

9
.Sınıf

TEMELİNİ SAĞLAM AT...

**SONBAHAR
KİTABI**



ACİL MATEMATİK

- °Konu Özetleri
- °Çözümlü Sorular
- °Testler



Editörler

Hamza SİNCAR

Kadir YİĞİT

Büşra GÜNKAYA

Koray ÖZTÜRK

İÇİNDEKİLER

ÜNİTE 1

Mantık.....3

ÜNİTE 2

Kümeler44

ÜNİTE 3

Sayı Kümeleri88

ÜNİTE 4

Pozitif - Negatif Tam Sayılar142

ÜNİTE 5

Mutlak Değer165





YANINDA BULUNSUN

Doğru düşünmenin şartlarını ve kurallarını ifade eden disipline "Mantık" denir.



YANINDA BULUNSUN

Doğru ya da yanlış kesin bir hüküm bildiren ifadelere "Önerme" denir. Önermeler genellikle p, q, r, s gibi küçük harflerle gösterilir.

Önermenin Doğruluk Değeri

Bir önermenin doğru ya da yanlış olmasına, o önermenin "Doğruluk Değeri" denir. Bir önerme doğru ise doğruluk değeri **D** veya **1** ile yanlış ise **Y** veya **0** ile gösterilir.

Bir **p** önermesi doğru bir önerme ise " $p \equiv 1$ ", yanlış bir önerme ise " $p \equiv 0$ " şeklinde gösterilir ve "**p** önermesi 1 e denktir." ya da "**p** önermesi 0 a denktir." şeklinde okunur.



ÖRNEK 1.

- I. p : "-2 negatif bir tam sayıdır."
- II. q : "Bir hafta 8 gündür."
- III. r : "Benimle gelir misin?"

Yukarıda verilen ifadelerden hangilerinin bir önerme olduğunu bulunuz ve bu önermelerin doğruluk değerlerini inceleyiniz.



ÇÖZÜM

p : Önerme $p \equiv 1$
 q : Önerme $q \equiv 0$
 r : Önerme değil



ÖRNEK 2.

- p : "Bazı aylar ... gündür."
 q : "En küçük asal sayı ... dir."

p ve q doğru iki önermedir.

Buna göre, yukarıdaki boşluklara yazılacak sayıların toplamı en çok kaçtır?



ÇÖZÜM

Bazı aylar en çok 31 gündür.
 En küçük asal sayı 2 dir.
 $31 + 2 = 33$



ÖRNEK 3.

Bir uçak yolculuğunda kaptan pilot yolculara şu anonsu yapmıştır.

"Günaydın sayın yolcularımız. Şu an yerden 35 bin feet yükseklikteyiz. Uçağımız saatte 700 km hızla uçmaktadır. Meteorolojiden alınan bilgiye göre Adana'da hava açık ve 30 santigrad sıcaklığı göstermektedir. İyi uçuşlar."

Buna göre, kaptan pilotun kurduğu cümlelerden kaç tanesi bir önermedir?



ÇÖZÜM

- Şu an yerden 35 bin feet yükseklikteyiz
- Uçağımız saatte 700 km hızla uçmaktadır.
- Meteorolojiden alınan bilgiye göre Adana da hava açık ve 30 santigrad sıcaklığı göstermektedir. Bu 3 cümle önermedir.



ÖRNEK 4.

- I. p : "İki kere üç altı eder."
- II. q : "İki basamaklı 89 tane doğal sayı vardır."
- III. r : "Sakin unutma!"

a) Yukarıda verilen ifadelerden hangileri birer önermedir?

b) Yukarıda verilen ifadelerden önerme olanların doğruluk değerlerini bulunuz.



ÇÖZÜM

a) p ve q önerme, r önerme değil

b) $p \equiv 1$, $q \equiv 0$

Çünkü 90 tane iki basamaklı doğal sayı vardır.

ÖNERME



NOT

Doğruluk değerleri aynı olan iki önermeye "**Denk Önermeler**" denir. p önermesi q önermesine denk ise " $p \equiv q$ " şeklinde p önermesi q önermesine denk değil ise " $p \not\equiv q$ " şeklinde gösterilir.



ÖRNEK 5.

Aşağıda p , q , r ve s önermeleri verilmiştir.

- p : " $\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$ " tür.
- q : "Manisa ili Karadeniz bölgesindedir."
- r : "Bir küpün 8 köşesi vardır."
- s : "Rakamları birbirinden farklı üç basamaklı en küçük doğal sayı 123'tür."

Buna göre, birbirlerine denk olan önermeleri bulunuz.



ÇÖZÜM

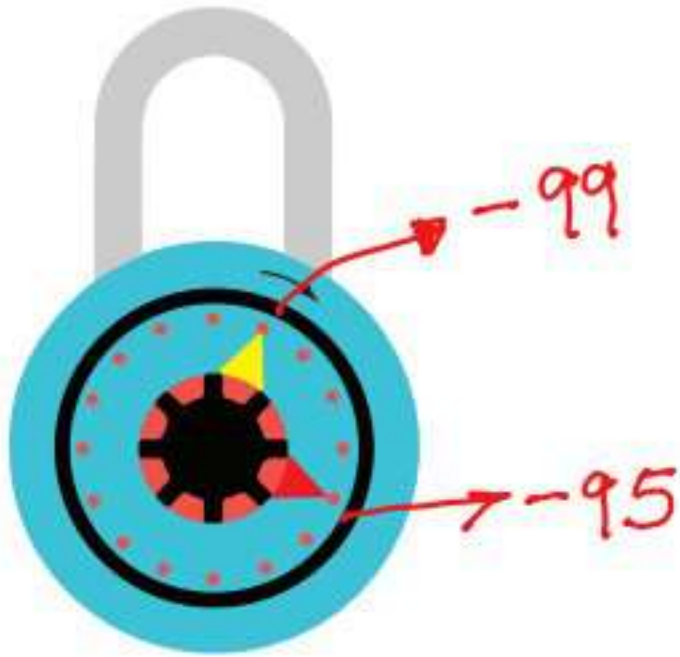
$$p \equiv 1, q \equiv 0, r \equiv 1, s \equiv 0$$

$$p \equiv r, q \equiv s$$



ÖRNEK 6.

- Aşağıda, üzerinde negatif tam sayılar yazan şifreli bir kilit görseli verilmiştir.

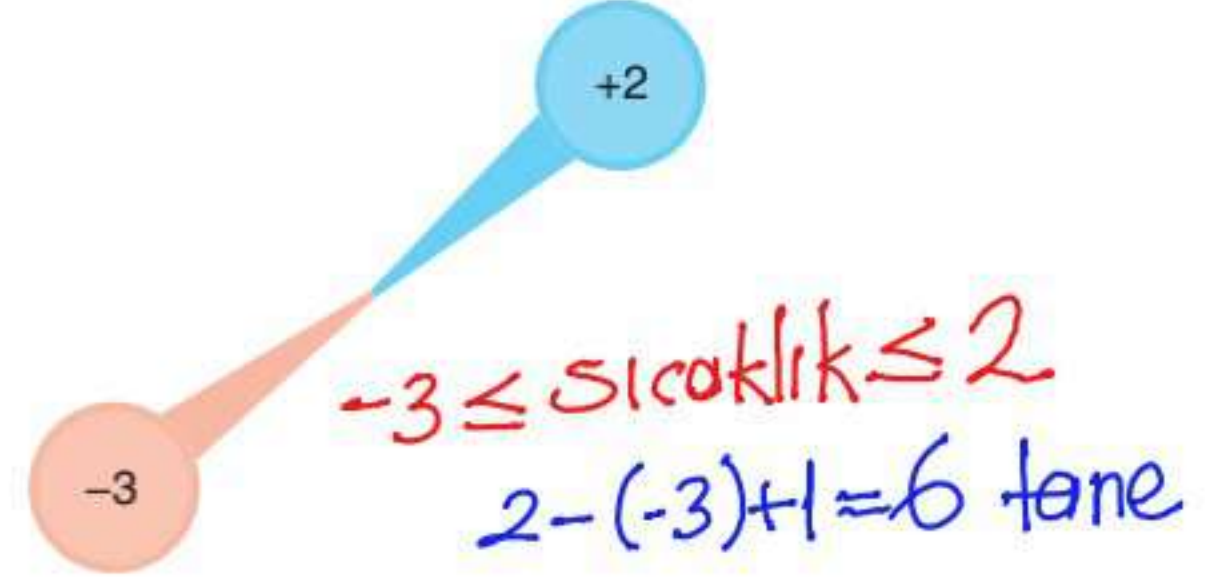


Sarı ibrenin gösterdiği sayı iki basamaklı en küçük tam sayı olup, sayılar ok yönünde ardışık olarak artmaktadır.

p : "Kırmızı ibrenin gösterdiği sayı -95'dir."

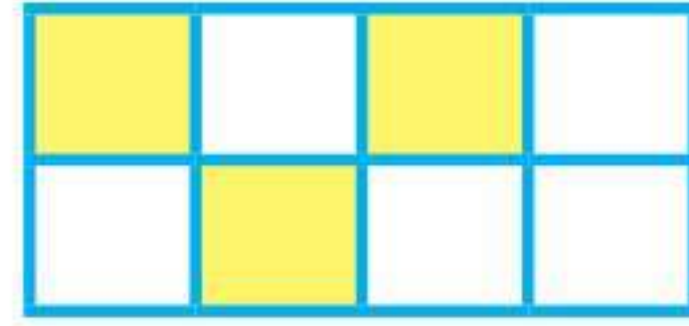
$$p \equiv 1$$

- Aşağıda, kimyasal bir maddenin alabileceği maksimum sıcaklık değeri +2 ve minimum sıcaklık değeri -3 olarak gösterilmiştir.



q : "Kimyasal maddenin sıcaklığının alabileceği 5 farklı tam sayı değeri vardır" $q \equiv 0$

- Aşağıda, 8 birim kareden oluşmuş bir dikdörtgen verilmiştir.



r : "Şekildeki boyalı karelerin alanları toplamının şeklin tamamının alanına oranı $\frac{3}{8}$ dir." $r \equiv 1$

Yukarıda verilen p , q ve r önermelerinden hangileri birbirine denk önermelerdir?



ÇÖZÜM

$$p \equiv 1, q \equiv 0, r \equiv 1$$

$$p \equiv r \text{ bulunur.}$$

**YANINDA BULUNSUN**

Önermelerin doğruluk değerlerinin gösterildiği tabloya "**Doğruluk Tablosu**" denir.

Örneğin; Herhangi iki p ve q önermesi için doğruluk tablosu aşağıdaki gibidir.

p	1	0	1	0
q	1	0	0	1

2 farklı önerme için 4 tane doğruluk durumu olduğu görülür.

**NOT**

Birbirinin değili olmayan n farklı önerme için 2^n tane doğruluk durumu vardır.

**ÖRNEK 7.**

Birbirinin değili olmayan n + 1 farklı önerme için 64 farklı doğruluk durumu varsa n kaçtır?

**ÇÖZÜM**

$$2^{n+1} = 64$$

$$2^{n+1} = 2^6$$

$$n+1 = 6 \Rightarrow n = 5$$

**ÖRNEK 8.**

p, q ve r önermeleri için aşağıda verilen doğruluk tablosunu doldurunuz.

p	q	r
1	1	1
1	1	0
1	0	1
1	0	0
0	1	1
0	1	0
0	0	1
0	0	0

**ÖRNEK 9.**

256 farklı doğruluk değeri için birbirinin değili olmayan kaç farklı önerme vardır?

**ÇÖZÜM**

$$2^n = 256$$

$$2^n = 2^8$$

$$n = 8 \text{ bulunur.}$$

**YANINDA BULUNSUN**

- Bir önermenin hükmünün değiştirilip yerine olumsuzunun kullanılması ile elde edilen önermeye ilk önermenin "**Değili (Olumsuzu)**" denir. p önermesinin değili p' ile gösterilir.
- p önermesi doğru ise doğruluk değeri 1 dir ve p' önermesinin doğruluk değeri 0 dir. $p \equiv 1$ ise $p' \equiv 0$ ile gösterilir.
- Bir önermenin değilinin değili önermenin kendisine denktir. $[(p)'] \equiv p$

Bu özelliğin doğruluk tablosu aşağıdaki gibidir.

p	p'	$(p)'$
1	0	1
0	1	0

Önermenin Değili (Olumsuzu)

? ÖRNEK 10.

p ve q birbirinin değili olmayan iki farklı önermedir.

Buna göre; p, q ve q' önermeleri için kaç farklı doğruluk durumu vardır?

✓ ÇÖZÜM

p	q	q'
1	1	0
1	0	1
0	1	0
0	0	1

4 farklı durum vardır.



NOT

Aşağıda Ela isimli öğrencinin görseli verilmiştir.



p : "Ela sarıdır."
önermesinin değili;
p' : "Ela sarı değildir."
şeklinde ifade edilir.

Önermenin olumsuzu sonuna "değil" kelimesi getirilerek oluşturulmuştur.

"Ela sarıdır." önermesinin değili "Ela kumraldır." veya "Ela esmerdir." gibi önermelerle ifade etmek yanlıştır.



NOT

Küçüktür "<" ifadesinin değili, küçük değildir biçiminde ifade edilebileceği gibi büyük veya eşittir "≥" biçiminde de ifade edilebilir.

? ÖRNEK 11.

Aşağıda p, q ve r önermeleri verilmiştir.

Buna göre,

- I. p : "Bir yıl 4 mevsim değildir."
- II. q : "3 sayısı 7'den büyüktür."
- III. r : "5 + 2 = 7"

önermelerinin değillerini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

p' : "Bir yıl 4 mevsimdir."
q' : "3 sayısı 7 den küçük veya 7'ye eşittir."
r' : "5 + 2 ≠ 7"

? ÖRNEK 12.

Aşağıda p, q, r ve s önermelerinin doğruluk değerleri verilmiştir.

$$p \equiv q' \equiv 1$$

$$r' \equiv s \equiv 0$$

Buna göre, p önermesi hangi önermelere denktir?

✓ ÇÖZÜM

$$p \equiv 1 \text{ ise } p' \equiv 0$$

$$q' \equiv 1 \text{ ise } q \equiv 0$$

$$r' \equiv 0 \text{ ise } r \equiv 1$$

$$s \equiv 0 \text{ ise } s' \equiv 1$$

$$p \equiv q' \equiv r \equiv s'$$

? ÖRNEK 13.

Aşağıda p, q ve r önermeleri verilmiştir.

Buna göre,

- I. p : "Serum bir tıp terimi değildir."
- II. q : "Şubat ayı her yıl 28 gündür."
- III. r : "2² + 3² > 13"

önermelerinin değillerinin doğruluk değerlerini bulunuz.

10.4 11. I. "p' : "Bir yıl dört mevsimdir."
II. "q' : "3 sayısı 7'den küçük veya 7'ye eşittir."
III. "r' : "5 + 2 ≠ 7"

✓ ÇÖZÜM

$$p \equiv 0 \text{ ise } p' \equiv 1$$

$$q \equiv 0 \text{ ise } q' \equiv 1$$

$$r \equiv 0 \text{ ise } r' \equiv 1$$

? ÖRNEK 14.

5 erkek ve 10 kız öğrencinin bulunduğu bir gruba ilgili olarak,
p : "Bu grubun üçte biri erkek değildir."

önermesinin değilini yazarak doğruluk değerini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$p' : \text{"Bu grubun üçte biri erkektir."}$$

$$p' \equiv 1$$

? ÖRNEK 15.

Bir futbol karşılaşmasında galip gelen takıma 3 puan verilirken, mağlup olan takıma 0 puan ve beraberlik durumunda her iki takıma da birer puan verilir.

A takımı; B, C ve D takımlarıyla birer karşılaşma yapmıştır.

p : "A takımı B takımına karşı galip gelmiştir."

q : "A takımı C takımına karşı mağlup olmuştur."

r : "A takımı D takımı ile berabere kalmıştır."

Yukarıda verilen önermelerin olumsuzlarının doğru olduğu bilindiğine göre, A takımı en çok kaç puan almıştır?

✓ ÇÖZÜM

$$p' \equiv 1, q' \equiv 1, r' \equiv 1$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$A \text{ en çok } 1 \text{ puan} \quad A \text{ en çok } 3 \text{ puan} \quad A \text{ en çok } 3 \text{ puan}$$

$$1 + 3 + 3 = 7 \text{ puan olur.}$$

? ÖRNEK 16.

Aşağıda görselleri verilen saksı çiçeklerinin altına, o çiçekle ilgili güneşli ortamda çiçek açma-açmama bilgileri verilmiştir.



Güneşte çiçek açar



Güneş görse de görmese de çiçek açar



Güneşte çiçek açmaz

Çiçeklerin her birini farklı ortamlara koyan Emine, yeteri kadar gözlem yaptığında çiçeklerin son durumunun görsellerdeki gibi olduğunu görmüştür.

Emine'nin çiçekleri koyduğu odalar hakkında ne söylenebilir?

✓ ÇÖZÜM

I. oda Güneşli Güneşli
II. oda Güneşli Güneşsiz
III. oda Güneşli Güneşli

Durumları olur.

14. p' : "Bu grubun üçte biri erkektir."

$$p' \equiv 1$$

15. 7 16.

I. oda	II. oda	III. oda
Güneşli	Güneşsiz	Güneşli
Güneşli	Güneşli	Güneşli

Bileşik Önerme



YANINDA BULUNSUN

İki veya daha fazla önermenin ve (\wedge), veya (\vee), ya da (\vee), ise (\Rightarrow), ancak ve ancak (\Leftrightarrow) bağlaçları ile birleştirilmesiyle elde edilen yeni önermelere "**Bileşik Önerme**" denir.



ÖRNEK 16.

Aşağıda verilen,

- I. " $x = 5$ ise $2x - 1 = 9$ dur."
- II. "Türkiye, Asya kıtasındadır veya İzmir Ege bölgesindedir."
- III. "Bugün okullar tatil ya da hafta sonu günlerinden biridir."

ifadelerinden hangileri bir bileşik önermedir?



ÇÖZÜM

Her üç önerme de bileşik önermedir.



ÖRNEK 17.

Aşağıda verilen,

- I. "Dün gece uyuyamadım."
- II. " -2 sayısının karesi 4 'tür ancak ve ancak 4 'ün karekökü 2 'dir."
- III. Yarıçapı 1 birim olan dairenin çevresi 2π birim ve alanı π birimkaredir."

ifadelerinden hangileri bir bileşik önermedir?



ÇÖZÜM

II ve III bileşik önermedir.



YANINDA BULUNSUN

"ve" Bağlacı ile Kurulan Bileşik Önermeler

p ve q önermelerinin "ve" bağlacı ile bağlanmasından oluşan bileşik önermeye, " **p ve q Bileşik Önermesi**" denir. Bu önerme $p \wedge q$ biçiminde gösterilir. $p \wedge q$ bileşik önermesinin doğruluk değeri; p ile q önermelerinin her ikisi de doğru iken doğru, diğer durumlarda ise yanlıştır.

p ve q önermeleri için $p \wedge q$ önermesinin doğruluk tablosu aşağıdaki gibidir.

p	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0



NOT

"Caner, yemekte tavuk ve salata yemiştir."

ifadesinde, olası tüm durumları inceleyelim.

- Caner'in yemekte tavuk yiyip salata yememiş olması **yanlış**
- Caner'in yemekte salata yiyip tavuk yememiş olması **yanlış**
- Caner'in yemekte tavuk ve salata yememiş olması **yanlış**
- Caner'in yemekte tavuk ve salatayı birlikte yemiş olması **doğru** bir ifade belirtir.



ÖRNEK 18.

p : "Bir dörtgenin iç açıları toplamı 360° dir."

q : "12 sayısının en büyük doğal sayı böleni 6 'dır."

önermeleri veriliyor.

Buna göre,

- I. $p \wedge q'$
- II. $p' \wedge q'$
- III. $p \wedge q$

önermelerinin doğruluk değerlerini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$p \equiv 1, q \equiv 0$$

$$I. p \wedge q' \equiv 1 \wedge 1 \equiv 1$$

$$II. p' \wedge q' \equiv 0 \wedge 1 \equiv 0$$

$$III. p \wedge q \equiv 1 \wedge 0 \equiv 0$$

? ÖRNEK 19.

p ve q önermeleri için,

$$p \equiv 0 \text{ ve } q \equiv 1 \text{ dir.}$$

Buna göre,

$$I. p' \wedge q$$

$$II. p \wedge q$$

$$III. p' \wedge q'$$

önermelerinin doğruluk değerlerini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$I. p' \wedge q \equiv 1 \wedge 1 \equiv 1$$

$$II. p \wedge q \equiv 0 \wedge 1 \equiv 0$$

$$III. p' \wedge q' \equiv 1 \wedge 0 \equiv 0$$

? ÖRNEK 20.

$$p : "3^2 + 4^2 = 5^2 \text{ dir.}"$$

$$q : "\sqrt{3^2 + 4^2} = 7 \text{ dir.}"$$

önermeleri için $p \wedge q$ önermesinin doğruluk değerini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$p \equiv 1, q \equiv 0$$

$$p \wedge q \equiv 1 \wedge 0 \equiv 0$$

? ÖRNEK 21.

Ali, Can ve Ege isimli 3 arkadaş Doktorluk, Mühendislik, Avukatlık ve Tüccarlık mesleklerinden farklı birini yapmaktadır.

s : "Ali Doktordur ve Can Mühendistir."

t : "Can Mühendis ve Ege Avukattır."

önermeleri veriliyor.

s önermesi doğru ve t önermesi yanlış olduğuna göre, Ege'nin mesleğini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$s \equiv 1$ ise Ali Doktor
Can Mühendis

$t \equiv 0$ ise Can Mühendis
Ege Avukat değildir.
Ege Tüccar dir.

? ÖRNEK 22.

p, q ve r birer önermedir.

$$p' \wedge r \equiv 1$$

$$r \wedge q \equiv 0$$

olduğuna göre; p, q ve r önermelerinin doğruluk değerlerini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$p' \equiv 1, r \equiv 1, q \equiv 0$$

$$\downarrow$$

$$p \equiv 0$$

$$p \equiv 0, r \equiv 1, q \equiv 0$$



YANINDA BULUNSUN

"ve" Bağlacının Özellikleri

- $p \wedge p \equiv p$ (\wedge nin tek kuvvet özelliği)
- $p \wedge q \equiv q \wedge p$ (\wedge nin değişme özelliği)
- $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$ (\wedge nin birleşme özelliği)
- $p \wedge 1 \equiv p$
- $p \wedge 0 \equiv 0$
- $p \wedge p' \equiv 0$

Bileşik Önerme

? ÖRNEK 23.

