx$

(0,2) noktası f polinom fonksiyonunun yerel extremum noktası olduğundan

$f'(0) = 0$ ve $f(0) = 2$ dir.

$\frac{d}{dx}(f(x)) = \frac{d}{dx}\int (4x^3 + 2x - a)\,dx$

$f'(x) = 4x^3 + 2x - a$

$f'(0) = -a = 0 \Rightarrow a = 0$

$f(x) = \int (4x^3 + 2x)\,dx = x^4 + x^2 + C$

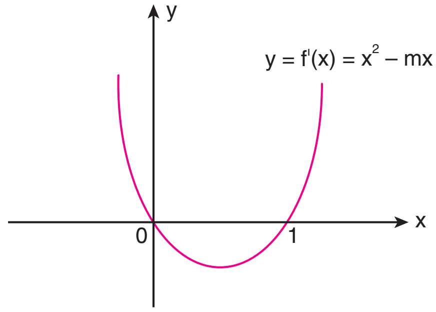
$f(0) = 2 \Rightarrow C = 2$ Buradan

$f(x) = x^4 + x^2 + 2 \Rightarrow f(1) = 1 + 1 + 2$

$= 4$ olur.

cevap : C

12.



Yukarıdaki şekilde y = f'(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$f(3) = \frac{1}{2}$

Grafiğe göre $f'(1) = 0$ olduğundan

$1 - m.1 = 0 \Rightarrow m=1$ dir.

Bu durumda $f'(x) = x^2 - x$ olur.

$\int f'(x) = \int (x^2 - x) \Rightarrow f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + c$

ve $f(3) = \frac{1}{2} \Rightarrow 9 - \frac{9}{2} + c = \frac{1}{2} \Rightarrow c = -4$ olur.

$f(0) = 0 - 0 + (-4) = -4$

Cevap : C

13. $f(x) = \int (x^2 + ax - 2)\,dx$

- eğrisi A(–1, 1) noktasından geçmektedir.
- f'(x) fonksiyonuna x = –1 apsisli noktasından çizilen teğetin eğimi sıfırdır.

$f(-1) = 1$; $f''(-1) = 0 \Rightarrow f(1) = ?$

$f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{ax^2}{2} - 2x + c$

$f'(x) = x^2 + ax - 2$

$f''(x) = 2x + a$

$f''(-1) = 0 \Rightarrow -2 + a = 0 \Rightarrow a = 2$

$f(-1) = 1 \Rightarrow -\frac{1}{3} + 1 + 2 + c = 1 \Rightarrow c = -\frac{5}{3}$

Buradan; $f(1) = \frac{1}{3} + 1 - 2 - \frac{5}{3} = -\frac{7}{3}$

cevap : C

14. P(x) bir polinom ve $P''(x) \cdot \int P(x)\,dx$ ifadesi 9. dereceden bir polinomdur.

$der(p(x)) = n \Rightarrow p(x) = x^n \ldots$

$p'(x) = n.x^{n-1} + \ldots \quad p''(x) = n.(n-1).x^{n-2} + \ldots$

$\int p(x)\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$ dir. O halde;

$der\left(p''(x).\int p(x)dx\right) = 9 \Rightarrow n+1+n-2 = 9 \Rightarrow$

$n = 5$ Cevap : C

15. P(x) baş katsayısı pozitif olan bir polinomdur.

$P(x) \cdot \int P(x)\,dx = 2x^3 - 3x^2 + x$

$der(p(x)) = n \Rightarrow der\left(\int p(x)dx\right) = n+1$ dir.

O halde $n + n + 1 = 3$ olmalıdır. $\Rightarrow \boxed{n = 1}$

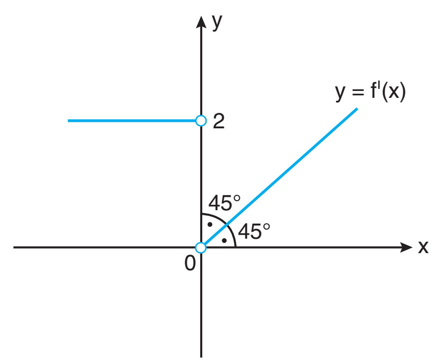
$p(x) = ax + b \Rightarrow \int p(x)\,dx = \frac{ax^2}{2} + bx + c$

$p(x).\int p(x)dx = 2x^3 - 3x^2 + x \Rightarrow$ polinom eşitliğinden

$a = 2$, $b = -1$ ve $c = 0$ buluruz. Buradan

$p(4) = 7$ Cevap : C

16.



Yukarıda her $x \in \mathbb{R}$ için sürekli olan y = f(x) fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.

$$f'(x) = \begin{cases} x & ; x > 0 \\ 2 & ; x < 0 \end{cases}$$

integralini alırsak;

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} + c_1 & ; x \geq 0 \\ 2x + c_2 & ; x < 0 \end{cases}$$

f, $\forall x \in R$ için sürekli olduğundan

$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^-} f(x) = f(0)$ olmalıdır.

Buradan $c_1 = c_2$ ve $f(-1) = 3 \Rightarrow c_2 = 5$

$f(2) = 2 + c_1 = 2 + 5 = 7$ olur.

Cevap : C

ACİL MATEMATİK

1. $\int (x^3 - x + 1)^3 \cdot (3x^2 - 1)\,dx$

$x^3 - x + 1 = u$ dersek

$(3x^2 - 1)\,dx = du$ olur. Yerine yazdığımızda

$$\int \underbrace{(x^3-x+1)}_{u}{}^3 \cdot \underbrace{(3x^2-1)\,dx}_{du} = \int u^3 \cdot du$$

$$= \frac{u^4}{4} + C$$

$$= \frac{(x^3-x+1)^4}{4} + C$$

Cevap : A

2. $\int f'(x) \cdot g'(f(x))\,dx$

$f(x) = u$ dersek $f'(x)\,dx = du$ olur.

integralde yerine yazdığımızda

$$\int \underbrace{f'(x)}_{du} \cdot g'(\underbrace{f(x)}_{u})\,dx = \int g'(u)\,du = g(u) + C$$

$$= 2 \cdot f(x) + C$$

Cevap: A

3. $\int \dfrac{f'\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2}\,dx$

$\frac{1}{x} = u$ dersek $-\frac{1}{x^2}dx = du$ olur.

Yerine yazdığımızda;

$$\int -f'(u)\,.du = -f(u) + C$$

$$= -f\left(\frac{1}{x}\right) + C$$

Cevap: B

4. $\int f''(f(x)) \cdot f'(x)\,dx$

$f(x) = u \Rightarrow f'(x)dx = du$

$$\int f''(u).du = f'(u) + C$$

$$= f'(f(x)) + C$$

Cevap : E

5. $\int \dfrac{1}{(3x-1)^4}\,dx$

$3x - 1 = u \Rightarrow 3dx = du$

$$\int \frac{du}{3.u^4} = \frac{1}{3} \cdot \int u^{-4}du = \frac{1}{3} \cdot \frac{u^{-3}}{-3} + C$$

$$= -\frac{1}{9.(3x-1)^3} + C$$

Cevap : D

6. $\int (x^2 - x + 1)^3 \cdot (2x - 1)\,dx$

$x^2 - x + 1 = u \Rightarrow (2x-1)dx = du$

Yerine yazarsak

$\int u^3.du$ olur.

Cevap : E

ACİL MATEMATİK

7. $\int \frac{dx}{x^2+\sqrt{x}}$

$x = u^2 \Rightarrow dx = 2u\,du$

$\int \frac{2u}{u^4+u}\,du = \int \frac{2\cancel{u}}{\cancel{u}(u^3+1)}\,du = 2\cdot\int \frac{du}{u^3+1}$

Cevap : E

10. $\int \frac{dx}{x^2-2x+1}$

$x^2-2x+1 = (x-1)^2$ dir.

$x-1 = u \Rightarrow dx = du$

$\int \frac{du}{u^2} = \int u^{-2}\,du = \frac{u^{-1}}{-1} + C$

$= -\frac{1}{x-1} + C$

Cevap : B

8. $\int x\cdot(x-3)^5\,dx$

$x-3 = u \Rightarrow dx = du$

$\int (u+3)\cdot u^5\,du = \int (u^6+3u^5)\,du$

Cevap : B

11. $\int x^2\cdot(x^6+1)^{10}\,dx$

$x = \sqrt[3]{u} \Rightarrow dx = \frac{1}{3}\cdot u^{-\frac{2}{3}}\,du$

$\int u^{\frac{2}{3}}\cdot(u^2+1)^{10}\cdot\frac{1}{3}\cdot u^{-\frac{2}{3}}\,du = \int \frac{1}{3}\cdot(u^2+1)^{10}\,du$

Cevap : E

9. $\int \frac{dx}{\sqrt{2x-1}}$

$2x-1 = u^2 \Rightarrow \cancel{2}dx = \cancel{2}u\,du$

$\Rightarrow dx = u\,du$

$\int \frac{\cancel{u}\cdot du}{\cancel{u}} = \int du = u + C$

$= \sqrt{2x-1} + C$

Cevap : A

12. $\int \frac{\sqrt[4]{x}-x}{\sqrt[3]{x}}\,dx$

$x = t^{12} \Rightarrow dx = 12\cdot t^{11}\,dt$

$\int \frac{t^3-t^{12}}{t^4}\cdot 12\cdot t^{11}\,dt = \int \frac{t^3\cdot(1-t^9)\cdot 12t^{11}}{t^4}\,dt$

$= 12\cdot\int (t^{10}-t^{19})\,dt$

Cevap : D

ACİL MATEMATİK

13. $\int \frac{2x}{x^4+2x^2+1}dx$

$x^4+2x^2+1=(x^2+1)^2$

$x^2+1=u \Rightarrow 2x\,dx=du$

$$\int \frac{du}{u^2} = \int u^{-2}du = \frac{u^{-1}}{-1}+C$$

$$= -\frac{1}{x^2+1}+C$$

Cevap : D

15. $\int (f \circ g^{-1})(x)\,dx$

$g^{-1}(x)=u \Rightarrow g(u)=x$ Buradan ~~da~~

$g'(u)du = dx$ olur. Yerine yazarsak

$\int f(u)\cdot g'(u)du$ elde edilir.

Cevap : B

14. $\int \frac{x+2}{\sqrt{x^2+4x}}dx$

$x^2+4x=u^2 \Rightarrow (2x+4)dx = 2u\,du$

$\Rightarrow (x+2)dx = u\,du$

$$\int \frac{\cancel{u}du}{\cancel{u}} = \int du = u+C$$

$$= \sqrt{x^2+4x}+C$$

Cevap : D

16. $\int x^3\cdot\sqrt{x^2-1}\,dx$

$x^2-1=u^2 \Rightarrow \cancel{2}x\,dx=\cancel{2}u\,du$

$\Rightarrow x\,dx = u\,du$

$$\int x\cdot x^2\cdot\sqrt{x^2-1}\cdot dx =$$

$$(u^2+1)\cdot u\cdot u\cdot du = \int (u^4+u^2)\,du$$

$$= \frac{u^5}{5}+\frac{u^3}{3}+C$$

$$= \frac{\sqrt{(x^2-1)^5}}{5}+\frac{\sqrt{(x^2-1)^3}}{3}+C$$

Cevap : B

ACİL MATEMATİK

1. $\int_0^1 (2x+1)\,dx$

$\int_0^1 (2x+1)\,dx = (x^2+x)\Big|_0^1 = (1+1)-(0+0)$

$= \boxed{2}$

Cevap : E

2. a > 0 olmak üzere,

$\underbrace{\int_0^a (2x-5)\,dx}= 6$

$(x^2-5x)\Big|_0^a = a^2-5a = 6 \Rightarrow$

$a^2-5a-6=0 \Rightarrow (a-6)(a+1)=0$

$\boxed{a=6} \vee \cancel{a=-1}$ (a>0)

Cevap : E

3. $m \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $(m \neq -1)$

$\underbrace{\int_0^1 (x^m+1)\,dx}= 4$

$\frac{x^{m+1}}{m+1}\Big|_0^1 = \frac{1}{m+1}+1=4 \Rightarrow \boxed{m=-\frac{2}{3}}$

Cevap : B

4. $\cancel{\int_1^5} \cancel{d}(x^2+5x) = \boxed{(x^2+5x)\Big|_1^5}$

$= (25+25)-(1+5)$

$= \boxed{44}$

Cevap : E

5. $f(x) = \log_3(x-1)$

$\int_2^4 d(f^{-1}(x))$

$\log_3(x-1)=y \Rightarrow x-1=3^y \Rightarrow x = 1+3^y \Rightarrow$

$\boxed{f^{-1}(x) = 1+3^x}$

$\cancel{\int_2^4} \cancel{d}(1+3^x) = (1+3^x)\Big|_2^4 = (1+3^4)-(1+3^2)$

$= 82-10 = \boxed{72}$

Cevap : A

6. f(x), [2, 5] aralığında sürekli bir fonksiyondur.

$\int_2^5 f(x)\,dx = 6$

$\boxed{\int_a^b f(x)\,dx = A \Rightarrow \int_b^a f(x)\,dx = -A \text{ dır.}}$

O halde ;

$\int_5^2 f(x)\,dx = -\int_2^5 f(x)\,dx = -6 \text{ dır.}$

Cevap : A

ACİL MATEMATİK

7. $\int_0^1 f(x)\,dx = 3$ ve $\int_1^0 g(x)\,dx = 6$

$\int_0^1 g(x)dx = -6$

$\int_0^1 [2f(x) - g(x)]dx$

$2 \cdot \underbrace{\int_0^1 f(x)\,dx}_{} - \underbrace{\int_0^1 g(x)\,dx}_{}$

$2 \cdot 3 - (-6) = 6+6 = \boxed{12}$

Cevap : E

8. $\int_1^3 f(x)\,dx = 4$ ve $\int_3^6 f(x)\,dx = 12$

$\int_1^6 f(x)dx = \underbrace{\int_1^3 f(x)dx}_{} + \underbrace{\int_3^6 f(x)dx}_{}$

$= 4 + 12 = \boxed{16}$

Cevap : E

9. $a < b < c$ olmak üzere,

$\int_a^b f(x)\,dx = 16$ ve $\int_c^b f(x)\,dx = 10$

$\int_c^b f(x)dx = -\int_b^c f(x)dx$ olduğundan $\int_b^c f(x)dx = -10$

$\int_a^c f(x)dx = 2 \cdot \left[\int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx\right]$

$= 2 \cdot [16 + (-10)] = 12$

Cevap : D

10. $\int_1^5 (f(x) - x)\,dx + \int_5^1 (f(x) - 1)\,dx$

$\cancel{\int_1^5 f(x)dx} - \int_1^5 x\,dx + \cancel{\int_5^1 f(x)\,dx} - \int_5^1 dx$

$= -\left(\frac{x^2}{2}\Big|_1^5\right) - x\Big|_5^1 = -\left(\frac{25}{2} - \frac{1}{2}\right) - (1-5)$

$= -12 - (-4)$

$= \boxed{-8}$

Cevap : A

11. $\int_4^9 \frac{1-\sqrt{u}}{\sqrt{u}}du = \int_4^9 \left(\frac{1}{\sqrt{u}} - 1\right)du = \int_4^9 \left(u^{-\frac{1}{2}} - 1\right)du$

$= \left(2\sqrt{u} - u\right)\Big|_4^9 = (2\sqrt{9} - 9) - (2\sqrt{4} - 4)$

$= \boxed{-3}$

Cevap : D

12. $\int_0^1 (x^2 - x)^{10} \cdot (2x - 1)\,dx$

$x^2 - x = u \Rightarrow (2x-1)\,dx = du$

$x = 0$ için $u = 0$
$u = 1$ 〃 $u = 0$

$\int_0^0 u^{10} \cdot du = 0$

$\int_a^a f(x)\,dx = 0$

Cevap : C

ACİL MATEMATİK

13. $\displaystyle\int_1^4 \frac{f(\sqrt{x}-2)\,dx}{\sqrt{x}} = 2$

$\sqrt{x}-2=u \Rightarrow \dfrac{1}{2\sqrt{x}}dx = du$

$x = 4$ için $u = 0$

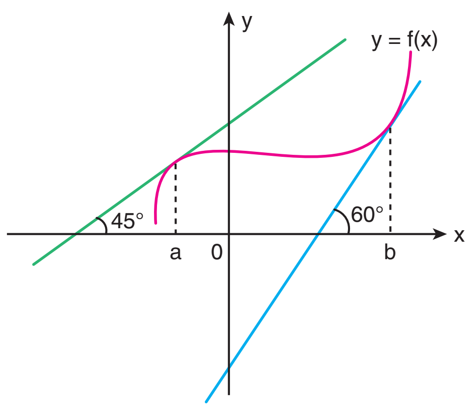
$x = 1$ " $u = -1$

$$\int_1^4 \frac{f(\sqrt{x}-2)dx}{\sqrt{x}} = \int_{-1}^0 \frac{f(u).2.\cancel{(u+2)}du}{\cancel{(u+2)}} = 2$$

$$\Rightarrow 2.\int_{-1}^0 f(u)du = 2 \Rightarrow \int_{-1}^0 f(u)du = 1 \text{ dir.}$$

cevapı E

14.



y = f(x) fonksiyonuna ait eğrinin x = a ve x = b apsisli noktalarındaki eğim açılarının ölçüleri sırasıyla 45° ve 60° dir.

$\displaystyle\int_a^b f'(x)\cdot f''(x)\,dx$

$f'(a) = \tan 45 = 1$

$f'(b) = \tan 60 = \sqrt{3}$

$f'(x) = u \Rightarrow f''(x)dx = du$

$$\int_a^b f'(x).f''(x)dx = \int u\,du = \frac{u^2}{2} = \left.\frac{[f'(x)]^2}{2}\right|_a^b$$

$$= \frac{[f'(b)]^2}{2} - \frac{[f'(a)]^2}{2} = 1$$

Cevap : A

15. $\displaystyle\int_{-1}^4 f(3x+1)\,dx = A$

$\displaystyle\int_{-2}^{13} f(x)\,dx$

$3x+1 = u \Rightarrow 3dx = du$

$x = 4 \Rightarrow u = 13$

$x = -1 \Rightarrow u = -2$ $\Big\} \Rightarrow$

$$A = \int_{-1}^4 f(3x+1)dx = \int_{-2}^{13} \frac{f(u)du}{3} = \frac{1}{3}.\int_{-2}^{13} f(u)du$$

$$\Rightarrow \int_{-2}^{13} f(u)du = \int_{-2}^{13} f(x)dx = 3A \text{ olur.}$$

integral değişkenden bağımsızdır.

Cevap : B

16. $\displaystyle\int_0^1 \sqrt{x^2+1}\cdot x\,dx$

$x^2+1 = u^2 \Rightarrow \cancel{2}x\,dx = \cancel{2}u\,du$

$\Rightarrow x\,dx = u\,du$ olur.

$x = 1 \Rightarrow u = \sqrt{2}$

$x = 0 \Rightarrow u = 1$

$$\int_0^1 \sqrt{x^2+1}.\,x\,dx = \int_1^{\sqrt{2}} u.u\,du = \int_1^{\sqrt{2}} u^2 du = \left.\frac{u^3}{3}\right|_1^{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2\sqrt{2}-1}{3} \text{ bulunur.}$$

Cevap : D

ACİL MATEMATİK

1. $a \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$\int_{-a}^{a} x \cdot f'(x^2)\,dx$$

$x^2 = u \Rightarrow 2x\,dx = du$

$x = a \Rightarrow u = a^2$

$x = -a \Rightarrow u = a^2$

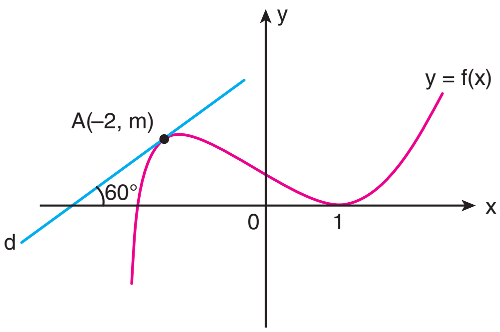
$\Rightarrow \int_{-a}^{a} x \cdot f'(x)\,dx = \int_{a^2}^{a^2} \frac{f'(u)\,du}{2}$

$\boxed{\int_{a}^{a} f(x)\,dx = 0}$

$= 0$

Cevap : C

2.



d doğrusu y = f(x) eğrisine A(–2, m) noktasında teğettir.

$$\int_{-2}^{1} f''(x)\,dx$$

$f'(-2) = \tan 60 = \sqrt{3}$ ve $f'(1) = 0$ (x eksene teğet)

$$\int_{-2}^{1} f''(x)\,dx = f'(x)\Big|_{-2}^{1} = f'(1) - f'(-2)$$

$= 0 - \sqrt{3}$

$= -\sqrt{3}$

Cevap : B

3.

$$\int_{1}^{4} \frac{x+1}{\sqrt{x}}\,dx$$

$\sqrt{x} = u \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}}\,dx = du$

$x = 4 \Rightarrow u = 2$

$x = 1 \Rightarrow u = 1$

$$\int_{1}^{4} \frac{x+1}{\sqrt{x}}\,dx = \int_{1}^{2} \frac{u^2+1}{\cancel{u}} \cdot 2\cancel{u}\,du$$

$$= 2 \cdot \int_{1}^{2} (u^2+1)\,du$$

Cevap : A

4.

$$\int_{1}^{16} \frac{\sqrt[4]{x} + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x}}\,dx$$

$u = \sqrt[4]{x} \Rightarrow u^4 = x \Rightarrow 4u^3\,du = dx$

$x = 16 \Rightarrow u = 2$

$x = 1 \Rightarrow u = 1$

$$\int_{1}^{16} \frac{\sqrt[4]{x} + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x}}\,dx = \int_{1}^{2} \frac{u + u^2}{u^4 - u^2} \cdot 4u^3\,du$$

$$= 4 \cdot \int_{1}^{2} \frac{u \cdot (1+u)}{u^2 \cdot (u-1)(u+1)} \cdot u^3\,du$$

$$= 4 \cdot \int_{1}^{2} \frac{u^2}{u-1}\,du$$

Cevap : C

ACiL MATEMATiK

5. $\int_1^8 f(\sqrt[3]{x})\,dx = 12$

$\int_1^2 x^2 \cdot f(x)\,dx$

$\sqrt[3]{x} = u \Rightarrow x = u^3 \Rightarrow dx = 3u^2\,du$

$x = 8$ için $u = 2$

$x = 1$ için $u = 1$

$12 = \int_1^8 f(\sqrt[3]{x})\,dx = \int_1^2 f(u) \cdot 3u^2\,du$

$= 3 \cdot \int_1^2 u^2 \cdot f(u)\,du = 3 \cdot \int_1^2 x^2 \cdot f(x)\,dx$

$\Rightarrow \int_1^2 x^2 \cdot f(x)\,dx = 4$ olur.

Cevap: B

6. $\int_0^{\pi} x \cdot f(\sin x)\,dx$

$x = \pi - t \Rightarrow dx = -dt$ ve $\boxed{\sin x = \sin(\pi - t) = \sin t}$

$x = \pi \Rightarrow t = 0$

$x = 0 \Rightarrow t = \pi$

$\int_0^{\pi} x \cdot f(\sin x)\,dx = -\int_{\pi}^{0} (\pi - t) \cdot f(\sin t)\,dt$

$= \int_0^{\pi} (\pi - t) \cdot f(\sin t)\,dt$

Cevap: E

7. $\int_4^9 x \cdot f(x)\,dx = 2$

eşitliği veriliyor.

$\int_2^3 x^3 \cdot f(x^2)\,dx$

$x^2 = u \Rightarrow 2x\,dx = du$

$x = 3 \Rightarrow u = 9$

$x = 2 \Rightarrow u = 4$

$\int_2^3 x^2 \cdot x \cdot f(x^2)\,dx = \int_4^9 u \cdot f(u) \cdot \frac{du}{2}$

$= \frac{1}{2} \int_4^9 x \cdot f(x)\,dx = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$

Cevap: A

8. $\sqrt{\int_0^1 x^2\,dx} = \int_0^m \frac{1}{2\sqrt{x}}\,dx$

$\sqrt{\frac{x^3}{3}\Big|_0^1} = \sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{x}\Big|_0^m$

$\sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{m} \Rightarrow m = \frac{1}{3}$

Cevap: C

9. Uygun şartlarda,

$f(x) = \frac{3x}{x-1} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x}{x-3}$

fonksiyonu veriliyor.

$F(x) = [f^{-1}(x)]'$

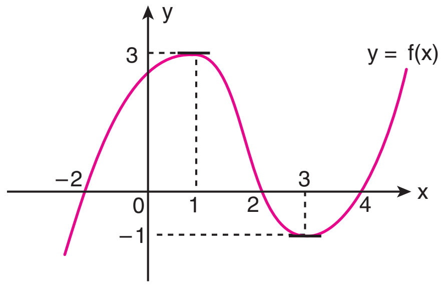
$\int_1^2 \left(\frac{x}{x-3}\right)' dx = \frac{x}{x-3}\Big|_1^2$

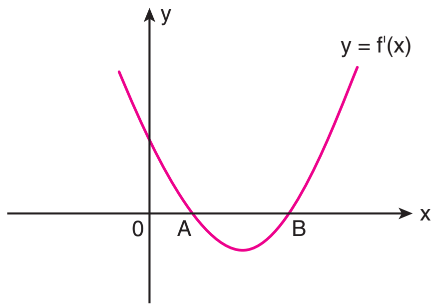
$= \frac{2}{-1} - \frac{1}{-2} = -2 + \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$

Cevap: C

ACiL MATEMATİK

10.





