

# ACIL MATEMATİK

## AYT

## BÖLÜM - 2

### İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMLER



- Diskriminant ( $\Delta$ ) ve Kökleri Bulma
- Kök - Katsayı İlişkisi
- Köklü ve Mutlak Değerli Denklemler
- Değişken Değiştirme
- Karma Test
- Karmaşık Sayılar ve Karmaşık Kökler

## Yazarın Notları

Sevgili Öğrencimiz,

**Bu konumuzda her önemli başlığı ayırıp, her biriyle ilgili öncelikle standart sorular yazmaya çalıştık. Sonrasında daha düşündürücü, yoruma dayalı sorular göreceksin. Konu, genel anlamda sevilen bir konudur. İleride göreceğin parabol, eşitsizlikler, türev ve integral gibi bir çok konuda ara ara yolun ikinci dereceden denklemlere düşecektir. Kuru kuruya formül ezberlemekten kaçınmalı, bol bol yorum yapmaya çalışmalısın. Seni geliştirecek olan formüller değil yaptığın yorumlar olacaktır. Başarılar dileriz.**

1.  $a \in \mathbb{R}$  olmak üzere,

$$x^a + 2 + x^2 - a - 6x - 8 = 0$$

$$a = 0 \text{ için}$$

$$2x^2 - 6x - 8 = 0$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$\begin{array}{l} \downarrow \\ x \\ \downarrow \\ y \\ \downarrow \\ x \end{array} \quad \begin{array}{l} \downarrow \\ 4 \\ \downarrow \\ +1 \end{array} \rightarrow \boxed{x=4}$$

(B)

2.  $(mx + x - 2) \cdot (4x + 1) = 0$

$$[x(m+1) - 2] \cdot (4x+1) = 0$$

sıfır olmamalı  
 $m \neq -1$

(B)

3.  $2x^2 + 3x + m = 0$

$$\Delta < 0$$

$$3^2 - 4 \cdot 2 \cdot m < 0$$

$$9 < 8m$$

$$\boxed{\frac{9}{8} < m}$$

$$\boxed{m_{\min} = 2}$$

(E)

4.  $a \in \mathbb{Z}^+$  olmak üzere,

$$x^2 + ax + a = 0$$

$\Delta > 0$  olmalı

$$a^2 - 4 \cdot 1 \cdot a > 0$$

$$a(a-4) > 0 \Rightarrow \begin{array}{c} 0 \quad 4 \\ + \quad | \quad - \quad + \\ \hline \end{array}$$

(B)

$$\boxed{a_{\min} = 5}$$

5.  $f(x) = x^2 - 4x + m$

$$f(x) = -2$$

$$x^2 - 4x + m = -2$$

$$x^2 - 4x + m + 2 = 0 \text{ için } \Delta = 0$$

$$(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (m+2) = 0$$

$$\boxed{m = 2}$$

(B)

6.  $p$  ve  $q$  birer reel sayıdır.

$x^2 + px + 12 = 0$  denkleminin bir kökü 4'tür.

$$4^2 + p \cdot 4 + 12 = 0 \Rightarrow \boxed{p = -7}$$

$$x^2 - 7x + q = 0 \text{ için } \Delta = 0$$

$$x^2 - 7x + q = 0 \quad \Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot q = 0$$

$$\boxed{q = \frac{49}{4}}$$

(D)

7.  $x^2 - 3x + 1 = 0$

$$\frac{x_1^2 - 3x_1 + 1}{x_1} = \frac{0}{x_1}$$

$$x_1 - 3 + \frac{1}{x_1} = 0$$

$$x_1 + \frac{1}{x_1} = 3$$

(D)

8. m bir reel sayı olmak üzere,

$$x^2 + (2m - 1)x + 4 - m = 0$$

$$\Delta = 0$$

$$(2m - 1)^2 - 4 \cdot (4 - m) = 0$$

$$4m^2 - 15 = 0$$

$$4m^2 = 15$$

(E)

9.  $5x^2 - \sqrt{5}x - 2 = 0 \Rightarrow (\sqrt{5}x - 2) \cdot (\sqrt{5}x + 1) = 0$

$$\begin{array}{l} \downarrow \\ \sqrt{5}x \\ \sqrt{5}x \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \downarrow \\ -2 \\ +1 \end{array}$$

$$x = \frac{2}{\sqrt{5}}, \quad x = -\frac{1}{\sqrt{5}}$$

(B)

$$\frac{\frac{2}{\sqrt{5}}}{-\frac{1}{\sqrt{5}}} = -2 \checkmark$$

10.  $x^2 + 6x - m + 8 = 0$

$$x^2 + 4x - m + 6 = 0$$

denklemlerinin birer kökü ortaktır.

$$2x + 2 = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ ortak kök } -1$$

$$(-1)^2 - 6 - m + 8 = 0 \Rightarrow m = 3$$

$$x^2 + 6x + 5 = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = -5$$

$$x^2 + 4x + 3 = 0 \Rightarrow x_3 = -1, x_4 = -3$$

$$x_2 + x_4 = -8 \checkmark$$

11.  $(x - 4) \cdot (x^2 + mx + 36) = 0$

i)  $x^2 + mx + 36 = 0 \Rightarrow \Delta = 0$

$$m^2 - 4 \cdot 36 = 0 \Rightarrow m = -12, m = 12$$

ii)  $x = 4$  için  $4^2 + 4 \cdot m + 36 = 0 \Rightarrow m = -13$

Toplam  $-12 + 12 - 13 = -13$  (B)

12.  $cx^2 + bx + a = 0$

$$\Delta = 9 \text{ ve } x_1 = 1$$

$$b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 9 \text{ ve } c + b + a = 0$$

$$a = -b - c$$

$$b^2 - 4 \cdot (-b - c) \cdot c = 9$$

$$b^2 + 4bc + 4c^2 = 9$$

$$(b + 2c)^2 = 9 \Rightarrow b + 2c = 3$$

(A)

1. m bir gerçek sayıdır.

$$5x^2 - 2\sqrt{21}x + m = 0$$

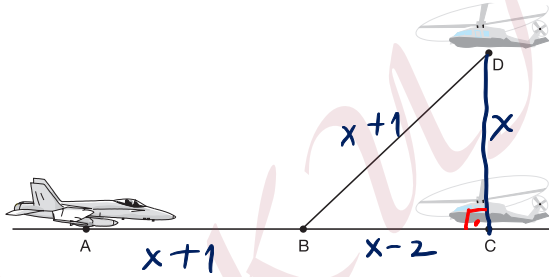
$$\Delta = m$$

$$(2\sqrt{21})^2 - 4 \cdot 5 \cdot m = m$$

$$84 = 21m \Rightarrow m = 4$$

A

2.



E

$$|AB| = ?$$

$$(x+1)^2 = (x-2)^2 + x^2$$

$$x^2 + 2x + 1 = x^2 - 4x + 4 + x^2$$

$$0 = x^2 - 6x + 3$$

$$(x-3)^2 - 6 = 0 \Rightarrow x = \sqrt{6} + 3$$

$$|AB| = x+1 = \sqrt{6} + 4$$

3.

Seçilen sayı : x olsun

$$x(x+1) + x+1 = 144$$

$$(x+1)^2 = 144$$

$$x+1 = 12 \quad \checkmark \quad x+1 = -12$$

$$x = 11$$

$$a = 11$$

$$1+1 = 2$$

B

ACIL MATEMATİK

4.  $1 \leq a \leq 50$  olmak üzere,

$$x^2 + x - a = 0 \quad \text{1.yol}$$

2.yol

$$\Delta = 1 + 4a$$

$$x_{1/2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4a}}{2} \in \mathbb{Z}$$

$$2x_{1/2} + 1 = \mp \sqrt{1+4a}$$

Tam sayı

6 tane

$x(x+1) = a \rightarrow$  aritmetik 2  
terimlerin  
gösteriminin  
tam sayı old.  
a ları  
arıyoruz.

E

5.  $x^2 - x + m = 0$

denkleminin reel kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.

$\Delta = 1 - 4 \cdot m \rightarrow$  kök

$(1 - 4m)^2 - (1 - 4m) + m = 0$

(D)  $(1 - 4m)(1 - 4m - 1) + m = 0$

$16m^2 - 3m = 0 \Rightarrow m_1 + m_2 = \frac{3}{16}$

6. c pozitif bir tam sayıdır.

$x^2 - 6x + c = 0$  kökler rasyonel

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

(B)  $\sqrt{\Delta} \in \mathbb{Q}$  olmalı

$\sqrt{36 - 4c}$  → rasyonel olmalı  
5 }  
8 } 3 tane

7. p bir asal sayıdır.