- a) $(1 \wedge 0) \wedge 1 \equiv (1 \wedge 1) \wedge 1 \equiv 1 \wedge 1 \equiv 1$
 b) $[(p \wedge q) \wedge r] \wedge 0 \equiv 0$
 c) $(p \wedge p) \wedge (q \wedge 0) \equiv p \wedge 0 \equiv 0$
 d) $(p \wedge 1) \wedge (q \wedge 0) \equiv p \wedge 0 \equiv 0$
 e) $(p \wedge q) \wedge q' \equiv p \wedge (q \wedge q') \equiv p \wedge 0 \equiv 0$
 f) $(p' \wedge q) \wedge (q \wedge r) \equiv p' \wedge q \wedge r$

Yukarıda verilen önermelerin en sade hallerini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

- a) 1
 b) 0
 c) 0
 d) 0
 e) 0
 f) $p' \wedge q \wedge r$

? ÖRNEK 24.

p, q ve r birer önermedir.

$$(p \wedge q)' \equiv 0$$

olduğuna göre, $(p \wedge r) \wedge q$ önermesinin en sade halini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$p \wedge q \equiv 1 \text{ dir.}$$

$$p \equiv 1, q \equiv 1 \text{ olur.}$$

$$(p \wedge r) \wedge q \equiv (p \wedge q) \wedge r \equiv r$$

? ÖRNEK 25.

p ve q iki önermedir.

$$p' \wedge q \equiv p \wedge p$$

olmak üzere, $p' \wedge q'$ önermesinin en sade halini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$p' \wedge q \equiv p \wedge p$$

$$p' \wedge q \equiv p$$

$p \equiv 0$ ve $q \equiv 0$ olur.

$$p' \wedge q' \equiv 1 \wedge 1 \equiv 1$$



YANINDA BULUNSUN

"veya" Bağlacı ile Kurulan Bileşik Önermeler

p ile q önermelerinin "veya" bağlacı ile bağlanmasından oluşan bileşik önermeye "**p veya q Bileşik Önermesi**" denir. Önerme $p \vee q$ biçiminde gösterilir. $p \vee q$ bileşik önermesi p ile q önermelerinden en az biri doğru iken doğru, her ikisi de yanlış iken yanlıştır.

p ve q önermeleri için $p \vee q$ önermesinin doğruluk tablosu aşağıdaki gibidir.

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0



NOT

"Mine Hanım pazardan elma veya portakal almıştır."

ifadesindeki olası tüm durumları inceleyelim.

- Mine Hanım'ın pazardan elma alıp, portakal almamış olması **doğru**
- Mine Hanım'ın pazardan portakal alıp, elma almamış olması **doğru**
- Mine Hanım'ın pazardan her iki meyveyi de almış olması **doğru**
- Mine Hanım'ın pazardan hiçbir meyveyi almamış olması **yanlış**

? ÖRNEK 26.

p : " $(-2)^2 < (-2)^3$ dür."

q : "-3 sayısının sayı doğrusunda sıfır sayısına uzaklığı 3 birimdir."

önermeleri veriliyor.

Buna göre,

- I. $p \vee q'$
- II. $p' \vee q'$
- III. $p \vee q$

önermelerinin doğruluk değerlerini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$p \equiv 0, q \equiv 1$$

$$\text{I. } p \vee q' \equiv 0 \vee 0 \equiv 0$$

$$\text{II. } p' \vee q' \equiv 1 \vee 0 \equiv 1$$

$$\text{III. } p \vee q \equiv 0 \vee 1 \equiv 1$$

? ÖRNEK 27.

p : "En büyük negatif tam sayı -1 dir."

q : "En küçük asal sayı 3'tür."

önermeleri için $p \vee q$ önermesinin doğruluk değerini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$p \equiv 1, q \equiv 0$$

$$p \vee q \equiv 1 \vee 0 \equiv 1$$

? ÖRNEK 28.

p , q ve r birer önermedir.

$$(p \vee q') \vee r' \equiv 0$$

olmak üzere,

- I. $p' \vee r'$
- II. $p' \wedge q$
- III. $(q \wedge r') \vee 0$

önermelerinin doğruluk değerlerini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$p \equiv 0, q' \equiv 0, r' \equiv 0$$

$$\text{I. } p' \vee r' \equiv 1 \vee 0 \equiv 1$$

$$\text{II. } p' \wedge q \equiv 1 \wedge 1 \equiv 1$$

$$\text{III. } (q \wedge r') \vee 0 \equiv (1 \wedge 0) \vee 0 \equiv 0$$

? ÖRNEK 29.

$$(p \wedge q') \vee p' \equiv 0$$

olmak üzere, $(p \vee q') \wedge q$ bileşik önermesinin doğruluk değerini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$p \wedge q' \equiv 0, p' \equiv 0$$

$$p \equiv 1, q \equiv 1$$

$$(p \vee q') \wedge q \equiv (1 \vee 0) \wedge 1$$

$$\equiv 1 \wedge 1$$

$$\equiv 1$$

Bileşik Önerme

? ÖRNEK 30.

Aşağıda içine su konulmuş bir şişe görseli verilmiştir. Şişenin ölçüleri ml cinsine göre yazılmıştır.



p : "Şişenin içinde 40 ml den fazla su vardır."

q : "Şişenin bir kısmı boştur."

r : "Şişeye 20 ml daha su katılırsa şişe dolar."

önergeleri veriliyor.

Buna göre,

I. $(p \vee q') \wedge r'$

II. $(p' \wedge q) \vee r$

önergelerinin doğruluk değerlerini sırasıyla bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$p \equiv 1, q \equiv 1, r \equiv 0$$

$$I. (p \vee q') \wedge r' \equiv (1 \vee 0) \wedge 1 \equiv 1$$

$$II. (p' \wedge q) \vee r \equiv (0 \wedge 1) \vee 0 \equiv 0$$



YANINDA BULUNSUN

"veya" Bağlacının Özellikleri

- $p \vee p \equiv p$ (\vee nın tek kuvvet özelliği)
- $p \vee q \equiv q \vee p$ (\vee nın değişme özelliği)
- $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$ (\vee nın birleşme özelliği)
- $p \vee 0 \equiv p$
- $p \vee 1 \equiv 1$
- $p \vee p' \equiv 1$

? ÖRNEK 31.

- a) $(1' \vee 1) \vee 0 \equiv (0 \vee 1) \vee 0 \equiv 1 \vee 0 \equiv 1$
- b) $(p \vee 1) \wedge (q \vee 0) \equiv 1 \wedge q \equiv q$
- c) $[(p \wedge 0) \vee r] \vee 1 \equiv (0 \vee r) \vee 1 \equiv 1$
- d) $(p \vee p) \vee p' \equiv p \vee p' \equiv 1$
- e) $(p \vee q) \vee q' \equiv p \vee (q \vee q') \equiv p \vee 1 \equiv 1$
- f) $(p \vee q) \vee (p' \vee r) \equiv (p \vee p') \vee (q \vee r) \equiv 1 \vee (q \vee r) \equiv 1$

Yukarıda verilen önergelerin en sade hallerini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

a) 1

b) q

c) 1

d) 1

e) 1

f) 1

? ÖRNEK 32.

p ve q birer önermedir.

$$p \vee q \equiv p' \vee 0$$

olduğuna göre, $(p' \wedge q)' \vee q$ önermesinin doğruluk değerini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$p \vee q \equiv p'$$

$$p \equiv 0, q \equiv 1 \text{ olmalıdır.}$$

$$(p' \wedge q)' \vee q \equiv (1 \wedge 1)' \vee 1$$

$$\equiv 0 \vee 1$$

$$\equiv 1$$



YANINDA BULUNSUN

"ve" ile "veya" Bağlacının
Birlikte Kullanıldığı Özellikler

Dağılım Özelliği

- $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
"ve" nin "veya" üzerine soldan dağılım özelliği
- $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
"veya" nın "ve" üzerine soldan dağılım özelliği

Benzer şekilde sağdan dağılım özelliklerini de siz yazınız.

De Morgan Kuralları

- p veya q 'nin değili $(p \vee q)' \equiv p' \wedge q'$
- p ve q 'nin değili $(p \wedge q)' \equiv p' \vee q'$ dir.



ÖRNEK 33.

- $p' \wedge (p \vee q)$
- $(p \wedge q) \vee (p' \wedge q)$
- $(p \vee q)'$
- $(p' \wedge q)' \vee q$
- $(p \vee q) \vee (p' \wedge q')$

önermelerinin en sade hallerini bulunuz.



ÇÖZÜM

$$a) p' \wedge (p \vee q) \equiv \underbrace{(p' \wedge p)}_0 \vee (p' \wedge q) \equiv p' \wedge q$$

$$b) (p \wedge q) \vee (p' \wedge q) \equiv (p \vee p') \wedge q \equiv q$$

$$c) (p \vee q)' \equiv p' \wedge q'$$

$$d) (p' \wedge q)' \vee q \equiv (p \vee q') \vee q \equiv p \vee (q' \vee q) \equiv p \vee 1 \equiv 1$$

$$e) (p \vee q) \vee (p' \wedge q') \equiv r \vee r' \equiv 1$$



ÖRNEK 34.

p ve q birer önermedir.

Buna göre,

$$(p' \vee q') \wedge q$$

önermesinin değilinin en sade halini bulunuz.



ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} [(p' \vee q') \wedge q]' &\equiv (p' \vee q')' \vee q' \\ &\equiv (p \wedge q) \vee q' \\ (p \wedge q) \vee (q \vee q') &\equiv p \vee q' \end{aligned}$$



ÖRNEK 35.

p ve r birer önermedir.

Buna göre,

$$[(p' \vee r) \wedge (r \vee p)] \vee r'$$

önermesinin en sade halini bulunuz.



ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} [(p' \wedge p) \vee r] \vee r' &\equiv r \vee r' \\ &\equiv 1 \end{aligned}$$



ÖRNEK 36.

Mert isimli öğrenci $p \wedge (p \vee q)$ önermesinin en sade halini bulmak için aşağıdaki işlemleri yapmıştır.

$$\begin{aligned} p \wedge (p \vee q) &\equiv (p \vee 0) \wedge (p \vee q) & [p &\equiv (p \vee 0)] \\ &\equiv p \vee (0 \wedge q) \\ &\equiv p \vee 0 \\ &\equiv p \text{ dir.} \end{aligned}$$

Buna göre Can isimli öğrenci, Mert'in yaptığı işlemlerin benzerini yaparak $p \vee (p \wedge q)$ önermesinin en sade halini ne olarak bulur?

Bileşik Önerme

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}
 p \vee (p \wedge q) &\equiv (p \wedge 1) \vee (p \wedge q) \\
 &\equiv p \wedge (1 \vee q) \\
 &\equiv p \wedge 1 \\
 &\equiv p
 \end{aligned}$$

? ÖRNEK 37.

p ve q birer önermedir.

Buna göre,

$$(p' \wedge q)' \vee p'$$

önermesinin en sade halini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}
 (p \vee q') \vee p' &\equiv (p \vee p') \vee q' \\
 &\equiv 1 \vee q' \\
 &\equiv 1
 \end{aligned}$$

? ÖRNEK 38.

p ve q birer önermedir.

$$p \star q \equiv p' \wedge q$$

şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre, $(p \star q)' \star p$ önermesinin en sade halini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}
 (p' \wedge q)' \star p &\equiv (p \vee q') \star p \\
 &\equiv (p \vee q')' \wedge p \\
 &\equiv (p' \wedge q) \wedge p \equiv \underbrace{(p' \wedge p)}_0 \wedge q \\
 &\equiv 0
 \end{aligned}$$

? ÖRNEK 39.

p, q ve r birer önermedir.

$$(p \vee q) \wedge (p \vee r) \equiv p'$$

olduğuna göre; p, q ve r önermelerinin doğruluk değerlerini sırasıyla bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}
 p \vee (q \wedge r) &\equiv p' \\
 \underline{0} \quad \underline{1} \quad \underline{1} \\
 p &\equiv 0, q \equiv 1, r \equiv 1
 \end{aligned}$$

? ÖRNEK 40.

p: "Dünya'nın Güneş etrafındaki dönüşü elips şeklindeki bir yörünge değildir veya Dünya'nın Güneş etrafında dönmesi sonucu mevsimler meydana gelir."

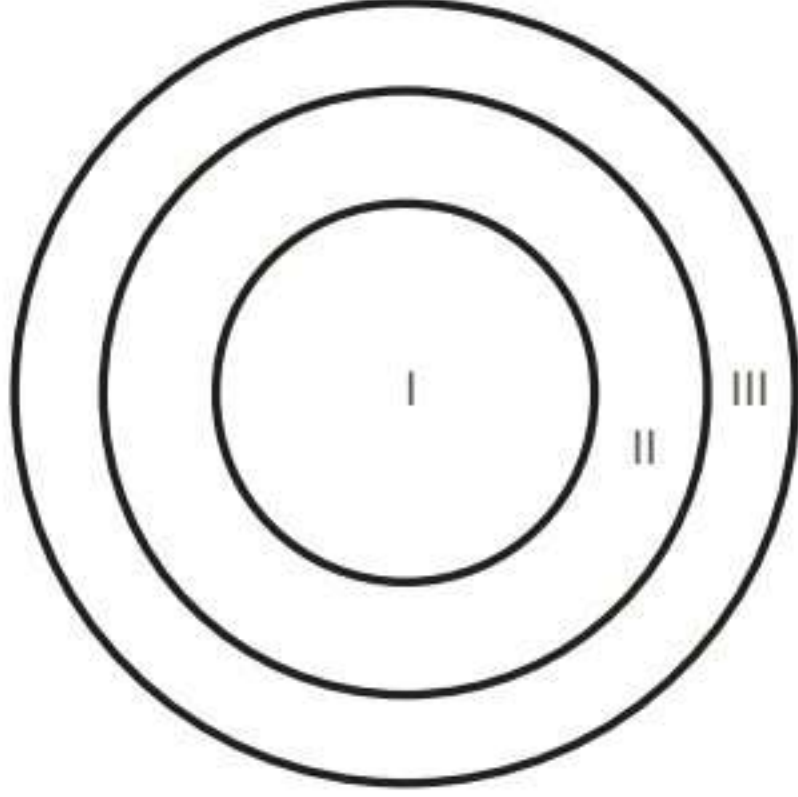
Yukarıda verilen p önermesinin değilini yazınız.

✓ ÇÖZÜM

p' : "Dünya'nın Güneş etrafındaki dönüşü elips şeklinde bir yörünge değildir ve Dünya'nın Güneş etrafında dönmesi sonucu mevsimler meydana gelmez."

? ÖRNEK 41.

Aşağıda iç içe çizilmiş 3 daire görseli verilmiştir. Şekildeki I, II ve III nolu bölgeler sarı, kırmızı ve turuncu renklerinden sadece birisi ile boyanacaktır.



p : "I numaralı bölge kırmızıya boyanmıştır."

q : "II numaralı bölge sarıya boyanmıştır."

önergeleri veriliyor.

$p' \vee q$ önermesi yanlış olduğuna göre; I, II ve III numaralı bölgeler sırası ile hangi renklere boyanmıştır?

✓ ÇÖZÜM

$$p' \vee q \equiv 0 \text{ ise } p' \equiv 0, q \equiv 0 \\ p \equiv 1, q \equiv 0$$

I. Kırmızı

II. Turuncu

III. Sarı



YANINDA BULUNSUN

"ya da" Bağlacı ile Oluşan Bileşik Önergeler

p ile q önergelerinin "ya da" bağlacı ile bağlanmasından oluşan bileşik önermeye "**p ya da q Bileşik Önermesi**" denir ve $p \vee q$ biçiminde gösterilir.

$p \vee q$ bileşik önermesi; p ile q önergelerinden yalnız biri doğru iken doğru, diğer durumlarda yanlıştır.

$p \vee q$ önermesinin doğruluk değerleri tablosu aşağıdaki gibidir.

p	q	$p \vee q$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0



NOT

"Tahtaya Ahmet ya da Elif kalkacaktır."

ifadesindeki olası tüm durumları inceleyelim.

- Tahtaya Ahmet'in kalkıp Elif'in kalkmaması **doğru**
- Tahtaya Elif'in kalkıp Ahmet'in kalkmaması **doğru**
- Tahtaya her ikisinin birden kalkması **yanlış**
- Tahtaya her ikisinin de kalkmaması **yanlış**

? ÖRNEK 42.

a) $(1 \vee 0) \vee 1$

b) $(1 \vee 0') \vee (1' \vee 0)$

önergelerinin doğruluk değerlerini bulunuz.



ÇÖZÜM

$$a) (1 \vee 0) \vee 1 \equiv 1 \vee 1 \equiv 0$$

$$b) (\underbrace{1 \vee 1}_0) \vee (\underbrace{0 \vee 0}_0)' \equiv 0 \vee 1 \equiv 1$$

? ÖRNEK 43.

p ve q birer önermedir.

Buna göre,

$$[(p \wedge p') \vee (q \vee q')]'$$

önergemesinin en sade halini bulunuz.



ÇÖZÜM

$$[(p \wedge p') \vee (q \vee q')]'$$

$$(\underbrace{0 \vee 1}_1)' \equiv 1' \equiv 0$$

Bileşik Önerme

? ÖRNEK 44.

p ve q birer önermedir.

Buna göre,

$$[(p \vee p') \wedge (q \vee q')]$$

önermesinin en sade halini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$[(p \vee p') \wedge (q \vee q')]$$

$$\underbrace{1} \quad \underbrace{1}$$

$$1 \wedge 1 \equiv 1$$

? ÖRNEK 45.

p, q ve r birer önermedir.

$$p \wedge (q \vee r) \equiv 1$$

olduğuna göre,

- I. $p \vee (q \wedge r)$
- II. $p' \wedge (q \vee r)$
- III. $(q \vee r) \wedge p$

önermelerinden hangilerinin doğruluk değeri 1'dir?

✓ ÇÖZÜM

$$p \wedge (q \vee r) \equiv 1, \quad p \equiv 1, \quad q \vee r \equiv 1$$

$$\begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array}$$

$$\text{I. } p \vee (q \wedge r) \equiv 1 \vee 0 \equiv 1$$

$$\text{II. } p' \wedge (q \vee r) \equiv 0 \wedge 1 \equiv 0$$

$$\text{III. } (q \vee r) \wedge p \equiv 1 \wedge 1 \equiv 1$$



YANINDA BULUNSUN

"ya da" Bağlacının Özellikleri

- $p \vee q \equiv q \vee p$ (değişme özelliği)
- $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$ (birleşme özelliği)
- $p \vee p' \equiv 1$
- $p \vee p \equiv p$
- $p \vee 1 \equiv 1$
- $p \vee 0 \equiv p$

? ÖRNEK 46.

- a) $(p \vee 1) \vee (p \vee 0)$
- b) $(1 \vee q) \vee (p \vee q')$
- c) $[(p \vee q) \vee q'] \wedge p$

Yukarıda verilen önermelerin en sade halini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$\text{a) } p' \vee p \equiv 1$$

$$\text{b) } q \vee (p \vee q') \equiv (q \vee q') \vee p \equiv 1$$

$$\text{c) } [(p \vee (q \vee q'))] \wedge p \equiv p \wedge p \equiv p$$

? ÖRNEK 47.

p, q ve r birer önermedir.

- $(p \vee q)' \equiv 0$
- $q \wedge r \equiv 1$

olduğuna göre; p, q ve r'nin doğruluk değerlerini sırasıyla bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$\bullet p \vee q \equiv 1 \quad \bullet q \wedge r \equiv 1$$

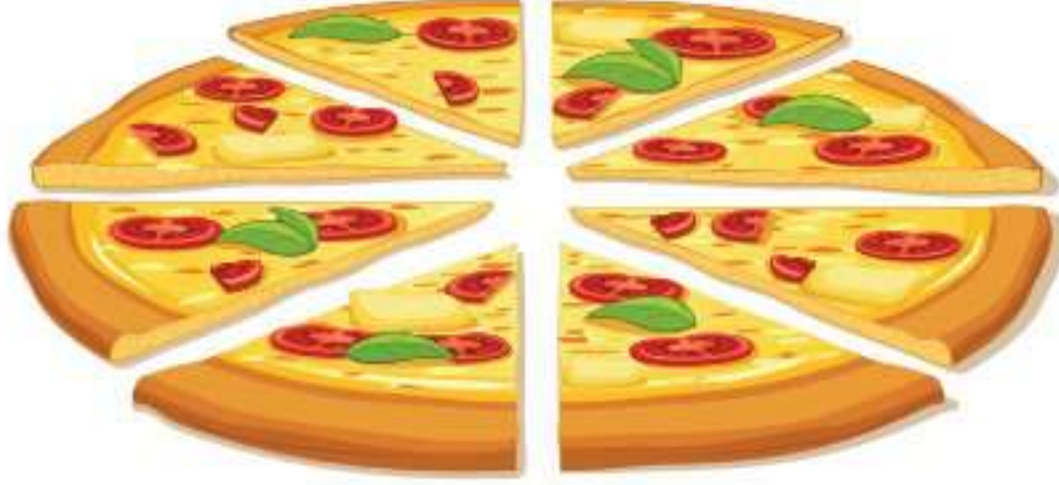
$$q \equiv 1, r \equiv 1$$

$q \equiv 1$ ise $p \equiv 0$ olmalıdır.

$p \equiv 0, q \equiv 1, r \equiv 1$ bulunur.

? ÖRNEK 48.

Aşağıda, 8 eşit dilime ayrılmış bir pizza görseli verilmiştir. Pizzanın üzerine ketçap, mayonez ve baharat eklenebilmektedir. Pizzanın her dilimine bu üç çeşit besinin en az biri eklenmiştir.



p : "Pizzanın 3 dilimine ketçap eklenmiştir ya da 4 dilimine mayonez eklenmiştir."

q : "Pizzanın bir dilimine baharat eklenmiştir veya 3 dilimine ketçap eklenmiştir."

önergeleri veriliyor.

p önermesi doğru ve q önermesi yanlış olduğuna göre; pizzanın kaç dilimine mayonez eklenmiştir?

✓ ÇÖZÜM

$q \equiv 0$ ise bir dilime baharat eklenmemiştir. 3 dilime ketçap eklenmemiştir.

$p \equiv 1$ ise 3 dilime ketçap eklenmemiştir. 4 dilime mayonez eklenmiştir.



YANINDA BULUNSUN

KOŞULLU ÖNERME VE İKİ YÖNLÜ KOŞULLU ÖNERME
"ise" Bağlacı ile Oluşan Bileşik Önergeler

p ve q önergelerinin "ise" bağlacı ile bağlanmasından oluşan bileşik önermeye "**Koşullu Önerme**" denir ve bu koşullu önerme $p \Rightarrow q$ biçiminde gösterilir.

$p \Rightarrow q$ önermesi; p doğru, q yanlış iken yanlış diğer durumlarda doğrudur.

p ve q önergeleri için $p \Rightarrow q$ önermesinin doğruluk tablosu aşağıdaki gibidir.

p	q	$p \Rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1



NOT

Bir okulda yapılacak başkanlık seçimlerinde Ali şu cümleyi söylemiştir.

"Başkan seçilirse okula sanatçı getireceğim."

Bu ifade için olası durumları yazalım.

- Ali'nin başkan seçilip okula sanatçı getirmesi **doğru**
- Ali'nin başkan seçilmeyip okula sanatçı getirmemesi **doğru**
- Ali'nin başkan seçilmeyip okula sanatçı getirmesi (getirebilir) **doğru**
- Ali'nin başkan seçilip okula sanatçı getirmemesi **yanlış**



ÖRNEK 49.

- p : "Konya İç Anadolu bölgesindedir."
- q : "Hazreti Mevlana'nın türbesi Konya'dadır."

önergeleri veriliyor.

Buna göre, $p \Rightarrow q$ önermesinin doğruluk değerini bulunuz.



