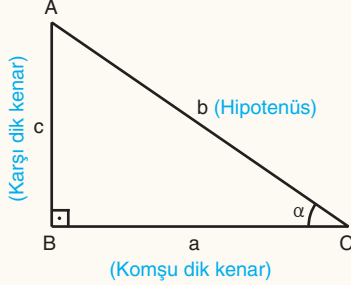


DİK ÜÇGENDE DAR AÇILARIN TRİGONOMETRİK ORANLARI

Bir ABC dik üçgeninde, $m(\widehat{B}) = 90^\circ$ olsun.

Bu durumda $\widehat{A}$ ve $\widehat{C}$ açıları dar açılar olup, bu dar açılarının trigonometrik oranları üçgenin kenarlarına bağlı olarak aşağıdaki gibi hesaplanır.



- Bir dik üçgende, bir açının karşısındaki dik kenar uzunluğunun, hipotenüs uzunluğuna oranına o açının **sinüsü** denir.

$$\sin \alpha = \frac{\text{Karşı dik kenarın uzunluğu}}{\text{Hipotenüsün uzunluğu}} = \frac{c}{b}$$

- Bir dik üçgende, bir açının komşu dik kenar uzunluğunun, hipotenüs uzunluğuna oranına o açının **kosinüsü** denir.

$$\cos \alpha = \frac{\text{Komşu dik kenarın uzunluğu}}{\text{Hipotenüsün uzunluğu}} = \frac{a}{b}$$

- Bir dik üçgende, bir açının karşısındaki dik kenar uzunluğunun, komşu dik kenarın uzunluğuna oranına o açının **tanjantı** denir.

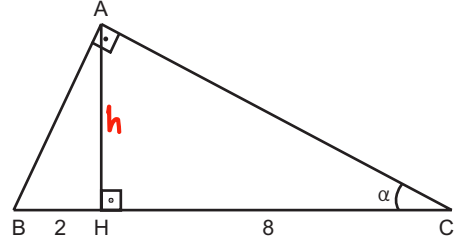
$$\tan \alpha = \frac{\text{Karşı dik kenarın uzunluğu}}{\text{Komşu dik kenarın uzunluğu}} = \frac{c}{a}$$

- Bir dik üçgende, bir açının komşu dik kenarının uzunluğunun, karşısındaki dik kenarın uzunluğuna oranına o açının **kotanjantı** denir.

$$\cot \alpha = \frac{\text{Komşu dik kenarın uzunluğu}}{\text{Karşı dik kenarın uzunluğu}} = \frac{a}{c}$$

DİK ÜÇGENDE TRİGONOMETRİK ORAN BULMA

1.



BAC dik
üçgen
 $AB \perp AC$
 $AH \perp BC$
 $|BH| = 2 \text{ cm}$
 $|HC| = 8 \text{ cm}$
 $m(\widehat{ACB}) = \alpha$

Yukarıdaki verilere göre, $\tan \alpha$ kaçtır?

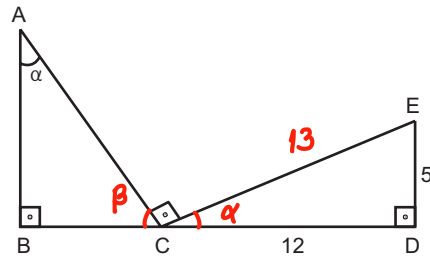
 $\frac{1}{2}$

$$h^2 = 2 \cdot 8 \Rightarrow h^2 = 16$$

$$h = 4$$

$$\tan \alpha = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

2.



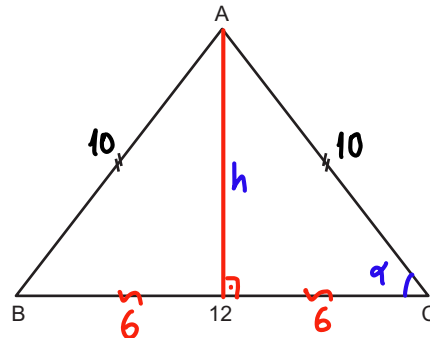
$AB \perp BD$
 $AB \parallel ED$
 $AC \perp CE$
 $|CD| = 12 \text{ cm}$
 $|ED| = 5 \text{ cm}$
 $m(\widehat{BAC}) = \alpha$

Yukarıdaki verilere göre, $\cos \alpha$ kaçtır?

 $\frac{12}{13}$

$$\cos \alpha = \frac{12}{13}$$

3.



ABC bir üçgen,
 $|AB| = |AC|$
 $|BC| = 12 \text{ cm}$
 $\tan(\widehat{BCA}) = \frac{4}{3}$

Yukarıdaki verilere göre, $\text{Çevre}(\widehat{ABC})$ kaç cm'dir?

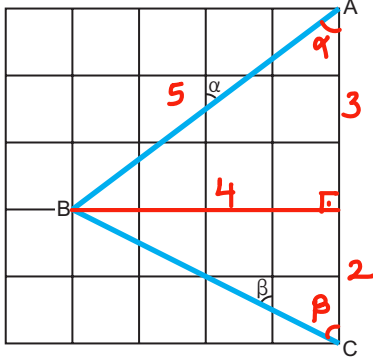
32

$$\tan \alpha = \frac{h}{6} = \frac{4}{3} \Rightarrow h = 8$$

$$\text{Çevre}(\widehat{ABC}) = 10 + 10 + 12 = 32$$

DİK ÜÇGENDE TRİGONOMETRİK ORAN BULMA

4. Aşağıda verilen şekil özdeş birim karelerden oluşmuştur.

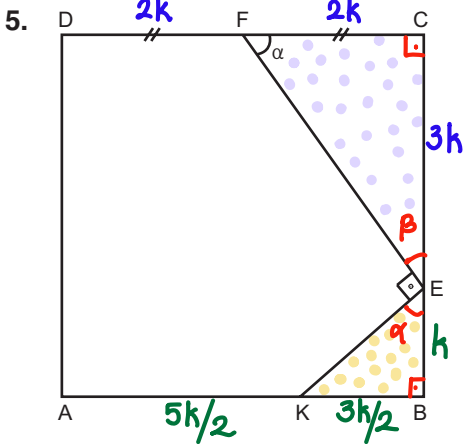


Yukarıdaki verilere göre, $\sin \alpha + \cot \beta$ toplamı kaçtır?

$\frac{13}{10}$

$$\sin \alpha = \frac{4}{5} \quad \cot \beta = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{4}{5} + \frac{1}{2} = \frac{13}{10}$$



ABCD bir kare,

$FE \perp EK$

$|DF| = |FC|$

$m(\widehat{CFE}) = \alpha$

$$\tan \alpha = \frac{3}{2}$$

Yukarıdaki verilere göre, $\frac{|AK|}{|KB|}$ oranı kaçtır?

$\frac{5}{3}$

$$\frac{|AK|}{|KB|} = \frac{5k/2}{3h/2} = \frac{5}{3}$$

6. ABC dik üçgen

$AB \perp BC$

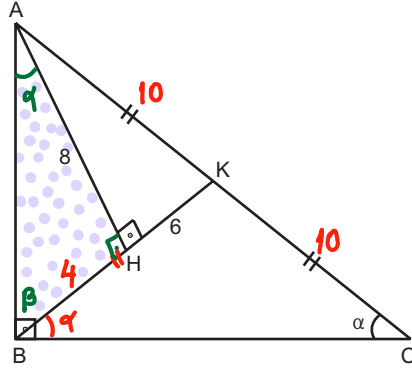
$AH \perp BK$

$|AK| = |KC|$

$|AH| = 8$ cm

$|HK| = 6$ cm

$m(\widehat{ACB}) = \alpha$



Yukarıdaki verilere göre, $\cot \alpha$ kaçtır?

2

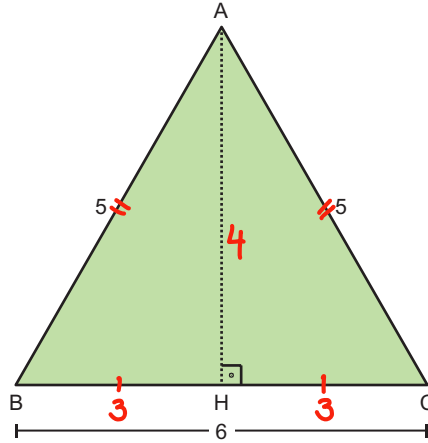
$$\cot \alpha = \frac{8}{4} = 2$$

7. BAC ikizkenar üçgen

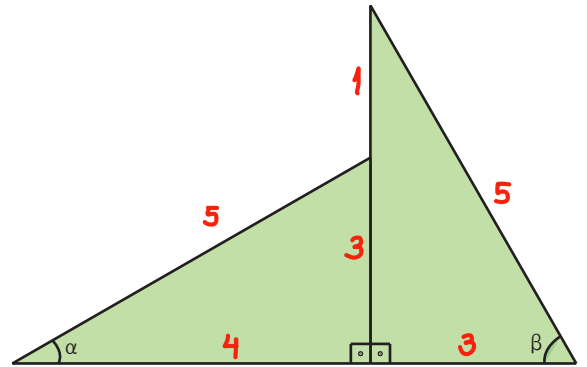
$|AB| = 5$ cm

$|AC| = 5$ cm

$|BC| = 6$ cm



BAC üçgeni [AH] boyunca kesilerek iki parçaya ayrılıyor.



Oluşan parçalar yukarıdaki gibi tekrar birleştiriliyor.

Buna göre, $\sin \alpha + \cot \beta$ toplamı kaçtır?

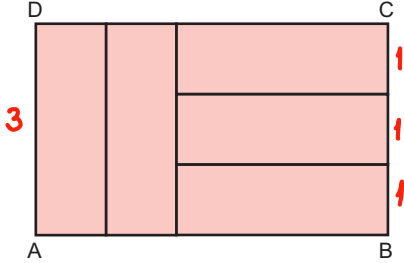
$\frac{27}{20}$

$$\sin \alpha = \frac{3}{5} \quad \cot \beta = \frac{3}{4}$$

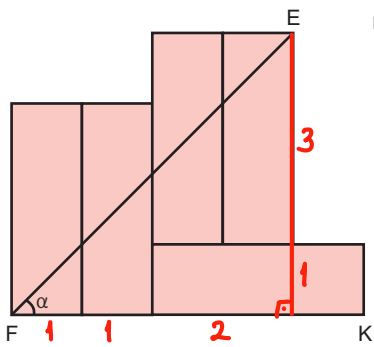
$$\frac{3}{5} + \frac{3}{4} = \frac{27}{20}$$

DİK ÜÇGENDE TRİGONOMETRİK ORAN BULMA

8. Aşağıda gösterilen ABCD dikdörtgeni 5 tane özdeş dikdörtgenden oluşmaktadır.



5 özdeş dikdörtgen aşağıdaki gibi konumlandırılıyor.

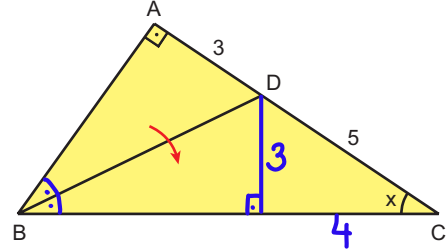


$$m(\widehat{EFK}) = \alpha$$

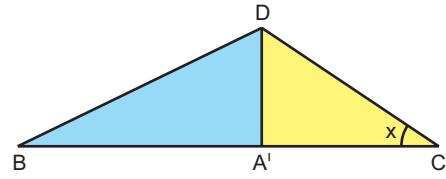
- 1 Yukarıdaki verilere göre, $\tan \alpha$ kaçtır?

$$\tan \alpha = \frac{4}{4} = 1$$

9. Aşağıda ön yüzü sarı ve arka yüzü mavi olan üçgen şeklindeki karton verilmiştir.



Şekil 1



Şekil 2

Şekil 1'deki ABD üçgeni BD doğrusu boyunca katlandığında A köşesi BC üzerindeki A' noktası ile çakışıyor.

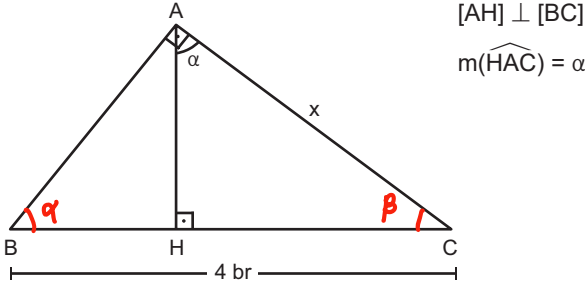
Buna göre, $\cos x$ değeri kaçtır?

$$\frac{4}{5}$$

$$\cos x = \frac{4}{5}$$

DİK ÜÇGENİN KENARLARINI TRİGONOMETRİK
FONKSİYONLAR CİNSİNDEN İFADE ETMEK

1.



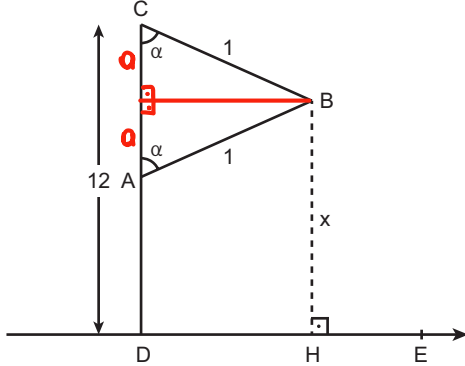
BAC dik üçgen, [BC] = 4 birim olduğuna göre,
[AC] = x in α türünden eşitini bulunuz.

$4 \cdot \sin \alpha$

$$\sin \alpha = \frac{x}{4}$$

$$x = 4 \cdot \sin \alpha$$

2.



[BC] = [AB] = 1 birim, [CD] = 12 birim

$m(\widehat{BCA}) = m(\widehat{BAC}) = \alpha$, [BH] $\perp$ [DE] dir.

Buna göre, [BH] = x in α türünden eşitini bulunuz.

$12 - \cos \alpha$

$$\cos \alpha = \frac{a}{1} \Rightarrow a = \cos \alpha$$

$$x = 12 - a$$

$$x = 12 - \cos \alpha$$

SÖZEL OLARAK İFADE EDİLMİŞ SORULAR

1. Bir ABC üçgeninde,

$$|AB| = 15 \text{ cm}$$

$$|BC| = 14 \text{ cm}$$

$$m(\widehat{ABC}) = \alpha$$

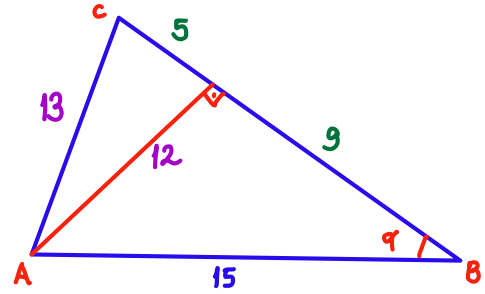
olmak üzere,

$$\cos \alpha = \frac{3}{5}$$

olarak veriliyor.

Yukarıdaki verilere göre, [AC] kaç cm'dir?

13

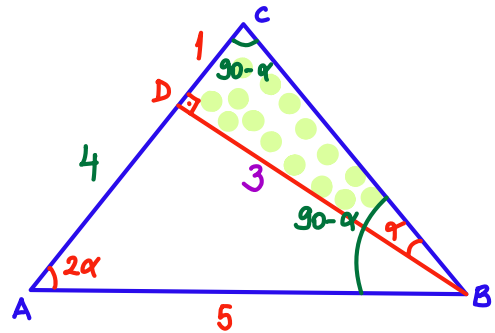


2. Aşağıda bir etkinliğe ait bilgiler verilmiştir.

- [BD] $\perp$ [AC], [AB] = 5 birim ve [CD] = 1 birim olacak şekilde ABC üçgeni çiziniz.
- $m(\widehat{BAC}) = 2 \cdot m(\widehat{CBD})$ dir.

$m(\widehat{CBD}) = \alpha$ olduğuna göre, $\tan \alpha$ kaçtır?

$\frac{1}{3}$



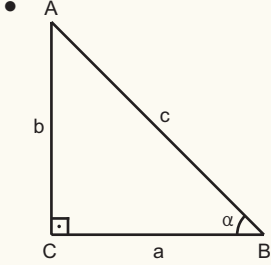
$$\tan \alpha = \frac{1}{3}$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\tan x \cdot \cot x = 1$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$



$$\sin \alpha = \frac{b}{c} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{b^2}{c^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{a}{c} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{a^2}{c^2}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{a^2 + b^2}{c^2}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{c^2}{c^2} = 1$$

Pisagor Teoremi: $c^2 = a^2 + b^2$

$$\bullet \tan \alpha = \frac{b}{a} \text{ ve } \cot \alpha = \frac{a}{b} \text{ dir.}$$

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = \frac{b}{a} \cdot \frac{a}{b} = 1 \text{ olur.}$$

$$\bullet \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{b}{c}}{\frac{a}{c}} = \frac{b}{a} = \tan \alpha$$

$$\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{b} = \cot \alpha \text{ olur.}$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \text{ ÖZDEŞLİĞİ}$$

$$1. \quad 1 - \cos^2 x + \sin^2 x$$

ifadesinin en sade halini bulunuz.
 $2\sin^2 x$

$$1 - \cos^2 x = \sin^2 x$$

$$1 - \cos^2 x + \sin^2 x = \underbrace{1 - \cos^2 x}_{\sin^2 x} + \sin^2 x = 2 \cdot \sin^2 x$$

$$2. \quad \frac{8 + \sin^2 x}{3 + \cos x} + \frac{\cos x}{1/(3 + \cos x)}$$

ifadesinin en sade halini bulunuz.

$$\frac{8 + \sin^2 x + 3 \cdot \cos x + \cos^2 x}{3 + \cos x} = \frac{9 + 3 \cos x}{3 + \cos x}$$

$$\frac{3 \cdot (3 + \cos x)}{3 + \cos x} = 3$$

$$3. \quad \cos x = \frac{1}{a} \text{ olduğuna göre,}$$

$$\frac{\cos x + \cos x \cdot \sin^2 x}{1 - \sin^4 x}$$

ifadesinin a türünden eşitini bulunuz.

$$\frac{\cos x \cdot (1 + \sin^2 x)}{(1 - \sin^2 x) \cdot (1 + \sin^2 x)} = \frac{\cos x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos x} = a$$

$\tan x \cdot \cot x = 1$ ÖZDEŞLİĞİ

1. $(\tan x + 1) \cdot (\cot x - 1) + \tan x$
ifadesinin en sade halini bulunuz.
 $\cot x$

$$\tan x \cdot \cot x - \tan x + \cot x - 1 + \tan x$$

$$1 + \cot x - 1 = \cot x$$

2. $\left(3 \tan x + \frac{2}{\cot x}\right) \cdot \left(2 \cot x - \frac{1}{\tan x}\right)$

ifadesinin en sade halini bulunuz.

$$\frac{3+2}{\cot x} \cdot \frac{2-1}{\tan x} = \frac{5}{\cot x} \cdot \frac{1}{\tan x}$$

$$= \frac{5}{1} = 5$$

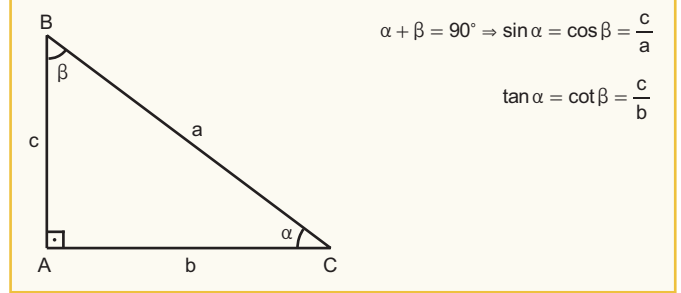
3. $\frac{1 - \sin^2 x}{\sin^2 x} \cdot \tan^2 x$

ifadesinin en sade halini bulunuz.

$$\frac{1 - \sin^2 x}{\sin^2 x} \cdot \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}$$

$$\frac{1 - \sin^2 x}{1 - \sin^2 x} = 1$$

$$1 - \sin^2 x = \cos^2 x$$

 $\alpha + \beta = 90^\circ$ ise $\sin \alpha = \cos \beta$ ve $\tan \alpha = \cot \beta$ 

1. $\frac{2 \sin 70^\circ}{\cos 20^\circ} - \sin^2 40^\circ - \sin^2 50^\circ$

işleminin sonucu kaçtır?

$$\sin 70 = \cos 20 \quad \sin 50 = \cos 40$$

$$\frac{2 \cdot \cos 20}{\cos 20} - (\sin^2 40 + \cos^2 40)$$

$$2 - 1 = 1$$

2. $\frac{2 \cdot \tan 23^\circ \cdot \tan 67^\circ}{\sin^2 63^\circ + \sin^2 27^\circ}$

ifadesinin en sade halini bulunuz.

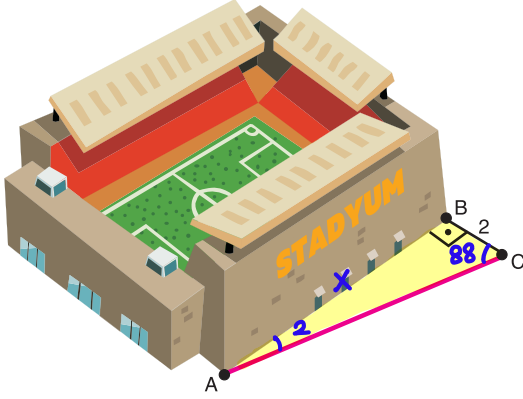
$$\tan 67 = \cot 23$$

$$\sin 63 = \cos 27$$

$$\frac{2 \cdot \tan 23 \cdot \cot 23}{\cos^2 27 + \sin^2 27} = \frac{2}{1} = 2$$

YAKLAŞIK DEĞERİ VERİLEN TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

1. Aşağıdaki stadyumun önünden geçerken Babası Bilgin'e "Stadyum yazısının olduğu duvarın uzunluğunu açı ölçerle bulabilir misin?" diye sormuştur. Bilgin, kendi boyunun 2 metre olduğunu ve cebinde de bir açı ölçer bulunduğunu hatırlayınca babasının sorusuna evet cevabını verip işleme başlamıştır.



Önce duvara dik biçimde sırt üstü yere uzanıp ayaklarını B noktasına dayamış ve başının bitim noktasını C noktası olarak işaretlemiştir. Sonra gergin bir ip kullanarak A ve C noktalarını birleştirmiştir. Oluşan ABC dik üçgeninde, C açısını açı ölçerle ölçüp 88° bulmuş ve hesap makinesinde gerekli olan trigonometrik orana bakarak babasına doğru cevabı vermiştir.

$$\cot 2^\circ = 28,6$$

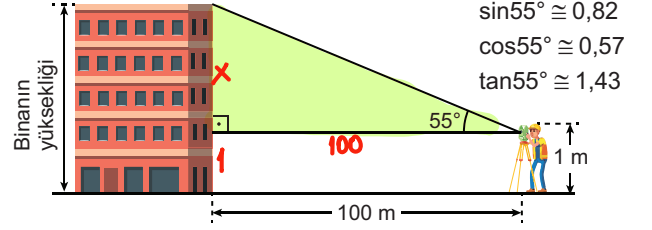
olduğuna göre, Bilgin $|AB|$ uzunluğunu babasına kaç metre olarak söylemiştir?

57,2

$$\cot 2 = \frac{x}{2}$$

$$\frac{x}{2} = 28,6 \Rightarrow x = 57,2$$

2. **Teodolit:** Mühendislerin kullandığı hassas bir ölçüm aletidir.



Bir mühendis yerden 1 metre yükseklikte bulunan teodoliti bir binanın tepesine doğru doğrultup 100 metre mesafede 55° lik bir açı ölçmüştür.

Buna göre, binanın yaklaşık yüksekliği kaç metredir?

144

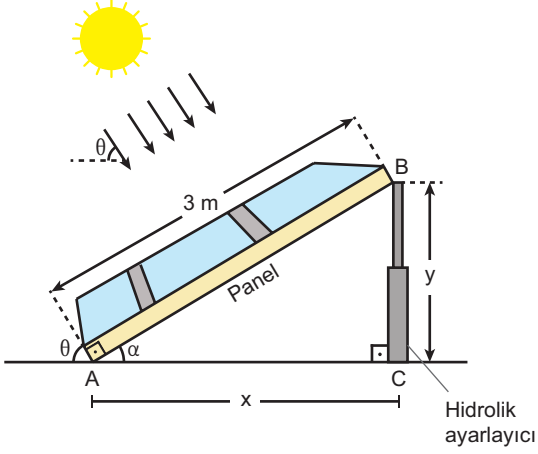
$$\tan 55 = \frac{x}{100} \approx 1,43$$

$$x \approx 143$$

$$x + 1 \approx 143 + 1 = 144 \text{ m}$$

Etkinlik 1

Aşağıda, hidrolik ayarlayıcıya sahip 3 metre uzunluğunda bir güneş paneli gösterilmiştir.



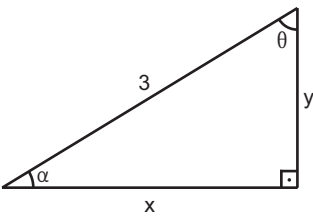
Güneş doğarken, güneş ışınlarının panele dik çarpması için panel hidrolik ayarlayıcı ile ayarlanır.

Buna göre,

- I. $y = 3 \cos \theta$
- II. $\sin^2 \theta + \sin^2 \alpha = 1$
- III. $x = y \cdot \tan \theta$

İfadelerinden hangilerinin doğru olduğunu gösteriniz.

Cevap

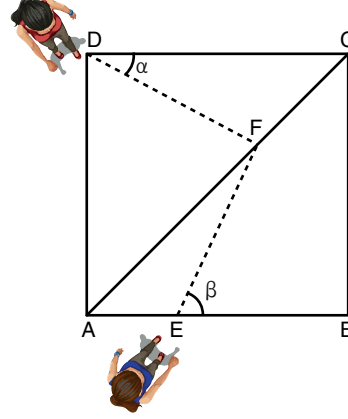


$$\alpha + \theta = 90^\circ$$

- I. $\cos \theta = \frac{y}{3} \Rightarrow y = 3 \cdot \cos \theta$ ✓
- II. $\sin^2(90^\circ - \alpha) + \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ ✓
- III. $\tan \theta = \frac{x}{y} \Rightarrow x = y \cdot \tan \theta$ ✓

Etkinlik 2

Şekilde ABCD karesi biçimindeki koşu pistinde F noktası koşunun bitiş noktasıdır.



[AC] köşegen,

$$m(\widehat{FDC}) = \alpha$$

$$m(\widehat{FEB}) = \beta \text{ dır.}$$

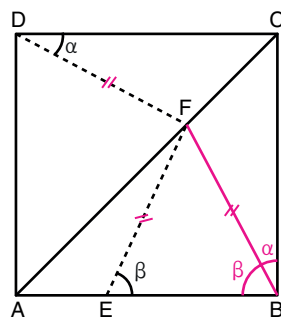
D ve E noktalarından F noktasına doğru eşit hızlarla doğrusal biçimde koşan Ela ve Selay için,

$$\tan \alpha = \cot \beta$$

bilgisi verilmektedir.

Buna göre, koşuyu Ela ve Selay'ın aynı anda bitireceğini gösteriniz.

Cevap



[FB] yi çizersek, $\widehat{CDF}$ ile $\widehat{CBF}$ eş üçgenlerdir.

$|DF| = |FB|$ olur.

$\widehat{EFB}$ ikizkenar olur.

$\tan \alpha = \cot \beta$ ise $\alpha + \beta = 90^\circ$ dir.

Dolayısıyla,

$$|EF| = |FB| \text{ ve } |DF| = |FE|$$

olduğundan Ela ve Selay koşuyu aynı anda bitirirler.

$(\sin x \mp \cos x)^2 = 1 \mp 2 \sin x \cos x$ ÖZDEŞLİĞİ

$(\tan x \mp \cot x)^2 = \tan^2 x + \cot^2 x \mp 2$ ÖZDEŞLİĞİ

1. $(\sin x - \cos x)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

olduğuna göre, $\sin x \cdot \cos x$ çarpımı kaçtır?

$\frac{1}{8}$

$$\sin^2 x + \cos^2 x - 2 \cdot \sin x \cdot \cos x = \frac{3}{4}$$

$$1 - 2 \cdot \sin x \cdot \cos x = \frac{3}{4}$$

$$2 \cdot \sin x \cdot \cos x = \frac{1}{4}$$

$$\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{8}$$

2. $(\sin x + \cos x)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2$ olduğuna göre,

$$(1 - \sin x) \cdot (1 - \cos x)$$

işleminin sonucu kaçtır?

$\frac{2}{9}$

$$\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \cdot \sin x \cdot \cos x = \frac{1}{9}$$

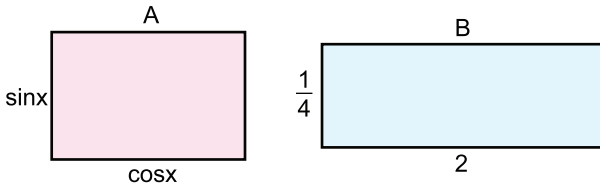
$$2 \cdot \sin x \cdot \cos x = -\frac{8}{9}$$

$$\sin x \cdot \cos x = -\frac{4}{9}$$

$$(1 - \sin x) \cdot (1 - \cos x) = 1 - \cos x - \sin x + \sin x \cdot \cos x$$

$$= 1 - \frac{1}{3} - \frac{4}{9} = \frac{2}{9}$$

3.



Yukarıda dikdörtgen biçiminde kağıt gösterilmiştir.

A kağıdının iki yüzünün alanları toplamı B kağıdının bir yüzünün alanına eşit olduğuna göre, A kağıdının çevresi kaç birimdir?

$\sqrt{6}$

$$2 \cdot \sin x \cdot \cos x = 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$C = 2 \cdot (\sin x + \cos x)$$

$$(\sin x + \cos x)^2 = \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cdot \cos x$$

$$= 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = \frac{6}{4}$$

$$\sin x + \cos x = \sqrt{\frac{6}{4}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$C = 2 \cdot \frac{\sqrt{6}}{2} = \sqrt{6}$$

1. x bir gerçel sayı olmak üzere,

$$(\tan x + \cot x)^2 = (3)^2$$

olduğuna göre, $\tan^2 x + \cot^2 x$ toplamı kaçtır?

7

$$\tan^2 x + \cot^2 x + 2 \cdot \tan x \cdot \cot x = 9$$

$$\tan^2 x + \cot^2 x = 7$$

2. x bir gerçel sayı olmak üzere,

$$\tan^2 x + \cot^2 x = 11$$

olduğuna göre, $\tan x - \cot x$ farkının pozitif değeri kaçtır?

3

$$(\tan x - \cot x)^2 = \tan^2 x + \cot^2 x - 2$$

$$(\tan x - \cot x)^2 = 9$$

$$\tan x - \cot x = 3$$

3.

$$\tan 50^\circ + \tan 40^\circ = n \Rightarrow \tan 50 + \cot 50 = n$$

olduğuna göre, $(\cot 40^\circ - \cot 50^\circ)^2$ ifadesinin n türünden eşitini bulunuz.

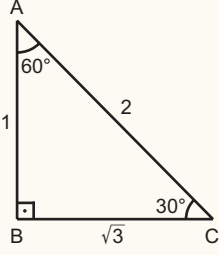
$n^2 - 4$

$$(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$$

$$(\tan 50 - \cot 50)^2 = (\tan 50 + \cot 50)^2 - 4$$

$$(\tan 50 - \cot 50)^2 = n^2 - 4$$

30°, 45° VE 60° NİN TRİGONOMETRİK ORANLARI

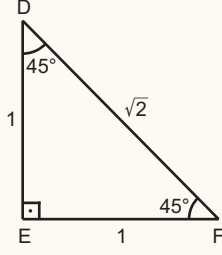


$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} = \cos 60^\circ$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^\circ$$

$$\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \cot 60^\circ$$

$$\cot 30^\circ = \sqrt{3} = \tan 60^\circ$$

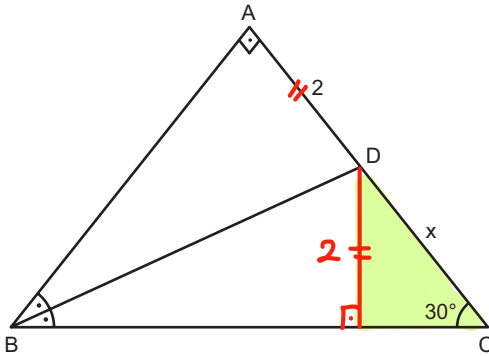


$$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos 45^\circ$$

$$\tan 45^\circ = 1 = \cot 45^\circ$$

ÖZEL AÇILI ÜÇGENLER

1.



BAC bir dik üçgen

$$BA \perp AC, m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{DBC}), m(\widehat{BCA}) = 30^\circ$$

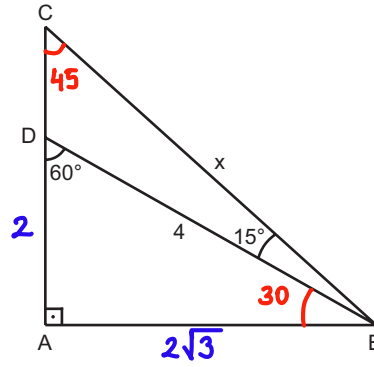
$$|AD| = 2 \text{ birim}, |DC| = x$$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç birimdir?

$$\sin 30^\circ = \frac{2}{x} = \frac{1}{2}$$

$$x = 4$$

2.



CAB bir dik üçgen

$$CA \perp AB$$

$$m(\widehat{ADB}) = 60^\circ$$

$$m(\widehat{DBC}) = 15^\circ$$

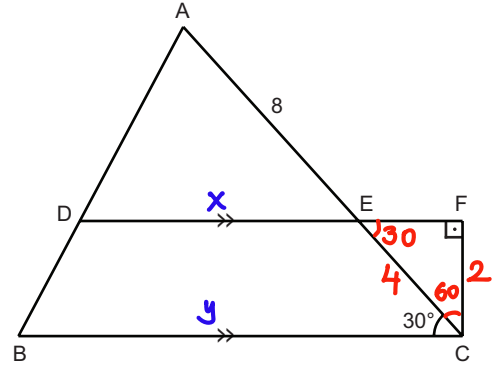
$$|BD| = 4 \text{ birim}$$

$$|BC| = x$$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç birimdir?

$$\cos 45^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{x} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = 2\sqrt{6}$$

3.



ABC bir üçgen

$$DF \parallel BC, DF \perp CF, m(\widehat{BCA}) = 30^\circ$$

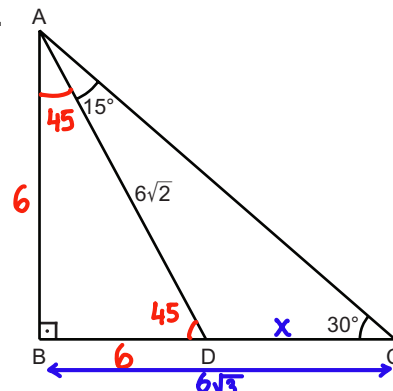
$$|CF| = 2 \text{ birim}, |AE| = 8 \text{ birim}$$

Yukarıdaki verilere göre, $\frac{|DE|}{|BC|}$ oranı kaçtır?

$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

4.



ABC dik üçgen

$$[AB] \perp [BC]$$

$$m(\widehat{DAC}) = 15^\circ$$

$$m(\widehat{ACB}) = 30^\circ$$

$$|AD| = 6\sqrt{2} \text{ cm}$$

Buna göre, |DC| kaç cm'dir?

$$6 \cdot (\sqrt{3} - 1)$$

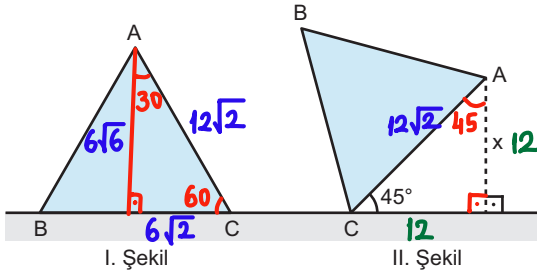
$$x + 6 = 6\sqrt{3}$$

$$x = 6\sqrt{3} - 6$$

$$x = 6 \cdot (\sqrt{3} - 1)$$

ÖZEL AÇILI ÜÇGENLER
YENİ NESİL SORULAR

1.



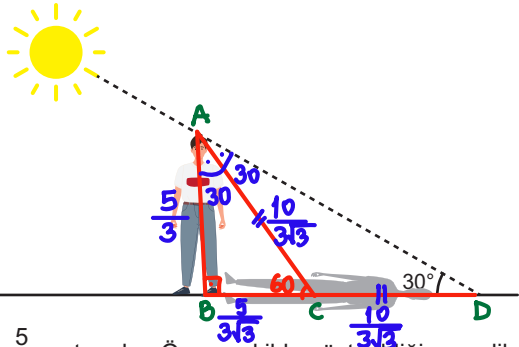
ABC eşkenar üçgen biçimindeki metal bir levha I. Şekil'deki gibi düz bir zemin üzerinde iken A noktasının zemine uzaklığı $6\sqrt{6}$ birimdir. Metal levha II. Şekil'deki konuma getirildiğinde A noktasının zemine uzaklığı x birim olmaktadır.

Buna göre, x kaçtır?

12

$$x = 12$$

2.



Boyu $\frac{5}{3}$ metre olan Ömer şekilde gösterildiği yere dik biçimde durmaktadır. Güneş ışınlarının yer ile yaptığı açı 30° dir.

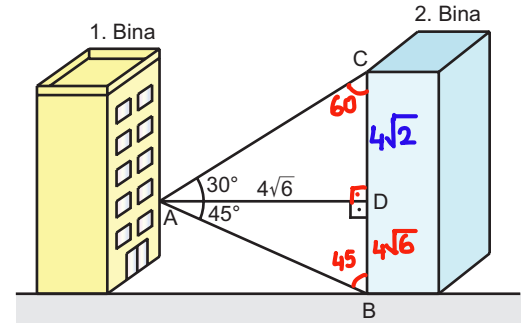
Bir süre sonra güneş ışınlarının yer ile yaptığı açı 60° olmuştur.