Yukarıda, y = f(x) ve y = f'(x) fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

$$\int_A^B f'(x)\,dx$$

f(x) grafiğine göre $f'(1)=0$ ve $f'(3)=0$

Buna göre; f'(x) " " $A=1$ ve $B=3$ olmalıdır.

O halde

$$\int_A^B f'(x)\,dx = f(x)\Big|_1^3 = f(3)-f(1) = (-1)-(3) = -4$$

Cevap: C

11. $\displaystyle\int_1^4 \frac{3x-1}{x+2}dx = A$

eşitliği veriliyor.

$\displaystyle\int_1^4 \frac{x+9}{x+2}dx = B$ olsun.

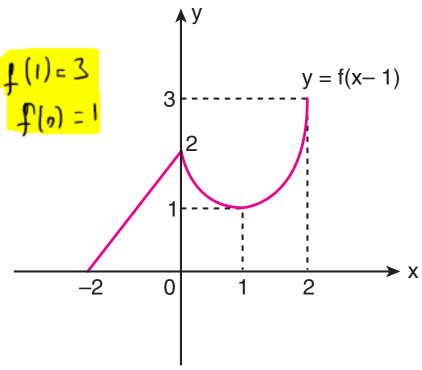
$$\underbrace{\int_1^4 \frac{x+9}{x+2}dx}_{B} + \underbrace{\int_1^4 \frac{3x-1}{x+2}dx}_{A} = \int_1^4 \frac{4x+8}{x+2}dx = \int_1^4 4dx$$

$$A + B = 4x\Big|_1^4 = 12$$

$A+B=12 \Rightarrow B=12-A$

Cevap: A

12.



$x=2$ için $f(1)=3$

$x=1$ için $f(0)=1$

Yukarıda grafiği verilen y = f(x – 1) fonksiyonu için,

$$\int_0^1 f'(x)\,dx = f(x)\Big|_0^1 = f(1)-f(0)$$

$= 3-1$

$= 2$

Cevap: B

13. $(x \cdot f(x))' = f(x) + x \cdot f'(x)$

eşitliği veriliyor.

$$\int_0^2 f(x)\,dx = 5 \text{ ve } \int_0^2 xf'(x)\,dx = 1$$

$$\underbrace{\int_0^2 f(x)\,dx}_{5} + \underbrace{\int_0^2 x f'(x)\,dx}_{1} = \int_0^2 \left(f(x) + x.f'(x)\right)dx$$

$$= \int_0^2 [x.f(x)]'\,dx = x.f(x)\Big|_0^2$$

$6 = 2.f(2) - 0.f(0) \Rightarrow f(2)=3$

Cevap: B

ACİL MATEMATİK

1. $\int_{-3}^{3} (1+3x+5x^3)\,dx$

$$\boxed{\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = \begin{cases} 0 & : f(x) \text{ Tek Fonksiyon} \\ 2\cdot\int_0^a f(x)\,dx & : f(x) \text{ Çift} \quad " \end{cases}}$$

$3x$ ve $5x^3$ Tek fonksiyon, 1 Çift fonksiyon.

$$\int_{-3}^{3}(1+\cancel{3x}+\cancel{5x^3})\,dx = 2\cdot\int_0^3 1\,dx = 2\cdot x\Big|_0^3$$

$$= 2\cdot(3-0) = 6$$

Cevap: C

2. $\int_{-2}^{2} \frac{1}{x^3+x}\,dx$ → Tek fonksiyon

$$\int_{-2}^{2}\frac{1}{x^3+x}\,dx = 0$$

Cevap: E

3. f(x) çift fonksiyon olmak üzere,

$$\int_{-3}^{3} f(x)\,dx = 2\cdot\int_0^3 f(x)\,dx = -2\cdot\int_3^0 f(x)\,dx$$

$\int_{3}^{0} f(x)\,dx$

-2 katı olur.

Cevap: A

4. f fonksiyonu [–1, 1] aralığında sürekli ve çift bir fonksiyondur.

$$\int_{-1}^{0} f(x)\,dx = 3$$

f(x) çift olduğundan

$$\int_{-1}^{0} f(x)\,dx = \int_0^1 f(x)\,dx = 3$$

$3-x=u \Rightarrow -dx = du$

$x=3 \Rightarrow u=0$

$x=2 \Rightarrow u=1$

$$\Rightarrow \int_2^3 f(3-x)\,dx = \int_1^0 -f(u)\,du = \int_0^1 f(u)\,du$$

$$= \int_0^1 f(x)\,dx = 3$$

Cevap: D

5. f fonksiyonunun grafiği orjine göre simetriktir.

$$\int_{-1}^{1}[f(x)+2|f(x)|]\,dx = 8$$

→ f tek fonksiyon

$$\int_{-1}^{1} f(x)\,dx = 0$$

$$\underbrace{\int_{-1}^{1} f(x)\,dx}_{0} + \underbrace{2\cdot\int_{-1}^{1}|f(x)|\,dx}_{4\cdot\int_0^1|f(x)|\,dx} = 8$$

$$0 + 4\cdot\int_0^1 |f(x)|\,dx = 8 \Rightarrow \int_{-1}^{0}|f(x)|\,dx = \int_0^1 |f(x)|\,dx$$

$$= 2$$

Cevap: E

6.
$$f(x) = \begin{cases} 2x, & x<1 \\ 4, & x\geq 1 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

$$\int_{-2}^{4} f(x)\,dx = \int_{-2}^{1} f(x)\,dx + \int_1^4 f(x)\,dx$$

$$= \int_{-2}^{1} 2x\,dx + \int_1^4 4\,dx$$

$$= x^2\Big|_{-2}^{1} + 4x\Big|_1^4 = 1-4+16-4$$

$$= 9$$

Cevap: C

ACİL MATEMATİK

7. $f(x)=\begin{cases} x^2-1 & , \ 0\le x<1 \\ 1-x^2 & , \ 1\le x<2 \end{cases}$

$$\int_0^2 f(x)\,dx = \int_0^1 f(x)\,dx + \int_1^2 f(x)\,dx$$

$$= \int_0^1 (x^2-1)\,dx + \int_1^2 (1-x^2)\,dx$$

$$= \left(\frac{x^3}{3}-x\right)\Big|_0^1 + \left(x-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_1^2 = \frac{1}{3}-1+2-\frac{8}{3}-1+\frac{1}{3}$$

$$= -2$$

Cevap : E

8. $f(x)=\begin{cases} x+1 & , \ x\le 0 \\ x & , \ x>0 \end{cases}$

$\int_0^2 f(x-1)\,dx$

$x-1=u \Rightarrow dx=du$ $\quad x=2 \Rightarrow u=1$, $x=0 \Rightarrow u=-1$

$$\int_0^2 f(x-1)\,dx = \int_{-1}^1 f(u)\,du = \int_{-1}^0 f(u)\,du + \int_0^1 f(u)\,du$$

$$= \int_{-1}^0 (x+1)\,dx + \int_0^1 x\,dx = \frac{x^2}{2}+x\Big|_{-1}^0 + \frac{x^2}{2}\Big|_0^1$$

$$= -\left(-\frac{1}{2}-1\right)+\frac{1}{2} = 1$$

Cevap : D

9. $f(x)=\begin{cases} x, & x\le 2 \\ 2, & x>2 \end{cases}$

$x^2=u \Rightarrow 2x\,dx=du$
$x=2$ için $u=4$
$x=1$ için $u=1$

$$\int_1^2 x\cdot f(x^2)\,dx = \int_1^4 \frac{f(u)}{2}\,du = \frac{1}{2}\int_1^4 f(u)\,du$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\left(\int_1^2 f(u)\,du + \int_2^4 f(u)\,du\right) = \frac{1}{2}\cdot\left(\int_1^2 x\,dx + \int_2^4 2\,dx\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{2}\Big|_1^2 + 2x\Big|_2^4\right) = \frac{1}{2}\cdot\left(2-\frac{1}{2}+8-4\right) = \frac{11}{4}$$

Cevap : B

10. $$\int_0^4 |x-2|\,dx = \int_0^2 |x-2|\,dx + \int_2^4 |x-2|\,dx$$

$$= \int_0^2 (-x+2)\,dx + \int_2^4 (x-2)\,dx$$

$$= \left(-\frac{x^2}{2}+2x\right)\Big|_0^2 + \left(\frac{x^2}{2}-2x\right)\Big|_2^4$$

$$= -2+4+(\cancel{8}-\cancel{8})-(2-4) = 4$$

Cevap : C

11. $$\int_{-1}^1 x\cdot|x|\,dx = \int_{-1}^0 x\cdot|x|\,dx + \int_0^1 x\cdot|x|\,dx$$

$$= \int_{-1}^0 -x^2\,dx + \int_0^1 x^2\,dx = -\frac{x^3}{3}\Big|_{-1}^0 + \frac{x^3}{3}\Big|_0^1$$

$$= 0-\left(\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{3} = 0$$

Cevap : C

12. $$\int_{-2}^1 \frac{|3x|}{x}\,dx = \int_{-2}^0 \frac{|3x|}{x}\,dx + \int_0^1 \frac{|3x|}{x}\,dx$$

$$= \int_{-2}^0 \frac{-3x}{x}\,dx + \int_0^1 \frac{3x}{x}\,dx$$

$$= \int_{-2}^0 -3\,dx + \int_0^1 3\,dx = -3x\Big|_{-2}^0 + 3x\Big|_0^1$$

$$= 0-(+6)+3-0 = -3$$

Cevap : C

AÇIL MATEMATİK

13. $\int_1^3 \sqrt{x^2-4x+4}\,dx = \int_1^3 \sqrt{(x-2)^2}\,dx = \int_1^3 |x-2|\,dx$

$$= \int_1^2 |x-2|\,dx + \int_2^3 |x-2|\,dx$$

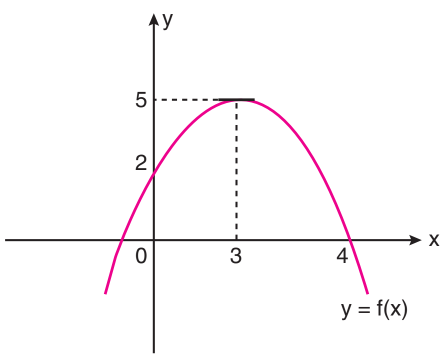
$$= \int_1^2 (-x+2)\,dx + \int_2^3 (x-2)\,dx$$

$$= \left(-\frac{x^2}{2}+2x\right)\Big|_1^2 + \left(\frac{x^2}{2}-2x\right)\Big|_2^3$$

$$= 1$$

Cevap : A

14. Aşağıda f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



f fonksiyonu [0,3] de artan
[3,4] de azalan

$\int_0^4 |f'(x)|\,dx$

f ' fonksiyonu [0,3] de +
[3,4] de −

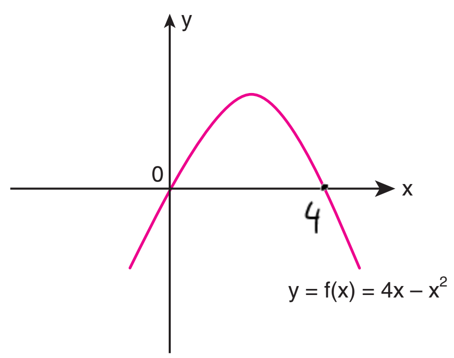
$$\int_0^4 |f'(x)|\,dx = \int_0^3 f'(x)\,dx + \int_3^4 -f'(x)\,dx$$

$$= f(x)\Big|_0^3 - f(x)\Big|_3^4 = f(3) - f(0) - f(4) + f(3)$$

$$= 5 - 2 - 0 + 5 = 8$$

Cevap : C

15.



Yukarıda, y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$$\int_{-1}^{3} x \cdot \frac{|2f(x)|}{f(x)}\,dx$$

f(x), [−1,0) aralığında negatif değerli
(0,3] " pozitif "

$$\int_{-1}^{3} x \cdot \frac{|2\cdot f(x)|}{f(x)}\,dx = \int_{-1}^{0} x \cdot \frac{-2\cdot \cancel{f(x)}}{\cancel{f(x)}}\,dx + \int_0^3 x \cdot \frac{2\cdot \cancel{f(x)}}{\cancel{f(x)}}\,dx$$

$$= -2\cdot\int_{-1}^{0} x\,dx + 2\cdot\int_0^3 x\,dx$$

$$= -x^2\Big|_{-1}^{0} + x^2\Big|_0^3 = 10$$

Cevap : E

16. $\int_1^4 |x^2-x-6|\,dx$

$x^2 - x - 6 = (x-3)(x+2)$

−2		3	
+	−	−	+

$$\int_1^4 |x^2-x-6|\,dx = \int_1^3 (-x^2+x+6)\,dx + \int_3^4 (x^2-x-6)\,dx$$

$$= \left(-\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+6x\right)\Big|_1^3 + \left(\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}-6x\right)\Big|_3^4$$

$$= \frac{61}{6}$$

Cevap : C

ACİL MATEMATİK

1. $\int_{-1}^{2} 3x^2 dx$

$= x^3 \Big|_{-1}^{2}$

$= 8 - (-1) = 9$

Cevap : E

2. $m > 0$ ve $n > -1$ olmak üzere,

$\int_0^1 x^m dx \cdot \int_0^1 x^n dx = \int_0^1 x^m x^n dx$ $\quad x^{m+n}$

$\dfrac{x^{m+1}}{m+1}\Big|_0^1 \cdot \dfrac{x^{n+1}}{n+1}\Big|_0^1 = \dfrac{x^{m+n+1}}{m+n+1}\Big|_0^1$

$\dfrac{1}{m+1} \cdot \dfrac{1}{n+1} = \dfrac{1}{m+n+1} \Rightarrow$

$m \cdot n + \cancel{m} + \cancel{n} + \cancel{1} = \cancel{m} + \cancel{n} + \cancel{1} \Rightarrow m \cdot n = 0$

$m > 0$ olduğundan $n = 0$ dır.

Cevap : C

3. $\int_2^4 x \cdot f(x^2 - 1)\, dx = A$

$\int_3^{15} \mathbf{f(x)\,dx}$

$x^2 - 1 = u \Rightarrow 2x\,dx = du$

$x = 4 \Rightarrow u = 15$
$x = 2 \Rightarrow u = 3$

$\int_2^4 x \cdot f(x^2-1)\,dx = \int_3^{15} \dfrac{f(u)\,du}{2} = A \Rightarrow$

$\int_3^{15} f(u)\,du = 2A = \int_3^{5} f(x)\,dx$

integral değişkenden bağımsızdır

Cevap : D

4. $\int_{-1}^{0} (2x+3) \cdot (x^2+3x+2)^3 dx$

$x^2 + 3x + 2 = u \Rightarrow (2x+3)dx = du$

$x = 0$ için $u = 2$
$x = -1$ için $u = 0$

$\int_0^2 u^3 du = \dfrac{u^4}{4}\Big|_0^2 = 4 - 0 = 4$

Cevap : D

5. $\int_0^2 f(x)\,dx = 6$ ve $\int_2^4 f(x)\,dx = 12$

$\int_0^2 f(x)\,dx + \int_2^4 f(x)\,dx = \int_0^4 f(x)\,dx = 18$

$2x = u \Rightarrow 2dx = du$

$x = 2$ için $u = 4$
$x = 0$ " $u = 0$

$\int_0^2 f(2x)\,dx = \int_0^4 \dfrac{f(u)\,du}{2} = \dfrac{1}{2} \cdot \int_0^4 f(x)\,dx$

$= \dfrac{1}{2} \cdot 18 = 9$

Cevap : D

6. $\int_0^{2\cos\alpha} 2x\,dx = \cos 2\alpha + 2$

$\int_0^{2\cos\alpha} 2x\,dx = x^2 \Big|_0^{2\cos\alpha} = 4\cos^2\alpha$ olduğundan

$4\cos^2\alpha = \underbrace{\cos 2\alpha} + 2$

$4\cos^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 + 2$

$2\cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \vee \cos\alpha = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

α dar açı istendiği için

$\cos 45 = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ den $\alpha = 45^\circ$ olmalıdır.

Cevap : D

ACİL MATEMATİK

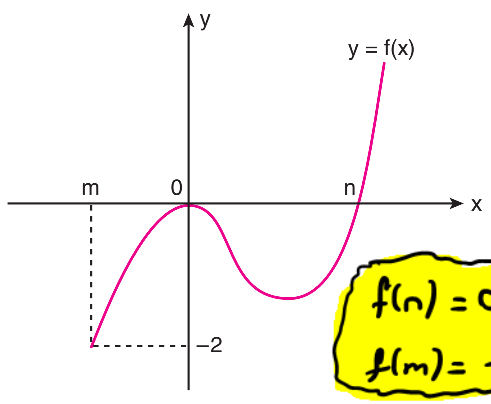
7. $\int_1^4 \frac{d(x^2-1)}{x}$ $= \int_1^4 \frac{2x\,dx}{x}$

$= \int_1^4 2\,dx$

$= 2x\Big|_1^4 = 8-2 = 6$ olur.

Cevap : D

8.



$f(n)=0$
$f(m)=-2$

Gerçek sayılarda tanımlı y = f(x) fonksiyonunun grafiği yukarıda verilmiştir.

$f(x)=u \Rightarrow f'(x)\,dx=du$
$x=n \Rightarrow u=f(n)=0$
$x=m \Rightarrow u=f(m)=-2$

$\int_m^n f^2(x)\cdot f'(x)\,dx$ $= \int_{-2}^{0} u^2\,du = \frac{u^3}{3}\Big|_{-2}^{0}$

$= 0-\left(-\frac{8}{3}\right) = \frac{8}{3}$ olur.

Cevap : B

9. $\int_m^n f'(x)\,dx = 4$ .... (I)

$\int_m^n f(x)\cdot f'(x)\,dx = 12$ .... (II)

$\int_m^n f'(x)\,dx = f(x)\Big|_m^n = f(n)-f(m) = 4$

(II) denkleminde $f(x)=u$ dersek $f'(x)dx=du$
$x=n$ için $u=f(n)$
$x=m$ " $u=f(m)$ olacağından (II)deki
integral $\int_{f(m)}^{f(n)} u\,du = \frac{u^2}{2}\Big|_{f(m)}^{f(n)} = \frac{f^2(n)-f^2(m)}{2} = 12$ olur.

Buradan $\underbrace{(f(n)-f(m))}_{4}\cdot\underbrace{(f(n)+f(m))}_{6} = 24$

Cevap : C

10. $\int_0^2 \frac{x^2}{x+3}\,dx = M$

$\int_0^2 \frac{9}{x+3}\,dx = N$ diyelim.

$\int_0^2 \frac{x^2}{x+3}\,dx - \int_0^2 \frac{9}{x+3}\,dx = \int_0^2 \frac{x^2-9}{x+3}\,dx$

$= \int_0^2 \frac{(x-3)\cancel{(x+3)}}{\cancel{(x+3)}}\,dx = \left(\frac{x^2}{2}-3x\right)\Big|_0^2 = M-N$

$(-4)-0 = M-N \Rightarrow$

$\boxed{N = M+4}$ olur

Cevap : E

ACİL MATEMATİK

11. $\int_2^4 f(x)\,dx = 10 = \int_2^3 f(x)dx + \int_3^4 f(x)dx$

$\int_3^5 f(x)\,dx = 12 = \int_3^4 f(x)dx + \int_4^5 f(x)dx$

$\underbrace{\int_2^3 f(x)\,dx}_{} - \underbrace{\int_4^5 f(x)\,dx}_{}$

$= 10 - \int_3^4 f(x)dx - \left(-\int_3^4 f(x)dx + 12\right)$

$= 10 - \cancel{\int_3^4 f(x)dx} + \cancel{\int_3^4 f(x)dx} - 12$

$= -2$

Cevap : D

12. $f(2x) = \begin{cases} x+1, & x < 0 \\ 1-x, & x \geq 0 \end{cases}$

$x = 2u \Rightarrow dx = 2du$
$x = 2 \Rightarrow u = 1$
$x = -2 \Rightarrow u = -1$

$\int_{-2}^{2} f(x)\,dx = \int_{-1}^{1} 2.f(2u)\,du$

$= 2\int_{-1}^{0} f(2u)du + 2.\int_{0}^{1} f(2u)du$

integral Değişkenden bağımsızdır.

$= 2.\int_{-1}^{0} f(2x)dx + 2.\int_{0}^{1} f(2x)dx$

$= 2.\int_{-1}^{0}(x+1)dx + 2.\int_{0}^{1}(1-x)dx$

$= 2.\left[\left(\frac{x^2}{2}+x\right)\Big|_{-1}^{0} + \left(x-\frac{x^2}{2}\right)\Big|_{0}^{1}\right] = 2$

Cevap : B

13. $f(x) = \begin{cases} |x| & , \ x < 1 \\ 2x & , \ x \geq 1 \end{cases}$

$\int_{-1}^{2} f(x)dx = \int_{-1}^{1} f(x)dx + \int_{1}^{2} f(x)dx$

$= \int_{-1}^{1}|x|dx + \int_{1}^{2} 2x\,dx = \int_{-1}^{0} -x\,dx + \int_{0}^{1} x\,dx + \int_{1}^{2} 2x\,dx$

$= -\frac{x^2}{2}\Big|_{-1}^{0} + \frac{x^2}{2}\Big|_{0}^{1} + x^2\Big|_{1}^{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 3$

$= 4$

Cevap : C

14. $x^2 + 2x - 2a = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 + x_2 = -2$
$x_1 . x_2 = -2a$

$x_2 + \int_0^{x_1} (2p+3)\,dp = 10$

$x_2 + \int_0^{x_1}(2p+3)dp = x_2 + (p^2+3p)\Big|_0^{x_1} = x_2 + x_1^2 + 3x_1 = 10$

$x_1 + x_2 + (x_1+1)^2 - 1 = 10 \Rightarrow$

$-2 + (x_1+1)^2 - 1 = 10 \Rightarrow (x_1+1)^2 = 13 \Rightarrow$

$x_1 = \sqrt{13} - 1 \Rightarrow x_2 = -\sqrt{13} - 1$
$x_1 = -\sqrt{13} - 1 \Rightarrow x_2 = \sqrt{13} - 1$

$x_1 . x_2 = -12 = -2a$

$\Rightarrow a = 6$ olur.

Cevap : B

15. $\int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}}dx + \int_9^4 \frac{1}{x-\sqrt{x}}dx$

$\int_9^4 \frac{1}{x-\sqrt{x}}dx = -\int_4^9 \frac{1}{x-\sqrt{x}}dx$ dir.

$\int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}}dx - \int_4^9 \frac{1}{x-\sqrt{x}}dx = \int_4^9 \frac{\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}}dx$

$= \int_4^9 \frac{\cancel{\sqrt{x}-1}}{\sqrt{x}.\cancel{(\sqrt{x}-1)}}dx = \int_4^9 x^{-\frac{1}{2}}dx$

$= 2\sqrt{x}\Big|_4^9 = 6 - 4 = 2$

Cevap : E

1. a, b ∈ ℝ olmak üzere,

$$\int_b^a (3x^2+1)\,dx = 21 \text{ ve } a-b=3$$

$$(x^3+x)\Big|_b^a = a^3-b^3+\underbrace{a-b}_{3} = 21 \Rightarrow \boxed{a^3-b^3=18}$$

$a^3-b^3=(a-b)^3+3ab(a-b)$ eşitliğinden

$18=27+3ab.3 \Rightarrow -9=9.ab \Rightarrow$

$a.b=-1$

Cevap : B

2. $\int_n^{n+1} f(x)\,dx = n^2$ olmak üzere,

$$\int_{-2}^{4} f(x)\,dx$$

$\int f(x)dx = F(x)+C$ olsun. O halde;

$$\int_n^{n+1} f(x)dx = F(x)\Big|_n^{n+1} = \boxed{F(n+1)-F(n)=n^2}$$

$$\int_{-2}^{4} f(x)dx = F(x)\Big|_{-2}^{4} = F(4)-F(-2)$$

$n=3 \Rightarrow F(4)-\cancel{F(3)}=9$

$n=2 \Rightarrow \cancel{F(3)}-\cancel{F(2)}=4$

$\cancel{F(2)}-\cancel{F(1)}=1$

$\cancel{F(1)}-\cancel{F(0)}=0$

$\cancel{F(0)}-\cancel{F(-1)}=1$

$+\ \cancel{F(-1)}-F(-2)=4$

$F(4)-F(-2)=19$

Cevap : D

3. $$\int_0^{\pi} (e^{\sin x})^{\sin x}\cdot(e^{\cos x})^{\cos x}\,dx$$

$$= \int_0^{\pi} e^{\sin^2 x+\cos^2 x}\,dx = \int_0^{\pi} e^1\,dx$$

$$= e.x\Big|_0^{\pi} = e.\pi - 0 = e.\pi$$

Cevap : B

4. Bir P(x) polinomunun x ile bölümünden kalan 2 ve katsayılarının toplamı –1 dir.

$P'(x) = Q(x)$

$P(0)=2$
$P(1)=-1$

$P'(x)=Q(x)$ olduğundan

$$\int_0^1 Q(x)\,dx = \int_0^1 P'(x)\,dx = P(x)\Big|_0^1$$

$= P(1)-P(0)$

$= -1-2 = -3$

Cevap : A

5. $\int_2^5 f(x)\,dx = P$ olmak üzere,

y = f(x) fonksiyonu x ekseninde 5 birim sağa ve y ekseninde 2 birim yukarı ötelendiğinde oluşan yeni fonksiyon, y = g(x) tir.

$$\int_7^{10} g(x)\,dx$$

Verilen ötelemeye göre $g(x)=f(x-5)+2$ olur.

$$\int_7^{10} g(x)dx = \int_7^{10}\big(f(x-5)+2\big)dx = \int_7^{10} f(x-5)dx + \int_7^{10} 2dx$$

$x-5=u$ için $dx=du$

$x=10$ için $u=5$

$x=7$ için $u=2$

$\Rightarrow \int_7^{10} f(x-5)dx = \int_2^5 f(u)du$

$2x\Big|_7^{10}$

$P+6$

Cevap : E

6. $x^4-x^2-6=0$

denkleminin köklerinden biri m'dir.

$$\int_{-1}^{m} (4x^3-2x)\,dx = (x^4-x^2)\Big|_{-1}^{m} = (m^4-m^2)-(1-1)$$

$= m^4-m^2$

$x^4-x^2-6=0$ denkleminin kökü m olduğundan

$m^4-m^2-6=0 \Rightarrow m^4-m^2=6$ dır.

