

ASAL SAYI

1 ve kendisinden başka pozitif tam böleni olmayan, 1'den büyük tam sayılara **asal sayılar** denir.

- 2 hariç tüm asal sayılar tek sayıdır.
- En küçük asal sayı 2 olup, asal sayıların belirli bir formülü yoktur.
- 2 ve 3 dışında ardışık asal sayı çifti yoktur.
- İki asal sayının toplamı tek ise bu sayılardan biri 2 olmak zorundadır.

1. a, b ve c birer asal sayı olmak üzere,

$$\begin{array}{r} 3 \quad 2 \quad 17 \\ (a - b) \cdot c = 17 \end{array}$$

- 12 olduğuna göre, $c - (a + b)$ işleminin sonucu kaçtır?

$$\begin{array}{l} c - (a + b) = 17 - 5 \\ = 12 \end{array}$$

2. p ve q birer asal sayı olmak üzere,

$$p + q = 81$$

- 158 olduğuna göre, $p \cdot q$ çarpımı kaçtır?

$$\begin{array}{r} p + q = 81 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 2 \quad 79 \\ 79 \quad 2 \\ p \cdot q = 79 \cdot 2 = 158 \end{array}$$

3. a, b ve c birer asal sayıdır.

$$a^2 - b^2 = c$$

- 30 olduğuna göre, $a \cdot b \cdot c$ çarpımının sonucu kaçtır?

$$\begin{array}{r} (a - b) \cdot (a + b) = c \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 3 \quad 2 \quad 5 \\ a = 3 \quad b = 2 \quad c = 5 \\ a \cdot b \cdot c = 3 \cdot 2 \cdot 5 = 30 \end{array}$$

4. 1, 2, 3, 6, 7 ve 9 rakamları ile her bir rakam bir kez kullanarak iki basamaklı üç tane asal sayı oluşturulacaktır.

- 181 Buna göre, bu üç sayının toplamı en çok kaçtır?

$$\begin{array}{r} 97 \\ 61 \\ + 23 \\ \hline 181 \end{array}$$

ARALARINDA ASAL SAYILAR

1'den başka pozitif ortak böleni olmayan iki pozitif tam sayıya **aralarında asal sayılar** denir.

- 1 ile bütün pozitif tam sayılar aralarında asaldır.
- Ardışık pozitif tam sayılar aralarında asaldır.
- Sayıların aralarında asal olması için bu sayıların ayrı ayrı asal olmaları gerekmez.

x ile y ve a ile b aralarında asal sayılar olmak üzere,

$$\frac{x}{y} = \frac{a}{b} \text{ ise } x = a \text{ ve } y = b \text{ dir.}$$

1. a ve b aralarında asal iki doğal sayıdır.

$$a + b = 14$$

olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımının en büyük değeri kaçtır?

$$\begin{array}{r} 45 \\ a + b = 14 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 5 \quad 9 \\ a \cdot b = 5 \cdot 9 = 45 \end{array}$$

2. x ve y aralarında asal iki doğal sayıdır.

$$x \cdot y = 60$$

olduğuna göre, $x + y$ toplamının alabileceği kaç farklı değer vardır?

$$\begin{array}{r} 4 \\ x \cdot y = 60 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 1 \quad 60 \\ 3 \quad 20 \\ 4 \quad 15 \\ 5 \quad 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} x + y \\ \hline 61 \\ 23 \\ 19 \\ 17 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{r} 1 \quad 60 \\ 3 \quad 20 \\ 4 \quad 15 \\ 5 \quad 12 \end{array}} \right\} 4 \text{ tane}$$

3. A3 iki basamaklı asal olmayan bir doğal sayıdır.

A3 ve 55 sayıları aralarında asal olduğuna göre, A'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

$$\begin{array}{r} 15 \\ A3 \\ \downarrow \\ 6 \\ 9 \end{array} \quad \begin{array}{l} (63, 55) \text{ aralarında asal} \\ (93, 55) \text{ aralarında asal} \\ 6 + 9 = 15 \end{array}$$

4. $5a - 1$ ile $3b + 1$ sayıları aralarında asal iki doğal sayıdır.

$$\frac{5a - 1}{3b + 1} = \frac{36}{40} \cdot \frac{9}{10}$$

olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

$$\begin{array}{r} 6 \\ 5a - 1 = 9 \\ 5a = 10 \\ a = 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3b + 1 = 10 \\ 3b = 9 \\ b = 3 \\ a \cdot b = 2 \cdot 3 = 6 \end{array}$$

Etkinlik 1

Aşağıda harflendirilmiş iki basamaklı sayılarla numaralandırılmış ifadeleri eşleştiriniz.

a) 11 b) 13 c) 29 d) 43 e) 57

f) 61 g) 73 h) 81 ı) 91

I. İki basamaklı rakamları birbirinden farklı en küçük asal sayı **13**

II. Hem rakamları toplamı hem de kendisi asal olan sayılar **11, 29, 43, 61**

III. Rakamları farkının mutlak değeri asal olan sayılar **13, 29, 57, 61, 81**

IV. Asal rakamlardan oluşmuş asal sayılar **73**
57 asal değil

V. Tersten yazılışı da asal sayı olan asal sayılar.
I. b II. a, c, d, f III. b, c, e, f, h IV. g V. a, b, g

11, 13, 73

91 = 13 · 7 asal sayı değildir.

ASAL ÇARPANLARA AYIRMA

- Bir doğal sayıyı asal sayıların çarpımı şeklinde yazmaya **asal çarpanlara ayırma** denir. Bir sayı asal çarpanlarına ayrıldığında birden fazla aynı sayının çarpımı varsa bu sayılar üslü olarak yazılır.
- Bir sayıyı asal çarpanlarına ayırmak için verilen sayı 2 asal sayısından başlanarak sırasıyla bölünür. Sayı 2 asal sayısına bölünmez ise bir sonraki asal sayıya geçilir. Bu şekilde bölüm 1 olana kadar devam edilir.

Örneğin; 60 sayısını asal çarpanlarına ayıralım.

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$60 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1$$

şeklinde dir.

Sayı	Asal Çarpanlara Ayrılmış Hâli
48	$2^4 \cdot 3^1$
$36 \cdot 77$	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 11$
$125^2 - 125$	$2^2 \cdot 5^3 \cdot 31$
24000	$2^6 \cdot 3^1 \cdot 5^3$

$$125^2 - 125 = 125(125 - 1)$$

$$= 125 \cdot 124$$

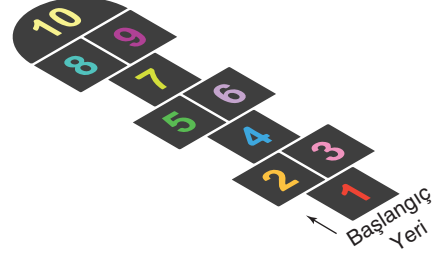
$$= 5^3 \cdot 2^2 \cdot 31$$

$$24000 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 2^3 \cdot 5^3$$

$$= 2^6 \cdot 3^1 \cdot 5^3$$

Etkinlik 2

Aşağıda bir sek-sek oyunu için çizilen bir görsel verilmiştir.



Aslı başlangıç yerinden 1'den 10'a kadar (10 dahil) bütün sayılara ayaklarıyla basarak oyunu tamamlayacaktır.

Aslı, oyunda yan yana olan karelere sağ ve sol ayağıyla olmak üzere iki ayağıyla basacaktır.

Oyun sonunda Aslı tek ayağıyla bastığı tüm sayılarla iki ayağıyla bastığı sayılardan küçük olanları çarpıyor.

Buna göre, Aslı'nın bu kurala göre bulacağı çarpımın asal çarpanlara ayrılmış şeklini bulunuz.

$$2^7 \cdot 5^2 \cdot 7$$

$$1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 10 = 2^7 \cdot 5^2 \cdot 7$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $2^2 \quad 2^3 \quad 2 \cdot 5^1$

Etkinlik 3

Aşağıda bir elektronik saat gösterilmiştir. Yunus, bu elektronik saat üzerindeki rakamları çarpıp bulduğu sayıyı asal çarpanlara ayırmaktadır.

Örneğin; Saat **12:43** iken

Yunus, $1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3$ çarpımını $2^3 \cdot 3$ şeklinde asal çarpanlarına ayırmıştır.

Yunus günün belirli bir saatinde ekranda yazan rakamları çarptığında bulunabilecek en büyük sayıyı bulmuştur.

Buna göre, bu sayının asal çarpanlarına ayrılmış halini bulunuz.

$$3^4 \cdot 5$$

$$19:59$$

$$1 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 9 = 3^2 \cdot 5 \cdot 3^2$$

$$= 3^4 \cdot 5$$

ASAL BÖLENLER

1. 84 sayısının asal bölenlerinin toplamı kaçtır?

$$84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$2 + 3 + 7 = 12$$

2. $111^2 + 222^2$
toplamının asal bölenlerinin toplamı kaçtır?

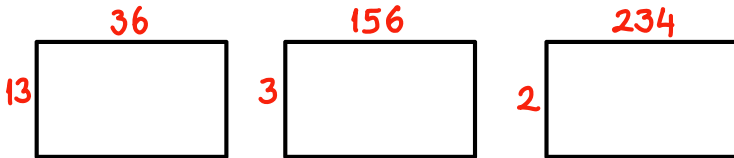
$$111^2 \cdot (1 + 2^2) = 37^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$37 + 3 + 5 = 45$$

3. Bir tarım işletmesi, 468 metrekarelik bir alanı çitle çevirmek istemektedir. Çit döşemek için kullanılacak alan dikdörtgen şeklinde olmalı ve kenarlardan biri asal sayı olmalıdır.

Buna göre, bu şartı sağlayan kaç farklı olası dikdörtgen oluşturulabilir?

$$468 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 13$$



4. Bir sayının tüm asal çarpanları küçükten büyüğe sıralandığında, sıralanan bu sayılara o sayının şifresi denir.

Örneğin; 18 sayısının şifresi 233'tür.

Buna göre, bir öğrenci 3A7 biçiminde bir şifre yazdığına göre, A'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

$$337 \quad 357 \quad 377$$

$$3 + 5 + 7 = 15$$

SEMBOLLE İFADE EDİLMİŞ SORULAR

1. A bir pozitif tam sayı olmak üzere, A^* ifadesi A sayısının asal bölenlerinin toplamı şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre, $(209^*)^*$ ifadesinin değeri kaçtır?

$$209 = 11 \cdot 19$$

$$209^* = 11 + 19 = 30$$

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$30^* = 2 + 3 + 5 = 10$$

2. $\triangle_n$ ifadesi bir doğal sayının asal bölenlerinin çarpımı şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre, $\triangle_n = 14$ eşitliğini sağlayan üç basamaklı en küçük doğal sayının rakamları toplamı kaçtır?

$14 = 2 \cdot 7$ olduğundan n sayısının asal bölenleri 2 ve 7 dir.

$$n = 2^4 \cdot 7 = 112$$

En küçük üç basamaklı n doğal sayısı 112 dir.

$$1 + 1 + 2 = 4$$

3. A bir doğal sayı ve p bir asal sayı olmak üzere,

$A \cdot p$ sembolü; $A \cdot p$ sayısının asal bölenlerinin sayısını ifade etmektedir.

$$420 \cdot p = 4 \text{ ve } 990 \cdot p = 5$$

olduğuna göre, p kaçtır?

$$420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

↓
4 tane asal bölüne vardır. Demek ki p, 2, 3, 5 ve 7 den biri olmalıdır.

0 halde p asal sayısı 7 olmalıdır.

$$990 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11$$

↓
4 tane asal bölüne vardır. Demek ki p, 2, 3, 5 ve 11 dışında bir asal olmalıdır.

BÖLEN SAYISI

- I. Bir A pozitif tam sayısının asal çarpanlarının kuvvetleri biçiminde yazılışı aşağıdaki gibi olsun.

$$A = x^a \cdot y^b \cdot z^c$$

Bir doğal sayı asal çarpanlarının çarpımı şeklinde genel formda yazıldığında her bir çarpanın kuvvetlerinin birer fazlasının çarpımı, o sayının pozitif bölenlerinin sayısını verir.

$$\text{Pozitif Bölenlerin Sayısı (PBS)} = (a + 1) \cdot (b + 1) \cdot (c + 1)$$

- II. A pozitif tam sayısının pozitif tam bölenlerinin sayısı ile negatif tam bölenlerinin sayısı birbirine eşittir.

$$\text{Tüm (pozitif ve negatif) Bölenlerin Sayısı (TBS)} = 2 \cdot (\text{PBS})$$

Örnek

Aşağıdaki tabloya bir doğal sayı ile bu sayının pozitif ve negatif bölenlerinin tamamı yazılacaktır.

Sayı	Pozitif Bölenleri	Negatif Bölenleri
8	1, 2, 4, 8	-1, -2, -4, -8
15	1, 3, 5, 15	-1, -3, -5, -15
21	1, 3, 7, 21	-1, -3, -7, -21
13	1, 13	-1, -13
49	1, 7, 49	-1, -7, -49

Buna göre, tablodaki boşlukları doldurunuz.

Etkinlik 4

- a) 12 b) 54 c) 37 d) 75 e) 81 f) 62

Yukarıda verilen sayılarla aşağıda verilen beş maddeyi eşleştiriniz.

- I. İki tane pozitif tam sayı böleni olan sayı **37**
 II. Tam bölenlerinin sayısı 16 olan sayı **54**
 III. Asal bölenlerinin çarpımı 15 olan sayı **75**
 IV. Pozitif tam bölen sayısı 5 olan sayı **81**
 V. En büyük asal çarpanı bulunduran sayı **62**

I. c II. b III. d IV. e V. f

	Pozitif B.	Negatif B.
12	1, 2, 3, 4, 6, 12	-1, -2, -3, -4, -6, -12
54	1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54	-1, -2, -3, -6, -9, -18, -27, -54
37	1, 37	-1, -37
75	1, 3, 5, 15, 25, 75	-1, -3, -5, -15, -25, -75
81	1, 3, 9, 27, 81	-1, -3, -9, -27, -81
62	1, 2, 31, 62	-1, -2, -31, -62

1. $24 \cdot 50$ çarpımının pozitif tam bölen sayısı kaçtır?

$$2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 2 = 2^4 \cdot 3^1 \cdot 5^2$$

$$\text{P.B.S} = 5 \cdot 2 \cdot 3 = 30$$

2. 360 sayısının asal olmayan pozitif tam bölenlerinin sayısı kaçtır?

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1$$

Asal bölenleri 2, 3 ve 5'tir.

$$\text{P.B.S} = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$$

$$\text{Asal olmayan pozitif bölen sayısı} = 24 - 3 = 21$$

3. $4 \cdot 15^n$ sayısının negatif tam bölenlerinin sayısı 75 olduğuna göre, n kaçtır?

$$4 \cdot 15^n = 2^2 \cdot 3^n \cdot 5^n$$

$$\text{N.B.S} = 3 \cdot (n+1) \cdot (n+1) = 75$$

$$(n+1)^2 = 25$$

$$n+1 = 5$$

$$n = 4$$

4. $12 \cdot 10^n$ sayısının tam bölenlerinin sayısı 96 olduğuna göre, n kaçtır?

$$12 \cdot 10^n = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 2^n \cdot 5^n = 2^{n+2} \cdot 3^1 \cdot 5^n$$

$$\text{T.B.S} = 2 \cdot (n+3) \cdot 2 \cdot (n+1) = 96$$

$$(n+3) \cdot (n+1) = 24$$

$$n = 3$$

5. x bir doğal sayı olmak üzere, $4 \cdot 15 \cdot x$ çarpımının pozitif tam bölenlerinin sayısı 28 olduğuna göre, x'in en küçük değeri kaçtır?

$$4 \cdot 15 \cdot x = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1 \cdot x$$

x en az 2^4 olmalıdır.

$$\text{Çünkü; } 2^6 \cdot 3^1 \cdot 5^1 \quad \text{P.B.S} = 7 \cdot 2 \cdot 2 = 28 \text{ olur.}$$

$$x = 2^4 = 16$$

PROBLEM ŞEKLİNDE İFADE EDİLMİŞ SORULAR

1. Bir okul kantininde 48 tane su şişesi bulunmaktadır. Görevli, bu şişeleri her sırada eşit sayıda olacak şekilde dizmek istemektedir.

Kantinadaki görevli kaç farklı şekilde sıralama yapabilir?

10

$$48 = 2^4 \cdot 3^1$$

$$P.B.S = 5 \cdot 2 = 10$$

2. Bir spor salonundaki görevli, 360 dambılı raflara düzenli bir şekilde yerleştirmek istiyor. Dambıllar her rafta eşit sayıda olacak şekilde dizilmelidir. Ancak her raftaki dambıl sayısı çift sayı olmalıdır.

Spor salonundaki görevli dambılları kaç farklı şekilde raflara yerleştirebilir?

18

360 sayısının pozitif çift bölenlerinin sayısı soruluyor:

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1 = 2 \cdot (2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^1)$$

Pozitif çift bölenlerinin sayısı: $3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$

3. Bir elektrikçi, 180 metre uzunluğundaki bir kabloyu eşit uzunluktaki parçalara keserek farklı projelerde kullanmak istemektedir.