ÇÖZÜM

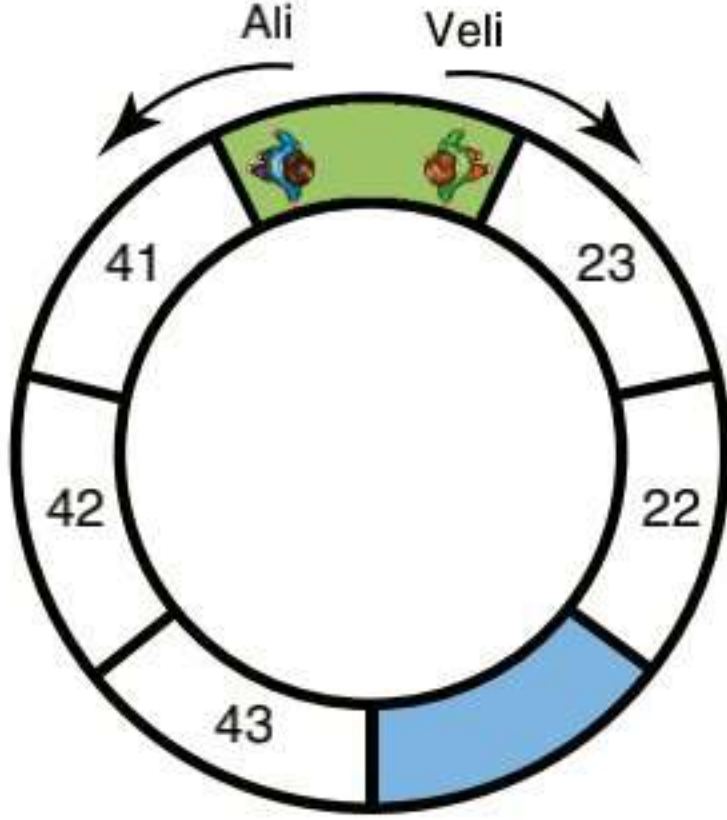
$$p \equiv 1, \quad q \equiv 1$$

$$p \Rightarrow q \equiv 1 \Rightarrow 1 \equiv 1$$

Bileşik Önerme

? ÖRNEK 50.

Ali ve Veli aşağıdaki şekildeki 7 bölümden oluşmuş olan daire üzerindeki yeşile boyalı kısımdan yola çıkıp oklar yönünde yürümeye başlamışlardır.



Ali ve Veli maviye boyalı yazan bölüme aynı anda gelip durmuşlardır.

p : "Ali'nin geçtiği bölmelerdeki sayıların çarpımı çifttir."

q : "Veli'nin geçtiği bölmelerdeki sayıların toplamı tektir."

Buna göre, $(p \Rightarrow q) \Rightarrow p'$ önermesinin en sade halini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$\text{Ali : } 41 \cdot 42 \cdot 43 = \text{Çift} \quad p \equiv 1$$

$$\text{Veli : } 23 + 22 = \text{Tek} \quad q \equiv 1$$

$$\begin{aligned} (p \Rightarrow q) \Rightarrow p' &\equiv (1 \Rightarrow 1) \Rightarrow 0 \\ &\equiv 1 \Rightarrow 0 \\ &\equiv 0 \end{aligned}$$

? ÖRNEK 51.

$p \equiv 1$ ve $q \equiv 0$

olmak üzere,

- $p' \Rightarrow q'$
- $(p' \Rightarrow q) \vee p$
- $(p \Rightarrow q)' \wedge 1$

önermelerinin doğruluk değerlerini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$a) p' \Rightarrow q' \equiv 0 \Rightarrow 1 \equiv 1$$

$$b) (p' \Rightarrow q) \vee p \equiv (0 \Rightarrow 0) \vee 1 \equiv 1 \vee 1 \equiv 0$$

$$c) (p \Rightarrow q)' \wedge 1 \equiv (1 \Rightarrow 0)' \wedge 1 \equiv 1 \wedge 1 \equiv 1$$



NOT

$$(p \Rightarrow q) \equiv (p' \vee q)$$

$p \Rightarrow q \equiv p' \vee q$ denkleğinin doğruluk tablosu ile gösterimi aşağıdaki gibidir.

p	q	p'	p' v q	p ⇒ q
1	1	0	1	1
1	0	0	0	0
0	1	1	1	1
0	0	1	1	1

$$p' \vee q \equiv p \Rightarrow q$$

Sonuç

- $p \Rightarrow p \equiv 1$
 $p' \vee p \equiv 1$
- $p \Rightarrow 0 \equiv p'$
 $p' \vee 0 \equiv p'$
- $0 \Rightarrow p \equiv 1$
 $0' \vee p \equiv 1 \vee p \equiv 1$
- $p \Rightarrow 1 \equiv 1$
 $p' \vee 1 \equiv 1$
- $1 \Rightarrow p \equiv p$
 $1' \vee p \equiv 0 \vee p \equiv p$

? ÖRNEK 52.

p ve q birer önermedir.

Buna göre,

$$a) (p \Rightarrow q) \vee p \equiv (p' \vee q) \vee p \equiv (p \vee p') \vee q \equiv 1$$

$$b) (p \Rightarrow p) \wedge (1 \Rightarrow q) \equiv 1 \wedge q \equiv q$$

$$c) (0 \Rightarrow p)' \vee (q \Rightarrow 1) \equiv 1' \vee 1 \equiv 0 \vee 1 \equiv 1$$

$$d) (p' \Rightarrow q)' \wedge p \equiv (p \vee q)' \wedge p \equiv (p' \wedge q') \wedge p$$

önermelerinin en sade hallerini bulunuz $(p \wedge p') \wedge q' \equiv 0$

✓ ÇÖZÜM

- a) 1
b) 9
c) 1
d) 0

? ÖRNEK 53.

"Üç kere üç dokuz ederse birin karesi birdir."

önermesinin p değilini q sözel olarak ifade ediniz.

✓ ÇÖZÜM

$$(p \Rightarrow q)' \equiv (p' \vee q)' \equiv p \wedge q'$$

Üç kere üç dokuz eder ve birin karesi bir değildir.

? ÖRNEK 54.

p ve q birer önermedir.

Buna göre,

$$(p \Rightarrow q) \vee (q' \wedge p)$$

önermesinin en sade halini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$(p' \vee q) \vee (q' \wedge p) \equiv (p \wedge q')' \vee (p \wedge q')$$

$$p \wedge q' \equiv \Gamma \quad \equiv \Gamma' \vee \Gamma$$

$$\equiv 1$$

? ÖRNEK 55.

p ve q birer önermedir.

Buna göre,

$$(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee q)$$

önermesinin en sade halini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee q) \equiv (p' \vee q) \wedge (p \vee q)$$

$$\equiv (p' \wedge p) \vee q$$

$$\equiv 0 \vee q \equiv q$$

? ÖRNEK 56.

p ve q birer önermedir.

Buna göre,

$$(p \Rightarrow q)' \vee (p \vee q)'$$

önermesinin en sade halini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$(p' \vee q)' \vee (p \vee q)' \equiv (p \wedge q') \vee (p' \wedge q)$$

$$\equiv (p \vee p') \wedge q'$$

$$\equiv 1 \wedge q'$$

$$\equiv q'$$

? ÖRNEK 57.

p ve q birer önermedir.

$$p \cdot q = p' \Rightarrow q'$$

Buna göre,

$$(p \cdot q)' \cdot q'$$

önermesinin en sade halini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$(p' \Rightarrow q')' \cdot q' \equiv (p \vee q')' \cdot q'$$

$$\equiv (p \vee q') \Rightarrow q$$

$$\equiv (p \vee q')' \vee q$$

$$(p' \wedge q) \vee q \equiv (p' \wedge q) \vee (q \wedge 1) \equiv (p' \vee 1) \wedge q \equiv q$$

Bileşik Önerme

? ÖRNEK 58.

$$(p \Rightarrow q) \vee r \equiv 0$$

olmak üzere,

- I. $q' \Rightarrow r$
- II. $(q \Rightarrow p) \Rightarrow r$
- III. $(p \vee r') \Rightarrow q'$

önermelerinin doğruluk değerlerini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$p \Rightarrow q \equiv 0, r \equiv 0$$

$$p \equiv 1, q \equiv 0, r \equiv 0$$

$$I. q' \Rightarrow r \equiv 1 \Rightarrow 0 \equiv 0$$

$$II. (q \Rightarrow p) \Rightarrow r \equiv (0 \Rightarrow 1) \Rightarrow 0 \equiv 0$$

$$III. (p \vee r') \Rightarrow q' \equiv (1 \vee 1) \Rightarrow 1 \equiv 1$$

? ÖRNEK 59.

p, q, r ve t birer önermedir.

$$(p \wedge q') \Rightarrow (r \Rightarrow t) \equiv 0$$

olduğuna göre; p, q, r ve t'nin doğruluk değerlerini sırasıyla bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

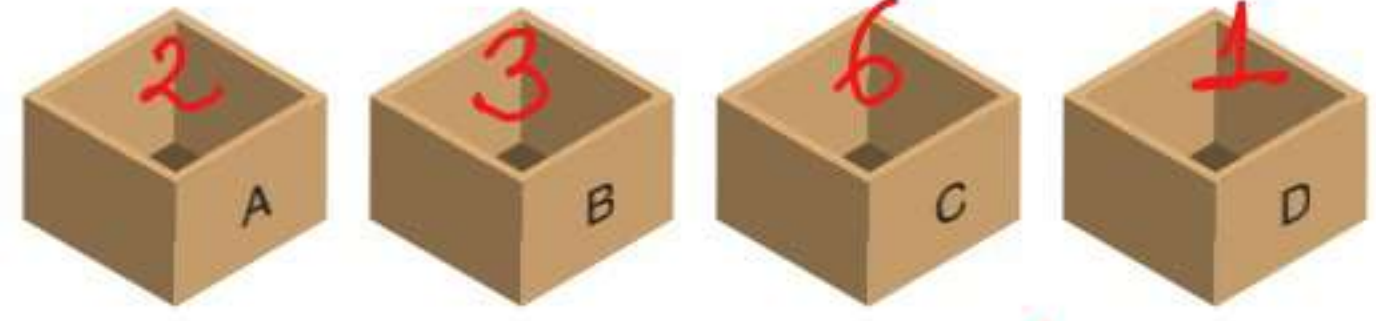
$$p \wedge q' \equiv 1, r \Rightarrow t \equiv 0$$

$$p \equiv 1, q' \equiv 1, r \equiv 1, t \equiv 0$$

$$1, 0, 1, 0$$

? ÖRNEK 60.

20 tane topun bir kısmı aşağıda gösterilen A, B, C ve D kutularına atılacaktır. Her kutuya en az bir top atılacaktır.



p : "A kutusunda 2 tane top vardır." $p \equiv 1$

q : "B kutusundaki top sayısı A kutusundaki top sayısından fazla değildir." $q \equiv 0$

r : "B ve D kutusunda eşit sayıda top vardır." $r \equiv 0$

s : "C kutusundaki topların sayısı A ve B kutularındaki topların toplam sayısından fazladır." $s \equiv 1$

önermeleri veriliyor.

Buna göre,

- I. $p \wedge q' \equiv 1$
- II. $s \Rightarrow r \equiv 0$

önermelerine göre toplar kutuya atıldığında dışarıda en çok kaç top kalmış olabilir?

✓ ÇÖZÜM

$$I. p \equiv 1, q \equiv 0$$

$$II. s \equiv 1, r \equiv 0$$

$$\frac{A}{2} \quad \frac{B}{3} \quad \frac{C}{6} \quad \frac{D}{1} \text{ en az}$$

$$20 - 12 = 8$$



YANINDA BULUNSUN

Önermenin Karşıtı, Ters ve Karşıt Ters

- $p \Rightarrow q$ önermesinin **karşıtı** $q \Rightarrow p$
- $p \Rightarrow q$ önermesinin **tersi** $p' \Rightarrow q'$
- $p \Rightarrow q$ önermesinin **karşıt tersi** $q' \Rightarrow p'$ dir.

ÖRNEK 61. p q
"Satranç tahtasına 32 taş yerleştirilirse taşların 16 tanesi piyondur."

önermesinin karşıtını, tersini ve karşıt tersini yazınız.

ÇÖZÜM

$p \Rightarrow q$ nun karşıtı: $q \Rightarrow p$
Tersi: $p' \Rightarrow q'$
Karşıt tersi: $q' \Rightarrow p'$

- **Karşıtı:** "Taşların 16 tanesi piyonsa satranç tahtasına 32 taş yerleştirilir."
- **Tersi:** "Satranç tahtasına 32 taş yerleştirilmezse taşların 16 tanesi piyon değildir."
- **Karşıt Tersi:** "Taşların 16 tanesi piyon değilse satranç tahtasına 32 taş yerleştirilmez."

ÖRNEK 62.

p ve q birer önermedir.

Buna göre,

$$q' \Rightarrow p$$

önermesinin karşıtını, tersini ve karşıt tersini yazınız.

ÇÖZÜM

Karşıtı: $p \Rightarrow q'$

Tersi: $q \Rightarrow p'$

Karşıt tersi: $p' \Rightarrow q$

ÖRNEK 63.

$$(p \vee q') \Rightarrow r$$

önermesinin karşıtını, tersini ve karşıt tersini yazınız.

ÇÖZÜM

Karşıtı: $r \Rightarrow (p \vee q')$

Tersi: $(p \vee q')' \Rightarrow r'$

Karşıt tersi: $r' \Rightarrow (p \vee q')'$

ÖRNEK 64.

" $a = -3$ ise $a^2 > 4$ tür."

önermesinin karşıtını "veya" bağlacını kullanarak yazınız.

ÇÖZÜM

$p \Rightarrow q$ nun karşıtı $q \Rightarrow p$

$q \Rightarrow p \equiv q' \vee p$

$a^2 \leq 4$ veya $a = -3$ tür.



NOT

p ve q birer önermedir.

$$(p \Rightarrow q) \equiv (p' \vee q) \equiv (q \vee p') \equiv (q' \Rightarrow p')$$

$p \Rightarrow q$ önermesi karşıt tersi olan $q' \Rightarrow p'$ önermesine denktir.

p	q	p'	q'	$p \Rightarrow q$	$q' \Rightarrow p'$
1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1

ÖRNEK 65. q r

p : "x tam sayısı 9 ile bölünebiliyorsa x tam sayısı 3 ile bölünür."

önermesi veriliyor.

Buna göre p önermesi,

- "x tam sayısı 9 ile bölünmüyor veya x sayısı 3 ile bölünür." ✓
- "x tam sayısı 3 ile bölünmüyorsa, x tam sayısı 9 ile bölünmez." ✓
- "x tam sayısı 3 ile bölünmez ve x tam sayısı 9 ile bölünür."

yukarıdaki önermelerden hangilerine denktir?

61.

Karşıtı: "Taşların 16 tanesi piyonsa satranç tahtasına 32 taş yerleştirilir."

Tersi: "Satranç tahtasına 32 taş yerleştirilmezse taşların 16 tanesi piyon değildir."

Karşıt Tersi: "Taşların 16 tanesi piyon değilse satranç tahtasına 32 taş yerleştirilmez."

62.

Karşıtı: $p \Rightarrow q'$

Tersi: $q \Rightarrow p'$

Karşıt Tersi: $p' \Rightarrow q$ dur.

63.

Karşıtı: $r \Rightarrow (p \vee q')$

Tersi: $(p \vee q') \Rightarrow r'$

Karşıt Tersi: $r' \Rightarrow (p \vee q')$

64.

" $a^2 \leq 4$ veya $a = -3$ tür."

65.

I-II

Bileşik Önerme

✓ ÇÖZÜM

$$* q \Rightarrow r \equiv q' \vee r$$

$$* q \Rightarrow r \equiv r' \Rightarrow q'$$

p önermesi I ve II ye denktir.

? ÖRNEK 66.

a ve b birer gerçek sayıdır.

- I. $a = 5 \Rightarrow b < 0$ $p \Rightarrow q$
- II. $b \geq 0 \Rightarrow a \neq 5$ $q' \Rightarrow p'$
- III. $a \neq 5$ veya $b < 0$ $p' \vee q$
- IV. $a = 5$ ve $b \geq 0$ $p \wedge q'$

önermelerinden hangileri mantıksal olarak denk önermelerdir?

✓ ÇÖZÜM

$$\bullet p \Rightarrow q \equiv p' \vee q$$

$$\bullet p \Rightarrow q \equiv q' \Rightarrow p'$$

I-II ve III denk önermelerdir.



NOT

$p \Rightarrow q$ koşullu önermesinin doğruluk değeri 1 ise bu koşullu önermeye "Gerektirme" denir.

? ÖRNEK 67.

p : "-2 > 3 tür."

q : "|-2| > 5 tir."

verilen önermelere göre, $p \Rightarrow q$ koşullu önermesinin bir gerektirme olduğunu gösteriniz.

✓ ÇÖZÜM

$$p \equiv 0, q \equiv 0$$

$$p \Rightarrow q \equiv 0 \Rightarrow 0 \equiv 1 \text{ gerektirme}$$

? ÖRNEK 68.

p ve q iki önermedir.

$p \Rightarrow q$ önermesi bir gerektirme olmak üzere,

- I. $p' \Rightarrow q'$
- II. $q' \Rightarrow p'$
- III. $(q \Rightarrow p)'$

önermelerinden hangileri daima bir gerektirmedir?

✓ ÇÖZÜM

$$p \Rightarrow q \equiv 1$$

$$p \Rightarrow q \equiv q' \Rightarrow p' \equiv 1$$

Yalnız II

? ÖRNEK 69.

p ve q birer önermedir.

- I. $(p \wedge p') \Rightarrow p$
- II. $(p \Rightarrow q) \Rightarrow q'$
- III. $(1 \Rightarrow p) \Rightarrow p$

önermelerinden hangileri daima bir gerektirmedir?

✓ ÇÖZÜM

$$I. 0 \Rightarrow p \equiv 1$$

$$II. (p' \vee q) \Rightarrow q' \equiv (p \wedge q') \vee q' \equiv (p \wedge q') \vee (q' \wedge 1) \equiv (p \vee 1) \wedge q' \equiv p \wedge q'$$

$$III. (1 \Rightarrow p) \Rightarrow p \equiv (0 \vee p) \Rightarrow p \equiv p' \vee p \equiv 1$$

I ve III daima gerektirmedir.

YANINDA BULUNSUN

"ancak ve ancak" Bağlacı ile Kurulan Bileşik Önermeler

p ve q iki önerme olmak üzere, $p \Rightarrow q$ ile $q \Rightarrow p$ koşullu önermelerinin \wedge bağlacı ile birbirine bağlanmasından oluşan $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ bileşik önermesine **"İki Yönlü Koşullu Önerme"** denir.

İki yönlü koşullu önerme $p \Leftrightarrow q$ şeklinde yazılır ve "p ancak ve ancak q" olarak okunur.

$p \Leftrightarrow q$ iki yönlü koşullu önermesi p ile q 'nin doğruluk değerleri aynı iken doğru, farklı iken yanlıştır.

p ve q önermeleri için $p \Leftrightarrow q$ önermesinin doğruluk tablosu aşağıdaki gibidir.

p	q	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Sonuç : $(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

ÖRNEK 70.

- $0 \Leftrightarrow 0'$
- $(1 \Leftrightarrow 0)' \Leftrightarrow 1$
- $(1 \Rightarrow 0)' \Leftrightarrow (0 \vee 1)'$

Yukarıda verilen ifadelerin doğruluk değerlerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$a) 0 \Leftrightarrow 1 \equiv 0$$

$$b) 0' \Leftrightarrow 1 \equiv 1 \Leftrightarrow 1 \equiv 1$$

$$c) 0' \Leftrightarrow 1' \equiv 1 \Leftrightarrow 0 \equiv 0$$

ÖRNEK 71.

- $(0 \Leftrightarrow 1)' \Rightarrow (1 \Leftrightarrow 1)$
- $[(0 \Leftrightarrow 0) \Leftrightarrow (1 \Rightarrow 0)]'$

Yukarıda verilen önermelerin doğruluk değerlerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$a) 0' \Rightarrow 1 \equiv 1 \Rightarrow 1 \equiv 1$$

$$b) (1 \Leftrightarrow 0)' \equiv 0' \equiv 1$$

ÖRNEK 72.

p , q ve r birer önermedir.

$$p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv 0$$

olduğuna göre,

$$q \Leftrightarrow (r \Rightarrow p)$$

önermesinin doğruluk değerini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$p \equiv 1, q \Rightarrow r \equiv 0$$

$$p \equiv 1, q \equiv 1, r \equiv 0$$

$$1 \Leftrightarrow (0 \Rightarrow 1) \equiv 1 \Leftrightarrow 1 \equiv 1$$

ÖRNEK 73.

p , r , s ve t birer önermedir.

$$(p \Rightarrow r') \Leftrightarrow (s \Rightarrow t) \equiv 1 \text{ ve}$$

$$(t' \Rightarrow s') \equiv 0$$

olduğuna göre; p , r , s ve t önermelerinin doğruluk değerlerini bulunuz.

Bileşik Önerme

✓ ÇÖZÜM

$$(p \Rightarrow r') \Leftrightarrow (s \Rightarrow t) \equiv 1 \text{ ve}$$

$$(t' \Rightarrow s') \equiv 0$$

$$t' \equiv 1, s' \equiv 0 \text{ ise } t \equiv 0, s \equiv 1$$

$$(p \Rightarrow r') \Leftrightarrow (1 \Rightarrow 0) \equiv 1$$

$$p \equiv 1, r \equiv 1, s \equiv 1, t \equiv 0$$



YANINDA BULUNSUN

"ancak ve ancak" Bağlacının Özellikleri

- $p \Leftrightarrow q \equiv q \Leftrightarrow p$
- $p \Leftrightarrow p \equiv 1$
- $p \Leftrightarrow p' \equiv 0$
- $p \Leftrightarrow q \equiv p' \Leftrightarrow q'$
- $p \Leftrightarrow 0 \equiv p'$
- $p \Leftrightarrow 1 \equiv p$
- $(p \Leftrightarrow q)' \equiv p' \Leftrightarrow q$
 $\equiv p \Leftrightarrow q'$

? ÖRNEK 74.

- $(p \Leftrightarrow 0) \vee (q \Leftrightarrow 1)$
- $p \Leftrightarrow (p' \Leftrightarrow p)$
- $[(p \Leftrightarrow 0) \Leftrightarrow (p \vee 0)] \Leftrightarrow p'$

Yukarıda verilen önermelerin en sade hallerini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$a) p' \vee q$$

$$b) p \Leftrightarrow 0 \equiv p'$$

$$c) [p' \Leftrightarrow p] \Leftrightarrow p' \equiv 0 \Leftrightarrow p' \equiv p$$

? ÖRNEK 75.

p ve q iki önermedir.

Buna göre,

$$(p \Leftrightarrow q) \wedge (p' \wedge q)$$

bileşik önermesinin en sade halini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \wedge (p' \wedge q)$$

$$(p' \vee q) \wedge (q' \vee p) \wedge (p' \wedge q)$$

$$(p' \wedge q)'$$

$$p' \wedge q \equiv 1$$

$$(p' \vee q) \wedge \underbrace{1 \wedge 1}_0 \equiv 0$$

? ÖRNEK 76.

p ve q iki önermedir.

Buna göre,

$$q' \Rightarrow (p \Leftrightarrow q)$$

önermesinin en sade halini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} q' \vee (p \Leftrightarrow q) &\equiv q' \vee [(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)] \\ &\equiv q' \vee [(p' \vee q) \wedge (q' \vee p)] \\ &\equiv (q' \vee p' \vee q) \wedge (q' \vee q' \vee p) \\ &\equiv (p' \vee q) \wedge \underbrace{1}_1 \equiv p' \vee q \equiv p \Rightarrow q \end{aligned}$$



NOT

$p \Leftrightarrow q$ önermesinin doğruluk değeri 1 ise bu önermeye "Çift Gerektirme" denir.

? ÖRNEK 77.

p ve q birer önermedir.

- I. $(p \leftrightarrow p') \leftrightarrow (p \leftrightarrow 1)'$
- II. $(q \Rightarrow q) \leftrightarrow q$
- III. $[(p \Rightarrow q)' \leftrightarrow (q' \Rightarrow p)']'$

Buna göre, yukarıda verilen önermelerden hangileri bir çift gerektirmezdir?