$x^2 - px - 14 = 0$

denkleminin kökleri birer tam sayı olduğuna göre, p'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 24 B) 20 (C) 18 D) 16 E) 15

$x_1 + x_2 = p$

$x_1 \cdot x_2 = -14$

$\frac{x_1}{-1}$	$\frac{x_2}{14}$	$\frac{p}{13}$
$\frac{-1}{-2}$	$\frac{14}{7}$	$\frac{p}{5}$
		$\frac{p}{18}$

8. Bilgin, aşağıdaki duvar saatinin altına elektronik bir gösterge yapmıştır. Bu göstergede, duvar saatinin belirttiği süredeki saat ve dakikayı kök kabul eden ikinci dereceden denklem yazmaktadır. Süre değiştiğinde göstergedeki denklem de süreye uygun biçimde değişmektedir.

Örneğin; Şekilde süre 1.20'dir ve Bilgin'in yaptığı göstergede kökleri 1 ile 20 olan ikinci dereceden denklem yazmaktadır.



$x^2 - 21x + 20 = 0$

$x^2 - 20x + 100 = 0 \Rightarrow (x - 10)^2 = 0$   
saat 10.00

$x^2 - 11x = 0 \rightarrow x(x - 11) = 0$  saat 11.00 } kök

$x^2 - 3x = 0 \rightarrow x(x - 3) = 0$  saat 3.00 } kök

ere varis saat 3.50

$(x - 3) \cdot (x - 50) = 0 \Rightarrow x^2 - 53x + 150 = 0$

9. İkinci dereceden bir denklemin çözüm kümesi, denklemin katsayılarından oluşan kümenin alt kümesi ise böyle denklemlere "İlginç İkinci Dereceden Denklem" denir.

**Örneğin;**  $x^2 - 3x + 2 = 0$  denkleminin çözüm kümesi  $\{1, 2\}$  ve kat sayılarının kümesi  $\{-3, 1, 2\}$  dir.  $\{1, 2\} \subset \{-3, 1, 2\}$  olduğundan verilen denklem ilginç ikinci dereceden denklemdir.

$$x^2 + ax + b = 0$$

Katsayılar 1, a, b

(B)

$$x_1 + x_2 = -a \text{ ve } x_1 \cdot x_2 = b$$

Kökler 1, a, b üçlüsünden olmalı  
 $a \neq b$

old.  $x_1 = 1$  ve  $x_2 = b$  için

$$1 + b = -a \Rightarrow a + b = -1$$

10. a ve b birer gerçel sayıdır.

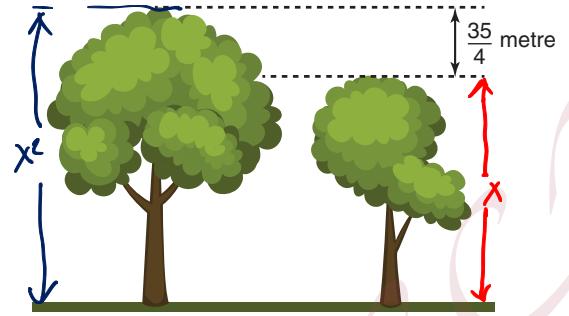
$$y = \frac{b}{2}(x^2 + 1) + ax = \frac{b}{2}x^2 + ax + \frac{b}{2}$$

$$\Delta < 0 \text{ olmalı} \quad a^2 - 4 \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{b}{2} < 0$$

$$a^2 - b^2 < 0$$

(A)

11. Şekilde düz bir zemine dikilmiş iki ağaç verilmiştir.



$$x + \frac{35}{4} = x^2$$

$$x^2 - x - \frac{35}{4} = 0$$

$$4x^2 - 4x - 35 = 0$$

$$\downarrow$$

$$2x$$

$$2x$$

$$\downarrow$$

$$-7$$

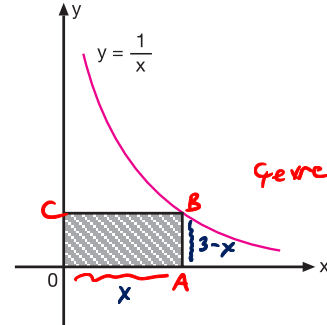
$$+5$$

$$\boxed{x = \frac{7}{2}}$$

$$\boxed{x^2 = \frac{49}{4}}$$

(D)

12. Aşağıda bir eğrinin I. bölgedeki kısmı verilmiştir.



Çevre (OABC) = 6  
old.  
 $|OA| + |AB| = 3$   
dur.

$$\frac{1}{x} = 3 - x \Rightarrow 1 = 3x - x^2$$

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} = 0$$

$$x - \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{5} + 3}{2}$$

(D)

1.  $4x^2 - 11x - 12 = 0$

denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.

$$\begin{aligned} 2(x_1 + x_2) - x_1 \cdot x_2 &= 2 \cdot \frac{11}{4} + 3 \\ &= \frac{11}{2} + 3 \\ &= \frac{17}{2} \end{aligned}$$

(E)

2.  $a \in \mathbb{R}$  olmak üzere,

$$x^2 - ax + a + 2 = 0$$

denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2 &= -4 \\ a + a + 2 &= -4 \end{aligned}$$

(B)

$$\boxed{a = -3}$$

3.  $x^2 - 2x + a - 3 = 0$

denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 &= 4 \\ + x_1 + x_2 &= 2 \\ \hline 3x_1 &= 6 \\ x_1 &= 2 \end{aligned}$$

(C)

$$2^2 - 2 \cdot 2 + a - 3 = 0 \Rightarrow \boxed{a = 3}$$

4.  $x^2 - (m - 3)x + 2 = 0$

denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.

$$x_1 + \frac{3}{x_2} = 1$$

$$\frac{x_2 \cdot x_1 + 3}{x_2} = 1$$

(D)

$$\begin{aligned} \frac{x_1 \cdot x_2 + 3}{2} &= x_2 \\ x_2 &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5^2 - 5m + 19 + 2 &= 0 \\ m &= \frac{42}{5} \end{aligned}$$

5.  $x^2 - 3x - m = 0$

denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.

$$x_1^2 + x_2^2 = 13$$

$$(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 13$$

(D)

$$\begin{aligned} 3^2 - 2 \cdot (-m) &= 13 \\ \boxed{m = 2} \end{aligned}$$

6.  $x^2 + mx + n = 0$  denkleminin bir kökü 6,

$x^2 + kx + l = 0$  denkleminin bir kökü -2 dir.

diğer kökler  
eşit  
ortak kök  $x_1$   
olsun.

(B)

$$\begin{aligned} -/6 + x_1 &= -m \\ + -2 + x_1 &= -k \\ \hline \boxed{-8 = m - k} \end{aligned} \quad \left\{ \begin{aligned} 6 \cdot x_1 &= n \\ -2 \cdot x_1 &= l \\ \hline -3 &= \frac{n}{l} \end{aligned} \right.$$

$$m - k + \frac{n}{l} = -8 - 3 = -11$$

7.  $x^2 + (a+2)x - 2 = 0 \rightarrow x_1 + x_2 = -a-2, x_1 \cdot x_2 = -2$   
 $2x^2 - 2x + b - 1 = 0 \rightarrow x_1 + x_2 = 1, x_1 \cdot x_2 = \frac{b-1}{2}$

$$\begin{cases} -a-2=1 \\ \frac{b-1}{2} = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -3 \end{cases}$$

(A)

$a + b = -6$

8.  $x^2 - x - 4 = 0$

denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.

1-yol  $x_1 + 1 = a$  olsun 2-yol  $x^2 - Tx + G = 0$   
 $T = x_1 + 1 + x_2 + 1$   
 $T = x_1 + x_2 + 2 = 3$   
 $G = (x_1 + 1) \cdot (x_2 + 1)$   
 $= x_1 \cdot x_2 + x_1 + x_2 + 1$   
 $= -4 + 1 + 1 = -2$   
 $x^2 - 3x - 2 = 0$

9.  $x_1 = 5 - \sqrt{3}$  ise (rasyonel katsayılı old.)  
 diğer kök  $x_2 = 9 + \sqrt{3}$  olur.

$x^2 - Tx + G = 0$   
 $x_1 + x_2 = 14$   
 $x_1 \cdot x_2 = 22$   
 $x^2 - 14x + 22 = 0$

(B)

10.  $x^2 - 2x + a = 0 \rightarrow$  kökleri  $2x_1$  ve  $2x_2$  olur

$x^2 + bx - 2 = 0 \rightarrow$  kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  olsun.

(B)  $\begin{cases} x_1 + x_2 = -b \\ x_1 \cdot x_2 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 = 2 \\ x_1 + x_2 = 1 \\ 2x_1 \cdot 2x_2 = a \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{a}{4} \end{cases}$

$\frac{a}{4} = -2$  ve  $1 = -b$   
 $a = -8$  ve  $b = -1$   
 $a + b = -9$

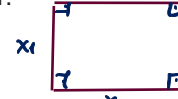
11. Dikdörtgen veya kare olduğu bilinen bir kartonun kenar uzunlukları metre birimine göre,

$x^2 - 55x + 125 = 0$

denkleminin kökleridir.