Buna göre, Ömer'in gölgesinin boyunun bu iki konum arasındaki değişimi kaç metredir?

$$\frac{10\sqrt{3}}{9}$$

$$|CD| = \frac{10}{3\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{9}$$

3.



Şekilde gösterilen binaların üzerindeki A ve D noktaları arasındaki uzaklık $4\sqrt{6}$ metredir.

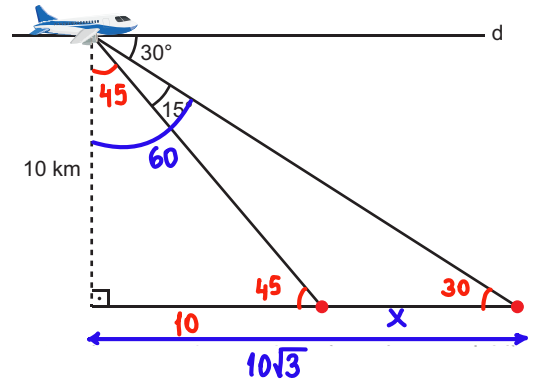
$$m(\widehat{CAD}) = 30^\circ, m(\widehat{DAB}) = 45^\circ$$

Buna göre, ikinci binanın boyu kaç metredir?

$$4 \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{6})$$

$$4\sqrt{2} + 4\sqrt{6} = 4 \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{6})$$

4. Şekilde düz bir zeminin 10 km yüksekliğinde uçan bir uçak ve yerdeki kırmızı renkli 2 hedef gösterilmiştir.



Buna göre, hedefler arasındaki mesafe kaç km'dir?

$$10 \cdot (\sqrt{3} - 1)$$

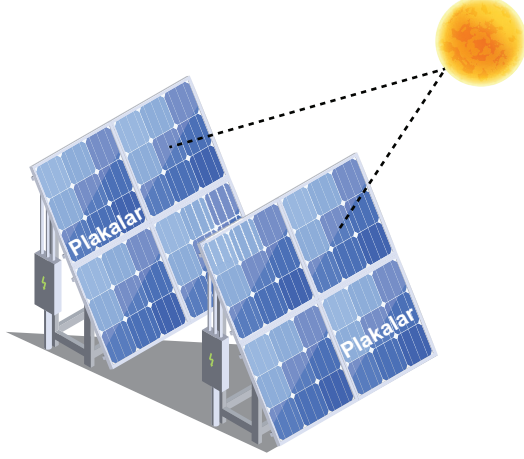
$$x + 10 = 10\sqrt{3}$$

$$x = 10\sqrt{3} - 10$$

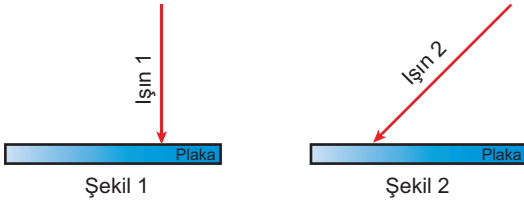
$$x = 10 \cdot (\sqrt{3} - 1)$$

Etkinlik

Güneş enerjisinden elektrik üreten sistemlerin adına **güneş paneli sistemi** denir.

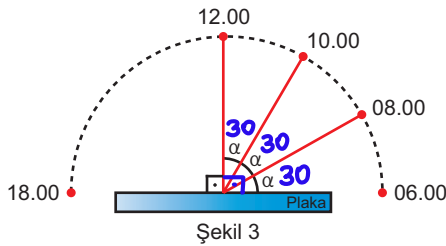


Güneş Panelleri



Güneş ışınlarının Şekil 1'deki gibi dik açıyla geldiği saatte plaka 2000 watt'lık güç üretir ve bu plakanın üretebileceği maksimum güçtür.

Aşağıdaki şekilde günün bazı saatlerinde güneş ışınlarının plakalara geliş açıları gösterilmiştir.



Güneş ışınlarının ürettiği gücün, ışının geliş açısının sinüsü ile doğru orantılı olduğu kabul edilirse 06.00, 08.00, 10.00 ve 12.00 saatlerinde plaka tarafından üretilen güçlerin ortalaması kaç watt'tır?

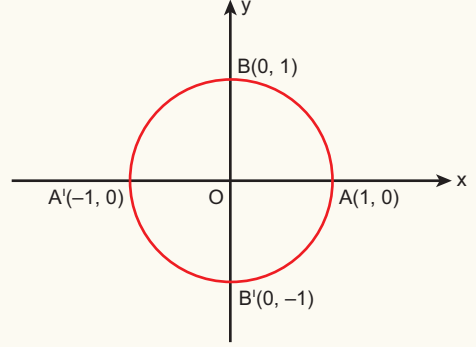
($\sqrt{3} = 1,7$ alınız.)

06.00 $\sin 0 = 0 \rightarrow 0 \text{ watt}$
 08.00 $\sin 30 = \frac{1}{2} \rightarrow 1000 \text{ watt}$
 10.00 $\sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow 1000\sqrt{3} = 1700 \text{ watt}$
 12.00 $\sin 90 = 1 \rightarrow 2000 \text{ watt}$

Aritmetik Ort. = $\frac{4700}{4} = 1175 \text{ watt}$

BİR ÇEMBER ÜZERİNDEKİ NOKTALARIN KOORDİNATLARI
YARDIMIYLA TRİGONOMETRİK ORAN HESAPLAMA

Analitik düzlemde merkezi orijin ve yarıçapı 1 birim olan çembere **birim çember** denir.



Birim çember üzerindeki bir nokta $A(x, y)$ olmak üzere,
 $x^2 + y^2 = 1$ dir.

1. $A\left(x, \frac{2}{3}\right)$ noktası birim çember üzerindedir.

Buna göre, x 'in alabileceği değerleri bulunuz.

$$\pm \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$x^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1$$

$$x^2 + \frac{4}{9} = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{5}{9}$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$$

2. $A\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, a\right)$

noktası birim çember üzerinde olduğuna göre, a 'nın alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

$$-\frac{1}{4}$$

$$\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + a^2 = 1$$

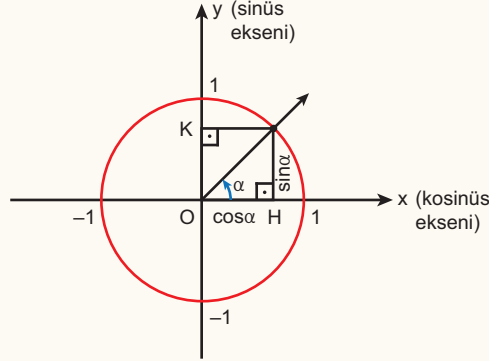
$$\frac{3}{4} + a^2 = 1 \Rightarrow a^2 = \frac{1}{4}$$

$$a = \frac{1}{2} \vee a = -\frac{1}{2}$$

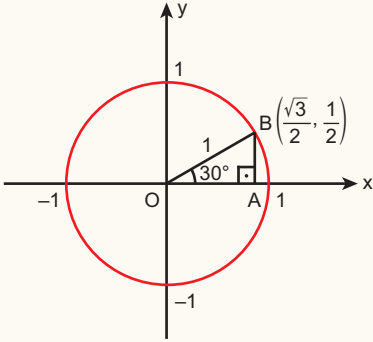
$$\frac{1}{2} \cdot -\frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$$

SİNÜS VE KOSİNÜS FONKSİYONLARI

Aşağıda verilen birim çemberde ölçüsü α olan pozitif yönlü yayın bitim noktası $P(m, n)$ olsun.

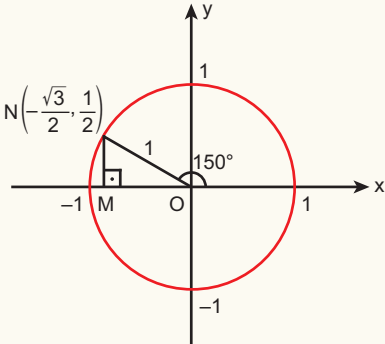
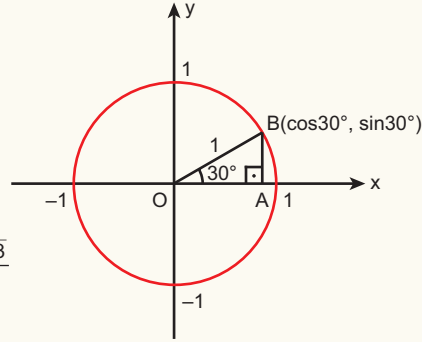


- P noktasının apsisine α açısının kosinüsü ve ordinatına α açısının sinüsü denir.
- $P(\cos \alpha, \sin \alpha)$ dir.



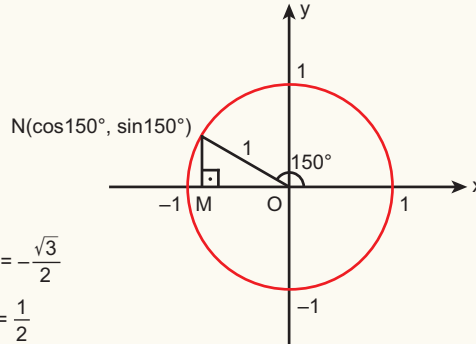
$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$



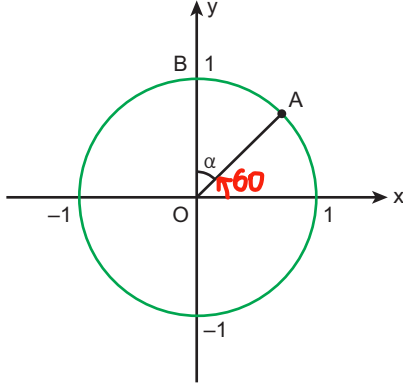
$$\cos 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 150^\circ = \frac{1}{2}$$



BİRİM ÇEMBER ÜZERİNDE SİNÜS VE KOSİNÜS FONKSİYONLARI

1. Aşağıda verilen birim çemberde,

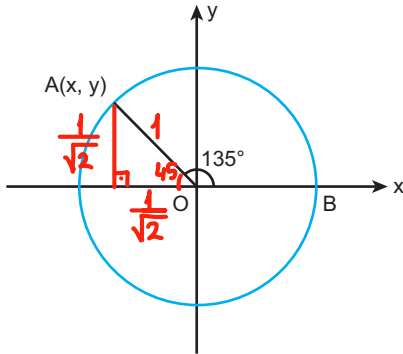
 $m(\widehat{BOA}) = \alpha$ ve $A(\sin 30^\circ, \cos 30^\circ)$ dir.Buna göre, α kaç derecedir?

$$A(\sin 30^\circ, \cos 30^\circ) = A(\cos 60^\circ, \sin 60^\circ)$$

$$\alpha + 60 = 90$$

$$\alpha = 30$$

2.



Şekilde gösterilen birim çemberde

 $m(\widehat{AOB}) = 135^\circ$ dir.

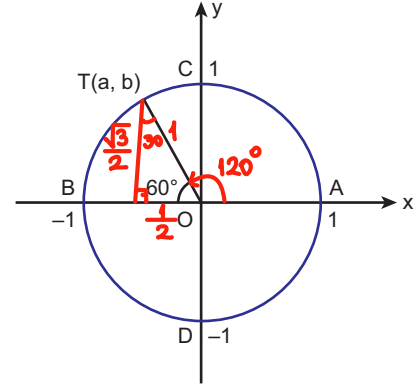
Buna göre, A noktasının ordinatı kaçtır?

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \quad A(\cos 135^\circ, \sin 135^\circ)$$

$$A\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\text{Ordinat} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

3.



Yukarıda verilen birim çemberde,

 $m(\widehat{BOT}) = 60^\circ$ dir.

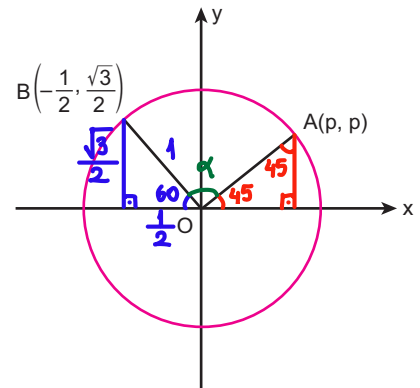
Buna göre, T noktasının apsis ile ordinatının çarpımı kaçtır?

$$-\frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$T(\cos 120^\circ, \sin 120^\circ)$$

$$T\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$-\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{4}$$

4. Aşağıda birim çember üzerinde $A(p, p)$ ve $B\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ noktaları verilmiştir.Buna göre, $m(\widehat{BOA})$ kaç derecedir?

75

$$60 + \alpha + 45 = 180$$

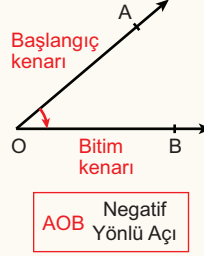
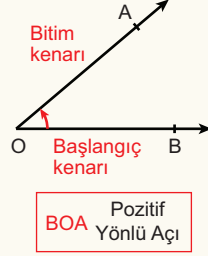
$$\alpha + 105 = 180$$

$$\alpha = 75$$

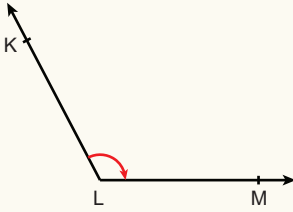
YÖNLÜ AÇI

Bir açıyı oluşturan iki ışından biri başlangıç kenarı, diğeri bitim kenarı olarak elde alınırsa elde edilen açıya **yönlü açı** denir.

Saatın dönme yönünün tersi yönüne **pozitif yön**, saatın dönme yönüne **negatif yön** denir.



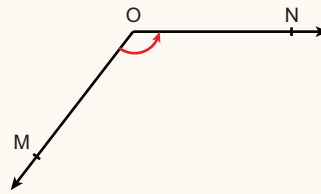
- Aşağıda $(\widehat{KLM})$ yönlü açısı verilmiştir.



Buna göre,

Başlangıç kenarı: [LK]
Bitim kenarı: [LM]
Yönü: Negatif yönlü

- Aşağıda $(\widehat{MON})$ yönlü açısı verilmiştir.



Buna göre,

Başlangıç kenarı: [OM]
Bitim kenarı: [ON]
Yönü: Pozitif yönlü

- Birim çemberde açının köşesi orijin, başlangıç kenarının birim çemberi kestiği nokta x eksenı üzerindeki A noktası olmak üzere,

Açı Ölçüsü	Açının Yönü	Açının Bitim Kenarının Birim Çemberi Kestiği Nokta	Birim Çemberde Gösterimi
40°	Saatın Dönme Yönünün Tersi (Pozitif)	B	

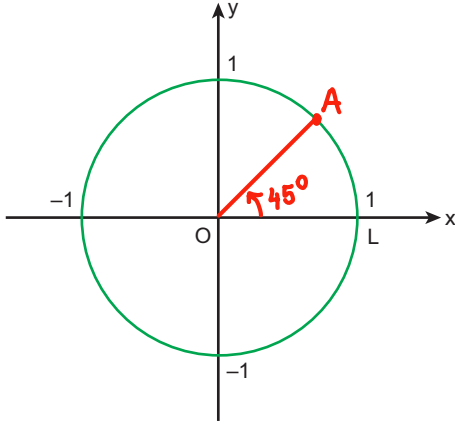
Açı Ölçüsü	Açının Yönü	Açının Bitim Kenarının Birim Çemberi Kestiği Nokta	Birim Çemberde Gösterimi
-100°	Saatın Dönme Yönü (Negatif)	C	

Etkinlik

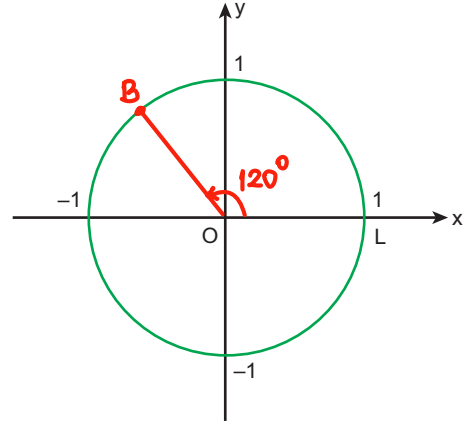
Aşağıdaki tabloda başlangıç kenarı [OL olan açı ölçülerinin açı yönlerini yazarak birim çember üzerinde açının bitim kenarının birim çemberi kestiği noktaları gösteriniz.

	Açı Ölçüsü	Açının Yönü	Açının Bitim Kenarının Birim Çemberi Kestiği Nokta
i.	45°	Pozitif	A
ii.	120°	Pozitif	B
iii.	-60°	Negatif	C
iv.	-135°	Negatif	D

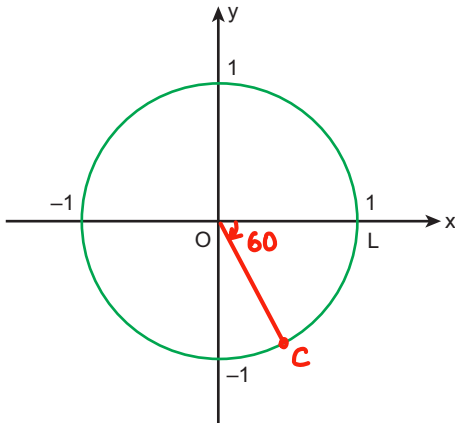
i. Birim Çemberde Gösterimi



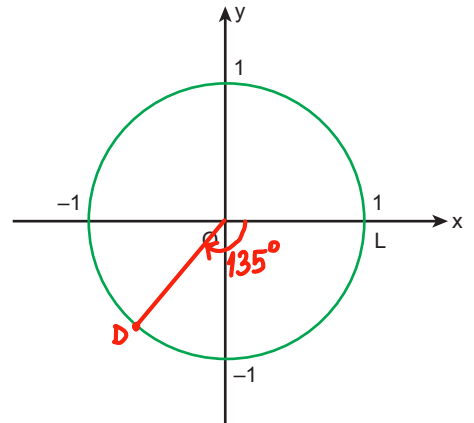
ii. Birim Çemberde Gösterimi



iii. Birim Çemberde Gösterimi

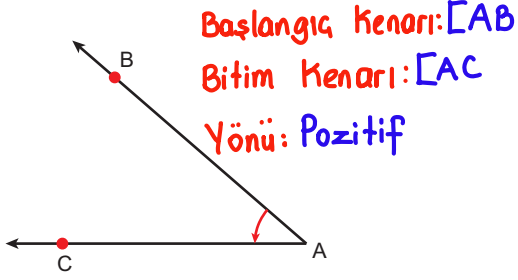


iv. Birim Çemberde Gösterimi

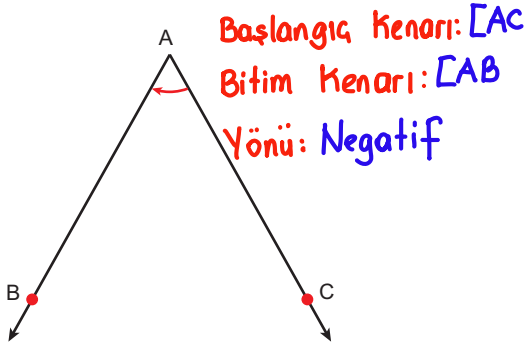


YÖNLÜ AÇI

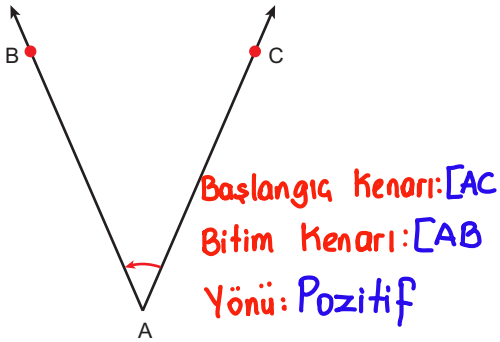
1. I.



II.



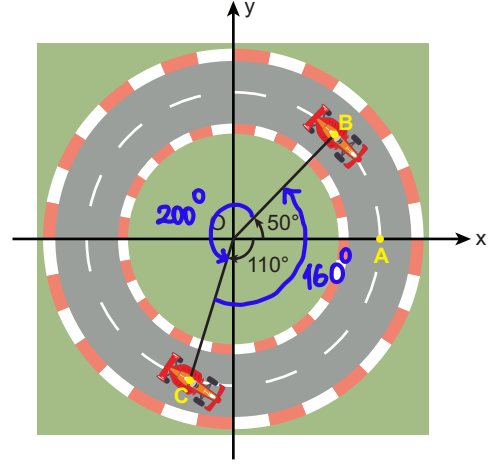
III.



Yukarıdaki açılardan hangileri başlangıç kenarı $[AC]$, bitim kenarı $[AB]$ olan negatif yönlü açıdır?
Yalnız II

Yalnız II

2. Aşağıdaki dik koordinat sisteminde yerleştirilmiş bir yarış parkuru görseli verilmiştir.



A noktasından ters yönde harekete başlayan iki yarış arabasının bulunduğu konumlar B ve C noktaları ile gösterilmiştir.

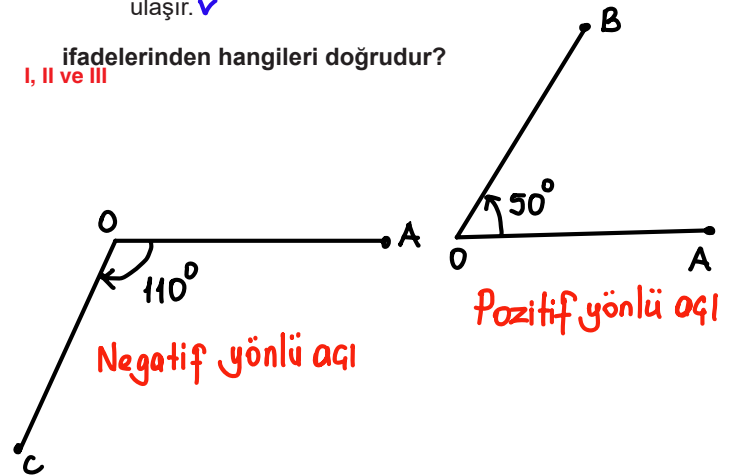
$$m(\widehat{AOB}) = 50^\circ \text{ ve } m(\widehat{AOC}) = 110^\circ \text{ dir.}$$

Buna göre,

- C noktasında bulunan aracın konumu x eksenine göre negatif yönde 110° lik açı yapmaktadır. ✓
- B noktasında bulunan araç yarış parkurunda pozitif yönde 200° lik açı oluşturacak şekilde hareket ederse C noktasına ulaşır. ✓
- C noktasında bulunan araç pozitif yönde 160° lik açı oluşturacak şekilde hareket ederse B noktasına ulaşır. ✓

ifadelerinden hangileri doğrudur?

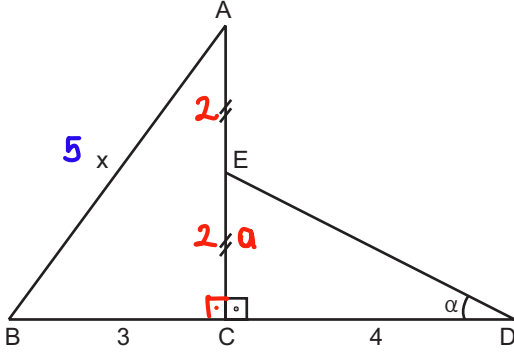
I, II ve III



I, II ve III doğrudur.

Performans Değerlendirme

1.



ABC ve ECD birer dik üçgen

$$AC \perp BD, |AE| = |EC|$$

$$|BC| = 3 \text{ cm}, |CD| = 4 \text{ cm}$$

$$m(\widehat{BDE}) = \alpha, \tan \alpha = \frac{1}{2}$$

Yukarıdaki verilere göre, $|AB| = x$ kaç cm'dir?

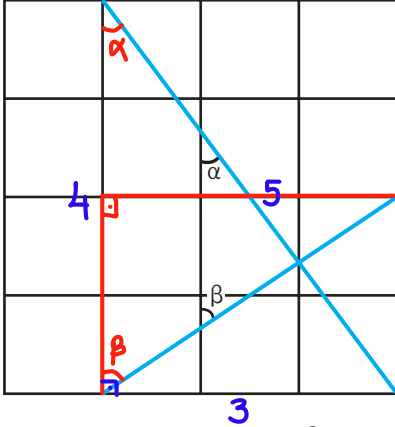
- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

$$\tan \alpha = \frac{a}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 2$$

3-4-5 üçgeni

$$x = 5$$

2. Aşağıda verilen şekil özdeş birim karelerden oluşmuştur.

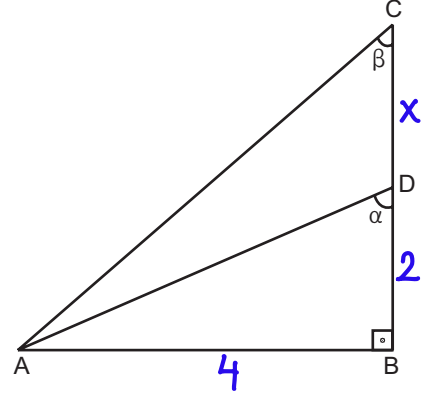
Yukarıdaki verilere göre, $\sin \alpha + \tan \beta$ toplamı kaçtır?

- A) 2 B) $\frac{21}{10}$ C) $\frac{11}{5}$ D) $\frac{23}{10}$ E) $\frac{12}{5}$

$$\sin \alpha = \frac{3}{5} \quad \tan \beta = \frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{5} + \frac{3}{2} = \frac{21}{10}$$

3.



ABC bir dik üçgen

$$AB \perp BC$$

$$m(\widehat{ADB}) = \alpha$$

$$m(\widehat{ACB}) = \beta$$

$$\tan \alpha = 2$$

$$\cot \beta = \frac{3}{4}$$

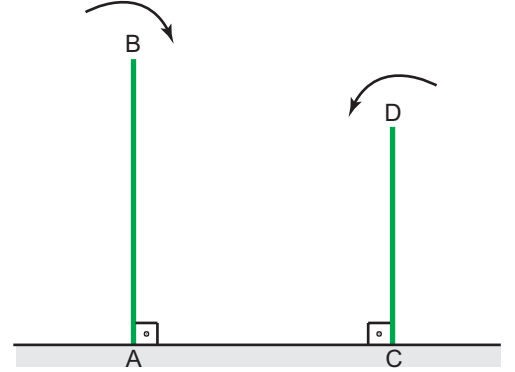
Yukarıdaki verilere göre, $\frac{|BD|}{|DC|}$ oranı kaçtır?

D

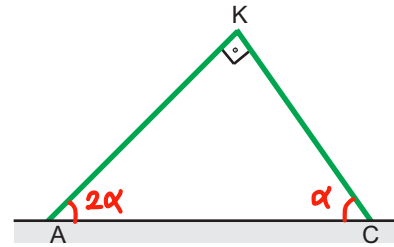
- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

$$\cot \beta = \frac{x+2}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = 1 \quad \frac{|BD|}{|DC|} = \frac{2}{1} = 2$$

4. Düz bir zemin üzerinde zemine dik bir biçimde duran $[AB]$ ve $[CD]$ çubukları A ve C köşeleri etrafında ok ile gösterilen yönde döndürülüyor.



Döndürme sonucunda B ve D köşeleri K noktasında çakışmaktadır.



$$m(\widehat{AKC}) = 90^\circ$$

$$3\alpha = 90$$

$$\alpha = 30$$

$[CD]$ çubuğu α açısı kadar ve $[AB]$ çubuğu 2α açı kadar döndürülmüştür.

Buna göre, $\sin \alpha$ kaçtır?

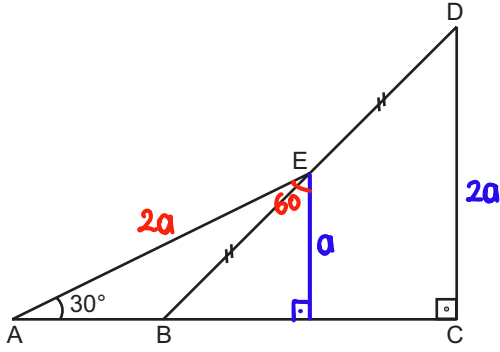
B

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{3}{4}$

$$\sin \alpha = \sin 30 = \frac{1}{2}$$

Performans Değerlendirme

5.



BCD bir dik üçgen

$$DC \perp AC, |BE| = |ED|$$

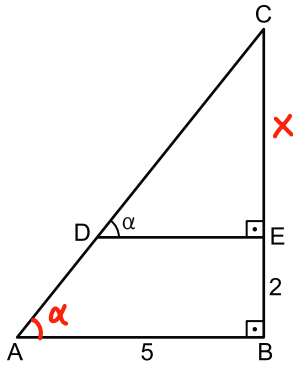
$$m(\widehat{EAC}) = 30^\circ$$

Yukarıdaki verilere göre, $\frac{|AE|}{|DC|}$ oranı kaçtır?

- A) ☒ 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

$$\frac{|AE|}{|DC|} = \frac{2a}{2a} = 1$$

6.



ABC dik üçgen

$$DE \perp CB$$

$$AB \perp CB$$

$$|AB| = 5 \text{ birim}$$

$$|BE| = 2 \text{ birim}$$

$$m(\widehat{CDE}) = \alpha$$

Yukarıdaki verilere göre, |CE| uzunluğunun α türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

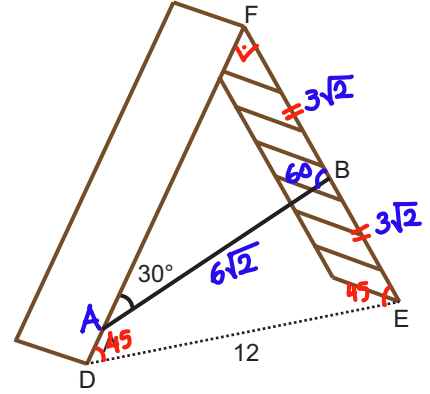
- A) $4\sin\alpha - 1$ B) $5\cos\alpha - 1$ C) ☒ $5\tan\alpha - 2$
D) $5\cot\alpha - 2$ E) $5\cot\alpha + 2$

$$\tan\alpha = \frac{x+2}{5}$$

$$x+2 = 5 \cdot \tan\alpha \Rightarrow x = 5 \cdot \tan\alpha - 2$$

7.

Şekilde görülen merdivenin ayakları arasındaki mesafe 12 birimdir.

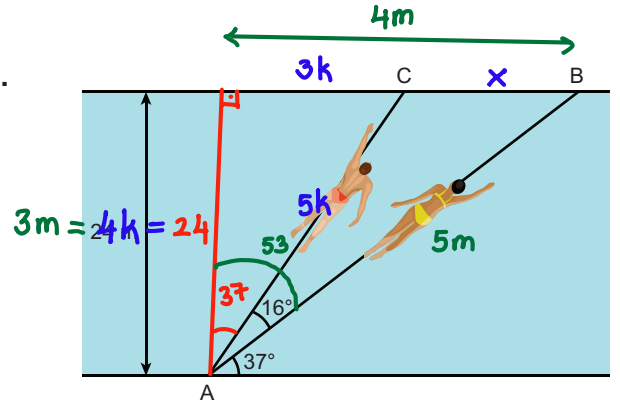
Merdivenin ayakları yer düzlemi ile 45° lik açı yapmaktadır. Merdiven açıklığını sabit tutmaya yarayan [AB] parçası ise [DF] kenarı ile 30° lik açı yapmaktadır.

D, A, F ve F, B, E doğrusaldır.

|FB| = |BE| olduğuna göre, |AB| kaç birimdir?

- B) A) $6\sqrt{3}$ B) ☒ $6\sqrt{2}$ C) $5\sqrt{3}$ D) $4\sqrt{2}$ E) 4

8.



Şekilde su kanalının genişliği 24 m'dir. A noktasından kanala giren iki çocuktan biri C, diğeri B noktasına kadar yüzyor.

Çocukların yüzdükleri rotalar yukarıda verildiğine göre, B ile C noktaları arasındaki uzaklık kaç m'dir? ($\sin 37^\circ \approx 0,6$ ve $\sin 53^\circ \approx 0,8$)

- D) A) 8 B) 10 C) 12 D) ☒ 14 E) 16

$$\sin 37^\circ \approx \frac{3}{5}$$

$$\sin 53^\circ \approx \frac{4}{5}$$

$$3m = 4k = 24$$

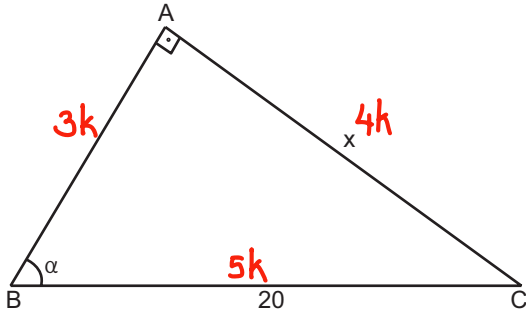
$$m = 8 \quad k = 6$$

$$x = 4m - 3k$$

$$x = 32 - 18 = 14$$

Performans Değerlendirme

1.



ABC bir dik üçgen

$$BA \perp AC, |BC| = 20 \text{ cm}$$

$$m(\widehat{ABC}) = \alpha, |AC| = x$$

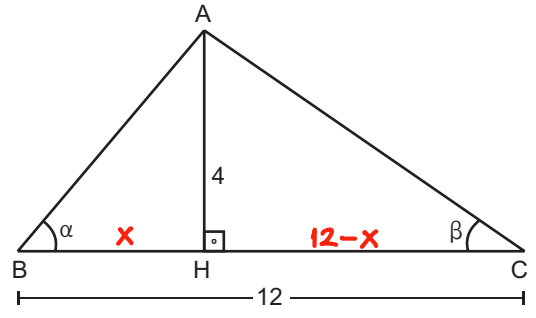
D $\tan \alpha = \frac{4}{3}$ olduğuna göre, x kaç cm'dir?

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 16 E) 18

$$5k = 20 \Rightarrow k = 4$$

$$x = 4k = 4 \cdot 4 = 16$$

3.



ABC bir üçgen

$$AH \perp BC, |AH| = 4 \text{ cm}, |BC| = 12 \text{ cm}$$

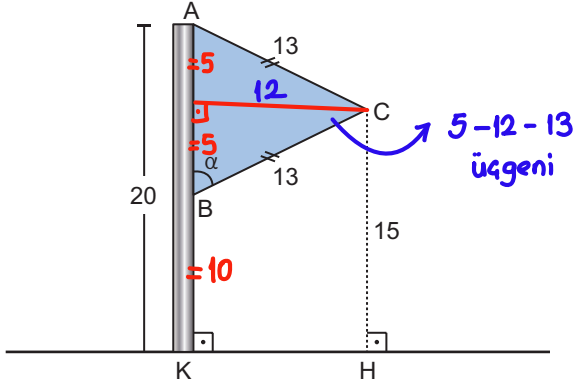
$$m(\widehat{ABC}) = \alpha, m(\widehat{ACB}) = \beta$$

E Yukarıdaki verilere göre, $\cot \alpha + \cot \beta$ toplamı kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{7}{2}$ E) 3

$$\begin{aligned} \cot \alpha + \cot \beta &= \frac{x}{4} + \frac{12-x}{4} \\ &= \frac{12}{4} \\ &= 3 \end{aligned}$$

2. Şekilde ikizkenar üçgen şeklindeki ABC flaması görülmektedir.



$$|AC| = |BC| = 13 \text{ birim}, |AK| = 20 \text{ birim}$$

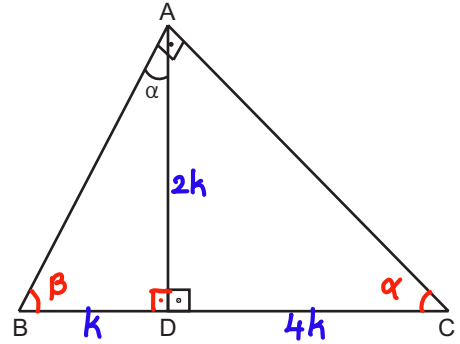
$$|CH| = 15 \text{ birim}, m(\widehat{ABC}) = \alpha \text{ dır.}$$

B Buna göre, $\tan \alpha$ kaçtır?

- A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{12}{5}$ C) $\frac{8}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{6}{5}$

$$\tan \alpha = \frac{12}{5}$$

4.



BAC bir dik üçgen

$$BA \perp AC, AD \perp BC$$

$$m(\widehat{BAD}) = \alpha, \cot \alpha = 2$$

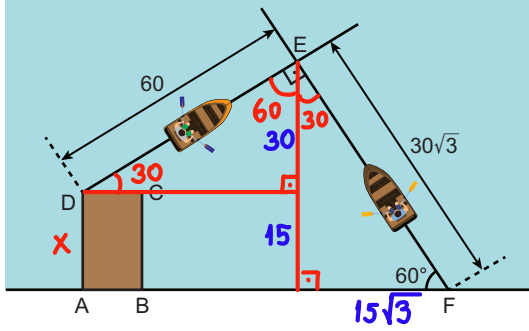
Yukarıdaki verilere göre, $\frac{|DC|}{|BD|}$ oranı kaçtır?

- D A) 2 B) 3 C) $\frac{10}{3}$ D) 4 E) $\frac{9}{2}$

$$\frac{|DC|}{|BD|} = \frac{4k}{k} = 4$$

Performans Değerlendirme

5. Dikdörtgen biçimindeki ABCD iskelesinin D köşesinden kalkan tekne ile AF doğrusu biçimindeki kıyı şeridinin F noktasından kalkan vapur E noktasında dik kesişen birer rota izlemektedir. Vapurun rotası ile kıyı şeridi arasındaki dar açı 60° dir.