Cevap : D

ACİL MATEMATİK

7. f doğrusal ve artan bir fonksiyondur.

$$\frac{d}{dx}\left(\int (f\circ f)(x)\right) = \frac{d}{dx}\left(\frac{9x^2}{2} - 8x + c\right)$$

$(f\circ f)(x) = 9x - 8$ olur. $f(x) = ax + b$ olmalı.

O halde $(f\circ f)(x) = a.(ax+b) + b = 9x - 8 \Rightarrow$

$a^2x + a.b + b = 9x - 8 \Rightarrow \boxed{a=3}$ (f artan olduğundan $a=-3$ olamaz.)

$a=3$ için $4b = -8 \Rightarrow \boxed{b=-2}$

$f(x) = 3x - 2 \Rightarrow f'(x) = 3 \Rightarrow f'(1) = 3$ ve $f(1) = 1$

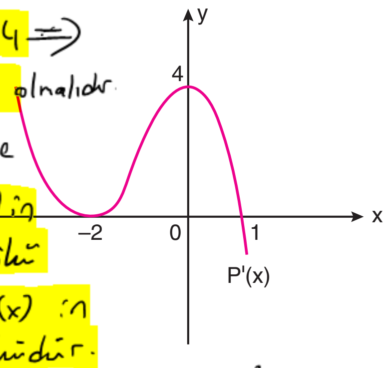
$\Rightarrow 3 + 1 = 4$

Cevap : D

8. der[P(x)] = 4 olmak üzere, aşağıda P(x) polinomunun türevinin grafiği verilmiştir.

der(P(x)) = 4 $\Rightarrow$

der(P'(x)) = 3 olmalıdır.



Grafiğe göre

x = –2, P'(x) in çift katlı kökü

x = 1 ise P'(x) in tek katlı köküdür.

O halde $P'(x) = a.(x+2)^2.(x-1)$

$P'(0) = a.4.(-1) = 4 \Rightarrow \boxed{a=-1}$ yerine yazarsak

$P'(x) = -x^3 - 3x^2 + 4 \Rightarrow P(x) = -\frac{x^4}{4} - x^3 + 4x + C$

P(x) in tek dereceli terimlerinin katsayıları toplamı: $-1 + 4 = 3$

Cevap : E

9. $a \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

- $\int_0^1 f(x)\,dx = 1$
- $\int_0^1 x \cdot f(x)\,dx = a$
- $\int_0^1 x^2 f(x)\,dx = a^2$

$(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$

$$\int_0^1 (x-a)^2 f(x)\,dx = \int_0^1 x^2 f(x)\,dx - \int_0^1 2ax f(x)\,dx + \int_0^1 a^2 f(x)\,dx$$

$= a^2 - 2a.a + a^2.1 = 0$ olur.

Cevap : C

10. $$\int_0^1 \left(\frac{\sin x}{x+1}\right)^2 dx = A$$

$\sin x = \sqrt{1-\cos^2 x}$

$$\int_0^1 \left(\frac{\cos x}{x+1}\right)^2 dx = B \text{ olsun.}$$

$$\int_0^1 \left(\frac{\sin x}{x+1}\right)^2 dx = \int_0^1 \left(\frac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{x+1}\right)^2 dx = \int_0^1 \frac{1-\cos^2 x}{(x+1)^2}\,dx$$

$$= \int_0^1 \frac{1}{(x+1)^2}dx - \int_0^1 \frac{\cos^2 x}{(x+1)^2}dx = \left(-\frac{1}{x+1}\right)\Big|_0^1 - B \Rightarrow$$

$A = \frac{1}{2} - B \Rightarrow B = \frac{1}{2} - A$

Cevap : A

11. $\int_0^4 f(x)\,dx = A$ olmak üzere,

$$\int_0^2 g'(x)\,dx = \int_0^2 f(2x)\,dx + \int_0^2 2x\,dx$$

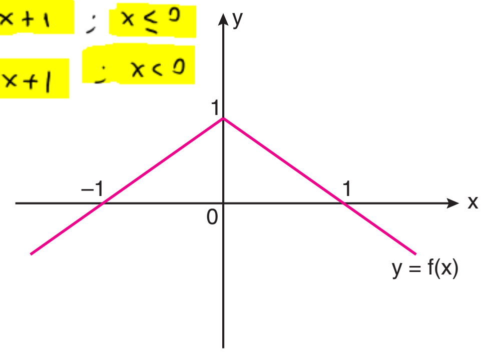
$\int f(2x)\,dx$ $\quad 2x = u \Rightarrow 2dx = du$ $\quad x = 2 \Rightarrow u = 4$ $\quad x = 0 \Rightarrow u = 0$

$$g(x)\Big|_0^2 = \frac{1}{2}\cdot\left(f(4) - f(0)\right) + x^2\Big|_0^2 = \frac{A}{2} + 4$$

Cevap : A

12. Aşağıda f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & ; x \le 0 \\ -x+1 & ; x < 0 \end{cases}$$



$$\int_{-1}^1 x \cdot f(x)\,dx = \int_{-1}^0 x.(-x+4)dx + \int_0^1 x.(x+1)\,dx$$

$$= \int_{-1}^0 (-x^2+4x)dx + \int_0^1 (x^2+x)dx = \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}\right)\Big|_{-1}^0 + \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^1$$

$$= 0 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) = 0$$

Cevap: C

ACİL MATEMATİK

13. f(x) integrallenebilen bir fonksiyon olmak üzere,

$$f(x)=\underbrace{\left(\int_0^1 f(x)\,dx\right)}\cdot x+\underbrace{\left(\int_0^2 f(x)\,dx\right)}+1$$

Sabit Sayı

$\int_0^1 f(x)dx = A$ olsun. Soruda verilen eşitliğin her iki yanının türevini alırsak

$f'(x)=A$, buradan da $\boxed{f(x)=Ax+C}$ olur.

$Ax+C = Ax+\int_0^2 (Ax+C)dx + 1 \Rightarrow C=\left(\frac{Ax^2}{2}+Cx\right)\Big|_0^2+1 \Rightarrow$

$\boxed{C=2A+2C+1} \Rightarrow C=-\frac{1}{5}$ ve $A=-\frac{2}{5}$

$\int_0^1 (Ax+C)dx = A$ olduğundan

$\left(\frac{Ax^2}{2}+Cx\right)\Big|_0^1 = \frac{A}{2}+C=A \Rightarrow A=2C$

Cevap: B

14. f bir fonksiyon ve $0 \le x \le 1$ için,

$1-f(x)=f(1-x)$

eşitliği sağlanmaktadır.

$\int_0^1 f(x)\,dx = A$ olsun.

$\int f(x)dx = \int (1-f(1-x))dx$

$\int_0^1 f(x)dx = x\Big|_0^1 - \int_0^1 f(1-x)dx$

$1-x=u \Rightarrow -dx=du$

$\int_0^1 f(x)dx = 1+\int_1^0 f(u)du$

$\underbrace{\int_0^1 f(x)dx} = 1-\int_0^1 f(u)du$

$A = 1-A \Rightarrow A=\frac{1}{2}$

Cevap: C

15. $\frac{d}{dx}(f^2(x))=2f(x) = 2f(x)\cdot f'(x) \Rightarrow \boxed{f'(x)=1}$ olur.

$\int_2^4 f(x)\,dx = 8$

Buradan

$\int f'(x)dx = \int 1\,dx$

$\Rightarrow \boxed{f(x)=x+c}$ dir.

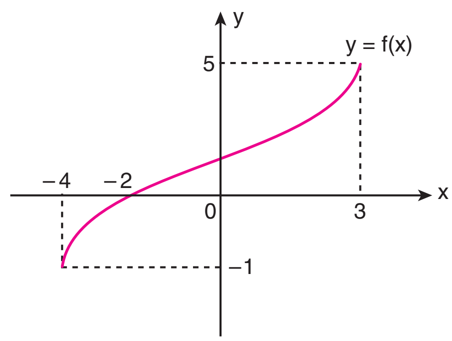
$\int_2^4 f(x)dx = \int_2^4 (x+c)dx = \left(\frac{x^2}{2}+cx\right)\Big|_2^4$

$=(8+4c)-(2+2c)=8 \Rightarrow c=1$

Buradan; $\boxed{f(x)=x+1} \Rightarrow f(3)=4$

Cevap: D

16.



Yukarıda, [–4, 3] aralığında tanımlı bir f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$$\int_{-1}^{5} \frac{dx}{f'(f^{-1}(x))}$$

$f^{-1}(x)=u \Rightarrow f(u)=x$ Buradan;

$f'(u).du=dx$ olur. $x=5 \Rightarrow f^{-1}(5)=3$

$x=-1 \Rightarrow f^{-1}(-1)=-4$

$\int_{-1}^{5}\frac{dx}{f'(f^{-1}(u))} = \int_{-4}^{3}\frac{f'(u)du}{f'(u)} = \int_{-4}^{3} du = u\Big|_{-4}^{3}$

$=3-(-4)=7$ olur.

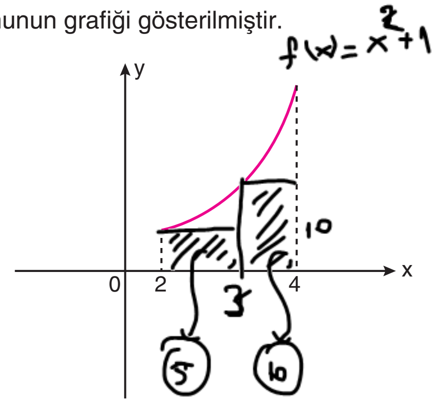
Cevap: D

ACİL MATEMATİK

1. Şekilde [2, 4] aralığında tanımlı,

$f(x) = x^2 + 1$

fonksiyonunun grafiği gösterilmiştir.



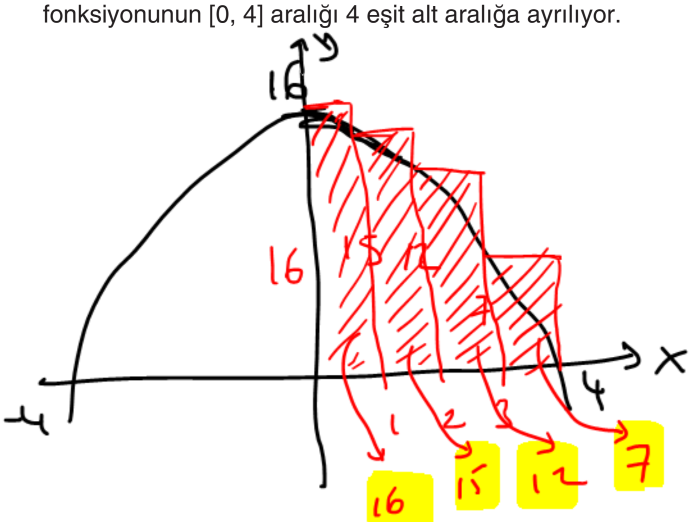
[2, 4] aralığı 2 eşit alt aralığa ayrılıyor.

$5+10 = 15$

Cevap : C

2. $f(x) = 16 - x^2$

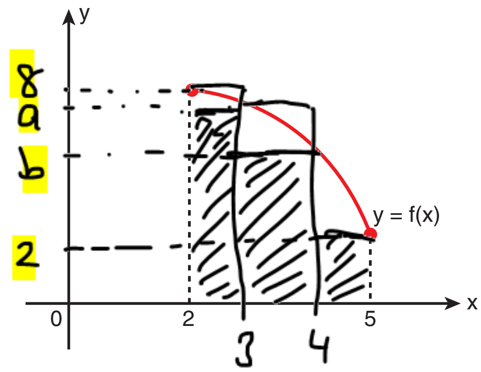
fonksiyonunun [0, 4] aralığı 4 eşit alt aralığa ayrılıyor.



$16+15+12+7 = 50$

Cevap : C

3. $f : [2, 5] \to \mathbb{R}$ olmak üzere, f fonksiyonunun grafiği aşağıda gösterilmiştir.



$f(2) = 8$ ve $f(5) = 2$ dir.

[2, 5] aralığı 3 eşit alt aralığa bölünerek hesaplanan Riemann üst toplamının sonucu 20'dir.

Üst toplam $= 8+a+b = 20$

$\Rightarrow \boxed{a+b = 12}$

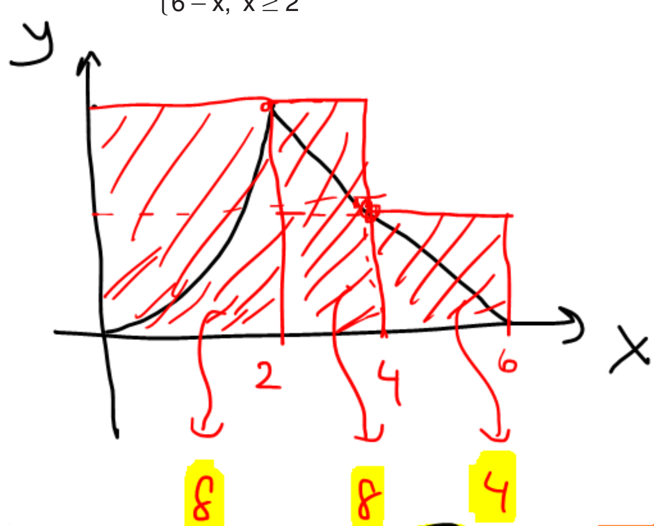
Alt toplam $= a+b+2 = 12+2$

$= 14$ olur.

Cevap : C

4. $f : [0, 6] \to [0, 4]$ olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & , \ x < 2 \\ 6 - x, & x \geq 2 \end{cases}$$



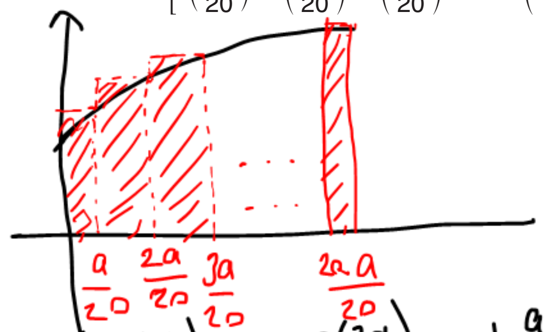
$8+8+4 = 20$

Cevap : D

ACİL MATEMATİK

5. f, [0, a] aralığı üzerinde sürekli, artan, pozitif değerli bir fonksiyondur ve $\int_0^a f(x)\,dx = 20$ dir.

$$a\cdot\left[f\left(\frac{a}{20}\right)+f\left(\frac{2a}{20}\right)+f\left(\frac{3a}{20}\right)+\ldots+f\left(\frac{20a}{20}\right)\right]$$



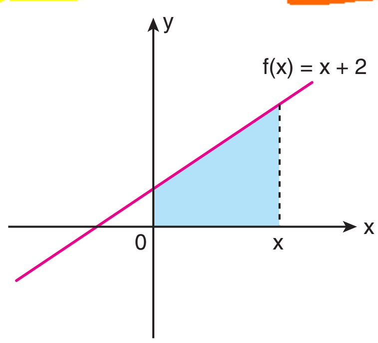
$$\frac{a}{20}\cdot f\left(\frac{a}{20}\right)+\frac{a}{20}\cdot f\left(\frac{2a}{20}\right)+\ldots+\frac{a}{20}\,f\left(\frac{20\cdot a}{20}\right) > \int_0^a f(x)\,dx = 20$$

$$a\cdot\left[f\left(\frac{a}{20}\right)+f\left(\frac{2a}{20}\right)+\ldots+f\left(\frac{20\cdot a}{20}\right)\right] > 400$$

min 401

Cevap: C

6.



Şekilde, y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

I. $S(x) = \int_0^x (x+2)\,dx$

II. $S'(x) = f(x)$

III. f bire bir ve örten bir fonksiyondur.

I) Eğri altında kalan alan $\int_0^x (x+2)\,dx$ dir.

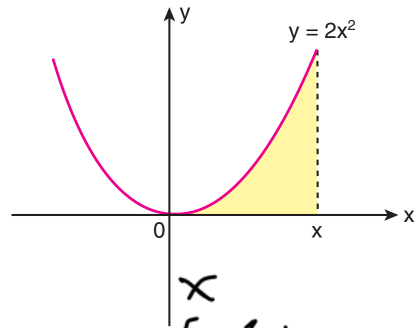
II) $s(x) = \int_0^x f(x)\,dx$ olduğundan

$s'(x) = \frac{d}{dx}\int_0^x f(x)\,dx = f(x)$

III) f birebir ve örtendir.

Cevap: C

7.



$s(x) = \int_0^x 2x^2\,dx$ olduğundan

$s'(x) = \frac{d}{dx}\int_0^x 2x^2\,dx = 2x^2 \Rightarrow$

$s'(3) = 2\cdot 3^2 = 18$

Cevap: C

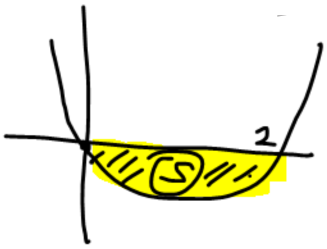
8. Bir reklam şirketinin, bir mağazanın yaptırmak istediği amblem tasarımına fiyat bilgisi verebilmesi için amblemin alanını hesaplaması gerekmiştir. Amblem; üçgen, dörtgen, daire vb. gibi bilinen bir şekil olmadığından şeklin alanı bir matematikçi olan Can'a hesaplatılmıştır. Can, alan üzerinde yaptığı çalışmalarda aralık genişliğini a birim aldığında Riemann alt ve üst toplamı sırasıyla 18 ve 21 olmuştur. Can, aralık genişliğini a'dan küçük aldığında Riemann alt ve üst toplamı birer tam sayı olmuştur.

Aralık genişliği küçüldüğünde alt Riemann değeri artarken üst Riemann değeri azalır.
Bu değerler birer tamsayı olacağından
alt Riemann en az 19
üst 〃 en fazla 20 olur.
Bu durumda istenen amblemin alanı
$19 < A < 20$ aralığında olmalıdır.

Cevap: C

ACİL MATEMATİK

1. y = f(x) = $x^2 - 2x$



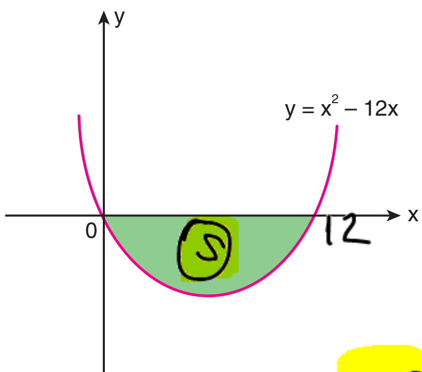
$$S = -\int_0^2 (x^2-2x)\,dx = \int_0^2 (-x^2+2x)\,dx$$

$$= \left(-\frac{x^3}{3}+x^2\right)\Big|_0^2$$

$$= -\frac{8}{3}+4-0 = \frac{4}{3}$$

Cevap: C

2.



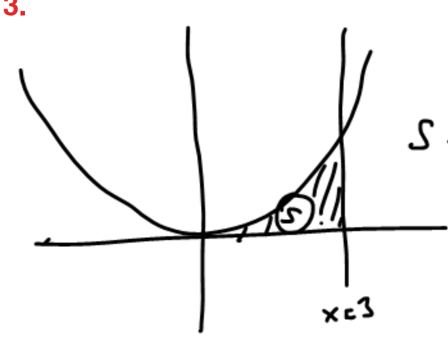
$$x^2-12x = x\cdot(x-12)=0 \Rightarrow x_1=0,\ x_2=12$$

$$S = -\int_0^{12} (x^2-12x)\,dx = \int_0^{12} (-x^2+12x)\,dx$$

$$= \left(-\frac{x^3}{3}+6x^2\right)\Big|_0^{12} = -\frac{12^3}{3}+6\cdot 12^2 = 288$$

Cevap: A

3.

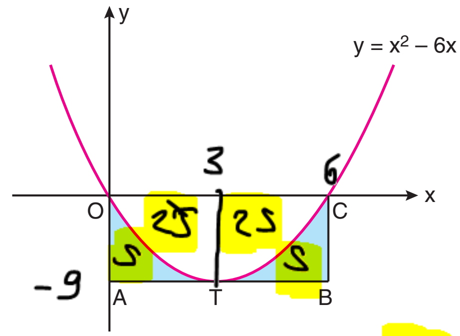


$$S = \int_0^3 x^2\,dx = \frac{x^3}{3}\Big|_0^3$$

$$= \frac{27}{3} = 9$$

Cevap: E

4. Aşağıda, y = $x^2 - 6x$ parabolünün grafiği verilmiştir. T noktası parabolün tepe noktası ve ABCO bir dikdörtgendir.

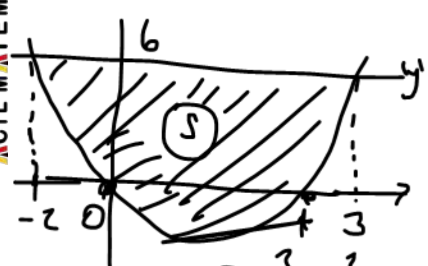


$$6S = \text{Alan}(ABCO) = 6\cdot 9 = 54$$

$S = 9$ ve Taralı Alan $= 2\cdot S = 18$

Cevap: D

5. f(x) = $x^2 - x$



$$x^2 - x = 6 \Rightarrow$$

$$x^2-x-6=0$$

$$(x-3)(x+2)=0$$

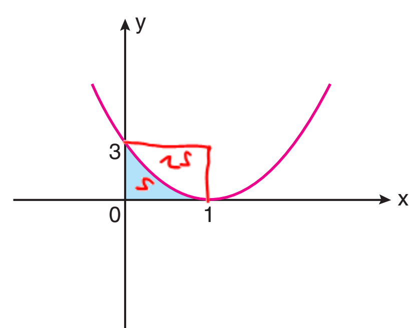
$$x=3 \lor x=-2$$

$$S = \int_{-2}^{3} [6-(x^2-x)]\,dx$$

$$= \left(-\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+6x\right)\Big|_{-2}^{3} = \frac{125}{6}$$

Cevap: B

6. Aşağıda, y = f(x) parabolünün grafiği verilmiştir.

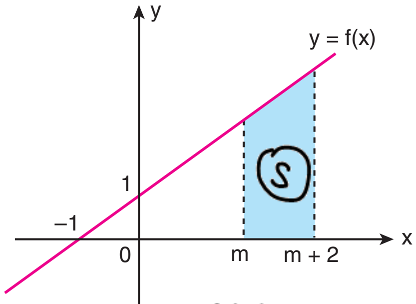


$$3S = 3 \Rightarrow S = 1$$

Cevap: A

ACİL MATEMATİK

7.