Kesim işlemi için belirlenen kurallar şunlardır.

- Kablo en az 4 parçaya ayrılmalıdır.
- Her bir parçanın uzunluğu en az 3 metre olmalıdır.

Buna göre, kablonun kaç farklı şekilde parçalara ayrılabilirliğini bulunuz.

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$P.B.S = 3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$$

Parçanın uzunluğu 1, 2, 3, 90 ve 180 m olamaz

90 m olur ise 2 parça olur
180 m olur ise 1 parça olur.

$$18 - 5 = 13$$

4. Matematik dersi yapılan bir sınıfta öğretmen aşağıdaki konuşmayı yapmıştır.

Öğretmen: "Çarpımları 168 olan birden büyük iki doğal sayı bulacaksınız."

Öğretmen: "Fakat bulacağınız bu iki doğal sayının her ikisini de ortak olarak bölen bir doğal sayı olmayacak"

Yukarıda öğretmenin anlattığı koşulları sağlayan kaç tane doğal sayı ikilisi vardır?

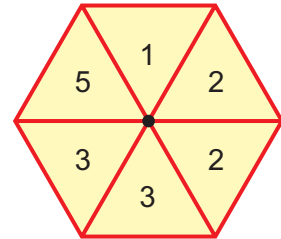
3

$$168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$$

$$(8, 21), (3, 56), (7, 24)$$

3 tane

5. Aşağıda görselde verilen altıgenin içerisine altı tane rakam yazılmıştır.



Cevahir, bu altı rakamdan istediği kadar rakamı seçip birbiriyle çarpacak, sadece bir rakam seçerse sonuç seçtiği rakam olacaktır.

Buna göre, Cevahir bu işlemlerin sonucunda kaç farklı sayı oluşturabilir?

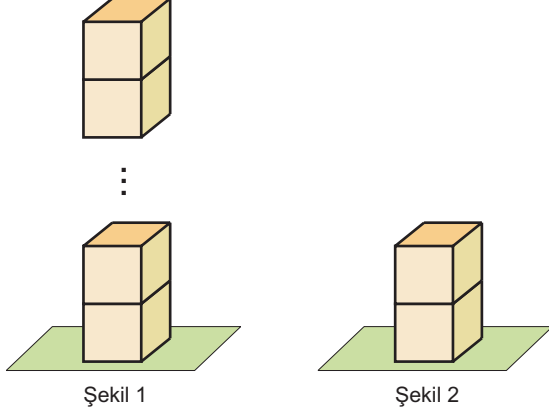
18

$$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^1$$

$$P.B.S = 3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$$

Etkinlik 5

1. Aşağıda Şekil 1'de üst üste konulmuş belli bir sayıda küp, Şekil 2'de ise 2 tane küp vardır.



Şekil 1'deki küp sayısı pozitif bölen sayısı 3 olan 180'den küçük en büyük doğal sayı adedine eşittir.

Şekil 2'deki küp sayısının Şekil 1'deki küp sayısından fazla ve pozitif bölen sayısı 2 olan sayıda küp olacağına göre, Şekil 2'deki küplerin üzerine en az kaç tane küp konulmalıdır?

Şekil 1: $13^2 = 169$ tane küp vardır.

Şekil 2: 173 tane küp

Şekil 2'deki küplerin üzerine en az
 $173 - 2 = 171$ tane daha konulmalıdır.

- 2.

	1	2	3	4	5	
1						
2						
3						
4						
5						
.....						

Şekil 1'den 120'ye kadar sayılarla numaralandırılmış 120 satır ve 120 sütun bulunmaktadır.

- 1. satırdaki tüm kutular
- 2. satırda ikinin katları olan kutular
- 3. satırda üçün katları olan kutular

şeklinde devam eden bir kutu boyama sistemi verilmiştir.

Buna göre, 120. sütunda boyalı olan kutuların boyalı olmayan kutulara oranı kaçtır?

$$\frac{2}{13}$$

$$120 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^1$$

$$P.B.S = 4 \cdot 2 \cdot 2 = 16$$

$$\text{Boyalı olan kutuların sayısı} = 16$$

$$\text{Boyalı olmayan kutuların sayısı} = 120 - 16 = 104$$

$$\frac{16}{104} = \frac{2}{13}$$

TANIM VERİLEN SORULAR

1. Bir doğal sayı asal çarpanlarına ayrıldığında her bir asal çarpanın taban ve üssünün toplamı asal bir sayı oluyorsa bu sayıya **estetik sayı** denir.

Buna göre,

- I. 64
- II. 81
- III. 225

II-III sayılarından hangileri estetik sayıdır?

- I. $64 = 2^6 \rightarrow 2+6=8$ asal değil
- II. $81 = 3^4 \rightarrow 3+4=7$ asal
- III. $225 = 3^2 \cdot 5^2 \rightarrow \begin{matrix} 3+2=5 \\ 5+2=7 \end{matrix}$ } asal

0 halde 81 ve 225 estetik sayıdır.

2. Bir doğal sayının tüm rakamları, her bir asal çarpanından daha küçük ise o sayıya **güçlü sayı** denir.

Buna göre,

- I. 21
- II. 48
- III. 105

sayılarından hangileri güçlü sayıdır?

- I. $21 = 3 \cdot 7$
Rakamlar 2 ve 1, 3 ve 7 den küçük
21 güçlü sayıdır.
- II. $48 = 2^4 \cdot 3$
Rakamlar 4 ve 8, 2 ve 3 ten küçük değil
48 güçlü sayı değildir.
- III. $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$
Rakamlar 1, 0 ve 5 tir.
 $5 < 3$ değildir. 105 güçlü sayı değildir.

Yalnız I

3. Kendisi hariç pozitif tam bölenlerinin toplamı kendisine eşit olan sayılara **mükemmel sayı** denir.

Örneğin; 6 bir mükemmel sayıdır.

Buna göre,

- I. 12
- II. 14
- III. 28

sayılarından hangileri mükemmel sayıdır?

- III. 12
Pozitif bölenleri : 1, 2, 3, 4, 6, 12
 $1+2+3+4+6=16$
- II. 14
Pozitif bölenleri : 1, 2, 7, 14
 $1+2+7=10$
- III. 28
Pozitif bölenleri : 1, 2, 4, 7, 14, 28
 $1+2+4+7+14=28$

Yalnız 28 mükemmel sayıdır.

4. Bir doğal sayının farklı asal çarpanları toplandığında toplam yine bir asal sayı oluyorsa bu sayılara **asil sayılar** denir.

Buna göre,

- I. 165
- II. 200
- III. 252

I-II sayılarından hangileri asil sayıdır?

- I. $165 = 3 \cdot 5 \cdot 11$
 $3+5+11=19$ asal sayı
- II. $200 = 2^3 \cdot 5^2$
 $2+5=7$ asal sayı
- III. $252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$
 $2+3+7=12$ asal sayı değil

165 ve 200 asil sayıdır.

ŞİFRELEME SORULARI

1.

Sıra	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Türk Alfabeti	A	B	C	Ç	D	E	F	G	Ğ	H	I	İ	J	K	L

Sıra	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Türk Alfabeti	M	N	O	Ö	P	R	S	Ş	T	U	Ü	V	Y	Z

Şifreli bir yazışmada kullanılan Latin alfabesindeki harfler alfabetik sıralamaya göre 2'den 30'a kadar numaralandırılır. Daha sonra bu sayısal değerler asal çarpanlarına ayrılır ve kullanılan metin aşağıda açıklanan yöntemle şifrelenir.

- Harflerin sayısal karşılıkları yazılır.
- Yazılan sayılar asal çarpanlarına ayrılır. Asal çarpanları küçükten büyüğe göre soldan sağa doğru çapım biçimde yazılarak sayılar ifade edilir.
- Her bir asal çarpanın kuvveti yanına yazılarak harfin şifreli karşılığı oluşturulur.

Örneğin; "TUŞ" kelimesi için

T	U	Ş
↓	↓	↓
25	26	24
↓	↓	↓
5^2	$2^1 \cdot 13^1$	$2^3 \cdot 3^1$
↓	↓	↓
52	21131	2331

Buradan; "TUŞ" kelimesinin şifrelenmiş sayısal karşılığı 52 21131 2331 dir.

Buna göre, şifrelenmiş ve sayısal karşılığı 3151 33 2271 71 213151 olan ifadenin kelime karşılığını bulunuz.

KÜVEZ

3151	33	2271	71	213151
$3^1 \cdot 5^1$	3^3	$2^2 \cdot 7^1$	7^1	$2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^1$
↓	↓	↓	↓	↓
15	27	28	7	30
↓	↓	↓	↓	↓
K	Ü	V	E	Z

2.

Zeynep Öğretmen, öğrencilerinin sayısal becerilerini geliştirmek amacıyla bir şifreleme yöntemi tasarlamıştır. Öğrenciler, bu yöntemi kullanarak okul giriş sistemi için kullanıcı şifrelerini oluşturmaktadır.

Şifreleme yöntemi şu adımlardan oluşmaktadır.

1. adım: Öğrenciler, okul numaralarının pozitif tam bölenlerini listelemektedir.
2. adım: İki veya daha fazla basamaklı bölenler basamaklarına ayrılarak yazılmaktadır.
3. adım: Elde edilen tüm rakamlar büyükten küçüğe sıralanarak şifre tamamlanmaktadır.

Örneğin; okul numarası 48 olan bir öğrencinin şifreleme süreci aşağıdaki gibidir.

- Adım 1: 48'in pozitif tam bölenleri
1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48
- Adım 2: 12 → 1 ve 2, 16 → 1 ve 6,
24 → 2 ve 4, 48 → 4 ve 8 olarak ayrılır.
- Adım 3: Elde edilen rakamlar büyükten küçüğe sıralandığında şifre 88664443222111 olur.

Buna göre, şifresi 444222111 olan Elif'in okul numarası kaçtır?

44

44'ün pozitif tam bölenleri
1, 2, 4, 11, 22 ve 44 tür.

11 → 1 ve 1
22 → 2 ve 2
44 → 4 ve 4

Şifre
444222111

Performans Değerlendirme

1. Matematik dersinde Kenan isimli öğrenci 90 sayısını asal çarpanlarına ayırıp aşağıdaki biçimde kodlanmıştır.

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

2	3	5	7

Buna göre, Kenan $14^2 \cdot 25$ çarpımını aşağıda verilen kodlardan hangisi ile ifade edebilir?

E

A)

2	3	5	7

B)

2	3	5	7

C)

2	3	5	7

D)

2	3	5	7

~~E)~~

2	3	5	7

2 Kırmızı 2 Yeşil 2 Sarı

$$14^2 \cdot 25 = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$$

2	3	5	7

2. 111^2 sayısının en büyük asal çarpanı A, 42^3 sayısının asal çarpanlarının sayısı B'dir.

D

Buna göre, A + B toplamı kaçtır?

- A) 49 B) 48 C) 46 ☒ D) 40 E) 38

$$111^2 = (3 \cdot 37)^2 = 3^2 \cdot 37^2 \quad A = 37$$

$$42^3 = (2 \cdot 3 \cdot 7)^3 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 7^3 \quad B = 3$$

$$A + B = 37 + 3 = 40$$

3. $2^n \cdot 12$ sayısının pozitif tam bölenlerinin sayısı 20 olduğuna göre, n kaçtır?

D

- A) 4 B) 5 C) 6 ☒ D) 7 E) 8

$$2^n \cdot 12 = 2^n \cdot 2^2 \cdot 3 = 2^{n+2} \cdot 3^1$$

$$p.b.s = (n+3) \cdot 2 = 20$$

$$n+3 = 10$$

$$n = 7$$

4. Üç basamaklı AA0 sayısının birbirinden farklı 4 tane asal sayı böleni olduğuna göre, bu bölenlerin toplamı en az kaçtır?

B

- A) 23 ☒ B) 21 C) 19 D) 17 E) 15

AA0

$$110 = 2 \cdot 5 \cdot 11 \rightarrow 3 \text{ tane asal böleni var.}$$

$$330 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 \rightarrow 4 \text{ tane asal böleni var.}$$

$$660 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 \rightarrow 4 \text{ tane asal böleni var.}$$

$$990 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11 \rightarrow 4 \text{ tane asal böleni var.}$$

$$770 = 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \rightarrow 4 \text{ tane asal böleni var.}$$

$$110, 220, 440, 550, 880 \rightarrow 3 \text{ tane asal böleni var.}$$

$$2 + 3 + 5 + 11 = 21$$

Performans Değerlendirme

5. Bir belediye, 120 metrekarelik bir park alanını çitle çevirmek istemektedir. Park alanı dikdörtgen şeklinde olmalı ve her kenar uzunluğu tam sayı olmalıdır. 1 metre çit maliyeti 550 TL'dir.

Buna göre,

- 120 metrekarelik bir alan için olası tüm dikdörtgenlerin sayısı 8'dir.
- Belediyenin, en düşük maliyetle çit döşemesi için 24.200 TL ödemesi gerekir.
- İki kenarının da uzunluğu çift sayı olan 5 tane dikdörtgen vardır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

B

$$I. 120 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^1$$

$$P.B.S = 4 \cdot 2 \cdot 2 = 16$$

(1, 120) ile (120, 1) aynı dikdörtgendir.

$$\frac{16}{2} = 8 \text{ tane dikdörtgen vardır.}$$

$$II. \text{ Çevre en az } 2 \cdot (10 + 12) = 44 \text{ m olur.}$$

$$44 \cdot 550 = 24.200 \text{ TL}$$

$$III. (2, 60), (4, 30), (6, 20), (10, 12)$$

4 tane dikdörtgen vardır.

I ve II doğrudur.

6. x, y birer asal sayı ve n pozitif tam sayı olmak üzere, üç basamaklı $ab0$ doğal sayısının asal çarpanlara ayrılmış biçimde yazılışı

$$x^n \cdot y$$

olduğuna göre, $x + n + y$ toplamı en çok kaçtır?

D

- A) 17 B) 16 C) 15 ☒ D) 14 E) 13

$$ab0 = x^n \cdot y$$

$$ab0 = 2^7 \cdot 5$$

$$x + n + y = 2 + 7 + 5 = 14$$

7. Bir çiftçi, 300 çuval buğdayı ambarına düzenli bir şekilde yerleştirmek istiyor. Çuvalları her sırada eşit sayıda olacak şekilde dizmek zorunda. Ancak her sıradaki çuval sayısı 5'in katı olmalıdır.

Buna göre, çiftçi bu çuvalları kaç farklı şekilde sıralayabilir?

B

- A) 15 ☒ B) 12 C) 10 D) 8 E) 6

$$300 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^2$$

$$300 = 5 \cdot (2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1)$$

$$5 \text{ in katı olan } P.B.S = 3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$$

8. Aşağıda 9 birim kareden oluşmuş bir kare verilmiştir.

2	7		28
5	2	3	A
	5	7	35
50	70	21	

Sadece beyaz karelerin içine birer sayı yazılacaktır. Yazılacak olan bu sayılar, bulunduğu satır ve sütunun dışına yazılan sayıların tüm asal çarpanları olacaktır.

Buna göre, A sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

B

- A) 42 ☒ B) 60 C) 70 D) 105 E) 140

$$A = 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z \text{ şeklinde olmalıdır.}$$

$$x = 2 \text{ ve } y = z = 1 \text{ için}$$

$$A = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60 \text{ bulunur.}$$

Performans Değerlendirme

1. Bir sınıftaki 6 öğrencinin yaşları birer asal sayı olup yaşları çarpımı; $10 \cdot (21)^2$ dir.

Buna göre, bu 6 öğrencinin yaşlarının aritmetik ortalaması kaçtır?

E

- A) 6,5 B) 6 C) 5,5 D) 4 ☒ E) 4,5

$$10 \cdot 21^2 = 2 \cdot 5 \cdot 3^2 \cdot 7^2$$

$$= 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$$

$$A.O = \frac{2+3+3+5+7+7}{6} = \frac{27}{6} = \frac{9}{2}$$

$$A.O = 4,5$$

2. Tüm asal çarpanları birbirinden farklı olan ve pozitif bölen sayıları aynı olan iki doğal sayıya **bölen ortağı sayılar** denir.

Örneğin; $21 = 3 \cdot 7$ ve $55 = 5 \cdot 11$ olmak üzere, 21 ve 55 sayılarının asal çarpanları farklı ve pozitif bölen sayıları eşit olduğundan 21 ve 55 bölen ortağı sayılardır.

Buna göre, 297 ile bölen ortağı olan sayı

- I. 128
II. 154
III. 375

A) sayılarından hangileri olabilir?

A

- ☒ Yalnız I B) I ve II C) Yalnız II

D) II ve III

E) I, II ve III

$$297 = 3^3 \cdot 11^1 \quad p.b.s = 4 \cdot 2 = 8$$

I. $128 = 2^7 \quad p.b.s = 8$

II. $154 = 2 \cdot 7 \cdot 11 \quad \text{asal çarpanları farklı değil}$

III. $375 = 3^1 \cdot 5^3 \quad \text{asal çarpanları farklı değil}$

3. Aşağıdaki tabloda bir doğal sayının tüm pozitif tam sayı bölenleri soldan sağa doğru sırasıyla yazılmıştır.

1	2	4	A	14	B
---	---	---	---	----	---

Buna göre, A + B toplamı kaçtır?