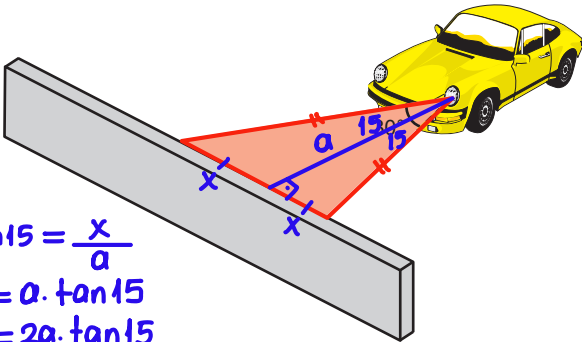
$|DE| = 60$ metre ve $|EF| = 30\sqrt{3}$ metredir.

Buna göre, iskelenin uzun kenarı olan $|AD|$ kaç metredir?

- C A) $5\sqrt{3}$ B) 10 ☒ D) $15\sqrt{3}$ E) 20

$$|AD| = x = 15$$

6. Şekildeki otomobilin şoför tarafında olan farı, farın hizasından başlamak üzere, yola paralel biçimde yatay düzlemde 30° ’lik bir açı boyunca görüş alanı sağlamaktadır. Otomobili kullanan Aydın bu farla a km ilerisini görebilmektedir.



$$\tan 15 = \frac{x}{a}$$

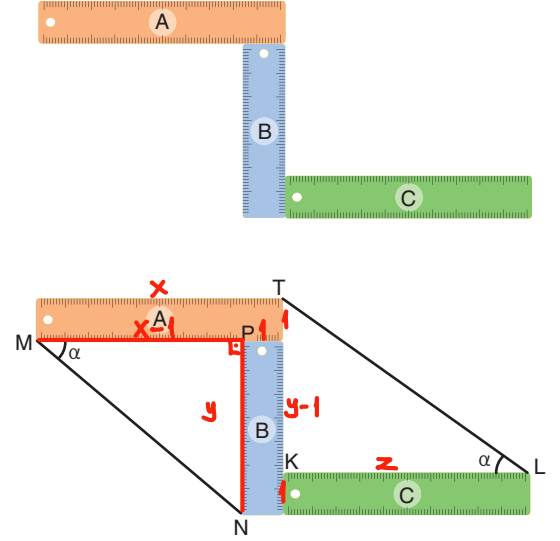
$$x = a \cdot \tan 15$$

$$2x = 2a \cdot \tan 15$$

Farın sağladığı görüş alanı, tepe noktası farın bulunduğu nokta olan bir ikizkenar üçgen olduğuna göre, Aydın bu farla otomobilden a km ilerideki bir duvarda en çok kaç kilometrelik bir uzunluk görebilir?

- B A) $a \cdot \tan 15^\circ$ ☒ D) $2a \cdot \cot 15^\circ$ C) $a \cdot \cot 15^\circ$ E) $\tan 15^\circ + \cot 15^\circ$

7. Kalınlıkları aynı ve 1 birim olan dikdörtgen biçimindeki A, B ve C cetvelleri aşağıdaki gibi konumlandırılıyor.



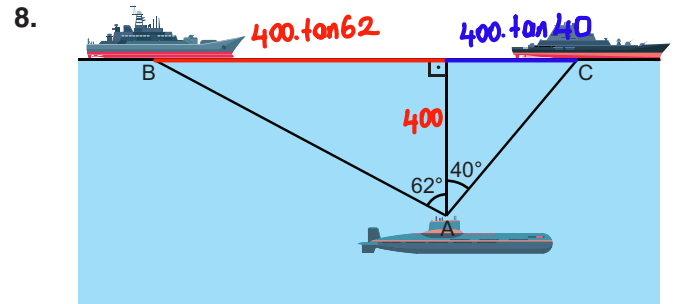
$$m(\widehat{NMP}) = m(\widehat{KLT}) = \alpha$$

$\tan \alpha = \frac{3}{4}$ ve cetvellerin alanları toplamı 23 birimkaredir.

$$x + y + z = 23$$

Buna göre, A cetvelinin uzunluğu kaç birimdir?

- C A) 7 B) 8 ☒ D) 10 E) 11
- $$\frac{y}{x-1} = \frac{y}{z} = \frac{3}{4}$$
- $$y = 3k, x = 4k+1, z = 4k$$
- $$4k+1+3k+4k = 23$$
- $$11k = 22$$
- $$k = 2$$
- $$A : x = 4k+1 = 4 \cdot 2 + 1 = 9$$



Deniz yüzeyinin 400 metre altında bir A noktasında bulunan bir denizaltı, deniz yüzeyindeki B ve C noktalarında bulunan gemileri 62° ve 40° açılarıyla tespit etmiştir. Bu açılar, gemilerin yönü ile yüzeye dik yön arasında ölçülmüştür.

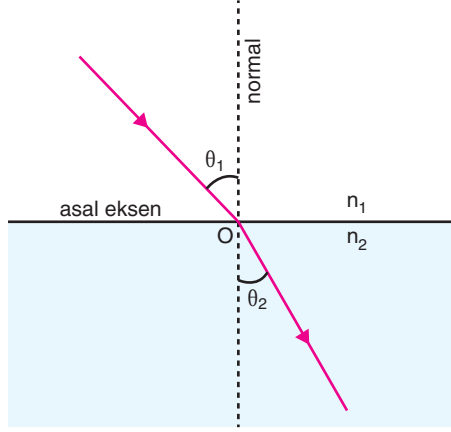
Buna göre, iki gemi arasındaki yaklaşık mesafe kaç metredir?

($\tan 62^\circ \approx 1,9$ ve $\tan 40^\circ \approx 0,8$ alınız.)

- C A) 1240 B) 1120 ☒ D) 1020 E) 960
- $$|BC| = 400 \cdot \tan 62 + 400 \cdot \tan 40$$
- $$= 400 \cdot 1,9 + 400 \cdot 0,8$$
- $$= 760 + 320 = 1080$$

Etkinlik

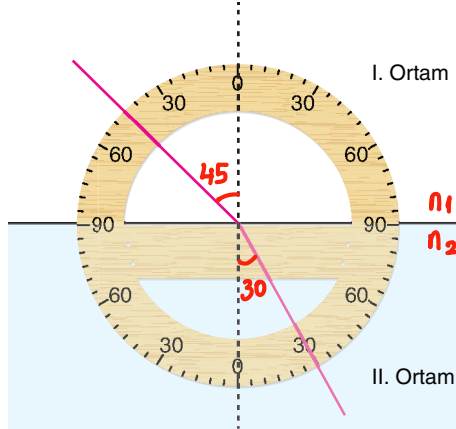
Snell Yasası: Işığın geldiği ortamın kırıcılık indisiyle, geliş doğrultusunun normalle yaptığı açının sinüsünün çarpımının, ışığın gittiği ortamın kırıcılık indisiyle, gidiş doğrultusunun normalle yaptığı açının sinüsünün çarpımının eşitlenmesiyle oluşan formüle dayalı fiziğin optik dalında yer alan bir yasadır.



Snell yasası, matematiksel olarak,

$$n_1 \cdot \sin \theta_1 = n_2 \cdot \sin \theta_2$$

şeklinde ifade edilir.



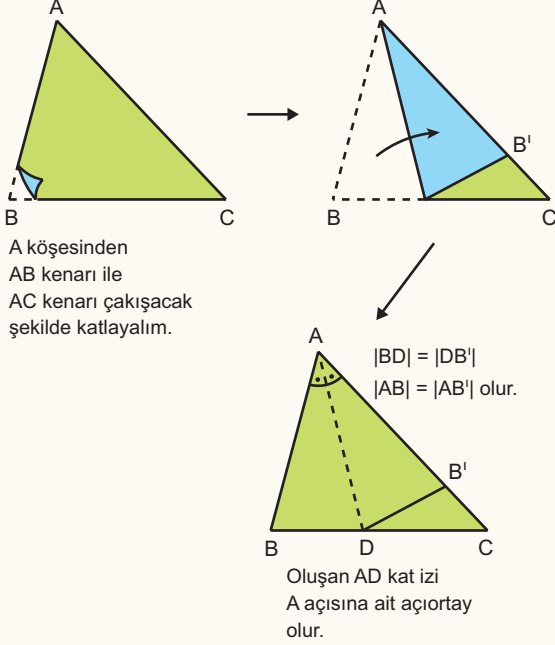
Bu durumda yukarıda verilen şekle göre, II. Ortam'ın kırıcılık indisinin I. Ortam'ın kırıcılık indisine oranı kaçtır?
 $\sqrt{2}$

$$n_1 \cdot \sin 45 = n_2 \cdot \sin 30$$

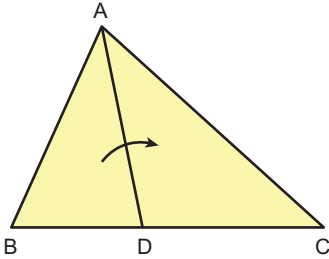
$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin 45}{\sin 30} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

ÜÇGENDE AÇIORTAY

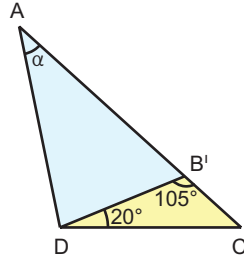
Üçgende katlama yöntemi ile açıortay oluştururken üçgenin bir köşesine ait iki kenarı çakışacak şekilde katlarız. Oluşan kat izi açıortay olur.



1. Ön yüzü sarı ve arka yüzü mavi olan ABC üçgen şeklindeki karton ABD üçgensel bölgesi [AD] boyunca katlandığında B noktasının yeni yeri B' olmaktadır.



Şekil 1



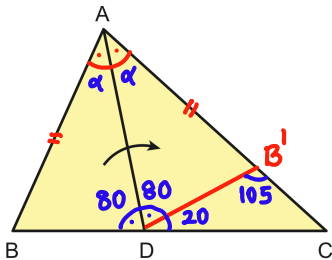
Şekil 2

Oluşan şekilde,

$$m(\widehat{DB'C}) = 105^\circ, m(\widehat{CDB'}) = 20^\circ \text{ ve } m(\widehat{DAC}) = \alpha \text{ dır.}$$

Buna göre, α kaç derecedir?

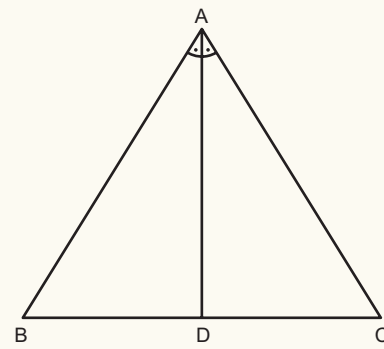
25



$$\alpha + 80 = 105$$

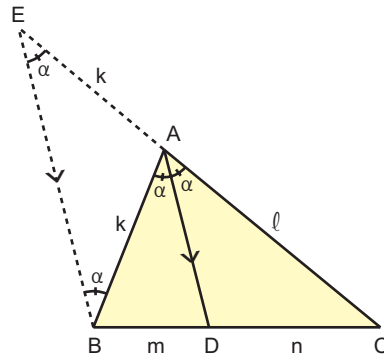
$$\alpha = 25$$

İÇ AÇIORTAY TEOREMİ



ABC üçgen
 $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAC})$ ise
 $\frac{|AB|}{|BD|} = \frac{|AC|}{|DC|}$ olur.
 $|AD| = n_A$ ile gösterilir.

İspat

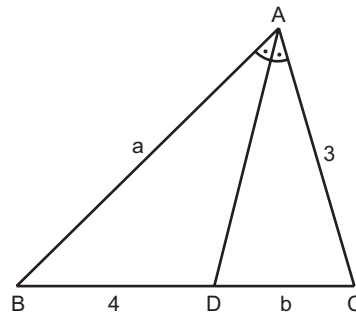


ABC üçgen
 $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAC})$
 $[AD] \parallel [BE]$

Temel benzerlik teoreminden,

$$\frac{\ell}{k} = \frac{n}{m} \text{ ya da } \frac{k}{m} = \frac{\ell}{n} \text{ olur.}$$

- 2.



ABC bir üçgen
[AD] açıortay
 $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAC})$
 $|AB| = a \text{ cm}$
 $|BD| = 4 \text{ cm}$
 $|DC| = b \text{ cm}$
 $|AC| = 3 \text{ cm}$

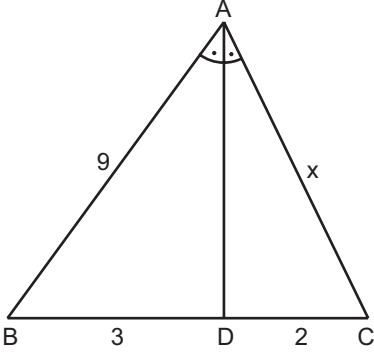
Yukarıdaki verilere göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

12

$$\frac{a}{4} = \frac{3}{b} \Rightarrow a \cdot b = 12$$

İÇ AÇIORTAY TEOREMİ

1.



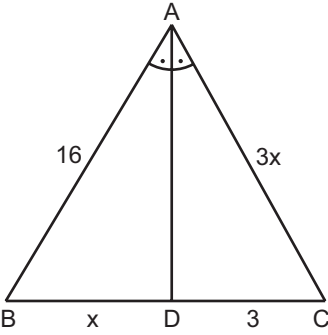
ABC bir üçgen
[AD] açıortay
 $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAC})$
 $|AB| = 9$ cm
 $|BD| = 3$ cm
 $|DC| = 2$ cm
 $|AC| = x$

6 Yukarıdaki verilere göre, x kaç birimdir?

$$\frac{9}{3} = \frac{x}{2} \Rightarrow 3x = 18$$

$$x = 6$$

2.



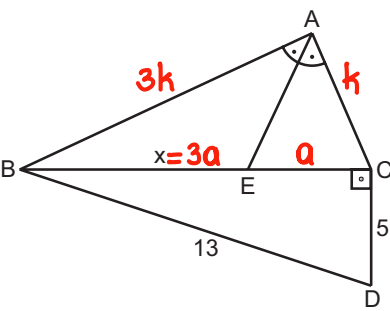
ABC bir üçgen,
 $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAC})$
 $|AB| = 16$ birim
 $|DC| = 3$ birim
 $|AC| = 3 \cdot |BD| = 3x$

4 Yukarıdaki verilere göre, x kaç birimdir?

$$\frac{16}{x} = \frac{3x}{3} \Rightarrow x^2 = 16$$

$$x = 4$$

3.



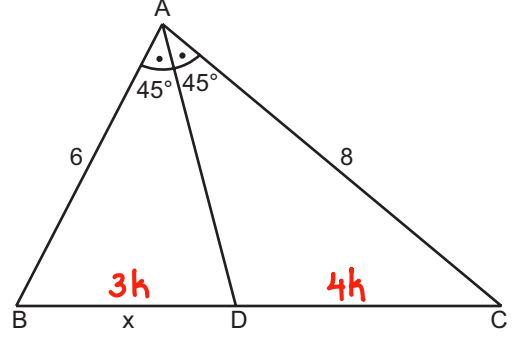
ABC bir üçgen
BCD bir dik üçgen
 $m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{EAC})$
 $BC \perp CD$
 $|BD| = 13$ birim
 $|CD| = 5$ birim
 $|AB| = 3 \cdot |AC|$

9 Yukarıdaki verilere göre, $|BE| = x$ kaç birimdir?

$$4a = 12 \Rightarrow a = 3$$

$$x = 3a = 9$$

4.



ABC bir üçgen

$$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAC}) = 45^\circ$$

$$|AB| = 6 \text{ birim}, |AC| = 8 \text{ birim}, |BD| = x$$

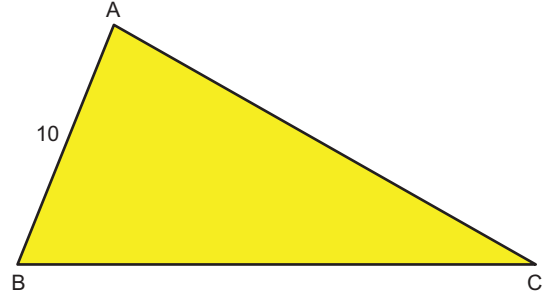
Yukarıdaki verilere göre, x kaç birimdir?

$$\frac{30}{7}$$

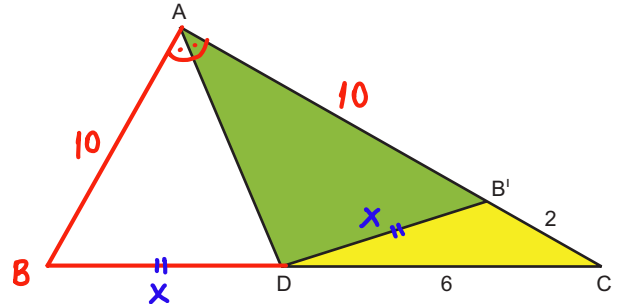
$$7k = 10 \Rightarrow k = \frac{10}{7}$$

$$x = 3k = \frac{30}{7}$$

5. Aşağıda ön yüzü sarı ve arka yüzü yeşil renkli, üçgen şeklinde karton görseli verilmiştir.



Bir öğrenci derste yaptığı etkinlikte ABC üçgeni biçimindeki kartonu [AC] kenarı üst üste gelecek biçimde katlıyor.



Son durumda ABC üçgeninin B köşesi B' noktası ile çakışıyor.

$$|B'C| = 2 \text{ birim ve } |DC| = 6 \text{ birim}$$

Buna göre, $|DB'|$ kaç birimdir?

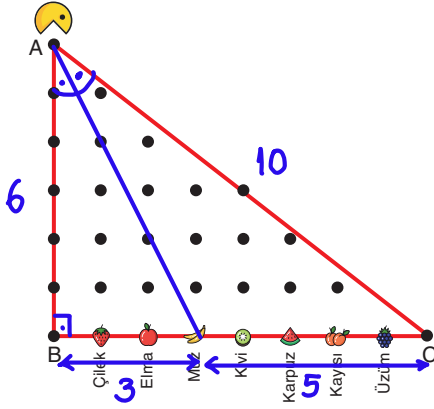
5

$$\frac{10}{x} = \frac{12}{6} \Rightarrow 12x = 60$$

$$x = 5$$

İÇ AÇIORTAY TEOREMİ
YENİ NESİL SORULAR

1.

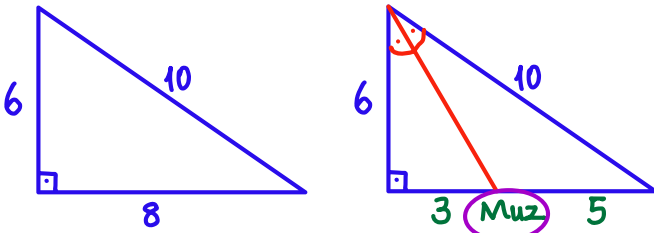


Dik üçgen şeklindeki bir bilgisayar oyununda A noktasında bulunan PAC-MAN, kural gereği [AB] ve [AC] doğrularına eşit uzaklıkta kalarak ve doğrusal ilerleyerek, eşit aralıklarla dizilmiş [BC] üzerindeki meyvelerden birini yiyecektir.

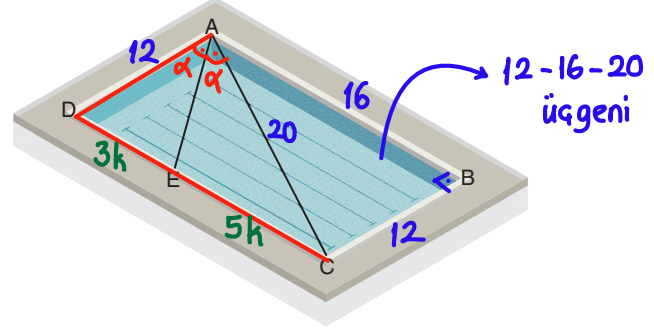
$|AB| = 6$ birim ve $|BC| = 8$ birimdir.

Buna göre, PAC-MAN hangi meyveyi yiyecektir?

Muz



2.



Dikdörtgen prizma şeklindeki bir havuzda A noktasında bulunan Mahir, E noktasına kadar yüzmüştür.

Daha sonra yine A noktasında bulunan Murat; Mahir'in yüzmeye sırasında AD kenarıyla yaptığı açının ölçüsünün iki katı olan bir ölçüde 20 metre yüzerak DC kenarı üzerindeki bir noktaya kadar yüzmüştür.

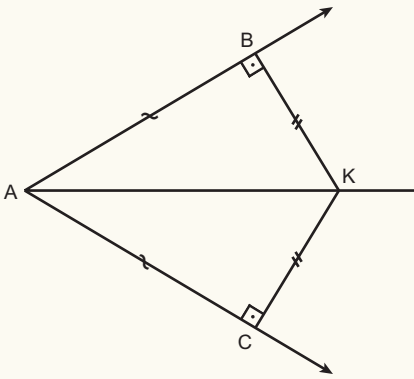
$|AD| = 12$ metre olduğuna göre; Murat, Mahir'den havuz kenarına kaç metre ilerde çıkmıştır?

10

$$8k = 16 \Rightarrow k = 2$$

$$|EC| = 5k = 10$$

AÇIORTAY ÜZERİNDEKİ BİR NOKTADAN YAN KENARLARA DİKME İNME



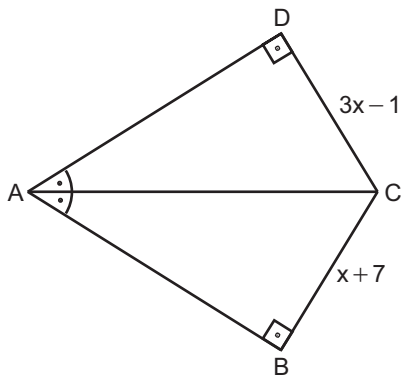
Açıortay üzerinde alınan bir noktadan açının kollarına indirilen dikmelerin uzunlukları eşittir.

$$|KB| = |KC|$$

Açı-Kenar-Açı eşliğinden,

$ABK \cong ACK$ ve buradan; $|AB| = |AC|$ olur.

1.



$$m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{CAB}), \quad AD \perp DC, \quad AB \perp BC$$

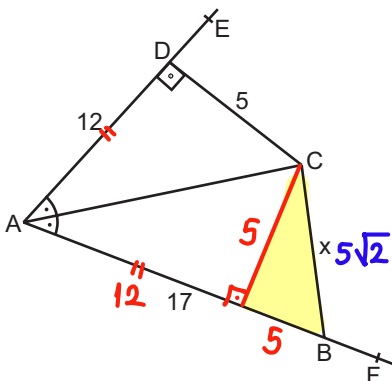
$$|DC| = (3x - 1) \text{ cm}, \quad |CB| = (x + 7) \text{ cm}$$

Yukarıdaki verilere göre, x kaçtır?

$$3x - 1 = x + 7$$

$$2x = 8 \Rightarrow x = 4$$

2.

 $CD \perp AE$

$$m(\widehat{CAE}) = m(\widehat{CAF})$$

$|AD| = 12$ birim

$|DC| = 5 \text{ birim}$

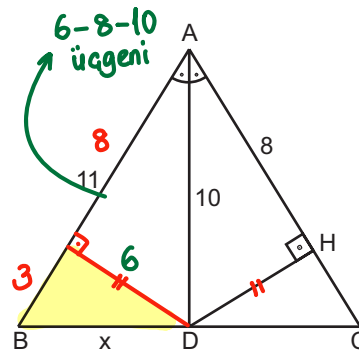
$|AB| = 17$ birim

$$|BC| = x$$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç birimdir?

$$x = 5\sqrt{2}$$

3.



ABC bir üçgen

$$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAC})$$

$|AB| = 11 \text{ cm}$

$|AD| = 10 \text{ cm}$

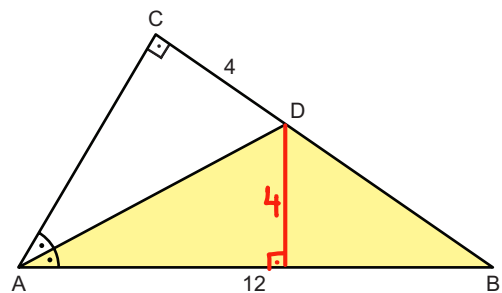
$|AH| = 8 \text{ cm}$

$$|BD| = x$$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç cm'dir?

$$3^2 + 6^2 = x^2$$
$$x = 3\sqrt{5}$$

4.



ACB üçgen

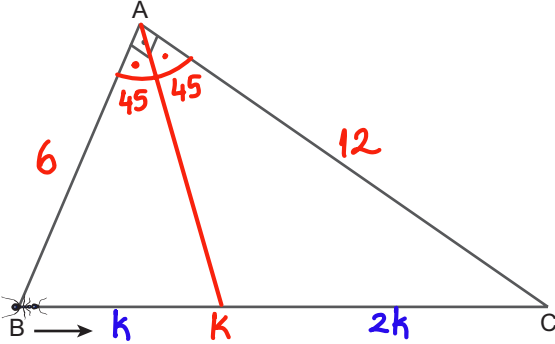
$$m(\widehat{CAD}) = m(\widehat{DAB}), \quad 3 \cdot |CD| = |AB| = 12 \text{ birim}$$

24 Yukarıdaki verilere göre, $A(\widehat{ADB})$ kaç birimdir?

$$A(\triangle ADB) = \frac{4 \cdot 12}{2} = 24$$

AÇIORTAY ÜZERİNDEKİ BİR NOKTADAN
YAN KENARLARA DİKME İNME
YENİ NESİL SORU

1.



ABC üçgensel yapı biçimindeki bölgede,

$[BA] \perp [AC]$, $|AB| = 6$ m, $|AC| = 12$ m'dir.

B noktasında bulunan bir karınca ok yönünde harekete başlayarak $[AB]$ ve $[AC]$ ye eşit uzaklıktaki bir K noktasında durmaktadır.

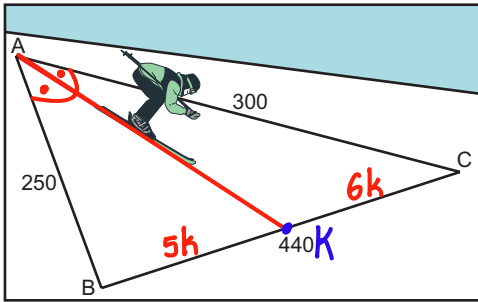
Buna göre, K noktasından C'ye gitmek isteyen bu karınca kaç metre yol kalmıştır?

$4\sqrt{5}$

$$3k = 6\sqrt{5} \Rightarrow k = 2\sqrt{5}$$

$$|KC| = 4\sqrt{5}$$

2. Aşağıda kenarları 250, 300, 440 birim olan üçgen şeklinde bir kayak alanının görünümü verilmiştir.



A noktasından kaymaya başlayan Kerem kayak alanının kenarlarına eşit uzaklıkta kayarak BC kenarına ulaşıyor.

Buna göre, Kerem'in ulaştığı noktanın B noktasına olan uzaklığı kaç birimdir?

200

$$11h = 440 \Rightarrow h = 40$$

$$|BK| = 5h = 5 \cdot 40 = 200$$

Etkinlik

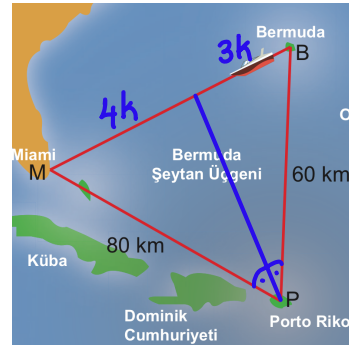
Bermuda Şeytan Üçgeni, Atlantik Okyanusu'nda Miami, Bermuda ve Puerto Rico arasında kalan geniş bir deniz bölgesidir. Bu bölge, özellikle 20. yüzyılın ortalarından itibaren, deniz ve hava taşıtlarının gizemli bir şekilde kaybolduğu iddialarıyla geniş bir ilgi odağı haline gelmiştir.



BMP üçgeninin B köşesinde bulunan bir sürat teknesi BM kenarındaki yolu kullanarak M köşesine doğru sabit bir hızla yolculuğa başlamıştır. Tekne 3 saat sonra Bermuda şeytan üçgeninin MP ve BP kenarlarına eşit uzaklıkta olan bir K noktası geldiğinde 5 km daha yolculuk yaparsa yolun yarısını geride bırakmış olacaktır.

Buna göre, MB yolunun uzunluğu kaç km'dir?

70



$$3h + 5 \text{ yolun yarısı ise tamamı} = 6h + 10$$

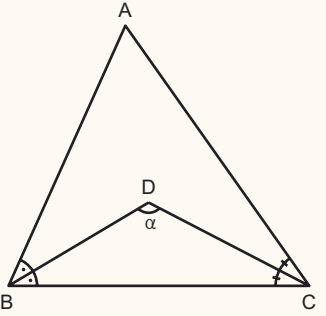
$$|MB| = 7h = 6h + 10$$

$$h = 10$$

$$|MB| = 70$$

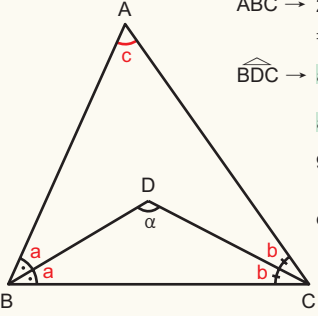
İÇ AÇIORTAYLARIN KESİŞİM NOKTASI

•



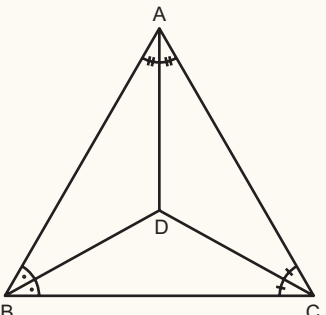
$$\alpha = 90^\circ + \frac{m(\widehat{BAC})}{2}$$

İspat:



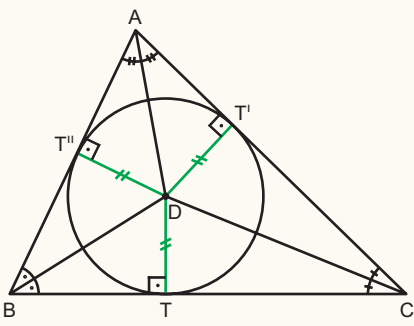
$$\begin{aligned} \widehat{ABC} &\rightarrow 2a + 2b + c = 180^\circ \dots \textcircled{I} \\ &\Rightarrow 2a + 2b = 180^\circ - c \\ \widehat{BDC} &\rightarrow a + b = 90^\circ - \frac{c}{2} \\ a + b + \alpha &= 180^\circ \dots \textcircled{II} \\ 90^\circ - \frac{c}{2} + \alpha &= 180^\circ \\ \alpha &= 90^\circ + \frac{c}{2} \end{aligned}$$

••



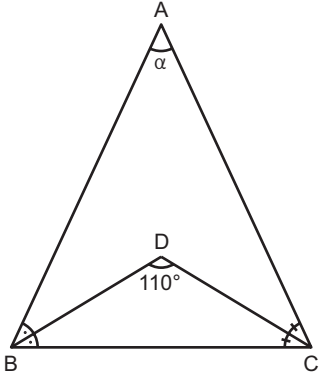
Üçgenin herhangi iki köşesine ait iç açıortaylarının kesiştiği nokta D ise diğer köşeden gelen açıortay da D noktasından geçer.

•••



İç açıortayların kesim noktasına üçgenin iç teğet çemberinin merkezi denir. İç teğet çemberinin merkezi üçgenin kenarlarına eşit uzaklıkta bulunur.

1.



ABC bir üçgen
 $m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{DBC})$
 $m(\widehat{ACD}) = m(\widehat{DCB})$
 $m(\widehat{BDC}) = 110^\circ$
 $m(\widehat{BAC}) = \alpha$

Buna göre, α kaç derecedir?

40

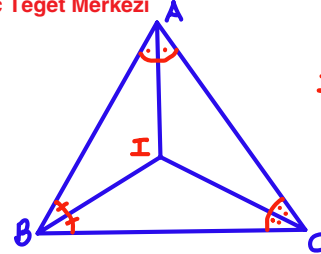
$$110 = 90 + \frac{\alpha}{2}$$

$$\frac{\alpha}{2} = 20 \Rightarrow \alpha = 40$$

2. Üçgen şeklindeki bir tarlanın içine kurulacak sulama sisteminin tarlanın kenarlarına eşit uzaklıkta olmasına karar veriliyor.

Buna göre, üçgen yapıya ait hangi merkez sulama sisteminin konumunu verir?

İç Teğet Merkezi

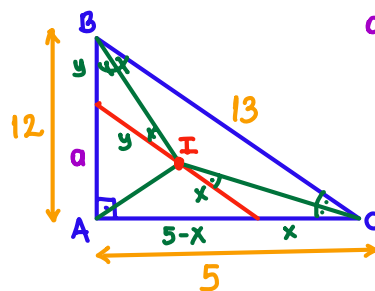


I : İç Teğet Merkezi

3. Bir dik kenar uzunluğu 5 cm olan dik üçgen şeklindeki kağıt, iç teğet çemberinin merkezinden geçecek şekilde ve hipotenüse paralel olarak kesilmiştir. Elde edilen üçgenin çevresi 17 cm'dir.

Buna göre, bu dik üçgen kağıdın kesilmeden önceki hipotenüsünün uzunluğu kaç cm'dir?

13



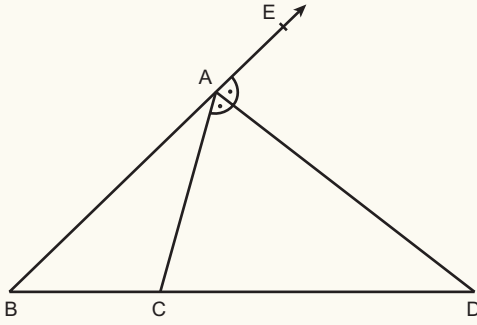
$$a + y + x + 5 - x = 17$$

$$a + y = 12$$

$$a = 12 - y$$

$$|BC| = 13$$

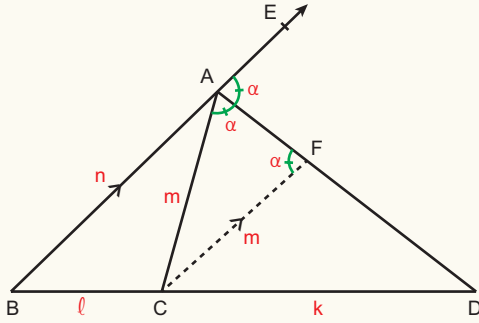
DIŞ AÇIORTAY TEOREMİ



ABC üçgeninde A köşesindeki açının dış açıortayı [BC] nin uzantısını D noktasında kesiyor olsun.

Bu durumda, $\frac{|AC|}{|AB|} = \frac{|DC|}{|DB|}$ olur.

İspat:

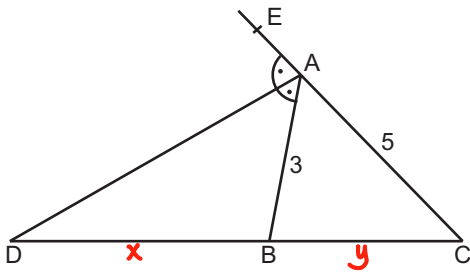


[AB] // [CF]

Temel Benzerlik teoreminden,

$$\frac{k}{k+l} = \frac{m}{n} \text{ olur.}$$

1.



ADC bir üçgen

$$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAE})$$

$$|AB| = 3 \text{ birim, } |AC| = 5 \text{ birim}$$

Yukarıdaki verilere göre, $\frac{|BC|}{|DB|}$ oranı kaçtır?

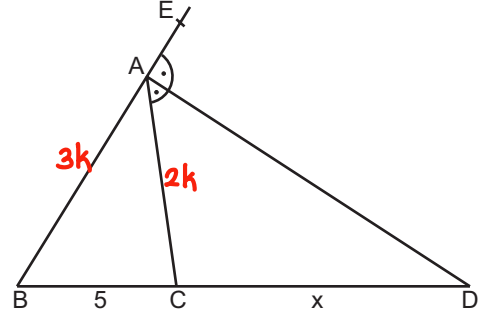
$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{x}{x+y} = \frac{3}{5} \Rightarrow 5x = 3x + 3y$$

$$2x = 3y$$

$$\frac{y}{x} = \frac{2}{3}$$

2.



ABD bir üçgen

$$m(\widehat{CAD}) = m(\widehat{DAE})$$

$$3 \cdot |AC| = 2 \cdot |AB|, |BC| = 5 \text{ birim, } |CD| = x$$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç birimdir?

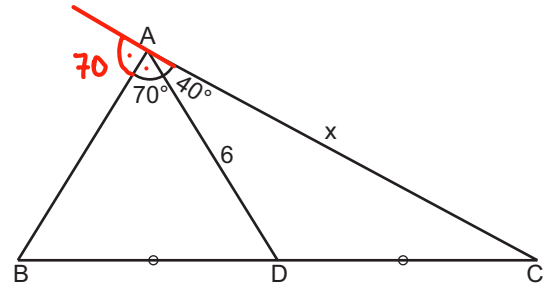
10

$$\frac{x}{x+5} = \frac{2k}{3k}$$

$$3x = 2x + 10$$

$$x = 10$$

3.



ABC bir üçgen

$$m(\widehat{BAD}) = 70^\circ, m(\widehat{DAC}) = 40^\circ$$

$$|AD| = 6 \text{ birim, } |BD| = |DC|, |AC| = x$$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç birimdir?