$x_1 + x_2 = 55$

$x_1 \cdot x_2 = 125$

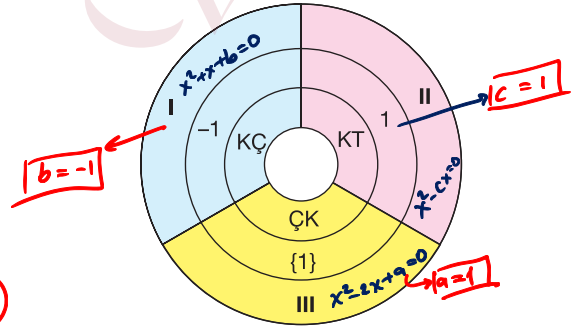


Çevre =  $2(x_1 + x_2) = 110$  metre (1 doğru)

Alan =  $x_1 \cdot x_2 = 125$  m<sup>2</sup> (11 doğru)

!!! yanlış  $x_1 \neq x_2$

12. a, b, c birer reel sayı olmak üzere,



(A)

$x^2 - 2x + a = 0 \rightarrow KT = 2, KÇ = a$   
 $x^2 + x + b = 0 \rightarrow KT = -1, KÇ = b$   
 $x^2 - cx = 0 \rightarrow KT = c, KÇ = 0$   
 $a + b + c = 1 - 1 + 1 = 1 \checkmark$



1.  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = x^2 - 1 \text{ ve } g(x) = \frac{x+2}{3} \Rightarrow g^{-1}(x) = 3x-2$$

fonksiyonları veriliyor.

(E)  $(f \circ g^{-1})(x) = 0$

$$(3x-2)^2 - 1 = 0$$

$$9x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$x_1 + x_2 = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

2.  $nx^2 - (n^2 - 4)x + n + 3 = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$  için  
simetrik reel iki kök varsa  
 $b=0$  ve  $a$  ile  $c$  zıt  
işaretli olmalı  
 $n^2 - 4 = 0$  için  $n = -2$  olmalı

(B)

3.  $x^2 - mx - 54 = 0$  denkleminin  $x_1$  ve  $x_2$  kökleri arasında,

$$\frac{x_1}{x_2} = 2 \Rightarrow x_1 = 2 \cdot x_2$$

$$x_1 \cdot x_2 = -54 \Rightarrow 2 \cdot x_2^2 = -54$$

$$x_2^2 = -27$$

$$x_2 = -3$$

$x_2 = -3$  için  $9 + 3m - 54 = 0$

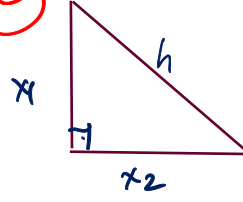
$$m = 15$$

(C)

4.  $2x^2 - 4\sqrt{2}x + 1 = 0$

denkleminin kökleri bir dik üçgenin dik kenar uzunluklarıdır.

(C)



$$h^2 = x_1^2 + x_2^2$$

$$h = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2}$$

$$= \sqrt{(2\sqrt{2})^2 - 2 \cdot \frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{7}$$

5.

$$x^2 + ax + b = 0$$

$$x_1 + x_2 = -2 + 9 = -a, \quad x_1 \cdot x_2 = -2 \cdot 9 = b$$

$$(x-3)^2 + a \cdot (x-3) + b = 0$$

$$(x-3)^2 - 3 \cdot (x-3) - 10 = 0$$

$$x-3$$

$$-5$$

$$+2$$

$$x = 8$$

$$x = 1$$

$$\text{Kök çarpımı} = 8 \cdot 1 = 8$$

6.  $p$  ve  $q$  sıfırdan farklı birer gerçel sayıdır.

$$x^2 + 5px - 8q = 0$$

$$p+q = -5p \text{ ve } p \cdot q = -8q$$

$$p = -8$$

$$-8+q = 40 \text{ ise } q = 48$$

(C)

$$p+q = 40 \checkmark$$

7.  $x^2 - 2x - 5 = 0$  *ikisier ekisini kök kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  olsun kabul eden denk.*

*istenen denklemin kökleri  $x_1 - 2$  ve  $x_2 - 2$  olsun*

(C)  $x_1 - 2 = x \Rightarrow x_1 = x + 2$

$(x+2)^2 - 2 \cdot (x+2) - 5 = 0$

$x^2 + 2x - 5 = 0$

8.  $x^2 + 2x - 3 = 0$

denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.

*kökleri  $\frac{1}{x_1}$  ve  $\frac{1}{x_2}$  olan denklemini arıyoruz.*

$\frac{1}{x_1} = x$  olsun  $\Rightarrow x_1 = \frac{1}{x}$

(A)  $(\frac{1}{x})^2 + \frac{2}{x} - 3 = 0$

$\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x} - 3 = 0$

$3x^2 - 2x - 1 = 0$

9.  $2x^{\frac{1}{2}} + \frac{2}{\sqrt{x}} - 5 = 0$

$2\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} - 5 = 0$

$\sqrt{x} = a$  olsun

$2a + \frac{2}{a} - 5 = 0$

$\frac{2a^2 - 5a + 2}{a} = 0 \Rightarrow 2a^2 - 5a + 2 = 0$

$a = 2$  ve  $a = \frac{1}{2}$

$\sqrt{x} = 2$  ve  $\sqrt{x} = \frac{1}{2}$

$x_1 = 4$  ,  $x_2 = \frac{1}{4}$

(B)  $4x^2 - 17x + 4 = 0$

$\frac{1}{4x} \rightarrow x = \frac{1}{4}$

$x \rightarrow x = 4$

10.  $a \in \mathbb{R}$  olmak üzere,

$x^2 + ax - 6 = 0$

denkleminin diskriminantı  $\Delta$  dir.

$-a + \sqrt{\Delta} = 4$

$x \quad -a - \sqrt{\Delta} = p$

$a^2 - \Delta = 4 \cdot p$

$a^2 - (a^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)) = 4p$

$-24 = 4p$

$p = -6$

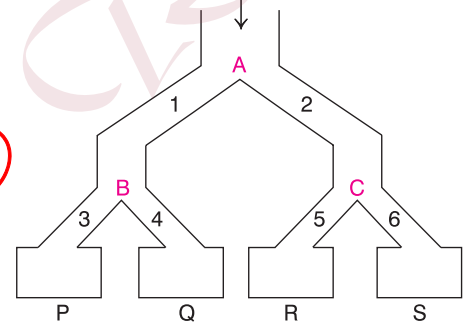
(B)

11.  $K = \{-1, 1\}$  ve  $a, b \in K$  olmak üzere,

$x^2 + ax + b = 0$

denklemleri veriliyor.

(C)



$x^2 + x + 1 = 0$	$x^2 + x - 1 = 0$	$x^2 - x + 1 = 0$	$x^2 - x - 1 = 0$
$\Delta = -3$	$\Delta = 5$	$\Delta = -3$	$\Delta = 5$
$x_1 + x_2 = -1$	$x_1 + x_2 = -1$	$x_1 + x_2 = 1$	$x_1 + x_2 = 1$
$x_1 \cdot x_2 = 1$	$x_1 \cdot x_2 = -1$	$x_1 \cdot x_2 = 1$	$x_1 \cdot x_2 = -1$
R	Q	R	P

R

1.  $x-2 = \sqrt{3x-6}$   
 $x^2 - 4x + 4 = 3x - 6$   
 $x^2 - 7x + 10 = 0$   
 (A)  $\begin{array}{l} \downarrow \\ x \\ \downarrow \\ x \end{array} \quad \begin{array}{l} \downarrow \\ -3 \\ \downarrow \\ -2 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} x_1 = 5 \\ x_2 = 2 \end{array}$

2.  $\sqrt{6x+7} = 2x-1$   
 $6x+7 = 4x^2 - 4x + 1$   
 $0 = 4x^2 - 10x - 6$   
 $0 = 2x^2 - 5x - 3$   
 (C)  $\begin{array}{l} \downarrow \\ 2x \\ \downarrow \\ x \end{array} \quad \begin{array}{l} +1 \\ \downarrow \\ -3 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} x_1 = -\frac{1}{2} \\ x_2 = 3 \end{array}$   
 (  $2x-1 = -2$  old.  $\sqrt{6x+7} = -2$  )

3.  $\sqrt{4-x} + \sqrt{x+9} = 5$   
 $(\sqrt{x+9})^2 = (5-\sqrt{4-x})^2$   
 $x+9 = 25 - 10\sqrt{4-x} + 4-x$   
 $10\sqrt{4-x} = 20 - 2x$   
 $5\sqrt{4-x} = 10 - x$   
 $25(4-x) = (10-x)^2 \Rightarrow 100 - 25x = 100 - 20x + x^2$   
 $0 = x^2 + 5x$   
 $0 = x(x+5)$   
 $x_1 = 0 \quad x_2 = -5$   
 $-5+0 = -5$