✓ ÇÖZÜM

$$I. 0 \leftrightarrow p' \equiv p$$

$$II. 1 \leftrightarrow q \equiv q$$

$$III. p \Rightarrow q \equiv q' \Rightarrow p' \equiv r \text{ olsun.}$$

$$(r' \leftrightarrow r)' \equiv 0' \equiv 1$$

Yalnız III

? ÖRNEK 78.

p : "7 asal sayıdır \leftrightarrow 9 rakamdır"

q : $x^2 = 4 \leftrightarrow x = 2$ dir.

önermeleri veriliyor.

Buna göre,

- I. p çift gerektirmezdir.
- II. 7 asal sayı değildir \leftrightarrow 9 rakam değildir önermesi p önermesine denktir.
- III. q çift gerektirmezdir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

✓ ÇÖZÜM

$$I. p: 1 \leftrightarrow 1 \equiv 1 \text{ çift gerektirme}$$

$$II. p \leftrightarrow q \equiv p' \leftrightarrow q'$$

$$III. x^2 = 4 \leftrightarrow x = 2 \text{ veya } x = -2$$

olmıyordu.

I ve II doğrudur.



YANINDA BULUNSUN

"ya da" ile "ancak ve ancak" Bağlacı Arasındaki İlişki

$1 \vee 1 \equiv 0 \equiv 1'$	$1 \leftrightarrow 1 \equiv 1$
$0 \vee 0 \equiv 0 \equiv 1'$	$0 \leftrightarrow 0 \equiv 1$
$1 \vee 0 \equiv 1 \equiv 0'$	$1 \leftrightarrow 0 \equiv 0$
$0 \vee 1 \equiv 1 \equiv 0'$	$0 \leftrightarrow 1 \equiv 0$

$(p \leftrightarrow q)' \equiv p \vee q$ sonucuna ulaşılır.

? ÖRNEK 79.

$$(p \vee q)' \vee (p \leftrightarrow q)'$$

önermesinin en sade halini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$(p \vee q)' \equiv p \leftrightarrow q \equiv r \text{ olsun.}$$

$$r \vee r' \equiv 1 \text{ olur.}$$



YANINDA BULUNSUN

Açık Önerme

İçinde en az bir değişken bulunan ve bu değişkenlere verilen değerlerle doğru ya da yanlış olduğu belirlenen önermelere "Açık Önerme" denir.

Bir açık önermeyi doğrulayan elemanların kümesine o açık önermenin "Doğruluk Kümesi" denir.

Bir a sayısı $p(x)$ açık önermesinin doğruluk kümesinin elemanı ise $p(a) \equiv 1$ dir.

Bir b sayısı $p(x)$ açık önermesinin doğruluk kümesinin elemanı değil ise $p(b) \equiv 0$ dir.

- Doğruluk kümesinin elemanları $\{ \}$ içine aralarına virgül koyularak yazılır.
- Her denklem ve her eşitsizlik aynı zamanda bir açık önerme olup denklem ve eşitsizliklerin çözüm kümeleri bu açık önermelerin doğruluk kümesidir.

Bileşik Önerme



NOT

$p(x)$: "x, bir gezegendir." açık önermesinde x yerine Dünya yazılırsa,

$p(\text{Dünya})$: "Dünya bir gezegendir." biçiminde olur.

$x = \text{Dünya}$ için önerme doğrudur.

Buna göre, $p(\text{Dünya}) \equiv 1$ olur.

x yerine Ay yazılırsa,

$p(\text{Ay})$: "Ay bir gezegendir." biçiminde olur.

$x = \text{Ay}$ için önerme yanlıştır.

Buna göre, $p(\text{Ay}) \equiv 0$ olur.



ÖRNEK 80.

$p(x)$: " $x^2 - 1 = 15$, $x \in \mathbb{Z}$ " açık önermesi için,

a) Doğruluk kümesini bulunuz.

b) $p(-4)$, $p(2)$ ifadesinin doğruluk değerlerini bulunuz.



ÇÖZÜM

$$a) x^2 = 16 \Rightarrow x = 4 \vee x = -4$$

$$D = \{-4, 4\}$$

$$b) p(-4) = 15 \quad p(-4) \equiv 1$$

$$p(2) = 3 \quad p(2) \equiv 0$$



ÖRNEK 81.

$p(x)$: " $x^2 \leq 9$, $x \in \mathbb{Z}$ "

açık önermesinin doğruluk kümesini bulunuz.



ÇÖZÜM

$$D = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$



ÖRNEK 82.

$q(x)$: "x pozitif tam sayısı için $3x - 1 < 14$ tür."

açık önermesi veriliyor.

Buna göre; $q(2)$ ve $q(5)$ in sırasıyla doğruluk değerlerini bulunuz.



ÇÖZÜM

$$q(2) : 5 < 14 \quad q(2) \equiv 1$$

$$q(5) : 14 < 14 \quad q(5) \equiv 0$$



ÖRNEK 83.

$p(x, y)$: "x ve y pozitif tam sayıları için $x + y = 4$ tür."

açık önermesinin doğruluk kümesi kaç elemanlıdır?



ÇÖZÜM

$$x + y = 4$$

$$\begin{array}{l} 1 \quad 3 \\ 2 \quad 2 \\ 3 \quad 1 \end{array}$$

$$D = \{(1, 3), (2, 2), (3, 1)\}$$



ÖRNEK 84.

$p(x)$: "x pozitif tam sayısı için $x < 15$ tir."

açık önermesi veriliyor.

$p(a) \equiv 1$ olduğuna göre, a'nın en büyük değeri kaçtır?



ÇÖZÜM

$$a < 15 \text{ ve } p(a) \equiv 1 \text{ ise}$$

$$a \text{ en çok } 14 \text{ olur.}$$

? ÖRNEK 85.

$p(x)$: "x negatif tek sayı"

$q(x)$: "x pozitif rasyonel sayı"

$r(x)$: "x irrasyonel sayı"

açık önermeleri veriliyor.

Buna göre,

$$\left[p(-3) \Rightarrow q\left(\frac{2}{3}\right) \right] \Leftrightarrow r(\sqrt{4})$$

önermesinin doğruluk değerini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$\left[p(-3) \Rightarrow q\left(\frac{2}{3}\right) \right] \Leftrightarrow r(\sqrt{4})$$

$$[1 \Rightarrow 1] \Leftrightarrow 0$$

$$1 \Leftrightarrow 0 \equiv 0$$



YANINDA BULUNSUN

HER (\forall) VE BAZI (\exists) NİCELEYİCİLERİ

"Her" sözcüğü, bütün ve tamamı sözcükleri ile aynı anlamdadır.

"Her" niceleyicisi, önüne geldiği elemanların tamamını anlattığı için bu niceleyiciye "Evrensel Niceleyici" denir ve " \forall " sembolü ile gösterilir.

"Bazı" niceleyicisi, en az bir tane anlamında kullanıldığı için bu niceleyiciye "Varlıksal Niceleyici" denir ve " \exists " sembolü ile gösterilir.

? ÖRNEK 86.

p : "Her tam sayının karesi sıfırdan büyük veya sıfıra eşittir."

ifadesini sembolik mantık kullanarak ifade ediniz.

✓ ÇÖZÜM

$$p: \forall x \in \mathbb{Z}, x^2 \geq 0$$

? ÖRNEK 87.

p : "Bazı gerçekte sayıların karesi, kendisinden küçüktür."

ifadesini sembolik mantık kullanarak ifade ediniz.

✓ ÇÖZÜM

$$p: \exists x \in \mathbb{R}, x^2 < x$$

? ÖRNEK 88.

" $\exists x, y \in \mathbb{N}, x + y = 6$ "

sembolik mantık kullanılarak yazılan ifadeyi sözel olarak ifade ediniz.

✓ ÇÖZÜM

Toplamı 6 dan en az iki doğal sayı vardır.

? ÖRNEK 89.

I. p : " $\forall x \in \mathbb{R}, 2^x > 0$ "

II. q : " $\exists x \in \mathbb{Z}, 3x - 1 = 7$ "

III. r : " $\forall x \in \mathbb{R}, 3x + x = 4x$ "

IV. s : " $\exists x \in \mathbb{Z}, x^2 = 3x$ "

Yukarıda verilen önermelerin doğruluk değerlerini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$I. p(x) \equiv 1$$

$$II. q(x) \equiv 0$$

$$III. r(x) \equiv 1$$

$$IV. s(x) \equiv 1$$

Bileşik Önerme



YANINDA BULUNSUN

Açık Önermenin Değili (Olumsuzu)

$\exists x, p(x)$ açık önermesinin değili $\forall x, p'(x)$ tir.

Bu özellik sembol ile $[\exists x, p(x)]' \equiv \forall x, p'(x)$ şeklinde ifade edilir.

$\forall x, p(x)$ açık önermesinin değili $\exists x, p'(x)$ tir.

Bu özellik sembol ile $[\forall x, p(x)]' \equiv \exists x, p'(x)$ şeklinde ifade edilir.

Gösterim	Değili
\forall	\exists
\exists	\forall
$=$	\neq
\neq	$=$
$<$	\geq
$>$	\leq
\leq	$>$
\geq	$<$



ÖRNEK 90.

- a) $p(x) : \exists x \in \mathbb{Z}, 3x + 1 \geq 0$
 b) $q(x) : \forall x, y \in \mathbb{N}, x \cdot y = 4$
 c) $r(x) : (\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 > 0) \wedge (\exists x \in \mathbb{N}, x^2 - 1 \leq 0)$

Yukarıda verilen önermelerin olumsuzlarını yazınız.



ÇÖZÜM

$$a) p'(x) : \forall x \in \mathbb{Z}, 3x + 1 < 0$$

$$b) q'(x) : \exists x, y \in \mathbb{N}, x \cdot y \neq 4$$

$$c) r'(x) : (\exists x \in \mathbb{Z}, x^2 \leq 0) \vee (\forall x \in \mathbb{N}, x^2 - 1 > 0)$$



ÖRNEK 91.

- a) $p(x) : \forall x \in \mathbb{Z}^+, 3x > 0$
 b) $q(x) : (\exists x \in \mathbb{R}, x > 3) \vee (\forall x \in \mathbb{R}, x^3 + 8 = 0)$
 c) $r(x) : (\exists x \in \mathbb{N}, x > x^3) \Rightarrow (\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 - x = 0)$

Yukarıda verilen önermelerin değillerini bulunuz.



ÇÖZÜM

$$a) p'(x) : \exists x \in \mathbb{Z}^+, 3x \leq 0$$

$$b) q'(x) : (\forall x \in \mathbb{R}, x \leq 3) \wedge (\exists x \in \mathbb{R}, x^3 + 8 \neq 0)$$

$$c) (p \Rightarrow q)' \equiv (p' \vee q)' \equiv p \wedge q'$$

$$r'(x) : (\exists x \in \mathbb{N}, x > x^3) \wedge (\exists x \in \mathbb{Z}, x^2 - x \neq 0)$$



ÖRNEK 92.

$$(\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 2 \geq 0 \Rightarrow \exists x \in \mathbb{R}, x < 0)$$

Önermesinin karşıt tersini bulunuz.



ÇÖZÜM

$$p \Rightarrow q \text{ nun karşıt tersi } q' \Rightarrow p'$$

$$(\forall x \in \mathbb{R}, x \geq 0 \Rightarrow \exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 2 < 0)$$

90.

- a) $p'(x) : \forall x \in \mathbb{Z}, 3x + 1 < 0$
 b) $q'(x) : \exists x, y \in \mathbb{N}, x \cdot y \neq 4$
 c) $r'(x) : (\exists x \in \mathbb{Z}, x^2 \leq 0) \vee (\forall x \in \mathbb{N}, x^2 - 1 > 0)$

91.

- a) $p'(x) : \exists x \in \mathbb{Z}^+, 3x \leq 0$
 b) $q'(x) : (\forall x \in \mathbb{R}, x \leq 3) \wedge (\exists x \in \mathbb{R}, x^3 + 8 \neq 0)$
 c) $r'(x) : (\exists x \in \mathbb{N}, x > x^3) \wedge (\exists x \in \mathbb{Z}, x^2 - x \neq 0)$

92.

$$(\forall x \in \mathbb{R}, x \geq 0 \Rightarrow \exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 2 < 0)$$



YANINDA BULUNSUN

TANIM, AKSİYOM, TEOREM VE İSPAT KAVRAMLARI

TANIM

Bir kavramın niteliklerini eksiksiz olarak belirtme veya açıklama-ya "Tanım" denir.

Bir tanım anlam olarak herkese, her zaman aynı şeyi ifade etmeli, eksik ya da gereksiz sözcük bulunmamalıdır.

Örneğin; "Bir üçgende en uzun kenara "Hipotenüs" denir." tanımı eksik yapılmıştır.

"Bir dik üçgende en uzun kenara "Hipotenüs" denir." şeklinde düzeltilerek doğru bir tanım yapılmış olur.

AKSİYOM

Doğruluğu ispatlanmadan (ispatsız olarak) doğru olduğu kabul edilen önermelere "Aksiyom" denir.

Aksiyomlar daha önceden bilinen önermelere dayalı olarak ispatlanamazlar.

Örneğin; p : "Farklı iki noktadan geçen bir tek doğru vardır."
q : "x ve y sayıları için $x = y$ ise $y = x$ tir."
önermeleri birer aksiyomdur.

TEOREM

p ve q önermeler olmak üzere, p önermesi doğru iken $p \Rightarrow q$ önermesinin doğruluğu ispatlanabiliyorsa $p \Rightarrow q$ önermesi bir teoremdir. Başka bir ifadeyle doğruluğu ispatlanabilen önermelere "Teorem" denir.

$p \Rightarrow q$ teorem olmak üzere, p önermesine "Hipotez", q önermesine "Hüküm" denir.

Teorem hipotezinden yola çıkıp hükmüne ulaşmaya "Teoremi İspatlamak" denir.

Örneğin; "ABCD dörtgeni kare ise ABCD dörtgeninin tüm iç açıları 90° dir." teoreminde, teoremin hipotezi ABCD dörtgeni karedir.
Teoremin hükmü, ABCD dörtgeninin tüm iç açıları 90° dir.



ÖRNEK 93.

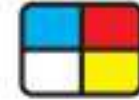
- "x tek sayı ise x^2 tek sayıdır."
- "Bir bütün, parçalarından büyüktür."
- "Düzlemde sabit bir noktaya eşit uzaklıkta bulunan noktalar kümesine "Çember" denir."
- "Bir üçgende bir dış açının ölçüsü kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüsü toplamına eşittir."

Yukarıda verilen ifadelerin hangilerinin tanım, hangilerinin aksiyom ve hangilerinin teorem olduğunu bulunuz.



ÇÖZÜM

- "x tek sayı ise x^2 tek sayıdır." **Teorem**
- "Bir bütün, parçalarından büyüktür." **Aksiyom**
- "Düzlemde sabit bir noktaya eşit uzaklıkta bulunan noktalar kümesine "Çember" denir." **Tanım**
- "Bir üçgende bir dış açının ölçüsü kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüsü toplamına eşittir." **Teorem**



BİR ANEKİTOD

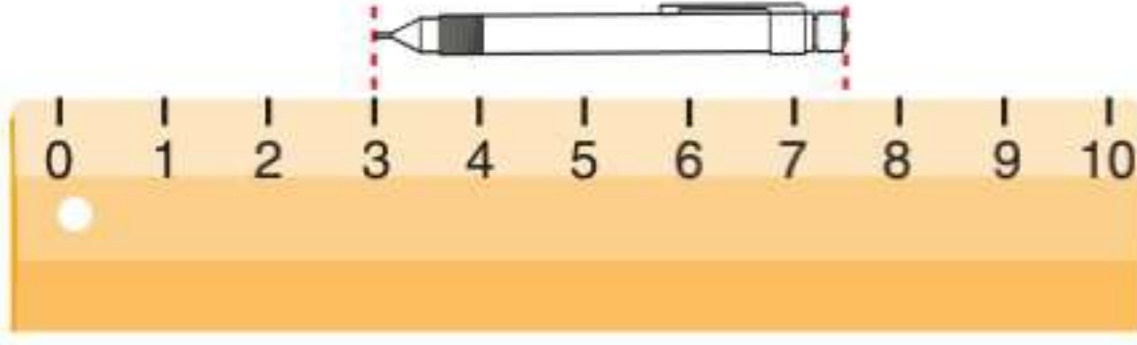
Bir gün Bertrand Russell'a bir akşam yemeğinde "Yanlış bir önermeden yola çıkılıp, yanlış bir önerme nasıl ispatlanabilir?" sorusu yöneltilir. Bir dinleyici Bertrand Russell'ı biraz da köşeye sıkıştırmak için şu soruyu sorar. "Madem bu yapılabılır o zaman, sıfır bire eşittir, yanlış önermesinden yola çıkıp sizin Papa olduğunuzu ispatlayın." der.

Tabii ki der Bertrand Russell. "Madem $0 = 1$ dir, her iki tarafa 1 ilave ettiğimizde $0 + 1 = 1 + 1$ olur ki $1 = 2$ dir.

Şimdi beni ve Papa'yı bir odaya koyunuz. Odada kaç kişi var? Dinleyici tabii ki 2 der. Biraz önce $2 = 1$ olduğunu ispatlamıştık. Yani odadaki Papa benim.

Önermelerde Temel Kavramlar

1. I. p : "Bir yılda 4 mevsim vardır."
 II. q : " $7 - 4 = 1$ "
 III. Aşağıda cm birimine göre bir cetvel görseli verilmiştir.



r : "Kalemin uzunluğu 4 cm den büyüktür."

IV. s : "Bugün yağmur yağacak."

ifadelerinden hangileri bir önermedir?

- A) Yalnız I B) I ve III C) II ve IV
 D) III ve IV E) I, II ve III

- I. p önerme
 II. q önerme
 III. r önerme
 IV. s önerme değil

2. 5 farklı önermenin doğruluk değerleri incelendiğinde birbirinden farklı en fazla kaç durum vardır?

- A) 8 B) 16 C) 24 D) 32 E) 48

$$2^5 = 32$$

3. $p \equiv 1$
 $q \equiv 0$
 $r' \equiv 1$

$$p' \equiv 0$$

$$q' \equiv 1$$

$$r \equiv 0$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $p' \equiv q$ B) $q \equiv r$ C) $r \equiv 0$
 D) $q' \equiv r'$ E) $p' \equiv r'$

4. p : " (-3) ün karesi 9'dur."
 q : "Karenin köşegenleri birbirine diktir."
 r : "106 sayısı 3 ile tam bölünür."

önermelerinin doğruluk değerleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0, 1, 1 B) 1, 1, 1 C) 1, 0, 0
 D) 1, 1, 0 E) 0, 1, 0

$$p \equiv 1, q \equiv 1, r \equiv 0$$

5. Doğruluk değerleri aynı olan önermelere "Denk Önermeler" denir.

Buna göre,

p : "15, iki basamaklı bir doğal sayıdır."

q : " $5 - 1 \neq 3$ "

r : "Bir üçgenin dış açıları toplamı 180° dir."

s : "Asal rakamlar 2, 3, 5 ve 7 dir."

önermelerinden hangileri denk önermelerdir?

- A) p, q ve r B) p ve r C) q ve r
 D) r ve s E) p, q ve s

$$p \equiv 1, q \equiv 1, r \equiv 0, s \equiv 1$$

$$p \equiv q \equiv s$$

6. Bir önermenin olumsuzu alınarak oluşturulan yeni önermeye "Değili (Olumsuzu)" denir. p önermesinin olumsuzu p' ile gösterilir.

p : "En küçük asal sayı 1'dir."

q : "2 sayısı 4 sayısından küçüktür."

önermelerinin değilleri aşağıdaki seçeneklerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

- A) p' : "En küçük asal sayı 2'dir."
 q' : "2 sayısı 4 sayısından büyük veya 4'e eşittir."
- B) p' : "En küçük asal sayı 1 değildir."
 q' : "2 sayısı 4 sayısından büyüktür."
- C) p' : "En küçük asal sayı 2'dir."
 q' : "2 sayısı 4 sayısından büyük veya 4'e eşittir."
- ✓ D) p' : "En küçük asal sayı 1 değildir."
 q' : "2 sayısı 4 sayısından büyük veya 4'e eşittir."
- E) p' : "En küçük asal sayı 2 değildir."
 q' : "2 sayısı 4 sayısından büyüktür."

7. Aşağıda verilen ifadelerden hangisi bir önerme değildir?

- A) "Bir yıl 12 aydır." *Önerme*
- B) "-2 pozitif tam sayıdır." *Önerme*
- C) " $3 + 4 = 3 \cdot 4$ " *Önerme*
- ✓ D) "Sınıfımızın en yakışıklı öğrencisi Murat'tır." *Değil*
- E) "Bir üçgenin iç açıları toplamı 180° dir." *Önerme*

8. Aşağıdaki önermelerden hangisinin olumsuzunun doğruluk değeri "1" dir?

- A) Türkiye'nin başkenti Ankara'dır. $p \equiv 1 \Rightarrow p' \equiv 0$
- B) 4 tane asal rakamı vardır. $p \equiv 1 \Rightarrow p' \equiv 0$
- C) Bir eşkenar üçgenin her bir iç açısı 60° dir. $p \equiv 1 \Rightarrow p' \equiv 0$
- ✓ D) $\sqrt{3}$ rasyonel bir sayıdır. $p \equiv 0 \Rightarrow p' \equiv 1$
- E) Türkiye yedi coğrafi bölgeye ayrılmıştır. $p \equiv 1 \Rightarrow p' \equiv 0$

9. $p : \sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$
 $q : \sqrt{5} - \sqrt{2} = \sqrt{3}$
 $r : \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$

önermeleri veriliyor.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $p' \equiv 0$ B) $p \equiv q$ C) $q' \equiv 0$
D) $q \equiv r$ E) $r' \equiv 1$

$$p \equiv 0, q \equiv 0, r \equiv 1$$

$$p' \equiv 1, q' \equiv 1, r' \equiv 0$$

10. p : "111 sayısı 3'e tam bölünür." $p \equiv 1$
 q : " $\sqrt{5^2 + 12^2} = 17$ " $q \equiv 0$
 r : "İki basamaklı en küçük tam sayı 10'dur." $r \equiv 0$

önermeleri veriliyor.

Buna göre,

- I. $p \equiv r' \equiv 1$ ✓
II. $q' \equiv p$ ✓
III. $q \equiv r$ ✓

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III
D) Yalnız II E) I, II ve III

1. E	2. D	3. E	4. D	5. E
6. D	7. D	8. D	9. B	10. E

Bileşik Önermeler

1. p bir önermedir.

Buna göre,

I. $p \wedge 1 \equiv p$ ✓

II. $p' \wedge 0 \equiv 0$ ✓

III. $(p \wedge p') \equiv 0$ ✓

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III
D) I ve III E) I, II ve III ✓

2. p bir önermedir.

Buna göre,

I. $p \vee 1 \equiv p$ -

II. $p' \vee 0 \equiv p'$ ✓

III. $(p \vee p') \equiv 1$ ✓

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) II ve III ✓
D) Yalnız III E) I, II ve III

3. p , q ve r birer önermedir.

$$p' \vee (r \vee q') \equiv 0$$

olmak üzere, aşağıdakilerden hangisinin doğruluk değeri "1" dir?

- A) $p \wedge r$ B) $r \wedge q$ C) $q' \vee p'$
D) $r \vee p'$ E) $q \wedge r'$ ✓

• $p' \equiv 0, r \vee q' \equiv 0$

$p \equiv 1, r \equiv 0, q \equiv 1$

4. p ve q birer önermedir.