$f(x)=x+1$

Şekilde, y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$$\int_0^m f'(x)\,dx = 5$$

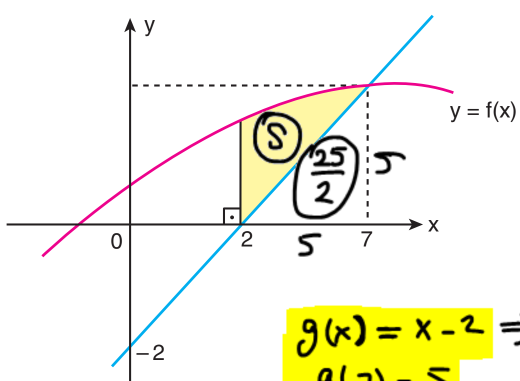
$$\int_0^m f'(x)dx = f(x)\Big|_0^m = 5 \Rightarrow f(m)-f(0)=5$$

$$\Rightarrow (m+1)-1=5 \Rightarrow \boxed{m=5}$$

$$S=\int_5^7 (x+1)dx = \left(\frac{x^2}{2}+x\right)\Big|_5^7 = \left(\frac{49}{2}+7\right)-\left(\frac{25}{2}+5\right) = 14$$

Cevap: B

8.



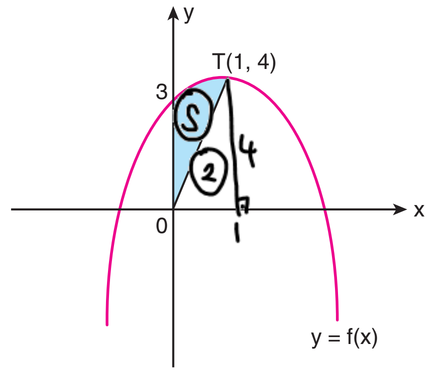
$g(x)=x-2 \Rightarrow$
$g(7)=5$

$$\int_2^7 f(x)\,dx = 21$$

$$\int_2^7 f(x)dx = S+\frac{25}{2} = 21 \Rightarrow S = 21-\frac{25}{2} = \frac{17}{2}$$

Cevap: C

9.



y = f(x) parabolünün tepe noktası T(1, 4) tür.

$f(x) = a.(x-1)^2+4$ $\quad f(0)=3$ olduğundan

$3 = a.1+4 \Rightarrow \boxed{a=-1} \Rightarrow$

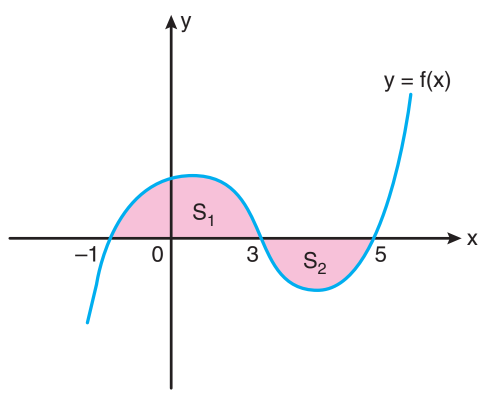
$f(x) = -x^2+2x+3$

$$S = \int_0^1 (-x^2+2x+3)dx - 2 = \left(-\frac{x^3}{3}+x^2+3x\right)\Big|_0^1 - 2$$

$$= -\frac{1}{3}+1+3-2 = \frac{5}{3}$$

Cevap: C

10.



Şekilde f(x) fonksiyonu ve x ekseni arasında kalan bölgelerin alanları;

S_1 = 7 birimkare

S_2 = 3 birimkaredir.

$$\int_{-1}^5 f(x)dx = \int_{-1}^3 f(x)dx + \int_3^5 f(x)dx$$

$$= S_1 - S_2 = 7-3 = 4$$

Cevap: C

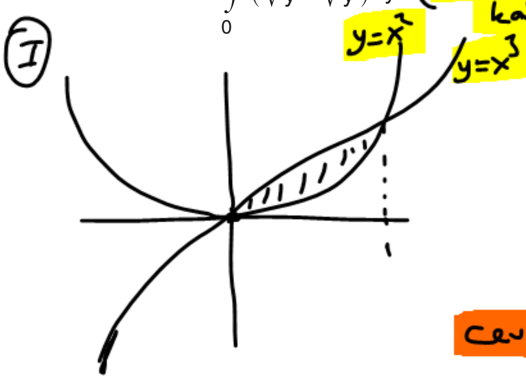
ACİL MATEMATİK

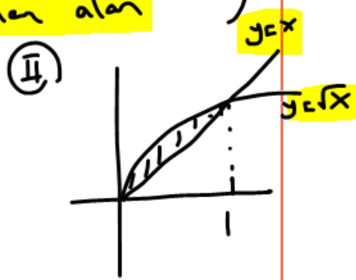
11. $y = x^3$ ve $y = x^2$

✓ I. $\int_0^1 (x^2 - x^3)\,dx$ (x ekseni ile arada kalan alan)

✗ II. $\int_0^1 (x - \sqrt{x})\,dx$ (Sonuç negatif)

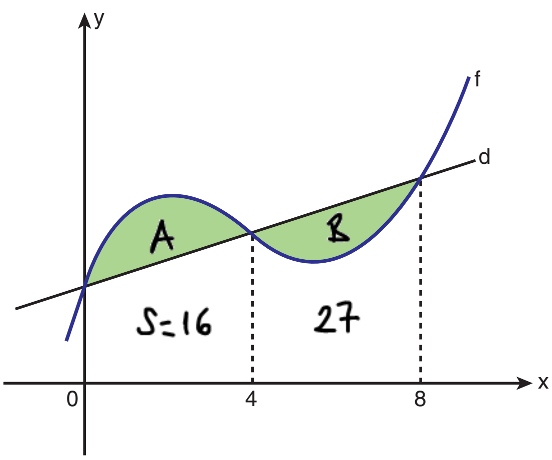
III. $\int_0^1 (\sqrt[3]{y} - \sqrt{y})\,dy$ (y ekseni ile arada kalan alan)





Cevap: D

12. Aşağıda, f fonksiyonunun ve d doğrusunun grafiği gösterilmiştir.



d doğrusunun denklemi, $y = x + 2$ dir.

$\int_0^4 f(x)\,dx = 20$ ve $\quad A+S=20$

$\int_3^7 f(x+1)\,dx = 27$

$x+1=u \Rightarrow dx=du$

$x=7 \Rightarrow u=8$

$x=3 \Rightarrow u=4$

eşitlikleri veriliyor.

$\int_3^7 f(x+1)\,dx = \int f(u)\,du = 27$

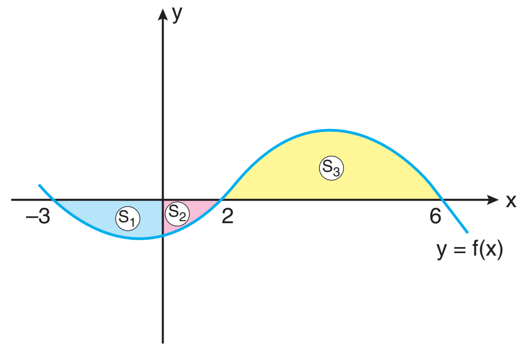
$S = \int_0^4 (x+2)\,dx = \left(\frac{x^2}{2} + 2x\right)\Big|_0^4 = 16 \Rightarrow A=4$

$\int_4^8 (x+2)\,dx = \left(\frac{x^2}{2} + 2x\right)\Big|_4^8 = 48 - 16 = 32 = B + 27 \Rightarrow B=5$

$A+B = 9$

Cevap: E

13. Aşağıda, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$\int_0^6 |f(x)|\,dx = A$ ve $\int_{-3}^6 f(x)\,dx = B$

$\int_0^6 |f(x)|\,dx = \cancel{S_2} + S_3 = A$

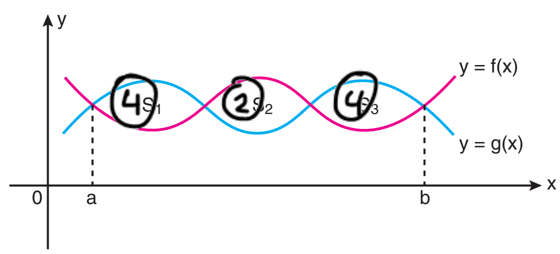
$\int_{-3}^6 f(x)\,dx = -S_1 - \cancel{S_2} + S_3 = B$

$+$

$2S_3 - S_1 = A + B$

Cevap: B

14.



$S_1 = S_3 = 2S_2 = 4$ birimkare

$\int_a^b (f(x) - g(x))\,dx = -S_1 + S_2 - S_3$

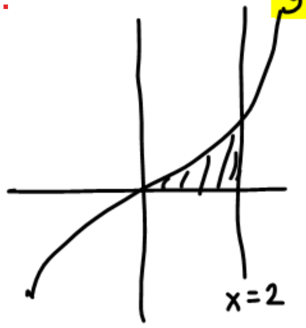
$= -4 + 2 - 4$

$= -6$

Cevap: B

ACİL MATEMATİK

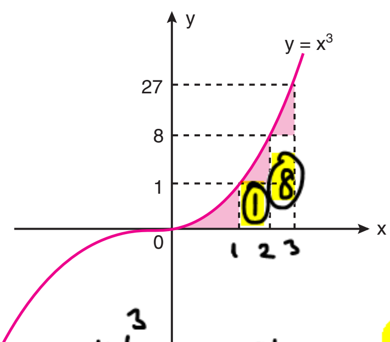
1.



$$\int_0^2 x^3\,dx = \left.\frac{x^4}{4}\right|_0^2 = 4-0 = 4$$

Cevap : D

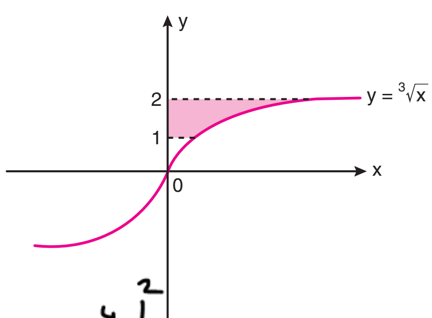
2. Aşağıda, $y = x^3$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$\int_0^3 x^3\,dx - 9 = \left.\frac{x^4}{4}\right|_0^3 - 9 = \frac{81}{4} - 9 = \frac{45}{4}$$

Cevap : B

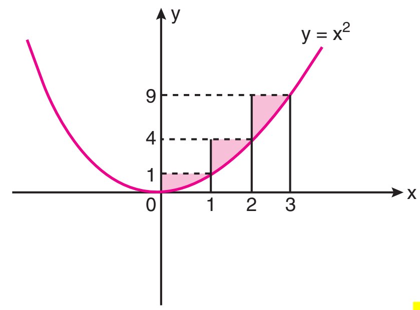
3.



$$\int_1^2 y^3\,dy = \left.\frac{y^4}{4}\right|_1^2 = 4 - \frac{1}{4} = \frac{15}{4}$$

Cevap : D

4.



Riemann üst toplamı $= 1+4+9 = 14$

Pembe bölgenin alanı $= 14 - \int_0^3 x^2\,dx = 14 - \left.\frac{x^3}{3}\right|_0^3$

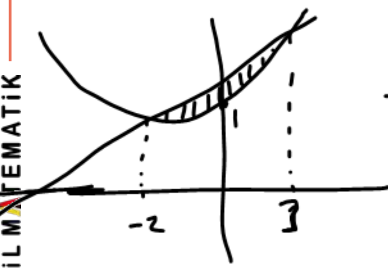
$= 14 - 9 = 5$

Cevap: C

5. $f(x) = x^2 + x + 1$

$x^2+x+1 = 2x+7 \Rightarrow (x-3)(x+2)=0$

$x_1 = 3 \quad x_2 = -2$

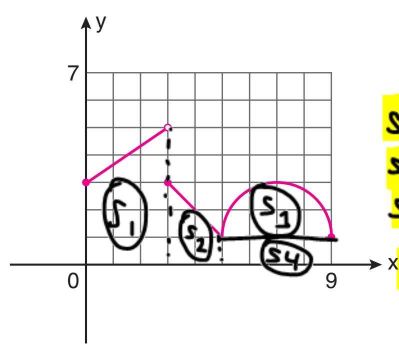


$$\int_{-2}^{3}\left[(2x+7)-(x^2+x+1)\right]dx$$

$$= \left.\left(-\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+6x\right)\right|_{-2}^{3} = \frac{125}{6}$$

Cevap: B

6. Aşağıdaki şekil birimkarelerden oluşmaktadır. [0, 9] aralığında bir f fonksiyonunun grafiği 2 doğru parçası ve bir yarım çemberden oluşmaktadır.



$S_1 = 12$

$S_2 = 4$

$S_3 = 2\pi$

$S_4 = 4$

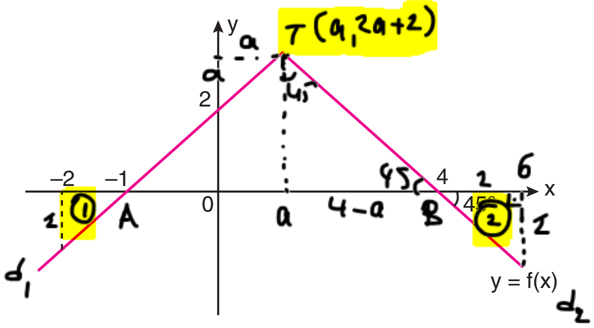
$$\int_0^9 f(x)\,dx = S_1+S_2+S_3+S_4 = 12+4+2\pi+4$$

$$= 20+2\pi$$

Cevap: E

ACİL MATEMATİK

7. Aşağıda, y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$\int_{-2}^{6} f(x)\,dx$$

d_1 doğrusunun eğimi 2 olduğundan T(a,2a+2) dir

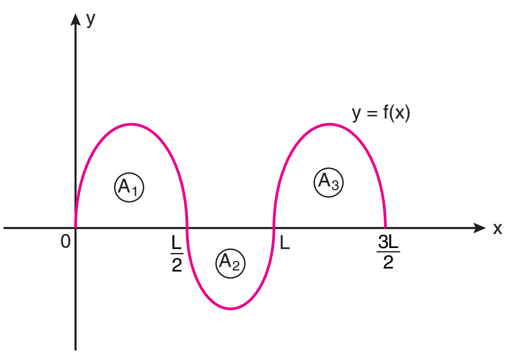
$4-a = 2a+2 \Rightarrow 2 = 3a \Rightarrow a = \frac{2}{3}$

$\text{Alan}(\hat{TAB}) = \frac{5}{2}\cdot\frac{10}{3} = \frac{25}{3}$

$\int_{-2}^{6} f(x)dx = -1 + \frac{25}{3} - 2 = \frac{16}{3}$

Cevap: B

8.



Yukarıda sürekli ve periyodu L olan y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$A_1 = A_2$ olmak üzere, A_1, A_2 ve A_3 bulundukları bölgelerin alanlarını göstermektedir.

$$\int_{0}^{\frac{3L}{2}} f(x)\,dx = 5$$

Periyot L olduğundan

$\frac{3 \cdot L}{2}$ $A_1 = A_3$ tür.

$\int_0^{\frac{3L}{2}} f(x)dx = A_1 - A_2 + A_3 = 5 \Rightarrow$

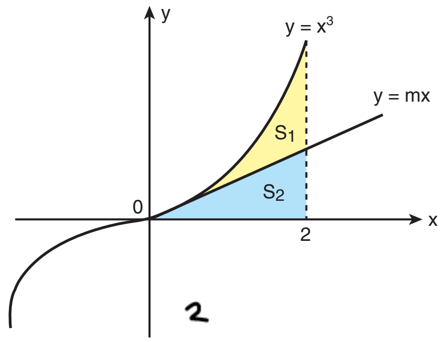
$A_1 = A_2 = A_3 = 5$

$$\int_{0}^{\frac{5L}{2}} |f(x)|\,dx$$

$\int_0^{\frac{5L}{2}} |f(x)|dx = 5 \cdot A_1 = 25$

Cevap: B

9. Aşağıda, $f(x) = x^3$ fonksiyonu ile y = mx doğrusunun grafiği verilmiştir.



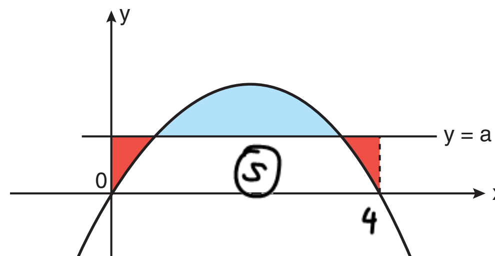
$\int_0^2 x^3 dx = 2 \cdot \int_0^2 mx\,dx$

$\frac{x^4}{4}\Big|_0^2 = \cancel{2} \cdot m \cdot \frac{x^2}{\cancel{2}}\Big|_0^2$

$4 = 4m \Rightarrow m = 1$

Cevap: A

10. Aşağıda, $f(x) = 4x - x^2$ parabolünün ve y = a doğrusunun grafiği verilmiştir.



Kırmızı Alan = Mavi Alan olduğundan

$\underbrace{\text{Alan(Kırmızı)} + S}_{4 \cdot a} = \underbrace{\text{Alan(Mavi)} + S}_{\int_0^4 (4x - x^2)dx}$

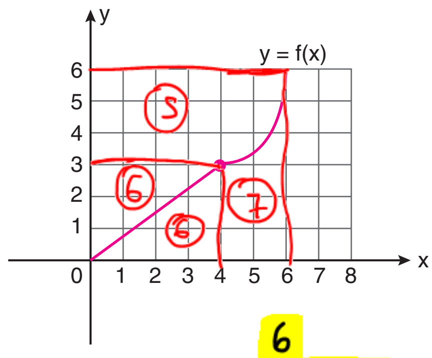
$4 \cdot a = \int_0^4 (4x - x^2)\,dx$

$4 \cdot a = \left(2x^2 - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^4 = \frac{32}{3} \Rightarrow a = \frac{8}{3}$

Cevap: D

ACİL MATEMATİK

11. Aşağıda, f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$\int_0^6 f(x)\,dx = 13$$

$$\int_3^6 f^{-1}(x)\,dx = S = ?$$

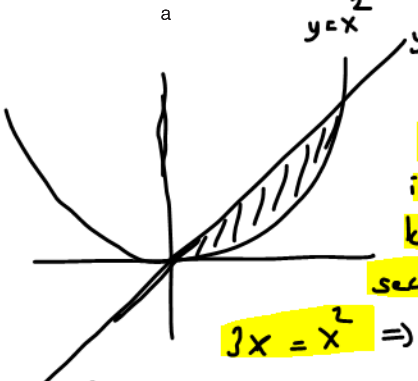
$36 = S + 6 + 6 + 7$

$\Rightarrow S = 17$

Cevap : C

12. $a < b$ olmak üzere,

$$\int_a^b (3x - x^2)\,dx$$



Arada kalan alanı maksimum olabilmesi için a ve b değerleri kesişim noktası olarak seçilmelidir.

$3x = x^2 \Rightarrow x = 0$ ve $x = 3$

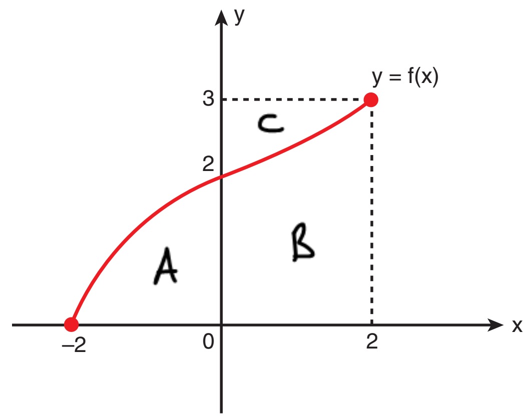
$a = 0$ ve $b = 3$

$$\int_0^3 (3x - x^2)\,dx = \left(\frac{3x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^3$$

$$= \left(\frac{27}{2} - 9\right) = \frac{9}{2}$$

Cevap: B

13. Aşağıda, [–2, 2] aralığında tanımlı f fonksiyonunun grafiği gösterilmiştir.



$$\int_{-1}^{1} f(2x)\,dx = 10$$

eşitliği veriliyor.

$2x = u \Rightarrow 2dx = du$

$x = 1 \Rightarrow u = 2$

$x = -1 \Rightarrow u = -2$

$$\frac{1}{2} \cdot \int_{-2}^{2} f(u)\,du = 10 \Rightarrow \int_{-2}^{2} f(u)\,du = 20$$

$$\int_0^3 f^{-1}(x)\,dx = C - A = ?$$

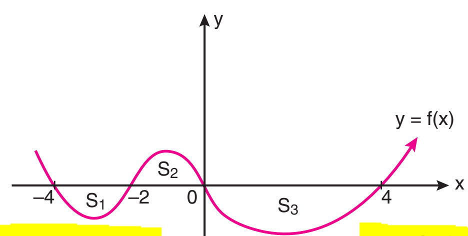
$-A - \cancel{B} = -20$

$+\ \cancel{B} + C = 6$

$C - A = -14$

Cevap : D

14. Aşağıda, y = f(x) fonksiyonunun grafiği verişmiştir.



X eksenin̄in sağında kalan parça ve bunun y eksenine göre simetriği

f(x) in y eksenine göre simetriği

$S_2 = 4br^2$ ve $\int_{-4}^{4} f(|x|)dx + \int_{-4}^{4} f(-x)\,dx$

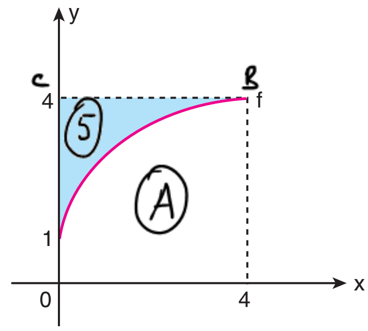
$-S_3 - \cancel{S_3} = -S_1 + S_2 - \cancel{S_3}$

$S_1 - S_3 = S_2 = 4$

Cevap : C

ACİL MATEMATİK

1.



Yukarıda verilen f fonksiyonunun grafiğine göre, taralı alan 5 br^2 dir.

$$\int_0^4 f(x)\,dx = A$$

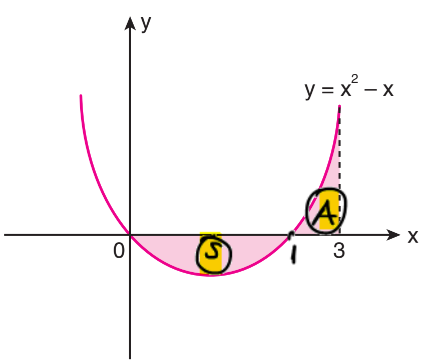
$$A+5 = 16 \Rightarrow A = 11$$

$\Downarrow$

Alan (OABC)

Cevap: D

2.



Şekilde, y = x^2 – x parabolü ve x = 3 doğrusu verilmiştir.

$x^2 - x = 0 \Rightarrow x.(x-1)=0 \Rightarrow x_1 = 0 \; ; x_2 = 1$

$$S = -\int_0^1 (x^2-x)\,dx = -\left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^1 = \frac{1}{6}$$

$$A = \int_1^3 (x^2-x)\,dx = \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2}\right)\Big|_1^3 = \left(9-\frac{9}{2}\right)-\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right) = \frac{14}{3}$$

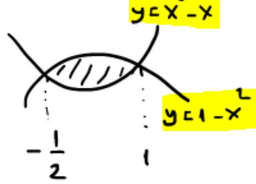
$$A+S = \frac{1}{6} + \frac{14}{3} = \frac{29}{6}$$

Cevap: B

3. y = x^2 – x ve y = 1 – x^2

$x^2 - x = 1 - x^2 \Rightarrow 2x^2 - x - 1 = 0$

$\Rightarrow x_1 = -\frac{1}{2} \; ; \; x_2 = 1$



$$\int_{-\frac{1}{2}}^{1} \left((1-x^2)-(x^2-x)\right)dx$$

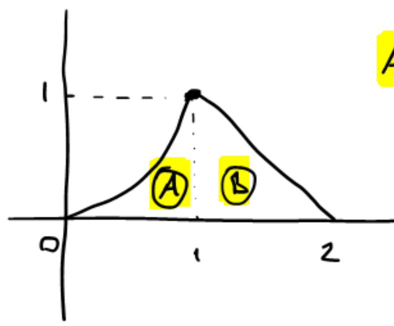
$$= \int_{-\frac{1}{2}}^{1} (-2x^2+x+1)\,dx = \left(-\frac{2x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x\right)\Big|_{-\frac{1}{2}}^{1} =$$

$$= \left(-\frac{2}{3}+\frac{1}{2}+1\right) - \left(\frac{1}{12}+\frac{1}{8}-\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{8}$$

Cevap: C

4.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & , \; 0 \le x < 1 \\ 2-x & , \; 1 \le x \le 2 \end{cases}$$



$$A = \int_0^1 x^2\,dx = \frac{x^3}{3} = \frac{1}{3}$$

$$B = \frac{1.1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$A+B = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$$

Cevap: B

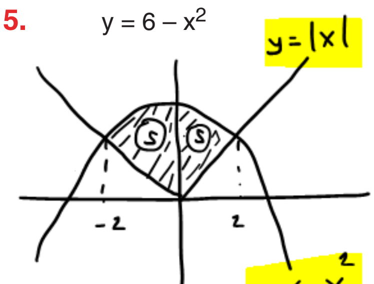
5. y = 6 – x^2

$y = |x|$

$6 - x^2 = |x|$

$x > 0 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow x = 2$

$x < 0 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x = -2$



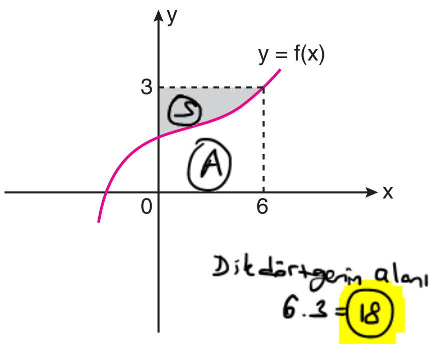
$$\int_{-2}^{2} (6-x^2-|x|)\,dx = 2\cdot\int_0^2 (6-x^2-x)\,dx$$

$$= 2\cdot\left(-\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 6x\right)\Big|_0^2 = \frac{44}{3}$$

Cevap: B

ACiL MATEMATİK

6. Aşağıda, y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Dikdörtgenin alanı
$6.3 = 18$

$$\int_1^4 f(2x-2)\,dx = 7$$

$2x - 2 = u \Rightarrow 2dx = du$

$x = 4 \Rightarrow u = 6$

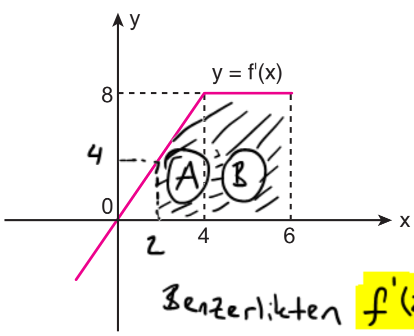
$x = 1 \Rightarrow u = 0$ Yerine yazarsak

$$\frac{1}{2}\int_0^6 f(u)\,du = \frac{1}{2}.A = 7 \Rightarrow \boxed{A = 14}$$

$$14 + S = 18 \Rightarrow S = 4$$

Cevap : B

7.