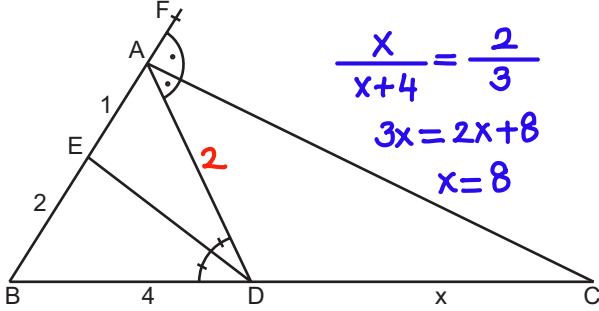
12

$$\frac{1}{2} = \frac{6}{x}$$

$$x = 12$$

İÇ VE DIŞ AÇIORTAY TEOREMİ

1.



$$\frac{x}{x+4} = \frac{2}{3}$$

$$3x = 2x + 8$$

$$x = 8$$

ABC bir üçgen

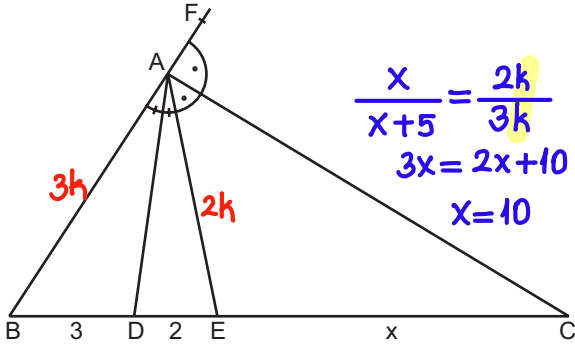
$$m(\widehat{BDE}) = m(\widehat{EDA}), m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{CAF})$$

$$|AE| = 1 \text{ birim}, |EB| = 2 \text{ birim}, |BD| = 4 \text{ birim}$$

Yukarıdaki verilere göre, $|DC| = x$ kaç birimdir?

8

2.



$$\frac{x}{x+5} = \frac{2k}{3k}$$

$$3x = 2x + 10$$

$$x = 10$$

ABC bir üçgen

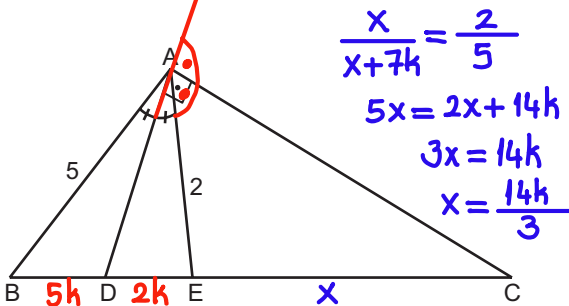
$$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAE}), m(\widehat{EAC}) = m(\widehat{CAF})$$

$$|BD| = 3 \text{ birim}, |DE| = 2 \text{ birim}, |EC| = x$$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç birimdir?

10

3.



$$\frac{x}{x+7k} = \frac{2}{5}$$

$$5x = 2x + 14k$$

$$3x = 14k$$

$$x = \frac{14k}{3}$$

ABC bir üçgen

$$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAE}), DA \perp AC$$

$$|AB| = 5 \text{ birim}, |AE| = 2 \text{ birim}$$

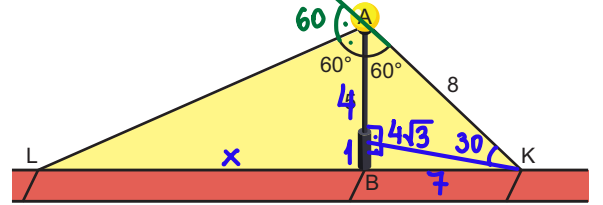
Yukarıdaki verilere göre, $\frac{|BE|}{|EC|}$ oranı kaçtır?

1,5

$$\frac{|BE|}{|EC|} = \frac{7k}{14k/3} = \frac{3}{2} = 1,5$$

DIŞ AÇIORTAY
YENİ NESİL SORULAR

1. Aşağıdaki görselde bir yolda bulunan ve kaldırım taşlarını aydınlatan eğik durumdaki aydınlatma direği görülmektedir. Direğin üzerindeki lambadan çıkan ışınların direk ile yaptığı açılar birbirine eşit olup 60° dir.



K noktasının direğin gövdesinin üst ucuna olan uzaklığı 8 birim ve direğin gövdesinin uzunluğu 5 birim olduğuna göre, $|LB|$ kaç birimdir?

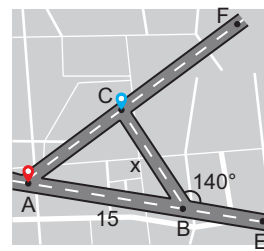
$\frac{35}{3}$

$$\frac{x}{x+7} = \frac{5}{8} \Rightarrow 8x = 5x + 35$$

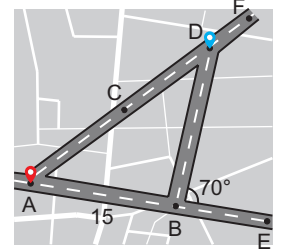
$$3x = 35$$

$$x = \frac{35}{3}$$

2. Aşağıdaki şekillerde bir yerleşim yerine ait harita görselleri verilmiştir. A noktasında bulunan bir hareketli Şekil 1'deki gibi $[AE]$ yolu boyunca 15 birim ilerleyerek bir B noktasına ulaşmıştır. Bu noktada saat yönünün tersi yönde 140° dönerek, doğrultusunu değiştirmeden x birim daha ilerlemiş ve $[AF]$ yolu üzerindeki bir C noktasına gelmiştir.



Şekil 1



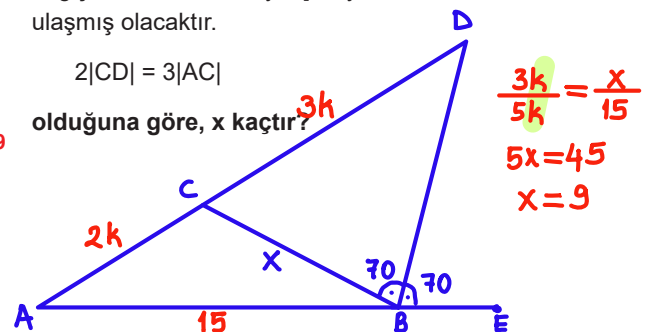
Şekil 2

Aynı hareketli B noktasına ulaştıktan sonra Şekil 2'deki gibi saat yönünün tersi yönde 70° dönerek doğrultusunu değiştirmeden ilerleseydi $[AF]$ yolu üzerindeki D noktasına ulaşmış olacaktır.

$$2|CD| = 3|AC|$$

olduğuna göre, x kaçtır?

9



$$\frac{3k}{5k} = \frac{x}{15}$$

$$5x = 45$$

$$x = 9$$

ÜÇGENİN DIŞ AÇIORTAYLARININ KESİM NOKTASI

•

$$\alpha = 90^\circ - \frac{m(\widehat{BAC})}{2}$$

İspat:

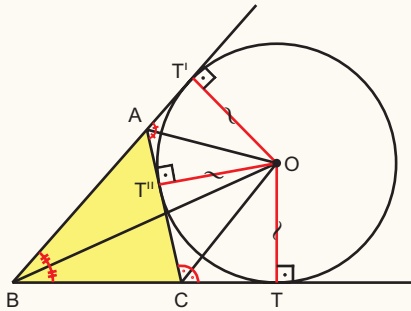
$\widehat{BDC} \rightarrow a + b + \alpha = 180^\circ \dots \textcircled{I}$
 $\Rightarrow a + b = 180^\circ - \alpha$
 (Üçgenin dış açıları toplamı)

$\widehat{ABC} \rightarrow 2a + 2b + 180^\circ - \alpha = 360^\circ \dots \textcircled{II}$
 $2(180^\circ - \alpha) + 180^\circ - \alpha = 360^\circ$
 $360^\circ - 2\alpha + 180^\circ - \alpha = 360^\circ$
 $2\alpha = 180^\circ - \alpha$
 $\alpha = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$ olur.

••

Üçgende herhangi iki köşeye ait dış açıortayların kesiştiği nokta D ise diğer köşeye ait iç açıortay da D noktasından geçer.

••• Bir üçgende iki dış açıortay ile bir iç açıortayın kesim noktası üçgenin dış teğet çemberinin merkezidir.



Şekildeki O noktası, [AO] ve [CO] dış açıortayları ile [BO] iç açıortayının kesim noktasıdır.

1. ABC bir üçgen, [BD] ve [CD] birer açıortay,

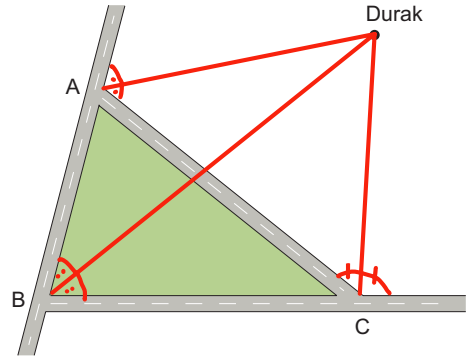
$m(\widehat{EAF}) = 50^\circ$
 $m(\widehat{BDC}) = \alpha$

$\alpha = 90 - \frac{50}{2}$
 $\alpha = 90 - 25$
 $\alpha = 65$

Buna göre, α kaç derecedir?

65

2. Üçgen şeklindeki bir parkın dışına parkın kenarlarından geçen yollara eşit uzaklıkta olan bir durak yapılacaktır.

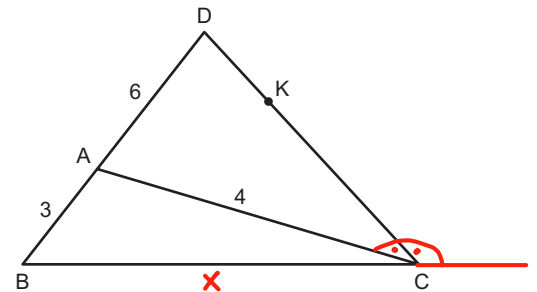


Buna göre, yapılacak olan bu durağın yeri; A ve C köşelerinde oluşan "geniş açılardan açıortay" doğruları çizilerek bulunur.

Yukarıda noktalı yerlere gelmesi gereken uygun kelimeleri yazınız.

geniş açılardan açıortay

3.



K noktası ABC üçgeninin dış teğet çemberinin merkezidir.

$A \in [BD]$, $|AD| = 6$ cm, $|AB| = 3$ cm, $|AC| = 4$ cm

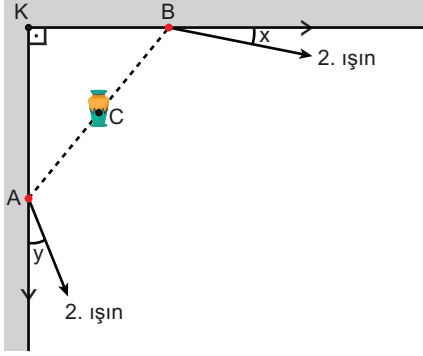
Buna göre, $|BC| = x$ kaç cm'dir?

6

$$\frac{6}{9} = \frac{4}{x} \Rightarrow 6x = 36$$

$$x = 6$$

Etkinlik



A, B, C ve K noktası zeminden eşit yüksekliktedir. Dik kesişen bu iki duvarın yüzeyi üzerindeki A ve B noktalarına birer lazer yerleştirilmiştir.

A lazerinden çıkan 1. ışın duvar yüzeyi boyunca zemine paralel olacak şekilde, her seferinde y° dönerek saatin dönme yönünün tersine dönmekte iken B lazerinden çıkan 1. ışından duvar yüzeyi boyunca zemine paralel olacak şekilde gitmekte ve her seferinde x° saatin dönme yönüne doğru dönerek ışın göndermektedir.

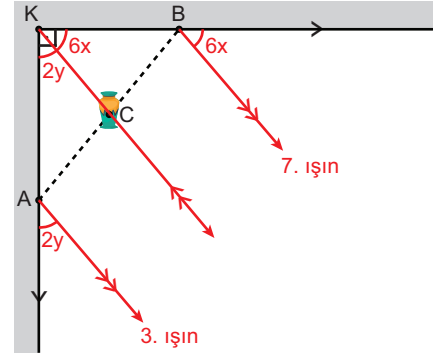
A lazerinden çıkan 3. ışın ile B lazerinden çıkan 7. ışın aynı yöne doğru gitmekte ve A lazerinden çıkan 11. ışın ile B lazerinden çıkan 13. ışın vazoyu aydınlatmaktadır.

Buna göre, A lazerinden çıkan 6. ışın B lazerinden çıkan kaçınıcı ışının kesiştiği nokta duvar yüzeyine eşit uzaklıktadır?

Cevap

- I. A lazerinden çıkan 3. ışın ile B lazerinden çıkan 7. ışın aynı yöne gittiklerine göre bu ışınlar birbirine paraleldir.

$$6x + 2y = 90^\circ \text{ dir. } \textcircled{I}$$



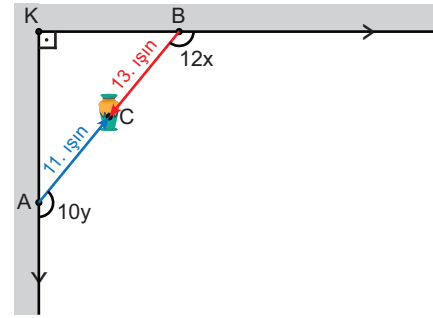
- II. A lazerinden çıkan 11. ışın ile B lazerinden çıkan 13. ışın vazoyu aydınlatıyorsa;

Üçgenin dış açıları toplamından,

$$12x + 10y + 90 = 360$$

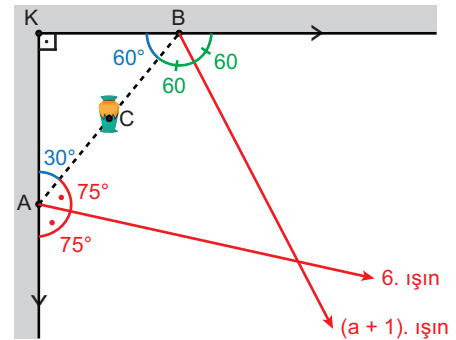
$$12x + 10y = 270 \text{ } \textcircled{II}$$

I ve II'den; $x = 10^\circ$ ve $y = 15^\circ$ olur.



A lazerinden çıkan 6. ışın ile B lazerinden çıkan kaçınıcı ışının kesiştiği nokta duvar yüzeyine eşit uzaklıktadır.

$y = 15^\circ$ olduğundan A lazerinden çıkan 6. ışın saatin dönme yönünün tersinde 75° lik açı yapar. A lazerinden çıkan 6. ışın ile B lazerinden çıkan $(a + 1)$. ışının duvar yüzeyine eşit uzaklıkta olması demek AKB üçgeninin dış açıortaylarının kesim noktası demektir.

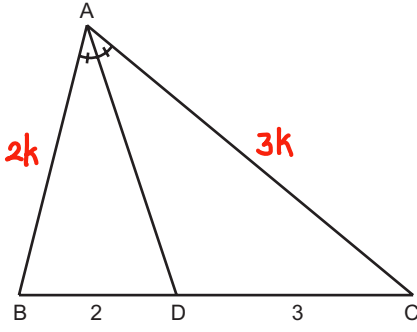


$x = 10^\circ$ ve $(a + 1)$. ışında a tane açı olduğundan

$$10 \cdot a = 60 \Rightarrow a = 6 \text{ dır.}$$

Buradan; $a + 1 = 7$. ışın olduğu görülür.

1.



ABC bir üçgen

$$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAC})$$

$$|BD| = 2 \text{ birim}, |DC| = 3 \text{ birim}$$

$$\text{Çevre}(\widehat{ABC}) = 30 \text{ birim}$$

C Yukarıdaki verilere göre, $|AC|$ kaç birimdir?

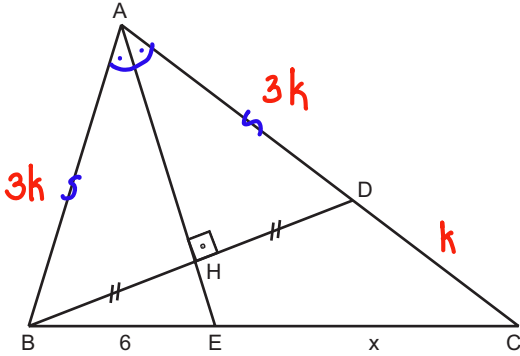
- A) 10 B) 12 ☒ C) 15 D) 18 E) 21

$$5k + 5 = 30 \Rightarrow 5k = 25$$

$$k = 5$$

$$|AC| = 3k = 15$$

2.



ABC bir üçgen

$$AE \perp BD, AE \cap BD = \{H\}$$

$$|BH| = |HD|, |AB| = 3 \cdot |DC|$$

$$|BE| = 6 \text{ birim}, |EC| = x$$

C Yukarıdaki verilere göre, x kaç birimdir?

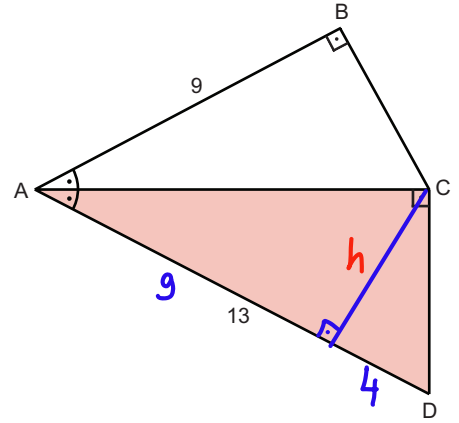
- A) 6 B) 7 ☒ C) 8 D) 9 E) 10

$$\frac{3k}{6} = \frac{4k}{x}$$

$$3x = 24$$

$$x = 8$$

3.



ABC ve ACD birer dik üçgen

$$AB \perp BC, AC \perp CD, m(\widehat{BAC}) = m(\widehat{CAD})$$

$$|AB| = 9 \text{ birim}, |AD| = 13 \text{ birim}$$

D Yukarıdaki verilere göre, $A(\widehat{ADC})$ kaç birimkaredir?

- A) 29 B) 33 C) 36 ☒ D) 39 E) 42

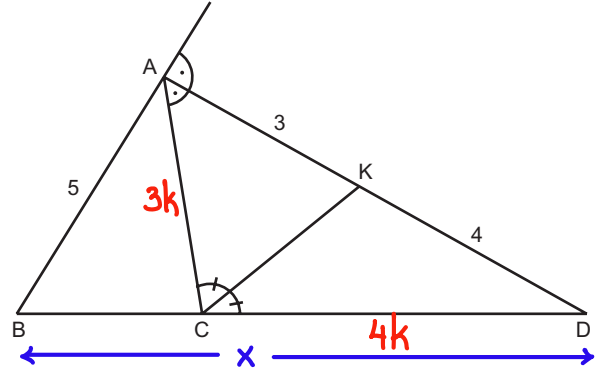
$$h^2 = 9 \cdot 4$$

$$h^2 = 36$$

$$h = 6$$

$$A(\widehat{ADC}) = \frac{6 \cdot 13}{2} = 39$$

4.



ABC üçgeninde A köşesine ait dış açortay [AD]

ACD üçgeninde C köşesine ait iç açortay [CK]

B, C, D doğrusal

$$|AB| = 5 \text{ birim}, |AK| = 3 \text{ birim}, |KD| = 4 \text{ birim}$$

D Yukarıdaki verilere göre, $|BD|$ kaç birimdir?

- A) $\frac{8}{3}$ B) $\frac{10}{3}$ C) $\frac{16}{3}$ ☒ D) $\frac{20}{3}$ E) $\frac{25}{3}$

$$\frac{4k}{x} = \frac{3k}{5}$$

$$3x = 20$$

$$x = \frac{20}{3}$$

Performans Değerlendirme

5. $m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$ olan ABC üçgeninin iç teğet çemberinin merkezi E olarak işaretleniyor.

D, E, F doğrusal olacak şekilde seçilen $D \in [AB]$ ve $F \in [AC]$ noktaları

$$[DF] \parallel [BC]$$

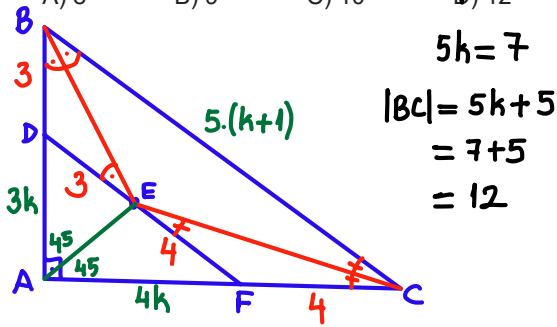
$$|DB| = 3 \text{ cm}$$

$$|FC| = 4 \text{ cm}$$

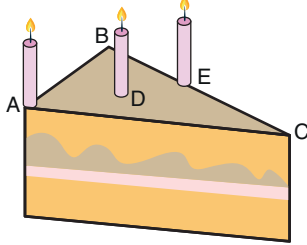
koşullarını sağlıyor.

Buna göre, $|BC|$ uzunluğu kaç cm'dir?

- A) 8 B) 9 C) 10 ☒ D) 12 E) 15



6. Şekilde üçgen prizma şeklindeki pastanın üzerindeki A, D ve E noktalarına mum dikiliyor.



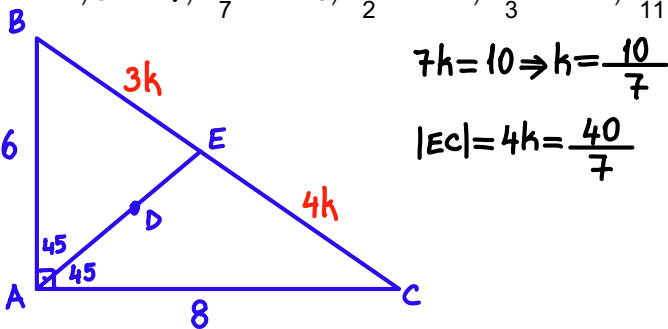
$$[AB] \perp [AC], |AB| = 6 \text{ cm}, |AC| = 8 \text{ cm}$$

A, D, E doğrusaldır.

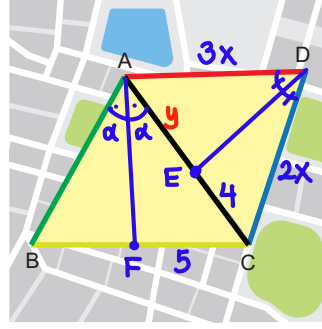
D noktasındaki mum $[AB]$ ve $[AC]$ kenarına eşit uzaklıktadır.

Buna göre, $|EC|$ kaç cm'dir?

- A) 5 ☒ B) $\frac{40}{7}$ C) $\frac{13}{2}$ D) $\frac{16}{3}$ E) $\frac{60}{11}$



- 7.



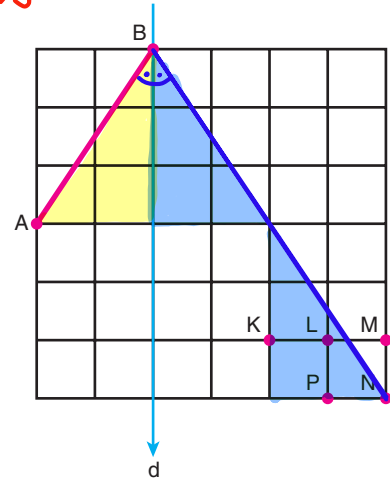
Yandaki şekilde ABCD dörtgeni şeklinde bir kum pisti gösterilmiştir. Kum pistindeki kırmızı yolun uzunluğunun mavi yolun uzunluğuna oranı 1,5'tur.

C noktasından yola çıkan bir hareketli siyah yol üzerinde 4 km ilerlediğinde kırmızı ve mavi yollara eşit uzaklıkta bulunan bir E noktasına ulaşmıştır. Eğer hareketli sarı yol üzerinde 5 km ilerlemiş olsaydı yeşil ve siyah yollara eşit uzaklıkta bulunan bir F noktasına ulaşmış olacaktı.

Buna göre, $\frac{|AB|}{|BF|}$ oranı kaçtır?

- A) 3 B) $\frac{5}{2}$ ☒ C) 2 D) $\frac{3}{2}$ E) 1
- Handwritten calculations:
- $$\frac{3x}{y} = \frac{2x}{4}$$
- $$2y = 12 \Rightarrow y = 6$$
- $$\frac{|AB|}{|BF|} = \frac{10}{5} = 2$$

- 8.



Yukarıda verilen şekil, özdeş birim karelerden oluşmuştur.

$[AB]$ kenarı şekilde gösterildiği gibi olan bir ABC üçgeni için C noktası seçilerek üçgenin çizimi tamamlanacaktır.

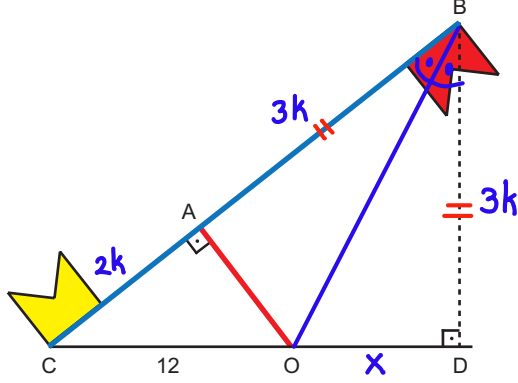
d doğrusu oluşan bu üçgenin B açısının iç açıortay doğrusudur.

Buna göre, C noktası şekilde gösterilen noktalardan hangisi olabilir?

- A) K B) L C) M ☒ D) N E) P

Performans Değerlendirme

1. Doğrusal BC flamasına, A noktasından dik olarak monte edilen [OA] desteğinin konumu aşağıdaki şekilde verilmiştir.



Flamanın C ucu yere temas ettiğinde $|OC| = 12$ birim ve B ucunun yerden uzaklığı $|AB|$ ye eşittir.

$\frac{|AC|}{|AB|} = \frac{2}{3}$ olduğuna göre, flamanın uzunluğu kaç birimdir?

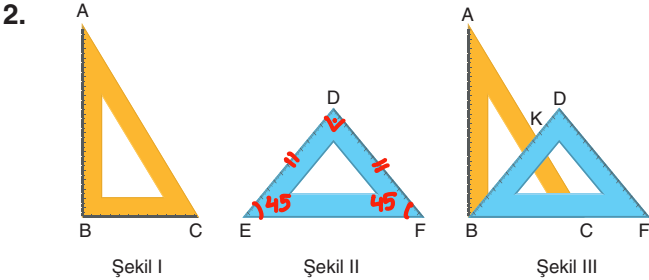
- A) 24 B) 25 C) 26 D) 28 E) 30

$$\frac{5k}{12} = \frac{3k}{x} \Rightarrow 5x = 36 \Rightarrow x = \frac{36}{5}$$

$$4k = 12 + \frac{36}{5} \Rightarrow 20k = 96$$

$$5k = 24$$

$$|BC| = 24$$



Şekil I ve Şekil II'deki gönyeler Şekil III'deki gibi konumlandırılmıştır. II. gönyenin [EF] kenarı I. gönyenin [BC] kenarı ile çakışıktır.

B-C-F, A-K-C ve B-K-D noktaları doğrusaldır.

$$m(\widehat{BAC}) = 30^\circ$$

$$[AB] \perp [BC], |DE| = |DF|$$

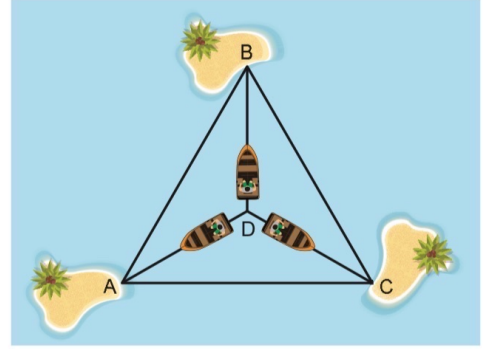
$$m(\widehat{EDF}) = 90^\circ$$

olduğuna göre, $\frac{|AK|}{|KC|}$ oranı kaçtır?

- A) $2\sqrt{3}$ B) $\frac{5}{2}$ C) 2 D) $\sqrt{3}$ E) $\sqrt{2}$

$$\frac{|AK|}{|KC|} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

3.



Bir okyanusta bulunan üç adanın limanları A, B ve C olarak isimlendirilmiştir. Bu limanlar, bir üçgenin köşelerini oluşturmaktadır.

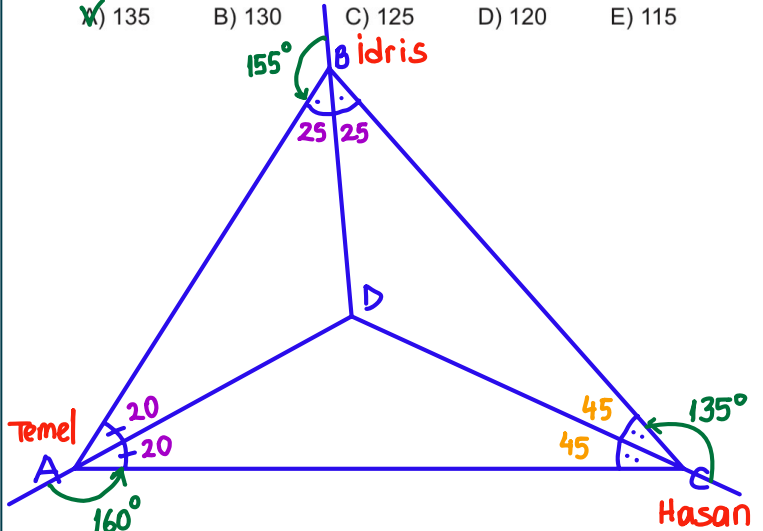
Üçgenin içinde, üçgenin üç kenarına da eşit uzaklıkta bulunan D noktası, kaptanların başlangıç noktasıdır. Temel, İdris ve Hasan kaptanlar, tekneleriyle doğrusal bir yol izleyerek sırasıyla A, B ve C limanlarına ulaşmışlardır.

Limanlarda bulunan kaptanlar, her biri diğerinin bulunduğu noktaya gitmek için saat yönünün tersi yönünde dönerek ilerlemiştir.

- İdris, Temel'in bulunduğu noktaya gitmek için 155° dönerken,
- Temel, Hasan'ın bulunduğu noktaya gitmek için 160° dönmüştür.

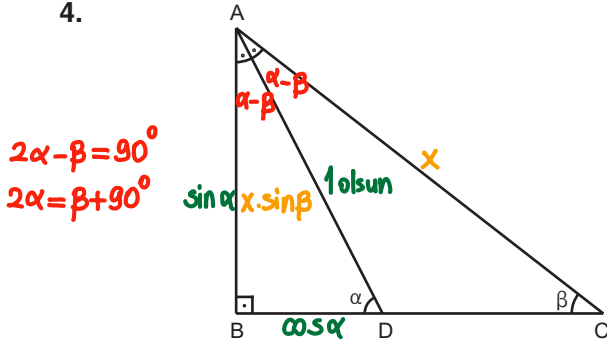
Buna göre, Hasan'ın İdris'in bulunduğu noktaya gitmesi için en az kaç derece dönmesi gerekir?

- A) 135 B) 130 C) 125 D) 120 E) 115



Performans Değerlendirme

4.



Yukarıdaki şekilde $m(\widehat{ABC}) = 90^\circ$ olan bir ABC dik üçgeni verilmiştir.

Bu üçgende [AD] açıortay ve $m(\widehat{ADB}) = \alpha$, $m(\widehat{ACB}) = \beta$ dir.

Buna göre,

✓ $\frac{|AC|}{|DC|} = \tan \alpha$ $\frac{|AC|}{|DC|} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha$

✓ $\frac{|BD|}{|DC|} = \sin \beta$ $\frac{|BD|}{|DC|} = \frac{x \cdot \sin \beta}{x} = \sin \beta$

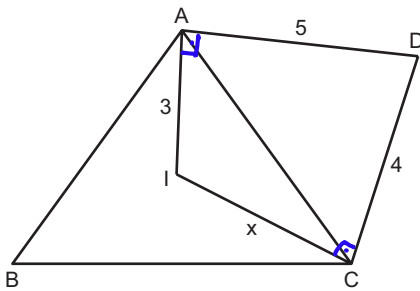
✓ $2\alpha = \beta + 90^\circ$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

E

- A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız II
D) II ve III ✓ I, II ve III

5.



I, ABC üçgeninin iç teğet çemberinin merkezi,
D; ABC üçgeninin dış teğet çemberinin merkezidir.

$|IA| = 3$ cm, $|AD| = 5$ cm, $|DC| = 4$ cm

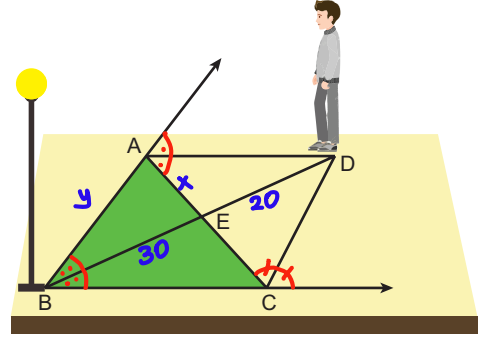
Buna göre, $|IC| = x$ kaç cm'dir?

C

- A) 2 B) 3 ✓ $3\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{5}$ E) $2\sqrt{6}$

$3^2 + 5^2 = x^2 + 4^2$
 $34 = x^2 + 16 \Rightarrow x^2 = 18$
 $x = 3\sqrt{2}$

6.



ABC üçgeni şeklindeki bir parkın dışında D noktasında bulunan Ali, bu parkın [BA ile [BC kenarlarının uzantısına ve [AC] kenarına eşit uzaklıkta bulunmaktadır.

$|ED| = 20$ metre, $|BE| = 30$ metredir.

Buna göre, $\frac{|BC|}{|EC|}$ oranı kaçtır?

C

- A) 3,2 B) 2,75 ✓ $2,5$ D) 2,25 E) 2

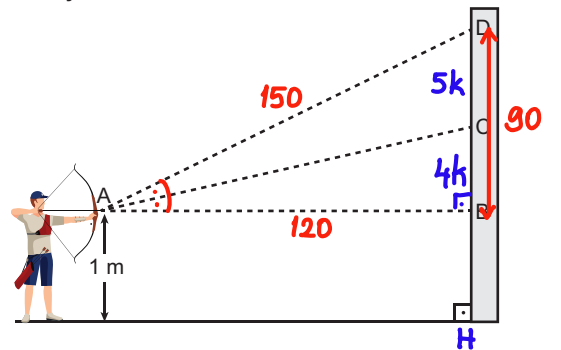
$\frac{x}{y} = \frac{20}{50} = \frac{2}{5}$ $\frac{|BC|}{|EC|} = \frac{y}{x} = \frac{5}{2} = 2,5$

7. Bir okçu karşısında bulunan B, C ve D hedeflerine atış yapacaktır.

Başlangıçta A noktasında bulunan okun ucu, yerden 1 metre yüksekliktedir ve yere paralel konumdadır. Okçunun yaptığı ilk atış sonucunda ok, B noktasına isabet etmiştir.

Daha sonra, okçu okun ucunu saat yönünün tersine x açısı kadar döndürerek bir atış yapmış ve ok C noktasına isabet etmiştir.

Son olarak, okçu okun ucunu aynı yönde x açısı kadar daha döndürüp tekrar atış yaptığında, bu kez D noktasına isabet etmiştir.



$|AB| = 120$ metre, $|AD| = 150$ metre

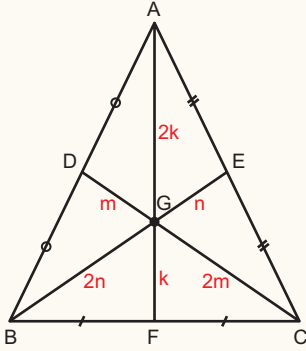
Buna göre, C noktasının yerden yüksekliği kaç metredir?

C

- A) 39 B) 40 ✓ 41 D) 90 E) 91

$9k = 90 \Rightarrow k = 10$
 $|CH| = 4k + 1 = 4 \cdot 10 + 1 = 41$

KENARORTAYLARIN KESİM NOKTASI



Bir üçgende bir köşeyi, karşısındaki kenarın orta noktası ile birleştiren doğru parçasına **üçgenin bu kenarına ait kenarortayı** denir.

A köşesinden çizilen kenarortay uzunluğu V_a ile gösterilir.

$$V_a = |AF|$$

$$V_b = |BE|$$

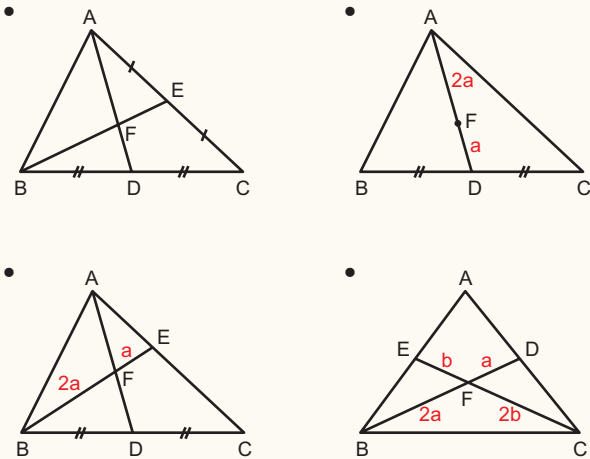
$$V_c = |DC|$$

- İki kenarortayın kesiştiği noktadan üçüncü kenarortay da geçer. Kenarortayların kesiştiği bu noktaya **üçgenin ağırlık merkezi** denir.

$$\frac{|AG|}{|GF|} = \frac{|BG|}{|GE|} = \frac{|CG|}{|GD|} = 2 \text{ dir.}$$

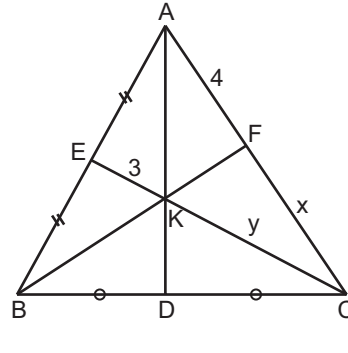
AĞIRLIK MERKEZİNİN TESPİTİ

G; ABC üçgeninin ağırlık merkezi olmak üzere,



Yukarıda verilen üçgenlerde $F = G$ dir.

1.



ABC bir üçgen

$$BF \cap AD \cap EC = \{K\}$$

$$|BE| = |EA|$$

$$|BD| = |DC|$$

$$|EK| = 3 \text{ birim}$$

$$|AF| = 4 \text{ birim}$$

$$|KC| = y$$

$$|FC| = x$$

Yukarıdaki verilere göre, $x + y$ toplamı kaç birimdir?