Buna göre,

$$[(p \vee q)' \vee p']$$

bileşik önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) $p \wedge q'$ B) $p \vee q'$ C) $p' \wedge q$ ✓ D) 1 E) 0

$$(p \vee q) \wedge p' \equiv (p \wedge p') \vee (q \wedge p') \\ \equiv 0 \vee q \wedge p' \\ \equiv q \wedge p'$$

5. p , q ve r birer önermedir.

Buna göre,

$$(p \wedge q') \vee (q' \wedge r)$$

önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) $(p' \vee q) \wedge (q \vee r)$ B) $p \wedge (q' \vee r)$
C) $(p \vee q') \wedge (q' \wedge r)$ D) $q' \vee (p \wedge r)$
E) $q' \wedge (p \vee r)$ ✓

$$(p \vee r) \wedge q' \equiv q' \wedge (p \vee r)$$

6. Aşağıda 3 tane saat görseli verilmiştir.



$p \wedge q \equiv 1, r' \equiv 0$

$p \equiv 1, q \equiv 1, r \equiv 1$

Hepsi doğru

p : I nolu saat II nolu saatin zamanı doğru gösterdiği halinden 2 saat geridedir.

q : II nolu saat 1 saat geriyi göstermektedir.

r : III nolu saat 2 saat ileriye göstermektedir.

önermeleri veriliyor.

$(p \wedge q) \Rightarrow r'$ önermesi yanlış olduğuna göre sırasıyla I, II ve III numaralı saatlerin şu andaki doğru zamanları aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1,12,4 B) 3,12,4 C) 10,12,4 ✓
D) 9,10,8 E) 9,11,4

7. Aynı anda dördü birbirine eşit olmayan A, B, C ve D sayıları veriliyor.

$$(A = B) \vee (B = C) \equiv 1$$

$$(B = D) \wedge (A = D) \equiv 1$$

önermeleri doğru olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) $A = C$ B) $A \neq D$ C) $C = D$
D) $A \neq B$ E) $B \neq C$

$$B = D \text{ ve } A = D \text{ olur.}$$

$$A = B = D \neq C \text{ olmalıdır.}$$

8. $p' \wedge s \equiv 1$
 $s' \vee q' \equiv 0$

olduğuna göre; p, q ve s önermelerinin doğruluk değerleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1, 1, 1 B) 1, 0, 1 C) 1, 1, 0
 D) 0, 1, 1 E) 0, 0, 1

$$p' \equiv 1, s \equiv 1, q' \equiv 0$$

$$p \equiv 0, q \equiv 1, s \equiv 1$$

9. p: "A alfabemizin ilk harfidir." $p \equiv 1$
q: "4 sayısı tek sayıdır." $q \equiv 0$
r: "5 - 2 = 3" $r \equiv 1$

önermeleri veriliyor.

Buna göre,

- I. $p \vee q'$ önermesi, "A alfabemizin ilk harfidir veya 4 sayısı tek sayı değildir." şeklinde ifade edilir. ✓
II. $r \wedge q$ önermesinin doğruluk değeri sıfırdır. ✓
III. $p' \vee r$ önermesinin doğruluk değeri birdir. ✓

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I, II ve III

10. $(p \vee p') \vee (p \vee 0)$

önermesine denk olan önerme aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 0 C) p D) p' E) Hiçbiri

$$p \vee p' \equiv 1$$

$$1 \vee p \equiv p'$$

11. Kazım Usta'nın tamirhanesinde tamir edeceği A, B ve C markalı üç araç vardır. Araçlardan biri beyaz, biri siyah ve diğeri mavi renktedir.

- A siyah veya B siyah $\equiv 1$
- A beyaz veya B mavi $\equiv 1$
- C mavi veya B mavi $\equiv 1$
- B beyaz veya C beyaz $\equiv 1$

Buna göre; A, B ve C araçlarının renkleri sırası ile aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Mavi, Beyaz, Siyah B) Mavi, Siyah, Beyaz
C) Beyaz, Siyah, Mavi D) Siyah, Mavi, Beyaz
E) Siyah, Beyaz, Mavi

$$\left. \begin{array}{l} A \text{ siyah} \\ B \text{ mavi} \\ C \text{ beyaz} \end{array} \right\} \text{ olmalıdır.}$$

12. a, b ve c birer gerçektek sayı olmak üzere,

$$p: "a > 1"$$

$$q: "0 < b < 1"$$

$$r: "c > 0"$$

$$\left. \begin{array}{l} c \leq 0 < b < 1 < a \\ c < b < a \text{ olur.} \end{array} \right\}$$

önermeleri veriliyor.

$(p \wedge q)' \vee r$ önermesi yanlış olduğuna göre; a, b ve c'nin küçükten büyüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a < b < c$ B) $b < a < c$ C) $a < c < b$
 D) $c < b < a$ E) $c < a < b$

$$(p \wedge q)' \vee r \equiv 0 \text{ ise } p \wedge q \equiv 1, r \equiv 0$$

$$p \equiv 1, q \equiv 1, r \equiv 0$$

1. E	2. C	3. E	4. C	5. E	6. C
7. E	8. D	9. E	10. D	11. D	12. D

Koşullu Önerme

1. p ve q birer önermedir.

Buna göre,

$$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow p$$

önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) 1 B) 0 C) p' D) q' E) p' \wedge q'

$$[(p' \vee q) \wedge p] \Rightarrow p$$

$$[(p' \wedge p) \vee (q \wedge p)] \Rightarrow p$$

$$(q \wedge p)' \vee p \equiv q' \vee \underbrace{p' \vee p}_1 \equiv 1$$

2. p, q ve r birer önermedir.

Buna göre,

$$[p \wedge (r \Rightarrow q)] \Rightarrow (q \vee r')$$

önermesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 0 C) q \wedge r D) p \wedge q E) p \vee r

$$[p \wedge (r' \vee q)] \Rightarrow (q \vee r')$$

$$[p \wedge (r' \vee q)]' \vee (q \vee r')$$

$$p' \vee \underbrace{(r' \vee q)'}_s \vee \underbrace{(q \vee r')}_s \equiv p' \vee \underbrace{s' \vee s}_1 \equiv 1$$

3. p ve q birer önermedir.

Buna göre,

$$(p \wedge q) \vee (p \Rightarrow q')$$

önermesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 0 C) p' D) q' E) p \vee q

$$(p \wedge q) \vee (p' \vee q')$$

$$\underbrace{(p \wedge q)}_r \vee \underbrace{(p \wedge q)'}_r' \equiv r \vee r' \equiv 1$$

4. Aşağıdaki görselde verilen trafik levhası düz gidin veya sola dönün veya sağa dönün anlamındadır.



p : "Düz gidin veya sola dönün."

q : "Düz gidin veya sağa dönün."

önermeleri veriliyor.

Buna göre, $p \Rightarrow q'$ önermesi aşağıdaki trafik levhalarından hangisi ile ifade edilebilir?

A)



B)



C)



D)



E)



$$p \Rightarrow q' \equiv p' \vee q'$$

Düz gitme ve
sola dönme

sağa dön

olabilir.

Düz gitme ve
sağa dönme

sola dön

5. p ve q birer önermedir.

Buna göre,

$$(p' \Rightarrow q)' \wedge (p \vee q)$$

önermesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 0 C) $p \wedge q$
D) $p \vee q$ E) $p' \wedge q$

$$\underbrace{(p \vee q)'}_{\Gamma} \wedge \underbrace{(p \vee q)}_{\Gamma}$$

$$\Gamma' \wedge \Gamma \equiv 0$$

6. Matematik Öğretmeni İbrahim Bey, Gül'ü tahtaya kaldırarak " $p' \Rightarrow (p \vee q')$ " önermesinin olumsuzunu en sade biçime getirmesini istiyor.

Gül, çözüm için aşağıdaki adımları izliyor.

- I. $[p' \Rightarrow (p \vee q')] \equiv p \vee (p \vee q)'$
II. $[p' \Rightarrow (p \vee q')] \equiv p \vee (p' \wedge (q)')$
III. $[p' \Rightarrow (p \vee q')] \equiv p \vee (p' \wedge q)$
IV. $[p' \Rightarrow (p \vee q')] \equiv (p \vee p') \wedge (p \vee q)$
V. $[p' \Rightarrow (p \vee q')] \equiv 1 \wedge (p \vee q) \equiv p \vee q$

Gül, ilk olarak kaçınıcı adımda hata yapmıştır?

- A) I B) II C) III D) IV E) V

$$[p' \Rightarrow (p \vee q')] \equiv [p \vee (p \vee q)']$$

$$\equiv p' \wedge (p \vee q)' \text{ olmalıydı}$$

7. $p \Rightarrow q$ önermesinin doğruluk değeri sıfırdır.

Buna göre,

- I. $p \wedge q$
II. $p \Rightarrow q'$
III. $p \vee q$

önermelerinin doğruluk değerleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0, 1, 1 B) 0, 0, 1 C) 0, 1, 0
D) 1, 0, 0 E) 1, 0, 1

$$p \Rightarrow q \equiv 0 \text{ ise } p \equiv 1, q \equiv 0$$

$$\text{I. } p \wedge q \equiv 1 \wedge 0 \equiv 0$$

$$\text{II. } p \Rightarrow q' \equiv 1 \Rightarrow 1 \equiv 1$$

$$\text{III. } 1 \vee 0 \equiv 1$$

8. $p(x)$: "x tam sayı olmayan rasyonel sayı"

$q(x)$: "x asal sayı"

$r(x)$: "x çift sayı"

açık önermeleri veriliyor.

Buna göre,

$$\left[p\left(\frac{1}{3}\right) \vee q(15) \right] \Rightarrow r(7)$$

önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) $r(18) \equiv 1$ B) $p\left(\frac{5}{3}\right) \equiv 1$ C) $q(7) \equiv 1$

D) $p(2) \equiv 0$ E) $q(1) \vee r(2) \equiv 1$

$$\left[\underbrace{p\left(\frac{1}{3}\right)}_1 \vee \underbrace{q(15)}_0 \right] \Rightarrow \underbrace{r(7)}_0$$

$$1 \Rightarrow 0 \equiv 0$$

Koşullu Önerme

9. Aşağıda 9 kapağı olan bir dolap görseli verilmiştir.

2	12	47
8	53	6
132	105	38

p : "Ali içinde 2 rakamı bulunduran en fazla 3 kapak açabilir" $p \equiv 1$

q : "Veli numarası 2 rakamdan oluşan en fazla 4 kapak açabilir." $q \equiv 1$

r : "Ali ve Veli'nin ortak açtığı kapakların sayısı en fazla 2 olabilir." $r \equiv 0$

önergeleri veriliyor.

Buna göre,

I. $(p \vee q) \wedge r \equiv 0$ $1 \wedge 0 \equiv 0$

II. $(p \wedge r) \vee q \equiv 1$ $0 \vee 1 \equiv 1$

III. $(p \vee r) \wedge p \equiv 1$ $1 \wedge 1 \equiv 1$

önergelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I

B) I ve II

C) I ve III

D) II ve III

E) I, II ve III

$$p \Rightarrow (q \vee r) \equiv 0$$

$$p \equiv 1, q \vee r \equiv 0$$

$$p \equiv 1, q \equiv 0, r \equiv 0$$

10. ABC rakamları birbirinden farklı üç basamaklı bir doğal sayıdır.

p : "A sayısı 5'ten büyüktür." $A > 5$

q : "B sayısı A sayısından büyük değildir." $B > A$

r : "C sayısı tek sayıdır." $C \text{ çift}$

önergeleri veriliyor.

$p \Rightarrow (q \vee r)$ önermesi yanlış olduğuna göre, en büyük ABC sayısının rakamları toplamı kaçtır?

A) 25

B) 23

C) 21

D) 19

E) 18

$$ABC \rightarrow 896$$

11. $p \oplus q \equiv [q \Rightarrow (q' \Rightarrow p)] \wedge p$

denkliği veriliyor.

Buna göre,

$$q \oplus p'$$

önergemesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

A) $q \vee p'$

B) p

C) q'

D) p'

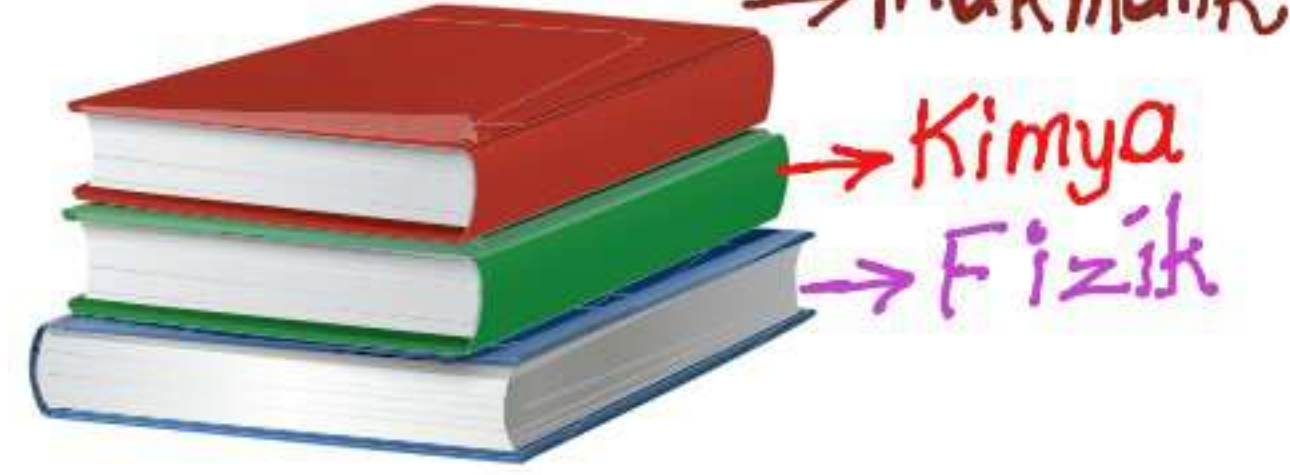
E) q

$$[p' \Rightarrow (p \Rightarrow q)] \wedge q$$

$$[p \vee (p' \vee q)] \wedge q$$

$$[p \vee p' \vee q] \wedge q \equiv 1 \wedge q \equiv q$$

12. Aşağıda üst üste konulmuş biri matematik, biri kimya ve diğeri fizik kitabı olan 3 kitap vardır.



p : "En üstteki kitap fizik kitabı değildir."

q : "Ortada duran kitap kimya kitabı değildir."

önergeleri veriliyor.

$p \Rightarrow q$ önermesi yanlış olduğuna göre, sırayla en üstten en alta doğru kitapların doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) Matematik-Fizik-Kimya

B) Kimya-Fizik-Matematik

C) Fizik-Kimya-Matematik

D) Matematik-Kimya-Fizik

E) Kimya-Matematik-Fizik

$$p \Rightarrow q \equiv 0$$

$$p \equiv 1, q \equiv 0$$

1. A	2. A	3. A	4. D	5. B	6. A
7. A	8. D	9. E	10. B	11. E	12. D

1. $(p \leftrightarrow 0) \wedge q' \equiv 1$

olduğuna göre,

I. $p \leftrightarrow q \equiv 1$

II. $p' \Rightarrow q \equiv 0$

III. $p \vee q \equiv 0$

$0 \leftrightarrow 0 \equiv 1$

$1 \Rightarrow 0 \equiv 0$

$0 \vee 0 \equiv 0$

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

A) Yalnız I

B) I ve II

C) I ve III

D) II ve III

E) I, II ve III

$p \leftrightarrow 0 \equiv 1, q' \equiv 1$

$p \equiv 0, q \equiv 0$

2. p, q ve r birer önermedir.

Buna göre,

I. $(p' \vee q) \wedge (q' \vee p) \equiv (p \leftrightarrow q)$

II. $(p \leftrightarrow q) \equiv (p' \leftrightarrow q')$

III. $(p \leftrightarrow 0) \wedge (r \leftrightarrow r') \equiv 0$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I

B) I ve II

C) I ve III

D) II ve III

E) I, II ve III

• $p \leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
 $\equiv (p' \vee q) \wedge (q' \vee p)$

• $p \leftrightarrow q \equiv p' \leftrightarrow q'$

• $p' \wedge 0 \equiv 0$

3. p ve q birer önermedir.

Buna göre,

$(p \leftrightarrow 0)' \Rightarrow q'$

önermesinin değili aşağıdakilerden hangisine denktir?

A) $p \wedge q$

B) 1

C) $p \wedge q'$

D) $p' \vee q$

E) 0

$(p' \vee q')' \equiv p \wedge q$

4. I. $p \leftrightarrow 1 \equiv p$ ✓

II. $0 \leftrightarrow 0 \equiv 1$ ✓

III. $p \leftrightarrow p' \equiv 0$ ✓

Yukarıda verilen denkliklerden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I

B) Yalnız II

C) II ve III

D) I ve III

E) I, II ve III

5. I. $3 + 4 = 7 \leftrightarrow 5^3 = 125$

II. $3 + 2 = 6 \Rightarrow 4 + 4 = 9$

III. $\sqrt{3} > 1 \vee \sqrt{2}$ irrasyonel sayı

IV. $\sqrt{2} > 1 \Rightarrow 2^0 = 2$

$1 \leftrightarrow 1 \equiv 1$

$0 \Rightarrow 0 \equiv 1$

$1 \vee 1 \equiv 1$

$1 \Rightarrow 0 \equiv 0$

Yukarıda verilen önermelerden kaç tanesi doğrudur?

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

E) 4

6.

I. $x^2 = 4 \leftrightarrow x = 2 \rightarrow x = 2 \vee x = -2$ ✓

II. $x = 1 \leftrightarrow 2x - 5 = -3$ ✓

III. ABC dik üçgeninin kenar uzunlukları a, b ve c olmak üzere, $m(\widehat{C}) = 90^\circ \leftrightarrow a^2 + b^2 = c^2$ dir. ✓

önermelerinden hangileri bir çift gerektirmez?

A) Yalnız II

B) I ve III

C) Yalnız III

D) II ve III

E) I, II ve III

İki Yönlü Koşullu Önerme

7. I. $[(p \vee p') \leftrightarrow p] \equiv p$
 II. $p \wedge (p \vee q)' \equiv 0$
 III. $(p \vee 1) \Rightarrow (p' \leftrightarrow p) \equiv 0$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız II
 D) II ve III E) I, II ve III

$$I. 1 \Leftrightarrow p \equiv p$$

$$II. p \wedge (p' \wedge q)' \equiv \underbrace{p \wedge p'}_{0} \wedge q \equiv 0$$

$$III. 1 \Rightarrow 0 \equiv 0$$

8. p, q ve r birer önerme olmak üzere,

- $p \leftrightarrow q \equiv 0$
- $r \Rightarrow (p \wedge q) \equiv 0$

denklikleri veriliyor.

Buna göre; p, q ve r önermelerinin doğruluk değerleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 0,1,0 B) 0,0,1 C) 1,1,1
 D) 0,1,1 E) 1,1,0

$$r \Rightarrow (p \wedge q) \equiv 0$$

$$r \equiv 1, \quad \begin{matrix} p \wedge q \equiv 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}$$

$$1,0,1 \text{ veya } 0,1,1$$

9. p ve q birer önermedir.

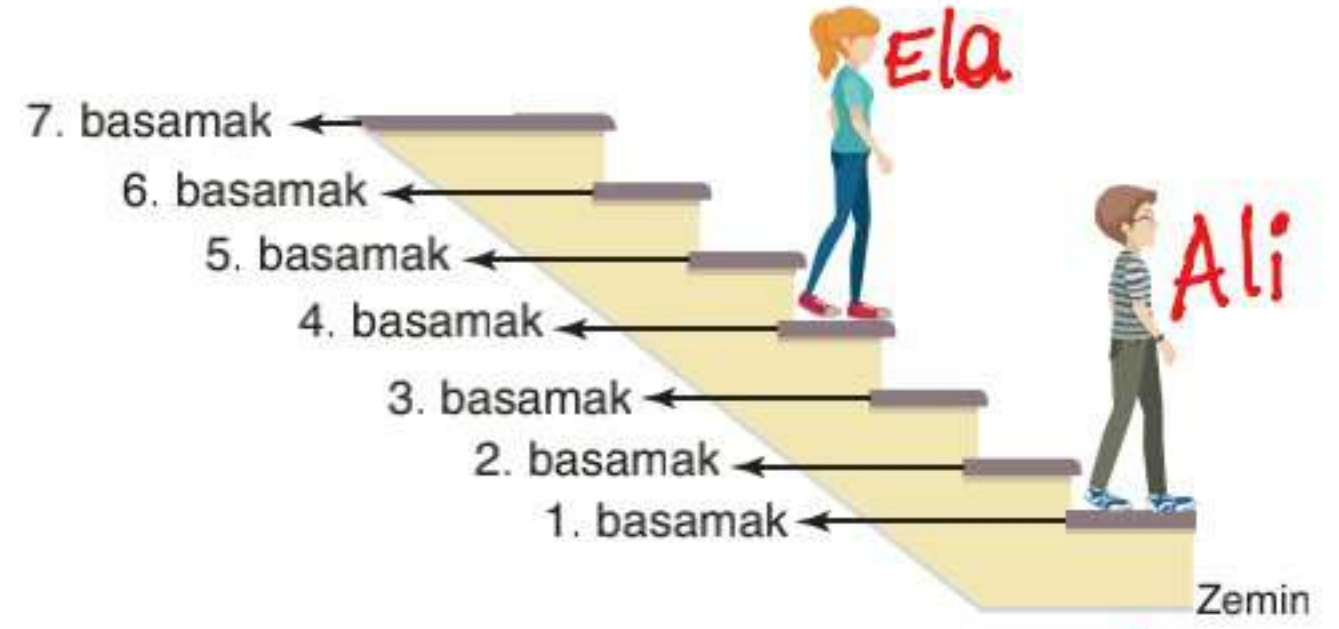
Buna göre,

- I. $(p \leftrightarrow q) \equiv (p \vee q)'$ ✓
 II. $(p \leftrightarrow q)' \equiv (p \leftrightarrow q')$ ✓
 III. $(p \leftrightarrow p)' \equiv 1$ $(p \leftrightarrow p)' \equiv p'$

denkliklerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
 D) II ve III E) I, II ve III

10. Ali, Ela ve Zeki aşağıdaki 7 basamaklı merdivende farklı birer basamakta durmaktadırlar. Ela 4. basamakta ve Ali 1. basamakta durmaktadır.