Benzerlikten $f'(2) = 4$ olur.

Yukarıda, y = f'(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$$\int_2^6 f'(x)dx = f(x)\Big|_2^6 = f(6) - f(2)$$

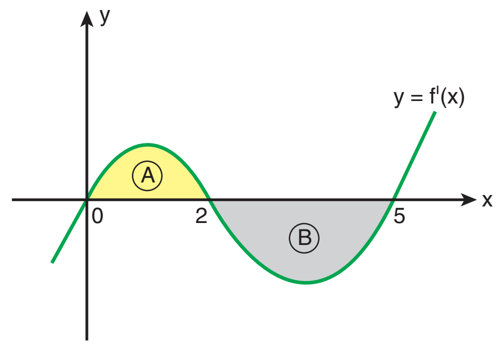
Taralı Alan $= f(6) - f(2) = A + B$

$$= \left(\frac{4+8}{2}\right).2 + 8.2$$

$$= 28$$

Cevap : B

8. Aşağıda, f fonksiyonunun türevinin grafiği gösterilmiştir.



A ve B bulundukları bölgelerin alanlarını göstermektedir.
A = 4 birimkare ve B = 6 birimkaredir.

~~I.~~ f(5) – f(2) = 6

II. f(0) – f(5) = 2

III. f(2) – f(0) = 4

$$\int_0^5 f'(x)dx = A - B \Rightarrow f(x)\Big|_0^5 = f(5) - f(0) = 4 - 6 = -2$$

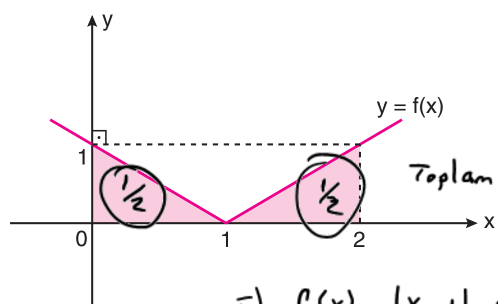
$\Rightarrow f(0) - f(5) = 2$

$$\int_2^5 f'(x)dx = f(x)\Big|_2^5 = -B \Rightarrow f(5) - f(2) = -6$$

$$\int_0^2 f'(x)dx = f(x)\Big|_0^2 = f(2) - f(0) = A = 4$$

Cevap : E

9.

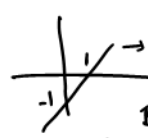


Toplam Alan : 1

I) $f(x) = |x-1|$ grafiği x ekseni ve üzerinde kaldığından I öncül doğru olur.

I. $\displaystyle\int_0^2 |x-1|dx$

II)



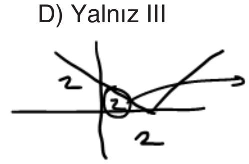
→ $f(x) = x - 1$ olduğundan yanlış.
Bu integralin cevabı negatif çıkar.
Alan negatif olamaz.

~~II.~~ $\displaystyle 2\cdot\int_0^1 (x-1)\,dx$

~~III.~~ $\displaystyle\int_0^2 |x-2|dx$

A) Yalnız I
B) Yalnız II
C) I ve II
D) Yalnız III
E) II ve III

III)

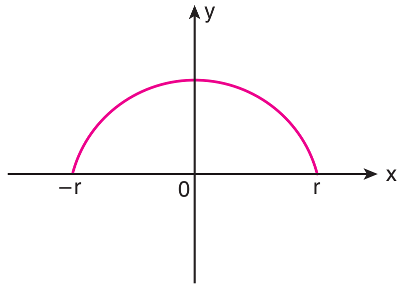


→ toplam istenen alanı vermez

Cevap : A

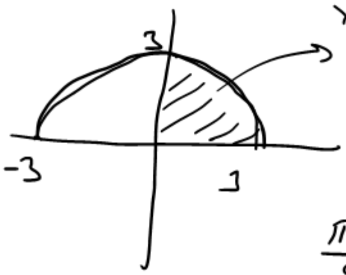
ACİL MATEMATİK

10.



Yukarıdaki yarım çemberin denklemi $y = \sqrt{r^2 - x^2}$ dir.

$$\int_0^3 \sqrt{9 - x^2}\,dx$$



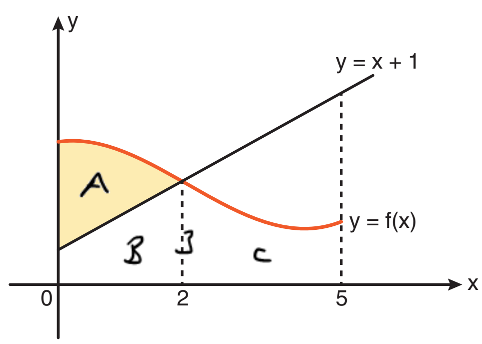
Yarıçapı 3 birim olan çemberin $\frac{1}{4}$ lik 1. bölgedeki kısmı.

$\boxed{\int \text{integral} = \text{Alan}}$

$$\frac{\pi \cdot 3^2}{4} = \frac{9\pi}{4}$$

Cevap : B

11.



Şekilde y = f(x) fonksiyonunun ve y = x + 1 doğrusunun grafiği verilmiştir.

$$\int_2^7 f(x-2)dx = 18 \text{ ve } \int_0^3 f(x+2)dx = 8$$

$x - 2 = u \Rightarrow dx = du$

$x = 7 \Rightarrow u = 5$

$x = 2 \Rightarrow u = 0$

$$\int_0^5 f(u)\,du = 18$$

$A + B + C = 18$

$x + 2 = u \Rightarrow dx = du$

$x = 3 \Rightarrow u = 5$

$x = 0 \Rightarrow u = 2$

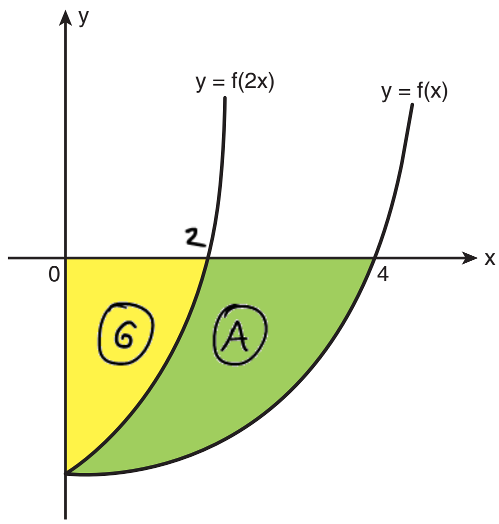
$$\int_2^5 f(u)\,du = 8$$

$C = 8$

$B = \left(\frac{3+1}{2}\right) \cdot 2 = 4 \Rightarrow A = 18 - 8 - 4 = 6$

Cevap : D

12. $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere, aşağıda y = f(x) ve y = f(2x) fonksiyonlarının grafiği gösterilmiştir.



$$\int_0^4 f(x)\,dx = -12$$

$$\int_0^2 f(2x)dx = \frac{1}{2} \cdot \int_0^4 f(u)du = \frac{1}{2} \cdot (-12) = -6$$

$2x = u \Rightarrow 2\,dx = du$

$x = 2 \Rightarrow u = 4$

$x = 0 \Rightarrow u = 0$

$6 + A = 12 \Rightarrow A = 6$

Cevap : E

13. $a < b \leq 2$ olmak üzere,

$$\int_a^b (x-2)^2 \cdot (x+1)\,dx$$

$x - 2 = u \Rightarrow dx = du$

$x = b \Rightarrow u = b - 2$

$x = a \Rightarrow u = a - 2$

$$\int_{a-2}^{b-2} u^2 \cdot (u+3)du = \int_{a-2}^{b-2} (u^3 + 3u^2)du$$

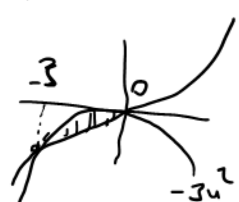
$$= \int_{a-2}^{b-2} (u^3 - (-3u^2))\,du$$

$u^3 = -3u^2 \Rightarrow u^3 + 3u^2 = 0 \Rightarrow u^2(u+3) = 0$

$a - 2 = -3 \Rightarrow a = -1$

$b - 2 = 0 \Rightarrow b = 2$

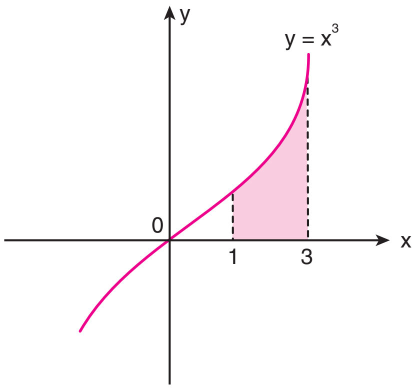
$a + b = 1$



Cevap : D

ACiL MATEMATİK

1.



Şekilde, $y = x^3$ eğrisi verilmiştir.

$$\int_1^3 x^3 dx = \frac{x^4}{4}\Big|_1^3 = \frac{81}{4} - \frac{1}{4} = 20$$

Cevap : B

2. Gerçel sayılarda tanımlı ve sürekli olan f fonksiyonunun her noktasında birinci ve ikinci türevi tanımlıdır.

$f''(x) = 4x^3 - 2x$ ve $f'(0) = 0$ dır.

$$f'(x) = \int f''(x)dx = \int (4x^3 - 2x)dx = x^4 - x^2 + C$$

$f'(0) = 0 \Rightarrow \boxed{C = 0}$ $\quad f'(x) = x^4 - x^2 = 0$

$\Rightarrow x^2 \cdot (x-1) \cdot (x+1) = 0$

0 çift kat $\quad$ 1 $\quad$ −1

	−1	0	1	
f'	+	−	−	+
f	↗	↘	↘	↗

Yerel max. $\quad$ Yerel min.

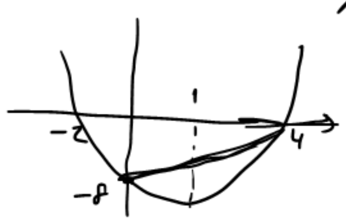
Cevap : B

3. $y = f(x) = x^2 - 2x - 8$

parabolünün eksenleri kestiği noktalar birleştirilerek oluşturulan şeklin alanı B, parabolün x ekseni ile sınırladığı bölgenin alanı A dır.

$(x-4)(x+2) = 0$

4 $\quad$ −2



$$B = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24$$

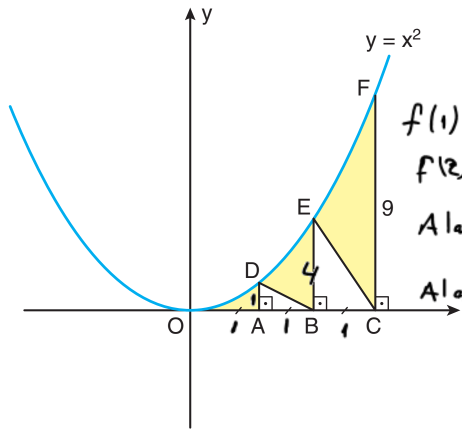
$$A = -\int_{-2}^{4} (x^2 - 2x - 8)dx$$

$$= \left(\frac{x^3}{3} - x^2 - 8x\right)\Big|_{-2}^{4}$$

$$= 36$$

$A - B = 12 \quad$ Cevap : C

4.



$f(1) = 1 = |AD|$

$f(2) = 4 = |EB|$

$\text{Alan}(\overset{\triangle}{ADB}) = \frac{1}{2}$

$\text{Alan}(\overset{\triangle}{EBC}) = 2$

Şekilde, $y = x^2$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

DAB ve EBC dik üçgenlerdir.

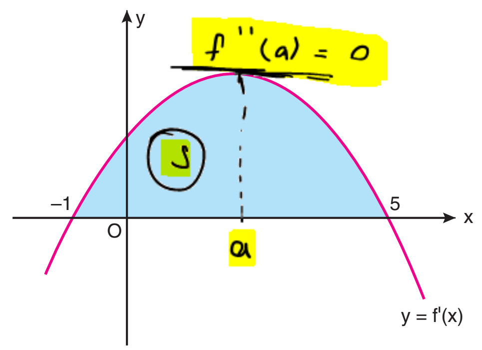
$|OA| = |AB| = |BC|$ ve $|FC| = 9$ br

$$\text{Taralı Alan} = \int_0^3 x^2 dx - \left(\frac{1}{2} + 2\right) = \frac{x^3}{3}\Big|_0^3 - \frac{5}{2}$$

$$= 9 - 2{,}5 = 6{,}5$$

Cevap : B

5. Aşağıda, $y = f(x)$ fonksiyonunun türevi olan $f'(x)$ fonksiyonunun grafiği gösterilmiştir.



I. $f''(5) < 0$

II. Taralı bölgelerin alanı $f(5) - f(-1)$ br^2 dir.

III. $f''(x) = 0$ denkleminin tek bir kökü vardır.

I) $x = 5$ için f' azalan olduğundan $f''(5) < 0$ dır.

II) $S = \int_{-1}^{5} f'(x)dx = f(x)\Big|_{-1}^{5} = f(5) - f(-1)$

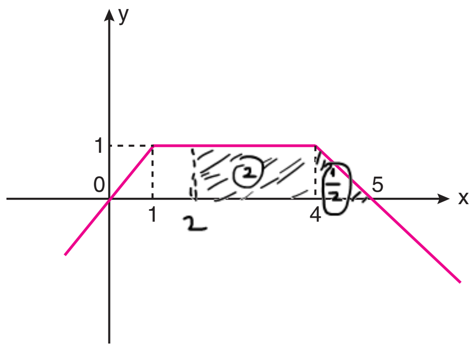
III) $x = a$ için $(f')'(a) = 0 \Rightarrow f''(a) = 0$

Bu şekilde başka bir nokta grafikte yok.

Cevap : E

ACİL MATEMATİK

6. Aşağıda, f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$\int_1^2 x\cdot f(x^2+1)\,dx$$

$x^2+1=u \Rightarrow 2x\,dx=du$
$x=2 \Rightarrow u=5$
$x=1 \Rightarrow u=2$

$\int_1^2 x\cdot f(x^2+1)\,dx = \frac{1}{2}\int_2^5 f(u)\,du$

$= \frac{1}{2}\cdot\left(2+\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{4}$

Cevap : D

7. **Aşağıdakilerden hangisi yanlış olabilir?**

A) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(3^x+2^{\frac{1}{x}}\right)=1$ $\quad \cancel{3^{-\infty}}^{0} + \cancel{2^{\frac{1}{-\infty}}}^{1} = 1$ ✓

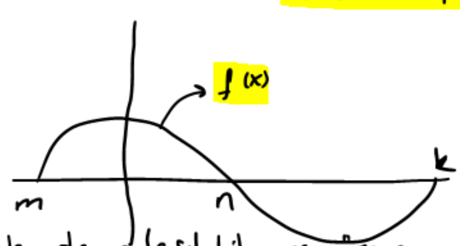
B) f türevlenebilir bir fonksiyon olmak üzere,
$\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(1+x)-f(1)}{x}=f'(1)$ dır. Türev tanımından doğru ✓

C) Bir f fonksiyonuna üzerindeki (2, 6) noktasında çizilen teğetin eğimi 3 ise f'(2) = 3 tür. ✓ Teğetin eğimi türevdir. ✓

D) $\int_m^n f(x)\,dx \geq \int_m^K f(x)\,dx$ ise $n \geq K$ dır.

E) $\frac{d}{dx}\left[\int_3^7 (x^5-3)\,dx\right]=0$ dır. Belirli integralin türevi sıfırdır.

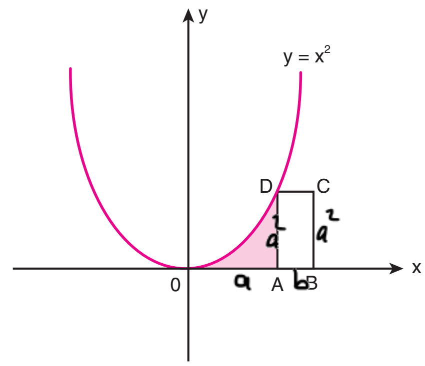
*



Grafikten de anlaşılabileceği üzere D şıkkı yanlış olabilir.

Cevap : D

8.



Yukarıdaki şekilde y = x^2 parabolü, x ekseni ve ABCD dikdörtgeninin bir kenarı ile sınırlı boyalı bölgenin alanı, ABCD dikdörtgeninin alanına eşittir.

$\int_0^a x^2\,dx = \frac{a^3}{3} = \text{Alan}(ABCD) = b\cdot a^2$

$\Rightarrow a = 3\cdot b$

$\frac{|OA|}{|OB|} = \frac{3k}{4k} = \frac{3}{4}$

Cevap : C

9. $\int_a^b f(x)\,dx = 3$ ve $\int_a^b g(x)\,dx = -2$

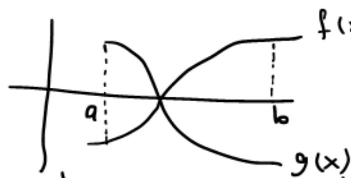
veriliyor.

~~I.~~ $x \in [a, b]$ olmak üzere f(x) > g(x) dir.

II. $\int_a^b [f(x)+g(x)]\,dx = 1$

III. $\int_a^b [f(x)\cdot g(x)]\,dx = -6$

I)



$\forall x \in [a,b]$ için $f(x) > g(x)$ olmayabilir.

II) $\int_a^b [f(x)+g(x)]\,dx = \int_a^b f(x)\,dx + \int_a^b g(x)\,dx = 3+(-2) = 1$ ✓

III) $\int f(x)\cdot g(x)\,dx \neq \int f(x)\,dx \cdot \int g(x)\,dx$

Cevap : B

10. $\alpha \in (0, \pi)$ olmak üzere,

$$\int_0^{\sin\alpha} 2x\,dx = \cos^2\alpha$$

$$\int_0^{\sin\alpha} 2x\,dx = x^2\Big|_0^{\sin\alpha} = \sin^2\alpha = \cos^2\alpha \Rightarrow$$

$$\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \cos 2\alpha = 0 \Rightarrow 2\alpha = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \checkmark$$

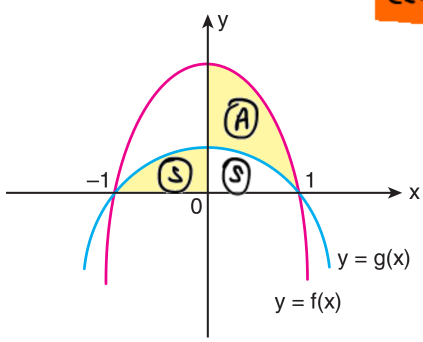
$$2\alpha = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \checkmark$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} + k\pi \vee \alpha = -\frac{\pi}{4} + k\pi \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} \vee \alpha = \frac{3\pi}{4}$$

$$\frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} = \pi$$

cevap: B

11.



Yukarıda grafikleri verilen y = f(x) ve y = g(x) parabollerinin tepe noktası y ekseni üzerinde ve taralı alanlar toplamı $\frac{5}{3}$ br^2 dir.

$$A + S = \frac{5}{3} \text{ olduğundan } a \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{3} \Rightarrow$$

$$a = \frac{5}{2}$$

Cevap : E

12. f sabit ve g birim fonksiyondur.

$$\int_1^2 f(x)\,dx = \int_2^3 g(2x)\,dx$$

$f(x) = c$ ve $g(x) = x$

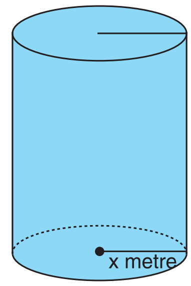
$$\int_1^2 f(x)dx = cx\Big|_1^2 = c$$

$$\int_2^3 g(2x)\,dx = \int_2^3 2x\,dx = x^2\Big|_2^3 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow$$

$c = 5 \Rightarrow f(10) = 5$

Cevap : C

13. Dik silindir biçimindeki bir kuyunun taban alanı ile yüksekliğinin çarpımı kuyunun kaç m^3 su alabileceğini verir.



f(x) fonksiyonu, taban yarıçapı x metre olan kuyunun yüksekliğini (metre) göstermek üzere,

$$\cancel{\int} \cancel{d}[f(x) + 1] = x^2 \Rightarrow f(x) + c = x^2 \Rightarrow \boxed{f(x) = x^2 - c}$$

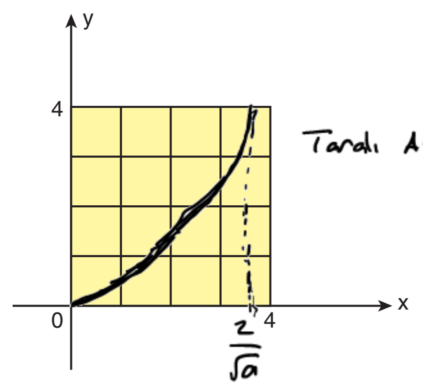
eşitliği veriliyor.

$$f(1) = 2 \Rightarrow 2 = 1 - c \Rightarrow c = -1$$

$$\text{Hacim} = \pi \cdot x^2 \cdot (x^2 + 1) = \pi \cdot x^4 + \pi x^2$$

Cevap : D

14.



Taralı Alan = 16 br^2

Yukarıda verilen dik koordinat düzleminde taralı bölge, özdeş birimkarelerden oluşmaktadır.

a > 0 olmak üzere, $y = ax^2$ parabolü taralı bölgenin içinden geçerek, taralı bölgeyi eşit alanlı iki bölgeye ayırmaktadır.

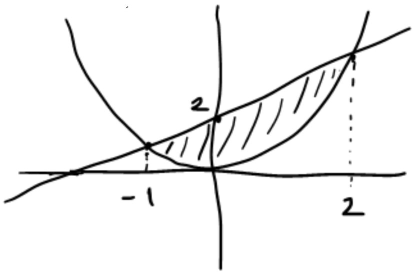
$$\int_0^4 \sqrt{\frac{y}{a}}\,dy = 8 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \sqrt{y^3} \cdot \frac{2}{3}\Big|_0^4 = 8$$

$$\frac{16}{3\sqrt{a}} = 8 \Rightarrow \sqrt{a} = \frac{2}{3} \Rightarrow a = \frac{4}{9}$$

Cevap : E

ACİL MATEMATİK

1.



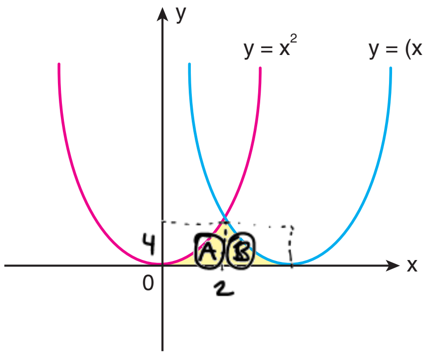
$x^2 - x - 2 = 0$

$(x-2)(x+1) = 0$

$$\int_{-1}^{2} \left((x+2) - x^2\right) dx = \left(\frac{x^2}{2} + 2x - \frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{-1}^{2} = \frac{9}{2}$$

Cevap: B

2.