A

- ☒ 35 B) 36 C) 44 D) 48 E) 49

1	2	4	7	14	28
---	---	---	---	----	----

$$A+B = 7+28=35$$

4. Bir turşu fabrikası, 108 litre turşu suyunu bidonlara dolduracaktır. Fabrikada sadece tek tip bidon kullanılacak ve her bidonda eşit miktarda turşu suyu bulunacaktır.

Buna göre, fabrika bu turşu suyunu bidonlara

paylaştırırken en fazla kaç tip bidon kullanabilir?

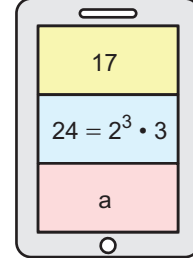
B

- A) 18 ☒ B) 12 C) 10 D) 9 E) 6

$$108 = 2^2 \cdot 3^3$$

$$p.b.s = 3 \cdot 4 = 12$$

5. Aşağıdaki tablette yukarıdan aşağıya doğru üç farklı renkte bölmeler gösterilmiştir. Bölmelere yazılan sayılar yukarıdan aşağıya doğru artmaktadır.



Ekrana yazılan sayı asal sayı ise ekrandaki görüntüsü aynen kalmakta, ekrana yazılan sayı asal sayı değilse sayının asal çarpanlara ayrılmış biçimindeki yazılışı görüntülenmektedir.

Buna göre, a sayısı asal çarpanlarına ayıramadığına göre a'nın en küçük değeri kaçtır?

B

- A) 28 ☒ B) 29 C) 30 D) 31 E) 32

a sayısı 24 ten büyük en küçük asal sayı olmalıdır.

$$a = 29$$

Performans Değerlendirme

6. Bir kütüphane görevlisi 900 tane kitabı raflara düzenli bir şekilde yerleştirmek istiyor. Kitapları her rafta eşit sayıda ve her raftaki kitap sayısı tam kare bir sayı olacak şekilde yerleştirecektir.

Buna göre, görevli bu kitapları kaç farklı şekilde raflara yerleştirebilir?

- D A) 12 B) 10 C) 9 ☒ 8 E) 6

$$900 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$$

$$1^2, 2^2, 3^2, 5^2, 2^2 \cdot 3^2, 2^2 \cdot 5^2, 3^2 \cdot 5^2, 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$$

8 farklı şekilde raflara yerleştirebilir.

7. Tam sayıların pozitif bölenlerini yazmak için bölmelendirilmiş aşağıdaki kartlar kullanılmaktadır.

Örneğin; 6 sayısının pozitif bölenlerini yazmak için 4 bölmeli kart seçilip pozitif bölenler bu karta küçükten büyüğe doğru, her bölmeye farklı bir bölen gelecek biçimde aşağıdaki gibi yazılmıştır.

1	2	3	6
---	---	---	---

Birbirinden farklı birkaç tane tam sayıdan her birinin pozitif bölenlerini yukarıda belirttiği gibi yazmak isteyen Ali, biri iki diğerleri üç bölmeli olan kartlardan seçerek her karta bir tam sayının bölenlerini doğru bir şekilde yazıyor.

Ali'nin seçip sayılar yazdığı kartlarda; birinci bölmelerdeki sayıların toplamı 3, ikinci bölmelerdeki sayıların toplamı 10 olduğuna göre, üçüncü bölmelerdeki sayıların toplamı en çok kaçtır?

- A ☒ 34 B) 36 C) 38 D) 40 E) 42

1	2
---	---

1	3	9
---	---	---

1	5	25
---	---	----

$$3 + 25 = 34$$

- 8.

Sıra	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Türk Alfabesi	A	B	C	Ç	D	E	F	G	Ğ	H	I	İ	J	K	L

Sıra	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Türk Alfabesi	M	N	O	Ö	P	R	S	Ş	T	U	Ü	V	Y	Z

Verilen bir A pozitif tam sayısı $A = 2^a \cdot 3^b \cdot 5^c \cdot 7^d \cdot \dots$ biçiminde en küçük asal sayıdan başlanarak, hiç bir asal sayı atlanmadan sayının en büyük asal çarpanına kadar olan asal sayıların ifadeleri kullanılarak yazılıyor. Sonra kullanılan asal sayıların üsleri sırasıyla yazılarak bu sayının kodu oluşturuluyor.

Örneğin; 15 sayısı $15 = 2^0 \cdot 3^1 \cdot 5^1$ biçiminde yazıldığında bu sayının kodu 011'dir.

Buna göre, AĞIR kelimesinin şifrelenmiş hâli aşağıdakilerden hangisidir?

- C A) 1 011 12 10001 B) 1 101 21 01001
☒ 1 101 21 10001 D) 2 011 12 10000
 E) 2 101 21 10000

A	G	I	R
2	10	12	22
↓	↓	↓	↓
2 ¹	2 ¹ ·5 ¹	2 ² ·3 ¹	2 ¹ ·11 ¹
↓	↓	↓	↓
2 ¹	2 ¹ ·3 ⁰ ·5 ¹	2 ² ·3 ¹	2 ¹ ·3 ⁰ ·5 ⁰ ·7 ⁰ ·11 ¹
1	101	21	10001

9. Bir sayı için aşağıdaki bilgiler verilmiştir.

- Sayının 3 tane asal rakam bölene vardır.
- Sayının çarpanlarından biri 15'tir.
- Sayının negatif tam bölenlerinin sayısı 12'dir.

Buna göre, bu şartı sağlayan en çok kaç farklı sayı yazılabilir?

- D A) 9 B) 8 C) 7 ☒ 6 E) 5

Asal rakamlar 2, 3, 5 ve 7 dir.

$$2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1, 2^2 \cdot 3^1 \cdot 7^1, 2^1 \cdot 3^2 \cdot 5^1, 2^1 \cdot 3^2 \cdot 7^1, 2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^2, 2^1 \cdot 3^1 \cdot 7^2$$

6 tane sayı yazılabilir.

EBOB

I. Listeleyerek

Sayı	Pozitif Bölenleri
28	1, 2, 4, 7, 14, 28
70	1, 2, 5, 7, 10, 14, 35, 70

Yukarıda 28 ve 70 sayılarının pozitif bölenleri yazılmıştır.

Bu sayıların ortak pozitif bölenleri 1, 2, 7 ve 14'tür.

Bu tablodan çıkan sonuç; 28 ve 70 sayılarının en küçük ortak böleni 1 ve en büyük ortak böleni (EBOB) 14'tür.

NOT: İki doğal sayının en küçük ortak böleni her zaman 1'dir.

Çoklu Doğal Sayılarda Asal Çarpan Algoritması

A	B	x	A, B iki pozitif doğal sayı; x, y, z asal sayılar ($x < y < z$) ve her iki sayının ortak böleni olsun.
y	z	y	
1	z	z	A ve B sayıları bölme işlemleri sonunda 1 olana kadar asal sayılara bölünür.
1			

II. Asal Çarpan Algoritmasını Kullanarak

28	70	2*	İki sayının EBOB'u asal çarpan algoritması ile bulunurken bu iki sayının her ikisini de bölen asal sayıların üzerine yıldız (*) işareti konulup sadece bu sayılar çarpılarak en büyük ortak bölen bulunur.
14	35	2	
7	35	7*	
1	5	5	
	1		

★ ★
 $2 \cdot 7 = 14$ tür.

III. Sayıları Asal Çarpanlarına Ayırarak

EBOB bulunurken önce verilen sayılar asal çarpanlarına ayrılır. Tabanları aynı olan asal sayılardan üsleri en küçük olanlar alınıp çarpılır. Bu çarpımın sonucu bu sayıların en büyük ortak böleni (EBOB) dur.

Sayı	Asal Çarpanlara Ayrılmış Biçimi	EBOB
28	$2^2 \cdot 5^0 \cdot 7^1$	$2^1 \cdot 5^0 \cdot 7^1 = 14$
70	$2^1 \cdot 5^1 \cdot 7^1$	

Örnek

84 ve 120 sayılarının en büyük ortak bölenini listeleme, asal çarpan algoritması ve sayıları asal çarpanlarına ayırarak bulunuz.

Sayı	Pozitif Bölenleri
84	1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84
120	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60, 120

Pozitif ortak bölenleri 1, 2, 3, 4, 6 ve 12 dir. EBOB 12 dir.

84	120	2*
42	60	2*
21	30	2
21	15	3*
7	5	5
7	1	7
1		

$$2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$

Sayı	Asal Çarpanlara Ayrılmış Biçimi	EBOB
84	$2^2 \cdot 3^1 \cdot 7^1$	$2^2 \cdot 3 = 12$
120	$2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^1$	

EBOB

1. a, b ve c birbirinden farklı asal sayılar olmak üzere,

$$A = a^2 \cdot b^3 \cdot c^2$$

$$B = a^3 \cdot b^2 \cdot c$$

olduğuna göre, EBOB(A, B) nin sonucunu bulunuz.

$$a^2 \cdot b^2 \cdot c$$

$$EBOB(A, B) = a^2 \cdot b^2 \cdot c^1$$

2. EBOB(144, 84) – EBOB(12, 28)

8 farkının sonucu kaçtır?

$$\begin{array}{cc} EBOB(144, 84) & - & EBOB(12, 28) \\ \underline{12} & & \underline{4} \end{array}$$

$$12 - 4 = 8$$

3. x pozitif bir tam sayı olmak üzere,

$$\frac{132}{x} \text{ ve } \frac{154}{x}$$

sayıları birer doğal sayıdır.

22 Buna göre, x en çok kaçtır?

$$EBOB(132, 154) = 22$$

4. a, b ve c birer doğal sayıdır.

$$a \cdot b = 105$$

$$b \cdot c = 252$$

22 olduğuna göre, b'nin alabileceği en küçük ve en büyük değer toplamı kaçtır?

b en az 1 olur

$$EBOB(105, 252) = 21$$

b en çok 21 olur

$$1 + 21 = 22$$

EBOB ÖZELLİKLERİ

Aralarında asal iki sayının EBOB'u 1'dir.

a ve b aralarında asal iki sayı ise;

$$EBOB(a, b) = 1 \text{ dir.}$$

a, b ve d birer sayma sayıdır.

$$EBOB(a, b) = d \text{ olsun.}$$

Bu durumda;

$$a = d \cdot x$$

$$b = d \cdot y$$

olacak biçimde aralarında asal x ve y sayma sayıları vardır.

Örneğin;

$$EBOB(12, 18) = 6 \text{ dir.}$$

$$\begin{array}{l} 12 = 6 \cdot 2 \\ 18 = 6 \cdot 3 \end{array} \quad (2 \text{ ve } 3 \text{ aralarında asal})$$

1. a bir doğal sayı ve $1 \leq a \leq 10$ olmak üzere,

$$EBOB(a, 6) = 1$$

13 olduğuna göre, a'nın alacağı değerler toplamı kaçtır?

$$a = 1, 5, 7 \text{ olabilir.}$$

$$1 + 5 + 7 = 13$$

2. a pozitif bir tam sayı ve $1 < a < 75$ olmak üzere,

$$EBOB(72, a) = 9$$

144 olduğuna göre, a'nın alacağı değerler toplamı kaçtır?

$$\begin{array}{l} 72 = 9 \cdot 8 \\ a = 9 \cdot k \end{array} \quad k \text{ ile } 8 \text{ aralarında asal olmalı}$$

$$k = 1, 3, 5, 7 \text{ olabilir.}$$

$$9 + 27 + 45 + 63 = 144$$

3. En büyük ortak bölüneni 6 olan iki doğal sayının çarpımı 180 olduğuna göre, bu iki sayının toplamı kaçtır?

$$\begin{array}{l} a = 6 \cdot x \\ b = 6 \cdot y \end{array} \quad x \text{ ile } y \text{ aralarında asal}$$

$$a \cdot b = 36 \cdot x \cdot y = 180 \Rightarrow x \cdot y = 5$$

$$a + b = 6 + 30 = 36$$

4. a, b birer pozitif tam sayı $a > b$ olmak üzere,

$$EBOB(a, b) = 6$$

$$a + b = 48$$

12 olduğuna göre, a – b farkı en az kaçtır?

$$\begin{array}{l} a = 6 \cdot x \\ b = 6 \cdot y \end{array} \quad x \text{ ile } y \text{ aralarında asal}$$

$$a + b = 6 \cdot (x + y) = 48 \Rightarrow x + y = 8$$

$$a - b = 30 - 18 = 12$$

EBOB PROBLEMLERİ

1. Bir hayır kurumu, giysi bağış kampanyası düzenlemiştir. Kampanyaya göre her kişi eşit sayıda giysi bağışlayacak ve bu giysiler ihtiyaç sahiplerine dağıtılacaktır. Her yaş grubunda toplanan giysi sayısı aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Yaş Grupları	Çocuklar	Gençler	Yetişkinler	Yaşlılar
Toplanan Giysi Sayısı	108	120	144	156

Buna göre, bu kampanyaya katılan toplam kişi sayısının en az kaç olabileceğini bulunuz.

$$44 \quad EBOB(108, 120, 144, 156) = 12$$

$$\frac{108}{12} + \frac{120}{12} + \frac{144}{12} + \frac{156}{12} = 9 + 10 + 12 + 13 = 44$$

2. 80 kg alabalık, 100 kg hamsi ve 120 kg palamut balıkları birbirine karıştırılmadan ve hiç artmayacak şekilde eşit ağırlıktaki kasalara konulacaktır.

Buna göre, bu iş için en az kaç kasa gereklidir?

$$15 \quad EBOB(80, 100, 120) = 20$$

$$\frac{80}{20} + \frac{100}{20} + \frac{120}{20} = 4 + 5 + 6 = 15$$

3. Boyutları 180 metre ve 960 metre olan dikdörtgen biçimindeki bir arsa hiç parça artmamak koşulu ile en büyük boyutlu kaç tane eş kareye ayrılabilir?

$$48 \quad EBOB(180, 960) = 60$$

$$\frac{180 \cdot 960}{60 \cdot 60} = 3 \cdot 16 = 48$$

4. Bir sinema yöneticisi, her yıl okullara ücretsiz bilet dağıtmayı planlamaktadır.

Bu yıl, aynı filmin bir akşamüstü seansı için 400 bilet ve bir gece seansı için 320 bilet olmak üzere toplam 720 biletin tamamı dağıtılacaktır.

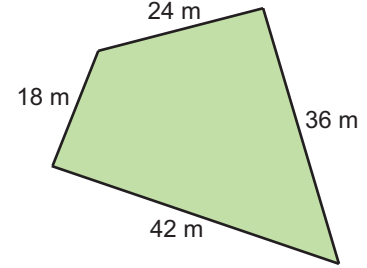
- Her okul yalnızca bir seans için bilet alacaktır.
- Bilet alacak tüm okullar eşit sayıda bilet almalıdır.

Buna göre, bilet dağıtılacak minimum okul sayısı kaçtır?

$$9 \quad EBOB(400, 320) = 80$$

$$\frac{400}{80} + \frac{320}{80} = 5 + 4 = 9$$

5. Aşağıda dörtgen biçiminde bir tarla görseli verilmiştir.



Tarlanın etrafı dikenli telle çevrilecektir. Tarlanın her bir köşesine önceden birer kazık çakılmıştır.

Buna göre, tarlanın etrafına eşit aralıklarla en az kaç kazık daha çakılmalıdır?

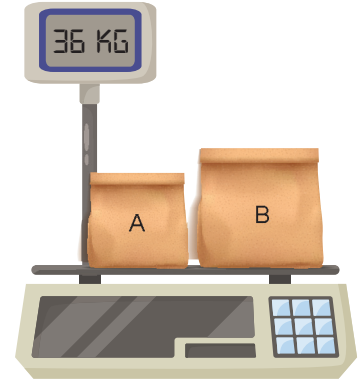
$$16 \quad EBOB(18, 24, 36, 42) = 6$$

$$\frac{18}{6} + \frac{24}{6} + \frac{36}{6} + \frac{42}{6} = 3 + 4 + 6 + 7 = 20$$

$$20 - 4 = 16$$

↳ Köşedekiler

6. Aşağıda bir kuruyemişçide içerisinde çerez bulunan A ve B kese kağıtları tartılmış ve toplam kütlesi 36 kg olarak ölçülmüştür.



B kese kağıdındaki bulunan çerezlerin kütlesi A kese kağıdındaki bulunan çerezlerin kütlesinden fazladır. Her iki kese kağıdındaki çerezler birbirine karıştırılmadan eşit kütlelerde en az sayıda poşetlere ayrıldığında bir poşetin kütlesi 4 kg olmaktadır.