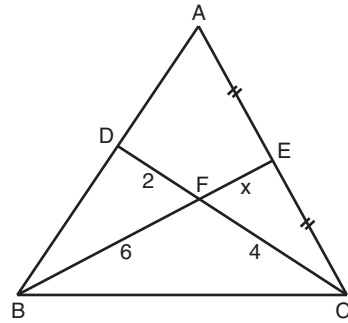
10

K ağırlık merkezi

$$y=6 \text{ ve } x=4$$

$$x+y=4+6=10$$

2.



ABC bir üçgen

$$BE \cap DC = \{F\}$$

$$|AE| = |EC|$$

$$|DF| = 2 \text{ cm}$$

$$|FC| = 4 \text{ cm}$$

$$|BF| = 6 \text{ cm}$$

$$|FE| = x$$

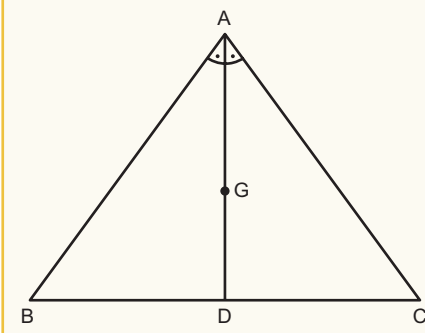
Yukarıdaki verilere göre, x kaç cm'dir?

3

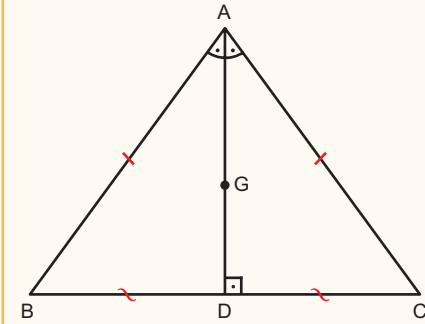
F, Ağırlık merkezi

$$x = \frac{6}{2} = 3$$

AĞIRLIK MERKEZİ VE AÇIORTAY

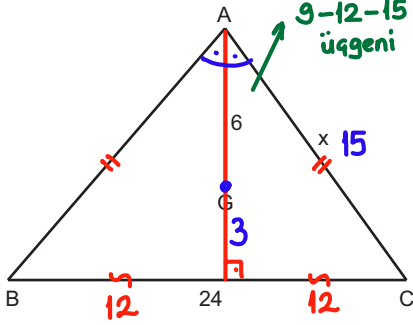


G; ABC üçgeninin ağırlık merkezi, [AD] açıortaydır.



Bu durumda
 $|AB| = |AC|$,
 $|BD| = |DC|$ ve
 $m(\widehat{ADB}) = 90^\circ$ olur.

1.



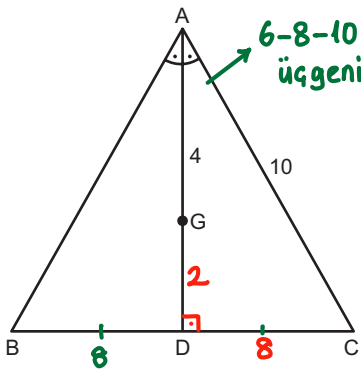
BAC ikizkenar
 üçgeninin ağırlık
 merkezi G
 $|AB| = |AC|$
 $|AG| = 6$ cm
 $|BC| = 24$ cm

Yukarıdaki verilere göre, $|AC| = x$ kaç cm'dir?

15

$$x = 15$$

2.



ABC üçgeninin
 ağırlık merkezi G
 $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAC})$
 $|AG| = 4$ birim
 $|AC| = 10$ birim

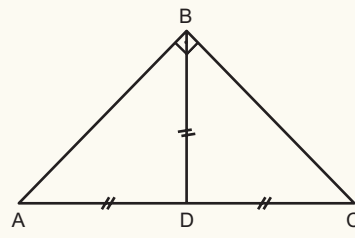
Yukarıdaki verilere göre, $|BC|$ kaç birimdir?

16

$$|BC| = 16$$

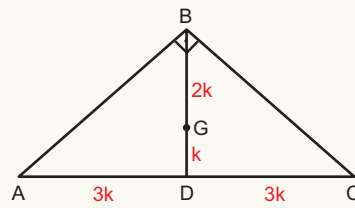
AĞIRLIK MERKEZİ VE MUHTEŞEM ÜÇLÜ İKİLİSİ

•



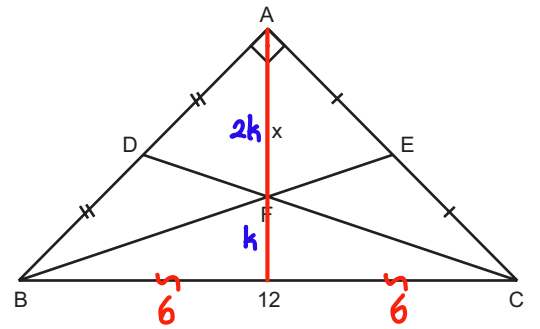
Bir dik üçgende
 hipotenüse ait kenarortay
 uzunluğu, ~~hipotenüs~~
~~uzunluğu~~, hipotenüs
 uzunluğunun yarısına
 eşittir.

•



G; ABC üçgeninin ağırlık
 merkezidir.

1.



BAC dik üçgen,

$$BA \perp AC, BE \cap CD = \{F\}$$

$$|AD| = |DB|, |AE| = |EC|, |BC| = 12$$

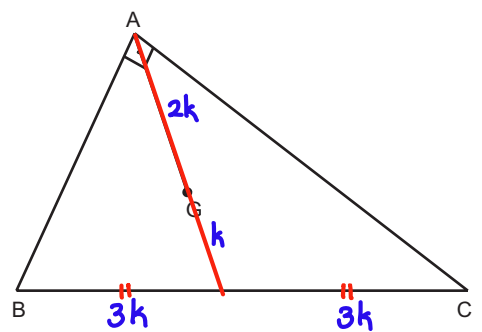
Yukarıdaki verilere göre, $|AF| = x$ kaç cm'dir?

4

$$3k = 6 \Rightarrow k = 2$$

$$x = 2k = 4$$

2.



BAC bir dik üçgen,

G; ABC üçgeninin ağırlık merkezi

$$BA \perp AC, |BC| = 21 \text{ birimdir.}$$

Buna göre, $|AG|$ kaç birimdir?

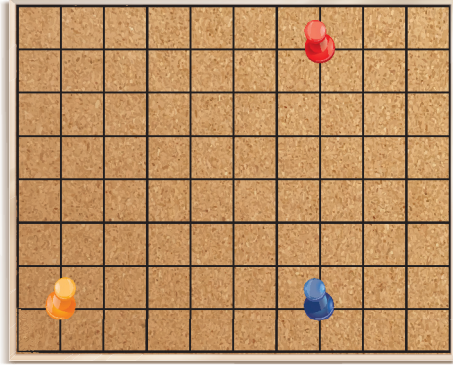
7

$$6k = 21 \Rightarrow 2k = 7$$

$$|AG| = 7$$

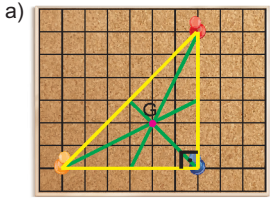
YENİ NESİL SORU

1. Aşağıda birim karelerden oluşan mantar panonun birer köşesine kırmızı, mavi ve sarı raptiyeler şekildeki gibi saplanmıştır.

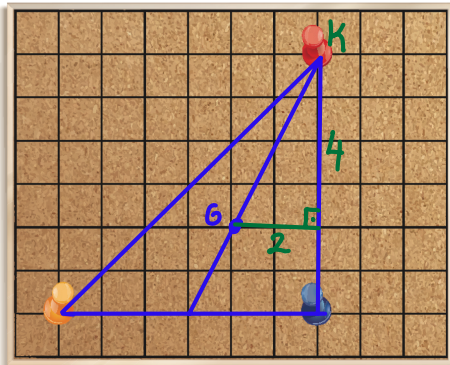
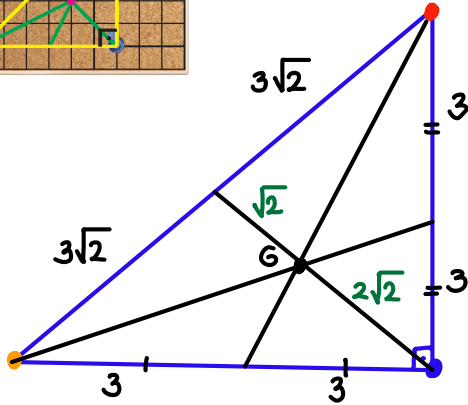


Buna göre, raptiyelerin oluşturacağı üçgensel bölgenin;

- a) Ağırlık merkezini bulunuz.
b) Ağırlık merkezinin kırmızı raptiyeye uzaklığını bulunuz.

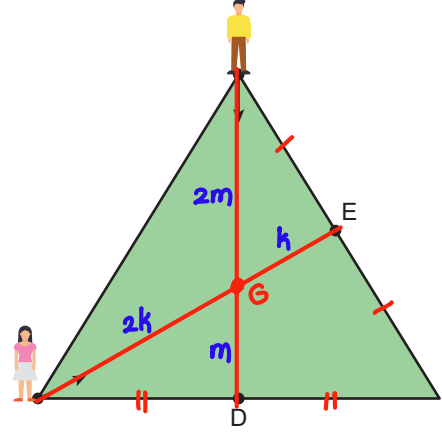


b) $2\sqrt{5}$



$$|GK| = 2\sqrt{5}$$

2. Aşağıda üçgen şeklindeki bir bahçenin üstten görüntüsü verilmiştir. E ve D noktaları bulundukları kenarların orta noktalarıdır.



Can ve Elif adındaki iki arkadaş, bahçenin farklı köşelerinden sırasıyla D ve E noktalarına sabit hızlarla yürüyeceklerdir.

Aynı anda yürümeye başlayan Can ve Elif 12 dakika sonra bir noktada karşılaşmışlardır.

Buna göre, Can ve Elif beklemeden yürümeye devam ettiklerine göre kaç dakika sonra hedeflerine varırlar?

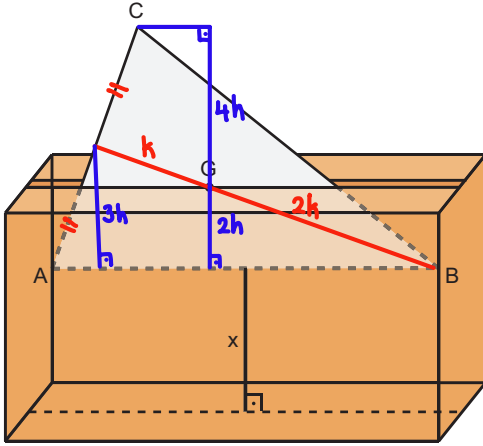
6

Can : $2m$ yi 12 dk. da alıyor ise
 m yi 6 dk. da alır.

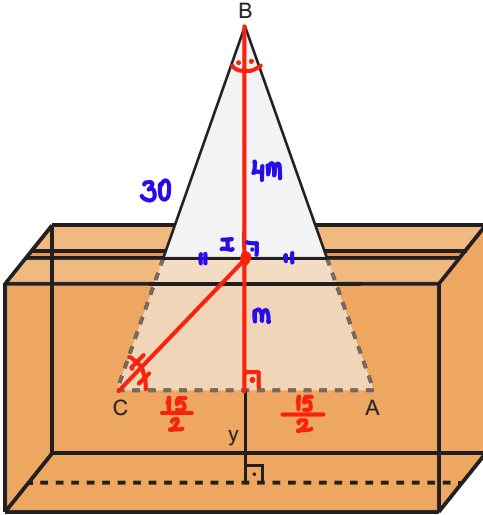
Elif : $2k$ yi 12 dk. da alıyor ise
 k yi 6 dk. da alır.

6 dk sonra hedeflerine ulaşırlar.

Etkinlik



Şekil 1



Şekil 2

$|AB| = |BC| = 30$ birim ve $|AC| = 15$ birim olan ikizkenar üçgen biçimindeki karton levha önce AB kenarı kutunun tabanına paralel olacak biçimde Şekil 1'deki gibi yerleştiriliyor. Daha sonra çıkarılıp AC kenarı kutunun tabanına paralel olacak biçimde Şekil 2'deki gibi yerleştiriliyor.

Üçgenin ağırlık merkezi G noktası Şekil 1'de ve içteğet çemberinin merkezi I noktası Şekil 2'de kutunun yüzeyinde kalmıştır. Kutunun tabanına dikey konumda yerleştirilen bu üçgenin tabanlarının kutunun tabanına olan uzaklıkları farkı $x - y = 5$ cm'dir.

Buna göre, her iki konumda üçgen levhanın kutu dışında kalan B ve C köşelerinin kutu yüzeyine uzaklıkları farkı kaç cm'dir?

70

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{6h \cdot 30}{2} = \frac{5m \cdot 15}{2}$$

$$12h = 5m$$

$$h = 5t$$

$$m = 12t$$

$$x + 2h = y + m \Rightarrow x - y = m - 2h = 5$$

$$12t - 10t = 5$$

$$2t = 5$$

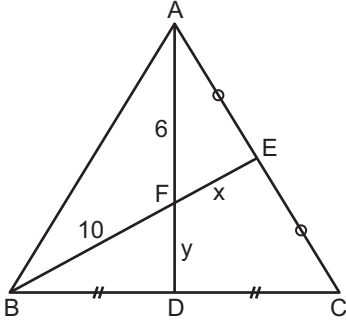
$$t = \frac{5}{2}$$

$$h = \frac{25}{2} \quad m = 30$$

$$4m - 4h = 120 - 50 = 70$$

Performans Değerlendirme

1.



ABC bir üçgen

$$AD \cap BE = \{F\}$$

$$|AE| = |EC|$$

$$|BD| = |DC|$$

$$|AF| = 6 \text{ cm}$$

$$|BF| = 10 \text{ cm}$$

$$|FE| = x$$

$$|FD| = y$$

Yukarıdaki verilere göre, $x + y$ toplamı kaç cm'dir?

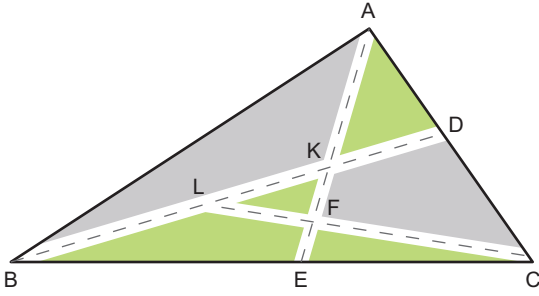
- A) 6 B) 8 C) 14 D) 17 E) 18

F, Ağırlık merkezi

$$y = 3 \quad x = 5$$

$$x + y = 5 + 3 = 8$$

2. Aşağıdaki çizimde bir şehir krokisinde birbirini kesen doğrusal yollar görülmektedir. Kroki üzerinde bulunan bazı yolların uzunluğu birim cinsinden verilmiştir.



ABC bir üçgen

$$|BL| = |LK| = |KD|, |AD| = |DC|, |AE| = 27 \text{ birim}$$

Yukarıdaki verilere göre, $|KF|$ kaç birimdir?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 9

K, ABC'nin
F, BKC'nin
ağırlık merkezidir.

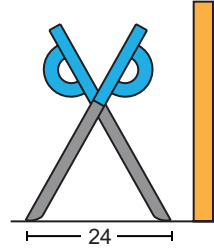
$$9h = 27$$

$$h = 3$$

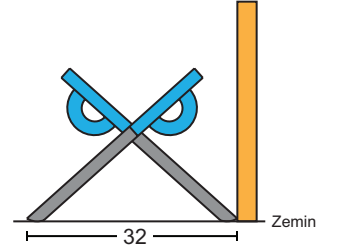
$$|KF| = 6$$

3.

Özdeş iki parçanın birbirine monte edilmesiyle oluşan bir makas, Şekil 1'de gösterildiği gibi ayaklarının uç noktaları arasındaki uzaklık 24 birim olacak şekilde açılmaktadır. Bu durumda, makas ile zemin arasında oluşan üçgensel bölgenin ağırlık merkezinin zemine olan uzaklığı $\frac{16}{3}$ birim olmaktadır.



Şekil 1

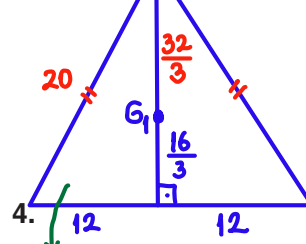


Şekil 2

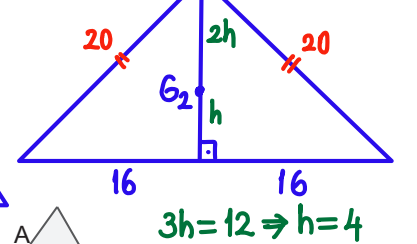
Buna göre, bu makas Şekil 2'de gösterildiği gibi ayaklarının uç noktaları arasındaki uzaklık 32 birim olacak şekilde açıldığında, oluşan üçgensel bölgenin ağırlık merkezinin zemine uzaklığı kaç birim olur?

D

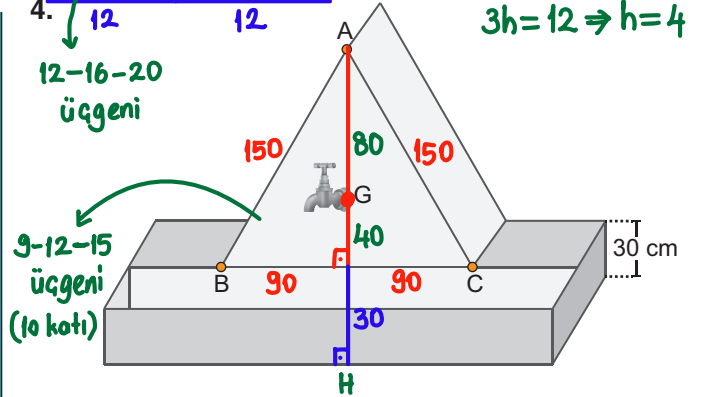
- A) 5 B) $\frac{14}{3}$ C) $\frac{13}{3}$ D) 4 E) $\frac{10}{3}$



12-16-20
üçgeni



$$3h = 12 \Rightarrow h = 4$$



Şekilde verilen çeşmenin musluğu, üçgen yüzeyin ağırlık merkezine monte edilmiştir.

$$|AB| = |AC| = 150 \text{ cm}, |BC| = 180 \text{ cm}$$

Çeşme tabanının yerden yüksekliği 30 cm olduğuna göre, musluğun monte edildiği noktanın zemine uzaklığı kaç cm'dir?

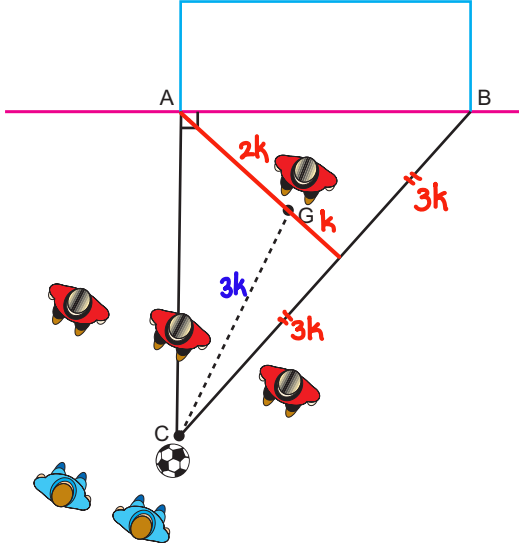
D

- A) 48 B) 54 C) 65 D) 70 E) 78

$$|GH| = 40 + 30 = 70$$

Performans Değerlendirme

5. Aşağıda bir futbol maçında bir kaleye yapılacak olan serbest vuruş anı gösterilmiştir. Kaleci CBA dik üçgeninin ağırlık merkezi olan G noktasında durmuştur. C noktasındaki topa vurulduğunda top yerde doğrusal olarak hareket etmiş ve B noktasında kale direğine çarpmıştır. Hakem atışın tekrarını istediğinde ise top yine yerde doğrusal olarak hareket etmiş G noktasındaki kaleciye çarpıp A noktasında kale direğine çarpmıştır.



İki atışta topun C'den kale direğine çarptığı ana kadar aldığı yolların oranı sırasıyla $\frac{6}{5}$ 'tir.

Buna göre, $\frac{|CG|}{|AG|}$ oranı kaçtır?

- C) A) 1 B) 1,25 ☒ C) 1,5 D) 1,8 E) 2

$$\frac{|CG|}{|AG|} = \frac{3k}{2k} = 1,5$$

6.



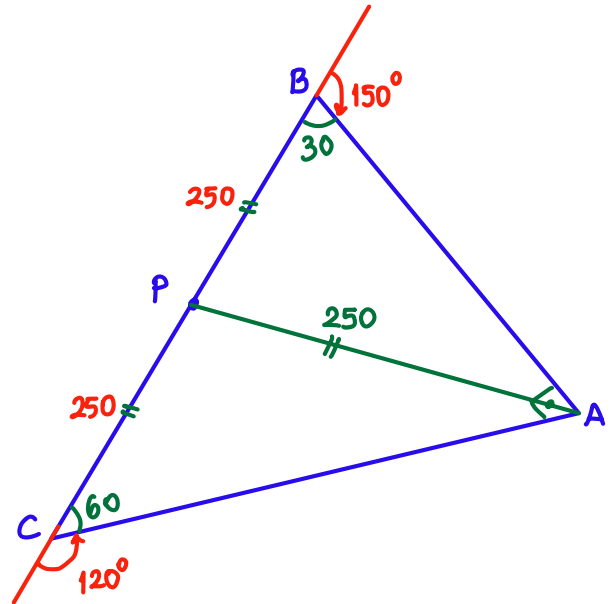
Kartal, Şahin ve Doğan isimli üç drone bir gösteri yapacaklardır.

P noktasında bulunan Kartal ve Şahin isimli iki drone A noktasında bulunan Doğan isimli drone'nun yanına uçmak için aynı doğrultuda ve farklı yönlerde 250'şer metre uçarak sırasıyla B ve C noktalarına gelmişlerdir.

B noktasındaki Kartal saat yönünde 150° ve C noktasındaki Şahin saat yönünün tersi yönünde 120° döndükten sonra doğrultularını değiştirmeden uçmuş ve A noktasında bulunan Doğan isimli drone'nun yanına ulaşmışlardır.

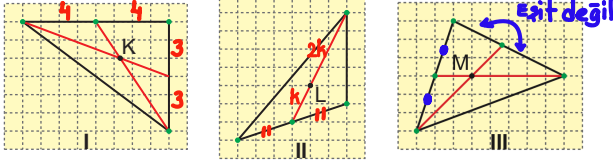
Buna göre, A noktasının P noktasına olan uzaklığı kaç metredir?

- D) A) 500 B) 400 C) 300 ☒ D) 250 E) 125



Performans Değerlendirme

7. Üç öğrenci birim kareli kağıtlara aşağıdaki üçgenleri çizmişlerdir.



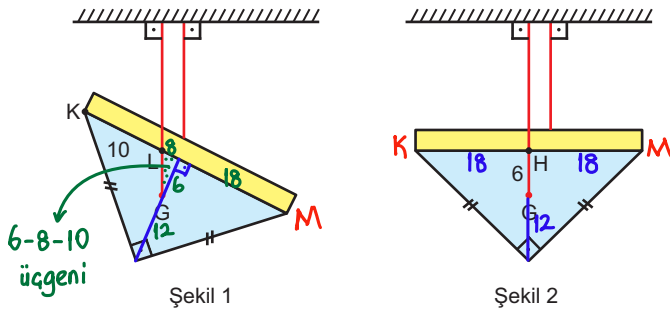
K, Ağırlık Merkezi L, Ağırlık Merkezi

Buna göre, hangi öğrencilerin çizdiği üçgenlerin içerisinde bulukları K, L ve M noktaları o üçgenlerin ağırlık merkezidir?

- A) Yalnız Ata ☒ B) Ata ve Betül
C) Yalnız Cenk ☐ D) Cenk ve Betül
E) Ata, Betül ve Cenk

K ve L ağırlık merkezi
M ağırlık merkezi değildir.

8. Mavi renkli yüzeyi ikizkenar dik üçgen olan dik prizma şeklinde bir avize bir odanın tavanına, tavana dik olan kırmızı renkli doğrusal kablo ile Şekil 1'deki gibi asılıdır. Kablo avizenin mavi renkli yüzeyinin G ile gösterilen ağırlık merkezinden ve KM ayrıtı üzerindeki L noktasından geçmektedir.



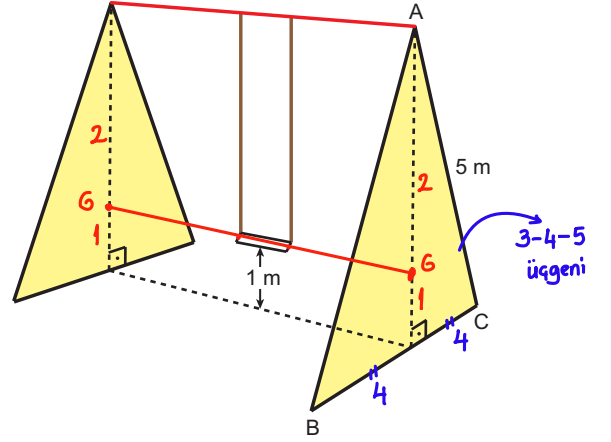
Avize, sarı renkli yüzeyin tavana paralel olduğu Şekil 2'deki hâle geldiğinde, kablo avizenin mavi renkli yüzeyinin ağırlık merkezinden ve KM ayrıtı üzerindeki H noktasından geçmiştir.

Şekillerde bazı kenarların uzunluğu birim türünden verildiğine göre, Şekil 1'de $|GL|$ uzunluğu kaç birimdir?

- E A) $\sqrt{37}$ B) $2\sqrt{10}$ C) $6\sqrt{2}$ D) $6\sqrt{3}$ ☒ E) 10

$$|GL|=10$$

9. Aşağıdaki görsel bir parkta bulunan iki eş ikizkenar üçgen şeklindeki bir platform ve bir salıncaktan oluşmuştur.



Durgun haldeki salıncığın oturmağının yerden yüksekliği 1 metre olup üçgenlerin ağırlık merkezlerinin yerden yüksekliği ile aynıdır.

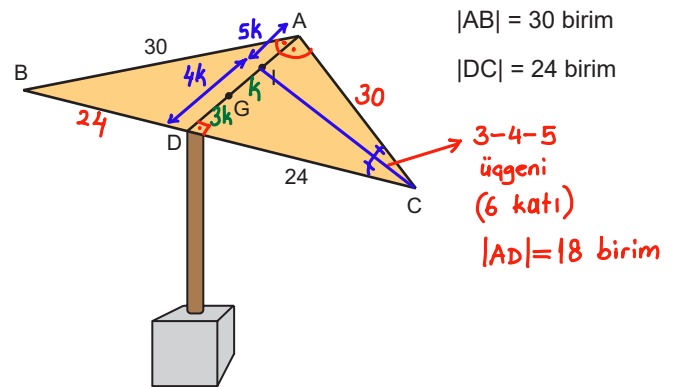
$$|AC| = 5 \text{ metre}$$

olduğuna göre, $|BC|$ kaç metredir?

- A) 9 B) $\frac{17}{2}$ ☒ C) 8 D) $\frac{15}{2}$ E) 7

$$|BC|=8$$

10. Aşağıda üst yüzü üçgen olan bir plaj şemsiyesi görseli verilmiştir.



ABC üçgeninde G, kenarortayların I, iç açıortayların kesim noktasıdır.

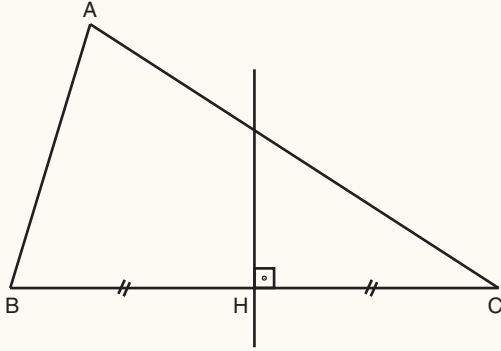
Buna göre, $|IG|$ kaç birimdir?

- D A) $\frac{7}{2}$ B) 3 C) $\frac{5}{2}$ ☒ D) 2 E) $\frac{3}{2}$

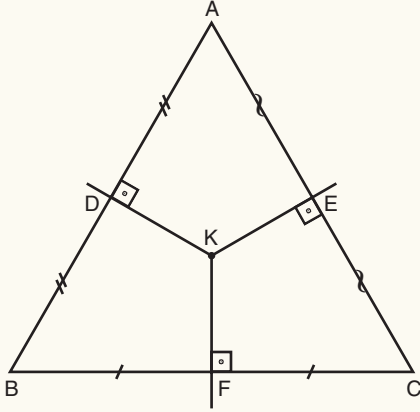
$$9k=18 \Rightarrow k=2$$

$$|IG|=k=2$$

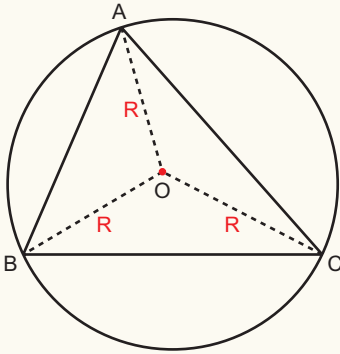
BİR ÜÇGENİN KENARORTA DİKMELERİ



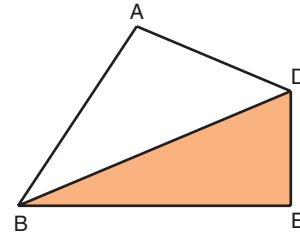
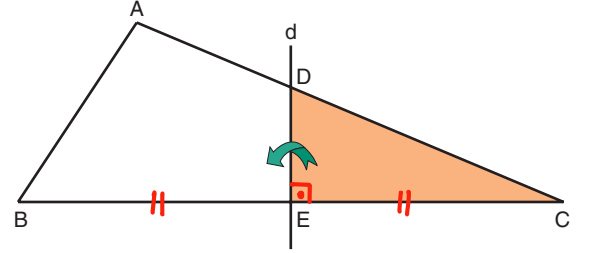
Üçgenin herhangi bir kenarının orta noktasından geçen ve bu kenara dik olan doğru veya doğru parçasına **kenar orta dikme** denir.



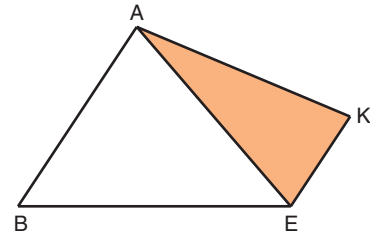
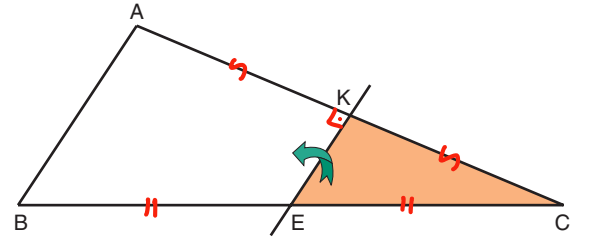
Üçgende kenar orta dikmeler bir noktada kesişir. Bu noktaya **üçgenin çevrel çemberinin merkezi** denir.



1. Şekilde ABC üçgeninde boyalı EDC üçgeni, [ED] boyunca katlandığında C ve B noktaları çakışmaktadır.



Oluşan şekil tekrar açılıp boyalı EKC üçgeni [EK] boyunca katlandığında C ve A noktaları çakışmaktadır.

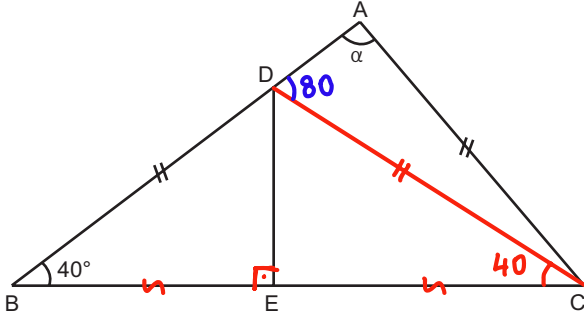


Buna göre, ABC üçgeninde E noktası için yorum yapınız.

E noktası ABC üçgeninde kenar orta dikmelerin kesim noktasıdır.

BİR ÜÇGENİN KENARORTA DİKMELERİ

1.



ABC üçgen, [BC] kenarının kenar orta dikmesi [DE]

$$|BD| = |DC|$$

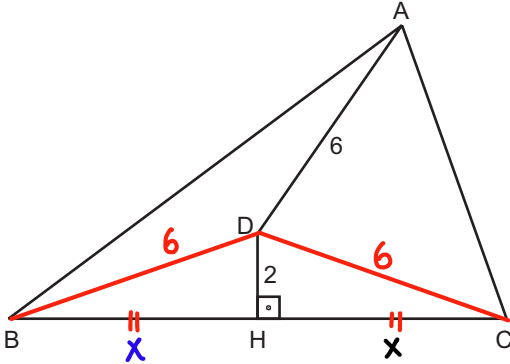
$$m(\widehat{ABC}) = 40^\circ, m(\widehat{BAC}) = \alpha$$

Yukarıdaki verilere göre, α kaç derecedir?

80

$$\alpha = 80$$

2.



ABC üçgeninde kenar orta dikmelerin kesim noktası D

$$|AD| = 6 \text{ cm}, |DH| = 2 \text{ cm}$$

Yukarıdaki verilere göre, $|BC|$ kaç cm'dir?

8 $\sqrt{2}$

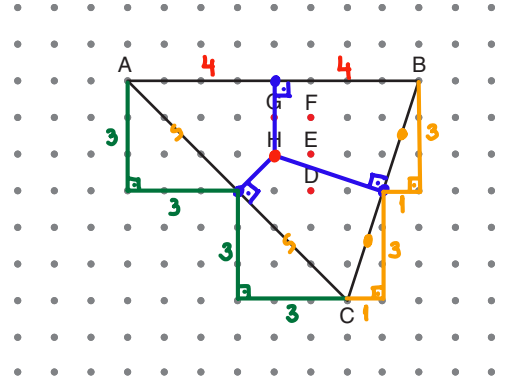
$$x^2 + 2^2 = 6^2$$

$$x^2 + 4 = 36 \Rightarrow x^2 = 32$$

$$x = 4\sqrt{2}$$

$$|BC| = 2x = 8\sqrt{2}$$

3.

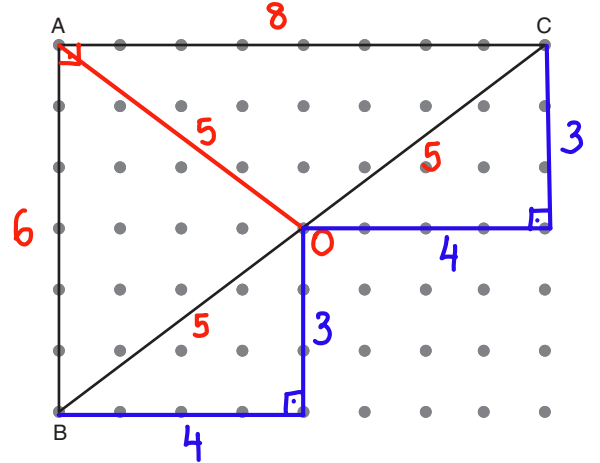


Yukarıdaki birim kareli zeminde ABC üçgeninin kenarorta dikmelerinin kesim noktası hangi noktadır?

H

H noktasıdır.

4.



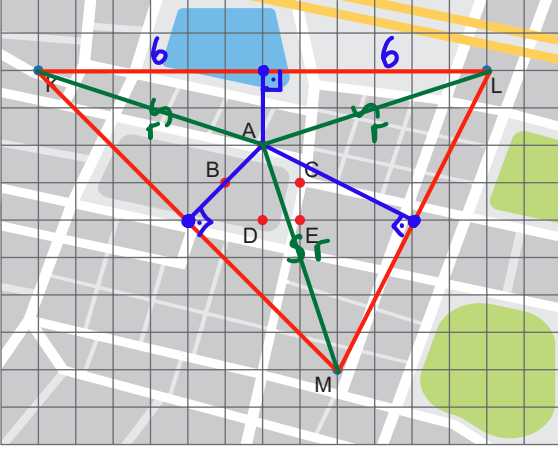
Yukarıda birim karelere ayrılmış zeminde ABC üçgeninin çevrel çemberinin yarıçapı kaç birimdir?

5

$$r = 5$$

Etkinlik 1

Birim karelerden oluşan bir harita üzerinde K, L, M okullarının konumları gösterilmiştir.



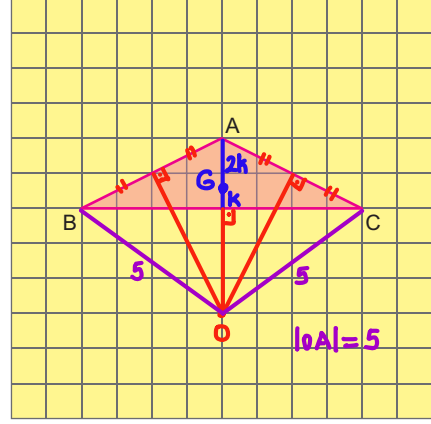
Her okula eşit mesafede yapılacak olan durağın konumu için hangi nokta seçilmelidir?

A

Çevrel çemberin merkezi A noktasıdır.

Etkinlik 2

Birim karelerden oluşan şekilde ABC ikizkenar üçgeni verilmiştir.