4.  $x^2 - 8x + 10 = 5|x-4|$   
 $x > 4$  için  $x^2 - 8x + 10 = 5x - 20$   
 $x^2 - 13x + 30 = 0$   
 $\begin{array}{l} \downarrow \\ -3 \\ \downarrow \\ -10 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} x_1 = 10 \\ x_2 = 3 \end{array}$   
 $x \leq 4$  için  $x^2 - 8x + 10 = -5x + 20$   
 $x^2 - 3x - 10 = 0$   
 (C)  $\begin{array}{l} \downarrow \\ -9 \\ \downarrow \\ +2 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} x_1 = 9 \\ x_2 = -2 \end{array}$   
 $10 - 2 = 8$

5.  $(x-2)^2 + |x-2| - 2 = 0$   
 $|x-2|^2 + |x-2| - 2 = 0$   
 $\begin{array}{l} \downarrow \\ |x-2| \\ \downarrow \\ |x-2| \end{array} \quad \begin{array}{l} \downarrow \\ +2 \\ \downarrow \\ -1 \end{array}$   
 $(|x-2|+2) \cdot (|x-2|-1) = 0$   
 $|x-2| = 1$   
 $\begin{array}{l} \swarrow \\ x-2=1 \\ \searrow \\ x-2=-1 \end{array}$   
 $x_1 = 3 \quad x_2 = 1$   
 (C)

6.  $x^2 - |x+2| = 0$   
 $x > -2$  için  $x^2 - x - 2 = 0$   
 $\begin{array}{l} \downarrow \\ -1 \\ \downarrow \\ -2 \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} x_1 = 2 \\ x_2 = -1 \end{array}$   
 $x \leq -2$  için  $x^2 + x + 2 = 0 \rightarrow \Delta < 0$   
 (C)  $x_1 + x_2 = 1$

1.  $x^4 - x^2 - 12 = 0$   
 $x^2 = p$  olsun  
 $p^2 - p - 12 = 0$   
 $\begin{array}{r} p \\ p \end{array}$   $\begin{array}{r} -4 \\ +3 \end{array}$   $\rightarrow p = 4 \checkmark$   
 $\rightarrow p = -3$   
 $x^2 = 4$  ise  $x_1 = 2, x_2 = -2$

2.  $\frac{x-2}{x+3} - 3\left(\frac{x+3}{x-2}\right) = 2$   
 $\frac{x-2}{x+3} = p$  olsun  
 $p - \frac{3}{p} = 2$   
 $p^2 - 3p - 6 = 0$   
 $\begin{array}{r} p \\ p \end{array}$   $\begin{array}{r} -3 \\ +1 \end{array}$   $\rightarrow p = 3$   
 $\rightarrow p = -1$   
 $\frac{x-2}{x+3} = 3$  ,  $\frac{x-2}{x+3} = -1$   
 $x-2 = 3x+9$  ,  $x-2 = -x-3$   
 $-11 = 2x$  ,  $2x = -1$   
 $x_1 = -\frac{11}{2}$  ,  $x_2 = -\frac{1}{2}$   
 $x_1 \cdot x_2 = \frac{11}{4}$

3.  $2^x = p$  olsun  
 $p^2 - 24p + 128 = 0$   
 $\begin{array}{r} p \\ p \end{array}$   $\begin{array}{r} -16 \\ -8 \end{array}$   
 $(p-16) \cdot (p-8) = 0$   
 $p = 16 = 2^x$  ve  $p = 8 = 2^x$   
 $x_1 = 4$  ,  $x_2 = 3$   
 $x_1 + x_2 = 7$

4.  $2^x = p$  olsun  
 $\frac{p+10}{4} = \frac{9}{4}$   
 $p \cdot (p+10) = 144$   
 $p^2 + 10p - 144 = 0$   
 $\begin{array}{r} p \\ p \end{array}$   $\begin{array}{r} +10 \\ -8 \end{array}$   
 $p = 8 = 2^x$   
 $x = 3$

5.  $\sqrt[4]{x} = p$  olsun  
 $\frac{7}{p} - \frac{10}{p^2} = 1$   
 $\begin{array}{r} p \\ p \end{array}$   $\begin{array}{r} (1) \end{array}$   
 $p^2 - 7p + 10 = 0$   
 $\begin{array}{r} p \\ p \end{array}$   $\begin{array}{r} -5 \\ -2 \end{array}$   
 $p = 5$  ve  $p = 2$   
 $x_1 = 5^4$  ve  $x_2 = 2^4$   
 $x_1 \cdot x_2 = 10^4$

6.  $x^2 - x = p$   
 $p^2 - 8p + 12 = 0$   
 $(p-6) \cdot (p-2) = 0$   
 $p = 6$  ve  $p = 2$   
 $x^2 - x - 6 = 0$  ,  $x^2 - x - 2 = 0$   
 $(x-3) \cdot (x+2) = 0$  ,  $(x-2) \cdot (x+1) = 0$   
 $x_1 = 3$  ,  $x_2 = -2$  ,  $x_3 = 2$  ,  $x_4 = -1$   
 $3 + 2 + 2 + 1 = 8$

- 1.
- $a \in \mathbb{R}$
- olmak üzere,

$$x^2 + a \cdot x + a - 3 = 0$$

$$x_1 \cdot x_2 = 2(x_1 + x_2)$$

$$a - 3 = 2 \cdot (-a)$$

$$\textcircled{C} \quad |a = 1|$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$(x+2) \cdot (x-1) = 0$$

büyük kök 1

- 2.
- $a \in \mathbb{R}$
- olmak üzere,

$$\textcircled{A} \quad ax^2 + x - 2 = 0$$

$$\Delta = 0 \text{ olmalı}$$

$$1 - 4 \cdot a \cdot (-2) = 0$$

$$a = -\frac{1}{8}$$

3. Çevre uzunlukları birbirine eşit olan bir eşkenar üçgen ve bir karenin birer kenarları
- $x_1$
- ve
- $x_2$
- dir.

$$x^2 - 14x + a - 1 = 0$$

denkleminin kökleri de  $x_1$  ve  $x_2$  dir.

$$3x_1 = 4x_2 \Rightarrow x_1 + x_2 = 7p$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$4p \quad 3p$$

$$14 = 7p$$

$$p = 2$$

$$\textcircled{C} \quad x_1 = 8 \quad \text{ve} \quad x_2 = 6$$

$$x_1 \cdot x_2 = a - 1 = 48$$

$$|a = 49|$$

- 4.
- $a$
- bir tam sayıdır.

$$(x-2) \cdot (x+4) = a$$

denkleminin iki farklı reel kökü vardır.

$$x^2 + 2x - 8 - a = 0$$

$$\Delta > 0 \text{ olmalı}$$

$$4 - 4(-8 - a) > 0$$

$$\textcircled{C} \quad 1 + 8 + a > 0 \Rightarrow a > -9$$

en küçük  $-8$

- 5.
- $(a-2)x^2 - 3x + 4 = 0 \rightarrow x_1 + x_2 = \frac{3}{a-2}$
- ,
- $x_1 \cdot x_2 = \frac{4}{a-2}$
- 
- $ax^2 + x - b = 0 \rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{1}{a}$
- ,
- $x_1 \cdot x_2 = -\frac{b}{a}$

$$\frac{3}{a-2} = -\frac{1}{a}$$

$$-a + 2 = 3a$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$\text{ve} \quad \frac{4}{\frac{1}{2} - 2} = -\frac{b}{\frac{1}{2}}$$

$$2 = \frac{2b}{2} \Rightarrow b = \frac{4}{3}$$

$$\textcircled{B}$$

$$a \cdot b = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$$

- 6.
- $x^2 - 3x + 1 = 0$

denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.

$$x_1 + x_2 = 3$$

$$x_1 \cdot x_2 = 1$$

$$\frac{6}{x_1 + \frac{2}{x_2}} = \frac{6}{x_1 + \frac{1}{x_2}} \rightarrow x_1 + x_2 = \frac{6}{3} = 2$$

$x_1 \cdot x_2 = 1$

$$\textcircled{B}$$

7. a sıfırdan farklı bir gerçel sayıdır.

$$P(x) = x^2 + ax + a$$

bir kökü  $P(0)$   
değeri  $x_2$  olsun

$$P(0) = a$$

$$x_1 + x_2 = P(0) + x_2 \Rightarrow 0 + x_2 = -a$$

$$x_1 \cdot x_2 = P(0) \cdot x_2 = a \Rightarrow a \cdot x_2 = a$$

$$|x_2 = 1|$$

$$a + 1 = -a \Rightarrow 2a = -1$$

$$|a = -\frac{1}{2}|$$

- 8.
- $x^2 - 2x - 6 = 0 \rightarrow \begin{cases} m^2 - 2m - 6 = 0 \\ m^2 - 2m = 6 \end{cases} \begin{cases} n^2 - 2n - 6 = 0 \\ n^2 - 2n = 6 \end{cases}$
- 
- denkleminin kökleri m ve n dir.