- p : Ela, merdivenin tam ortasıdır. $p \equiv 1$
 q : Ali, Ela'dan daha aşağıdadır. $q \equiv 1$
 r : Zeki, Ali'den daha yukarıdadır. $r \equiv 0$

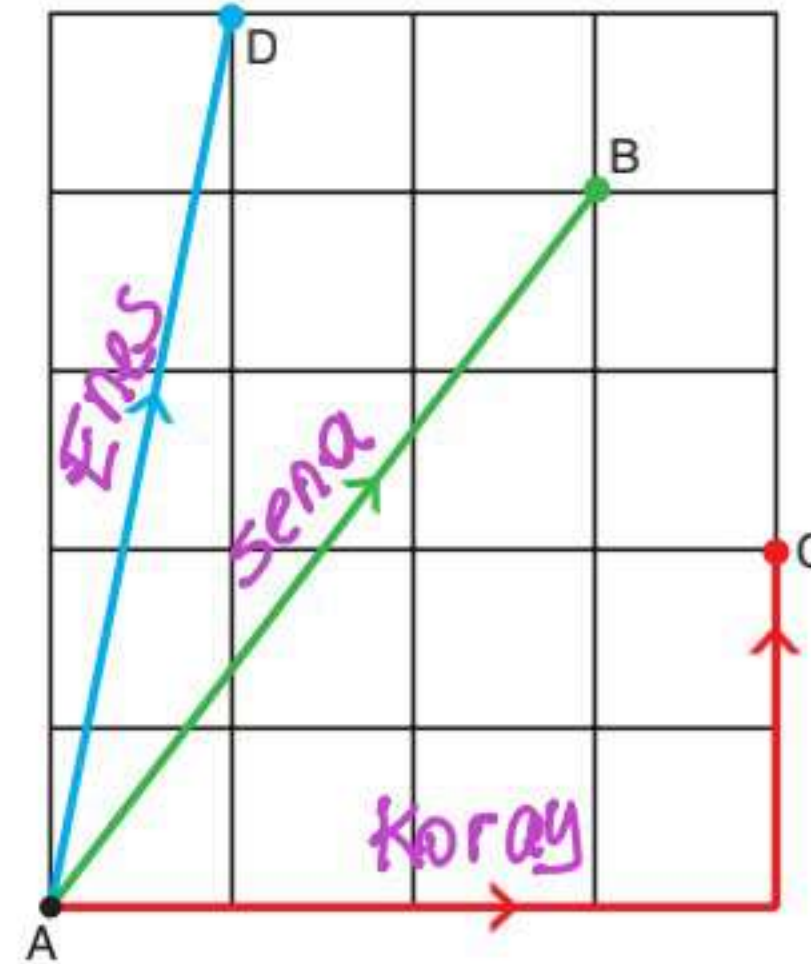
$(p' \leftrightarrow r) \wedge q$ önermesi doğru olduğuna göre, Zeki'nin merdivendeki konumu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 5. basamaktadır. B) 3. basamaktadır.
 C) 2. basamaktadır. D) 7. basamaktadır.

$$(p' \leftrightarrow r) \wedge q \equiv 1$$

$$\begin{matrix} p' \leftrightarrow r \equiv 1 \\ 0 \leftrightarrow r \equiv 1 \\ r \equiv 0 \end{matrix}$$

- 11.



Yanda 20 birim kare-den oluşan bir dik-dörtgen verilmiştir.

Senay, Koray ve Enes A noktasından yola çıkıp sırasıyla B, C ve D noktalarına ulaşmışlardır.

$$\begin{matrix} |AD| = \sqrt{26} \\ |AB| = 5 \\ |AC| = 6 \end{matrix}$$

p : Enes'in gittiği mesafe Senay'nın gittiği mesafeden daha azdır. $p \equiv 0$

q : Koray'ın gittiği mesafe Enes'in gittiği mesafeden fazladır. $q \equiv 1$

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi $q \Rightarrow p$ önermesine denktir?

- A) $p \vee q \equiv 1$ B) $p \Rightarrow q \equiv 1$ C) $p' \leftrightarrow q \equiv 1$
 D) $p \vee q \equiv 1$ E) $q' \leftrightarrow p' \equiv 0$

1. E	2. E	3. A	4. E	5. D	6. D
7. E	8. D	9. C	10. E	11. E	

1. $P(x) : "2 < x^2 < 12, x \in \mathbb{Z}"$

açık önermesinin doğruluk kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

$$D = \{-3, -2, 2, 3\}$$

2. $p : "Bazı tam sayılar 3 ten büyüktür."$

önermesinin sembolik mantık dilinde ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) " $\exists n \in \mathbb{Z}, n < 3$ " B) " $\exists n \in \mathbb{Z}, n > 3$ "
 C) " $\forall n \in \mathbb{Z}, n < 3$ " D) " $\forall n \in \mathbb{Z}, n > 3$ "
 E) " $\forall n \in \mathbb{Z}, n \leq 3$ "

3. $P(x) : "x \text{ rasyonel sayı, } 1 < x \leq 2"$

açık önermesi veriliyor.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi bu önermenin doğruluk kümesinin bir elemanı değildir?

- A) 2 B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{11}{7}$ E) $\frac{7}{8}$

$$\frac{7}{8} \notin (1, 2]$$

4. I. " $\forall x \in \mathbb{N}, 2x - 1 = 5$ " $x=3$ 0
 II. " $\exists x \in \mathbb{Z}, 3x - 1 = 8$ " $x=3$ 1
 III. " $\exists x \in \mathbb{Z}, x^2 + 1 \leq 0$ " $G.K = \emptyset$ 0
 IV. " $\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 \geq 0$ " $G.K = \mathbb{R}$ 1

Yukarıda verilen önermelerin kaç tanesinin doğruluk değeri 0'dır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

5. $\exists x : "x^2 + 5x + 1 \geq 0"$

önermesinin olumsuzunu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\forall x : "x^2 + 5x + 1 > 0"$
 B) $\forall x : "x^2 + 5x + 1 \leq 0"$
 C) $\exists x : "x^2 + 5x + 1 < 0"$
 D) $\exists x : "x^2 + 5x + 1 \leq 0"$
 E) $\forall x : "x^2 + 5x + 1 < 0"$

$$\forall x : "x^2 + 5x + 1 < 0"$$

6. "Bazı doğal sayılar 5'ten küçüktür."

önermesinin sembolik mantık dilinde ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\forall x \in \mathbb{N}, x > 5$ B) $\forall x \in \mathbb{R}, x < 5$
 C) $\forall x \in \mathbb{N}, x < 5$ D) $\exists x \in \mathbb{Z}, x < 5$
 E) $\exists x \in \mathbb{N}, x < 5$

$$\exists x \in \mathbb{N}, x < 5$$

Açık Önerme ve Niceleyiciler

7. $(\exists x, x + 1 \leq 0) \wedge (\forall x, x + 1 = 3)$
önermesinin değilisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(\forall x, x + 1 \geq 0) \vee (\exists x, x + 1 \neq 3)$
 B) $(\forall x, x + 1 > 0) \vee (\exists x, x + 1 \neq 3)$
 C) $(\exists x, x + 1 \geq 0) \wedge (\exists x, x + 1 = 3)$
 D) $(\exists x, x + 1 > 0) \vee (\forall x, x + 1 \neq 3)$
 E) $(\forall x, x + 1 \geq 0) \wedge (\exists x, x + 1 \neq 3)$

$$(\forall x, x+1 > 0) \vee (\exists x, x+1 \neq 3)$$

8. Aşağıdakilerden hangisi için,

$p(x)$: "x bir ağırlık ölçüsü birimidir."

açık önermesinin doğruluk değeri 1'dir?

- A) Hız B) Derece C) Metre
 D) Litre E) Gram

$$p(x) \equiv 1$$

Ağırlık ölçüsü gram'dır.

9. " $(x = 2) \Rightarrow (x^2 - 1 = 3)$ "

koşullu önermesinin karşıt tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(x^2 - 1 = 3) \Rightarrow (x = 2)$
 B) $(x^2 - 1 \neq 3) \Rightarrow (x \neq 2)$
 C) $(x = 2) \Rightarrow (x^2 - 1 \neq 3)$
 D) $(x \neq 2) \Rightarrow (x^2 - 1 = 3)$
 E) $(x^2 - 1 \neq 3) \Rightarrow (x = 2)$

$$(x^2 - 1 \neq 3) \Rightarrow (x \neq 2)$$

10. p : "Bazı günler antika pazarına giderim."

önermesinin değilisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Bazı günler antika pazarına gitmem.
 B) Her gün antika pazarına giderim.
 C) Her gün antika pazarına gitmem.
 D) Her gün antika pazarına gitmeliyim.
 E) Bazı günler antika pazarına giderim.

$$(\exists)' \equiv \forall$$

↓ Bazı ↓ Her

11. $p(x) : "-3 \leq x < 1, x \in \mathbb{Z}"$

açık önermesinin doğruluk kümesi kaç elemanlıdır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

$$D = \{-3, -2, -1, 0\}$$

12.

p ve q birer önerme olmak üzere, p önermesi doğru iken $p \Rightarrow q$ önermesinin doğruluğu ispatlanabiliyorsa $p \Rightarrow q$ önermesi bir teoremdir.

Burada p önermesine "Hipotez",
 q önermesine "Hüküm" denir.

Buna göre

- I. " x çift sayı ise $x + 1$ tek sayı" önermesi bir teoremdir. ✓
 II. " a ve b tek sayı ise toplamları çifttir." teoreminin hipotezi " a ve b tek sayıdır." ✓
 III. " ABC üçgeni eşkenar üçgen ise tüm iç açıların ölçüleri birbirine eşittir." teoreminin hükmü " ABC üçgeninin iç açıların ölçüleri birbirine eşittir." ✓

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III
 D) I ve III E) I, II ve III

1. C	2. B	3. E	4. C	5. E	6. E
7. B	8. E	9. B	10. C	11. C	12. E

1. İki günde bir futbol oynayan Alper, bir pazar günü futbol oynamıştır.

Buna göre Alper,

- Gelecek olan ilk salı günü futbol oynar. ✓
- Bu pazar gününden önce en son cuma günü futbol oynamıştır. ✓
- Her pazar gününde futbol oynar. —

yargılarından hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III

↓
cuma

Pazar Salı Perşembe
Cumartesi Pazartesi

2.

	ÖNERMELER				
	1. önerme	2. önerme	3. önerme	4. önerme	5. önerme
I	1	0	1	1	0
II	1	0	0	1	0
III	0	1	0	1	1
IV	0	1	1	0	1
V	1	1	0	1	0

Bir kişiye doğru olan önermelere 1, yanlış olan önermelere 0 yazarak doğruluk değerlerini yazacağı beş farklı önerme veriliyor. Bu beş önermenin doğruluk değerlerinin tabloda verilen 5 cevaplama biçiminden biri olduğu söyleniyor.

Bu kişi 3. önermenin doğruluk değerinin 0 olduğunu biliyor ve 2. önermenin de doğruluk değerini bulunca başkalarına bakmadan uygun cevaplama biçimini doğru olarak seçiyor.

Buna göre, doğru olan cevaplama biçimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) I B) II C) III D) IV E) V

3. önermenin doğruluk değeri 0
ise 2. önermenin doğruluk değeri
0 olmalıdır.

3. 2018 Dünya Kupası turnuvası, puan usulüyle başlamıştır. Bu usülle oynanan son maçların da ardından puan tablosunda ilk sekiz takımla ve eleme usulüne geçilerek sürmüştür. Turnuvanın bu bölümünde oynanan maçlar, sırasıyla çeyrek final, yarı final ve final olarak adlandırılmıştır.

Puan usulünün bitiminden sonra yapılan tüm maçlarla ilgili aşağıdaki bilgiler verilmiştir. Bu bilgilerde, önce çeyrek final, sonra yarı final en son da final maçı bilgisi olacak biçimde bir sıra izlenmemiştir.

Almanya Fransa'yı yendi. → **Almanya**
Hollanda Brezilya'yı yendi. → **Hollanda**
İspanya Arjantin'i yendi. → **İspanya**
İspanya Hollanda'yı yendi. → **İspanya**
Hollanda Almanya'yı yendi. → **Hollanda**
Portekiz Belçika'yı yendi. → **Portekiz**
İspanya Portekiz'i yendi. → **İspanya**

Buna göre, bu turnuvada final maçı hangi iki ülke arasında olmuştur?

- A) İspanya - Arjantin B) İspanya - Hollanda
C) Hollanda - Almanya D) İspanya - Portekiz

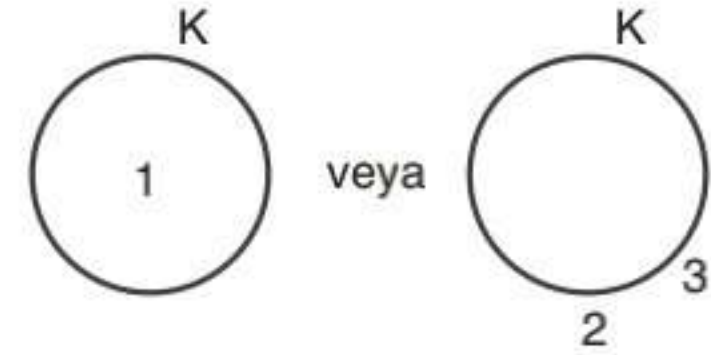
ACIL MATEMATİK

E) Hollanda - Brezilya
İspanya
Almanya
Hollanda
Portekiz } Final

4. Türkiye'nin üç büyük ili aşağıdaki gibi kodlanmıştır.

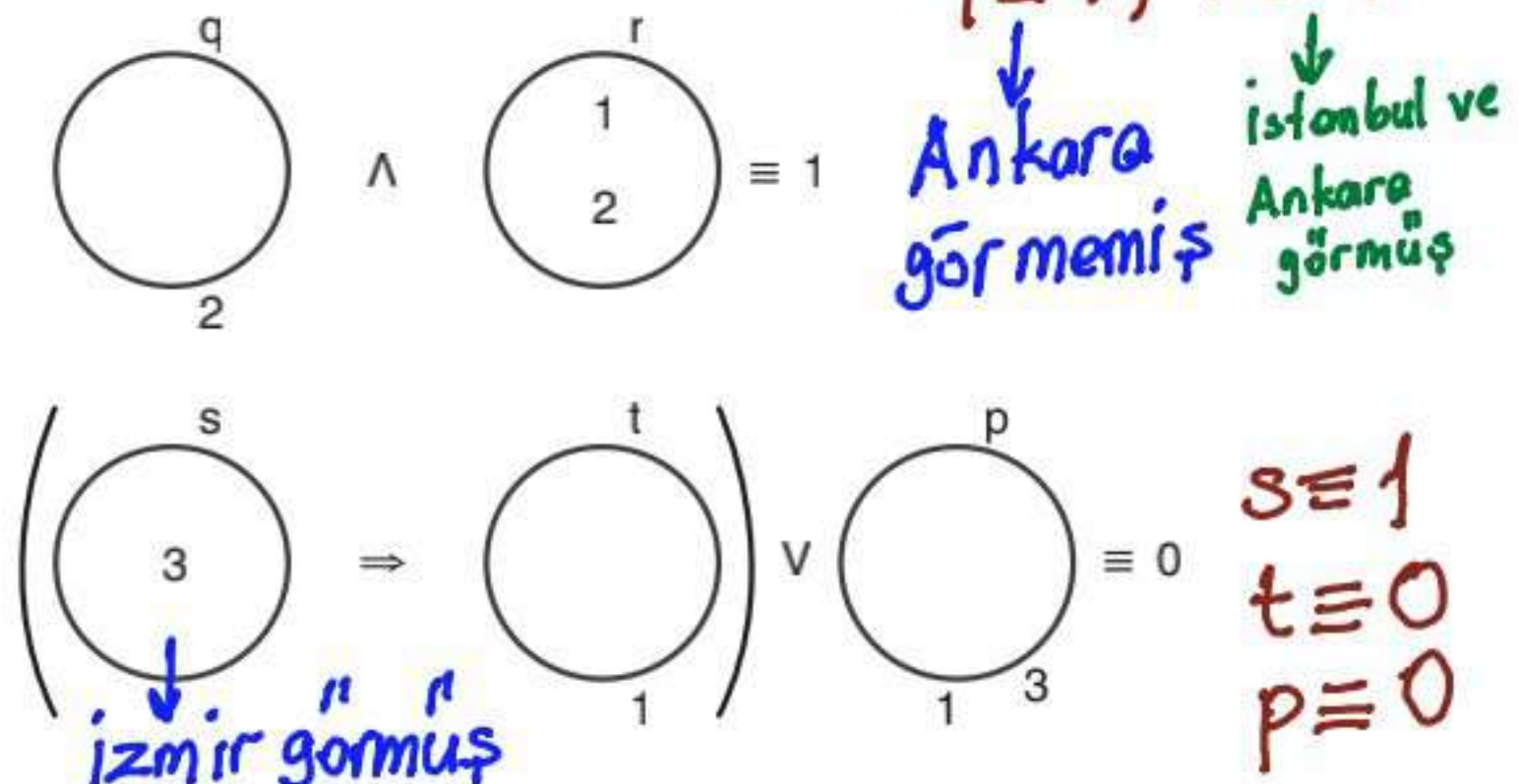
İstanbul : 1 Ankara : 2 İzmir : 3

Örneğin; bu üç ilden sadece İstanbul'u gören bir K kişisi,



şeklinde gösterilmiştir.

p, q, r, s ve t isimli kişilerin bu illerden hangilerini gördükleri ile ilgili aşağıdaki önermeler verilmiştir.



Buna göre, İzmir ilini gören kaç kişi vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

t İstanbul görmemiş
p İstanbul ve İzmir'i görmemiş
q, s, t İzmir'i görmüş olabilir.

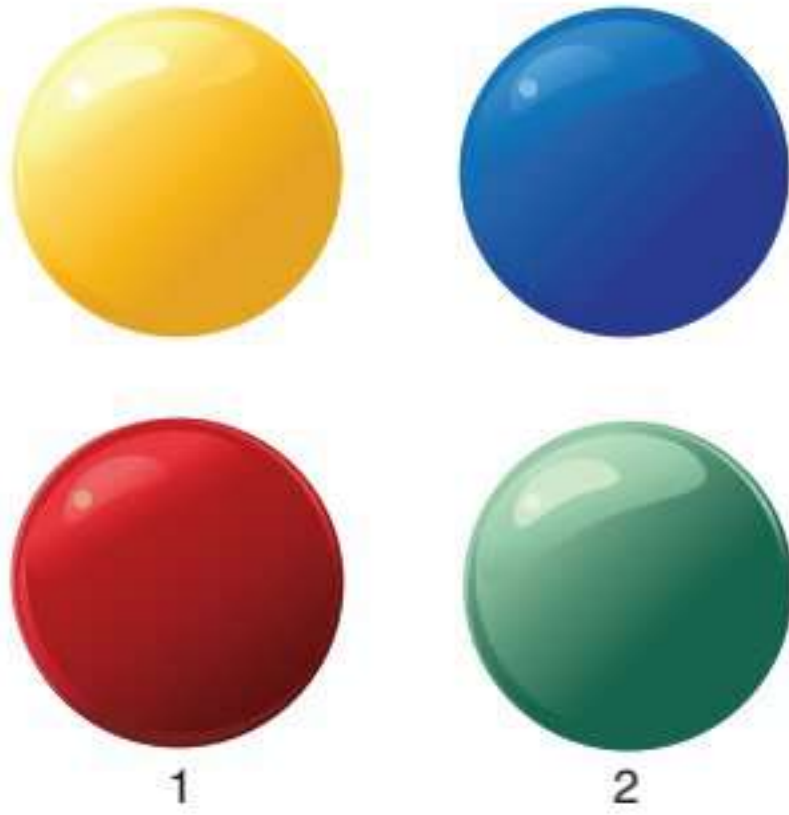
Karma

5. I. $(1 + 1 = 2 \Leftrightarrow 3 + 4 = 5)' \equiv (1 \Leftrightarrow 0)' \equiv 0' \equiv 1$
 II. $(2 + 2 \neq 4 \wedge 3 + 5 = 8)' \equiv (0 \wedge 1)' \equiv 0' \equiv 1$
 III. $4^3 \neq 64 \Rightarrow (3 + 3 = 7 \Leftrightarrow 1 + 1 = 2)' \equiv 0 \Rightarrow (0 \Leftrightarrow 1)' \equiv 1$
 IV. $(2^3 \neq 8 \vee 4^2 \neq 4^3) \equiv 0 \vee 1 \equiv 1$
 V. $3^4 = 81 \Rightarrow (2 + 1 = 3 \wedge 5 \cdot 0 = 0)' \equiv 1 \Rightarrow (1 \wedge 1)' \equiv 0$

Yukarıdaki önermelerden hangisi yanlıştır?

- A) I B) II C) III D) IV V

6.



Sürekli renk değiştiren iki toptan 1. top sarı renkli değilse kırmızı renkli, 2. top ise mavi renkli değilse yeşil renklidir.

Buna göre p q
 "1. top sarı değil veya 2. top yeşil değil." $\equiv p' \vee q'$

önermesi,

- I. 1. top kırmızı veya 2. top mavi $p' \vee q'$
 II. 1. top sarı ise 2. top mavi $p \Rightarrow q'$
 III. 2. top yeşil ise 1. top kırmızı $q \Rightarrow p'$

önermelerinden hangilerine denktir?

- A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III
 D) Yalnız III E) I, II ve III

$$p' \vee q' \equiv p \Rightarrow q' \equiv q \Rightarrow p'$$

7. a ve b sayıları 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 rakamlarından ikisidir.

p : "a + b tek sayıdır."

q : "b çift sayıdır."

r : "a asal sayıdır."

önermeleri veriliyor.

$(p \Rightarrow q)' \wedge r$ önermesi doğru olduğuna göre, a + b toplamı en çok kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

$$(p \Rightarrow q)' \wedge r \equiv 1$$

$$p \equiv 1, q \equiv 0, r \equiv 1$$

$$a + b = T, b = T, a = \text{asal}$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$F \quad T$$

$$a \text{ çift asal sayı } a = 2, b = 5$$

$$0 + b = 7 \text{ en çok}$$

8. Can, Veli, Oya ve Ada'nın her biri 1., 2., 3. ve 4. sınıfların farklı birindedir.

p : Can 1. sınıftadır.

q : Veli 2. sınıftadır.

r : Oya 3. sınıftadır.

s : Ada 4. sınıftadır.

$(p \wedge q) \Rightarrow (r \vee s)$ önermesinin yanlış olduğu bilindiğine göre, 4. sınıfta olan öğrenci aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Can B) Veli C) Oya
 D) Ada E) Bilinemez

$$(p \wedge q) \Rightarrow (r \vee s) \equiv 0$$

$$p \equiv 1, q \equiv 1, r \equiv 0, s \equiv 0$$

1. Can

2. Veli

3. Ada

4. Oya

9. Aşağıda Ali'nin boy uzunluğu ve Veli'nin ağırlığı ile ilgili önermeler verilmiştir.

Buna göre,

- I. Ali uzun boylu ise Ali uzun boylu veya Veli kiloludur.
- II. Veli kilolu değilse Ali uzun boylu veya Ali uzun boylu değildir.
- III. Veli kilolu ya da Veli kilolu değildir.

önermelerinden hangileri doğru bir önermedir?

- A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III
D) Yalnız II E) I, II ve III

p : Ali uzun boylu
 q : Veli kilolu

$$I. p \Rightarrow (p \vee q) \equiv \underbrace{p' \vee p}_{1} \vee q \equiv 1$$

$$II. q' \Rightarrow (p \vee p') \equiv \underbrace{p \vee p'}_{1} \equiv 1$$

$$III. q \vee q' \equiv 1$$

10. $\underbrace{p}_{x > 8}$ veya $\underbrace{q}_{x < 3}$

önermesi aşağıdaki önermelerden hangisine denktir?