Şekilde, $y = x^2$ ve $y = (x - 4)^2$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

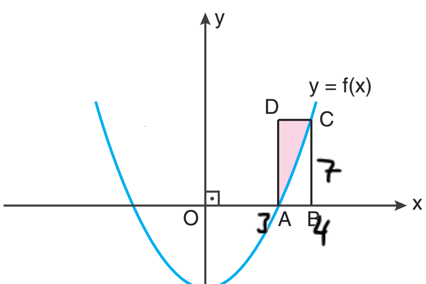
$\cancel{x^2} = \cancel{x^2} - 8x + 16 \Rightarrow x = 2$

$A = \frac{2 \cdot 4}{3} = \frac{8}{3}$ ve $B = \frac{2 \cdot 4}{3} = \frac{8}{3}$

$\Rightarrow$ Taralı Alan $= \frac{16}{3}$

Cevap: E

3. Aşağıda, $f(x) = x^2 - 9$ parabolünün grafiği ve ABCD dikdörtgeni verilmiştir.



$x^2 - 9 = 7 \Rightarrow x = 4$

$x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x = 3$

Alan(ABCD) $= 7$

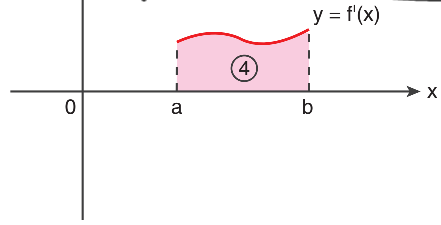
$$\int_{3}^{4} (x^2 - 9)\,dx = \left(\frac{x^3}{3} - 9x\right)\Bigg|_{3}^{4} = \left(\frac{64}{3} - 36\right) - (9 - 27) = \frac{10}{3}$$

Taralı Alan $= 7 - \frac{10}{3} = \frac{11}{3}$

Cevap: D

4.

$$\boxed{\int_a^b f'(x)\,dx = f(x)\Big|_a^b = f(b) - f(a) = 4}$$



Yukarıda, f fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.

[a, b] aralığında eğrinin altında kalan alan 4 br^2 ve $f(a) + f(b) = 6$ dır.

$$\int_a^b f(x) \cdot f'(x)\,dx = \int_{f(a)}^{f(b)} u \cdot du = \frac{u^2}{2}\Bigg|_{f(a)}^{f(b)} = \frac{f^2(b) - f^2(a)}{2}$$

$f(x) = u \Rightarrow f'(x)\,dx = du$

$x = b \Rightarrow u = f(b)$

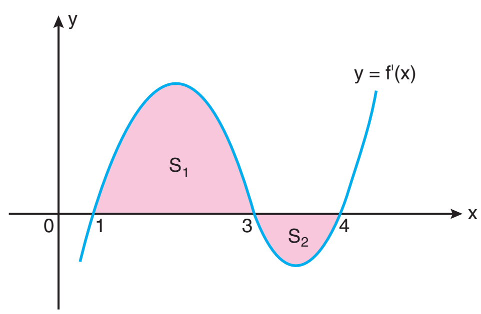
$x = a \Rightarrow u = f(a)$

$$= \frac{(f(b) - f(a)) \cdot (f(b) + f(a))}{2}$$

$$= \frac{4 \cdot 6}{2} = 12$$

Cevap: D

5.



$S_1 > S_2$ olmak üzere, $f'(x)$ fonksiyonunun grafiği şekildeki gibidir.

$$S_1 = \int_1^3 f'(x)\,dx = f(x)\Big|_1^3 = f(3) - f(1)$$

$$S_2 = -\int_3^4 f'(x)\,dx = -f(x)\Big|_3^4 = f(3) - f(4)$$

$S_1 > S_2 \Rightarrow \cancel{f(3)} - f(1) > \cancel{f(3)} - f(4)$

$\boxed{f(1) < f(4)}$

[1,3] aralığında $f' > 0$ olduğundan f artan $f(1) < f(3)$

[3,4] aralığında $f' < 0$ olduğundan f azalan $f(3) > f(4)$

$\Rightarrow f(1) < f(4) < f(3)$

Cevap: A

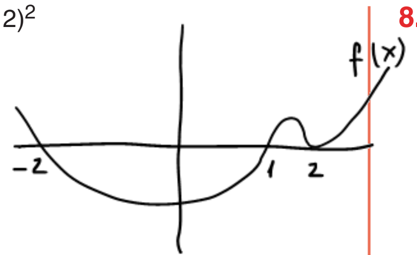
ACİL MATEMATİK

6. $f(x) = (x + 2)(x - 1)(x - 2)^2$

fonksiyonu veriliyor.

m > n olmak üzere,

$$\int_n^m f(x)\,dx$$



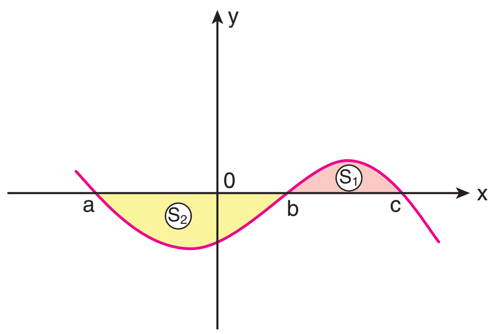
f(x) in grafiğinden de anlaşılabileceği gibi

$\int_n^m f(x)dx$ en az olabilmesi için x ekseninin altında kalan kısmın sınır değerleri m ve n olmalıdır.

$n = -2$ ve $m = 1$ için $m - n = 1 - (-2) = 3$

Cevap : E

7.



Şekilde, y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

S_1 ve S_2 bulundukları bölgenin alanları ve

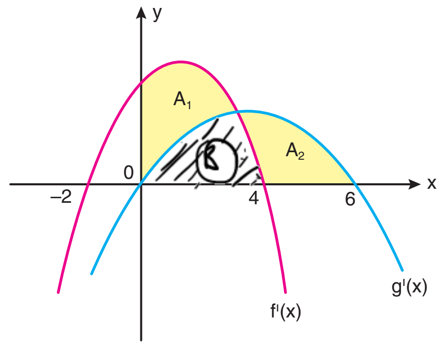
$S_1 = 10$ br^2, $S_2 = 15$ br^2 dir.

$$\int_a^c (|f(x)| + f(x))\,dx = \underbrace{\int_a^b (|f(x)| + f(x))dx}_{0} + \underbrace{\int_b^c (|f(x)| + f(x))dx}_{2 \cdot S_1}$$

$= 2.10 = 20$

Cevap : A

8.



Yukarıdaki şekilde $f'(x)$ ve $g'(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

- g(x) fonksiyonunun yerel maksimum değeri 7 ve yerel minimum değeri –3 tür.
- $A_1 = A_2$ olmak üzere, $f(0) = 4$

$\boxed{A_1 + B = A_2 + B}$

$g(6) = 7$

$g(0) = -3$

$f(0) = 4$

$f(4) = ?$

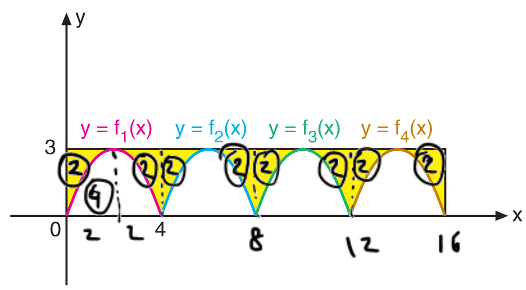
$$\int_0^4 f'(x)dx = \int_0^6 g'(x)dx$$

$f(4) - 4 = 7 - (-3) \Rightarrow$

$f(4) = 14$

Cevap : E

9. Aşağıdaki analitik düzlemde her biri ikinci dereceden fonksiyon olan f_1, f_2, f_3, f_4 fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Her n ≥ 1 tam sayısı için,

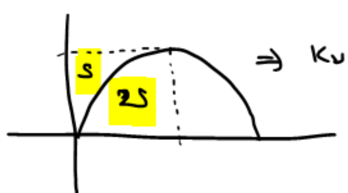
$$f_{n+1}(x) = f_n(x - 4)$$

$n = 1$ için $f_2(x) = f_1(x-4)$

$n = 2$ için $f_3(x) = f_2(x-4)$

$n = 3$ için $f_4(x) = f_3(x-4)$

(* f_1 in 4 br sağa ötelenmesiyle f_2 oluşuyor.)

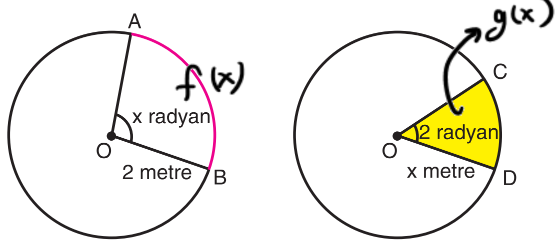


⇒ Kuralından istenen bölgenin alanı 16 br^2 bulunur.

Cevap : D

ACİL MATEMATİK

10. Aşağıda iki çember verilmiştir.



Soldaki çemberde pembe renkle gösterilen AB yayının uzunluğu f(x) metre, sağdaki çemberde sarı renkle gösterilen daire diliminin alanı g(x) metrekaredir.

$$\int_0^{2\sqrt{2}} \frac{g(x)}{f(x)}dx$$

$f(x) = \frac{\cancel{2\pi}.2.x}{\cancel{2\pi}} = 2x$

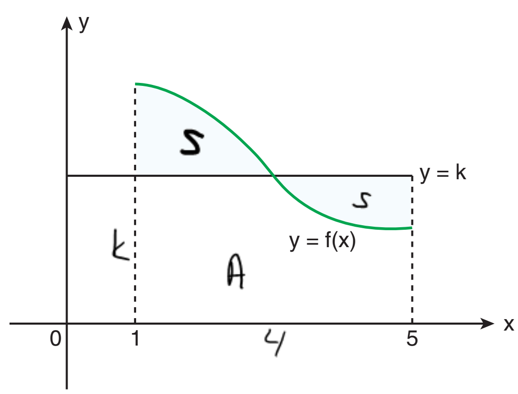
$g(x) = \frac{\cancel{\pi}.x^2.\cancel{2}}{\cancel{2\pi}} = x^2$

$\int_0^{2\sqrt{2}} \frac{x^2}{2x}dx = \int_0^{2\sqrt{2}} \frac{x}{2}dx$

$= \frac{x^2}{4}\Big|_0^{2\sqrt{2}} = \frac{8}{4} = 2$

Cevap: C

11. k pozitif bir gerçel sayı olmak üzere, dik koordinat düzleminde, y = k doğrusu ile y = f(x) fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



Şekildeki boyalı bölgelerin alanları birbirine eşittir.

$$\int_2^{10} f\left(\frac{x}{2}\right)dx = 24$$

$\frac{x}{2} = u \Rightarrow \frac{dx}{2} = du \Rightarrow dx = 2du$

$x = 10 \Rightarrow u = 5$

$x = 2 \Rightarrow u = 1$

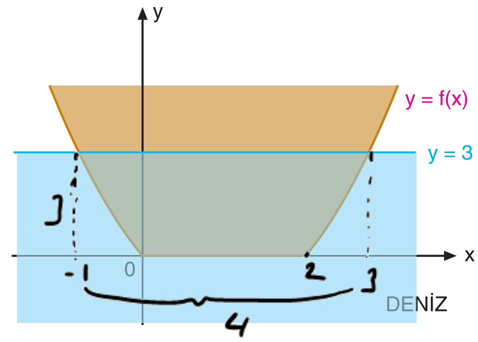
$\int_1^5 2.f(u)du = 24 \Rightarrow \int_1^5 f(u)du = 12$

Buradan $A + S = 12$ oldüğu bulunur.

y = k doğrusu ile oluşturulan dikdörtgenin alanı da A+S olduğundan $4.k = 12 \Rightarrow k = 3$ olur.

Cevap: C

12. Aşağıdaki analitik düzlemde denizde hareket eden bir gemiden su yüzeyine dik bir kesit gösterilmiştir.



Verilen gemi kesitinin yan kenarları ve tabanı y = f(x) eğrisidir. Deniz suyunun yüzeyi y = 3 doğrusudur.

$$f(x) = \begin{cases} y = x^2 - 2x, & x < 0 \\ y = 0, & 0 \le x \le 2 \\ y = x^2 - 2x, & x > 2 \end{cases}$$

$\Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$, $x = -1$

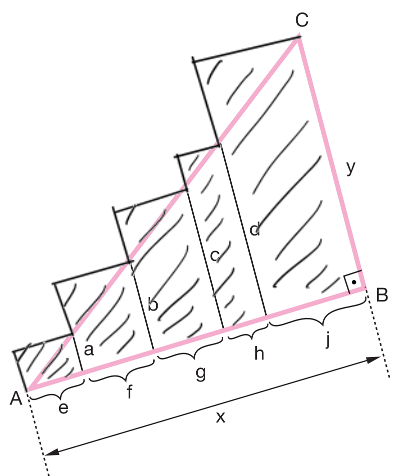
$\Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$

$\int_{-1}^{0} (x^2 - 2x)dx + \int_2^3 (x^2 - 2x)dx = \left(\frac{x^3}{3} - x^2\right)\Big|_{-1}^{0} + \left(\frac{x^3}{3} - x^2\right)\Big|_2^3$

$= \frac{4}{3} + \frac{4}{3} = \frac{8}{3} \Rightarrow 12 - \frac{8}{3} = \frac{28}{3}$

Cevap: D

13. Aşağıda dik kenarları x ve y birim olan ABC dik üçgeni verilmiştir. Şekilde uzunlukları a, b, c, d birim olan doğru parçaları üçgenin BC kenarına paraleldir.



e, f, g, h, j değerleri AB kenarı üzerindeki doğru parçalarının uzunlukları olmak üzere,

$$e \cdot a + f \cdot b + g \cdot c + h \cdot d + j \cdot y = 6{,}2$$

eşitliği verilmiştir.

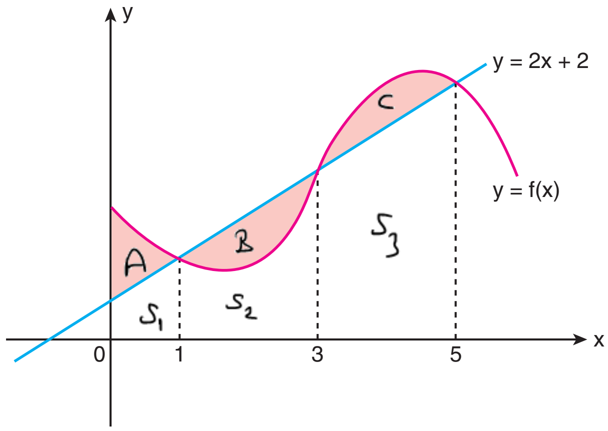
$\frac{x.y}{2} < 6{,}2 \Rightarrow x.y < 12{,}4$

max. : 12

Cevap: D

ACİL MATEMATİK

14. Dik koordinat düzleminde, y = 2x + 2 doğrusu ve y = f(x) fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



$\int_0^1 f(x)\,dx = 5 \Rightarrow A + S_1 = 5$

$\int_1^3 f(x)\,dx = 7 \Rightarrow S_2 = 7$

$\int_3^5 f(x)\,dx = 24 \Rightarrow S_3 + C = 24$

$S_1 = \int_0^1 (2x+2)dx = (x^2+2x)\Big|_0^1 = 3 \Rightarrow \boxed{A = 2}$

$S_2 + B = \int_1^3 (2x+2)dx = (x^2+2x)\Big|_1^3 = 15-3 = 12 \Rightarrow \boxed{B = 5}$

$S_3 = \int_3^5 (2x+2)dx = (x^2+2x)\Big|_3^5 = 35 - 15 = 20 \Rightarrow \boxed{C = 4}$

$A + B + C = 11$

Cevap: B

15. [0,1] aralığında tanımlı bir f fonksiyonu için,

f(x) + 2f(1 – x) = 3x

$\int_0^1 f(x)\,dx$

x yerine (1-x) yazarsak $f(1-x) + 2 \cdot f(x) = 3 - 3x$

Bu elde edilen denklemi (-2) ile çarpıp soruda verilen denklem ile taraf tarafa toplarsak;

$f(x) + 2 \cdot f(1-x) = 3x$

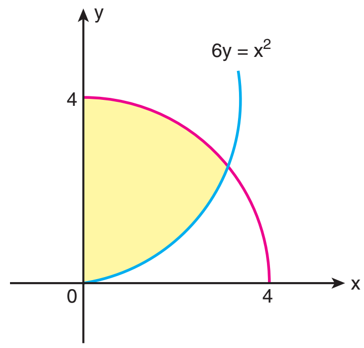
$+ \; -2 \cdot f(1-x) - 4 \cdot f(x) = -6 + 6x$

$-3 \cdot f(x) = -6 + 9x \Rightarrow f(x) = 2 - 3x$ olur.

$\int_0^1 (2-3x)dx = \left(2x - \frac{3x^2}{2}\right)\Big|_0^1 = 2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$

Cevap: B

16.



Şekilde, yarıçapı 4 br olan çeyrek çember ile 6y = x^2 parabolü görülmektedir.

Çember denklemi $y = \sqrt{16 - x^2}$ dir.

İki eğrinin kesişim noktası

$6y = 16 - y^2 \Rightarrow y^2 + 6y - 16 = 0$

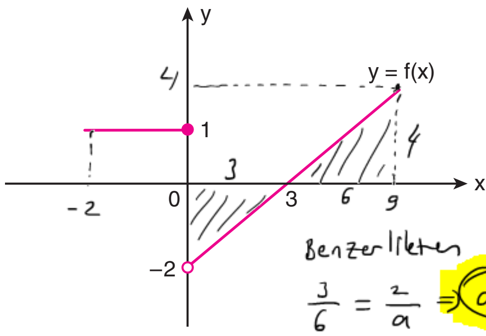
$\Rightarrow \boxed{y = 2} \quad \boxed{x = 2\sqrt{3}}$

Bu durumda istenen alan

$\int_0^{2\sqrt{3}} \left(\sqrt{16 - x^2} - \frac{x^2}{6}\right) dx$ olur.

Cevap: A

1.



Benzerlikten

$\frac{3}{6} = \frac{2}{a} \Rightarrow a = 4$

Şekilde, y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

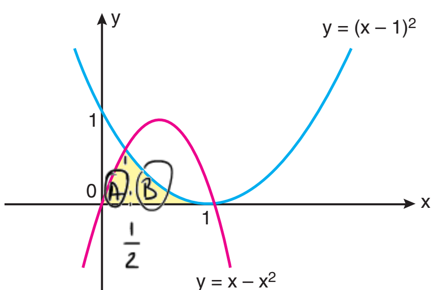
$$\int_{-2}^{9} f(x)\,dx = \int_{-2}^{0} f(x)\,dx + \int_{0}^{3} f(x)\,dx + \int_{3}^{9} f(x)\,dx$$

$$= 2.1 - \frac{\cancel{2}.3}{\cancel{2}} + \frac{6.\cancel{4}^{2}}{\cancel{2}}$$

$$= 2 - 3 + 12 = 11$$

Cevap : D

2. Aşağıda, $y = (x-1)^2$ ve $y = x - x^2$ parabolünün grafiği verilmiştir.



$(x-1)^2 = x - x^2 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = x - x^2$

$2x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$, $x = 1$

$2x \quad -1$

$x \quad -1$

$$A = \int_{0}^{1/2} (x - x^2)\,dx = \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_{0}^{1/2} = \frac{1}{8} - \frac{1}{24} = \frac{1}{12}$$

$$B = \int_{1/2}^{1} (x-1)^2\,dx = \frac{(x-1)^3}{3}\Big|_{1/2}^{1} = -\left(-\frac{1}{24}\right) = \frac{1}{24}$$

$$A + B = \frac{1}{12} + \frac{1}{24} = \frac{1}{8}$$

Cevap : A

3. $f'(x) = 2x + 1$

$g'(x) = 3$

$f(0) = g(0)$

eşitlikleri veriliyor.

$$\int f'(x)\,dx = f(x) = x^2 + x + c_1$$

$$\int g'(x)\,dx = g(x) = 3x + c_2$$

$f(0) = g(0) \Rightarrow \boxed{c_1 = c_2 = C}$

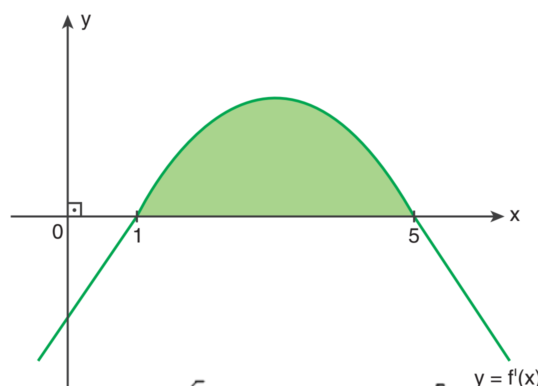
$x^2 + x + \cancel{C} = 3x + \cancel{C} \Rightarrow x.(x-2) = 0 \Rightarrow x = 0,\ x = 2$

$$\int_{0}^{2} (3x - x^2 - x)\,dx = \int_{0}^{2} (-x^2 + 2x)\,dx = \left(-\frac{x^3}{3} + x^2\right)\Big|_{0}^{2}$$

$$= \left(-\frac{8}{3} + 4\right) = \frac{4}{3}$$

Cevap : B

4. Aşağıda f fonksiyonunun türevi olan f' fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$\text{Taralı Alan} = \int_{1}^{5} f'(x)\,dx = f(x)\Big|_{1}^{5} = f(5) - f(1)$$

	1		5	
f'	−	0	+	0	−
f	↘		↗		↘

Yerel max.

x = 5 için f in yerel maksimum değeri f(5) dir.

f(5) − f(1) bilindiğine göre f(5) bulunabilmesi için f(1) in bilinmesi yeterlidir.

Cevap : B

5. $\forall a \in \mathbb{R}$ için,

$f(a) + f(-a) = 0 \Longrightarrow$ f tek fonksiyon

$$\int_{-3}^{3} (\cos^2 x \cdot f(x) + 1)\,dx = \int_{-3}^{3} \cos^2 x \cdot f(x)dx + \int_{-3}^{3} 1\,dx$$

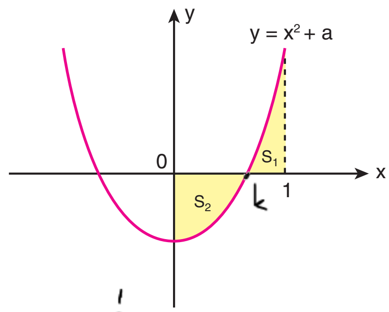
$x \longrightarrow -x$ yazarsak $\cos^2(-x).f(-x) = -\cos^2 x.f(x)$ olduğundan $\cos^2 x.f(x)$ fonksiyonu da tek olur.

O halde $\int_{-3}^{3} \cos^2 x.f(x)\,dx = 0$ dır.

$$\int_{-3}^{3} 1\,dx = 2.\int_{0}^{3} 1\,dx = 2x\Big|_0^3 = 6$$

Cevap : C

7.



$$-\int_0^k (x^2+a)\,dx = \int_k^1 (x^2+a)\,dx$$

$$= -\left(\frac{x^3}{3} + ax\right)\Big|_0^k = \left(\frac{x^3}{3} + ax\right)\Big|_k^1$$

$$= -\frac{k^3}{3} - \cancel{ak} = \frac{1}{3} + a - \frac{k^3}{3} - \cancel{ak}$$

$$a = -\frac{1}{3}$$

Cevap : C

6. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı ve sürekli bir f fonksiyonunun türevi,

$$f'(x) = \begin{cases} 5 & , \ x < 0 \\ -2 & , \ x > 0 \end{cases}$$

şeklinde tanımlanmıştır.

$$f(x) = \begin{cases} 5x + c_1 & ; \ x \le 0 \\ -2x + c_2 & ; \ x > 0 \end{cases}$$

I. $f(-2) - f(-1) < 0$ dır.

II. f fonksiyonunun x = 0 noktasında yerel maksimumu vardır.

III. $\int_{-2}^{1} f'(x)\,dx = 8$ dir.

f sürekli olduğundan

$5.0 + c_1 = -2.0 + c_2 \Rightarrow \boxed{c_1 = c_2 = c}$

I) $f(-2) - f(-1) = -10 + c - (-5 + c)$
$= -5 < 0$

II)

olduğundan x=0 da f nin yerel maksimum değeri vardır.

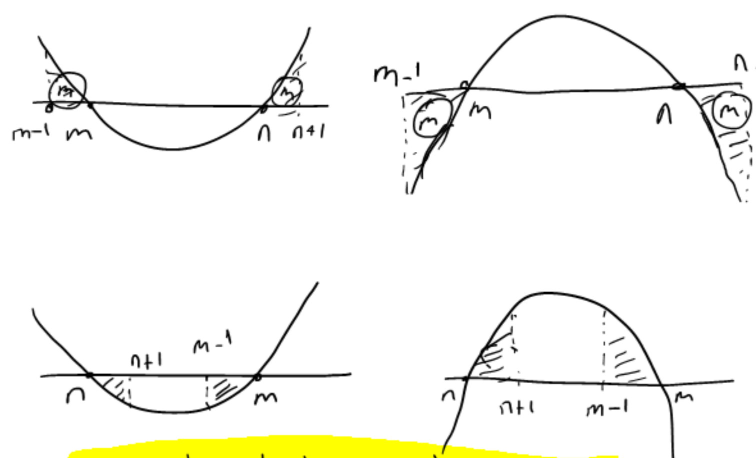
III) $\int_{-2}^{1} f'(x)\,dx = f(x)\Big|_{-2}^{1} = f(1) - f(-2) = (-2+c) - (-10+c) = 8$

Cevap : E

8. y = f(x) parabolünün x eksenini kestiği noktaların apsisleri m ve n dir.

$$\int_{m-1}^{m} f(x)\,dx = m$$

$$\int_{n}^{n+1} f(x)\,dx$$



simetrik alanlar oluştuğundan birbirine eşittir.