Buna göre, bu üçgenin çevrel çemberinin merkezi ile ağırlık arasındaki uzaklık kaç birimdir?

$$3k = 2 \Rightarrow k = \frac{2}{3}$$

$$|OG| = k + 3 = \frac{2}{3} + 3 = \frac{11}{3}$$

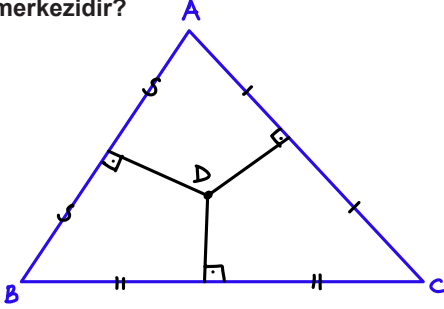
Bir Üçgenin Kenarorta Dikmeleri

Test

Performans Değerlendirme

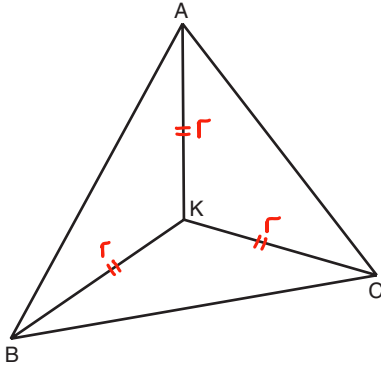
1. Çeşitkenar üçgen şeklindeki bir kağıdın köşeleri ikişer ikişer çıkışacak şekilde katlanıp açılması ile oluşan kat izlerinin kesim noktası bu üçgenin hangi merkezidir?

E



D. Çevrel çemberin merkezi

2. K noktası ABC üçgeninin kenar orta dikmelerinin kesim noktasıdır.



$$|BK| + |KC| + |AK| = 18 \text{ cm dir.}$$

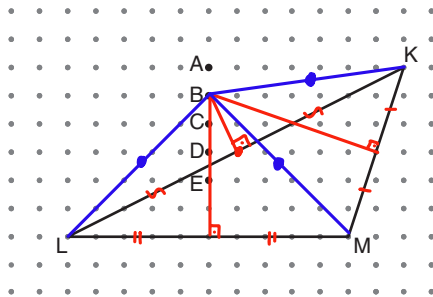
B Buna göre, $|KC|$ kaç cm'dir?

- A) 5 B) 6 C) 8 D) 9 E) 12

$$3r = 18 \Rightarrow r = 6$$

$$|KC| = r = 6$$

3.

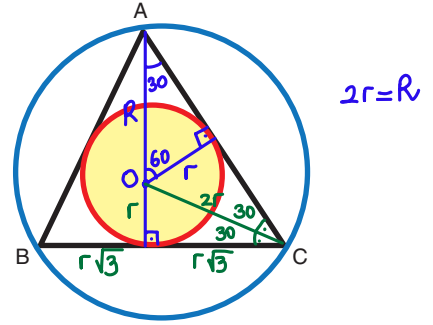


Yukarıda birim karelere ayrılmış zeminde KLM üçgeninin çevrel çemberinin merkezi hangi noktadır?

B

- A) A B) B C) C D) D E) E

4.



Yukarıdaki şekilde ABC eşkenar üçgeninin r yarıçaplı iç teğet çemberi ve R yarıçaplı çevrel çemberi çizilmiştir.

Buna göre,

$$\checkmark R = 2r$$

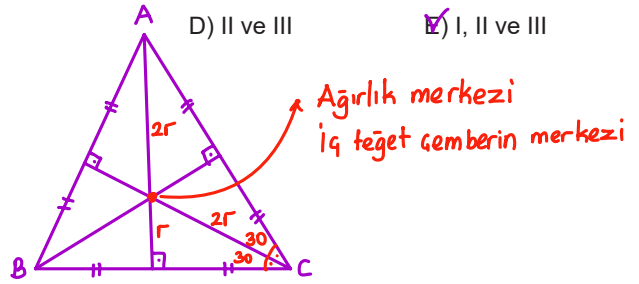
$$\checkmark \angle(\widehat{ABC}) = 6r\sqrt{3} \quad \angle(\widehat{ABC}) = 3 \cdot (2r\sqrt{3}) = 6r\sqrt{3}$$

$\checkmark$ $\widehat{ABC}$ nin iç teğet çemberinin merkezi ile ağırlık merkezinin yeri aynıdır.

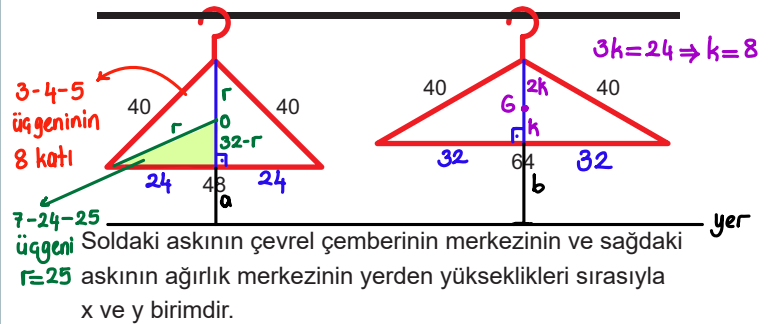
E ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız II

- D) II ve III E) I, II ve III



5. Zemine paralel olan gergin bir tele asılı olan ikizkenar üçgen şeklinde iki askı aşağıda gösterilmiştir. Her iki askının da ikiz kenarları 40 birim, soldaki askının tabanı 48, sağdaki askının tabanı ise 64 birimdir.



Soldaki askının çevrel çemberinin merkezinin ve sağdaki askının ağırlık merkezinin yerden yükseklikleri sırasıyla x ve y birimdir.

Buna göre, $y - x$ farkı kaçtır?

A

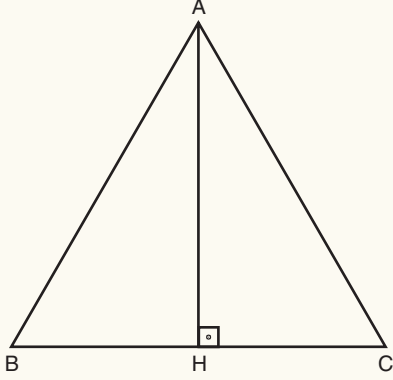
- $\checkmark$ 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

$$a + 32 = b + 24 \Rightarrow b - a = 8$$

$$\begin{aligned} x &= a + 7 \\ y &= b + 6 \end{aligned} \quad y - x = 1 + \frac{b - a}{8} = 9$$

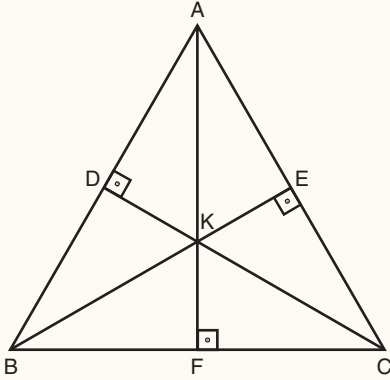
BİR ÜÇGENİN DİKLİK MERKEZİ

Bir üçgende herhangi bir köşeden karşı kenara veya karşı kenarın uzantısına dik olarak çizilen doğru parçasına o kenara ait **yükseklik** denir.



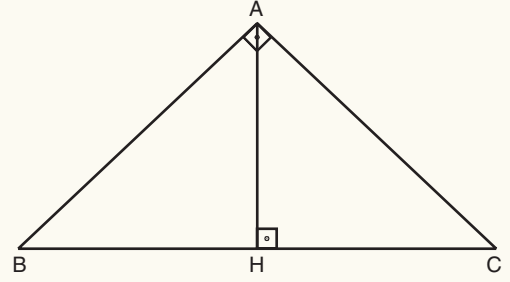
- $[AH]$, $[BC]$ nin yüksekliğidir.
 $|AH| = h_a$ ile gösterilir.
H noktası, dikme ayağıdır.
- Üçgende yükseklikler bir noktada kesişir.
Bu noktaya **diklik merkezi** denir.

- **Dar Açılı Üçgenlerde Diklik Merkezi**



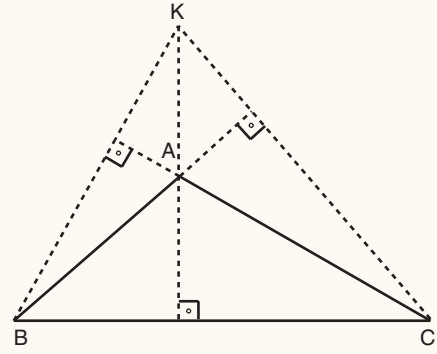
K noktası ABC üçgeninin diklik merkezidir.
Dar açılı üçgenlerde diklik merkezi üçgenin içinde kalır.

- **Dik Üçgenlerde Diklik Merkezi**



A noktası ABC üçgeninin merkezidir. Dik üçgenlerde diklik merkezi dik açının olduğu köşedir.

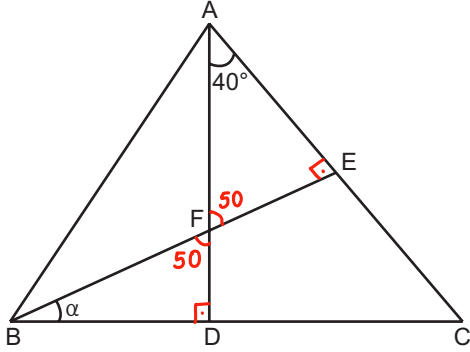
- **Geniş Açılı Üçgenlerde Diklik Merkezi**



$m(\widehat{BAC}) > 90^\circ$ olmak üzere, K noktası ABC üçgeninin diklik merkezidir. Geniş açılı üçgenlerde diklik merkezi üçgenin dışında ve geniş açının olduğu köşeye daha yakındır.

BİR ÜÇGENİN DİKLİK MERKEZİ

1.



ABC üçgeninin diklik merkezi F

$$m(\widehat{DAC}) = 40^\circ$$

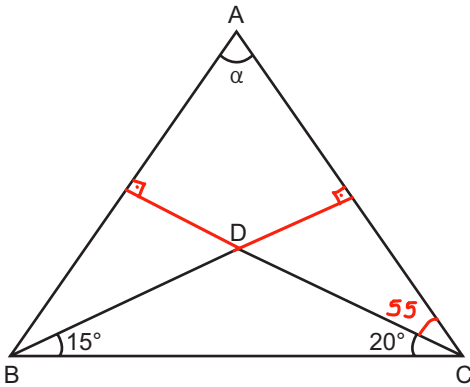
$$m(\widehat{EBC}) = \alpha$$

Yukarıdaki verilere göre, α kaç derecedir?

40

$$\alpha = 40$$

2.



ABC üçgeninin diklik merkezi D

$$m(\widehat{DBC}) = 15^\circ$$

$$m(\widehat{BCD}) = 20^\circ$$

$$m(\widehat{BAC}) = \alpha$$

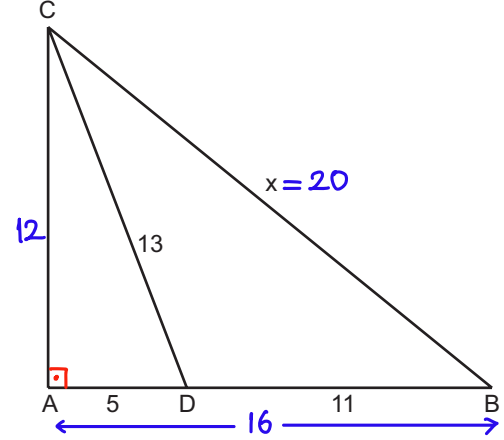
Yukarıdaki verilere göre, α kaç derecedir?

35

$$\alpha + 55 = 90$$

$$\alpha = 35$$

3.



ABC üçgeninin diklik merkezi A

$$|CD| = 13 \text{ cm}, |AD| = 5 \text{ cm}, |DB| = 11 \text{ cm}$$

Yukarıdaki verilere göre, $|CB|$ kaç cm'dir?

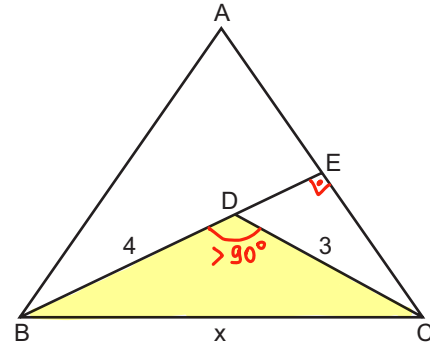
20

$$ADC \rightarrow 5-12-13 \text{ üçgeni}$$

$$ABC \rightarrow 12-16-20 \text{ üçgeni}$$

$$x = 20$$

4.



ABC üçgeninin
diklik merkezi D

$$|BD| = 4 \text{ birim}$$

$$|DC| = 3 \text{ birim}$$

$$|BC| = x$$

B, D, E doğrusal

Yukarıdaki verilere göre, x'in alabileceği tam sayı
değeri kaç birimdir?

6

$$\sqrt{3^2+4^2} < x < 4+3$$

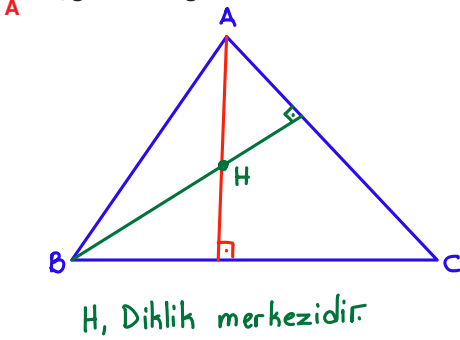
$$5 < x < 7$$

$$x = 6 \text{ olur.}$$

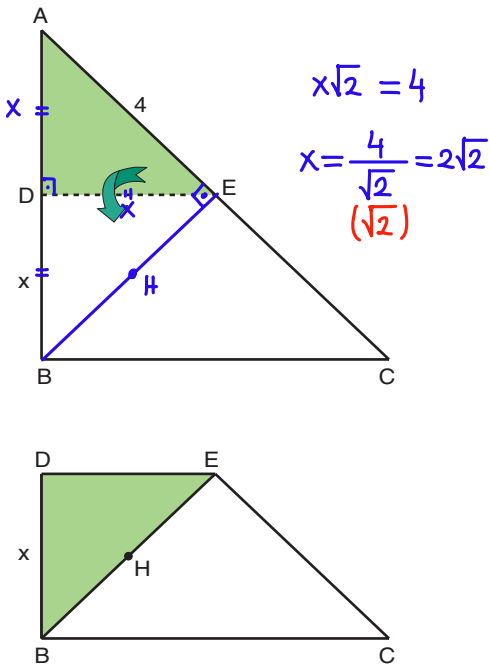
Performans Değerlendirme

1. ABC çeşitkenar üçgeni şeklindeki bir kağıdın B köşesi BC kenarı üzerine gelecek şekilde A köşesinden katlanıp açılıyor ve A köşesi de AC kenarı üzerine gelecek şekilde B köşesinden katlanıp açılıyor.

Buna göre, oluşan kat izlerinin kesim noktası bu üçgenin hangi noktasıdır?



2.



ABC üçgeninde boyalı ADE üçgensel bölgesi [DE] boyunca katlandığında A noktası B noktasıyla çakışmaktadır.

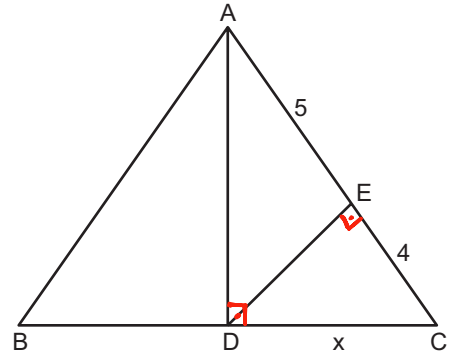
$$|AE| = 4 \text{ birim}, |DB| = x$$

H $\in$ [BE] olmak üzere, H noktası ilk şekilde verilen ABC üçgeninin diklik merkezidir.

Buna göre, x kaç birimdir?

- D
- A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ ☒ D) $2\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{3}$

3.



D noktası ADB üçgeninin, E noktası AED üçgeninin diklik merkezidir.

$$|AE| = 5 \text{ cm}, |EC| = 4 \text{ cm}, |DC| = x \text{ tir.}$$

Buna göre, x kaç cm'dir?

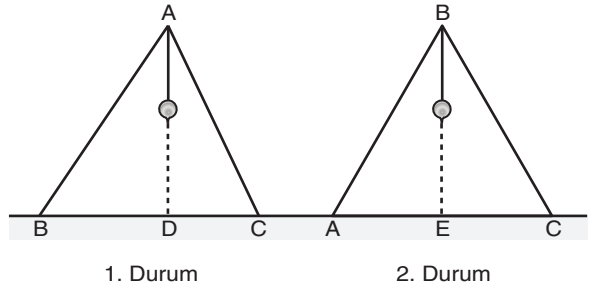
- D
- A) 3 B) 4 C) 5 ☒ D) 6 E) 8

Öklid Teoremi

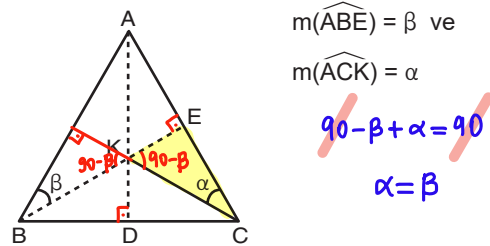
$$x^2 = 4 \cdot (4 + 5) \Rightarrow x^2 = 36 \text{ ise } x = 6$$

4. Pandül (Sarkaç): Hangi noktadan tutulursa tutulsun zemine dik bir konumda kalan araçtır.

Şekilde demir çubuklarla oluşturulan üçgenin A ve B köşelerinden aşağıdaki gibi pandül tutuluyor.



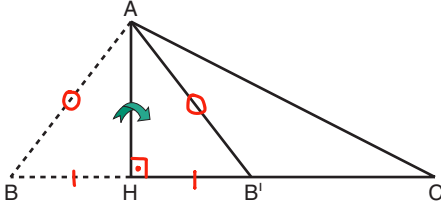
1. ve 2. Durumda pandüllerin doğrusal uzantıları alınmış ve ABC üçgeninde işaretlenmiştir.



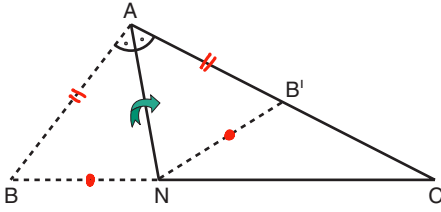
olduğuna göre, α açısının β açısı türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- D
- A) $\alpha = 2\beta$ B) $\alpha = 90^\circ - \beta$ C) $\alpha = 45^\circ - \beta$
☒ D) $\alpha = \beta$ E) $\alpha = 4\beta$

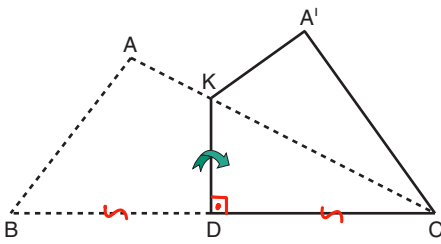
Etkinlik



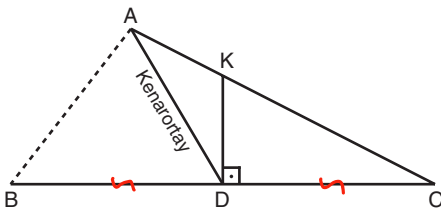
ABC üçgeninde $H \in [BC]$ olmak üzere, ABH üçgeni [AH] boyunca katlandığında B noktasının yeni yeri $B' \in [BC]$ olsun. Bu durumda [AH], ABC üçgeninde [BC] kenarına ait yükseklik olur.



ABC üçgeninde [AB] kenarı [AC] kenarı ile çakışacak şekilde katlandığında oluşan katlama çizgisi ([AN]), ABC üçgeninde $\widehat{BAC}$ nın açıortayı olur. (B noktasının yeni yeri B' olur.)

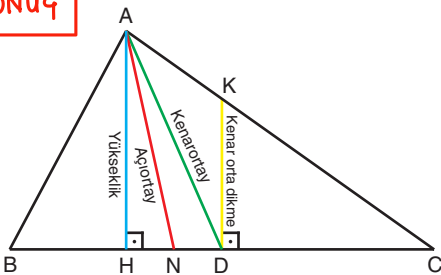


ABC üçgeninde B noktası C noktası ile çakışacak biçimde katlandığında oluşan katlama çizgisi [KD] olsun. Bu durumda [KD], ABC üçgeninde [BC] kenarının kenar orta dikmesi olur. (A noktasının yeni yeri A' olur.)



ABC üçgeninde [BC] kenarına ait kenar orta dikme ayağı olan D noktası A noktası ile birleştirildiğinde oluşan [AD] doğru parçası [BC] kenarına ait kenarortay olur.

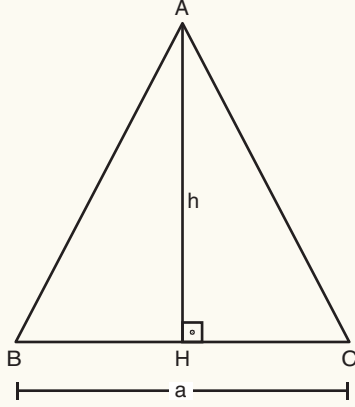
SONUÇ



Yukarıdaki şekilde ABC üçgenine ait yardımcı elemanlar birlikte gösterilmiştir.

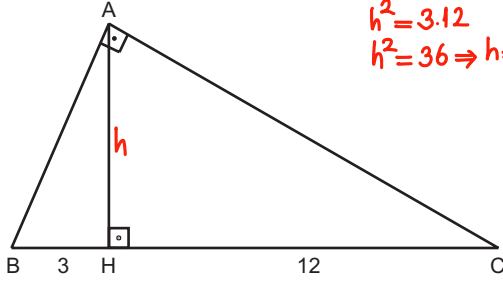
DAR-DİK-GENİŞ AÇILI ÜÇGENLERİN ALANLARI
ÜÇGENDE ALANA GİRİŞ

DAR AÇILI ÜÇGENİN ALANI



$|AH| = h$ birim, $|BC| = a$ birim ise $A(\widehat{ABC}) = \frac{h \cdot a}{2}$ birimkare olur.

1.



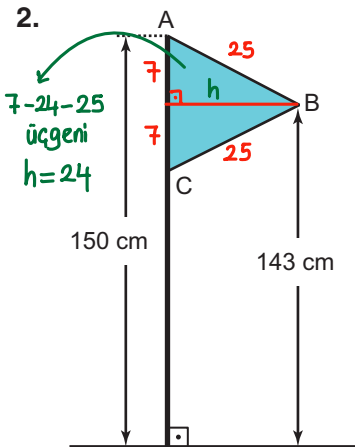
BAC dik üçgen

 $AH \perp BC$, $4 \cdot |BH| = |HC| = 12$ birim
Yukarıdaki verilere göre, $A(\widehat{ABC})$ kaç birimkaredir?

45

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{6 \cdot 15}{2} = 45$$

2.

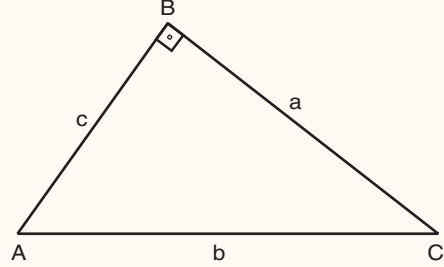


olduğuna göre, bayrağın bir yüzünün alanı kaç cm^2 dir?

168

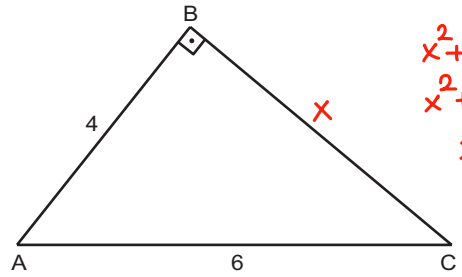
$$A(\widehat{ABC}) = \frac{24 \cdot 14}{2} = 12 \cdot 14 = 168$$

DİK ÜÇGENİN ALANI



$|AB| = c$ birim, $|BC| = a$ birim ise $A(\widehat{ABC}) = \frac{c \cdot a}{2}$ birimkaredir.

1.



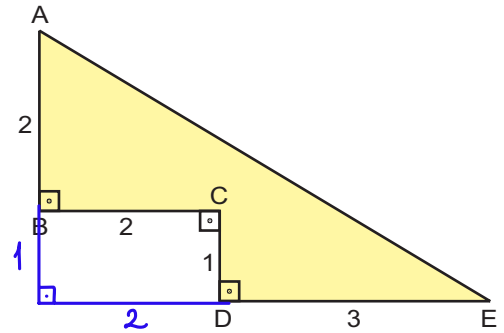
ABC dik üçgen

 $AB \perp BC$, $|AB| = 4$ cm, $|AC| = 6$ cm
Yukarıdaki verilere göre, $A(\widehat{ABC})$ kaç cm^2 dir?

4√5

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{4 \cdot 2\sqrt{5}}{2} = 4\sqrt{5}$$

2.


 $AB \perp BC$, $BC \perp CD$, $CD \perp DE$
 $|AB| = |BC| = 2$ birim

 $|DC| = 1$ birim, $|DE| = 3$ birim

Yukarıdaki verilere göre, boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

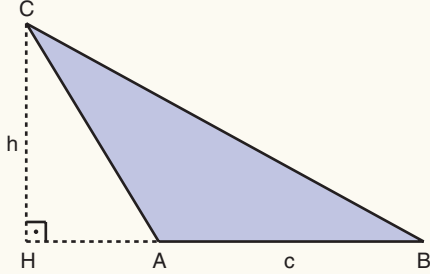
 $\frac{11}{2}$

$$\frac{3 \cdot 5}{2} - 1 \cdot 2 = \frac{15}{2} - 2 = \frac{11}{2}$$

DAR-DİK-GENİŞ AÇILI ÜÇGENLERİN ALANLARI
ÜÇGENDE ALANA GİRİŞ

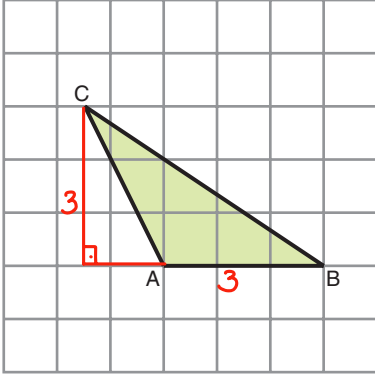
GENİŞ AÇILI ÜÇGENİN ALANI

ABC üçgeninde,



$|AB| = c$ birim, $|HC| = h$ birim ise $A(\widehat{ABC}) = \frac{h \cdot c}{2}$ birimkaredir.

1.



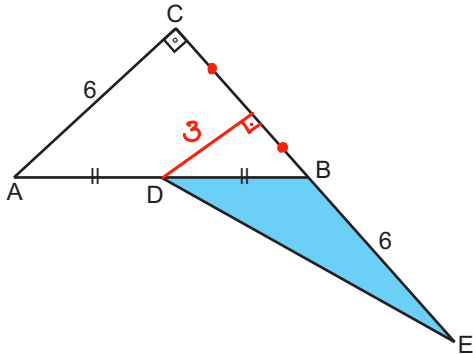
Yukarıda verilen şekil özdeş birim karelerden oluşmuştur.

Buna göre, $A(\widehat{ABC})$ kaç birimkaredir?

$$\frac{9}{2}$$

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{3 \cdot 3}{2} = \frac{9}{2}$$

2.



ACB dik üçgen

$AC \perp CE$, $B \in [CE]$

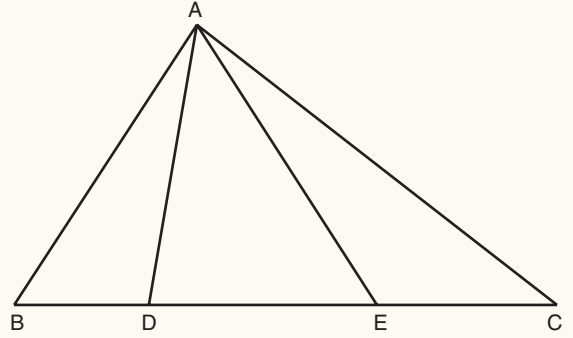
$|AD| = |DB|$, $|AC| = |BE| = 6$ birim

Yukarıdaki verilere göre, $A(\widehat{DBE})$ kaç birimkaredir?

9

$$A(\widehat{DBE}) = \frac{3 \cdot 6}{2} = 9$$

YÜKSEKLİKLERİ EŞİT ÜÇGENLERİN ALANLARI ORANI



Yükseklikleri eşit olan üçgenlerin alanları oranı, yüksekliğin indirildiği taban uzunluklarının oranına eşittir.

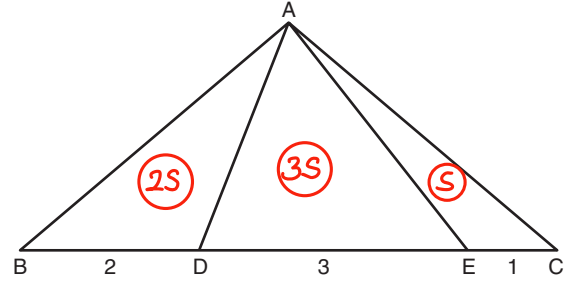
$\widehat{ABD}$, $\widehat{ADE}$, $\widehat{AEC}$, $\widehat{ABE}$, $\widehat{ABC}$ ve $\widehat{ADC}$ üçgenlerinin yükseklikleri birbirine eşittir.

Bu üçgenlerin alanlarının orantılı olduğu doğru parçaları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Alan	$(\widehat{ABD})$	$(\widehat{ADE})$	$(\widehat{AEC})$	$(\widehat{ABE})$	$(\widehat{ABC})$	$(\widehat{ADC})$
Orantılı olduğu doğru parçasının uzunluğu	$ BD $	$ DE $	$ EC $	$ BE $	$ BC $	$ DC $

1. ABC bir üçgendir.

$|BD| = 2$ birim, $|DE| = 3$ birim, $|EC| = 1$ birimdir.



Buna göre,

$$a) \frac{A(\widehat{ABD})}{A(\widehat{AEC})} = \frac{2S}{S} = 2$$

$$b) \frac{A(\widehat{ADC})}{A(\widehat{ABE})} = \frac{4S}{5S} = \frac{4}{5}$$

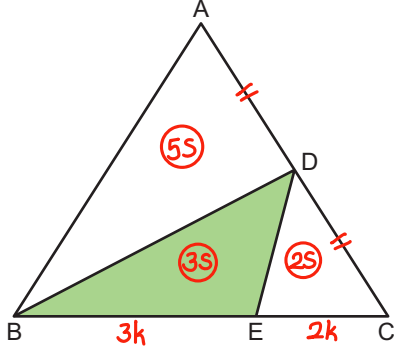
$$c) \frac{A(\widehat{ADE})}{A(\widehat{ABC})} = \frac{3S}{6S} = \frac{1}{2}$$

oranlarını bulunuz.

a) 2 b) $\frac{4}{5}$ c) $\frac{1}{2}$

YÜKSEKLİKLERİ EŞİT ÜÇGENLERİN ALANLARI ORANI

1.



ABC bir üçgen

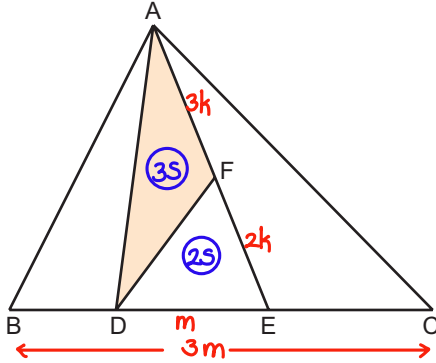
$$|AD| = |DC|, 2 \cdot |BE| = 3 \cdot |EC|$$

Yukarıdaki verilere göre, $\frac{A(\widehat{BED})}{A(\widehat{ABC})}$ oranı kaçtır?

$$\frac{3}{10}$$

$$\frac{A(\widehat{BED})}{A(\widehat{ABC})} = \frac{3S}{10S} = \frac{3}{10}$$

2.



ABC ve ADE birer üçgen

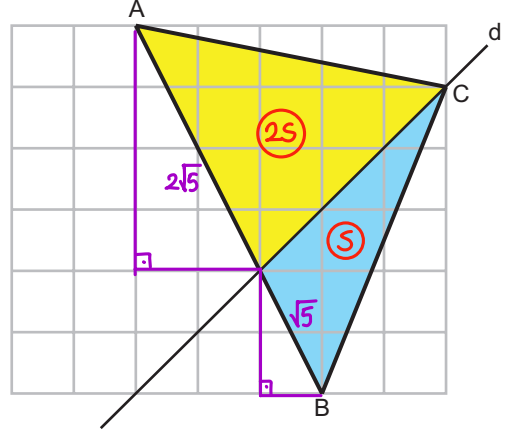
$$F \in [AE], 2 \cdot |AF| = 3 \cdot |FE|, |BC| = 3 \cdot |DE|$$

Yukarıdaki verilere göre, ABC üçgeninin alanı boyalı bölgenin alanının kaç katıdır?

5

$$\frac{15S}{3S} = 5$$

3.



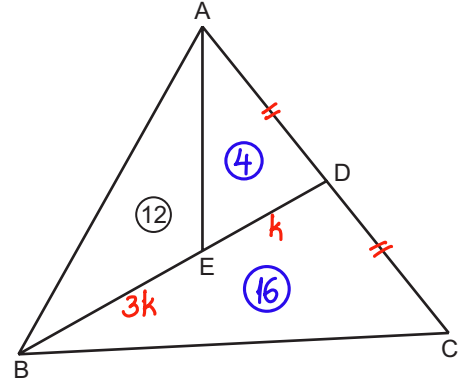
Özdeş birim karelerden oluşan şekilde ABC üçgeni d doğrusuyla iki farklı bölgeye ayrılmıştır.

Buna göre, sarı bölgenin alanı mavi bölgenin alanının kaç katıdır?

2

$$\frac{2S}{S} = 2$$

4.



ABC bir üçgen

$$E \in [BD], |BE| = 3 \cdot |ED|, |AD| = |DC|$$

$$A(\widehat{ABE}) = 12 \text{ birimkare}$$

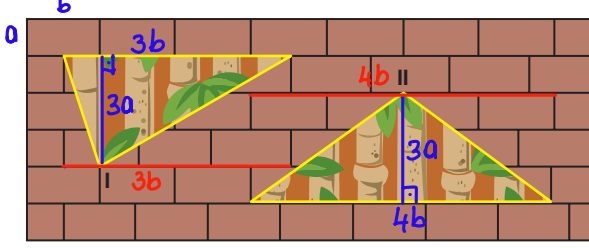
Yukarıdaki verilere göre, $A(\widehat{ABC})$ kaç birimkaredir?

32

$$A(\widehat{ABC}) = 16 + 16 = 32$$

YENİ NESİL SORULAR

1. Aşağıda bir bölümü görünen ve eş tuğlalarla örülen reklam duvarında bir afiş için ödenen tutar, afişin duvarda kapladığı alan ile doğru orantılı olarak hesaplanmaktadır.

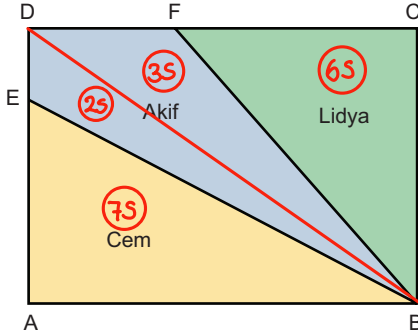


I numaralı afiş için ödenen tutar 225 TL olduğuna göre, II numaralı afiş için ödenen tutar kaç TL'dir?

300

$$\begin{array}{r} 3S \rightarrow 225 \text{ TL} \\ 4S \rightarrow X \\ \hline 3 \cdot X = 4 \cdot 225 \\ X = 4 \cdot 75 \\ X = 300 \text{ TL} \end{array}$$

2. Dikdörtgen şeklindeki bir tarla yaşları sırasıyla 5, 6 ve 7 ile orantılı olan Akif, Lidya ve Cem arasında yaşlarıyla orantılı olarak paylaşılacaktır.



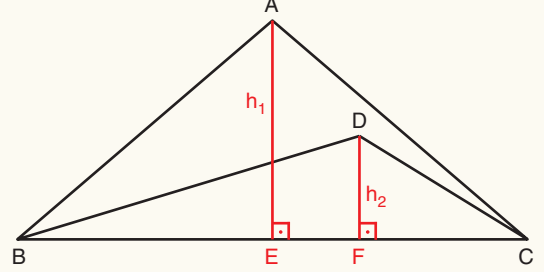
Buna göre, $\frac{|ED|}{|EA|}$ oranı kaçtır?

$\frac{2}{7}$

$$\frac{|ED|}{|EA|} = \frac{25}{75} = \frac{2}{7}$$

TABANLARI EŞİT OLAN ÜÇGENLERİN ORANI

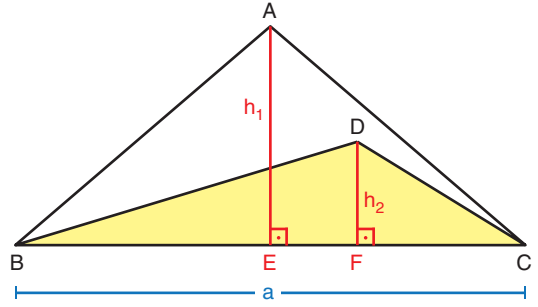
Tabanları ortak olan üçgenlerin alanları oranı, yükseklikleri oranına eşittir.



ABC ve DBC birer üçgendir.

$$\frac{A(\widehat{ABC})}{A(\widehat{DBC})} = \frac{h_1}{h_2} \text{ olur.}$$

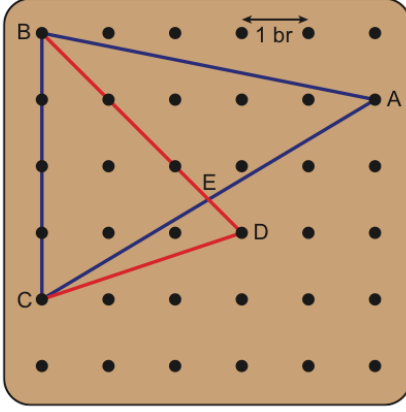
İspat



$$\frac{A(ABC)}{A(DBC)} = \frac{\frac{a \cdot h_1}{2}}{\frac{a \cdot h_2}{2}} = \frac{h_1}{h_2}$$

Etkinlik 1

Aşağıda üzerinde yatay ve dikey doğrultuda eşit aralıklara yerleştirilmiş 36 tane çivi bulunan bir geometri tahtası verilmiştir.