$$\frac{12}{m^2 - 2m} + \frac{2n^2 - 4n}{3} = \frac{12}{6} + \frac{2 \cdot 6}{3}$$

$$= 2 + 4 = 6$$

- 9.
- $f(x) = x^2 + ax + 2$

$$g(x) = x^2 + 2x + a$$

ortak  $x_0$  kökleri var

$$- / x_0^2 + a \cdot x_0 + 2 = 0$$

$$+ x_0^2 + 2x_0 + a = 0$$

$$x_0(2-a) + a - 2 = 0 \Rightarrow |x_0 = 1|$$

$$f(1) = 1 + a + 2 = 0 \Rightarrow a = -3$$

$$f(x) + g(x) = x^2 - 3x + 2 + x^2 + 2x - 3$$

$$= 2x^2 - x - 1$$

$$\text{kök toplamı} = \frac{1}{2}$$

10. b ve c birer reel sayı olmak üzere,

$$x^2 - bx + c = 0$$

ardışık iki tam sayı kökü

$$b^2 - 4c = ?$$

kökler  $x_1$  ve  $x_1 + 1$  olsun

$$x_1 + x_1 + 1 = b \Rightarrow b^2 = 4x_1^2 + 4x_1 + 1$$

$$x_1 \cdot (x_1 + 1) = c \Rightarrow 4c = 4x_1^2 + 4x_1$$

$$|b^2 - 4c = 1|$$

- 11.
- $A \cdot (A + B) = 53$
- 
- $B \cdot (A + B) = 28 \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{53}{28}$

$$A = 53k$$

$$B = 28k$$

$$53k(53k + 28k) = 53$$

$$k^2 = \frac{1}{81} \Rightarrow k = \frac{1}{9}$$

$$A - B = 25k = 25 \cdot \frac{1}{9} = \frac{25}{9}$$

- 12.
- $m \neq 0$
- olmak üzere,

$$\frac{x}{m+x} + \frac{m}{x} + 2 = 0 \quad \text{payda eşitleyelim}$$

$$x^2 + m(m+x) + 2 \cdot x \cdot (m+x) = 0$$

$$3x^2 + 3mx + m^2 = 0$$

$$\Delta = 9m^2 - 4 \cdot 3 \cdot m^2$$

$$\Delta = -3m^2 < 0 \quad \text{olduğundan gerçel kök yoktur}$$

1.  $x^2 - 2x + m + 1 = 0$   
denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.

$$x_1^2 + x_1 \cdot x_2 = 6$$

$$x_1 \cdot \underbrace{(x_1 + x_2)}_2 = 6$$

(A)

$$|x_1 = 3|$$

$$3^2 - 2 \cdot 3 + m + 1 = 0$$

$$|m = -4|$$

2.  $(x-3) \cdot (x+5) = (x-3)$

$$(x-3) \cdot (x+5-1) = 0$$

$$x = 3 \quad \vee \quad x = -4$$

(E)

$$x_1 + x_2 = -1$$

3.  $b < 0 < a$  olmak üzere,

$$2x^2 - ax + 2b^2 = 0$$

$$\Delta = 0$$

$$a^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2b^2 = 0$$

$$a^2 = 16b^2$$

$$a = -4b$$

$$a + 4b = 0$$

(B)

4.  $x^2 - 103x + k = 0$

kökler asal sayı

$$x_1 + x_2 = 103 \quad (\text{Tek o'dan dolayı biri 2 olmalı})$$

$$x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot 101 = k$$

$$k = 202$$

5.  $-2/x^2 - 3x + a - 2 = 0$

$$2x^2 - x + 2a - 9 = 0$$

ortak kök  $x$  olsun

$$(C) \quad 5x - 5 = 0 \Rightarrow |x = 1|$$

1 ortak kök old.  
denklemi sağlar

$$1^2 - 3 \cdot 1 + a - 2 = 0$$

$$|a = 4|$$

6.  $a \geq 2$  olmak üzere,

$$(a-1)! \cdot x^2 + (a-2)! \cdot x - a! = 0$$

denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = ?$$

(A)

$$\frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{-(a-2)!}{(a-1)!} = \frac{(a-2)!}{a!}$$

$$= \frac{1}{a \cdot (a-1)}$$

7.  $x^2 - 3x - 5 = 0$  denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.

$$-\frac{1}{x_1} \text{ ve } -\frac{1}{x_2} \text{ olan}$$

(A)  $-\frac{1}{x_1} = x$  olsun  $x_1 = -\frac{1}{x}$  olur  
 $x_1$ ,  $x^2 - 3x - 5 = 0$  denk. sağlar  
 $(-\frac{1}{x})^2 - 3(-\frac{1}{x}) - 5 = 0$   
 $\frac{1}{x^2} + \frac{3}{x} - 5 = 0$   
 $5x^2 - 3x - 1 = 0$

8. Aşağıdaki tablonun her karesinde, o karenin satır ve sütun numarasının kareleri toplamına eşit olan bir sayı vardır.

	1.	2.	3.	...	...	...
1.				...		...
2.		13		...		...
...	...	...	...	...		...
...				...	a	265
...	...	...	...	...		...
...				...		...

Örneğin: Sarı renkli kare 2. satır ve 3. sütunda olduğundan bu karede  $2^2 + 3^2 = 13$  vardır.

$$x^2 + x^2 = a$$

$$x^2 + (x+1)^2 = 265$$

$$2x^2 + 2x - 264 = 0$$

$$x^2 + x - 132 = 0$$

$$x = 11$$

$$a = 2 \cdot (11)^2 = 242$$

9.  $(\sqrt{x} + \sqrt{x-6})^2 = (2\sqrt{3})^2$

$$x + \sqrt{x-6} = 12$$

$$(\sqrt{x-6})^2 = (12-x)^2 \Rightarrow x-6 = 144 - 24x + x^2$$

$$x^2 - 25x + 150 = 0$$

$$\begin{array}{r} -15 \\ -10 \end{array}$$

$$x = 10$$

$x = 19$   
burayı sağlamaz

10.  $x^2 - (p-4)x + 2p = 0$

denkleminin kökleri, alanı 24 birimkare olan dikdörtgenin kenarlarıdır.

$$x_1 \cdot x_2 = 24$$

$$2p = 24 \Rightarrow p = 12$$

$$\text{Çevre} = 2(x_1 + x_2) = 2(p-4)$$

$$= 2 \cdot 8 = 16$$

11. Diskriminantı köklerinden en az birine eşit olan ikinci dereceden denklemlere; "EXSTRA DENKLEM" denir.

$$x^2 - x + m = 0, \Delta = 1 - 4m$$

$$(1-4m)^2 - (1-4m) + m = 0$$

$$16m^2 - 3m = 0 \Rightarrow m_1 + m_2 = \frac{3}{16}$$

ACIL MATEMATİK

12.  $|x-y| = 2$

$$x^2 + y^2 = 34$$

$$y = x - 2$$

$$y = x + 2$$

$$x^2 + (x-2)^2 = 34$$

$$x^2 - 2x - 30 = 0$$

$$\Delta > 0$$

2 farklı kök

$$x^2 + (x+2)^2 = 34$$

$$x^2 + 2x - 30 = 0$$

$\Delta > 0$  2 farklı kök

Bulunan x değerleri kadar ikili vardır 4



1.  $8x^3 - 27 = 0$

$$(2x)^3 - 3^3 = (2x-3) \cdot (4x^2 + 6x + 9) = 0$$

$\Delta < 0$   
 $x_1 = \frac{3}{2}$   
 $-\frac{b}{a} = \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2}$

(B)

2.  $x^2 + 3x - m + 1 = 0$   
 $x_1^2 + 3x_1 = m-1$ ,  $x_1 + x_2 = -3$   
denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.

$$\begin{aligned} x_1^2 + 5x_1 + 2x_2 &= 12 \\ x_2^2 + 3x_2 + 2x_1 + 2x_2 &= 12 \\ m-1 + 2(x_1+x_2) &= 12 \\ m-1-6 &= 12 \\ m &= 19 \end{aligned}$$

(E)

3.  $a \neq 0$  ve  $b \neq c$  olmak üzere,

$$\begin{cases} -/ ax^2 + 2bx + c = 0 \\ ax^2 + 2cx + b = 0 \end{cases} \text{ ortak kök } a \rightarrow \frac{a+b+c}{a} = ?$$

$$x(2c-2b) + b-c = 0$$

$$x \cdot 2 \cdot (c-b) = c-b \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

yani  $\left| a = \frac{1}{2} \right|$

a ortak kök her iki denklemde sağlar

$$\frac{1}{2} + b + c = 0 \Rightarrow b + c = -\frac{1}{2}$$

$$\text{işerenen } \frac{a}{a} + \frac{b+c}{a} = 1 + \frac{-\frac{1}{2}}{2}$$

$$= 1 - \frac{1}{4}$$

$$= \frac{3}{4}$$

(D)

4.  $p$  ve  $q$  birer reel sayıdır.

$$x^2 + 6x - p - q = 0$$

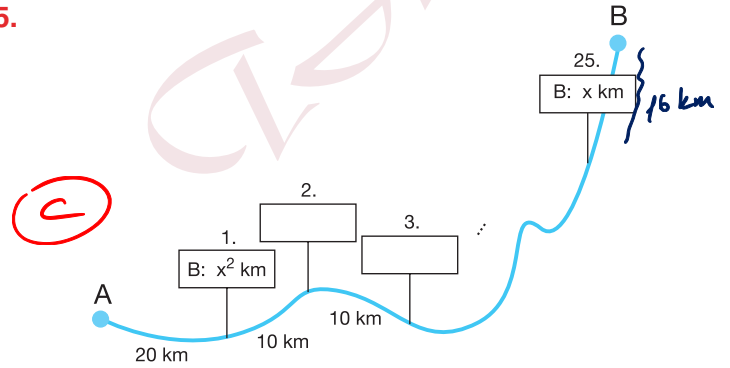
$$p+q = -6$$

$$\Delta = 6^2 - 4 \cdot (-p-q)$$

$$\begin{aligned} &= 36 + 4(p+q) \\ &= 36 + 4 \cdot (-6) = 12 \end{aligned}$$

(E)

5.