Cevap : B

ACİL MATEMATİK

9. Her $x \in \mathbb{R}$ için,

$f(x) = f(x + 3)$

eşitliği sağlanmaktadır.

$$\int_1^7 f(x)\,dx = 10$$

$f(x) = f(x+3)$ olduğundan fonksiyonun periyodu 3 tür. O halde

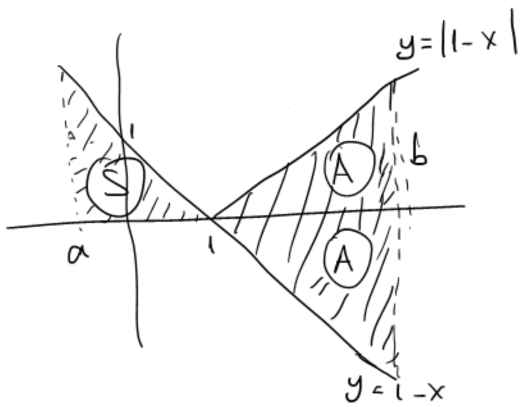
$$\int_1^4 f(x)\,dx = \int_4^7 f(x)\,dx$$ olduğundan

$$\int_1^7 f(x)dx = 10 \Rightarrow \int_1^4 f(x)\,dx = \frac{10}{2} = 5$$

Cevap : B

10. $a, b \in \mathbb{R}$ ve $a < 1 < b$ olmak üzere,

$$\int_a^1 (1 - x)\,dx = m \text{ ve } \int_1^b (1 - x)\,dx = n$$



$$S = \int_a^1 (1-x)\,dx = m$$

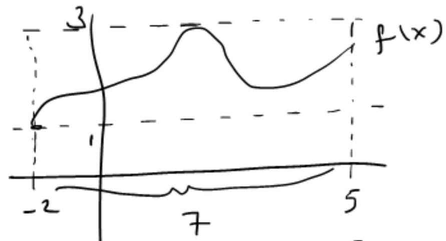
$$A = -\int_1^b (1-x)\,dx = -n$$

$$\Rightarrow \int_a^b |1-x|\,dx = S + A = m - n$$

Cevap : C

11. $\forall x \in \mathbb{R}$, $1 \le f(x) \le 3$ olan sürekli f(x) fonksiyonu için,

$$\int_{-2}^{5} (f(x) - x)\,dx = \int_{-2}^{5} f(x)dx - \int_{-2}^{5} x\,dx$$



$$7 \le \int_{-2}^{5} f(x)dx \le 21 \qquad \int_{-2}^{5} x\,dx = \frac{x^2}{2}\Big|_{-2}^{5} = \frac{25}{2} - 2 = \frac{21}{2}$$

$$\Rightarrow 7 - \frac{21}{2} \le \int_{-2}^{5} (f(x) - x)\,dx \le 21 - \frac{21}{2}$$

$$-\frac{7}{2} \le \int_{-2}^{5} (f(x) - x)\,dx \le \frac{21}{2}$$

şıklara göre 4 olabilir.

Cevap : B

12. Bir aracın bir yoldaki hızı ile o yolu gidiş zamanının çarpımı yolun uzunluğunu verir.

Hız = f(x)
Zaman = x

f(x) fonksiyonu, başlangıçta durağan olan ve AB yolunu x saatte giden aracın hızını (km/saat) göstermek üzere,

$$\int [f'(x) \cdot f^3(x)]dx = 4x^8$$

$f(x) = u$ dersek $f'(x)\,dx = du$ olur.

$$\int f'(x) \cdot f^3(x)\,dx = \int u^3 \cdot du = \frac{u^4}{4}$$

$$\frac{f^4(x)}{4} = 4x^8 \Rightarrow \boxed{f(x) = 2x^2}$$

Hız.

$$\underbrace{|AB|}_{\text{Yol}} = \underbrace{f(x)}_{\text{Hız}} \cdot \underbrace{x}_{\text{Zaman}}$$

$$|AB| = 2x^2 \cdot x = 2x^3,$$

Cevap : C

ACİL MATEMATİK

13. f(x) sürekli ve türevlenebilen bir fonksiyondur.

Her $x \in [0,2]$ olmak üzere,

$f'(x) = f'(2-x)$, $f(0) = 1$, $f(2) = 9$ dur.

$\int f'(x)\,dx = \int f'(2-x)\,dx \Rightarrow f(x) = -f(2-x) + c$

x = 0 için $f(0) + f(2) = c \Rightarrow \boxed{c = 10}$

$\int_0^2 f(x)\,dx + \int_0^2 f(2-x)\,dx = \int 10\,dx$

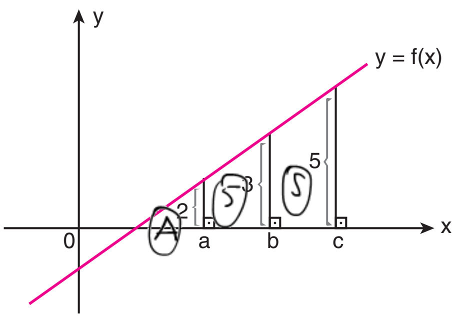
$\underbrace{}_{A} + \underbrace{\int_0^2 f(u)\,du}_{A} = 10x\Big|_0^2$

$2-x=u \Rightarrow -dx=du$
$x=2$ için $u=0$
$x=0$ için $u=2$

$2A = 20 \Rightarrow \boxed{A = 10}$

Cevap : D

14.



Şekildeki doğru üzerinden x eksenine inilen dikme uzunlukları sırasıyla 2, 3 ve 5 br dir.

$$\int_a^b f(x)\,dx = 5$$

$\int_b^c f(x)\,dx = S$ olsun.

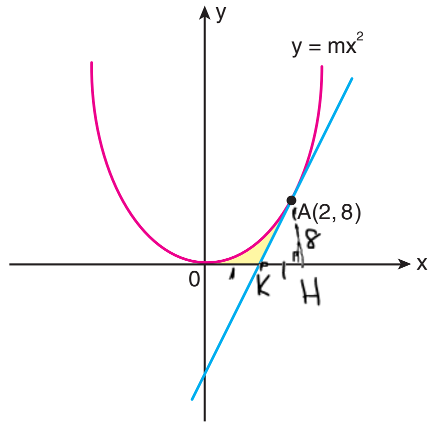
Benzerlik oranının karesi alanlar oranına eşittir kuralından

• $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} = \frac{A}{A+5} \Rightarrow A = 4$

• $\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} = \frac{9}{9+S} \Rightarrow S = 16$

Cevap : C

15.



Şekilde, $y = mx^2$ parabolü ve A(2, 8) noktasındaki teğeti verilmiştir.

$y = f(x) = mx^2$; $f(2) = 8$ olduğundan

$8 = m \cdot 4 \Rightarrow \boxed{m = 2}$

$f'(x) = 4x \Rightarrow f'(2) = 8$ AKH üçgeninde

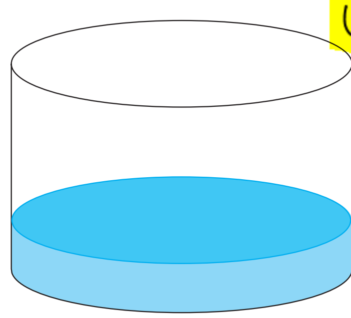
$\frac{|AH|}{|KH|} = 8 \Rightarrow |KH| = 1 \Rightarrow \int_0^2 2x^2\,dx - \frac{1 \cdot 8}{2}$

$= \frac{2x^3}{3}\Big|_0^2 - 4 = \frac{16}{3} - 4 = \frac{4}{3}$

Cevap : E

16. Aşağıda dolum yapılmakta olan bir su deposu gösterilmiştir. Başlangıçta (t = 0 anında) depoda $\frac{1}{3}$ litre su bulunmaktadır.

$V(0) = \frac{1}{3}$



V(t)

t (saniye) anında depoda bulunan suyun hacmi V(t) litre olmak üzere,

$$\frac{dV}{dt} = \left[(t^2+3t)(t^2+3t+2)+1\right] \cdot (2t+3)$$

eşitliği veriliyor.

$\int dV = \int \left[(t^2+3t)\cdot(t^2+3t+2)+1\right](2t+3)\,dt$

$t^2+3t = u \Rightarrow (2t+3)\,dt = du$

$V = \int (u(u+2)+1)\,du = \frac{(u+1)^3}{3} + c$

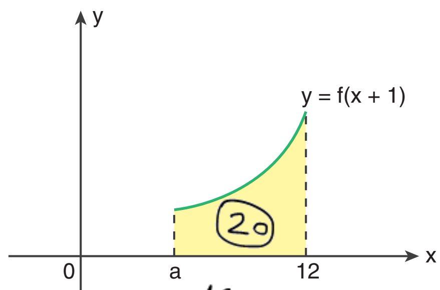
$V(t) = \frac{(t^2+3t+1)^3}{3} + c$; $V(0) = \frac{1}{3} \Rightarrow c = 0$

$V(a) = \frac{(a^2+3a+1)^3}{3} \Rightarrow V(a) = \frac{216}{3} = 72$

Cevap : D

ACİL MATEMATİK

1. Seçkin Öğretmen sınıfta tahtaya,



$$\int_a^{12} f(x+1) = 20$$

grafiğini çizerek öğrencilerine taralı alanın 20 br² olduğunu söylemiştir.

$$\int_b^{16} f(x-3)\,dx = 20$$

$x - 3 = u + 1 \Rightarrow dx = du$

$x = 16 \Rightarrow u = 12$
$x = b \Rightarrow u = b - 4$ $\Rightarrow \int_{b-4}^{12} f(u+1)\,du = 20$

$\int_{b-4}^{12} f(u+1)\,du = \int_{b-4}^{12} f(x+1)\,dx = 20 = \int_a^{12} f(x+1)\,dx$ olduğundan

$a = b - 4 \Rightarrow a - b = -4$

cevap : B

2. $\int_1^6 2f(x)\,dx = 3$ ve $\int_6^2 f(x)\,dx = \frac{-1}{2}$

$$\int_{-2}^{-1} f(-x)\,dx$$

$\int_1^6 f(x)\,dx = \frac{3}{2}$ ve $\int_6^2 f(x)\,dx = -\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\int_1^2 f(x)dx = 1}$

$-x = u \Rightarrow -dx = du$

$x = -1 \Rightarrow u = 1$
$x = -2 \Rightarrow u = 2$ $\Rightarrow \int_{-2}^{-1} f(-x)dx = -\int_2^1 f(u)\,du = \int_1^2 f(u)\,du$

$= \int_1^2 f(x)\,dx = 1$

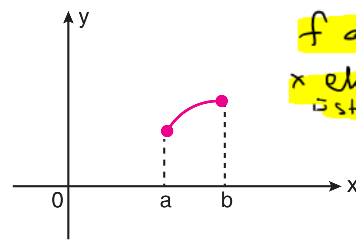
Cevap : E

3. x ∈ [a, b] aralığında türevli ve integrallenebilen f(x) fonksiyonu için,

$$\frac{f'(x) \cdot \int_a^b f(x)\,dx}{f(x)} < 0$$

eşitsizliği veriliyor.

I.

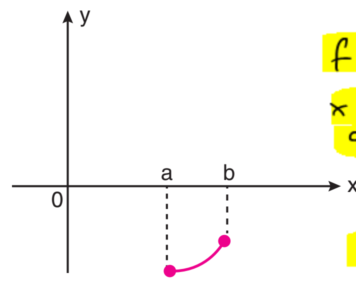


f artan ⇒ f' > 0

x ekseninin üstünde ⇒ f(x) > 0

ve $\int_a^b f(x)dx > 0$

II.

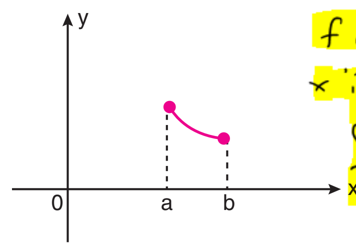


f artan ⇒ f' > 0

x'in altında ⇒ f(x) < 0

$\int_a^b f(x)dx < 0$

III.



f azalan f' < 0

x'in üstünde f > 0

$\int_a^b f(x)\,dx > 0$

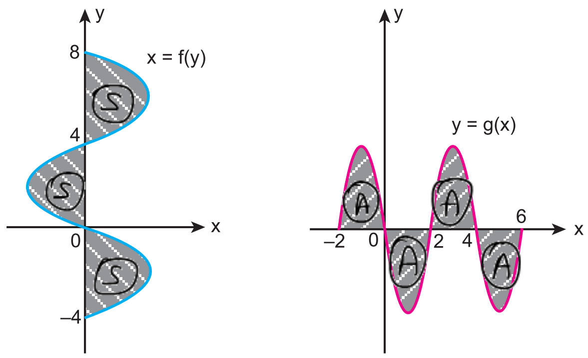
Eşitsizlikte yerine yazarsak

Yalnız III. grafikteki fonksiyon verilen eşitsizliği sağlar.

Cevap : B

ACİL MATEMATİK

4. Aşağıda iki tane eğri verilmiştir. x = f(y) eğrisi ile y ekseni arasındaki her kapalı bölgenin alanı eşittir. y = g(x) eğrisi ile x ekseni arasındaki her kapalı bölgenin alanı eşittir.



S ve A bulundukları bölgenin alanları olsun. Bu durumda verilen seçeneklerdeki integrallerin karşılıkları;

A) $S + A$

B) $S - A$

C) $-S + A$

D) $-S - A$

E) $S - \cancel{A} + \cancel{A} = S$ olur. Bunlardan

$-S - A = -(S+A)$ en küçüğüdür.

Cevap : D

5. $\int_1^2 g'(2x) = \int_1^2 f(3x) + \int_1^2 (2x + 1)$

g(4) = g(2) + 10 dur.

$2x = \vartheta \Rightarrow 2dx = d\vartheta$

$x = 2 \Rightarrow \vartheta = 4$

$x = 1 \Rightarrow \vartheta = 2$

$3x = a \Rightarrow 3dx = da$

$$\int_1^4 f(x+2)\,dx$$

$\frac{1}{2} \cdot \int_2^4 g'(\vartheta)\,d\vartheta = \frac{1}{3} \cdot \int_3^6 f(a)\,da \Rightarrow$

$\frac{1}{2} \cdot [\underbrace{g(4) - g(2)}_{10}] = \frac{1}{3} \cdot \left[\int_3^6 f(a)\,da\right] + 4$

$x + 2 = u \Rightarrow dx = du$

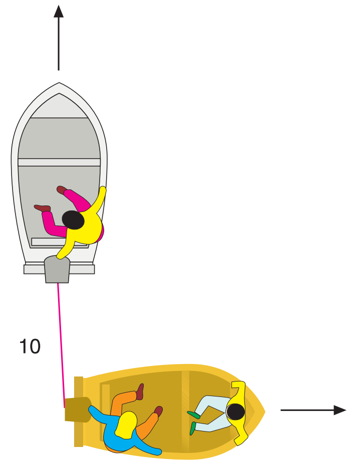
$x = 4 \Rightarrow u = 6$

$x = 1 \Rightarrow u = 3$

$\int_3^6 f(u)\,du = 3$

Cevap : C

6. Aşağıda biri kuzeye diğeri doğuya giden iki tekne gösterilmiştir. t = 0. saniyede teknelerin arka noktaları arasında 10 metre uzaklık vardır.



İki tekne hareketlerine devam ederken t. saniyede arka noktaları arasındaki uzaklık f(t) fonksiyonu ile tanımlanmıştır.

$\frac{df}{dt} = \sqrt{t+1} \Rightarrow \int df = \int \sqrt{t+1}\,dt \Rightarrow$

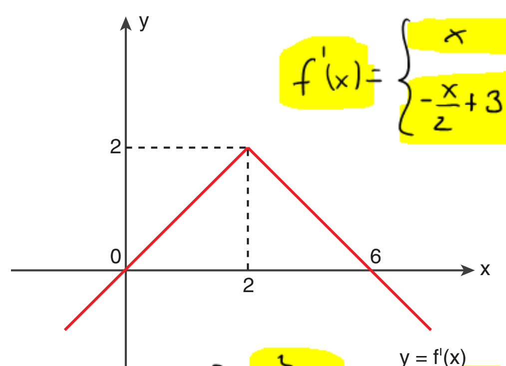
$f(t) = \frac{2}{3} \cdot (t+1)^{\frac{3}{2}} + C$

$t = 0 \Rightarrow f(0) = \frac{2}{3} + C = 10 \Rightarrow C = \frac{28}{3}$

$t = 3 \Rightarrow f(3) = \frac{2}{3} \cdot (2^2)^{\frac{3}{2}} + \frac{28}{3} = \frac{44}{3}$

Cevap : C

7. Aşağıda, f fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.



$f'(x) = \begin{cases} x & ; x \le 2 \\ -\frac{x}{2} + 3 & ; x > 2 \end{cases}$

$\int f'(x)\,dx = f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} + c & ; x \le 2 \\ -\frac{x^2}{4} + 3x + d & ; x > 2 \end{cases}$

f(x), x = 2 de sürekli olması gerektiğinden

$2 + c = -1 + 6 + d \Rightarrow \boxed{c - d = 3}$

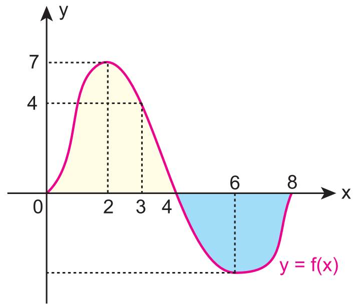
$f(4) = 8 + d$, $f(-\sqrt{10}) = 5 + c$ ve $c - d = 3$

$8 + d = 5 + c \Rightarrow c - d = 3$ sağlanır.

Cevap : A

ACİL MATEMATİK

8. Aşağıda türevlenebilir y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Bir hareketlinin konum zaman fonksiyonu,

$$s(t) = \int_0^t f(x)\,dx \Rightarrow s'(t) = f(x)\Big|_0^t = f(t) - \overline{f(0)} = f(t)$$

biçimindedir. Bu hareketli t. saniyede başlangıç noktasından s(t) metre uzaktadır.

$s'(3) = f(3) = 4$ I. Hareketlinin 3. saniyedeki hızı 4 m/sn'dir.

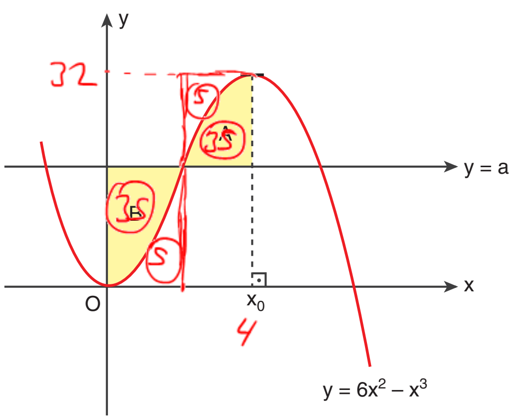
$s''(4) = f'(4) < 0$ II. Hareketlinin 4. saniyedeki ivmesi negatiftir.

4. saniye değil III. Sarı bölgenin alanı mavi bölgenin alanından büyük ise ilk 8 saniyede hareketlinin başlangıç noktasına en uzak olduğu an 4. saniyedir.

$\int_0^4 f(x)dx > 0$ ve max olduğundan doğru

Cevap : E

9. Aşağıda, y = 6x^2 – x^3 ve y = a fonksiyonlarının grafiği verilmiştir.



x_0 apsisli nokta y = 6x^2 – x^3 fonksiyonunun yerel ekstremum noktasıdır.

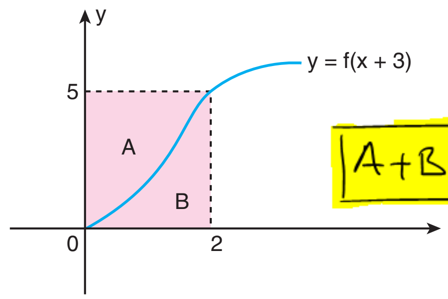
$y' = 12x - 3x^2 = 0 \Rightarrow x_0 = 4$

$y(4) = 96 - 64 = 32$ y = a doğrusu 0 ile 32 arasını iki eşit parçaya ayırdığından

a = 16 olmalıdır.

Cevap : E

10.



$\boxed{A + B = 10}$

A ve B bulundukları bölgelerin alanı olmak üzere,

$$\int_3^5 f(x)\,dx$$

$\int_0^2 f(x+3)\,dx = B$

$x + 3 = u \Rightarrow dx = du$

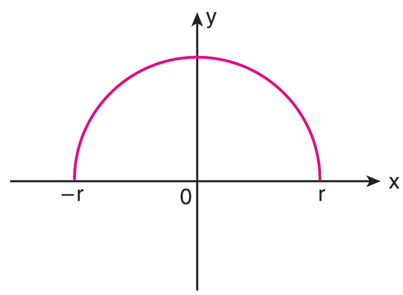
$x = 2 \Rightarrow u = 5$

$x = 0 \Rightarrow u = 3$

$\int_3^5 f(u)du = B = 10 - A$

Cevap : B

11.



Yukarıdaki yarım çemberin denklemi $y = \sqrt{r^2 - x^2}$ dir.

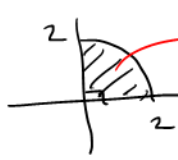
$$\int_0^{\sqrt{2}} x \cdot \sqrt{4 - x^4}\,dx$$

$x^2 = u \Rightarrow 2x\,dx = du$

$x = \sqrt{2} \Rightarrow u = 2$

$x = 0 \Rightarrow u = 0$

$\frac{1}{2} \cdot \int_0^2 \sqrt{4 - u^2}\,du$



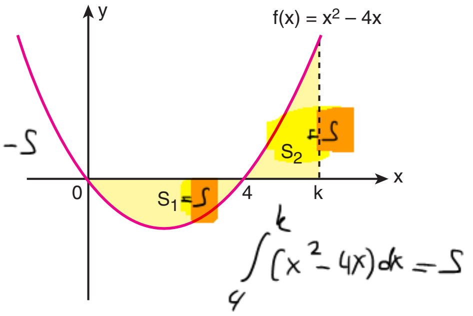
$\frac{\pi . 2^2}{4} = \pi$

$\frac{1}{2} \cdot \int_0^2 \sqrt{4 - u^2}\,du = \frac{\pi}{2}$

Cevap : B

12. Aşağıda, $f(x) = x^2 - 4x$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$\int_0^4 (x^2 - 4x)dx = -S$



$\int_4^k (x^2 - 4x)dx = S$

S_1 ve S_2 alanlarının birbirine eşit olduğunu bilen Fatih, şekilde gösterilen k değerini bulmaya çalışmaktadır.

Fatih'in k değerini bulmaya çalışırken kurduğu denklemler aşağıdaki gibidir.

I. $\underbrace{\int_0^4 (4x - x^2)\,dx}_{S} = \underbrace{\int_4^k (x^2 - 4x)\,dx}_{S}$ ✓

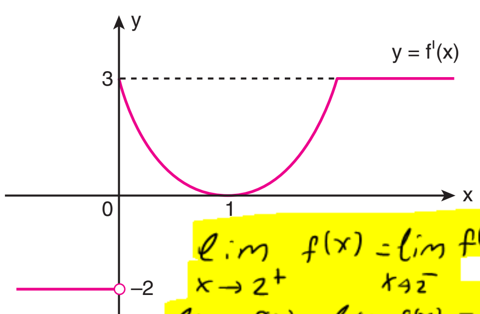
II. $\underbrace{\int_0^k |x^2 - 4x|\,dx}_{2.S} = \underbrace{2 \cdot \int_0^4 (4x - x^2)\,dx}_{2.S}$ ✓

III. $\int_0^k (x^2 - 4x)\,dx = 0$ ✓ $\Rightarrow \int_0^4 (x^2 - 4x)\,dx + \int_4^k (x^2 - 4x)\,dx$

$= -S + S = 0$

Cevap : E

13.



$\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = f(2)$

$\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = f(0)$

Yukarıda grafiği verilen $y = f'(x)$ fonksiyonu iki sabit doğru ve parabolden oluşmaktadır. Parabolün simetri ekseni $x = 1$ doğrusudur.