- A) $x < 8$ ve $x > 3$ B) $x < 8$ veya $x > 3$
C) $x \leq 8$ ve $x \geq 3$ D) $x \leq 8$ veya $x \geq 3$

E) $x \leq 8$ ise $x < 3$

$$p \vee q \equiv p' \Rightarrow q$$

$$\downarrow$$

$$x \leq 8 \text{ ise } x < 3$$

11. Aşağıda, p ve q önermelerinin doğruluk tablosu ile kırmızıya boyanmış olan sonuç tablosu verilmiştir.

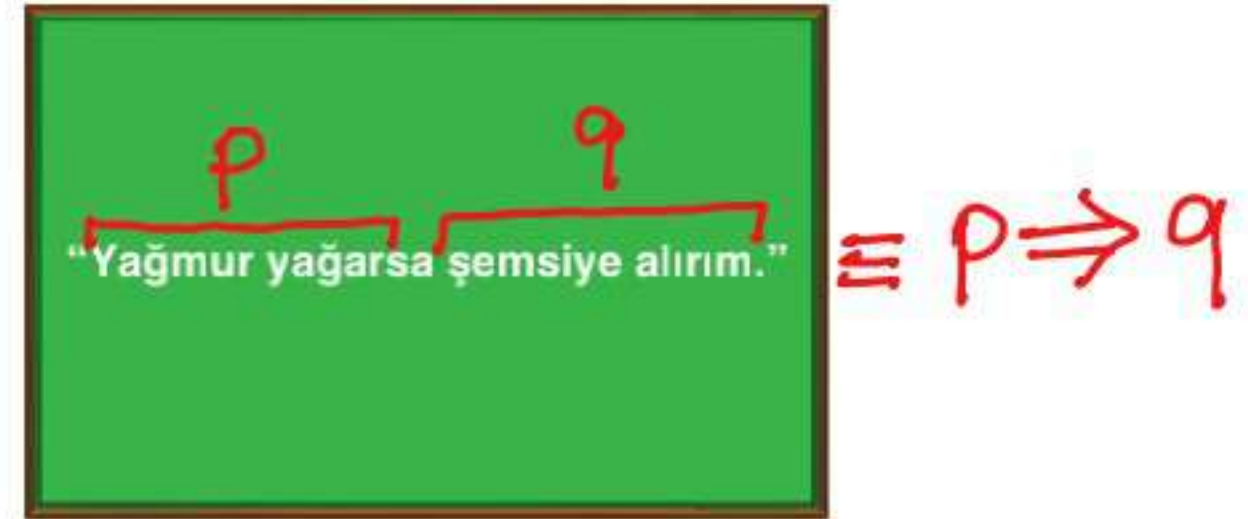
p	q	Sonuç Tablosu	$p \Rightarrow q$
1	1	0	1
1	0	1	0
0	1	0	1
0	0	0	1

Buna göre, kırmızıya boyalı kısma aşağıdaki önermelerden hangisi yazılabilir?

- A) $p \wedge q$ B) $p \Rightarrow q$ C) $(p \Rightarrow q)'$
D) $(p \wedge q)'$ E) $(p' \wedge q)'$

$(p \Rightarrow q)'$ olmalıdır.

12.



önermesi veriliyor.

Buna göre,

- I. Şemsiye almazsam yağmur yağmaz. $q' \Rightarrow p'$
- II. Yağmur yağmaz veya şemsiye alırım. $p' \vee q$
- III. Yağmur yağmazsa, şemsiye almam. —

önermelerinden hangileri tahtada yazan önermeye denktir?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

$$p \Rightarrow q \equiv q' \Rightarrow p'$$

$$\equiv p' \vee q$$

1. D	2. B	3. B	4. C	5. E	6. E
7. C	8. C	9. E	10. E	11. C	12. B

Küme



YANINDA BULUNSUN

KÜME

İyi tanımlanmış ve farklı nesnelere oluşan topluluğa "**Küme**" denir. Burada "iyi tanımlama" ifadesi ortak özellikleri ile verilen bir kümedeki nesnelere herkes tarafından aynı şekilde anlaşılması anlamına gelir.

- Kümeler A, B ve C gibi büyük harflerle gösterilir.
- Bir kümeyi oluşturan nesnelere her birine bu kümenin bir elemanı denir.
- Bir a elemanı A kümesine ait ise $a \in A$, bir b elemanı A kümesine ait değilse $b \notin A$ biçiminde gösterilir.



ÖRNEK 1.

Aşağıda verilen,

- "Türkiye'nin B harfi ile başlayan illeri."
- "En güzel et yemekleri."
- "İki basamaklı doğal sayılar."

ifadelerinden hangileri bir küme belirtir?



ÇÖZÜM

I ve III iyi tanımlanmış olduğundan küme belirtir.



ÖRNEK 2.

Aşağıda verilen,

- "İstanbul'daki bazı tarihi semtler."
- "1 ile 10 arasındaki asal rakamlar."
- "Sıfırdan küçük tam sayılar."

ifadelerinden hangileri bir küme belirtir?



ÇÖZÜM

II ve III iyi tanımlanmış olduğundan küme belirtir.



NOT

"2'den küçük asal sayılar"

ifadesinde 2'den küçük olan kesinlikle bir asal sayı olmadığı bilindiğine göre, yukarıda verilen ifade bir küme olup elemanı yoktur.



ÖRNEK 3.

Aşağıda bir kalemlikte bulunan 7 farklı turuncu renkli kalem görseli verilmiştir.



Buna göre,

- "Sivriltilmiş uçları yukarıya bakan kalemler."
- "Kalemliğe yeni konulacak kalemler."
- "Silgili kısmı yukarıya bakan mavi renkli kalemler."

ifadelerinden hangileri bir küme belirtir?



ÇÖZÜM

I. 4 elemanlı bir küme

II. Küme belirtmez

III. Baş küme

I ve III küme belirtir



YANINDA BULUNSUN

Kümelerin Farklı Gösterimleri

Bir kümeyi ifade etmek için üç farklı yöntem kullanılır. Bir kümenin elemanları liste yöntemi, ortak özellik yöntemi ve Venn şeması yöntemi ile gösterilir.

Liste Yöntemi

Kümeye ait tüm elemanlar, küme parantezi olan "{" }" şekli içerisinde aralarına virgül konularak yazılır. Her eleman yalnız bir kez yazılır ve elemanların birbirleriyle yer değiştirmesi yeni bir küme oluşturmaz.

- Bir A kümesinin eleman sayısı $s(A)$ ile gösterilir.



ÖRNEK 4.

Çift rakamlar kümesini liste yöntemi ile gösterip, eleman sayısını bulunuz.



ÇÖZÜM

$$A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$$

$$s(A) = 5$$



ÖRNEK 5.

"KARAVAN" kelimesinin harfleri bir C kümesinin elemanlarıdır.

Buna göre, $s(C)$ kaçtır?



ÇÖZÜM

$$C = \{K, A, R, V, N\}$$

$$s(C) = 5$$



ÖRNEK 6.

Sadece bir tane elemanı olan kümeye "**Birim Küme**" denir.

$$x - 1 \in A \text{ ve}$$

$$3x - 7 \in A \text{ dir.}$$

A kümesi birim küme olduğuna göre, x kaçtır?



ÇÖZÜM

$$x - 1 = 3x - 7$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$



ÖRNEK 7.

1m iki basamaklı bir doğal sayıdır.

$$A = \{2, 3, 1m\}$$

kümesi veriliyor.

Buna göre, birbirinden farklı en çok kaç tane A kümesi yazılabilir?



ÇÖZÜM

$$1m \rightarrow 0, 1, 2, \dots, 9$$

En çok 10 tane A kümesi yazılabilir.



ÖRNEK 8.

$$A = \{1, 2, \{3, 4\}, 5\}$$

kümesi veriliyor.

Buna göre,

$$I. s(A) = 4 \text{ tür. } \checkmark$$

$$II. 3 \in A \text{ dir. } - 3 \notin A$$

$$III. A = \{5, \{3, 4\}, 1, 2\} \checkmark$$

ifadelerinden hangileri doğrudur?



ÇÖZÜM

I ve III doğru

**YANINDA BULUNSUN****Ortak Özellik Yöntemi**

Bir kümenin her elemanının sahip olduğu bir takım ortak özellikler varsa kümenin $\{x \mid x \text{ lerin ortak özelliği}\}$ şeklinde gösterilmesine o kümenin "**Ortak Özellik Yöntemiyle Gösterimi**" denir.

Burada kullanılan " $x \mid$ "

"Küme öyle x lerden oluşuyor ki" anlamına gelir.

Örneğin: " $A = \{x \mid x \text{ asal sayı}\}$
kümesi, öyle x lerden oluşuyor ki x sayıları asaldır." demektir.

**ÖRNEK 9.**

$$A = \{x \mid -3 < x < 1, x \in \mathbb{Z}\}$$

kümesini liste yöntemiyle gösteriniz.

**ÇÖZÜM**

$$A = \{-2, -1, 0\}$$

**ÖRNEK 10.**

$$A = \{5, 6, 7, 8, 9\}$$

kümesini ortak özellik yöntemiyle gösteriniz.

**ÇÖZÜM**

$$A = \{x \mid 4 < x < 10, x \in \mathbb{N}\}$$

**ÖRNEK 11.**

$$A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

kümesi veriliyor.

$$B = \{x^2 \mid x \in A\}$$

olduğuna göre, $s(B)$ kaçtır?

**ÇÖZÜM**

$$B = \{0, 1, 4\}$$

$$s(B) = 3$$

**ÖRNEK 12.**

$$A_p = \{x \mid p - 4 < x < p + 1, x \in \mathbb{Z}\}$$

kümesi veriliyor.

Buna göre, A_3 kümesinin eleman sayısı kaçtır?

**ÇÖZÜM**

$$A_3 = \{x \mid -1 < x < 4, x \in \mathbb{Z}\}$$

$$A_3 = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$s(A_3) = 4$$

**ÖRNEK 13.**

$$A = \{x \mid 2 < x < 100, x = 3k \text{ ve } k \in \mathbb{Z}\}$$

kümesi veriliyor.

Buna göre, $s(A)$ kaçtır?

**ÇÖZÜM**

$$2 < 3k < 100$$

$$1 \leq k \leq 33$$

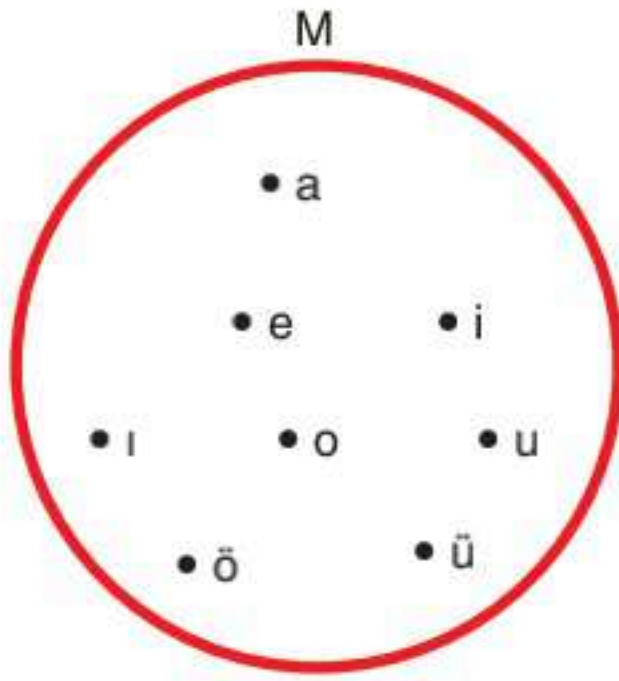
$$s(A) = 33$$

YANINDA BULUNSUN

Venn Şeması Yöntemi

Bir kümenin elemanlarının kapalı bir eğri veya bir çokgen içine yanlarına birer nokta konularak konum göstermeden gösterilmesine o kümenin "Venn Şeması" denir.

ÖRNEK 14.



Yukarıda Venn şeması yöntemiyle verilen M kümesini ortak özellik yöntemiyle gösteriniz.

ÇÖZÜM

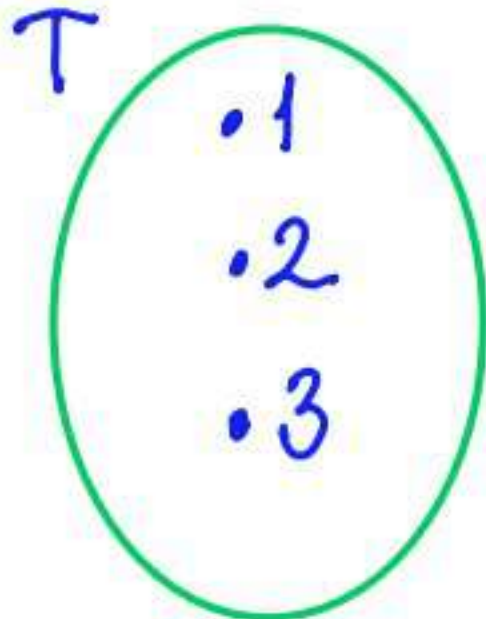
$$M = \{x \mid \text{alfabemizdeki sesli harfler}\}$$

ÖRNEK 15.

$$T = \{122333 \text{ sayısının rakamları}\}$$

kümesini Venn şeması ile gösteriniz.

ÇÖZÜM



ÖRNEK 16.

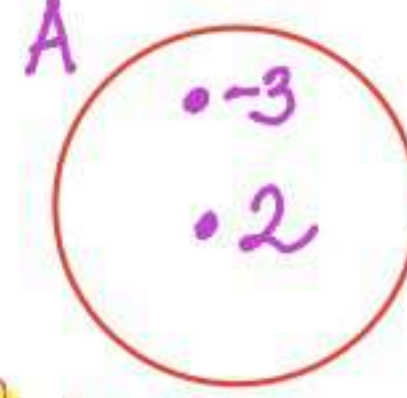
$$A = \{x \mid (x-2) \cdot (x+3) = 0, x \in \mathbb{Z}\}$$

kümesinin elemanlarını Venn şemasında gösteriniz.

ÇÖZÜM

$$(x-2) \cdot (x+3) = 0$$

$$x = 2, x = -3$$



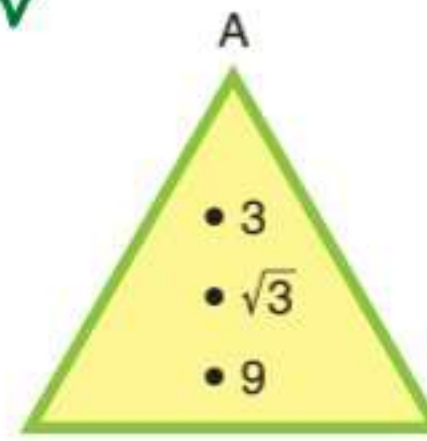
ÖRNEK 17.

Aslı, Bora ve Ceren Venn şeması olarak sırasıyla eşkenar üçgen, kare ve düzgün sekizgeni seçmiştir. Aslı, Bora ve Ceren çizdikleri kümelerle kendi isimlerinin baş harflerini vermişlerdir.

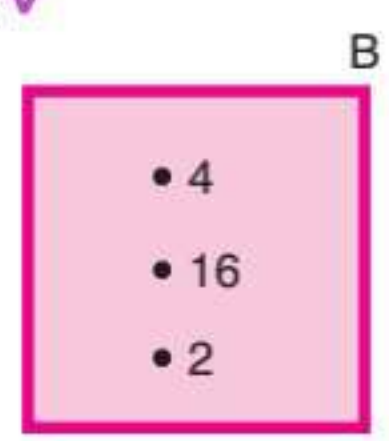
Aslı, Bora ve Ceren çizdikleri düzgün çokgenlerin içine çokgenin kenar sayısını, kenar sayısının karesini ve kenar sayısının karekökünü yazıp kümelerini oluşturmuşlardır.

Buna göre, aşağıdaki Venn şemalarından hangileri doğru çizilmiştir?

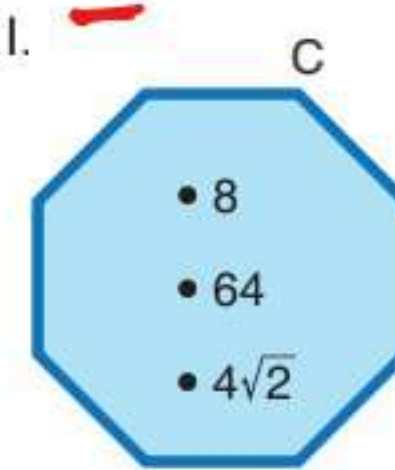
I. ✓



II. ✓



III. -



$$8^2 = 64$$

$$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

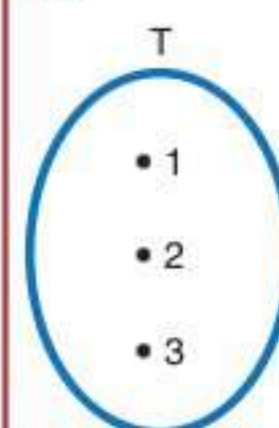
ÇÖZÜM

I ve II doğrudur.

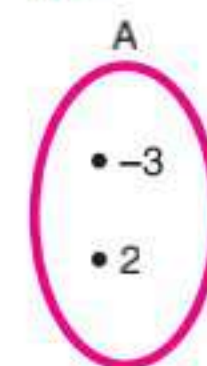
14.

$$M = \{x \mid x, \text{alfabemizdeki sesli harfler}\}$$

15.



16.



17.

I-II

Küme



NOT

Bu bölümde küme çeşitleri işlenecektir.

Küme çeşitlerini,

- Sonlu ve Sonsuz Kümeler
- Boş Küme
- Evrensel Küme
- Eşit Kümeler
- Alt Küme

şeklinde ifade edebiliriz.



YANINDA BULUNSUN

Sonlu ve Sonsuz Kümeler

Bir kümenin elemanları sayılabilir çoklukta veya eleman sayısı bir doğal sayı ile ifade edilebiliyorsa bu kümelere "Sonlu Küme" sonlu olmayan kümelere ise "Sonsuz Küme" denir.



ÖRNEK 18.

$$A = \{\text{Türkiye'nin il sayısı}\}$$

$$B = \{\text{Negatif tam sayılar}\}$$

kümelerinin sonlu veya sonsuz olup olmadıklarını inceleyiniz.



ÇÖZÜM

$$A \rightarrow \text{sonlu küme}$$

$$B \rightarrow \text{sonsuz küme}$$



ÖRNEK 19.

$$A = \{x \mid 2 < x \leq 6, x \text{ bir ... sayı}\}$$

kümesi veriliyor.

Buna göre; ... noktalı yere,

- Tam sayı yazılırsa $s(A) = 4$ olur.
- Reel sayı yazılırsa A kümesi sonsuz küme olur.
- Negatif sayı yazılırsa $s(A) = 0$ olur.

ifadelerinden hangileri doğrudur?



ÇÖZÜM

$$I. x \in \mathbb{Z}, A = \{3, 4, 5, 6\} \quad s(A) = 4$$

$$II. x \in \mathbb{R}, A \text{ sonsuz küme}$$

$$III. x \text{ negatif}, A \text{ boş küme}, s(A) = 0$$

Hepsi doğrudur.



ÖRNEK 20.

- $A = \{\text{Yiğit kelimesinin harfleri}\}$
- $B = \{x \mid 3x + x = 4x \text{ ve } x \text{ bir tam sayı}\}$
- $C = \{\text{Bir doğru parçasındaki noktalar}\}$

Yukarıda verilen kümelerden hangileri sonsuz kümedir?



ÇÖZÜM

$$A = \{y, i, ğ, t\}, s(A) = 4$$

$$B = \{x \mid 4x = 4x, x \in \mathbb{Z}\} \text{ sonsuz}$$

$$C = \{\text{sonsuz nokta}\} \text{ sonsuz}$$

$$B \text{ ve } C \text{ sonsuz kümedir.}$$



YANINDA BULUNSUN

Boş Küme

Elemanı olmayan kümeye "Boş Küme" denir.

Boş küme; $\{\}$ veya \emptyset ile gösterilir.



ÖRNEK 21.

- $A = \{\text{Gün sayısı 32 olan aylar}\}$
- $B = \{\emptyset\}$
- $C = \{\text{7 ile 11 arasındaki asal sayılar}\}$

Yukarıda verilen kümelerden hangileri boş kümedir?



ÇÖZÜM

$$A \text{ ve } C \text{ boş kümelerdir.}$$

$$B \text{ bir elemanlı kümedir.}$$

? ÖRNEK 22.

a negatif bir tam sayıdır.

$$A = \{x \mid 5x + 1 = a \text{ ve } x \text{ bir tam sayı}\}$$

kümesi boş küme olmadığına göre, a'nın alabileceği en büyük değer kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$5x + 1 = a \quad x \in \mathbb{Z}$$

$$\downarrow$$

$$\text{en çok } -4 \text{ olur.}$$



YANINDA BULUNSUN

Evrensel Küme

Üzerinde işlem yapılan tüm kümeleri kapsayan, boş kümeden farklı, yeterince geniş olan kümeye "Evrensel Küme" denir.

Evrensel küme E ile gösterilir.

Örneğin; Serçe, Karga ve Şahin denildiğinde evrensel kümeyi kuşlar veya hayvanlar olarak alabiliriz.

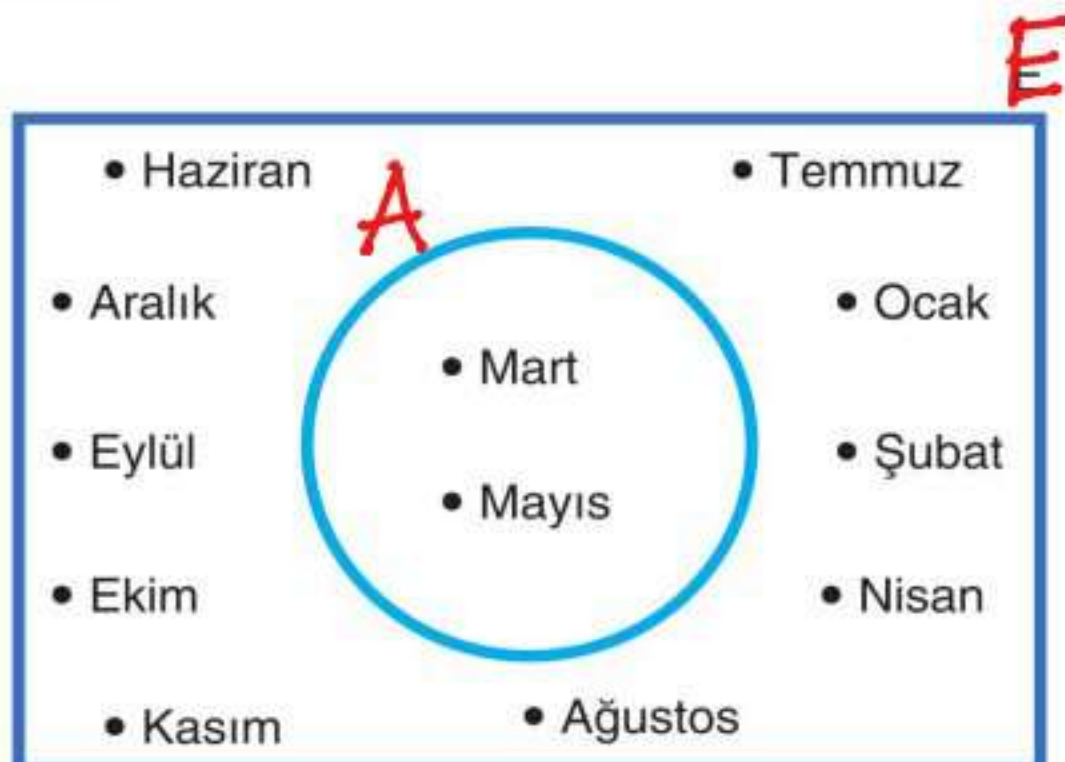
? ÖRNEK 23.

Yılın tüm ayları evrensel küme olmak üzere,

$$A = \{\text{M harfi ile başlayan aylar}\}$$

kümesini Venn şeması ile gösteriniz.