Kırmızı ve mavi lastikler geometri tahtasındaki çivilere gergin bir biçimde takılıp ABC ve DBC üçgenleri elde edilmiştir.

Buna göre, $A(\widehat{ABE}) = A(\widehat{DEC}) + 4$ olduğunu gösteriniz.

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{4 \cdot 5}{2} = 10$$

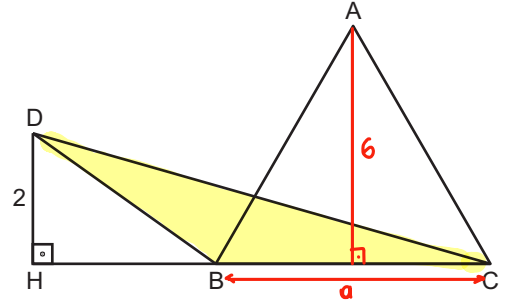
$$A(\widehat{BDC}) = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$$

$$A(\widehat{DEC}) = S \Rightarrow A(\widehat{BCE}) = 6 - S$$

$$A(\widehat{ABE}) = 4 + S \text{ olur.}$$

TABANLARI EŞİT ÜÇGENLERİN ALANLARI ORANI

1.



ABC ve DBC birer üçgen

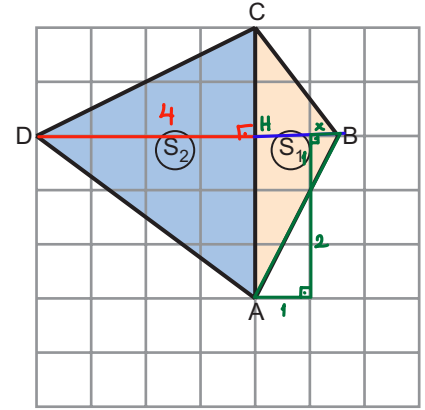
$DH \perp HC$, $|DH| = 2$ birim

A noktasının $[HC]$ doğrusuna uzaklığı 6 birimdir.

3 Buna göre, $\frac{A(\widehat{ABC})}{A(\widehat{DBC})}$ oranı kaçtır?

$$\frac{A(\widehat{ABC})}{A(\widehat{DBC})} = \frac{6}{2} = 3$$

2.



$$\begin{aligned} \frac{x}{1} &= \frac{1}{2} \\ x &= \frac{1}{2} \\ |BH| &= 1 + x \\ &= 1 + \frac{1}{2} \\ &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Özdeş birim karelerden oluşan yukarıdaki şekilde,

$$A(\widehat{ABC}) = S_1 \text{ birimkare}$$

$$A(\widehat{ADC}) = S_2 \text{ birimkaredir.}$$

Buna göre, $\frac{S_1}{S_2}$ oranı kaçtır?

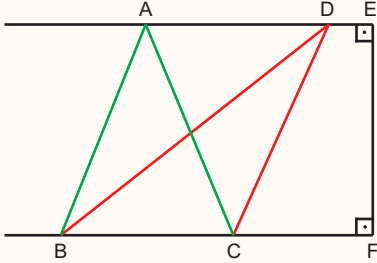
$\frac{3}{8}$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{3}{2}}{4} = \frac{3}{8}$$

**EŞİT ALANLI ÜÇGENLERİ GÖRME
(TABANLARI VE YÜKSEKLİKLERİ EŞİT)**

Birer kenar uzunlukları ile bu kenara ait yükseklik uzunlukları eşit olan üçgenlerin alan değerleri eşittir.

Aşağıda bu durumun özel bir hâli verilmiştir.

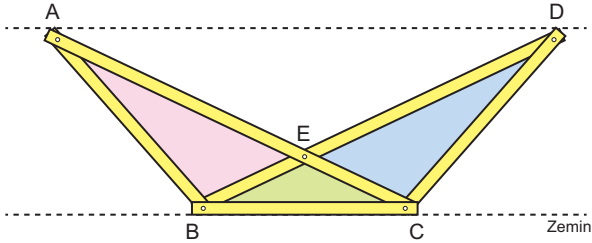


AD//BC olmak üzere

$$\left. \begin{aligned} \text{Alan}(\triangle ABC) &= \frac{|BC| \cdot |EF|}{2} \\ \text{Alan}(\triangle BCD) &= \frac{|BC| \cdot |EF|}{2} \end{aligned} \right\} \text{Alan}(\triangle ABC) = \text{Alan}(\triangle BCD)$$

Örnek

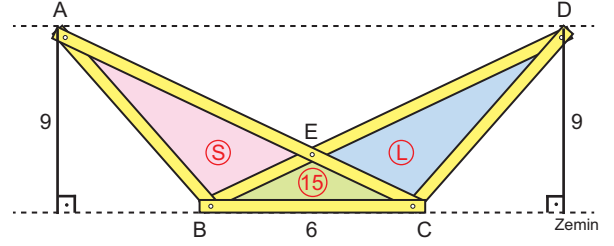
Şekilde uç uca tutturulmuş bağlantı noktalarında hareket edebilen bir cetvel görseli verilmiştir.



A ve D noktalarının zemine olan uzaklığı 9 birimdir.

$|BC| = 6$ birim ve $A(\widehat{BEC}) = 15$ birimkare olduğuna göre, pembe ve mavi bölgelerin alanları toplamının kaç birimkare olduğunu bulunuz.

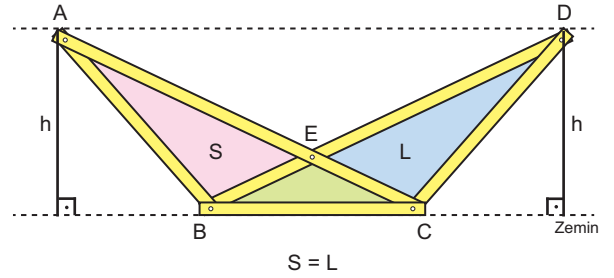
Çözüm



$$\begin{aligned} \bullet A(\widehat{ABC}) &= \frac{6 \cdot 9}{2} = 27 = S + 15 \\ &\Rightarrow S = 12 \end{aligned}$$

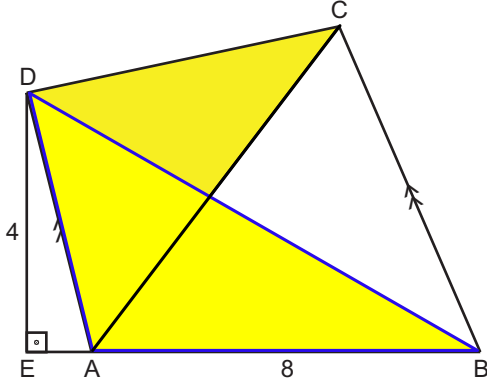
$$\begin{aligned} \bullet A(\widehat{BDC}) &= \frac{6 \cdot 9}{2} = 27 = L + 15 \\ &\Rightarrow L = 12 \end{aligned}$$

Buradan; $S + L = 12 + 12 = 24$ tür.



EŞİT ALANLI ÜÇGENLERİ GÖRME

1.



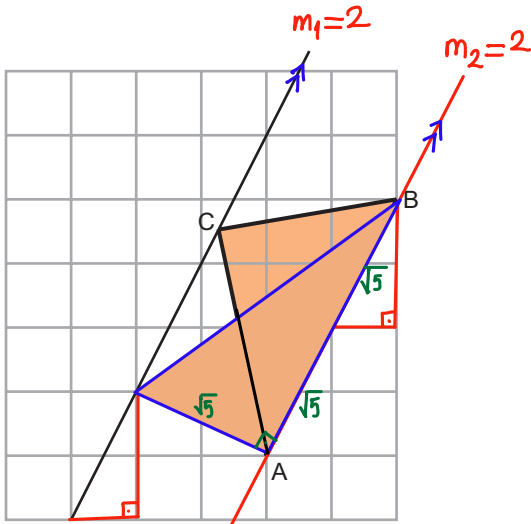
AD // BC, DE ⊥ EB

|DE| = 4 birim, |AB| = 8 birim

16 Yukarıdaki verilere göre, $A(\widehat{ACD})$ kaç birimkaredir?

$$A(\widehat{ACD}) = \frac{4 \cdot 8}{2} = 16$$

2.

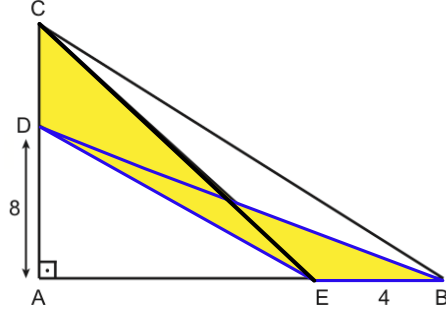


Yukarıda verilen şekil özdeş birim karelerden oluşmuştur.

5 Buna göre, $A(\widehat{ABC})$ kaç birimkaredir?

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5}}{2} = 5$$

3.



ABC dik üçgen

[DE] // [CB]

[AC] ⊥ [AB]

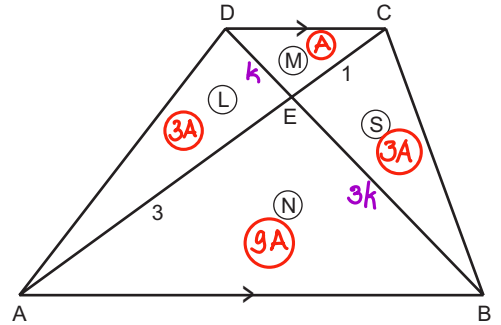
|AD| = 8 cm

|EB| = 4 cm

16 Buna göre, CDE üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?

$$A(\widehat{CDE}) = A(\widehat{DEB}) = \frac{8 \cdot 4}{2} = 16$$

4.



ABCD bir dörtgen

[AB] // [DC]

|EC| = 1 birim, |AE| = 3 birim

S, L, M ve N içinde bulundukları bölgelerin alanları olduğuna göre,

I. $S = L$ II. $S^2 = M \cdot N$ III. $N = 9M$

İfadelerinden hangileri doğrudur?

I-II-III

$$I. S + N = L + N \Rightarrow S = L$$

$$II. (3A)^2 = A \cdot 9A$$

$$III. N = 9A, M = A \\ N = 9M$$

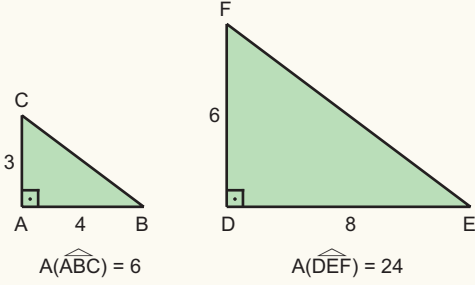
ÜÇGENDE BENZERLİK ALAN İLİŞKİSİ

Benzer üçgenlerin alanları oranı benzerlik oranının karesine eşittir.

$$\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF} \text{ ve } \frac{|AB|}{|DE|} = k \text{ ise}$$

$$\frac{A(\widehat{ABC})}{A(\widehat{DEF})} = k^2 \text{ olur.}$$

$$\begin{array}{l} A \cdot O = B \cdot O^2 \\ \text{Alanlar} = \text{Benzerlik} \\ \text{Oranı} = \text{Oranın} \\ \text{Karesi} \end{array}$$

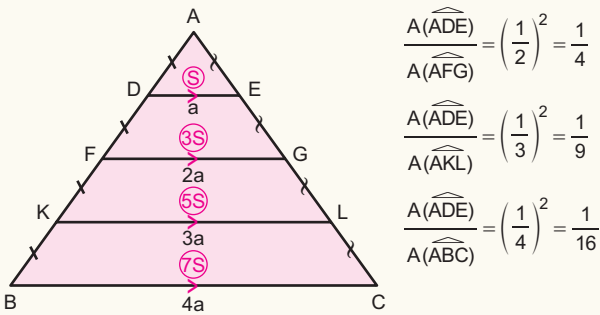
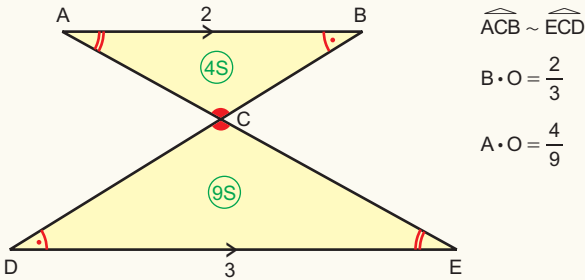


$$\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$$

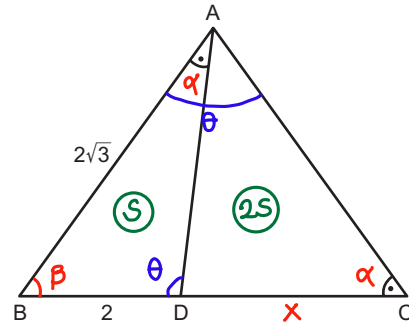
$$\text{Benzerlik Oranı } \frac{1}{2}$$

$$\frac{A(\widehat{ABC})}{A(\widehat{DEF})} = \frac{6}{24} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\begin{array}{l} \text{Alanlar} = \text{Benzerlik} \\ \text{Oranı} = \text{Oranın} \\ \text{Karesi} \end{array}$$



1.



ABC bir üçgen
 $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{ACB})$
 $|AB| = 2\sqrt{3} \text{ cm}$
 $|BD| = 2 \text{ cm}$

$\frac{3}{2}$

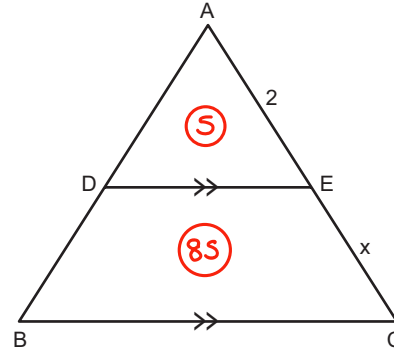
Yukarıdaki verilere göre, $\frac{A(\widehat{ABC})}{A(\widehat{ADC})}$ oranı kaçtır?

$$(\widehat{ABC}) \sim (\widehat{DBA})$$

$$\frac{A(\widehat{ABC})}{A(\widehat{DBA})} = \left(\frac{2\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3$$

$$\frac{A(\widehat{ABC})}{A(\widehat{ADC})} = \frac{3S}{2S} = \frac{3}{2}$$

2.



ABC bir üçgen
 $DE \parallel BC$
 $|AE| = 2 \text{ birim}$
 $|EC| = x$
 $\frac{A(\widehat{BCED})}{A(\widehat{ADE})} = 8$

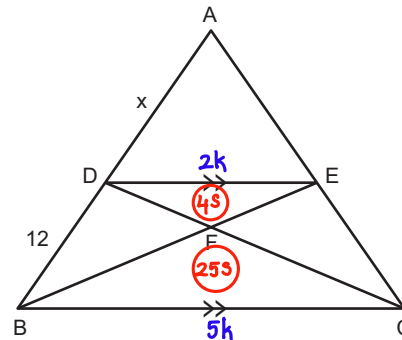
Yukarıdaki verilere göre, x kaç birimdir?

$$\frac{S}{9S} = \left(\frac{2}{x+2}\right)^2 \Rightarrow \frac{2}{x+2} = \frac{1}{3}$$

$$x+2=6$$

$$x=4$$

3.



ABC bir üçgen
 $DE \parallel BC$
 $|BD| = 12 \text{ cm}$
 $|AD| = x$
 $\frac{A(\widehat{DEF})}{A(\widehat{BFC})} = \frac{4}{25}$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç cm'dir?

8

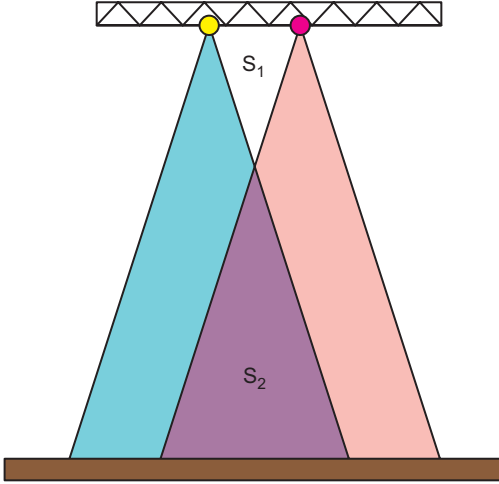
$$\frac{x}{x+12} = \frac{2k}{5k} \Rightarrow 5x = 2x + 24$$

$$3x = 24$$

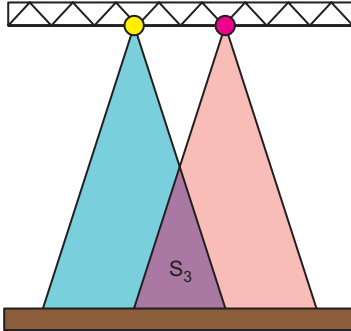
$$x = 8$$

Etkinlik

Şekil 1'de zeminden 10 metre yükseğe, zemine paralel olarak sabitlenmiş profilin belirli iki noktasındaki özdeş birer lambadan çıkan ışıklar, Şekil 2'de ise profil zemine yaklaştırıldığında bu iki lambadan çıkan ışıklar görülmektedir.



Şekil 1



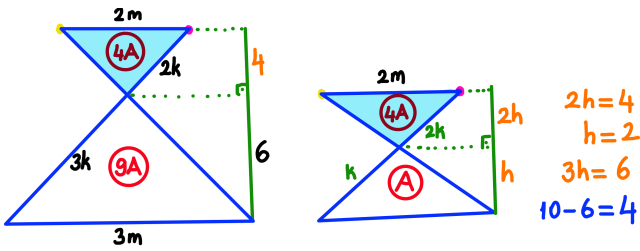
Şekil 2

S_1 , S_2 ve S_3 içinde bulundukları üçgenlerin alan değerleri olmak üzere,

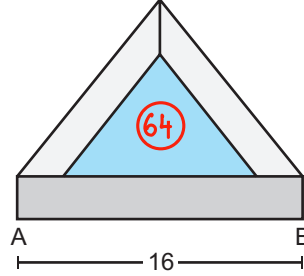
$$9S_1 = 4S_2 = 36S_3$$

olduğuna göre, Şekil 2'de profil zemine kaç metre yaklaştırılmıştır?

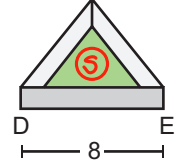
4

ÜÇGENDE BENZERLİK ALAN İLİŞKİSİ
YENİ NESİL SORULAR

1.



I. Şekil



II. Şekil

$$|AB| = 16 \text{ cm}, |DE| = 8 \text{ cm}$$

I. Şekil'deki üçgen kek kalıbının bütün uzunlukları aynı oranda küçültülerek II. Şekil'deki kalıp elde ediliyor.

Verilen ölçülere göre, mavi alan 64 cm^2 olduğuna göre, yeşil alan kaç cm^2 dir?

16

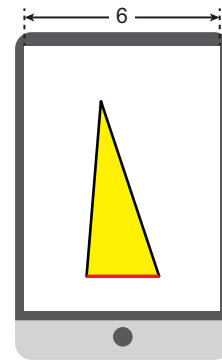
$$\frac{64}{S} = \left(\frac{16}{8}\right)^2 \Rightarrow \frac{64}{S} = 4$$

$$4S = 64$$

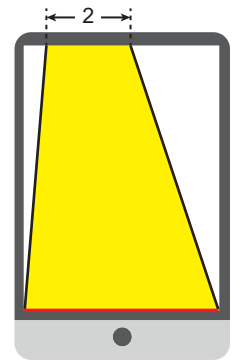
$$S = 16$$

2.

Bir üçgen, bir telefonun eni 6 birim olan dikdörtgen şeklindeki ekranında Şekil 1'deki gibi görüntüleniyor. Sonra, ekrandaki görüntü büyütülerek üçgenin kırmızı renkli kenarının tamamının, ekranın alt kenarının tamamı ile Şekil 2'deki görüntü elde ediliyor.



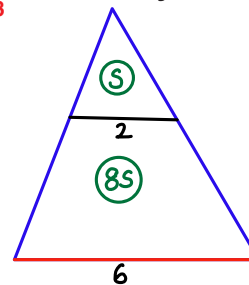
Şekil 1



Şekil 2

Şekil 2'deki görüntülemelerde sarı renkli bölgenin üst kenarı 2 birim olduğuna göre, bu görüntülemelerde üçgenin görünen kısmının alanı görünmeyen kısmının alanının kaç katıdır?

8

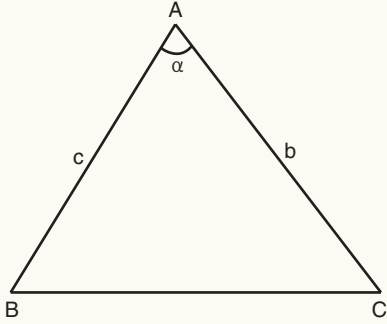


$$\text{Benzerlik Oranı} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Alanları Oranı} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

$$\frac{8S}{S} = 8$$

SİNÜSÜ ALAN FORMÜLÜ



ABC üçgen,

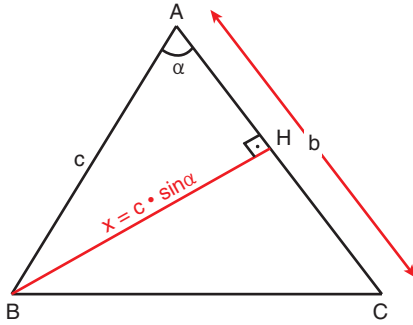
$$|AB| = c \text{ birim}$$

$$|AC| = b \text{ birim}$$

$$m(\widehat{BAC}) = \alpha \text{ ise}$$

$$A(\widehat{BAC}) = \frac{c \cdot b \cdot \sin \alpha}{2} \text{ birimkare olur.}$$

İspat

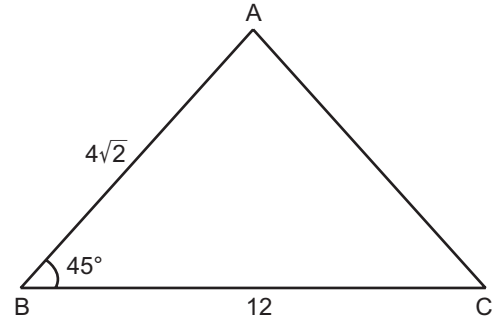


$$\sin \alpha = \frac{x}{c}$$

$$x = c \cdot \sin \alpha$$

$$A(\widehat{BAC}) = \frac{b \cdot c \cdot \sin \alpha}{2} \text{ olur.}$$

1.



ABC bir üçgen

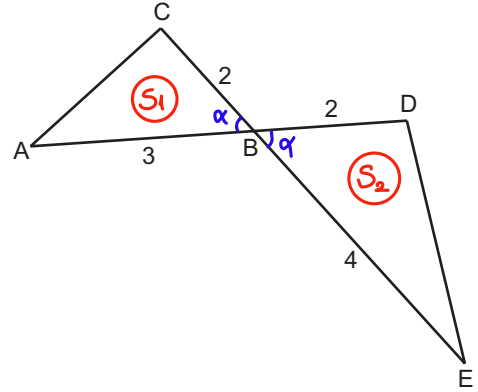
$$m(\widehat{ABC}) = 45^\circ$$

$$|AB| = 4\sqrt{2} \text{ birim, } |BC| = 12 \text{ birim}$$

24 Yukarıdaki verilere göre, $A(\widehat{ABC})$ kaç birimkaredir?

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2} \cdot 12 \cdot \sin 45^\circ = 24$$

2.



ABC ve BDE birer üçgen

$$AD \cap CE = \{B\}$$

$$|CB| = |BD| = 2 \text{ birim, } |AB| = 3 \text{ birim, } |BE| = 4 \text{ birim}$$

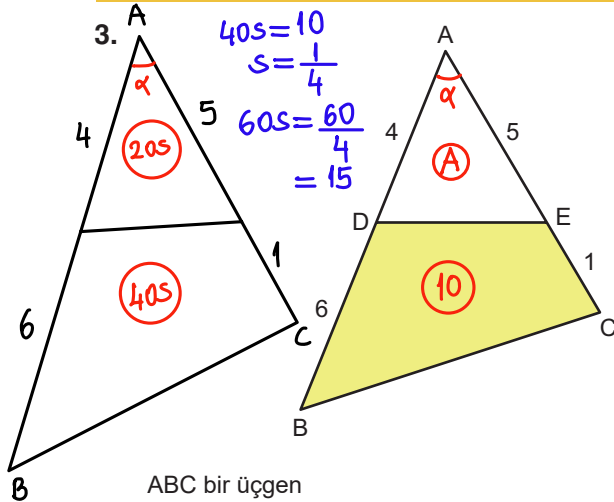
$$A(\widehat{ABC}) = S_1 \text{ birimkare, } A(\widehat{BDE}) = S_2 \text{ birimkare}$$

$\frac{3}{4}$ Yukarıdaki verilere göre, $\frac{S_1}{S_2}$ oranı kaçtır?

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sin \alpha}{\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 \cdot \sin \alpha} = \frac{3}{4}$$

2.YOL

SİNÜSÜN ALAN FORMÜLÜ



Yukarıdaki verilere göre, $A(\widehat{ABC})$ kaç birimkaredir?

1.YOL

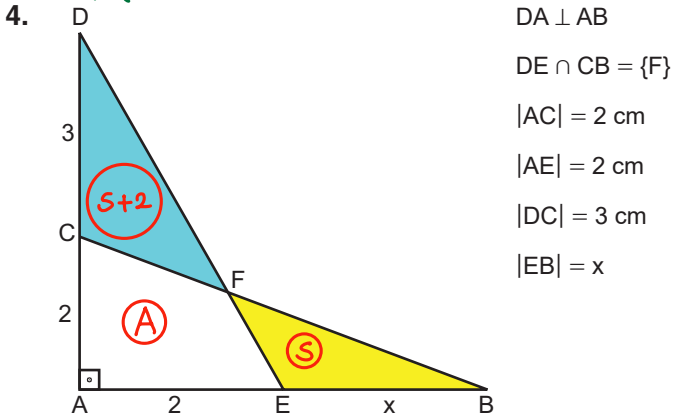
$$\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 6 \cdot \sin \alpha - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 \cdot \sin \alpha = 10$$

$$30 \cdot \sin \alpha - 10 \cdot \sin \alpha = 10 \Rightarrow 20 \cdot \sin \alpha = 10$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{2}$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} = 5$$

$$A(\widehat{ABC}) = 10 + 5 = 15$$



Mavi bölgenin alanı, sarı bölgenin alanından 2 birimkare fazladır.

Buna göre, x kaç birimdir?

$$A + S = \frac{2 \cdot (x+2)}{2} = x+2$$

$$A + S + 2 = \frac{2 \cdot 5}{2} \Rightarrow A + S = 3$$

$$x+2 = 3$$

$$x = 1$$

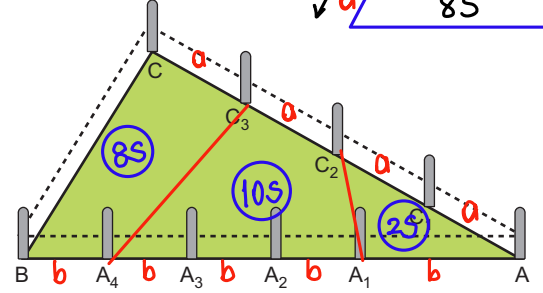
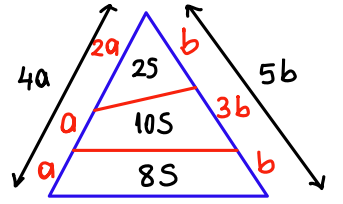
YENİ NESİL SORULAR

1. ABC üçgeni şeklindeki bir bahçe direk kullanarak

[AB], 5 eşit parçaya

[AC], 4 eşit parçaya

ayrılmıştır.



Bilal, Celal ve Kemal bu bahçeyi aşağıdaki gibi paylaşacaklardır.

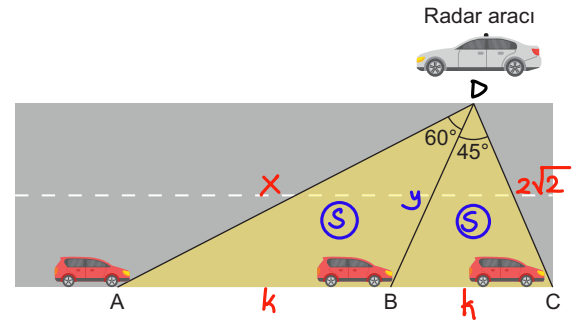
- Bilal AA_1C_2 üçgensel bölgeyi
- Celal $A_1C_2C_3A_4$ dörtgensel bölgeyi
- Kemal BA_4C_3C dörtgensel bölgeyi

alacağına göre, Ce | al'ın aldığı bölgenin Kemal'in aldığı bölgeye oranı kaçtır?

1,25

$$\frac{10S}{8S} = \frac{5}{4} = 1,25$$

2. D noktasında bulunan bir radar aracı yolun bir tarafında sabit durarak hız kontrolü yapmaktadır.



A noktasında radara giren bir araç B noktasına geldiğinde radarın yaydığı sinyaller arasındaki açı 60° , C noktasına geldiğinde ise 105° olmuştur.

$$2 \cdot |BC| = |AC| \text{ ve } |DC| = 2\sqrt{2} \text{ km}$$

olduğuna göre, |AD| kaç km'dir?

$$\frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot x \cdot y \cdot \sin 60^\circ$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot y \cdot 2\sqrt{2} \cdot \sin 45^\circ$$

Oranlanırsa

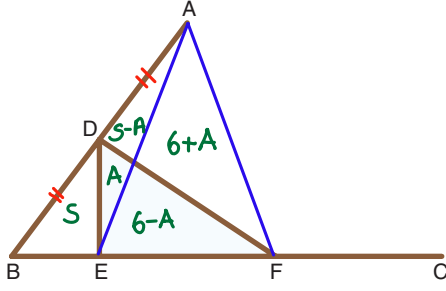
$$1 = \frac{x \cdot \sqrt{3}}{2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}$$

$$x \cdot \sqrt{3} = 4$$

$$x = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

Performans Değerlendirme

1.



Şekilde $|BD| = |AD|$ dir.

$[AB]$ çitısı üzerindeki D noktasına $[BC]$ çitısı üzerinde ise E ve F noktalarına çivi çakılmıştır. Bir lastik yardımıyla oluşturulan $\triangle DEF$ üçgeninin alanı 6 birimkaredir.

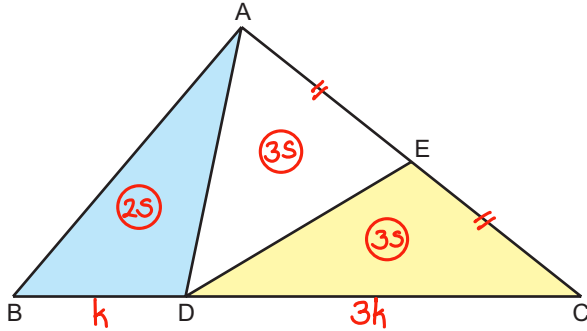
E ve F sabit olmak şartıyla D noktasındaki çivi A noktasına çakılırsa oluşan AEF üçgeninin alanı kaç birimkare olur?

C

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

$$A(\triangle AEF) = 6 - A + 6 + A = 12$$

2.



ABC üçgeninde,

$$|DC| = 3 \cdot |BD|, |AE| = |EC|$$

Yukarıdaki verilere göre, mavi renkli bölgenin alanı, sarı renkli bölgenin alanının kaç katıdır?

B

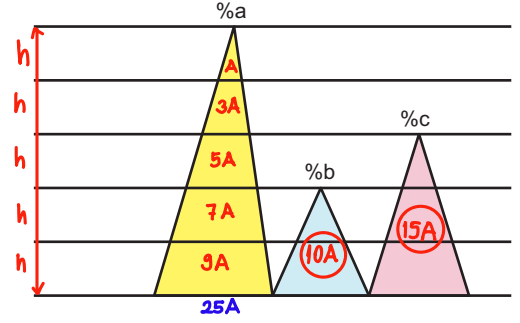
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) 1

$$\frac{2S}{3S} = \frac{2}{3}$$

3.

Aşağıda bir bölümü verilen bir üçgen grafikte yatay çizgiler eşit aralıklı ve paralel çizgilerden oluşmaktadır. Grafiği temsil eden üçgenlerin taban uzunlukları eşit olup aynı çizgi üzerinde bulunmaktadır.

Her üçgenin tepe köşesi ise bir çizginin üzerinde bulunmaktadır. Üçgenlerin üzerinde bulunan yüzdeler de o üçgenin alanının şekilde görünen tüm üçgenlerin alanları toplamına oranıdır.



Buna göre, $a + b - c$ işleminin sonucu kaçtır?

C

- A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

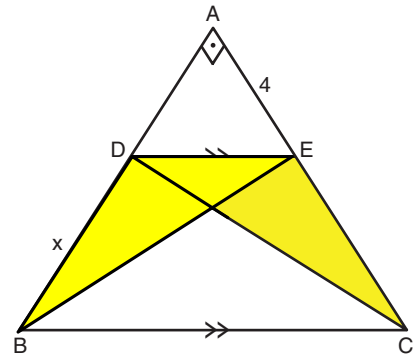
$$\frac{25A}{50A} \cdot 100 = a \Rightarrow a = 50$$

$$\frac{10A}{50A} \cdot 100 = b \Rightarrow b = 20$$

$$\frac{15A}{50A} \cdot 100 = c \Rightarrow c = 30$$

$$a + b - c = 50 + 20 - 30 = 40$$

4.



BAC bir dik üçgen,

$BA \perp AC$

$DE \parallel BC$

$|AE| = 4$ cm

$|DB| = x$

$A(\triangle DEC) = 10 \text{ cm}^2$

olduğuna göre, x kaç cm'dir?

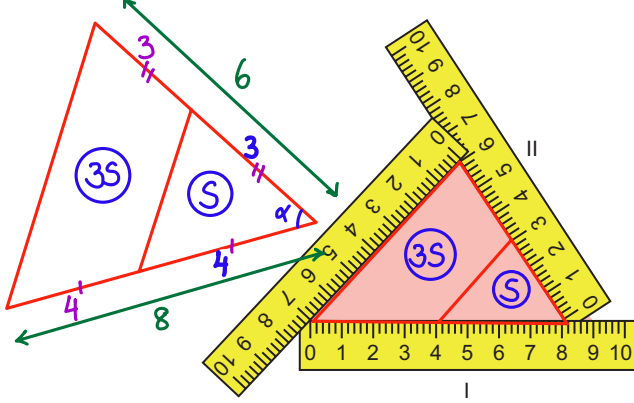
C

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$$A(\triangle DEC) = \frac{4 \cdot x}{2} = 10 \Rightarrow 2x = 10 \Rightarrow x = 5$$

Performans Değerlendirme

5. Özdeş cetveller aşağıdaki gibi birleştirilerek pembe renkli üçgensel bölge oluşturulmuştur.

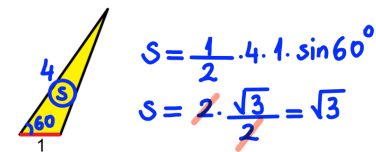
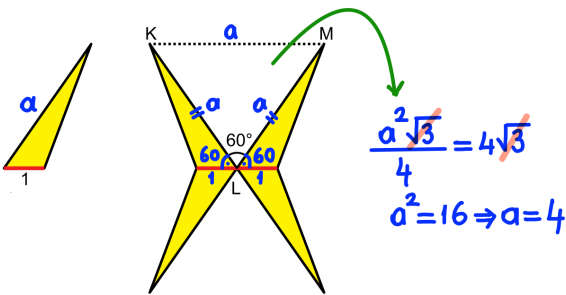


I ve II numaralı cetveller üzerine sırasıyla hangi sayılar arasına bir doğru parçası yerleştirildiğinde bir köşesi I ve II numaralı cetvellerin kesim noktası olan üçgenin alanı, pembe boyalı tüm alanın dörtte biri olmuştur.

Buna göre, bu sayılar aşağıdakilerden hangisi olabilir?

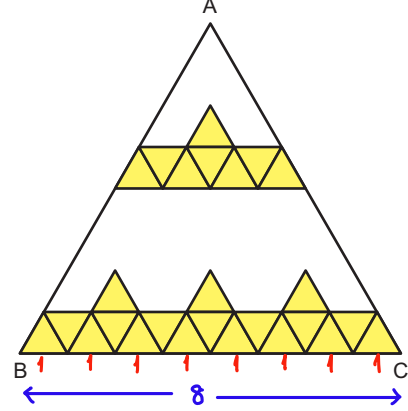
- B A) 5-1 B) 4-3 C) 2-5 D) 4-5 E) 5-7

6. En kısa kenarı 1 birim olan Şekil 1'de verilen üçgen biçimindeki kartondan 4 tanesi ile Şekil 2'de gösterilen logo hazırlanıyor. Logodaki L açısı 60° ve KLM üçgeninin alanı $4\sqrt{3}$ birimkaredir.



- A) 1 B) 2 C) $\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{3}$ E) 3

7. ABC eşkenar üçgeninin içine bir kenar uzunluğu 1 birim olan sarı renkli eşkenar üçgenler yerleştirilerek elde edilen amblem aşağıda gösterilmiştir.

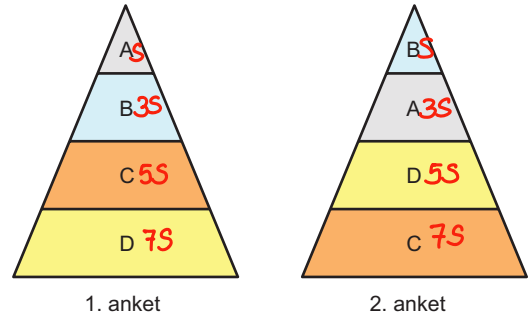


Buna göre, ABC üçgeninin içine kaç tane daha sarı renkli üçgen çizilirse ABC üçgeninin tamamı sarı renkli üçgen olur?

- D A) 41 B) 40 C) 39 D) 38 E) 37
 $A(\widehat{ABC}) = \frac{8^2 \sqrt{3}}{4} = 16\sqrt{3}$
 $\text{Sarı üçgen} = \frac{1^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4}$
 $64 - 26 = 38$ tane daha ihtiyacımız vardır.