Buna göre, B kese kağıdındaki çerezlerin kütlesi A kese kağıdındaki çerezlerin kütlesinden en çok kaç kg fazladır?

$$28 \quad EBOB(A, B) = 4 \quad B > A$$

$$A + B = 36$$

$$A = 4 \cdot x$$

$$B = 4 \cdot y$$

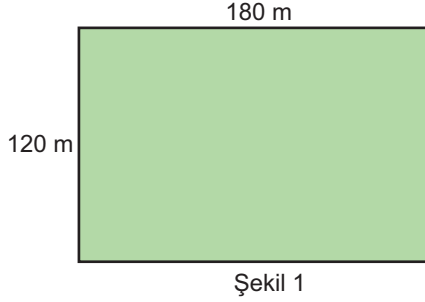
x ile y aralarında asal

$$A + B = 4(x + y) = 36 \Rightarrow x + y = 9$$

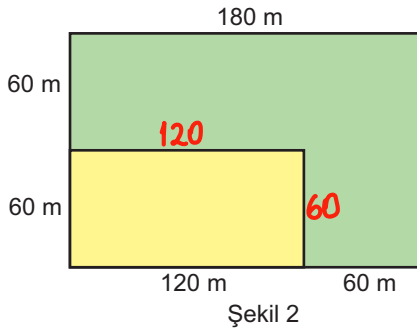
$$B - A = 32 - 4 = 28$$

Etkinlik 1

Aşağıda kenar uzunlukları 120 m ve 180 m olan dikdörtgen şeklinde bir tarla görseli verilmiştir.



Hulusi, tarlasının köşelerine de dikmek şartıyla kenarlarına eşit aralıklarla en az sayıda fidan dikmeyi planlamaktadır. Hulusi daha sonra tarlasının Şekil 2'deki sarı ile boyalı olan kısmını satmış ve kalan tarlasının sınırlarına tekrardan ilk planladığı şekilde fidanları dikmiştir.



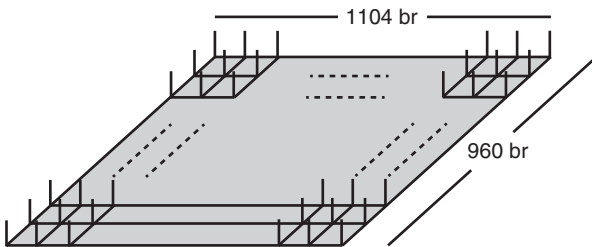
Buna göre, Hulusi'nin Şekil 1 ve Şekil 2'deki diktiği fidan sayıları arasındaki ilişkiyi bulunuz.

Şekil 1 ve Şekil 2'deki fidan sayıları birbirine eşittir.

Çevre uzunluğu sabit kaldığından dikeceği fidan sayıları birbirine eşit olur.

Etkinlik 2

Kenarları 1104 birim ve 960 birim olan dikdörtgen biçimindeki beton zemin kare şeklinde parsellere ayrılıp oluşan her karenin köşesine demir direkler dikilecektir.



Buna göre, bu demir direklerden en az kaç tane dikilir?

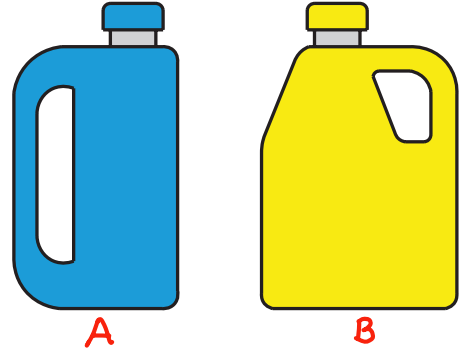
$$504 \quad EBOB(1104, 960) = 48$$

$$\begin{array}{r} 1104 \quad 960 \quad 48 \\ 23 \quad 20 \quad | \end{array}$$

$$(23+1) \cdot (20+1) = 24 \cdot 21 = 504$$

Etkinlik 3

Aşağıda içerisinde zeytinyağı bulunan ve ağırlıkları tam sayı olan iki farklı bidon verilmiştir. II. bidonda bulunan zeytinyağı miktarı I. bidonda bulunan zeytinyağı miktarından fazladır.



$$A = 54, B < 100, A < B$$

$$EBOB(A, B) = 9$$

$$A = 9 \cdot 6, B = 9 \cdot x \quad \left. \begin{array}{l} A = 9 \cdot 6 \\ B = 9 \cdot x \end{array} \right\} 6 \text{ ile } x \text{ aralarında asal}$$

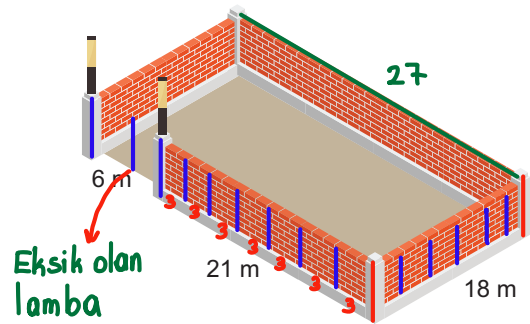
$$x = 7 \text{ ve } 11 \text{ olabilir.}$$

$$B; 63 \text{ ve } 99 \text{ olabilir.}$$

$$63 + 99 = 162$$

Etkinlik 4

Aşağıda kenar uzunlukları 27 ve 18 metre olan dikdörtgen biçiminde tavuk çiftliği görseli verilmiştir. Tavuk çiftliğinin 6 metrelik kısmına araç girişi için yer yapılacaktır.



Tavuk çiftliğinin duvarları üzerine köşelere de birer duvar lambası gelecek şekilde eşit aralıklarla duvar lambaları yerleştirilecektir.

Buna göre, bu tavuk çiftliğinin duvarları için en az kaç tane duvar lambası gereklidir?

$$29 \quad EBOB(21, 18) = 3$$

$$2 \cdot \left(\frac{27}{3} + \frac{18}{3} \right) - 1 = 2 \cdot (9 + 6) - 1$$

$$= 30 - 1 = 29$$

EKOK

I. Listeleyerek

Sayı \ Katları	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
72	72	144	216	288	360	...	...	...	...	...	...	...
30	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360

72 ve 30 sayılarının katları yazıldığında en küçük ortak katının 360 olduğu görülmüştür.

II. Asal Çarpan Algoritmasını Kullanarak

72	30	2	İki sayının EKOK'u asal çarpan algoritması ile bulunurken bu iki sayıyı bölen tüm asal sayıların çarpımı bulunur.
36	15	2	
18	15	2	
9	15	3	
3	5	3	
1	5	5	
1		1	

$$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$$

III. Sayıları Asal Çarpanlarına Ayırarak

Sayılar asal çarpanlarına ayrılır. Tabanları ortak olan çarpanların üssü en büyük olanı ve tabanları ortak olmayan çarpanların hepsi alınarak çarpılır. Elde edilen sayı EKOK'tur.

Sayı	Asal Çarpanlara Ayrılmış Biçimi	EKOK
72	$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^0$	$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1 = 360$
30	$2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^1$	

Örnek

84 ile 70 sayılarının EKOK'unu listeme, asal çarpan algoritması ve sayıları asal çarpanlarına ayırarak bulunuz.

a)

Sayı \ Katları	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
84	84	168	252	336	420	...	...	...	...	...
70	70	140	210	280	350	420				

$EKOK(84, 70) = 420$

b)

84	70	2
42	35	2
21	35	3
7	35	5
7	7	7
1	1	1

$EKOK(84, 70) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 420$

c)

Sayı	Asal Çarpanlara Ayrılmış Biçimi	EKOK
84	$2^2 \cdot 3^1 \cdot 7^1$	$2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1 \cdot 7^1 = 420$
70	$2^1 \cdot 5^1 \cdot 7^1$	

1. a, b ve c birbirinden farklı asal sayılar olmak üzere,

$$K = a^2 \cdot b \cdot c^3$$

$$L = a \cdot b^2$$

olmak üzere, $EKOK(K, L)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

$a^2 \cdot b^2 \cdot c^3$ $EKOK(K, L) = a^2 \cdot b^2 \cdot c^3$

2. $EKOK(24, 60) - EKOK(4, 5)$
farkının sonucu kaçtır?
100 $120 - 20 = 100$

3. Pozitif tam sayılar kümesi üzerinde $\blacktriangle$ ve $\star$ işlemleri en büyük ortak bölen ve en küçük ortak kat yardımı ile,

$$a \blacktriangle b = EBOB(a, b)$$

$$a \star b = EKOK(a, b)$$

şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre, $63 \blacktriangle (18 \star 24)$ işleminin sonucu kaçtır?

9 $63 \blacktriangle 72 = 9$

EKOK ÖZELLİKLERİ

Aralarında asal iki sayının EKOK'u bu iki sayının çarpımına eşittir.
a ile b aralarında asal ise $EKOK(a, b) = a \cdot b$ dir.

a, b ve d birer sayma sayıdır.

$EKOK(a, b) = d$ olsun.

$\frac{d}{a} = x$ ve $\frac{d}{b} = y$ olacak biçimde aralarında asal x ve y sayıları vardır.

1. a ile b aralarında asal sayıdır.

$$EKOK(a, b) = 165 \Rightarrow a \cdot b = 165$$

$$a + \frac{30}{b} = 15$$

- 13 olduğuna göre, b kaçtır?

$$\frac{a \cdot b + 30}{165} = 15$$

$$195 = 15 \cdot b \Rightarrow b = 13$$

2. a ve b birer pozitif tam sayı olmak üzere,

$$4a = 3b$$

$$EKOK(a, b) = 60$$

- 15 olduğuna göre, a sayısı kaçtır?

$$a = 3k \quad b = 4k$$

$$\begin{array}{r|l} 3k & 4k \\ 3 & 4 \\ 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} k \\ 3 \\ 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} k \\ 3 \\ 4 \end{array}$$

$$EKOK(a, b) = 12k = 60$$

$$k = 5$$

$$a = 3k = 3 \cdot 5 = 15$$

3. a ve b ardışık doğal sayılardır.

$$EBOB(a, b) + EKOK(a, b) = 381$$

- 39 olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

Ardışık doğal sayılar aralarında asaldır.

$$EBOB(a, b) + EKOK(a, b) = 381$$

1

a.b

$$1 + a \cdot b = 381 \Rightarrow a \cdot b = 380$$

$$a \cdot b = 19 \cdot 20$$

$$a + b = 19 + 20 = 39$$

4. a, b birer doğal sayı ve $a \neq b$ olmak üzere,

$$EKOK(a, b) = 90$$

olduğuna göre, a + b toplamı en çok kaçtır?

135

$$\frac{90}{a} = x$$

$$\frac{90}{b} = y$$

x ile y aralarında asal

x=1 ve y=2 için a+b en çok olur.

$$a = 90, b = 45$$

$$a + b = 90 + 45 = 135$$

5. a pozitif bir tam sayı olmak üzere,

$$EKOK(a, 20) = 60$$

olduğuna göre, a'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

126

$$\frac{60}{a} = x$$

$$\frac{60}{20} = 3$$

x ile 3 aralarında asal

$$x = 1, 2, 4, 5, 10, 20$$

$$60 + 30 + 15 + 12 + 6 + 3 = 126$$

6. x ve y iki doğal sayı olmak üzere,

$$EKOK(x, y) = 161$$

$$|x - y| = 16$$

olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?

30

$$EKOK(x, y) = 23 \cdot 7$$

$$x = 23 \quad y = 7$$

$$x + y = 23 + 7 = 30$$

EKOK PROBLEMLERİ

1. Kısa kenarı 4 birim ve uzun kenarı 18 birim olan dikdörtgen şeklindeki kartonlardan elinde yeteri kadar olan Mustafa, bu kartonları birleştirecek alanı en küçük olan bir kare karton oluşturacaktır.

Buna göre, Mustafa'nın elinde kaç tane karton olması gerekir?

18

$$EKOK(4,18) = 36$$

$$\frac{36 \cdot 36}{4 \cdot 18} = 9 \cdot 2 = 18$$

2. İki belediye otobüsü her gün aynı anda D durağından hareket etmekte ve belirli bir güzergahı takip ederek tekrar aynı durağa dönmektedir.

Otobüslerden biri bu güzergahı 45 dakikada diğeri ise 1 saat 45 dakikada tamamlamaktadır.

Bu otobüsler saat 7.00'de duraktan hareket edip aralıksız sefer yaptıklarına göre, ilk kez saat kaçta aynı anda tekrar D durağında olurlar?

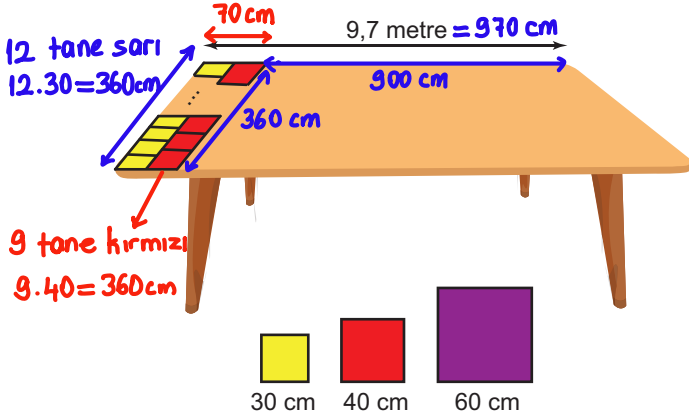
12.15

$$1 \text{ saat } 45 \text{ dk} = 105 \text{ dk}$$

$$EKOK(45,105) = 315 \text{ dk} = 5 \text{ saat } 15 \text{ dk}$$

$$7.00 + 5.15 = 12.15$$

3. Aşağıda boyu 9,7 metre ve eni 3,5 ile 4 metre arasında olan bir masa görseli verilmiştir.



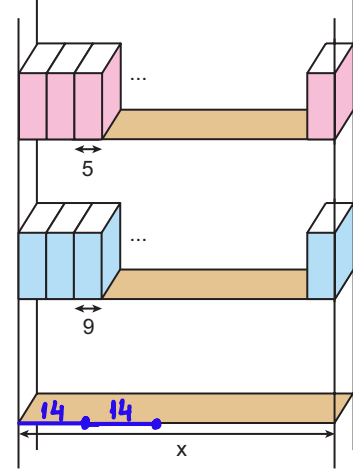
Melis yukarıdaki kare şeklinde gösterilen elinde yeterli sayıda bulunan sarı, kırmızı ve mor kartonları masaya boşluk kalmayacak şekilde yerleştirecektir. Melis sırasıyla birer kenarı 30 cm ve 40 cm olan sarı ve kırmızı kartonları yerleştirdikten sonra geriye kalan kısımlara mor kartonları koyacaktır.

Buna göre, Melis en fazla kaç tane mor karton yerleştirebilir?

90

$$\frac{900 \cdot 360}{60 \cdot 60} = 15 \cdot 6 = 90 \text{ tane mor}$$

4. Özdeş üç rafı olan bir kitaplığın en üst rafına pembe, orta rafına mavi kitaplar aralarında boşluk kalmadan aşağıdaki gibi yan yana dizilmiştir. Her pembe kitabın genişliği 5, her mavi kitabın genişliği 9 cm'dir. En alt rafın şekilde x ile gösterilen genişliği 200 ile 250 cm arasındadır.



Buna göre en alt rafa, rafın sol başından itibaren sırasıyla bir mavi bir pembe kitap aralarında boşluk kalmadan yan yana dizilirse rafın sağ kısmında kaç cm'lik boşluk kalır?

1

$$200 < x < 250$$

$$x = 5a = 9b \quad (5,9)_{EKOK} = 45$$

$$x = 45 \cdot k \quad k=5 \text{ için } x = 225 \text{ cm}$$

$$\begin{array}{r} 225 \\ - 14 \\ \hline 85 \\ - 84 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$x = 16 \cdot 14 + 1$$

1 cm'lik boşluk kalır.

5. Bir kutudaki kalemelerin sayısının en az 90 ve en çok 135 olduğu bilinmektedir. Kutudaki kalemeler üçer, altışar ve yedişer sayıldığında her seferinde iki kalem artmaktadır.

Buna göre, kutuda kaç tane kalem vardır?

128

$$K = 3x + 2 = 6y + 2 = 7z + 2$$

$$K - 2 = 3x = 6y = 7z$$

$$(3,6,7)_{EKOK} = 42$$

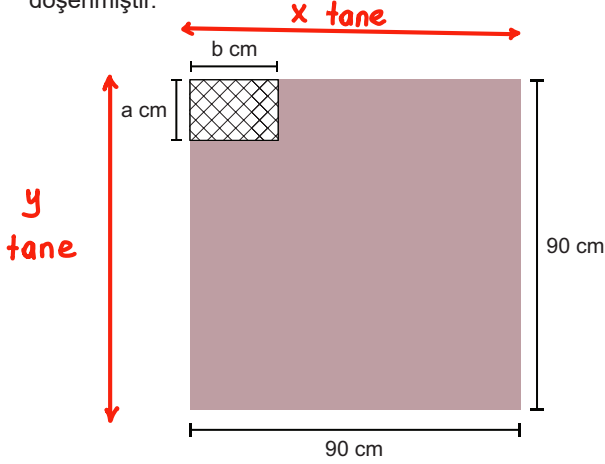
$$K - 2 = 42 \cdot k \Rightarrow K = 42k + 2$$

$$k = 3 \text{ için } K = 42 \cdot 3 + 2$$

$$K = 128$$

Etkinlik 5

Bir kenar uzunluğu 90 cm olan kare şeklindeki bir zeminin tabanına, kenar uzunlukları tam sayı cinsinden a ve b cm olan dikdörtgen şeklinde eş fayanslar **en az sayıda** kullanılarak, aralarında boşluk olmayacak şekilde parçalanmadan döşenmiştir.