(C)

$$x - x^2 = 24 \cdot 10$$

$$0 = x^2 - x - 240$$

$$\boxed{x=16}$$

$$\begin{aligned} |AB| &= 20 + 24 \cdot 10 + 16 \\ &= 276 \text{ km} \end{aligned}$$

6.  $y = x^2 + 4x$

$$|x| = |y| \begin{cases} y = x \\ y = -x \end{cases}$$

(C)

$$\begin{aligned} x &= x^2 + 4x & \vee & & -x &= x^2 + 4x \\ 0 &= x(x+3) & & & 0 &= x(x+5) \end{aligned}$$

$$\text{ç.k.} = \{ (0,0), (-3,-3), (-5,5) \}$$

ç.k. 3 elemanı

$$7. \frac{x^2 + bx + 1}{x - 2} = 0$$

(D)  $x-2$  çarpanı payda olabilir  
 $2^2 + 2b + 1 = 0 \Rightarrow b = -\frac{5}{2}$   
 payın Δ sı sıfır olabilir.  
 $b^2 - 4 \cdot 1 = 0 \Rightarrow b = \pm 2$   
 Yani  $-2 \cdot 2 \cdot -\frac{5}{2} = 10$

8.  $A = \{-2, -1, 3\}$  ve  $b, c \in A$  olmak üzere,

$$x^2 + bx + c = 0$$

$$b^2 - 4c > 0$$

$$c = 3 \text{ için } b^2 - 12 > 0 \text{ reel kök yok}$$

$$c = -1 \text{ için } b^2 + 4 > 0 \left. \begin{array}{l} b = -2 \\ b = -1 \\ b = 3 \end{array} \right\} 3 \text{ durum}$$

$$c = -2 \text{ için } b^2 + 8 > 0 \left. \begin{array}{l} b = -2 \\ b = -1 \\ b = 3 \end{array} \right\} 3 \text{ durum}$$

her durumda farklı 2 reel kök gelir  
 $6 \cdot 2 = 12$  reel kök vardır.

(C)

9.  $2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 9\left(x + \frac{1}{x}\right) + 14 = 0$

$$x + \frac{1}{x} = p \text{ olsun}$$

$$x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = p^2$$

$$2(p^2 - 2) - 9p + 14 = 0$$

$$2p^2 - 9p + 10 = 0$$

$$\begin{array}{l} \downarrow \\ 2p \\ p \end{array} \quad \begin{array}{l} -5 \Rightarrow p = \frac{5}{2} \\ -2 \Rightarrow p = 2 \end{array}$$

$$x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2} \quad \vee \quad x + \frac{1}{x} = 2$$

$$2x^2 - 5x + 1 = 0$$

2 farklı kök

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

1 kök

Toplam 3 farklı kök

10.  $x^2 - 3x + k = 0$  denkleminin tam sayı kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.

$$\begin{array}{cccccc} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ x_1 & a & b & c & d & x_2 \end{array}$$

$a, b, c, d$  tam sayı ise  $a+c=?$

(D)

$x_1 = -1$  ve  $x_2 = 4$  olmalıdır  
 (kök toplamı  $-3$  ve arada 4 tam sayı old.)

$$\left. \begin{array}{l} a = 0 \\ b = 1 \\ c = 2 \\ d = 3 \end{array} \right\} a+c = 2 \checkmark$$

11. Bir öğrenci katsayıları birbirinden farklı  $ax^2 + bx + c = 0$  şeklindeki bir denklemin köklerini doğru bulmuştur.

$$b^2 - 4ac = a^2 - 4bc$$

$$b^2 - a^2 = 4c(a-b)$$

(kat sayılar farklı sadeleştirdi)

$$(b-a) \cdot (b+a) = 4c(a-b) - 1$$

$$b+a+4c=0$$

ACIL MATEMATİK

12.  $m, n, p \in \mathbb{R}$ ,  $m$  ve  $n$  sıfırdan farklı sayılardır.

$$|m-n| = |m| + |n| \text{ bu durum } m \text{ ile } n \text{ zıt işaretli durumdur.}$$

olduğuna göre,  $mx^2 + px + n = 0$  denkleminin kökleri ile ilgili olarak aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

(A)

$$p^2 - 4 \cdot m \cdot n > 0$$

$m, n < 0$  old.

Denklemin iki reel kökü vardır.

1.  $ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow$  kökleri  $x_1$  ve  $x_2$

denkleminin kökleri toplamı  $-4$ 'tür.

$a\left(\frac{3-x}{5}\right)^2 + b\left(\frac{3-x}{5}\right) + c = 0 \rightarrow$  kökleri  $x_3$  ve  $x_4$

$$\begin{cases} \frac{3-x_3}{5} = x_1 \\ -x_3 = 5x_1 - 3 \\ x_3 = 3 - 5x_1 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{3-x_4}{5} = x_2 \\ 3 - x_4 = 5x_2 \\ 3 - 5x_2 = x_4 \end{cases}$$

(E)

$$\begin{aligned} x_3 + x_4 &= 3 - 5x_1 + 3 - 5x_2 \\ &= 6 - 5(x_1 + x_2) \\ &= 6 - 5 \cdot (-4) \\ &= 26 \end{aligned}$$

2.  $x^2 = x + 1$  denkleminin köklerinden biri  $\phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$  dir.

$\phi^3 - 2\phi = ?$

$x \cdot x^2 = (x+1) \cdot x$

$x^3 - 2x = x^2 + x - 2x$

$x^3 - 2x = x^2 - x = x \cdot (x-1)$

(A)

$$\begin{aligned} \phi^3 - 2\phi &= \frac{\sqrt{5}+1}{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2} - 1\right) \\ &= \frac{\sqrt{5}+1}{2} \cdot \frac{\sqrt{5}-1}{2} \\ &= \frac{5-1}{2 \cdot 2} = 1 \checkmark \end{aligned}$$

3.  $P(x) = x^2 + bx + c$ , polinomunun tam sayı sıfırlarından biri diğerinin 4 katıdır.

$x_1 = 4x_2$

(D)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -b \\ 5x_2 = -b \\ x_2 = -\frac{b}{5} \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 \cdot x_2 = c \\ 4x_2^2 = c \\ 4 \cdot \left(-\frac{b}{5}\right)^2 = c \\ 4b^2 = 25c \end{cases}$$

4. I.  $x^2 - ax + b - 3 = 0$  denkleminin bir kökü  $a$ 'dır.  $\rightarrow a$  ve  $x_1$   
II.  $x^2 + bx + a = 0$  denkleminin bir kökü  $b$ 'dir.  $\rightarrow b$  ve  $x_2$

(B)

$$\begin{cases} a + x_1 = a \\ x_1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \cdot x_1 = b - 3 \\ b - 3 = 0 \\ b = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} b + x_2 = -b \\ x_2 = -2b \\ \boxed{x_2 = -6} \end{cases}$$

5. Bir sayı doğrusundaki noktalar küçükten büyüğe doğru sırasıyla A, B, C ve D dir.

$|AB| = a$ ,  $|AC| = m$ ,  $|AD| = b$  ve  $|BC| = |CD|$  dir.



ACİL MATEMATİK

(B)

$$\begin{aligned} 2(m-a) + a &= b \\ 2m - a &= b \rightarrow 2m = a + b \rightarrow m = \frac{a+b}{2} \\ x^2 + \frac{b+a}{m} \cdot x + \frac{m-a}{b-m} &= 0 \\ x^2 + 2x + 1 &= 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 0 \\ x &= -1 \end{aligned}$$

6.  $(2x + 5)^5 = (2x + 5)^3$

$(2x+5)^3 [(2x+5)^2 - 1] = 0$

$2x+5=0$   
 $x_1 = -\frac{5}{2}$

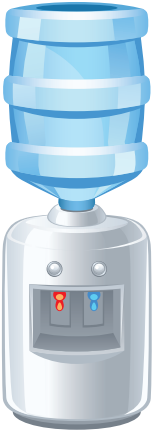
$2x+5=1$   
 $x_2 = -2$

$2x+5=-1$   
 $x_3 = -3$

$x_1 + x_2 + x_3 = -7,5$

(A)

7.