8. Bir okulda okul başkanlığı için farklı zamanlarda yapılan iki anket sonucunda A, B, C ve D öğrencilerinin aldıkları oy sayıları, özdeş üçgen grafiklerle gösterilmiştir.

Grafiklerdeki boyalı alanlar, öğrencilerin aldıkları oyların sayısı ile doğru orantılıdır.



Yukarıdaki üçgen grafikler, üçgenin tabanına paralel olacak şekilde eşit aralıklı dört bölgeye ayrılmıştır.

Buna göre, C öğrencisinin oyları, 1. ankete göre yüzde kaç artmıştır?

- C A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 50

$5S \text{ te } 2S \text{ artmış}$
 $100 \text{ } \times$
 $5 \cdot x = 100 \cdot 2 \Rightarrow x = 40$

Üçgende Alan

Test

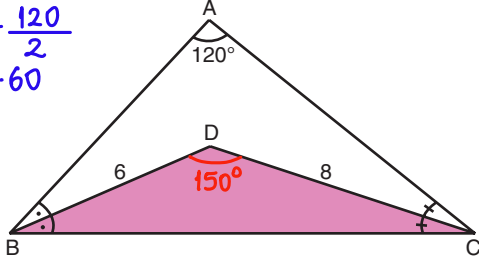
Performans Değerlendirme

9. ABC bir üçgendir.

$$m(\widehat{BAC}) = 120^\circ, [BD] \text{ ve } [CD] \text{ açıortay}$$

$$|BD| = 6 \text{ birim}, |DC| = 8 \text{ birim}$$

$$\begin{aligned} m(\widehat{D}) &= 90 + \frac{120}{2} \\ &= 90 + 60 \\ &= 150 \end{aligned}$$



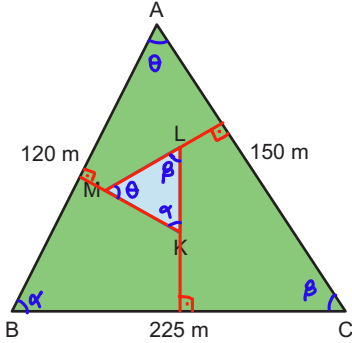
Buna göre, $A(\widehat{BDC})$ kaç birimkaredir?

- A) 48 B) 24 C) 12 D) $8\sqrt{3}$ E) $6\sqrt{3}$

$$\begin{aligned} A(\widehat{BDC}) &= \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 \cdot \sin 150^\circ \\ &= \frac{48}{2} \\ &= 24 \end{aligned}$$

$\sin 150^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$

10. ABC üçgeni şeklindeki bir parkın içerisine LMK üçgeni şeklinde bir havuz yapılacak ve havuzun her kenarı parkın kenarlarına dik olacaktır.



$$ML \perp AC, MK \perp AB, LK \perp BC$$

Havuzun alanı parkın kapladığı bölgenin alanının $\frac{4}{9}$ katı olarak planlanmıştır.

$$\frac{|ML|}{150} = \sqrt{\frac{4}{9}} \Rightarrow \frac{|ML|}{150} = \frac{2}{3} \Rightarrow |ML| = 100$$

$$\frac{|MK|}{120} = \sqrt{\frac{4}{9}} \Rightarrow \frac{|MK|}{120} = \frac{2}{3} \Rightarrow |MK| = 80$$

$$\frac{|LK|}{225} = \sqrt{\frac{4}{9}} \Rightarrow \frac{|LK|}{225} = \frac{2}{3} \Rightarrow |LK| = 150$$

$$80 - 100 - 150$$

11. Aşağıda beyaz ve kırmızı ipliklerle dokunacak olan üçgen şeklindeki üç farklı Türk bayrağının bilgisayar ekranındaki tasarımı gösterilmiştir.

Benzerlik oranı
 $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$
 Alanları oranı $\frac{9}{16}$



Ekrandaki her bir bayrak bir önceki bayrağın kenar

uzunluklarının $\frac{1}{4}$ oranında kısaltılmasıyla elde edilmiştir.

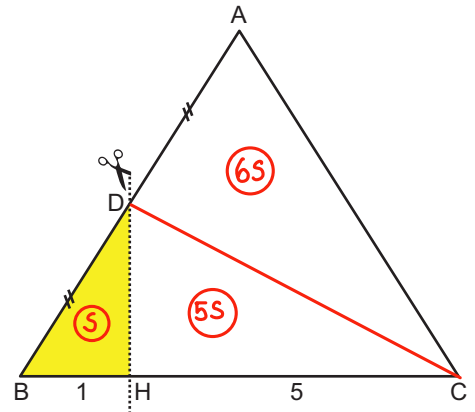
Bayrakların dokuma aşamasında I. bayrak için kullanılan iplik, III. bayrak için kullanılan iplikten 175 cm^2 fazla olduğuna göre, II. bayrak için kullanılan iplik kaç cm^2 dir?

- A) 96 B) 120 C) 124 D) 144 E) 164

$$\begin{aligned} \frac{256S}{9} - 9S &= 175 \\ \frac{175S}{9} &= 175 \Rightarrow S = 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 16S &= 16 \cdot 9 \\ &= 144 \end{aligned}$$

12.



ABC bir üçgen

$$DH \perp BC, |BD| = |DA|$$

$$|BH| = 1 \text{ cm}, |HC| = 5 \text{ cm}$$

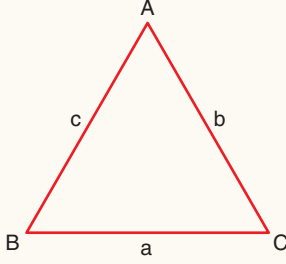
ABC üçgeni [DH] boyunca kesilerek sarı kısım atılıyor.

Buna göre, geriye kalan bölgenin alanı, atılan bölgenin alanının kaç katıdır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

$$\frac{11S}{S} = 11$$

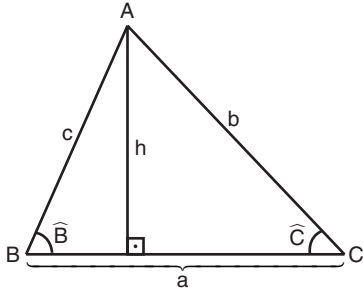
SİNÜS TEOREMİ



Bir üçgende; herhangi bir kenarın uzunluğunun, bu kenarın karşısındaki açının sinüsüne oranı sabittir.

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}}$$

İspat



Yukarıda verilen ABC üçgeninde,

$$\sin \widehat{B} = \frac{h}{c}$$

$$\sin \widehat{C} = \frac{h}{b}$$

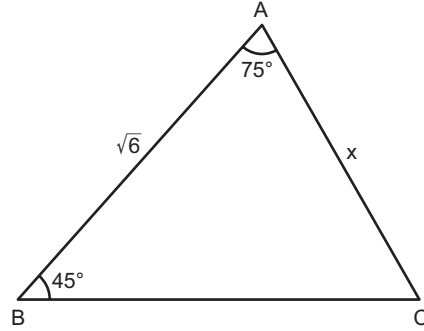
$$\Rightarrow c \cdot \sin \widehat{B} = b \cdot \sin \widehat{C}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} \text{ dir.}$$

Yüksekliği benzer şekilde B köşesinden inersek,

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} \text{ olur.}$$

Örnek



Yanda verilen ABC üçgeninde

$$m(\widehat{A}) = 75^\circ$$

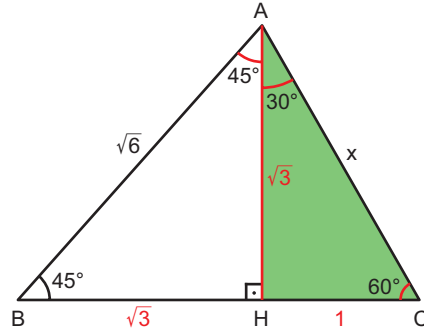
$$m(\widehat{B}) = 45^\circ$$

$$|AB| = \sqrt{6} \text{ birim}$$

olduğuna göre, $|AC| = x$ kaç birimdir?

I. Çözüm (Ek çizimli)

$[AH] \perp [BC]$ olacak şekilde $[AH]$ çizelim.



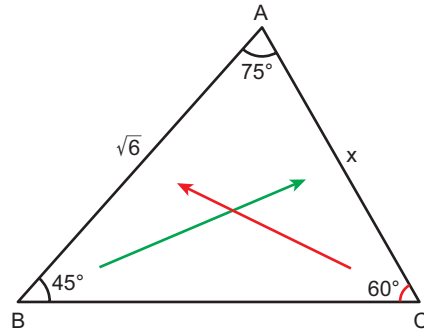
$\widehat{AHC}$ de pisagor teoremi

$$x^2 = (\sqrt{3})^2 + 1^2$$

$$x^2 = 3 + 1 = 4$$

$$x = 2 \text{ birim}$$

II. Çözüm (Sinüs teoremi)



$\widehat{ABC}$ de sinüs teoremi

$$\frac{\sqrt{6}}{\sin 60^\circ} = \frac{x}{\sin 45^\circ}$$

$$\frac{\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{x}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$x = 2 \text{ birim}$$

SİNÜS TEOREMİ

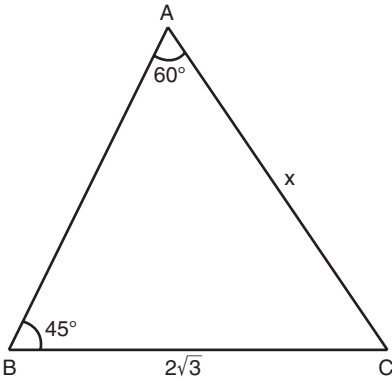
1. Bir ABC üçgeninin herhangi iki kenar uzunluğu a ve b olmak üzere,

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{3}{2}$$

1,5 olduğuna göre, $\frac{\sin B}{\sin A}$ oranı kaçtır?

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow \frac{\sin B}{\sin A} = \frac{b}{a} = \frac{3}{2} = 1,5$$

2.



ABC bir üçgen
|AC| = x birim
|BC| = $2\sqrt{3}$ birim
 $m(\widehat{BAC}) = 60^\circ$
 $m(\widehat{ABC}) = 45^\circ$

2,2 Buna göre, |AC| = x kaç birimdir?

$$\frac{x}{\sin 45^\circ} = \frac{2\sqrt{3}}{\sin 60^\circ}$$

$$\frac{x}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow x = 2\sqrt{2}$$

3. ABC üçgeninin iç açıları ölçüsü A, B, C ve kenar uzunlukları a, b, c dir.

$$\sin A + \sin B = 5 \sin C$$

$$a + b = 15 \text{ birim}$$

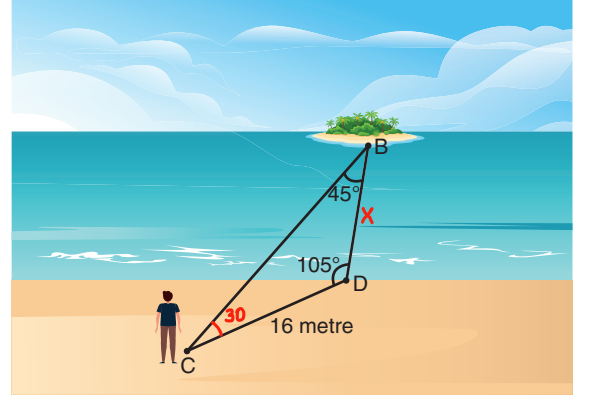
18 olduğuna göre, ABC üçgeninin çevresi kaç birimdir?

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a+b}{\sin A + \sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{a+b}{5 \sin C} = \frac{c}{\sin C}$$

$$5c = 15 \quad \begin{aligned} \widehat{ABC} &= a + b + c \\ c &= 3 &= 15 + 3 \\ &= 18 \end{aligned}$$

4. BCD bir üçgen olmak üzere, aşağıdaki görselde kumsalda bulunan bir kişinin belirli bir açıyla denizin başlangıç noktasına olan uzaklığı 16 metre olarak verilmiştir.



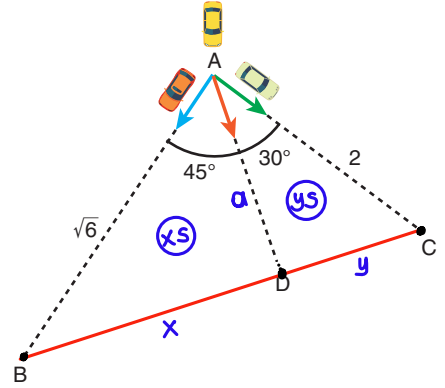
$m(\widehat{CBD}) = 45^\circ$ ve $m(\widehat{CDB}) = 105^\circ$ dir.

8,2 Buna göre, |BD| kaç metredir?

$$\frac{x}{\sin 30^\circ} = \frac{16}{\sin 45^\circ}$$

$$\frac{x}{\frac{1}{2}} = \frac{16}{\frac{1}{\sqrt{2}}} \Rightarrow x = \frac{16}{\sqrt{2}} = 8\sqrt{2}$$

5.



Görselde verilen üç araç şekildeki açılarla hareket edip B, D ve C noktalarına doğru doğrusal olarak yol alacaklardır. Araçlar B, D ve C noktalarına vardıklarında B, D ve C noktalarının doğrusal olduğu görülmüştür.

$$|AB| = \sqrt{6} \text{ birim ve } |AC| = 2 \text{ birim}$$

3,2 olduğuna göre, $\frac{|BD|}{|DC|}$ oranı kaçtır?

$$\frac{x}{y} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \sqrt{6} \cdot a \cdot \sin 45^\circ}{\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot a \cdot \sin 30^\circ}$$

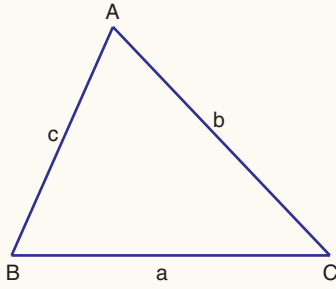
Oranlanırsa

$$\frac{x}{y} = \frac{\sqrt{6} \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot 1} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

KOSİNÜS TEOREMİ

- Bir üçgenin iki kenarı ile bu iki kenar arasındaki açı biliniyorsa bu üçgenin üçüncü kenarının uzunluğu,
 - Bir üçgenin üç kenarının uzunluğu biliniyorsa bu üçgenin iç açılarının trigonometrik oranları,
- Kosinüs Teoremi yardımıyla bulunabilir.

Bir ABC üçgeninin kenar uzunlukları; a, b ve c olmak üzere,



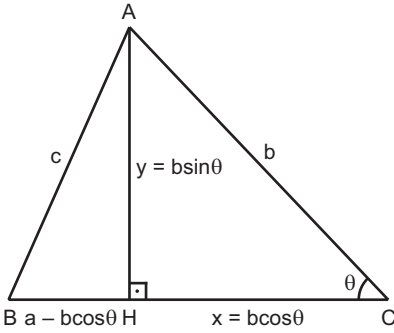
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A} \text{ dir.}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \widehat{B} \text{ dir.}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \widehat{C} \text{ dir.}$$

NOT

Kosinüs Teoreminin İspatı



$$\sin \theta = \frac{y}{b}$$

$$y = b \sin \theta$$

$$\cos \theta = \frac{x}{b}$$

$$x = b \cdot \cos \theta \text{ olur.}$$

$\widehat{ABH}$ de pisagor teoremi uygulanırsa,

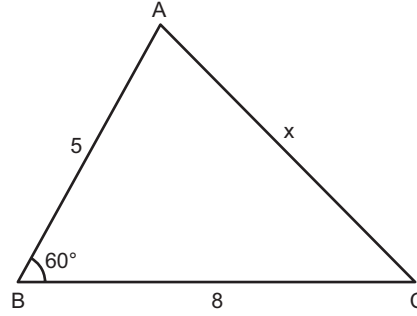
$$c^2 = b^2 \sin^2 \theta + (a - b \cos \theta)^2$$

$$c^2 = b^2 \sin^2 \theta + a^2 + b^2 \cos^2 \theta - 2ab \cos \theta$$

$$c^2 = b^2 (\underbrace{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}_1) + a^2 - 2ab \cos \theta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \theta \text{ bulunur.}$$

Örnek



Şekildeki ABC
üçgeninde

$$|AB| = 5 \text{ cm}$$

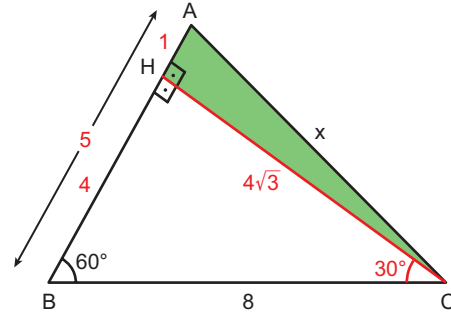
$$|BC| = 8 \text{ cm}$$

$$m(\widehat{ABC}) = 60^\circ$$

olduğuna göre, $|AC| = x$ kaç cm'dir?

I. Çözüm (Ek çizimli)

$[AB] \perp [CH]$ olacak şekilde $[CH]$ çizelim.



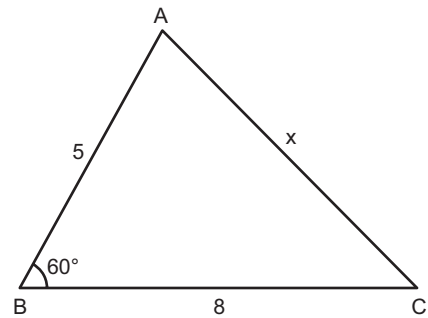
$\widehat{AHC}$ de pisagor
teoremi

$$x^2 = 1^2 + (4\sqrt{3})^2$$

$$x^2 = 1 + 48 = 49$$

$$x = 7 \text{ cm}$$

II. Çözüm (Kosinüs teoremi)



$\widehat{ABC}$ de kosinüs teoremi

$$x^2 = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \cos 60^\circ$$

$$x^2 = 25 + 64 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2}$$

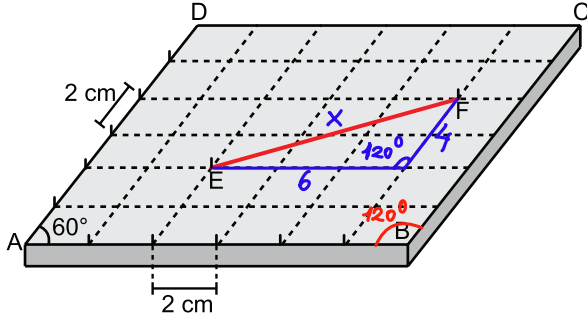
$$x^2 = 25 + 64 - 40$$

$$x^2 = 49$$

$$x = 7 \text{ cm}$$

KOSİNÜS TEOREMİ
YENİ NESİL

1.



Şekilde gösterilen eşkenar dörtgen biçimindeki yüzey, 2 cm aralıklarla paralel doğrular yardımıyla 36 parçaya bölünmüştür.

$$m(\widehat{DAB}) = 60^\circ$$

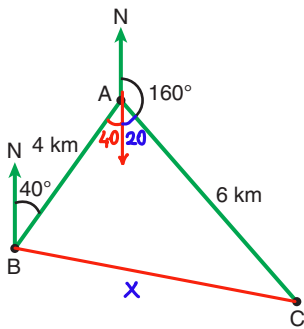
olduğuna göre, |EF| kaç cm'dir?

$$\begin{aligned} x^2 &= 4^2 + 6^2 - 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \cos 120^\circ \\ x^2 &= 16 + 36 + 24 \\ x^2 &= 76 \Rightarrow x = \sqrt{76} \\ x &= 2\sqrt{19} \end{aligned}$$

2.



B noktasından harekete başlayan bir hareketli kuzeyden 40° saparak önce A noktasına daha sonra yine kuzeyden 160° saparak C noktasına ulaşmıştır.



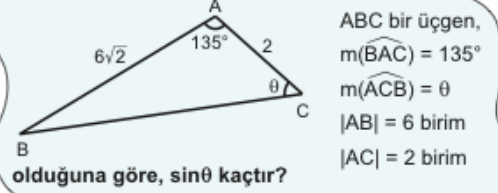
Buna göre, son durumda B ile C noktaları arasındaki uzaklık kaç km'dir?

$$\begin{aligned} x^2 &= 4^2 + 6^2 - 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \cos 60^\circ \\ x^2 &= 16 + 36 - 24 \\ x^2 &= 28 \Rightarrow x = \sqrt{28} \\ x &= 2\sqrt{7} \end{aligned}$$

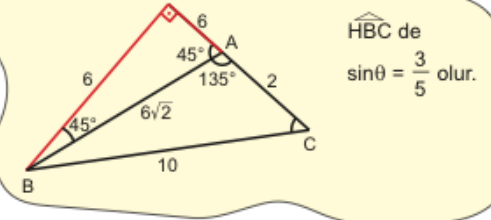
Etkinlik

Bir öğrenci aşağıdaki tahtaya yazılmış soruyu iki farklı yoldan çözmüştür.

SORU:

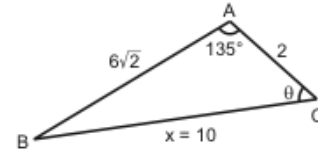


ÇÖZÜM 1:



Buna göre, siz de yukarıda verilen soruyu sinüs ve kosinüs teoreminin her ikisini de kullanarak çözünüz.

$$\left(\sin 135^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \cos 135^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ alınız.} \right)$$



$$\begin{aligned} \text{cos teoremi: } x^2 &= 72 + 4 - 2 \cdot 2 \cdot 6\sqrt{2} \cdot \cos 135^\circ \\ x &= 10 \end{aligned}$$

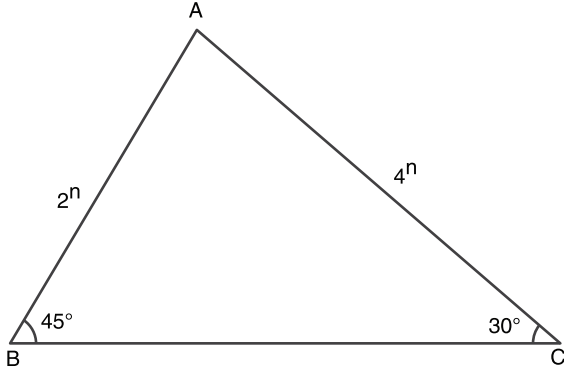
$$\text{sin teoremi: } \frac{10}{\sin 135^\circ} = \frac{6\sqrt{2}}{\sin \theta} \Rightarrow \sin \theta = \frac{3}{5}$$

Sinüs-Kosinüs Teoremi

Karma Test

Performans Değerlendirme

1.



Yukarıda verilen ABC üçgeninde

$$m(\widehat{ABC}) = 45^\circ \text{ ve } m(\widehat{ACB}) = 30^\circ$$

$$|AB| = 2^n \text{ birim ve } |AC| = 4^n \text{ birimdir.}$$

Buna göre, n kaçtır?

- A) $\sqrt{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 2 D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{2}{3}$

$$\frac{2^n}{\sin 30^\circ} = \frac{4^n}{\sin 45^\circ} \Rightarrow \frac{2^n}{\frac{1}{2}} = \frac{4^n}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

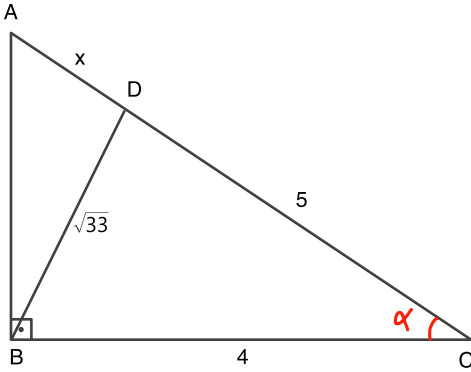
$$2^n \cdot 2 = \frac{4^n \cdot 2}{\sqrt{2}}$$

$$2^{n+1} = 2^{n+1} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$2^{n+1} = 2^{n+1} \Rightarrow 2n = n + \frac{1}{2}$$

$$n = \frac{1}{2}$$

2.



Yukarıda verilen ABC dik üçgeninde

$$|BD| = \sqrt{33} \text{ birim, } |DC| = 5 \text{ birim, } |AD| = x \text{ birim}$$

Buna göre, x kaçtır?

- A) 15 B) 12 C) 10 D) 8 E) 6

$$(\sqrt{33})^2 = 4^2 + 5^2 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \cos \alpha$$

$$33 = 16 + 25 - 40 \cos \alpha$$

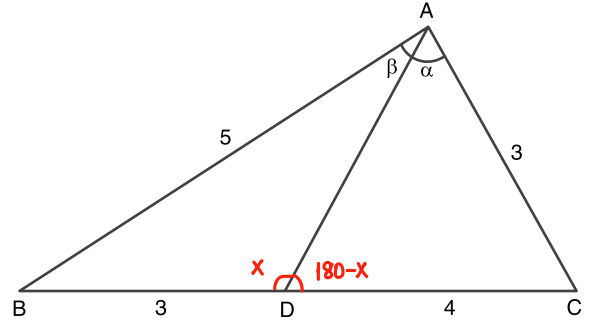
$$40 \cos \alpha = 8 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{5}$$

$$\cos \alpha = \frac{4}{x+5} = \frac{1}{5}$$

$$x+5 = 20$$

$$x = 15$$

3.



Yukarıdaki şekilde ABC üçgen

$$|AC| = |BD| = 3 \text{ birim}$$

$$|DC| = 4 \text{ birim ve } |AB| = 5 \text{ birim}$$

B olduğuna göre, $\frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$ oranı kaçtır?

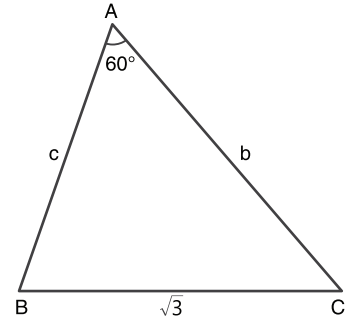
- A) $\frac{9}{10}$ B) $\frac{9}{20}$ C) $\frac{10}{9}$ D) $\frac{19}{20}$ E) $\frac{10}{19}$

$$\frac{3}{\sin \beta} = \frac{5}{\sin x} \Rightarrow \sin \beta = \frac{3}{5} \sin x$$

$$\frac{4}{\sin \alpha} = \frac{3}{\sin (180-x)} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{4}{3} \sin x$$

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{9}{20}$$

4.



Yukarıda verilen ABC üçgeninde

$$m(\widehat{BAC}) = 60^\circ$$

$$|AB| = c, |AC| = b \text{ ve } |BC| = \sqrt{3} \text{ birim}$$

$$b^2 + c^2 = 5$$

B olduğuna göre, b + c toplamı kaç birimdir?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

$$(\sqrt{3})^2 = \frac{b^2 + c^2}{5} - 2bc \cdot \cos 60^\circ$$

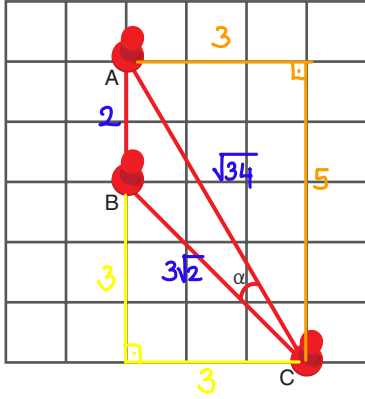
$$3 = 5 - bc \Rightarrow bc = 2$$

$$(b+c)^2 = \frac{b^2 + c^2}{5} + 2bc \Rightarrow (b+c)^2 = 9$$

$$b+c = 3$$

Performans Değerlendirme

5. Aşağıdaki şekildeki birim kareli kağıdın üç köşesi olan A, B ve C noktalarına birer raptiye saplanmış.



Buna göre, $\sqrt{17} \cdot \cos \alpha$ çarpımının sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

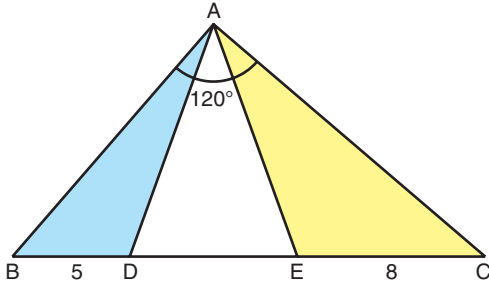
$$2^2 = (3\sqrt{2})^2 + (\sqrt{34})^2 - 2 \cdot 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{34} \cdot \cos \alpha$$

$$4 = 18 + 34 - 12\sqrt{17} \cdot \cos \alpha$$

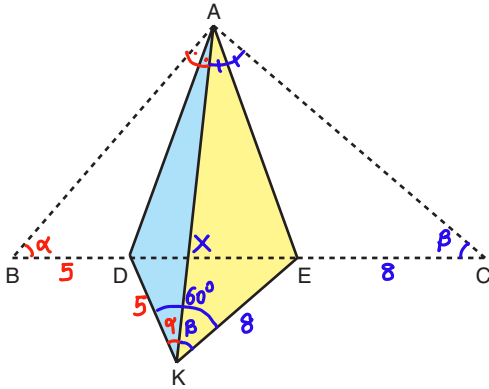
$$12\sqrt{17} \cdot \cos \alpha = 48 \Rightarrow \sqrt{17} \cdot \cos \alpha = 4$$

6. ABC üçgeninde $m(\widehat{BAC}) = 120^\circ$ dir.

$|BD| = 5$ birim, $|EC| = 8$ birimdir.



Şekilde verilen boyalı ABD üçgeni [AD] boyunca, AEC üçgeni [AE] boyunca katlanmaktadır.



Katlama sonrasında B ve C noktaları K noktasında çakıştıklarına göre, $|DE|$ kaç birimdir?

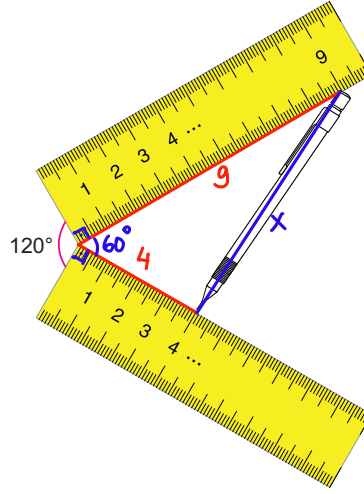
A

$$x^2 = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \cos 60^\circ$$

$$x^2 = 25 + 64 - 40$$

$$x^2 = 49 \Rightarrow x = 7$$

- 7.



Santimetre birimine göreölçüm yapan dikdörtgen biçimindeki özdeş iki cetvel şeklindeki gibi konulmuştur. Cetvellerde sıfır tam köşede ve iki cetvel sıfırlarında çakışmıştır.

Bu iki cetvelin arasına bir kalemşekildeki gibi konulmuştur. Kalemın bir ucu bir cetvelde 9'un olduğu çizgiye, kalemın diğer ucu diğer cetvelde 4'ün olduğu çizgiye denk gelmiştir.

Buna göre, kalemın boyu kaç cm'dir?

- A) 7 B) $5\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{14}$ D) $\sqrt{61}$ E) $2\sqrt{17}$

$$x^2 = 9^2 + 4^2 - 2 \cdot 9 \cdot 4 \cdot \cos 60^\circ$$

$$x^2 = 81 + 16 - 36$$

$$x^2 = 61$$

$$x = \sqrt{61}$$

8. Aşağıda üç renkten oluşan bir çubuk görseli verilmiştir. En uzun çubuk kahverengi ve en kısa çubuk mavi renkli olanıdır.



Çubuklarla aşağıdaki üçgen oluşturulmuştur.



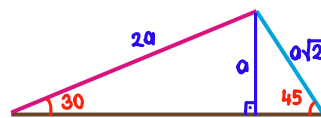
Üçgenin iki iç açısı 105° ve 45° olup kısa olan çubukların uzunlukları arasında 2 cm fark vardır.

Buna göre, en kısa olan çubuğun uzunluğu kaç cm'dir?

- D A) $\sqrt{3} + 2$ B) $3\sqrt{2} + 1$ C) $\sqrt{6} + 1$

$\sqrt{2} + 2$

$2\sqrt{3} + 2$



$$2a - a\sqrt{2} = 2$$

$$a = \frac{2}{2 - \sqrt{2}} = 2 + \sqrt{2}$$

$$a\sqrt{2} = (2 + \sqrt{2}) \cdot \sqrt{2}$$

$$= 2\sqrt{2} + 2$$

Sinüs-Kosinüs Teoremi

Karma Test

Performans Değerlendirme

9. Bir ABC üçgeninin kenar uzunlukları a, b ve c'dir.

$$b = 3 + \sqrt{5}$$

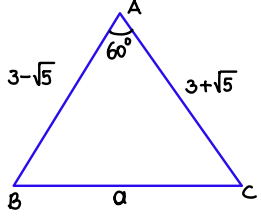
$$c = 3 - \sqrt{5}$$

$$m(\hat{A}) = 60^\circ$$

Buna göre, a kaçtır?

E

- A) $3\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $6\sqrt{2}$ D) $4\sqrt{2}$ ☒ E) $2\sqrt{6}$



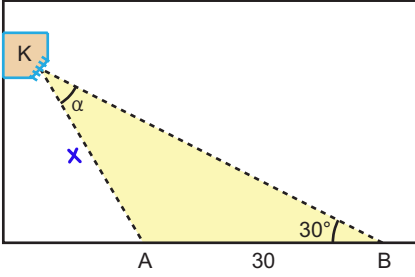
$$a^2 = (3+\sqrt{5})^2 + (3-\sqrt{5})^2 - 2(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5}) \cdot \cos 60^\circ$$

$$a^2 = 9 + 5 + 6\sqrt{5} + 9 + 5 - 6\sqrt{5} - 2 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2}$$

$$a^2 = 14 + 14 - 4$$

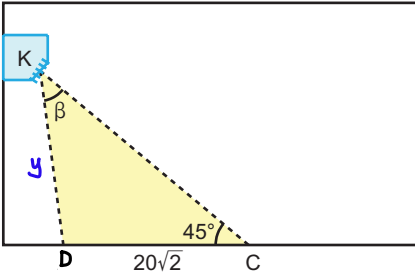
$$a^2 = 24 \Rightarrow a = 2\sqrt{6}$$

10. Bir odanın duvarında asılı olan klimanın oda içinde direkt olarak soğuttuğu sabitlenmiş iki farklı konumu verilmiştir.



$$m(\hat{AKB}) = \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{5}{6}$$



$$m(\hat{DKC}) = \beta$$

$$\sin \beta = \frac{5}{8}$$

Buna göre, $\frac{|AK|}{|DK|}$ oranı kaçtır?

B

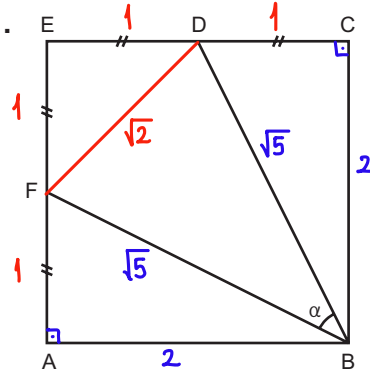
- A) $\frac{4}{9}$ ☒ B) $\frac{9}{16}$ C) $\frac{9}{25}$ D) $\frac{16}{25}$ E) $\frac{25}{36}$

$$\frac{x}{\sin 30} = \frac{30}{\sin \alpha} \Rightarrow \frac{x}{\frac{1}{2}} = \frac{30}{\frac{5}{6}} \Rightarrow x = 18$$

$$\frac{y}{\sin 45} = \frac{20\sqrt{2}}{\sin \beta} \Rightarrow \frac{y}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{20\sqrt{2}}{\frac{5}{8}} \Rightarrow y = 32$$

$$\frac{x}{y} = \frac{18}{32} = \frac{9}{16}$$

- 11.



ABCE bir kare

$$|DE| = |DC|$$

$$|EF| = |FA|$$

$$m(\hat{FBD}) = \alpha$$

Yukarıdaki verilere göre, $\cos \alpha$ kaçtır?

C

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ☒ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{7}{10}$

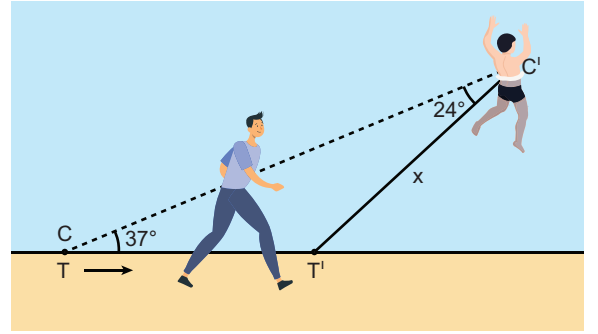
$$(\sqrt{2})^2 = (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 - 2 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} \cdot \cos \alpha$$

$$2 = 5 + 5 - 10 \cdot \cos \alpha$$

$$10 \cdot \cos \alpha = 8$$

$$\cos \alpha = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

- 12.



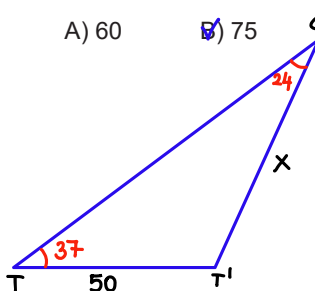
Şekilde doğrusal bir yol boyunca uzanan sahilin aynı noktasında Can ve Tarkan'dan, Can suya girip yüzerken, Tarkan da sahil boyunca yürüyor.

Şekildeki anlık görüntüde Tarkan 50 metre yürüyüp T' noktasına geldiğinde Tarkan ile Can arasındaki uzaklık (x) kaç metre olur?

($\sin 37^\circ \approx 0,6$ ve $\sin 24^\circ \approx 0,4$)

B

- A) 60 ☒ B) 75 C) 80 D) 90 E) 100



$$\frac{x}{\sin 37^\circ} = \frac{50}{\sin 24^\circ}$$

$$\frac{x}{0,6} = \frac{50}{0,4}$$

$$4x = 300$$

$$x = 75$$