Buna göre, bir fayansın çevresinin alabileceği **en küçük** değer kaçtır?

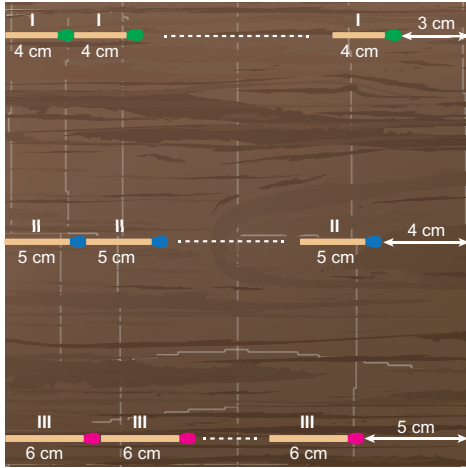
$$b \cdot x = 90 \rightarrow x = 10 \text{ için } b = 9$$

$$a \cdot y = 90 \rightarrow y = 9 \text{ için } a = 10$$

$$\text{Çevre} = 2 \cdot (9 + 10) = 38$$

Etkinlik 6

Aşağıda uçları yeşil, mavi ve kırmızı renkli olan ve uzunlukları sırasıyla 4, 5 ve 6 cm olan üç çeşit kibrit çöpü verilmiştir.



$$A = 4x + 3 = 5y + 4 = 6z + 5$$

$$A + 1 = 4x + 4 = 5y + 5 = 6z + 6$$

$$(4, 5, 6)_{\text{EKOK}} = 60$$

$$A + 1 = 60k \Rightarrow A = 60k - 1$$

$$k = 17 \text{ için } A = 60 \cdot 17 - 1$$

$$A = 1020 - 1$$

$$A = 1019$$

EBOB-EKOK

a ve b pozitif tam sayıları için

$$\text{EBOB}(a, b) \cdot \text{EKOK}(a, b) = a \cdot b \text{ dir.}$$

1. x pozitif bir tam sayıdır.

$$\text{EBOB}(x, 18) = 6$$

$$\text{EKOK}(x, 18) = 72$$

olduğuna göre, x kaçtır?

24

$$\text{EBOB}(a, b) \cdot \text{EKOK}(a, b) = a \cdot b$$

$$6 \cdot 72 = x \cdot 18$$

$$x = 6 \cdot 4 = 24$$

2. A ve B birer pozitif tam sayıdır.

$$A - B = 1 \text{ ve } \text{EKOK}(A, B) \cdot \text{EBOB}(A, B) = 240$$

olduğuna göre, A + B toplamı kaçtır?

31

$$A = B + 1$$

$$\text{EKOK}(A, B) \cdot \text{EBOB}(A, B) = 240$$

$$(B + 1) \cdot B = 240 = 16 \cdot 15$$

$$B = 15$$

$$A + B = 16 + 15 = 31$$

3. a ve b birer doğal sayı ve $b < a < 100$ olmak üzere,

$$\text{EBOB}(a, b) = 10$$

$$\text{EKOK}(a, b) = 280$$

olduğuna göre, a - b farkı kaçtır?

30

$$\text{EBOB}(a, b) \cdot \text{EKOK}(a, b) = a \cdot b$$

$$a \cdot b = 10 \cdot 280$$

$$a \cdot b = 70 \cdot 40$$

$$a = 70 \quad b = 40$$

$$a - b = 70 - 40 = 30$$

4. a ve b birer doğal sayı olmak üzere,

$$\text{EBOB}(a, b) = 6$$

$$\text{EKOK}(a, b) = 120$$

olduğuna göre, a + b toplamının **en küçük** değeri kaçtır?

54

$$\text{EBOB}(a, b) \cdot \text{EKOK}(a, b) = a \cdot b$$

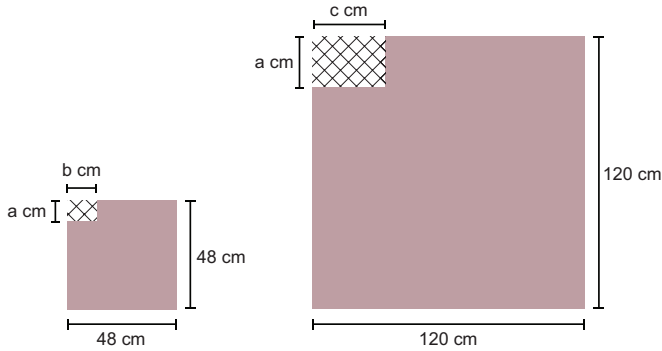
$$a \cdot b = 6 \cdot 120 = 720$$

$$a \cdot b = 24 \cdot 30$$

$$a + b = 24 + 30 = 54$$

Etkinlik 7

Bir kenar uzunluğu 48 cm olan kare şeklindeki bir zeminin tabanına, kenar uzunlukları tam sayı cinsinden a ve b cm olan dikdörtgen şeklinde eş fayanslar en az sayıda kullanılarak, aralarında boşluk olmayacak şekilde ve bir kenar uzunluğu 120 cm olan kare şeklindeki bir zeminin tabanına, kenar uzunlukları tam sayı cinsinden a ve c cm olan dikdörtgen şeklinde eş fayanslar en az sayıda kullanılarak yine aralarında boşluk olmayacak şekilde parçalanmadan döşenmiştir.



$$\frac{48}{a}, \frac{48}{b} \quad \frac{120}{c}, \frac{120}{a}$$

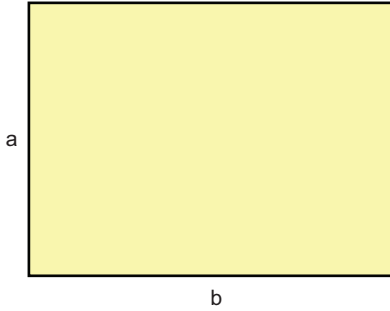
$EBOB(48, 120) = 24$
a en çok 24 olur.

$b = 48 \quad c = 120$
 $a + b + c = 24 + 48 + 120 = 192$

Etkinlik 8

a ve b birer pozitif tam sayıdır.

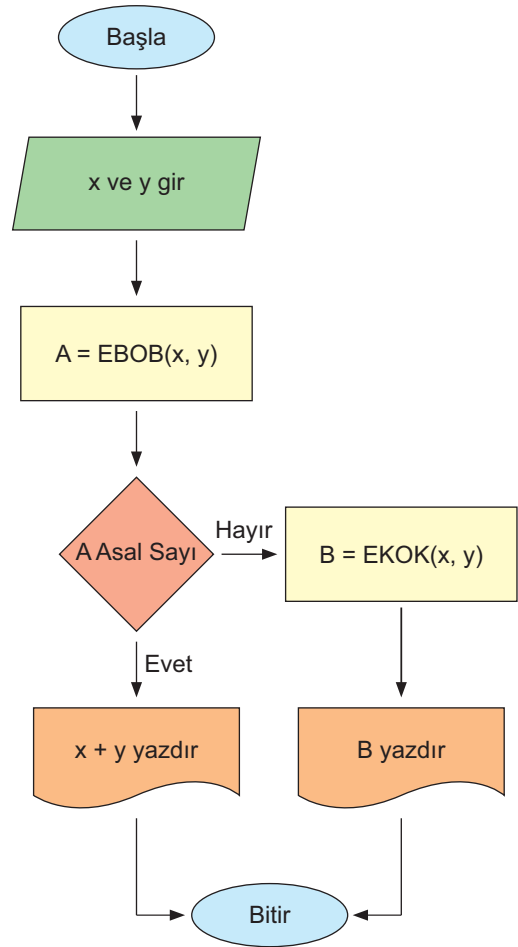
Aşağıda ebatları a ve b birim olan dikdörtgen biçiminde bir karton verilmiştir.



- Ayşe isimli öğrenci bu kartonu makasla bir kenarı 8 birim olan eş karelere bölmüş ve elde edebileceği en az kare sayısını elde etmiştir.
- Elinde yeteri kadar karton bulunan Murat isimli öğrenci ise bu kartonlardan en az sayıda kullanarak aralarında boşluk kalmayacak şekilde birleştirerek bir kenarı 96 birim olan bir kare elde etmiştir.

$$\begin{aligned} a &= 8x & EKOK(a, b) &= 96 \\ b &= 8y & 8 \cdot x \cdot y &= 96 \Rightarrow x \cdot y = 12 \\ & & \downarrow \downarrow & \\ a &= 24 & a + b &= 24 + 32 \\ b &= 32 & &= 56 \end{aligned}$$

Etkinlik 9



Yukarıda verilmiş olan akış şemasına Zeynep 56 ve 105 sayılarını Murat ise 54 ve 36 sayılarını girmiştir.

Buna göre, Zeynep ve Murat sırasıyla hangi sayıları yazdırmış olurlar?

161, 108

Zeynep

56, 105

$A = EBOB(56, 105)$

$A = 7$ (Asal sayı)

$x + y = 56 + 105$

$x + y = 161$

↓

161

Murat

54, 36

$A = EBOB(54, 36)$

$A = 18$ (Asal değil)

$B = EKOK(54, 36)$

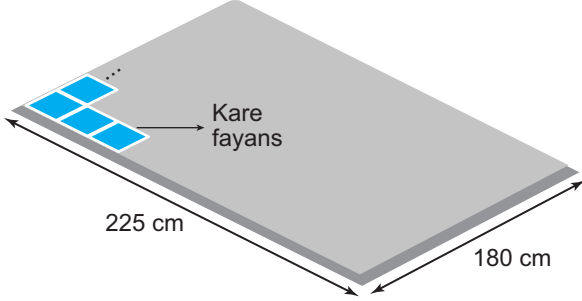
$B = 108$

↓

108

Performans Değerlendirme

1. Aşağıda bir odanın dikdörtgen biçimindeki tabanı gösterilmiştir. Odanın taban uzunlukları 180 cm ve 225 cm'dir.



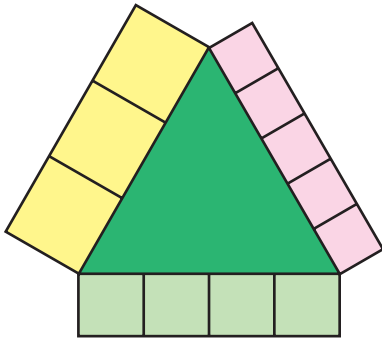
Odanın zeminine aralarında boşluk kalmayacak ve üst üste gelmeyecek biçimde kare şeklinde birbirine eş fayanslar döşenecektir.

Buna göre, odanın tabanına **en az sayıda fayans döşenmesi için seçilecek olan fayansın bir kenar uzunluğu kaç cm olmalıdır?**

- D A) 15 B) 25 C) 30 ☒ D) 45 E) 50

$$EBOB(225, 180) = 45$$

2. Aşağıdaki şekildeki eşkenar üçgenin kenarlarına her kenardaki kareler kendi aralarında eş olacak şekilde 3, 4 ve 5 tane kare çizilmiştir.



Tüm karelerin kenar uzunlukları cm birimine göre birer tam sayıdır.

Buna göre, bu eşkenar üçgenin çevresi kaç cm olabilir?

- D A) 200 B) 220 C) 320 ☒ D) 540 E) 630

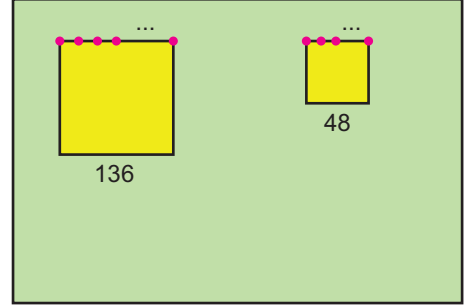
$$EKOK(3, 4, 5) = 60$$

Bir kenar uzunluğu $60 \cdot k$ olmalıdır.

$$Çevre = 3 \cdot 60k = 180 \cdot k$$

$$k = 3 \text{ için } Çevre = 180 \cdot 3 = 540$$

3. Kare biçimindeki iki kağıt raptiyelerle aşağıda gösterilen panoya tutturulmuştur. Şekildeki sayılar o kağıdın birim türünden kenar uzunluğudur.



Raptiyeler, köşelere de gelecek biçimde kağıtların sadece üst kenarlarında kullanılmış olup art arda gelen her iki raptiye arasındaki uzaklık iki kağıtta da birbirine eşittir.

Buna göre, **en az kaç raptiye kullanılmıştır?**

- B A) 24 ☒ B) 25 C) 26 D) 27 E) 28

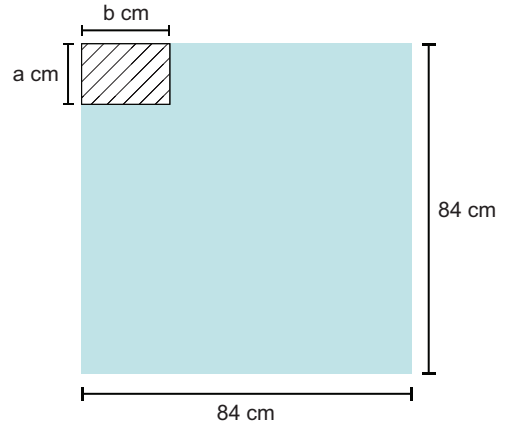
$$EBOB(136, 48) = 8$$

$$1. \text{ Kağıt : } \frac{136}{8} + 1 = 17 + 1 = 18 \text{ tane}$$

$$2. \text{ Kağıt : } \frac{48}{8} + 1 = 6 + 1 = 7 \text{ tane}$$

$$18 + 7 = 25 \text{ tane kullanılmıştır.}$$

4. Bir kenar uzunluğu 84 cm olan kare şeklindeki bir zeminin tabanına, kenar uzunlukları tam sayı cinsinden a ve b cm olan dikdörtgen şeklinde eş parkeler **en az sayıda** kullanılarak aralarında boşluk olmayacak şekilde parçalanmadan döşenmiştir.



Parkelerin kenar uzunlukları arasında $7 \cdot a = 3 \cdot b$ eşitliği sağlandığına göre, bir parkenin çevresi kaç cm'dir?

D $a = 3k, b = 7k$

$$\frac{84}{a} = \frac{84}{3k} = \frac{28}{k}$$

$$\frac{84}{b} = \frac{84}{7k} = \frac{12}{k}$$

$$EBOB(28, 12) = k$$

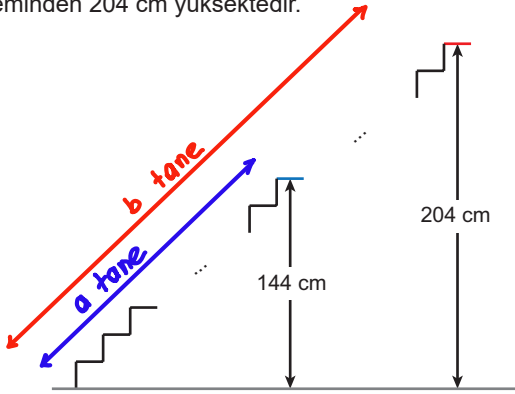
$$k = 4$$

$$a = 12, b = 28$$

$$Ç = 2 \cdot (12 + 28) = 80$$

Performans Değerlendirme

5. Her basamağı aynı yükseklikte olan şekildeki merdivenin mavi basamağı zeminden 144, pembe basamağı zeminden 204 cm yüksektir.



D Buna göre, merdivende en az kaç basamak vardır?

- A) 14 B) 15 C) 16 ☒ D) 17 E) 18

Her basamağın yüksekliği x br olsun.

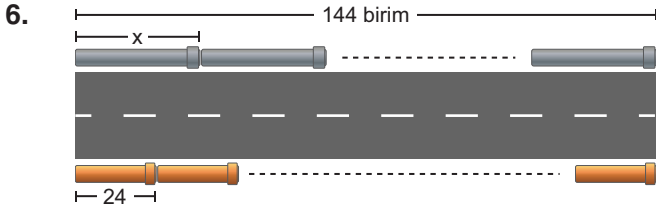
$$a \cdot x = 144$$

$$b \cdot x = 204$$

$$EBOB(144, 204) = 12$$

$$x = 12$$

$$b \cdot 12 = 204 \Rightarrow b = 17$$



- Uzunlukları x ve 24 birim olan borular uzunluğu 144 birim olan yolun her iki tarafına aralarında boşluk kalmayacak şekilde dizildiğinde en az sayıda boru kullanılarak yolun kenarları tam olarak kapatılabilmektedir.
- Uzunlukları x ve 24 birim olan borular eşit ve en büyük uzunluk 6 birim olacak şekilde kesilebilmektedir.

D Buna göre, x kaçtır?