Yanda bir Sebil görseli verilmiştir. Sebilin kırmızı düğmesine basıldığında sıcak, mavi düğmesine basıldığında soğuk su akmaktadır.

$$\begin{aligned} \text{soğuk su} &= t-6 \\ \text{sıcak su} &= t \end{aligned}$$

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{t-6} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{t-6+t}{t \cdot (t-6)} = \frac{1}{4}$$

$$8t-24 = t^2-6t$$

$$0 = t^2 - 14t + 24$$

$$\boxed{t=12}$$

$$(t-6 > 0 \text{ olmalı})$$

8. Öğretmen; aşağıda yazılan ikinci dereceden,

$$x^2 - mx + m = 0$$

denklemin köklerini öğrencilerine tam sayı olarak bulmayı hedeflemektedir.

$$\begin{aligned} \Delta &= m^2 - 4m \\ x_{1,2} &= \frac{m \pm \sqrt{\Delta}}{2} \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

$$m^2 - 4m \text{ tam kare}$$

$$m=0 \text{ ve } m=4 \text{ için}$$

$$0+4=4$$

9. İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler aşağıdaki gibi gruplandırılmıştır.

1. grup: Diskriminantı pozitif olanlar

2. grup: Diskriminantı negatif olanlar

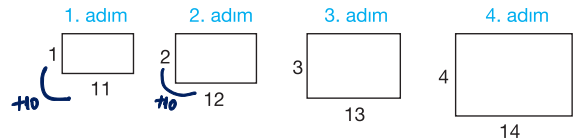
3. grup: Diskriminantı sıfır olanlar

$$\begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4 \cdot a \cdot c \\ a \text{ ve } c \text{ zıt işaretli ise} \\ \Delta &> 0 \text{ ise 1. grup} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta > 0 \text{ ve } \Delta = 0 & \\ \downarrow \text{ farklı iki kök} & \quad \downarrow \text{ çakışık iki kök} \\ \Delta < 0 \text{ ise reel kök yoktur.} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{kök top} &= -6, \text{ kök çarpımı} = 10 \\ x^2 - 6x + 10 &= 0 \\ \Delta < 0 \text{ old. 3 gruptadır.} & \end{aligned}$$

10. Aşağıda bir şekil örüntüsü verilmiştir. Örüntünün ilk adımında dikdörtgenin kısa kenarı 1 cm ve uzun kenarı 11 cm'dir. Her yeni adımda kısa ve uzun kenarlar birer cm artmaktadır.



Bu örüntünün herhangi bir adımındaki dikdörtgenin alanı S cm<sup>2</sup> ve çevresi Ç cm'dir.

$$S = x \cdot (x+10) \text{ ve } \text{Ç} = 2(x+x+10)$$

$$x^2 + 10x - (4x + 20) = 140$$

$$x^2 + 6x - 160 = 0$$

$$\begin{aligned} & \downarrow \\ & +16 \\ & -10 \rightarrow \boxed{x=10} \end{aligned}$$

$$S = 10 \cdot 20 = 200$$

$$\text{Ç} = 60$$

$$S + \text{Ç} = 260$$

11. Bir odanın dikdörtgen biçimindeki tabanının kenar uzunlukları metre birimine göre,

$$x^2 - (a + 2)x + a = 0$$

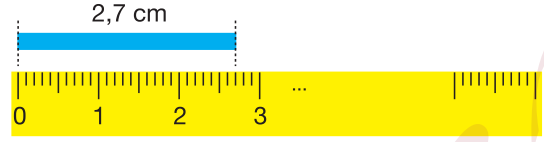
denkleminin kökleridir.

Çeyre = 40  
 $x_1 + x_2 = 20$

(A)

$a + 2 = 20 \Rightarrow \boxed{a = 18}$   
 Alan =  $x_1 \cdot x_2 = a = 18$

13. Aşağıda verilen cetvelle bir çubuğun uzunluğu ölçüldüğünde çubuk 2,7 cm gelmiştir. Esra, bu 2,7 değerinde 2'nin ve 7'nin karelerini toplayınca,  $2^2 + 7^2 = 53$  elde etmiştir.



2. çubuk  $x, y \Rightarrow x^2 + y^2 = 289$

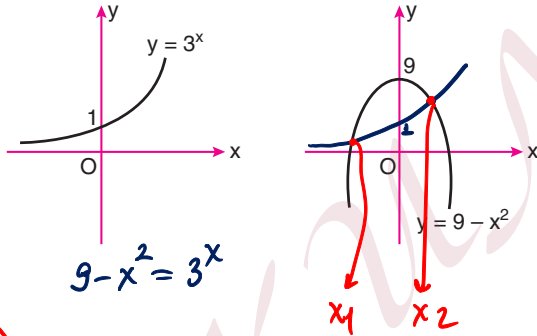
3. çubuk  $x-1, y \Rightarrow \frac{-(x-1)^2 - y^2 = 260}{x^2 - (x-1)^2 = 29}$

$2x + 1 = 29$   
 $\boxed{x = 15}$

(D)

2. çubuk  $\rightarrow 15, 8$

12. Aşağıda,  $y = 3^x$  ve  $y = 9 - x^2$  fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



$9 - x^2 = 3^x$

Ç.K. =  $\{x_1, x_2\}$

(C)

14. abc üç basamaklı bir sayı olmak üzere,

$ax^2 + bx + c - abc = 0$   $abc = 100a + 10b + c$

$ax^2 + bx - 100a - 10b = 0$

$ax^2 + bx - 10 \cdot (10a + b) = 0$

$x \quad -10$

$(ax + 10a + b) \cdot (x - 10) = 0$

$x_2 = \frac{-10a - b}{a}$

$x_1 = 10$

(B)

1.  $i^2 = -1$  olmak üzere,

$$\frac{\sqrt{-18} \cdot \sqrt{-9}}{\sqrt{-50}} = \frac{\sqrt{18} \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{-1} \cdot \sqrt{-1}}{\sqrt{50} \cdot \sqrt{-1}}$$

$$= \frac{3\sqrt{2} \cdot i \cdot 3}{5\sqrt{2}}$$

$$= \frac{9i}{5}$$

(B)

2.  $i^2 = -1$  olmak üzere,

$$(i^3)^5 - (i^5)^7$$

$$= i^{15} - i^{35}$$

$$= i^{4 \cdot 3 + 3} - i^{4 \cdot 8 + 3}$$

$$= i^3 - i^3 = 0$$

(C)

3.  $z \in \mathbb{C}$  olmak üzere,

- I.  $\text{Re}(z) + \text{Re}(\bar{z}) = 0$
- II.  $z + \bar{z} = 2\text{im}(z)$
- III.  $\text{im}(z) - \text{im}(\bar{z}) = 2\text{im}(z)$

$$z = a + bi$$

$$\bar{z} = a - bi \quad \text{olsun}$$

- I.  $a + a = 2a$  ( $a \neq 0$  için sağlanmaz) X
- II.  $a + bi + a - bi = 2a$  X
- III.  $b - (-b) = 2b$  ✓

(D)

4.  $i^2 = -1$  olmak üzere,

$$P(x) = x^{15} - x^{12} - x^3 + x - 1$$

$$x^3 - i^{10} = 0$$

$$x^3 = i^{10}$$

$$(x^3)^5 - (x^3)^4 - x^3 + x - 1$$

$$\text{Kalan} = (i^{10})^5 - (i^{10})^4 - i^{10} + x - 1$$

$$= -1 - 1 + 1 + x - 1$$

$$= x - 2$$

(E)

5.  $i^n$  nin gerçekte sayı olması için  $n$  yerine gelecek iki basamaklı doğal sayılar çift olmalıdır  
10, 12, 14, ..., 98

$$\frac{98 - 10}{2} + 1 = 45$$

(C)

6.  $3 + i^7 + i^8 + i^9 + \dots + i^{447} = 2a + b + bi$

441 tane  
ardışık 4 lü gruplar sıfır olacağından

$$3 + i^7 = 2a + b + bi$$

$$3 - i = 2a + b + bi$$

$$\underline{b = -1} \quad \text{ve} \quad \frac{2a + b = 3}{\underline{a = 2}}$$

$$a^b = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

(B)

7.  $i^2 = -1$  olmak üzere,  
 $(i-1)^6 + (i+1)^8$

$$(1+i)^2 = 2i$$

$$(1-i)^2 = -2i$$

(D)

$$= [(1-i)^2]^3 + [(1+i)^2]^4$$

$$= (-2i)^3 + (2i)^4$$

$$= +8i + 16$$

$$= 8(2+i)$$

8.  $z = 4 - 2i$   $\bar{z} = 4 + 2i$

karmaşık sayısı veriliyor.

$$\frac{z - \bar{z}}{z + \bar{z}} = \frac{4 - 2i - 4 - 2i}{4 - 2i + 4 + 2i}$$

$$= \frac{-4i}{8}$$

$$= -\frac{i}{2}$$

(B)

9.  $m$  ve  $n$  reel sayı olmak üzere,  $x^2 + mx + n = 0$  denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.