$a \neq 10$ ve $f(10) = f(a)$

$$\int f'(x) = \int \begin{cases} 3 & ; x \geq 2 \\ 3(x-1)^2 & ; 0 \leq x < 2 \\ -2 & ; x < 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$f(x) = \begin{cases} 3x + c_1 & ; x \geq 2 \\ (x-1)^3 + c_2 & ; 0 \leq x < 2 \\ -2x + c_3 & ; x < 0 \end{cases}$$

$\left.\begin{array}{l} 6 + c_1 = 1 + c_2 \\ -1 + c_2 = c_3 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{c_3 - c_1 = 4}$

$f(10) = 30 + c_1$

$-2a + c_3 = 30 + c_1$

$-2a = 26$

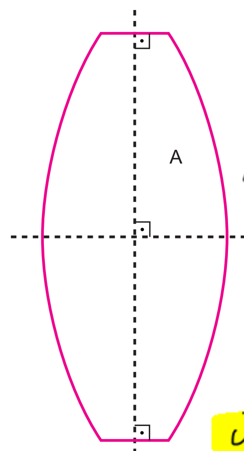
$a < 0$ için

$a = -13$

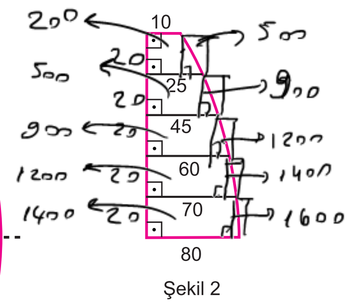
Cevap : D

14. Aşağıdaki balon yeşil ve beyaz toplam 24 eş kumaş parçasıyla yapılmıştır.

Bu parçalardan biri Şekil 1'deki gibidir ve birbirine dik iki tane simetri ekseni vardır. Soner, bu parçanın alanını Riemann yöntemiyle tahmin etmek için Şekil 1'deki A bölgesinde 20 cm aralıklarla ölçüm yapmış ve Şekil 2'de gösterilen cm birimli değerleri bulmuştur.



Şekil 1



Şekil 2

Alt Riemann toplamı = 4200

Üst 〃 〃 = 5600

$\Rightarrow 4200 < A = 2500 \cdot k < 5600$

$\Rightarrow A = 5000\ cm^2$ 1 parça $= 4 \cdot A = 20000\ cm^2$

$\Rightarrow 24$ parça $= 24 \cdot 20000\ cm^2 = 480000\ cm^2$

$= 48\ m^2$

Cevap : D

ACİL MATEMATİK

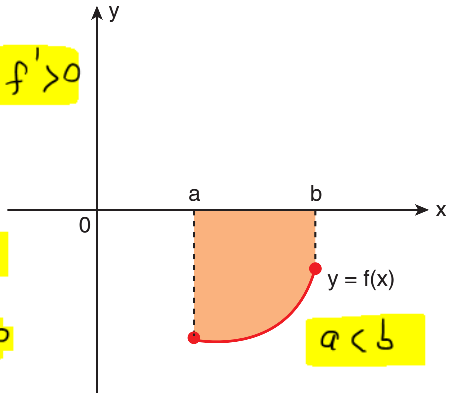
1. Aşağıda, $x \in [a, b]$ aralığında türevli ve integrallenebilen $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

f artan $\Rightarrow f' > 0$

x ekseninin altında kaldığından

$f(x) < 0$

$\int_a^b f(x)\,dx < 0$



$a < b$

$- \cdot - > 0$

I. $f(x) \cdot \int_a^b f(x)\,dx > 0$

$+ \cdot +$

II. $f'(x) \cdot \int_{-a}^{-b} f(-x)\,dx < 0$

$-x = u \Rightarrow -dx = du$

$x = -b \Rightarrow u = b$

$x = -a \Rightarrow u = a$

$-\int_a^b f(u)\,du = +$

III. $\int_b^a x\,dx > 0$

$$\left.\frac{x^2}{2}\right|_b^a = \frac{a^2}{2} - \frac{b^2}{2} < 0$$

Cevap : A

2. Hep aynı yönde ilerleyen bir hareketlinin hızının t zamanına göre fonksiyonu v(t) dir ve bu hareketli [9, 16] zaman aralığında 20 birim yol almıştır.

$$\int_3^4 [t \cdot v(t^2)]\,dt$$

$\int_9^{16} v(t)\,dt = 20$

$t^2 = u \Rightarrow 2t\,dt = du$

$t = 4 \Rightarrow 16 = u$

$t = 3 \Rightarrow 9 = u$

$$= \frac{1}{2} \cdot \int_9^{16} v(u)\,du = \frac{1}{2} \cdot 20 = 10$$

Cevap : B

3. f, sürekli bir fonksiyon, $a < 3 < b$ ve a, b birer reel sayıdır.

I. $\int_a^b f(x)\,dx = \int_{a+3}^{b+3} f(x-3)\,dx$

II. $\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^3 f(x)\,dx - \int_b^3 f(x)\,dx$

III. $\int_{3a}^{3b} f(x)\,dx = 3 \cdot \int_a^b f(3x)\,dx$

I) $x - 3 = u \Rightarrow dx = du$ $\quad x = b+3 \Rightarrow u = b$ $\quad x = a+3 \Rightarrow u = a$

$$\int_{a+3}^{b+3} f(x-3)\,dx = \int_a^b f(u)\,du = \int_a^b f(x)\,dx$$

II) $-\int_b^3 f(x)\,dx = \int_3^b f(x)\,dx \Rightarrow$

$$\int_a^3 f(x)dx + \int_3^b f(x)dx = \int_a^b f(x)\,dx$$

III) $3x = u \Rightarrow 3dx = du$

$x = b \Rightarrow u = 3b$

$x = a \Rightarrow u = 3a$

$$3 \cdot \int_{3a}^{3b} \frac{f(u)\,du}{3} = \int_{3a}^{3b} f(u)du = \int_{3a}^{3b} f(x)dx$$

Cevap : E

4. $a \le b$ olmak üzere,

I. $\left|\int_a^b f(x)\,dx\right| \le \int_a^b |f(x)|\,dx$

Eğrinin tamamı x ekseninin üzerinde

negatif ve pozitif değerlerin toplamının mutlak değeri

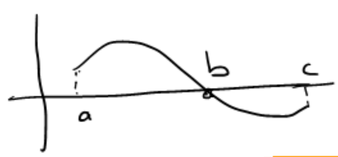
II. $\int_a^b f(x)\,dx = \int_b^a f(-x)\,dx$ ise f(x) çift fonksiyondur.

III. $\int_a^b f(x)\,dx \ge \int_a^c f(x)\,dx$ ise $b \ge c$ dir.

II) $\int_b^a f(-x)\,dx = -\int_a^b f(-x)\,dx \Rightarrow$

$\int_a^b f(x)dx = -\int_a^b f(-x)$ olduğundan f(x) çift fonksiyon olamaz.

III)



$\int_a^b f(x) \geq \int_a^c f(x)\,dx$ olduğu halde $b < c$ dir.

Yanlış

Cevap : A

ACİL MATEMATİK

5. $k \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$f(x) = x^2 + x + k$

$g(x) = -x^2 + 2x + k$

$x^2 + x + \cancel{k} = -x^2 + 2x + \cancel{k} \Rightarrow 2x^2 - x = 0$

$x.(2x-1) = 0$

$x = 0$ ve $x = \frac{1}{2}$

$\int_0^{1/2} \left((-x^2+2x+k) - (x^2+x+k)\right) dx = \int_0^{1/2} (-2x^2+x)\, dx$

$= \left(-\frac{2x^3}{3} + \frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^{1/2} = \left(-\frac{1}{12} + \frac{1}{8}\right) = \frac{1}{24}$

Cevap : E

6. $\int_{-2}^{2} \big|\,|x+1| - 1\,\big|\, dx$

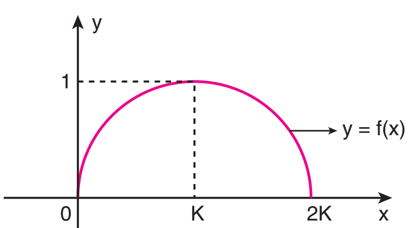
$\int_{-2}^{-1} |-x-2|\, dx + \int_{-1}^{2} |x|\, dx = \int_{-2}^{-1} (x+2)\, dx - \int_{-1}^{0} x\, dx + \int_0^2 x\, dx$

$= \left(\frac{x^2}{2} + 2x\right)\Big|_{-2}^{-1} - \frac{x^2}{2}\Big|_{-1}^{0} + \frac{x^2}{2}\Big|_0^2 = \left(\frac{1}{2} - 2\right) - (2-4) + \frac{1}{2} + 2$

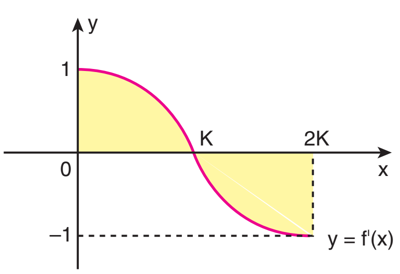
$= 3$

Cevap : B

7.



I. Şekil



II. Şekil

I. Şekil f fonksiyonunun, II. Şekil f' fonksiyonunun grafiğidir.

Taralı Alan $= \int_0^K f'(x)\, dx - \int_K^{2K} f'(x)\, dx$

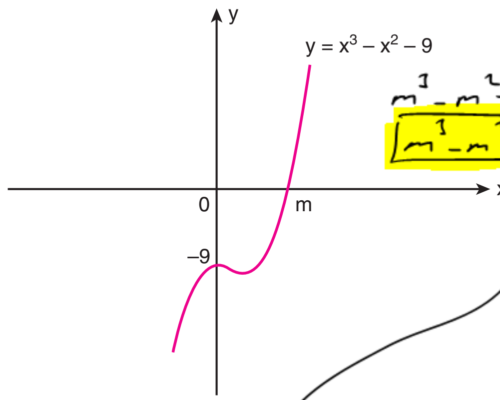
$= f(x)\Big|_0^K - f(x)\Big|_K^{2K}$

$= f(K) - f(0) - f(2K) + f(K)$

$= 2 \cdot f(K) = 2 \cdot 1 = 2$

Cevap : C

8.



$m^3 - m^2 - 9 = 0 \Rightarrow$

$\boxed{m^3 - m^2 = 9}$

Yukarıda, $y = x^3 - x^2 - 9$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

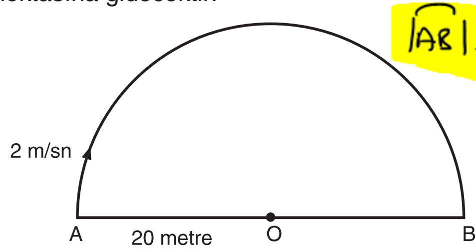
$\int_{-2}^{m} (3x^2 - 2x)\, dx = (x^3 - x^2)\Big|_{-2}^{m} = (m^3 - m^2) - (-8-4)$

$= 9 + 12 = 21$

Cevap : A

9. Bir hareketli, yarıçapı 20 metre olan bir çember pistin A noktasından ok yönünde şekilde gösterilen hızla hareket ederek B noktasına gidecektir.

$|AB| = \frac{2\pi r}{2} = 20\pi$ metre



t. saniye sonunda hareketlinin B noktasına kalan yolunun uzunluğu metre birimine göre K(t) fonksiyonu ile tanımlanıyor.

$\int_0^{\pi} K(t + 5\pi)\, dt$

$\boxed{K(t) = 20\pi - 2 \cdot t}$ (t. saniye sonunda kalan yol)

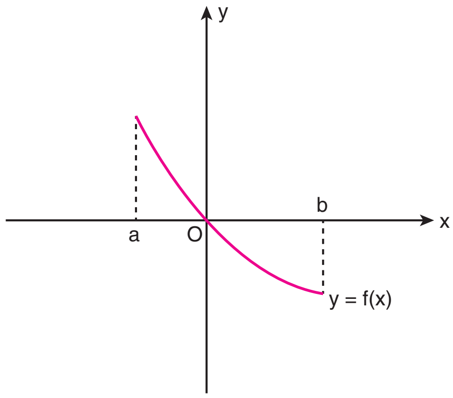
$K(t + 5\pi) = 20\pi - 2 \cdot (t + 5\pi) = (10\pi t - t^2)\Big|_0^{\pi}$

$= 10\pi^2 - \pi^2 = 9\pi^2$

Cevap : D

ACİL MATEMATİK

10. Aşağıda [a, b] aralığında tanımlı ve türevli olan f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



f azalan I. $\forall x \in (a, b)$ için $f'(x) < 0$

ortalama değer teoremi gereği doğru II. $\exists x_0 \in (a, b)$ için $f'(x_0) = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$ dır.

~~III.~~ $\int_0^b f'(x)\,dx - \int_0^a f'(x)\,dx \geq 0$ dır.

III) $f(x)\Big|_0^b - f(x)\Big|_0^a = f(b) - f(0) - f(a) + f(0)$

$= - \; - 0 - (+) \; 0$

$= < 0$

Cevap: B

11. Bir hareketlinin hızının t zamanına göre fonksiyonu v(t)'dir ve bu hareketli [3, 4] zaman aralığında 20 birim yol almıştır.

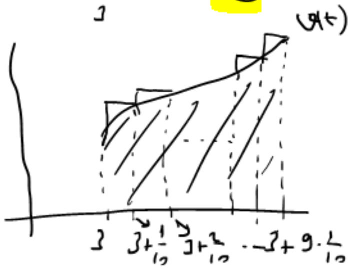
$\boxed{x(4) - x(3) = 20}$

$v(3) + v\left(3 + \dfrac{1}{10}\right) + v\left(3 + 2 \cdot \dfrac{1}{10}\right) + \ldots + v\left(3 + 9 \cdot \dfrac{1}{10}\right)$

< 20 < 20 < 20 ... < 20

x(t) yol denklemi olmak üzere

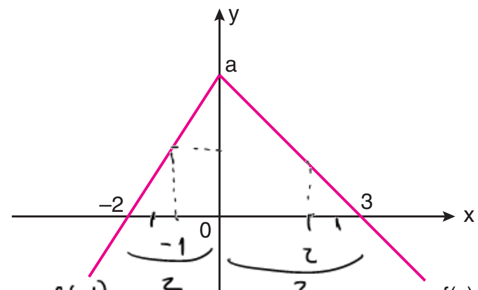
$\int_3^4 x'(t) = \int_3^4 v(t) = 20$ v(t) pozitif ise x(t) artandır.



< 10.20
< 200
199

Cevap: D

12. Aşağıda, y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$\dfrac{1}{2} = \dfrac{f(-1)}{a} \Rightarrow f(-1) = \dfrac{a}{2}$

$\dfrac{1}{3} = \dfrac{f(2)}{a} \Rightarrow f(2) = \dfrac{a}{3}$

$\int_{-1}^{2} f'(x)\,dx = -2$

$\int_{-1}^{2} f'(x)\,dx = f(x)\Big|_{-1}^{2} = f(2) - f(-1) = -2$

$\dfrac{a}{3} - \dfrac{a}{2} = -2 \Rightarrow -\dfrac{a}{6} = -2 \Rightarrow a = 12$

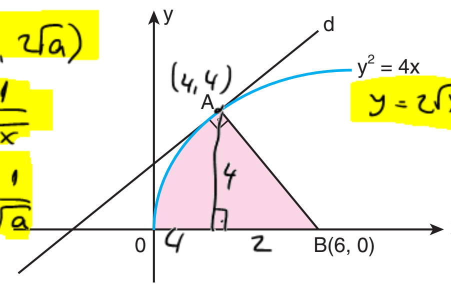
Cevap: E

ACİL MATEMATİK

13. $A(a, 2\sqrt{a})$

$y' = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

$y'(a) = \dfrac{1}{\sqrt{a}}$



$y = 2\sqrt{x}$

Yukarıda verilen grafikte $y^2 = 4x$ eğrisi, d doğrusuna A noktasında teğettir.

$m_{AB} \cdot m_d = -1 \Rightarrow \dfrac{2\sqrt{a}}{a - 6} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{a}} = -1 \Rightarrow a = 4$

Taralı Alan $= \int_0^4 2\sqrt{x}\,dx + \dfrac{4 \cdot \cancel{2}}{\cancel{2}} = \dfrac{2 \cdot 2 \cdot x^{3/2}}{3}\Big|_0^4 + 4 = \dfrac{44}{3}$

Cevap: D

1. f(x), her gerçel sayı için tanımlı bir fonksiyon olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} 2x+4, & x > 0 \\ f(-x), & x \leq 0 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

$$\int_{-2}^{2} f(x)\,dx$$

• $x \leq 0$ için $f(x) = f(-x)$ olduğundan $f(x)$ çift fonksiyondur. Çift fonksiyonlar y eksenine göre simetrik olduklarından

$$\int_{-2}^{2} f(x)dx = 2\cdot\int_{0}^{2} f(x)dx = 2\cdot\int_{0}^{2}(2x+4)dx$$

$$= 2\cdot(x^2+4x)\Big|_0^2 = 2\cdot(12-0) = 24$$

Cevap : E

2. P(x) bir polinom olmak üzere,

$P'(x) = Q(x)$

eşitliği veriliyor.

$2-x=u \Rightarrow -dx = du$

$x=2 \Rightarrow u=0$

$x=1 \Rightarrow u=1$

$$\int_{1}^{2} Q(2-x)\,dx = -\int_{1}^{0} Q(u)\,du = \int_{0}^{1} Q(u)\,du$$

$$= \int_{0}^{1} P'(u)du = P(u)\Big|_0^1$$

$$= \boxed{P(1) - P(0)}$$

Katsayılar toplamı — Sabit terim

Cevap : A

3. $a \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$f(2a-x) = -f(x)$

$$\int_{0}^{a} f(x)\,dx = -\int_{0}^{a} f(2a-x)\,dx$$

$2a-x=u \Rightarrow$

$-dx = du$

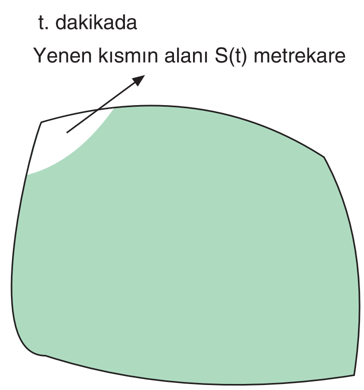
$x=a \Rightarrow u=a$

$x=0 \Rightarrow u=2a$

$$= -\int_{0}^{a} f(2a-x)\,dx = \int_{2a}^{a} f(u)\,du = \int_{2a}^{a} f(x)\,dx$$

Cevap : A

4.



Tavukların beslenmesi için ekilmiş şekildeki arazide tavuklar ekinleri yemeye başladıktan sonra, t. dakika sonunda arazideki ekinlerin yenilen kısmının alanı m^2 birimine göre S(t) fonksiyonu ile

$$S(t) = \begin{cases} \dfrac{d(t^2+2t)}{dt}, & 0 < t < 4 \\ \int (3t^2+2t)\,dt, & t \geq 4 \end{cases}$$

biçiminde tanımlanmıştır. 5. dakika sonunda arazinin 150 m^2 lik kısmında bulunan ekinler yenmiştir.

$$s(t) = \begin{cases} 2t+2 & ; \ 0<t<4 \\ t^3+t^2+c & ; \ t \geq 4 \end{cases}$$

$s(5) = 150 + c = 150 \Rightarrow c = 0$

$s(6) = 216 + 36 = 252$

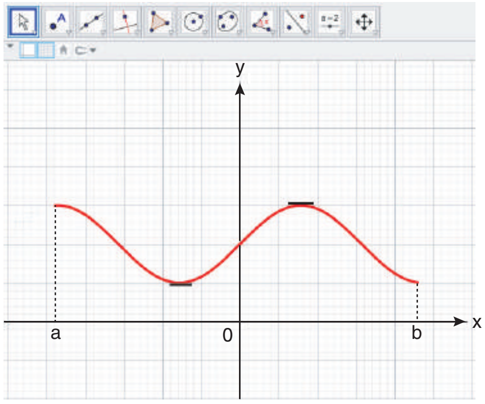
$s(2) = 2\cdot 2 + 2 = 6$

$\dfrac{s(6)}{s(2)} = \dfrac{252}{6} = 42$

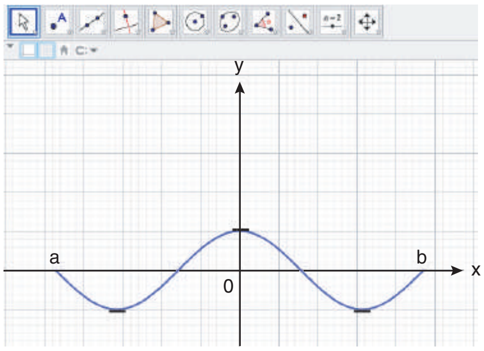
Cevap : A

ACİL MATEMATİK

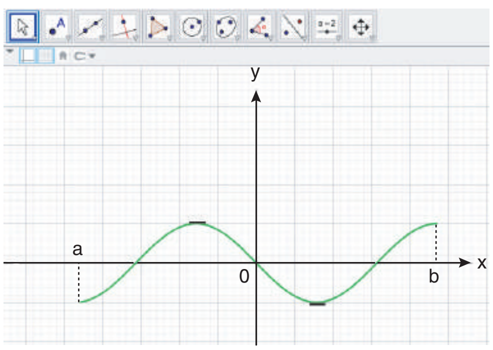
5. I.



II.



III.



Yukarıda GeoGebra yazılımında verilen I, II ve III numaralı grafikler [a, b] aralığında tanımlı, türevli ve integrallenebilir bir f(x) fonksiyonunun, f(x), f'(x) ve $\int f(x)\,dx$ grafikleridir.

$\frac{d}{dx}\int f(x)\,dx = f(x)$

$\frac{d}{dx} f(x) = f'(x)$ olduğundan

$\int f(x)\,dx$ 'in azalan olduğu yerde $f(x)<0$, artan " " $f(x)>0$,

$f(x)$ 'in azalan " " $f'(x)<0$, artan " " $f'(x)>0$ olur.

Bu durumda I, II ve III sırasıyla $\int f(x)\,dx$, $f(x)$, $f'(x)$ olur.

Cevap : D

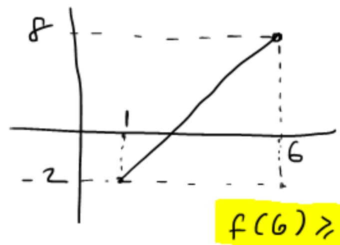
6. f(x), türevlenebilen bir fonksiyon olmak üzere,

$f(1) = -2$, $f'(x) \geq 2$ ve $x \in [1, 6]$

$x \in [1,6]$ için $f'(x) \geq 2$ olduğundan

$\frac{f(6) - f(1)}{6-1} \geq 2$ olmalıdır.

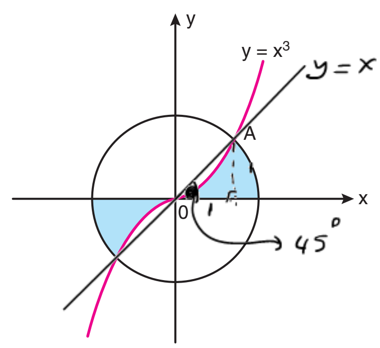
O halde $f(6)+2 \geq 10 \Rightarrow$



$f(6) \geq 8$

Cevap : B

7.



Yukarıda denklemi $x^2 + y^2 = 2$ olan çember ile $y = x^3$ eğrisi verilmiştir.

$y = x$ doğrusunu çizersek $y = x$, $y = x^3$ ve $y^2 + x^2 = 2$, $A(1,1)$ ve $(-1,-1)$ de kesişir. Taralı iki bölge simetrik olduğundan birbirine eşittir. Birini bulup 2 ile çarpabiliriz.

1. Bölge Taralı alan $= \frac{\pi \cdot \sqrt{2}^2 \cdot 45}{360} - \int_0^1 (x - x^3)\,dx = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{4}$

Toplam taralı alan $= 2\cdot\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{4}\right) = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\pi - 1}{2}$

Cevap : A

8. $2x^2 + bx + c = 0$

denkleminin kökleri arasındaki uzaklık 1 br dir.

1. Yol

$f(k) = 2k^2 + kb + c = 0$

$f(k+1) = 2(k+1)^2 + b(k+1) + c = 0 \rightarrow \boxed{2k + \frac{b}{2} = -1}$

$f\left(k+\frac{1}{2}\right) = 2\cdot\left(k+\frac{1}{2}\right)^2 + b\left(k+\frac{1}{2}\right) + c$

$= \underbrace{2k^2 + bk + c}_{0} + \underbrace{2k + \frac{b}{2}}_{-1} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$

$\frac{3}{2} \cdot A = 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

2. Yol Parabol ile x ekseni arasında kalan kapalı bölgenin alanı A olmak üzere: $A = \frac{\Delta\sqrt{\Delta}}{6a^2}$ dir.

Kökler farkı $= 1 = \frac{\sqrt{\Delta}}{2} \Rightarrow \Delta = 4$

$A = \frac{4\sqrt{4}}{6\cdot 4} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Cevap : A

ACİL MATEMATİK

Çıkmış değil,
çıkabilecek sorular...