- A) 54 B) 48 C) 40 ☒ D) 36 E) 32

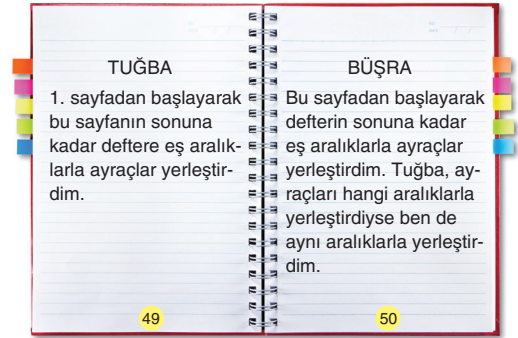
$$EBOB(x, 24) = 6 \quad EKOK(x, 24) = 144$$

$$EBOB(a, b) \cdot EKOK(a, b) = a \cdot b$$

$$6 \cdot 144 = 24 \cdot x$$

$$x = 36$$

7. Aşağıda 1'den 186'ya kadar numaralandırılmış 186 sayfalık bir defter görseli verilmiştir.



Tuğba ve Büşra defterin 49. ve 50. sayfalarına not yazmışlardır.

Buna göre, Tuğba ve Büşra'nın yerleştireceği toplam ayraç sayısı en az kaçtır?

- D A) 28 B) 27 C) 26 ☒ D) 25 E) 24

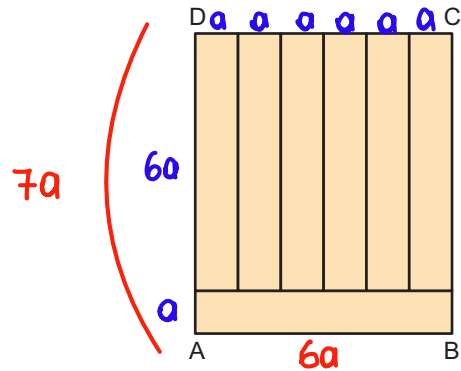
$$EBOB(48, 136) = 8$$

$$\frac{48}{8} + 1 = 7$$

$$\frac{136}{8} + 1 = 18$$

$$7 + 18 = 25$$

8. 7 özdeş dikdörtgen karton, her biri tamamen görünecek ve hiçbir diğeri üstüne gelmeyecek biçimde aşağıdaki gibi birleştiriliyor.



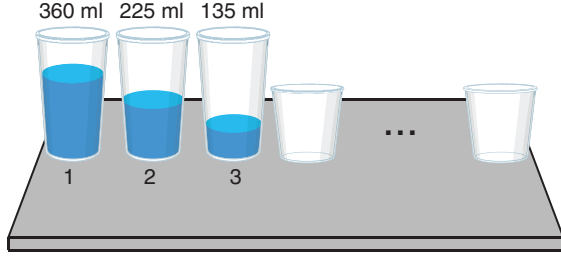
Buna göre, oluşan ABCD dikdörtgeni biçimindeki kartonun en az kaç tanesiyle kare şeklinde bir karton elde edilir?

- E A) 7 B) 14 C) 21 D) 28 ☒ E) 42

$$EKOK(7, 6) = 42$$

Performans Değerlendirme

1. Aşağıda bir masa üzerinde 1, 2 ve 3 ile numaralandırılmış bardakların içerisinde ne kadar su bulunduğu üzerlerinde ml cinsinden yazılmıştır. Masadaki diğer bardaklar özdeş ve içleri boştur.



Numaralandırılmış bardaklardaki sular birbirlerine karıştırılmadan diğer bardaklara bardaklar tam dolacak şekilde boşaltılacaktır.

Buna göre, masadaki tüm bardakların sayısı **en az** kaçtır?

- A) 21 B) 20 C) 19 D) 18 E) 17

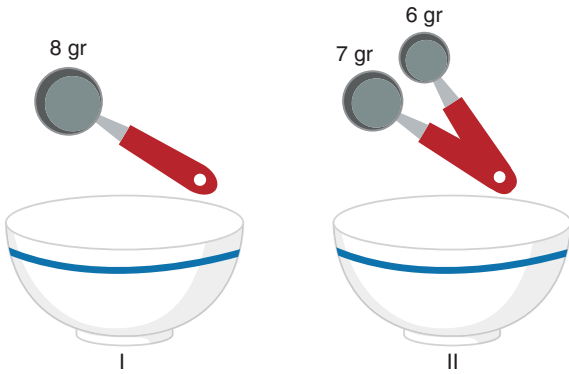
$$EBOB(360, 225, 135) = 45$$

$$\frac{360}{45} = 8 \quad \frac{225}{45} = 5 \quad \frac{135}{45} = 3$$

$$8 + 5 + 3 + 3 = 19 \text{ tane}$$

↓
ilk üç bardak

2. Aşağıdaki özdeş iki şeker kasesi verilmiştir. Kaselerin biri 8 gr'lık bir kaşıkla diğeri 7 gr ve 6 gr'lık kaşıklarla olmak üzere şeker doldurulacaktır.



I numaralı kase sadece 8 gr'lık kaşık ile şeker doldurulmuş,

II numaralı kase için ise bir kere 6 gr'lık kaşık sonrasında her defa 7 gr'lık kaşık kullanılarak şeker doldurulmuştur.

5AB üç basamaklı bir sayı olmak üzere, kap toplamda 5AB gr şeker aldığına göre, A + B toplamı kaçtır?

E

$$5AB = 8x = 7y + 6 \quad EKO(8, 7) = 56$$

$$5AB + 8 = 8x + 8 = 7y + 14$$

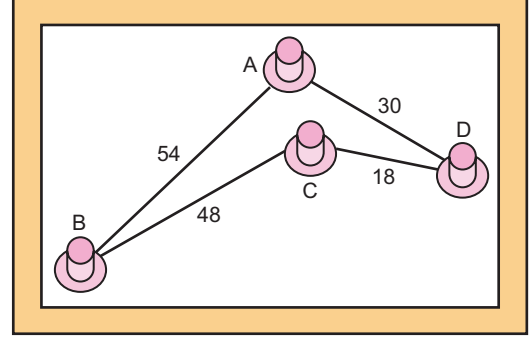
$$5AB + 8 = 56.k \Rightarrow 5AB = 56.k - 8$$

k=10 için $5AB = 560 - 8 = 552$

$$5AB = 552$$

$$A + B = 5 + 2 = 7$$

3. Aşağıda görselde verilen ABCD dörtgeni şeklindeki karton köşelerinden kırmızı raptiyelerle bir panoya tutturulmuştur.



Buna göre, kartonun çevresine eşit aralıklarla raptiye tutturmak isteyen bir öğrencinin **en az** kaç tane daha raptiye ihtiyacı vardır?

- E A) 25 B) 24 C) 23 D) 22 E) 21

$$EBOB(54, 30, 48, 18) = 6$$

$$\frac{54}{6} + \frac{30}{6} + \frac{48}{6} + \frac{18}{6}$$

$$9 + 5 + 8 + 3 = 25$$

$$25 - 4 = 21$$

↓
köşedekiler

4. Karşıyaka vapur iskelesinden Konak ve Alsancak vapur iskelelerine düzenli aralıklarla vapurlar hareket etmektedir. Aşağıda vapur sefer saatlerinin bir kısmı verilmiştir.

Vapur Sefer Saatleri	
Konak	Alsancak
5.42	5.06
6.00	5.30
6.18	5.54
6.36	6.18
...	...

Buna göre, **saat 9.00 dan sonra** Konak ve Alsancak iskelelerine giden vapurlar Karşıyaka vapur iskelesinden **ilk kez** saat kaçta birlikte kalkarlar?

- E A) 9.14 B) 9.24 C) 9.34 D) 9.44 E) 9.54

$$EKO(18, 24) = 72 \text{ dk}$$

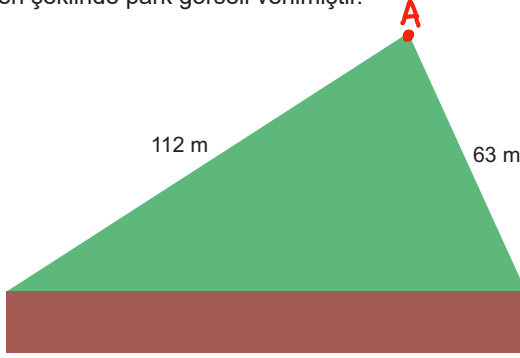
$$72 \text{ dk} = 1 \text{ saat } 12 \text{ dk}$$

$$6.18 + 3 \cdot (1.12) = 6.18 + 3.36$$

$$= 9.54$$

Performans Değerlendirme

5. Aşağıda kenarlarından biri duvar diğer kenarları açık olan üçgen şeklinde park görseli verilmiştir.



Bahçenin açık olan kenar uzunlukları 112 ve 63 metredir. Bahçenin duvar olmayan kenarlarına eşit aralıklarla en az sayıda fidan dikilecektir.

Buna göre, dikilebilecek fidan sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

- D A) 27 B) 26 C) 25 ☒ D) 24 E) 23

$$EBOB(112, 63) = 7$$

$$\frac{112}{7} + \frac{63}{7} - 1 = 16 + 9 - 1 = 24$$

A köşesi
iki defa
sayıldı.

6. Bir rezidansta, A ve B numaralı daireler bulunmaktadır. Bu daire numaraları iki basamaklı ardışık çift sayılardır. Rezidans yönetimi, bu iki daire numarasının EBOB ve EKOK değerlerinin toplamının 422 olduğunu belirtmiştir.

Rezidansın giriş kapısındaki güvenlik sistemi, bu iki daire numarasının toplamını kullanarak bir şifre oluşturmuştur.

Buna göre, rezidansın giriş şifresi aşağıdakilerden hangisidir?

- D A) 64 B) 62 C) 60 ☒ D) 58 E) 56

A ve B iki basamaklı ardışık çift sayılar

$$A = 2n \text{ ve } B = 2n + 2 \text{ olsun.}$$

$$EBOB(A, B) + EKOK(A, B) = 422$$

$$2 + 2 \cdot n \cdot (n+1)$$

$$2 \cdot n \cdot (n+1) = 420$$

$$n \cdot (n+1) = 210 \Rightarrow n = 14$$

$$A = 28 \text{ ve } B = 30$$

$$A + B = 28 + 30 = 58$$

7. İstanbul'dan yola çıkan bir araçtaki şoför,



levhasını görmüştür.

Bu şoför levhayı gördüğü andan itibaren dinlenme tesisine de uğramak şartıyla eşit mesafelerle mola vererek Bursa'ya ulaşıyor.

Şoför levhayı gördüğü andan itibaren en az kaç yerde mola vererek yolculuğunu tamamlayabilir?

- C A) 12 B) 11 ☒ C) 10 D) 9 E) 8

$$198 - 72 = 126$$

$$EBOB(72, 126) = 18$$

$$\frac{72}{18} + \frac{126}{18} = 4 + 7 = 11$$

11. yer Bursa

11 - 1 = 10 yerde mola vermiştir.

8. Bir kütüphanede 720 sayfalık bir ansiklopedi iki kişi tarafından düzenli olarak okunmaktadır.

- Zeynep, her sabah 16 sayfa okuyarak kaldığı yeri (kitap) sembolü ile işaretlemektedir.
- Kerem, her akşam 24 sayfa okuyarak ulaştığı sayfayı (iğne) sembolü ile işaretlemektedir.

Buna göre, ansiklopedi bittiğinde kaç tane sayfada ve sembolleri birlikte bulunur?

- E A) 19 B) 18 C) 17 D) 16 ☒ E) 15

$$(16, 24)_{EKOK} = 48$$

$$\frac{720}{48} = 15$$

BÖLÜNEBİLME ÖZELLİKLERİNİ KULLANARAK KALAN BULMA
2, 5, 10, 4 VE 8 İLE BÖLÜNEBİLME**2 ile Bölünebilme**

Birler basamağında 0, 2, 4, 6, 8 rakamlarından biri olan tam sayılar 2 ile tam bölünebilir. Tek sayılar 2 ile bölenemeyip 1 kalanını verir.

abcd dört basamaklı bir sayı olsun.

$$\underbrace{1000a}_{2 \text{ ile}} + \underbrace{100b}_{2 \text{ ile}} + \underbrace{10c}_{2 \text{ ile}} + \underbrace{d}_{\begin{matrix} 0 \\ 2 \\ 4 \\ 6 \\ 8 \end{matrix}}$$

tam bölünür.

5 ile Bölünebilme

Birler basamağında 0 ve 5 rakamlarından biri olan tam sayılar 5 ile tam bölünebilir. Kalan ise sayının son basamağının 5 ile bölümünden kalana eşittir.

$$\underbrace{1000a}_{5 \text{ ile}} + \underbrace{100b}_{5 \text{ ile}} + \underbrace{10c}_{5 \text{ ile}} + \underbrace{d}_{\begin{matrix} 0 \\ 5 \end{matrix}}$$

tam bölünür.

10 ile Bölünebilme

Birler basamağında 0 olan tam sayılar 10 ile tam bölünebilir. Kalan ise birler basamağındaki rakama eşittir.

$$\underbrace{1000a}_{10 \text{ ile}} + \underbrace{100b}_{10 \text{ ile}} + \underbrace{10c}_{10 \text{ ile}} + \underbrace{d}_{0}$$

tam bölünür.

4 ile Bölünebilme

Son iki basamağı 00 veya 4'ün katı olan sayılar 4 ile tam bölünür. Kalan ise son iki basamağındaki sayının 4 ile bölümünden kalana eşittir.

$$\underbrace{1000a}_{4 \text{ ile}} + \underbrace{100b}_{4 \text{ ile}} + \underbrace{10c}_{4 \text{ ile}} + \underbrace{d}_{\begin{matrix} 00 \\ 4'ün \text{ katı} \end{matrix}}$$

tam bölünür.

8 ile Bölünebilme

Son üç basamağı 000 veya 8'in katı olan sayılar 8 ile tam bölünür. Kalan ise son üç basamağının 8 ile bölümünden kalana eşittir.

$$\underbrace{1000a}_{8 \text{ ile}} + \underbrace{(bcd)}_{\begin{matrix} 000 \\ 8'in \text{ katı} \end{matrix}}$$

tam bölünür.

2, 5, 10, 4 VE 8 İLE BÖLÜNEBİLME

1. Rakamları birbirinden farklı dört basamaklı 836a sayısı 2 ile tam bölünmektedir.

6 Buna göre, a'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

$$\begin{array}{c} 836a \\ \downarrow \\ 0 \\ 2 \\ 4 \end{array}$$

$$2 + 4 = 6$$

2. Üç basamaklı 57a sayısının 1 eksiği 4 ile tam bölünmektedir.

10 Buna göre, a'nın alacağı değerler toplamı kaçtır?

$$\begin{array}{c} 57a \\ \downarrow \\ 3 \\ 7 \end{array}$$

$$3 + 7 = 10$$

3. $63^2 + 2357$ toplamının 5 ile bölümünden kalan kaçtır?

$$3^2 + 2 = 11$$

4. 5 basamaklı 8346x sayısı 10 ile tam bölündüğüne göre, 8 ile bölümünden kalan kaçtır?

$$\begin{array}{r} 8346x \\ \downarrow \\ 0 \\ \hline 460 \overline{) 8} \\ 40 \overline{) 52} \\ \hline 20 \\ - 16 \\ \hline 4 \end{array}$$

5. Bir süt üretim çiftliğinde, her biri 219 litre süt içeren üç büyük tank bulunmaktadır. Çiftlik, bu sütleri 4, 5 ve 8 litrelik şişelere doldurarak satış yapmaktadır. Her tank farklı bir dolum hattına bağlıdır ve her hat yalnızca bir tür şişe kullanmaktadır.

Dolum yapıldıktan sonra, tanklarda kalan sütler ayrı bir boru ile toplanıp, kalan tüm sütler başka bir tankta birleştirilmektedir.

Buna göre, kalan sütlerin birleştirildiği tankta toplam kaç litre süt olduğunu bulunuz.

$$\begin{array}{l} 219' \text{ un } 4 \text{ ile bölümünden kalan } 3 \\ 219' \text{ un } 5 \text{ ile bölümünden kalan } 4 \\ 219' \text{ un } 8 \text{ ile bölümünden kalan } 3 \end{array}$$

$$3 + 4 + 3 = 10$$

6. Rakamları birbirinden farklı dört basamaklı a10b sayısı 8 ile tam bölünmektedir.

6 Buna göre, a + b toplamının en küçük değeri kaçtır?

$$\begin{array}{l} 10b = 8.k \\ k = 13 \text{ için } 10b = 104 \rightarrow b = 4 \\ a \text{ en az } 2 \text{ olur} \\ a + b = 2 + 4 = 6 \end{array}$$

7. Dört basamaklı 421x sayısının 4 ile bölümünden kalan 2'dir.

12 Buna göre, x'in alacağı değerler toplamı kaçtır?

$$\begin{array}{c} 1x \\ \downarrow \\ 0 \\ 4 \\ 8 \end{array}$$

$$0 + 4 + 8 = 12$$

8. Rakamları birbirinden farklı üç basamaklı ABC sayısının 5 ile bölümünden kalan 4 ve 4 ile bölümünden kalan 3'tür.

Buna göre, B + C - A işleminin sonucunun alabileceği en büyük değer kaçtır?

$$\begin{array}{l} 15 \\ \hline \underbrace{AB4}_{4'e \text{ ya tam bölünür ya da 2 kalonını verir.}} \quad \underbrace{AB9}_{\begin{array}{c} \downarrow \\ 1 \\ 3 \\ 5 \\ 7 \end{array}} \quad A \text{ en az } 1 \text{ olur.} \end{array}$$

$$B + C - A = 7 + 9 - 1 = 15 \text{ bulunur.}$$

BÖLÜNEBİLME ÖZELLİKLERİNİ KULLANARAK KALAN BULMA
3 VE 9 İLE BÖLÜNEBİLME

3 ile Bölünebilme

Basamaklarındaki rakamların sayı değerlerinin toplamı 3'ün katı olan sayılar 3 ile tam bölünebilir. Bir sayının 3 ile bölümünden kalan, rakamları toplamının 3 ile bölümünden kalana eşittir.

abcd dört basamaklı bir sayı olsun.

$$1000a + 100b + 10c + d$$

$$3 \cdot 333a + a + 3 \cdot 33b + b + 3 \cdot 3c + c + d$$

$$3 \cdot (333a + 33b + 3c) + a + b + c + d$$

3 ile tam bölünür. Rakamlar toplamı 3'ün katı olmalı.