*Katsayılar Reel sayı*

$i$  sanal sayı birimi olmak üzere,

$$x_1 = 3 + i \text{ old.}$$

$$x_2 = 3 - i \text{ olur}$$

$$x_1 + x_2 = 6$$

$$x_1 \cdot x_2 = 10$$

$$x^2 - 6x + 10 = 0$$

$$\Delta = 36 - 4 \cdot 10 = -4$$

$$\frac{m}{n} = \frac{-6}{10} = -\frac{3}{5}$$

(E)

10.  $5 - 6i$  diğer kök eşleniği  $5 + 6i = a + 2bi$
- $$a = 5$$
- $$+ b = 3$$
- $$8$$

(D)

11.  $z$  bir karmaşık sayıdır.

$$z = a + bi \text{ ve } z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2$$

$$x_1 = \sqrt{2} + i$$

$$x_2 = \sqrt{2} - i$$

$$x_1 + x_2 = 2\sqrt{2}$$

$$x_1 \cdot x_2 = 3$$

$$x^2 - 2\sqrt{2}x + 3 = 0$$

$$x^2 - 2\sqrt{2}x + 3 = 0$$

(C)

12.  $z$  bir karmaşık sayıdır.

$$\bar{z}(1-i) + z = 5 - 2i$$

$$z = x + yi \text{ olsun}$$

$$\bar{z} = x - yi$$

$$(x - yi)(1 - i) = 5 - 2i - x - yi$$

$$x - y - i(y + x) = 5 - x - i(2 + y)$$

$$x - y = 5 - x \quad \vee \quad y + x = 2 + y$$

$$|y = -1|$$

$$|x = 2|$$

$$z = x + yi = 2 - i$$

(B)

1. Gerçek katsayılı,

$$x^2 + bx + c = 0$$

$$(1+i)^2 = 2i \quad \text{diğer kök } -2i$$

$$x_1 \cdot x_2 = 2i \cdot (-2i) = c$$

(B)

$$c = 4$$

2.  $x^4 + 5x^2 - 6 = 0$

$$x^2 = p \quad \text{olsun.}$$

(A)  $p^2 + 5p - 6 = (p+6)(p-1) = 0$

$$x^2 = -6 \quad \text{ve} \quad x^2 = 1$$

$$|x| = \sqrt{-1} \cdot \sqrt{6}$$

$$x = \pm 1$$

$$|x| = \sqrt{6} \cdot i$$

$$x = \sqrt{6}i$$

$$x = -\sqrt{6}i$$

3.  $i^2 = -1$  olmak üzere,

$$f_n(x) = x + i^n$$

(C) şekilde tanımlanan  $f_n$  fonksiyonu için,

$$(f_1 \circ f_2 \circ f_4)(3) = ?$$

$$f_4(3) = 3 + i^4 = 4$$

$$f_2(4) = 4 + i^2 = 3$$

$$f_1(3) = 3 + i$$

4.  $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ ,  $f(z) = \bar{z}$  fonksiyonu tanımlanıyor.

$$(f \circ f \circ \dots \circ f)(2+3i)$$

$$f(2+3i) = 2-3i$$

$$f \circ f(2+3i) = f(2-3i) = 2+3i$$

$$f \circ f \circ f \dots = 2-3i$$

$$\underbrace{f \circ f \dots \circ f}_{99}(2+3i) = 2-3i$$

(B)

5.  $i^2 = -1$  ve  $m < 0 < n$  dir.

$$m = -1 \cdot p \quad \text{olsun } (p \in \mathbb{R}^+)$$

I.  $\sqrt{m} = \sqrt{-1} \sqrt{p} = i \cdot \sqrt{p} \in \mathbb{C} \checkmark$

II.  $n \in \mathbb{R}^+ \quad \sqrt{n} \in \mathbb{R} \checkmark$

III.  $i \cdot \sqrt{m} = i \cdot \sqrt{-1} \cdot \sqrt{p} = i^2 \cdot \sqrt{p} = -\sqrt{p} \in \mathbb{R} \checkmark$

(E)

6.  $i^2 = -1$  olmak üzere,

$$(1-i) \cdot (1-i^2) \cdot (1-i^3) \cdot \dots \cdot (1-i^7) = A \quad \text{olsun}$$

A'nın çarpanlarından biri  $1-i^4 = 0$

(C)



7.  $a_1x^2 + b_1x + c_1 = 0$   
denkleminin çözüm kümesi  $\{2\}$ , *çarkışık kök  $\Delta_1 = 0$*
- $a_2x^2 + b_2x + c_2 = 0$  *Sanal kök  $\Delta_2 < 0$*   
denkleminin çözüm kümesi  $\{1 - \sqrt{3}i, 1 + \sqrt{3}i\}$ ,
- $a_3x^2 + b_3x + c_3 = 0$  *iki farklı reel kök  $\Delta_3 > 0$*   
denkleminin çözüm kümesi  $\{-3, 2\}$  dir.
- (B)  $\Delta_3 > \Delta_1 > \Delta_2$

9.  $i^2 = -1$  olmak üzere,
- $i^{1!} + i^{2!} + i^{3!} + i^{4!} + i^{100!}$   
*97 tane 1*
- (D)  $i - 2 + 97 = i + 95$

10.  $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C}$   
 $f(x) = i^x + i^{-x}$
- (C) fonksiyonu veriliyor.

$f(0) = 2$   
 $f(1) = 0$   
 $f(2) = -2$   
 $f(3) = 0$   
 $f(4) = 2$   
görüntü kümesi  $\{-2, 0, 2\}$

8.  $z$  bir karmaşık sayı olmak üzere,

$z \cdot \bar{z} = 16$

$z = x + iy$

$\bar{z} = x - iy$

$x^2 + y^2 = 16$

$\operatorname{Re}^2(z) + \operatorname{Im}^2(z) = x^2 + y^2 = 16$

11.  $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ ,  
 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 1$

- (B) olarak tanımlanıyor.

$f(x) = (x-1)^3 + 1$   
 $f \circ f(1+i) = f((1+i-1)^3 + 1)$   
 $= f(i^3 + 1)$   
 $= f(1-i)$   
 $f(1-i) = (1-i-1)^3 + 1$   
 $= i + 1$

12.  $z \in \mathbb{C}$  olmak üzere,

$$z^2 + 5z + 10 = 0 \longrightarrow \begin{cases} z_1 \cdot z_2 = 10 \\ z_1 + z_2 = -5 \end{cases}$$

denkleminin kökleri  $z_1$  ve  $z_2$  dir.

(A)

$$\begin{aligned} z_1^2 \cdot z_2 + z_1 \cdot z_2^2 &= z_1 \cdot z_2 (z_1 + z_2) \\ &= 10 \cdot (-5) \\ &= -50 \end{aligned}$$

13.  $i^2 = -1$  olmak üzere,

$$P(x) = x^2 - 2xi - 1 = x^2 - 2xi + i^2$$

(B)

$$\begin{aligned} P(x) &= (x-i)^2 \\ P(21i) &= (21i-i)^2 = 20^2 \cdot i^2 \\ &= -400 \end{aligned}$$

14.  $i^2 = -1$  olmak üzere,

(E)

$$\begin{aligned} 1 + \frac{i}{1 - \frac{1}{i}} &= 1 + \frac{i(1-i)}{(1+i)(1-i)} \\ &= 1 + \frac{1+i}{2} \\ &= \frac{3+i}{2} \end{aligned}$$

15.  $a < b < 0$  olmak üzere,

$$z = \sqrt{-a^2 + 2ab - b^2} - \sqrt{a^2} - b$$

$$\begin{aligned} z &= \sqrt{-(a-b)^2} - \sqrt{a^2} - b \\ &= \sqrt{-1} \cdot |a-b| - |a| - b \\ &= i \underbrace{(b-a)}_{\text{Im}(z)} + \underbrace{a-b}_{\text{Re}(z)} \end{aligned}$$

$$b-a+a-b=0$$

16.  $i^2 = -1$ ,  $p$  ve  $q$  iki reel sayıdır.

$$\frac{x^2+9}{x-3i} = px+iq$$

$$x^2+9 = x^2-9i^2$$

$$\frac{(x-3i) \cdot (x+3i)}{x-3i} = px+iq$$

$$x+3i = px+iq$$

$$\boxed{p=1} \text{ ve } \boxed{q=3}$$

$$3p-9 = 3-3=0$$