9 ile Bölünebilme

Basamaklarındaki rakamların sayı değerlerinin toplamı 9'un katı olan sayılar 9 ile tam bölünebilir. Kalan ise rakamlar toplamının 9 ile bölümünden kalana eşittir.

$$1000a + 100b + 10c + d$$

$$999a + a + 99b + b + 9c + c + d$$

$$9(111a + 11b + c) + a + b + c + d$$

9 ile tam bölünür. Rakamlar toplamı 9'un katı olmalı.

1. Rakamları birbirinden farklı üç basamaklı 73a sayısı 3 ile tam bölünmektedir.

15 Buna göre, a'nın alacağı değerler toplamı kaçtır?

$$7 + 3 + a = 3k$$

$$10 + a = 3k$$

$$\downarrow$$

$$2, 5, 8$$

$$2 + 5 + 8 = 15$$

2. Dört basamaklı 73xx2 sayısı 9 ile tam bölünmektedir.

3 Buna göre, x kaçtır?

$$12 + 2x = 9k$$

$$\downarrow$$

$$3$$

3. 15M6 dört basamaklı sayısının 9 ile bölümünden kalan 2 olduğuna göre, M kaçtır?

$$12 + M = 9k + 2$$

$$10 + M = 9k$$

$$\downarrow$$

$$8$$

KARIŞIK SORULAR

1. AB, BC ve CA iki basamaklı birer doğal sayı olmak üzere,

- AB sayısı 9 ile
- BC sayısı 5 ile
- CA sayısı 4 ile

5 tam bölünmektedir.

- 10 Buna göre, B'nin alacağı değerler toplamı kaçtır?

$$C = 5 \quad 5A = 4k$$

$$\downarrow$$

$$2, 6$$

$$AB = 9.m$$

$$\begin{matrix} 27 \\ 63 \end{matrix}$$

$$7 + 3 = 10$$

2. ab2 ve b1a üç basamaklı birer doğal sayı olmak üzere,

- ab2 + b1a toplamı 9 ile
- ab2 • b1a çarpımı 5 ile

7 tam bölünmektedir.

Buna göre, b kaçtır?

- 7 ab2 • b1a çarpımı 5 ile tam bölünüyorsa ise a=5

5b2 + b15 toplamı 9 ile tam bölünüyorsa ise

$$7 + b + b + 6 = 9k \Rightarrow 13 + 2b = 9k$$

$$\downarrow$$

$$7$$

$$b = 7$$

3. AB iki basamaklı bir doğal sayı için aşağıdakiler bilinmektedir.

- AB sayısının 4 fazlası 5 ve 8 ile tam bölünmektedir.
- AB sayısı 9 ile tam bölünmemektedir.

- 13 Buna göre, A + B toplamı kaçtır?

$$AB + 4 = 5x = 8y \quad \text{EKOK}(5, 8) = 40$$

$$AB + 4 = 40k$$

$$AB = 40k - 4$$

$$k = 1 \text{ için } AB = 36 \rightarrow 9 \text{ ile tam bölünür.}$$

$$k = 2 \text{ için } AB = 76$$

$$A + B = 7 + 6 = 13$$

Etkinlik 1

Bir alışveriş merkezinde bulunan tüm mağazalar numaralandırılmıştır. Mağaza numaraları 800 ile 900 arasındaki tüm sayılardan seçilmiştir. Alışveriş merkezinde bulunan bir süpermarket, bir teknoloji mağazası ve kıyafet mağazasına ait numaralarla ilgili aşağıdaki bilgiler verilmiştir.

- Süpermarketin mağaza numarası 3 ile bölündüğünde kalan 2, 5 ile bölündüğünde kalan 3 olan bir sayıdır.
- Teknoloji mağazasının mağaza numarası 4 ile bölündüğünde kalan 1, 9 ile bölündüğünde kalan 6 olan bir sayıdır.
- Kıyafet mağazasının mağaza numarası 2 ile bölündüğünde kalan 1, 8 ile bölündüğünde kalan 3 olan bir sayıdır.

Bir müşteri, bu mağazaların da bulunduğu birkaç mağazadan alışveriş yapmıştır. Fişte yazan mağaza numaraları 829, 836, 848, 857, 861, 875 ve 890 olarak verilmiştir.

Buna göre; sırasıyla süpermarket, teknoloji mağazası ve kıyafet mağazasına ait numaraları bulunuz.

848, 861, 875

Süpermarket **Teknoloji M.** **Kıyafet M.**

848

861

875

Etkinlik 2

Dikdörtgen şeklindeki bir fuar alanının etrafına aşağıda verilen bilgilere göre yönlendirme tabelaları yerleştirilecektir.

- Fuar alanının uzun kenarı 250 metreden, kısa kenarı ise 120 metreden büyüktür.
- Uzun kenar boyunca, köşelerden 5 metre uzakta olması şartıyla her 9 metrede bir yönlendirme tabelası yerleştirilecektir.
- Kısa kenar boyunca, köşelere 3 metre uzakta olması şartıyla her 8 metrede bir yönlendirme tabelası yerleştirilecektir.

Buna göre, fuar alanının çevresinin alabileceği en küçük değeri bulunuz.

758

$$\text{Uzun kenar} = 9x + 10 > 250 \Rightarrow 9x > 240 \\ x > \frac{240}{9} = 26,...$$

$$\text{Kısa kenar} = 8y + 6 > 120 \Rightarrow 8y > 114 \\ y > \frac{114}{8} = 14,...$$

x en az 27, y en az 15 olur.

$$\text{Uzun kenar} = 9 \cdot 27 + 10 = 253 \quad \text{Çevre} = 2 \cdot (253 + 126) \\ \text{Kısa kenar} = 8 \cdot 15 + 6 = 126 \quad = 758$$

Etkinlik 3

Bir torbada 1'den 250'ye kadar numaralandırılmış 250 adet top bulunmaktadır. Bu toplarla oynanan bir oyunun kazananı aşağıdaki adımlarla belirleniyor.

1. adım: Her oyuncu torbadaki toplardan rastgele birini çekip alır.

2. adım: Başlangıç değeri olarak $k = 2$ alınır.

3. adım: Eğer, çekilen topların numaralarından yalnızca biri k 'ye bölünüyorsa oyun sonlanır ve o topun sahibi oyunu kazanır. Aksi durumda 4. adıma geçilir.

4. adım: k 'nin değeri 1 artırılır ve 3. adıma dönlür.

Örneğin; bu oyunu oynayan 3 kişinin çektikleri topların numaraları 8, 22 ve 35 olduğunda bu toplardan ikisinin numarası 2'ye bölünmektedir. Ayrıca hiçbir topun numarası 3'e bölünmemektedir. Yalnızca 8 sayısı 4'e bölündüğü için oyunu 8 numaralı topun sahibi kazanır.

Beş kişinin oynadığı bir oyunda oyuncuların çektikleri topların numaraları 125, 128, 149, 180 ve 246'dır.

Buna göre, bu oyunu hangi numaralı topun sahibi kazanır?

128

$k=2$ için 128, 180 ve 246 olur.

$k=3$ için 180 ve 246 olur.

$k=4$ için 128 ve 180 olur.

$k=5$ için 125 ve 180 olur.

$k=6$ için 180 ve 246 olur.

$k=7$ için bölünen sayı yok

$k=8$ için 128

128 numaralı topun sahibi kazanır.

NOT

"Bir doğal sayı, başka bir doğal sayıya tam bölünebiliyorsa; bu durumda o sayı, bu doğal sayının tüm pozitif bölenlerine de tam olarak bölünür."

Örneğin; 60 sayısı 12 ile tam olarak bölünüyorsa 12'nin pozitif tam bölenleri olan 6, 3, 2 ve 1 ile de tam olarak bölünür.

1. Rakamları birbirinden farklı dört basamaklı $a2bc$ sayısı,
3, 4, 5, 8 ve 15

sayılarının 4 tanesi ile tam bölünüp bir tanesi ile tam bölünmemektedir.

- 12 Buna göre, a 'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

3, 5 ve 15 ile tam bölünüyor.
4'e bölünüp, 8'e bölünmemelidir.
 $a2bc \rightarrow a2b0$ $a2b5$
4 ve 8 ile bölünmez.

$b=4$ ve 8 olursa sayımız 4 ve 8 ile tam bölünür.

$b=6$ dır. $a260$ 3'e tam bölünmeli
 $8+a=3.k$
1, 4, 7 $1+4+7=12$

2. Üç basamaklı $3AB$ doğal sayısı

12, 18 ve 54

sayılarından belirli birine tam bölündüğünde diğer iki sayıdan yalnızca birine tam bölünmektedir.

- 15 Buna göre, $A + B$ toplamı kaçtır?

54'e tam bölünüyorsa 18'e de tam bölünür, 12'ye tam bölünmez.

$$3AB = 54.k$$

$$k=6 \text{ için } 3AB = 324$$

324 sayısı 12'ye tam bölünür.

$$k=7 \text{ için } 3AB = 378$$

$$A+B = 7+8 = 15$$

BÖLENİ, ARALARINDA ASAL İKİ SAYININ ÇARPIMI OLARAK DÜŞÜNMEK

Bir sayı bir doğal sayıya tam bölünüyorsa o sayının aralarında asal çarpanlarına da tam bölünür.

6, 12, 15, 18, 24, 36, 45 ile Bölünebilme

2'ye ve 3'e bölünebilen sayılar 6'ya,

3'e ve 4'e bölünebilen sayılar 12'ye,

3'e ve 5'e bölünebilen sayılar 15'e,

2'ye ve 9'a bölünebilen sayılar 18'e,

3'e ve 8'e bölünebilen sayılar 24'e,

4'e ve 9'a bölünebilen sayılar 36'ya,

5'e ve 9'a bölünebilen sayılar 45'e tam bölünebilir.

1. Beş basamaklı $615ab$ sayısı 30 ile tam olarak bölünebildiğine göre, a rakamının alabileceği en büyük değer kaçtır?

30 $615a0$
3 . 10 $12+a=3k$
0, 3, 6, 9
 a en çok 9 olur.

2. Üç basamaklı $8ab$ doğal sayısı 45 ile tam bölündüğüne göre, a 'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

45 $8a5$ $8a0$
5 . 9 $13+a=9k$ $8+a=9k$
5 $5+1=6$

3. Rakamları birbirinden farklı dört basamaklı $3A5B$ doğal sayısı 36 ile tam bölünebilmektedir.

- 12 Buna göre, A 'nın alacağı değerler toplamı kaçtır?

36 $3A5B$
4 . 9 $10+A=9k$ $14+A=9k$
8 $8+4=12$

BİR SAYININ ARALARINDA ASAL İKİ SAYININ ÇARPIMINA BÖLÜMÜNDEN KALANI BULMAK

Bir sayının 15 ile bölümünden kalan 13 ise

$$\begin{array}{r} A \quad | \quad 15 \\ - \quad \quad | \quad x \\ \hline 13 \end{array}$$

$$A = 15x + 13 \text{ olur.}$$

- A sayısının 5 ile bölümünden kalan 3'tür.

$$A = 15x + 13$$

5 ile tam
bölünür.

$$\begin{array}{r} 13 \quad | \quad 5 \\ - 10 \quad | \quad 2 \\ \hline 3 \end{array}$$

- A sayısının 3 ile bölümünden kalan 1'dir.

$$A = 15x + 13$$

3 ile tam
bölünür.

$$\begin{array}{r} 13 \quad | \quad 3 \\ - 12 \quad | \quad 4 \\ \hline 1 \end{array}$$

- Sonuç:** Bir sayının 15 ile bölümünden 13 ise bu sayının 5 ile bölümünden kalan 3 ve 3 ile bölümünden kalan 1'dir.

Örnek

Tablodan yararlanarak verilen bölen sayılar arasında bir bağlantı kurarak bölümlerden elde edilen kalan sayılar hakkında çıkarımda bulunuz.

Bölen \ Bölünen	12	3	4
A	8	2	0

Bölen \ Bölünen	36	4	9
B	11	3	2

$$A = 12 \cdot x + 8$$

3 ile bölümünden kalan 2
4 ile tam bölünür

$$B = 36 \cdot y + 11$$

4 ile bölümünden kalan 3
9 ile bölümünden kalan 2

- Rakamları birbirinden farklı dört basamaklı $2a3b$ sayısının 6 ile bölümünden kalan 1'dir.

17 Buna göre, $a + b$ toplamı en çok kaçtır?

6 ile bölümünden kalan 1 ise hem 2, hem de 3 ile bölümünden kalan 1 olur.

$$2a3b$$

→ 1, 5, 7, 9 olabilir.

$$2a39 \text{ olsun.}$$

$$14 + a = 3 \cdot k + 1 \Rightarrow 13 + a = 3 \cdot k$$

→ 2, 5, 8

$$a + b \text{ en çok } 8 + 9 = 17 \text{ olur.}$$

- Dört basamaklı rakamları birbirinden farklı $4x6y$ sayısının 45 ile bölümünden kalan 1'dir.

Buna göre, x kaçtır?

8

$$\begin{array}{r} 45 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 5 \cdot 9 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 1 \quad 1 \end{array}$$

$$4x61$$

$$11 + x = 9k + 1$$

$$10 + x = 9k$$

$$\downarrow$$

$$x = 8$$

- Beş basamaklı $85a1b$ sayısı 30 ile bölündüğünde 17 kalanını vermektedir.

Buna göre, $85a1b$ sayısının en büyük değeri için a kaçtır?

8

$$\begin{array}{r} 30 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 10 \cdot 3 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 7 \quad 2 \end{array}$$

$$b = 7$$

$$85a17$$

$$21 + a = 3 \cdot k + 2$$

$$19 + a = 3k$$

$$\downarrow$$

$$2, 5, 8$$

a en çok 8 olur.

Etkinlik 4

BİLGİ FİŞİ

Ürün Adı	Birim Fiyat	Adet	Tutar
Cam	36 TL	--	_17_ TL
Bardak			

Yukarıdaki bilgi fişi bir züccaciye'den tanesi 36 TL olan cam bardak alan müşteri için hazırlanmıştır. Bilgi fişinde alınan ürün adet kısmı hiç okunmamakta, tutar kısmında ise dört basamaklı bir sayı görülmekte ve bu sayının yüzler basamağında 1 onlar basamağında 7 rakamı okunabilmektedir.

Müşterinin ödediği tutarın **en az** olması durumuna göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Bilgi fişinin tutar kısmında okunması gereken sayıyı bulunuz.

b) Müşterinin aldığı cam bardak sayısını bulunuz.

a) 4176 b) 116

$$36 \cdot x = \underline{a17b} \quad (x \text{ tane cam bardak})$$

36
4.9

a17b, 4 ve 9'a tam bölünmeli

2,6

a172

8

a176 → En az dediği için sayımız bu olur.

4

$$x = \frac{4176}{36} = 116 \text{ bardak}$$

Etkinlik 5

Zeynep, bir sanat galerisinin giriş kodunu beş basamaklı bir sayı olarak belirlemiş ve şifreyi 315xy şeklinde kodlayarak kaydetmiştir. Şifreyi unutmamak için aşağıdaki ipuçlarını defterine not almıştır.

- Şifredeki tüm rakamlar birbirinden farklıdır.
- 315xy sayısı tektir.
- Belirlenen şifrenin 20 ile bölümünden kalan 17'dir.

Buna göre, x kaçtır?

20
5.4
2.1

315xy
2,7

315x2
Çift olduğu için olmaz

315x7

1
3
5
7
9

x=9

Etkinlik 6

Aşağıda, 25 cm uzunluğunda bir cetvel verilmiştir.



Bu cetvellerden birbirinin aynısı olan 39 cetvel daha doğrusal olarak uç uca ekleniyor. 41. cetvel şeklindeki cetvelden daha kısa olup diğer 40 cetvelin ucuna da bu cetvel konuluyor.

Ölçülen toplam uzunluğun 15 ile bölümünden kalan 1 olduğuna göre, ölçülen toplam uzunluk **en çok** kaç cm'dir?

1021

$$40 \cdot 25 + x = 15k + 1$$

$$x < 25$$

$$1000 + x = 15 \cdot k + 1$$

$$999 + x = 15 \cdot k$$

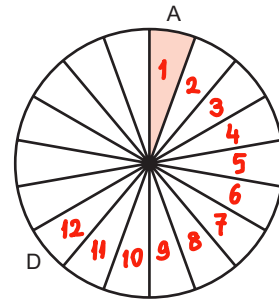
15 ile tam bölünebilmesi için 3 ve 5 ile tam bölünmelidir.

x en çok 21 olur.

Toplam uzunluk $1000 + 21 = 1021$ bulunur.

Etkinlik 7

Aşağıdaki çemberde 18 dilim vardır. Boyalı dilime 1 yazıldıktan sonra saat yönünde ilerlenecek ve her dilime hemen öncekinde yazılan sayının 1 fazlası yazılacaktır. Tüm dilimlerde sayı yazma işlemi tamamlanınca durmadan, aynı düzende sayı yazmaya devam edilecektir.



Buna göre, dört basamaklı 14a0 sayısı D dilimine yazıldığına göre, a kaçtır?

D, dilimine yazılan sayı 18 ile bölümünden 12 kalanını vermelidir.

18
2.9
0.3

14a0

$$5 + a = 9 \cdot k + 3$$

$$2 + a = 9 \cdot k$$

7

$$a = 7$$

1. Rakamları sıfırdan farklı ve tüm rakamlarına tam bölünebilen doğal sayılara acil sayı denir.

Örneğin; 124 sayısı 1, 2 ve 4 ile tam bölündüğünden bir acil sayıdır.

3a iki basamaklı sayısı acil sayı olduğuna göre, a'nın alacağı değerler toplamı kaçtır?

D

- A) 12 B) 11 C) 10 ☒ D) 9 E) 8

3a
↓
3
6

$$3+6=9$$

2. Ali, bir inşaat projesinde kullanılmak üzere 27a6b cm uzunluğunda bir çelik çubuk satın alıyor. Çubuğu eşit parçalara bölmek için 4 veya 8 kesim yapılabileceğini hesaplıyor.

Ali'nin aldığı çelik çubuğun uzunluğunun rakamları farklı beş basamaklı bir sayı olduğu bilindiğine göre, a + b toplamı kaçtır?

A

- ☒ A) 3 B) 7 C) 10 D) 12 E) 14

4 kesim 5 parça
8 kesim 9 parça

2706b sayısı 5 ve 9'a tam bölünmelidir.

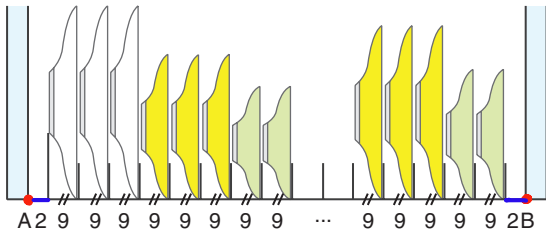
27060
↓
3

27065
↓
7

$$a+b=3+0=3$$

7 → Rakamları farklı dediği için olmaz.

3. Aşağıda bir restoranın mutfağındaki tabakların konulduğu duvara monte edilmiş bulaşıklık görseli verilmiştir.



$$|AB| = 9 \cdot k + 4$$

9 ile bölündüğünde 4 kalanını vermelidir.

- A) 722 B) 689 C) 540 D) 444 ☒ E) 355

↓
2

↓
5

↓
0

↓
3

↓
4

4. 208, 120, 171, 171, 103, 203

sayılarının sonuncusu hariç diğerlerinden her biri, hemen sağdaki sayının rakamları toplamına bölünecektir.

Buna göre, yapılacak bölme işlemlerinde elde edilecek kalanların toplamı kaçtır?

C

- A) 12 B) 11 ☒ C) 10 D) 9 E) 8

208, 3 ile bölümünden kalan 1

120, 9 ile bölümünden kalan 3

171, 9 ile bölümünden kalan 0

171, 4 ile bölümünden kalan 3

103, 5 ile bölümünden kalan 3

$$1+3+0+3+3=10$$

5. A7B2 dört basamaklı bir doğal sayı olmak üzere, bir matbaada Acil Matematik Soru kitabından her gün A7B2 tane basılmakta ve her gün basılan bu kitaplar, her bir kolide 36 tane kitap olacak biçimde kolilenip boş bir tira yüklenerek satış merkezlerine gönderilmektedir.

Buna göre, tira yüklenen koli sayısı en az kaçtır?

B

- A) 78 ☒ B) 77 C) 76 D) 75 E) 74

x tane koli olsun.

$$36 \cdot x = A7B2$$

A7B2, 4 ve 9 ile tam bölünmelidir.

↓
1, 3, 5, 7, 9

B=7 için A=2 olur.

$$36 \cdot x = 2772 \Rightarrow x = 77$$

6. A ≠ B olmak üzere, üç basamaklı ABA, ABB ve BBA doğal sayılarından sadece biri 9 ile, sadece biri 4 ile tam bölünmektedir.

Buna göre, A + B toplamının alabileceği farklı değerler toplamı kaçtır?

C

- A) 20 B) 22 ☒ C) 24 D) 26 E) 28

ABA sayısı 9 ile tam bölünüyor olmalıdır.

$$2A+B=9k$$

ABA ← 2 5 → BBA, 4 ile tam bölünür.

ABA ← 8 2 → BBA, 4 ile tam bölünür.

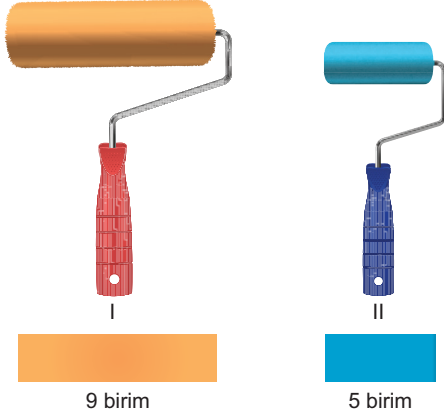
4 ile tam bölünür 5 8 → ABB, 4 ile tam bölünür.

7 4 → ABB, 4 ile tam bölünür.

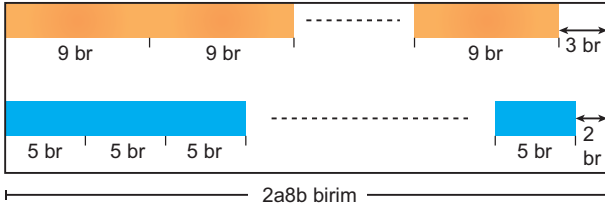
$$13+11=24$$

Performans Değerlendirme

7. Aşağıda iki tane rulo fırça görseli verilmiştir. Boyacı uzunluğu **rakamları birbirinden farklı** olmak üzere dört basamaklı $2a8b$ birim olan bir duvarı boyayacaktır.



Boyacı I numaralı ruloyu bir tam tur döndürdüğünde duvarın 9 birimlik kısmını II numaralı ruloyu bir tam tur döndürdüğünde duvarın 5 birimlik kısmını boyamaktadır.



Boyacı I numaralı ruloyu ve II numaralı ruloları belirli sayılarda tam tur döndürdükten sonra duvarda sırasıyla 3 birim ve 2 birim boyanmamış kısım kalmıştır.

Buna göre, boyacı ruloları toplam kaç tur çevirmiştir?

- A) 769 B) 770 C) 771 D) 772 ☒ E) 773

$2a8b$ sayısının 9 ile bölümünden kalan 3
5 ile bölümünden kalan 2

$2a82$

Rakamları farklı
olmadı.

$2a87$

$$17 + a = 9k + 3$$

$$14 + a = 9k$$

↓
4

$$\begin{array}{r} 2487 \overline{) 9} \\ \underline{276} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2487 \overline{) 5} \\ \underline{497} \\ 2 \end{array}$$

$$276 + 497 = 773$$

8. Rakamları birbirinden farklı üç basamaklı $5AB$ doğal sayısının yüzler basamağı onlar basamağından küçüktür. $5AB$ sayısı ile bu sayının birler ve onlar basamağının yeri değiştirilince oluşan sayı 4 ile tam bölünmemektedir.

$5AB$ sayısında tüm rakamların yeri değiştirilince oluşan sayı 4 ile tam bölündüğüne göre, $5AB$ sayısının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

B

- A) 3 ☒ B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$A > 5$

$5AB$

$5BA$

sayıları 4 ile tam bölünmüyor.

$AB5$, 4 ile tam bölünmez.

$B5A$, 4 ile tam bölünmelidir.

↓
6

$56B$. $586 \rightarrow 4$ ile bölünmeyecekti.

$8 = 2$ olur.

562 , 9 ile bölümünden kalan 4 olur.

9.

- I. 6 ve 35 ile kalansız bölünebilen bir pozitif tam sayı 15 sayısına da kalansız bölünür.
II. abc üç basamaklı sayısının 4 ile bölünebilmesi için $2 \cdot b + c$ toplamı 4'ün bir tam sayı katı olmalıdır.
III. Bir doğal sayının 45 ile bölümünden kalan 17 ise bu sayının 5 ile bölümünden kalan 2'dir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

E

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) II ve III

D) I ve III

☒ E) I, II ve III

I. $6 = 2 \cdot 3$ $35 = 5 \cdot 7$

15 ile tam bölünür.

II. $abc = 100 \cdot a + 10 \cdot b + c$
 $= 100 \cdot a + 8 \cdot b + 2b + c$

↓
4 ile tam
bölünür.

III. $A = 45 \cdot x + 17$

↓
5 ile tam
bölünür.

↓
5 ile bölümünden
kalan 2 dir.

Performans Değerlendirme

1. Ali ve Zeynep, dört kişilik arkadaş grubuyla birlikte bir oyuncak mağazasına gidiyorlar. Mağazada farklı türde oyuncaklar satılmaktadır ve fiyatları türlerine göre değişmektedir. Oyuncaklarla ilgili bilgiler aşağıda verilmiştir.
- Küçük oyuncakların fiyatı 4 TL, büyük oyuncakların fiyatı 9 TL'dir.
 - Gruptaki kişilerin yanlarında getirdikleri paralar 267, 216, 197 ve 174'tür.
 - Herkes sadece yanından getirdiği parayla alışveriş yapmıştır.
 - Ali sadece küçük oyuncak, Zeynep ise sadece büyük oyuncak satın almıştır.
 - Ali ve Zeynep ödemelerini yaptıktan sonra yanlarında sırasıyla 2 TL ve 6 TL kalmıştır.

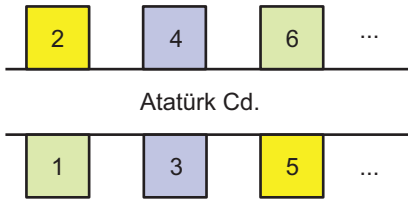
Buna göre, Ali ve Zeynep'in yanlarında getirdikleri paraların farkının mutlak değeri kaçtır?

- E A) 19 B) 23 C) 42 D) 70 ☒ 93

$$\begin{array}{r} \text{Ali} \\ 4k+2 \\ \downarrow \\ 174 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{Zeynep} \\ 9m+6 \\ \downarrow \\ 267 \end{array}$$

$$267 - 174 = 93$$

2.



Şekildeki caddenin bir yanındaki evlerin numaraları ardışık çift sayılar, diğer yanındaki evlerin numaraları ardışık tek sayılardır.

- Ahmet'in evi bu caddede olup numarasının 5'e bölümünden kalan 2'dir. **37, 92, 87, ...**
- Mehmet'in evi bu caddede olup numarasının 9'a bölümünden kalan 8'dir. **98, 89, 80, ...**
- Ahmet ve Mehmet'in evleri, yan yana olan komşu iki evdir.

Ahmet ve Mehmet'in evlerinin numaraları iki basamaklı birer doğal sayı olduğuna göre, bu numaraların toplamı **en çok kaçtır?**

- D A) 170 B) 172 C) 174 ☒ 176 E) 178

$$87 + 89 = 176$$

3. Bir şehrin elektrik şebekesi modernize edilecektir. Projeyi yöneten mühendis, toplam kablo uzunluğunun kaç metre olduğunu tam olarak hatırlayamamaktadır. Ancak, bu uzunluğun dört basamaklı bir sayı olduğunu, yüzler basamağının 3, binler basamağının 1 olduğunu ve her 15 metrede bir bağlantı noktası bırakıldığında geriye 7 metrelik bir kablo kaldığını hatırlamaktadır.

Buna göre, döşenecek kablounun uzunluğu en fazla olduğunda kablounun uzunluğunun rakamları toplamı kaç olur?

- D A) 22 B) 21 C) 20 ☒ 19 E) 18

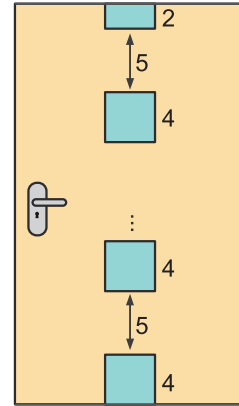
$$1306 = 15 \cdot k + 7$$

3 ile bölümünden kalan 1
5 ile bölümünden kalan 2

$$\begin{array}{r} 1302 \\ \downarrow \\ 1, 4, 7 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1307 \\ \downarrow \\ 2, 5, 8 \end{array}$$

En fazla 1387 olur. $1+3+8+7=19$

4. Aşağıda dikdörtgen şeklinde bir kapı görseli verilmiştir. Kapının üzerine kapının kenarlarına paralel olacak şekilde bir kenarı 4 birim olan kare şeklinde süsler yapılması planlanmıştır.



Ardışık iki kare süs arasındaki uzaklık 5 birim hesaplandığından kapının en üzerine bir kare süslemenin yarısı denk gelmiştir.

Buna göre, kapının boyu birim cinsinden aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- C A) 819 B) 820 ☒ 821 D) 822 E) 823

Kapının boyu $\times$ birim olsun.

$$x = 9k + 2 \text{ olur.}$$

9 ile bölündüğünde 2 kalanını veren sayı 821'dir.

Performans Değerlendirme

5. Bir şifreleme programında her harfe karşılık farklı bir sayıyı yazıp kelimelere karşılık gelen şifreler oluşturulmuştur. Programa yazılan bazı kelimeler ve bu kelimelere karşılık gelen şifreler aşağıda verilmiştir.

TAKİP → 82756
PARTİ → 62985

$T=8, A=2, P=6, İ=5$
 $R=9, K=7$

Bu programa yazılan üçüncü kelime RAKET'tir.
RAKET kelimesine karşılık gelen şifre 12 ile tam bölünmektedir.

B Buna göre, E harfine karşılık gelen sayı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

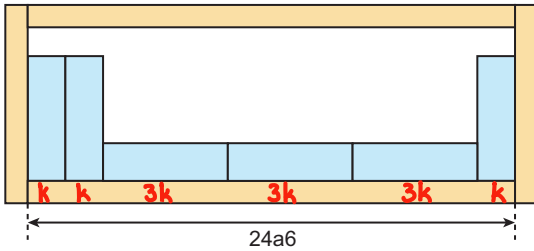
RAKET → 927E8 → 4 ve 3 ile tam bölünmelidir.

12
4.3

0
4
8

E=4 olmalıdır.

6. Önden görünümü dikdörtgen şeklinde olan özdeş 6 kitap bir rafa boşluk kalmayacak şekilde aşağıdaki gibi yerleştirilecektir. Herhangi bir dikdörtgenin kenar uzunlukları tam sayı olup boyu eninin 3 katıdır.



24a6 dört basamaklı sayı olmak üzere rafın genişliği 24a6 birimdir.

Buna göre, rafın genişliğinin 9 ile bölümünden kalan en çok kaçtır?

- E A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$24a6 = 12 \cdot k$
 $24a6, 3 \text{ ve } 4' \text{ e tam bölünmelidir.}$
0
3
6
9
 $2436 \rightarrow 9 \text{ ile bölümünden kalan } 6 \text{ olur.}$

7.



Sinan'ın boyu üç basamaklı A8B ve hediye kutusunun boyu iki basamaklı BA sayısıdır. Kutunun yüksekliği 5 ile tam bölünürken, kutu Sinan'ın başının üzerinden kutunun üst yüzeyinin yerden yüksekliği 9 ile tam bölünebilmektedir.

Buna göre, B - A farkı kaçtır?

- D A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$BA = 5 \cdot k$
5
 $A8B + BA = 9k$
 $13 + B + B + 5 = 9k$
 $18 + 2B = 9k$
9
 $B - A = 9 - 5 = 4$

8. Bir beyaz eşya mağazasında satılan buzdolabı için iki farklı taksit seçeneği vardır.



Mağaza taksitleri kasada tam sayı olarak ayarlamıştır. Buzdolabının etiket fiyatı 2368a lira beş basamaklı sayıdır. Buzdolabı 15 eşit taksitle alındığında her bir taksit tam sayıdır.

Buna göre, müşteri buzdolabını 9 eşit taksitle almak için kasaya en az kaç lira nakit vermelidir?

- E A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

15
3.5
 $2368a \rightarrow \text{Hem } 3' \text{ e, hem } 5' \text{ e tam bölünmelidir.}$
5
9 ile bölümünden kalan 6 dır.