✓ ÇÖZÜM



YANINDA BULUNSUN

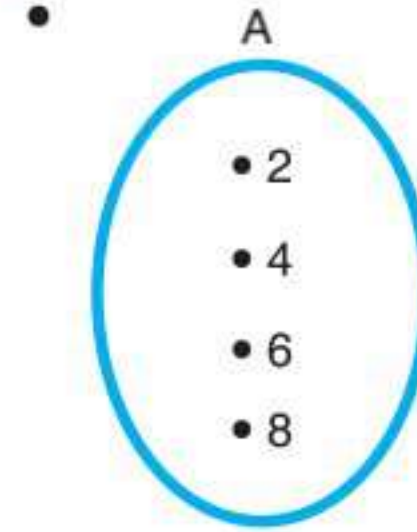
Eşit Kümeler

Elemanları eşit olan kümelere "Eşit Kümeler" denir.

A ve B kümeleri eşit ise $A = B$ şeklinde gösterilir.



NOT



$$B = \{x \mid 0 < x < 9, x \text{ çift doğal sayı}\}$$

kümelerinin elemanları aynı olduğundan $A = B$ dir.

? ÖRNEK 24.

Aşağıda elemanları tam sayılardan oluşmuş A ve B kümeleri verilmiştir.

$$A = \{-2, 3, x, 1\}$$

$$B = \{y, y + 3, 3, 2x\} \text{ ve}$$

A = B olduğuna göre, x - y farkı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$A = B \text{ ise } x = 0, y = -2 \text{ olmalı}$$

$$x - y = 0 - (-2) = 2$$

22. -4

23.

E

24. 2



Küme

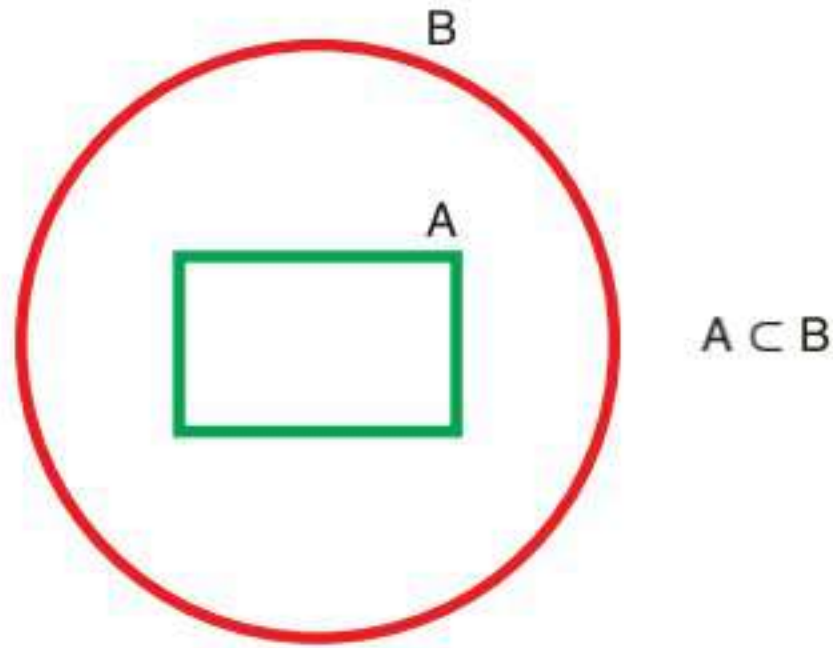


YANINDA BULUNSUN

Alt Küme

A ve B iki küme olsun. A kümesinin her elemanı B kümesinin de bir elemanı ise A kümesi B kümesinin bir alt kümesidir denir ve $A \subset B$ ile gösterilir.

A kümesi B kümesinin alt kümesi iken A'nın elemanları ile B'nin elemanlarının aynı olma durumu varsa $A \subseteq B$ ile gösterilir.



NOT : A ve B iki küme olsun. $A \subset B$ ise B kümesi A kümesini kapsar denir ve $B \supset A$ ile gösterilir.

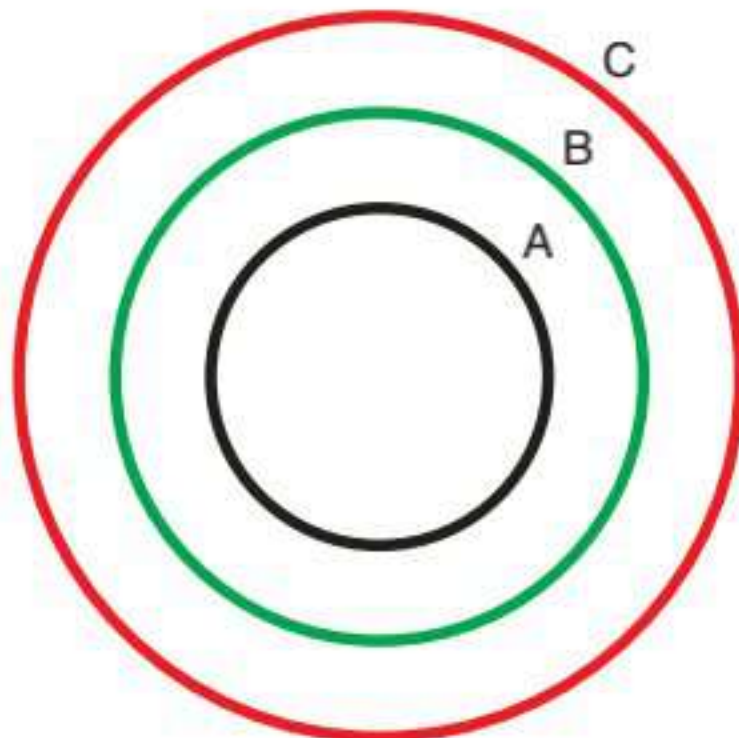


YANINDA BULUNSUN

Alt Kümenin Özellikleri

A, B ve C üç küme olsun.

- $\emptyset \subseteq A$ (Boş küme her kümenin alt kümesidir.)
- $A \subseteq A$ (Her küme kendisinin alt kümesidir.)
- $A \subseteq B$ ve $B \subseteq C$ ise $A \subseteq C$



- $(A \subseteq B \wedge B \subseteq A) \Leftrightarrow A = B$ dir.



ÖRNEK 25.

$$A = \{\star, \blacksquare, \bullet, \blacktriangle, \blacklozenge, \blacktriangleright\}$$

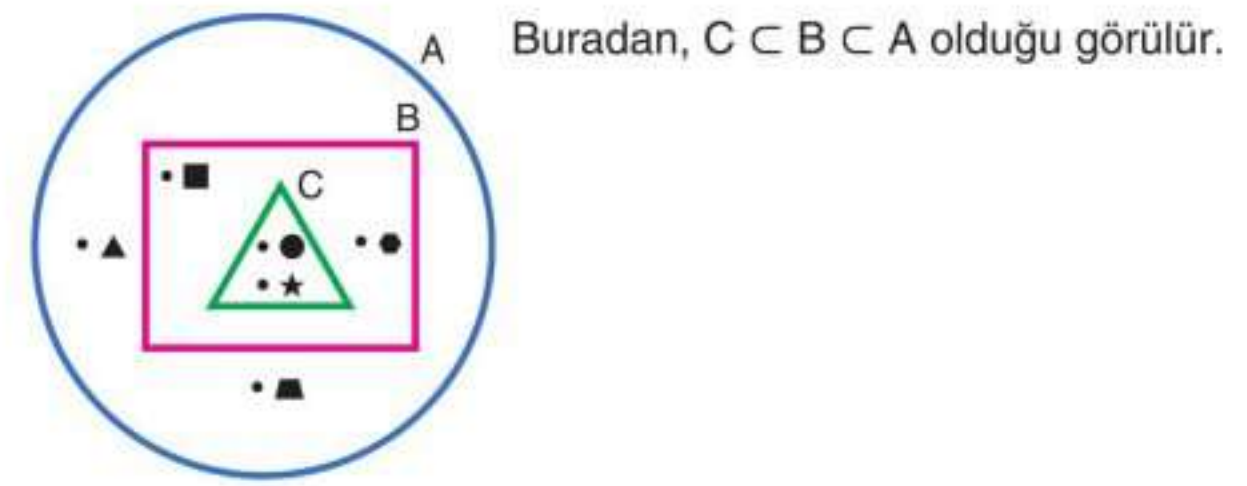
$$B = \{\bullet, \blacklozenge, \blacksquare, \star\}$$

$$C = \{\bullet, \star\}$$

kümelerini Venn şemasında gösterip, alt küme sembolüyle ifade ediniz.



ÇÖZÜM



ÖRNEK 26.

Aşağıda verilen,

- $a \in \{a, b, c\}$ ✓
- $\{a\} \in \{a, b, c\}$ ✗
- $\{a\} \in \{\{a\}, b, c\}$ ✓
- $\{a\} \subset \{a, b, c\}$ ✓

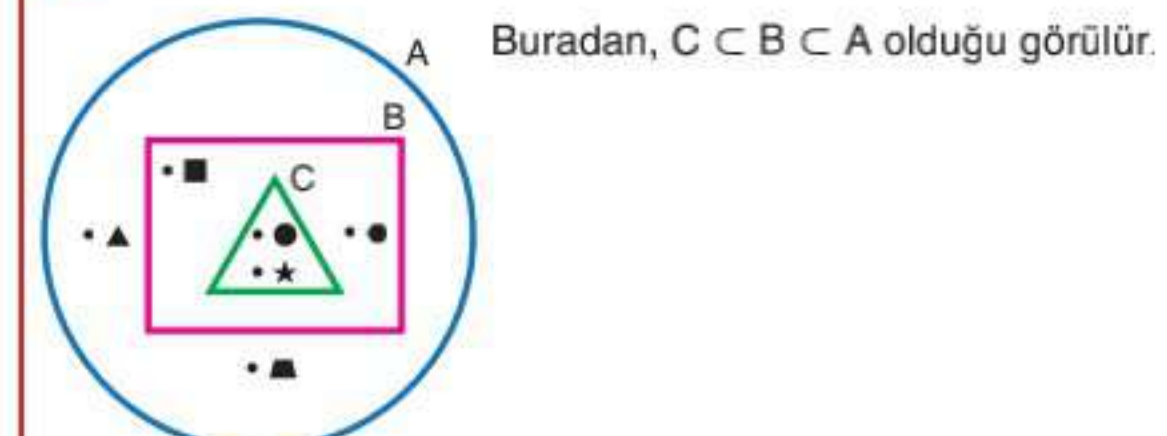
ifadelerinden hangileri doğrudur?



ÇÖZÜM

I - III ve IV doğrudur.

25.



26. I-III-IV

? ÖRNEK 27.

$$A = \{-2, -1, 1, 3\}$$

kümesi veriliyor.

Buna göre,

- I. $s(A) = 2$ ✓
- II. $A \subseteq A$ ✓
- III. $\{-2, -1, 1\} \subset A$ —
- IV. $\{3\} \subset A$ ✓

İfadelerinden hangileri doğrudur?

✓ ÇÖZÜM

$$\left. \begin{array}{l} s(A) = 2 \\ A \subseteq A \\ \{-2, -1, 1\} \in A \\ \{3\} \subset A \end{array} \right\} \text{I-II-IV} \\ \text{doğrudur.}$$

? ÖRNEK 28.

Aşağıdaki tablonun her bir bölümüne 1, 2, 3 ve 4 sayılarından biri yazılabilmektedir. A ve B, hizasında bulunduğu satırdaki sayıların kümesi; C, D ve E, hizasında bulunduğu sütundaki sayıların kümesidir. Sayıların bir kısmı aşağıdaki gibi yerleştirilmiştir.

1	2	3	→ A = {1, 2, 3}
1		4	→ B
↓	↓	↓	
C = {1}	D	E	

E kümesi, A kümesinin alt kümesi değildir.

Buna göre, kaç farklı B kümesi yazılabilir?

✓ ÇÖZÜM

$$E \notin A \text{ ise } 4 \in E$$

$$B = \{1, 2, 4\} \quad 3 \text{ farklı } B$$

$$B = \{1, 3, 4\} \quad \text{kümesi yazılabilir.}$$

$$B = \{1, 4\}$$



NOT

	Alt Kümeler	Alt Küme Sayısı
$A = \{1\}$	$\{\}, \{1\}$	2
$A = \{1, 2\}$	$\{\}, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$	4
$A = \{1, 2, 3\}$	$\{\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\}$	8
⋮	⋮	⋮

- n elemanlı bir kümenin alt kümelerinin sayısı 2^n dir.
- n elemanlı bir kümenin kendisi hariç tüm alt kümelerine o kümenin "**Öz Alt Kümesi**" denir ve öz alt kümelerinin sayısı $2^n - 1$ formülü ile hesaplanır.

? ÖRNEK 29.

Bir kümenin eleman sayısı 2 arttırıldığında alt küme sayısı 24 artmaktadır.

Buna göre, bu kümenin eleman sayısı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$2^{n+2} - 2^n = 24$$

$$4 \cdot 2^n - 2^n = 24$$

$$3 \cdot 2^n = 24 \Rightarrow 2^n = 8$$

$$n = 3$$

? ÖRNEK 30.

$$A = \{1, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}, 4\}$$

kümesinin kaç tane alt kümesi vardır?

✓ ÇÖZÜM

$$s(A) = 4$$

$$2^4 = 16$$

Küme

? ÖRNEK 31.

Bir kümenin kendisi ve boş küme haricindeki tüm alt kümelerine "Mozalt Küme" denir.

Buna göre,

- I. 14
- II. 60
- III. 126

sayılarından hangileri bir kümenin Mozalt küme sayısı olabilir?

✓ ÇÖZÜM

$$I. 2^n - 2 = 14 \Rightarrow n = 4$$

$$II. 2^n - 2 = 60 \text{ olmaz}$$

$$III. 2^n - 2 = 126 \Rightarrow n = 7$$

I ve III Mozalt kümedir.

? ÖRNEK 32.

A kümesinin öz alt kümelerinin sayısı,

$$\{8, 16, 31, 65, 101\}$$

kümesinin bir elemanıdır.

Buna göre, $s(A)$ kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$2^n - 1 = 31 \text{ olabilir.}$$

$$2^n = 32 \Rightarrow n = 5$$

$$s(A) = 5 \text{ olur.}$$

? ÖRNEK 33.

$$K = \{2, a, 8, b, c\}$$

kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde,

- a) 2 ve a elemanları birlikte bulunur?
- b) Rakam bulunmaz?

✓ ÇÖZÜM

$$a) 2^3 = 8$$

$$b) 2^3 = 8$$

? ÖRNEK 34.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde,

- a) 1 elemanı bulunur?
- b) 2 elemanı bulunur, 3 elemanı bulunmaz?
- c) 5 ve 7 elemanlarından yalnız biri bulunur?
- d) Çift sayılar eleman olarak bulunmaz?
- e) En az bir tek sayı eleman olarak bulunur?
- f) Sadece asal sayılar bulunur?
- g) 6 veya 7 eleman olarak bulunur?

✓ ÇÖZÜM

$$a) 2^6 = 64$$

$$b) 2^5 = 32$$

$$c) 2^5 + 2^5 = 64$$

$$d) 2^4 = 16$$

$$e) 2^7 - 2^3 = 120$$

$$f) 2^4 - 1 = 15 \rightarrow \text{boş küme}$$

$$g) 2^7 - 2^5 = 96$$

? ÖRNEK 35.

$A = \{x, y\}$ ve

$B = \{x, y, z, t, m, n\}$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, $A \subset K \subset B$ koşulunu sağlayan A'dan ve B'den farklı kaç farklı K kümesi yazılabilir?

✓ ÇÖZÜM

$$K = \{x, y, \dots\}$$

$$2^4 - 2 = 14$$

↓
A ve B

? ÖRNEK 36.

İbrahim ve 6 arkadaşı bir oyun oynayacaktır.



İbrahim bu oyunda arkadaşlarından bir kısmını ya da hepsini seçebileceği gibi hiçbirini seçmeme hakkına da sahiptir.

Buna göre, İbrahim kaç farklı seçim yapabilir?

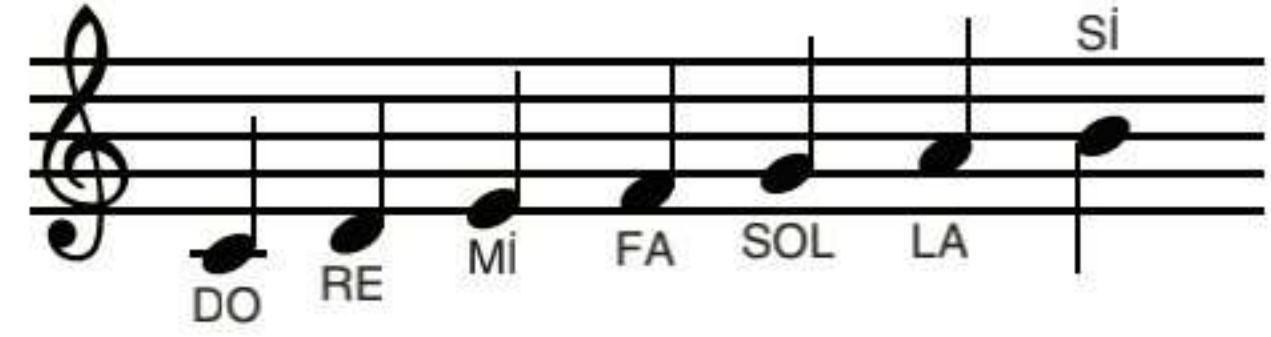
✓ ÇÖZÜM

Alt küme sayısı

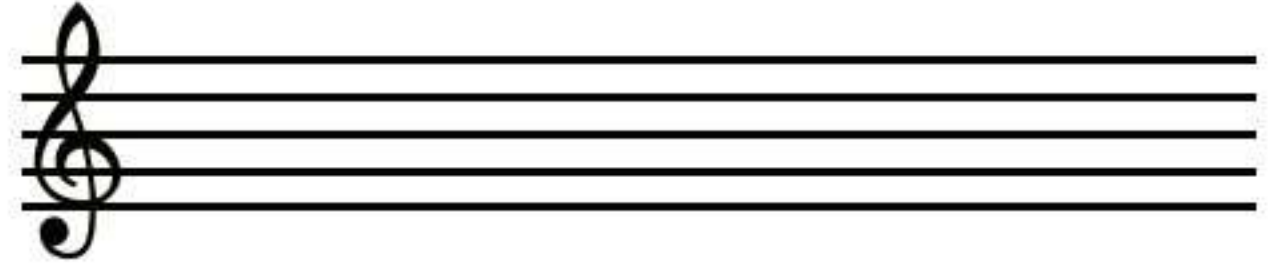
$$2^6 = 64$$

? ÖRNEK 37.

Aşağıda bir dizik üzerine yazılmış 7 farklı nota gösterilmiştir.



Buna göre,



yukarıdaki dizik üzerine RE notasının bulunduğu SOL notasının bulunmadığı kaç farklı notalandırma yapılabilir?

✓ ÇÖZÜM

$$A = \{\underline{DO}, \underline{RE}, \underline{MI}, \underline{FA}, \underline{SOL}, \underline{LA}, \underline{SI}\}$$

$$2^5 = 32$$

? ÖRNEK 38.

Gülden Öğretmen, matematik dersinde tahtaya aşağıdaki etkinliği yazmıştır.

ETKİNLİK

- A kümesinin elemanlarından biri 7'dir.
- A kümesinin içinde 7 elemanın bulunduğu alt kümelerinin sayısı içinde 7 elemanın bulunmadığı alt kümelerinin sayısının 4 katından 24 eksiktir.

Gülden Öğretmen, tahtaya kalkacak öğrencilerin A kümesinin kesinlikle alt kümesi olan birbirinden farklı kümeler yazmalarını istemiştir.

Tahtaya kalkan her öğrenci doğru bir alt küme yazdığına göre, tahtaya en çok kaç öğrenci kalkmıştır?

✓ ÇÖZÜM

$$A = \{7, \dots\} \quad s(A) = n$$

$$2^{n-1} = 4 \cdot 2^{n-1} - 24$$

$$2^{n-1} = 8 \Rightarrow n = 4 \quad 2^4 = 16$$

Küme

? ÖRNEK 39.

Tüm elemanları ardışık veya tek elemanlı doğal sayılar olan kümelere "**Düzgün Küme**" denir.

Örneğin; {1, 2, 3} ve {4} düzgün bir küme iken {3, 4, 6} düzgün küme değildir.

Buna göre; {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} kümesinin kaç tane düzgün alt kümesi vardır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \{1\}, \{2\}, \dots, \{9\} &\rightarrow 9 \\ \{1,2\}, \{2,3\}, \dots, \{8,9\} &\rightarrow 8 \\ \vdots & \\ \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\} &\rightarrow 1 \\ 1+2+3+\dots+9 &= \frac{9 \cdot 10}{2} = 45 \end{aligned}$$

? ÖRNEK 40.

Bir A kümesinin en az iki elemanlı herhangi bir alt kümesinde bulunan sayıların çarpımı A kümesinin bir elemanı ise o alt kümeye "**Süper Alt Küme**" denir.

Örneğin; A = {0, 1, 2} kümesinin alt kümeleri olan {0, 1}, {0, 2}, {1, 2}, {0, 1, 2} kümeleri A kümesinin süper alt kümeleridir.

Buna göre,

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

kümesinin kaç tane süper alt kümesi vardır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \{1,2\}, \{1,3\}, \{1,4\}, \{1,5\}, \{1,6\} \\ \{2,3\}, \{1,2,3\} \\ \text{7 tane süper alt küme yazılabilir.} \end{aligned}$$



YANINDA BULUNSUN

KÜMELERDE İŞLEMLER

Kümelerde Kesişim ve Birleşim İşlemleri

Kesişim İşlemleri

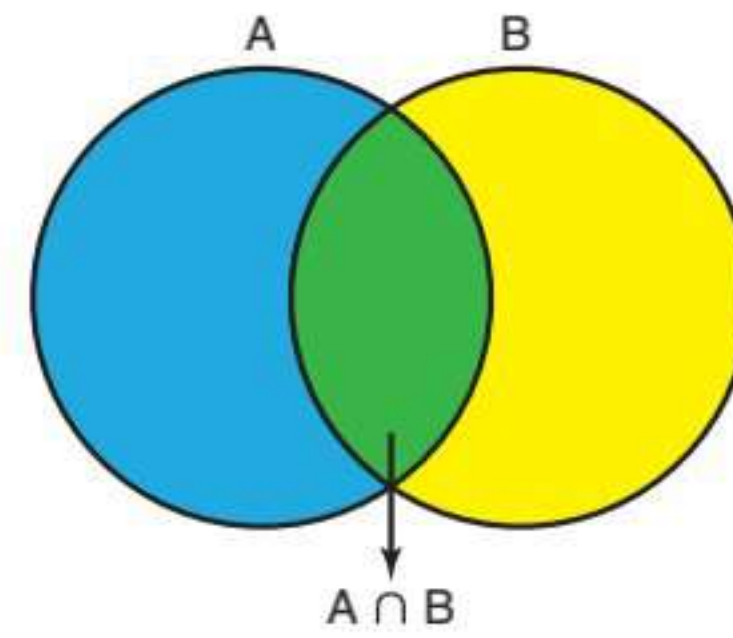
A ve B iki küme olmak üzere, hem A kümesine hem de B kümesine ait elemanların oluşturduğu kümeye A ve B kümelerinin "**Kesişim Kümesi**" denir ve $A \cap B$ ile gösterilir.

A ve B kümelerinin kesişim kümesi ortak özellik yöntemi ile,

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ ve } x \in B\}$$

şeklinde ifade edilir.

Venn şeması ile,

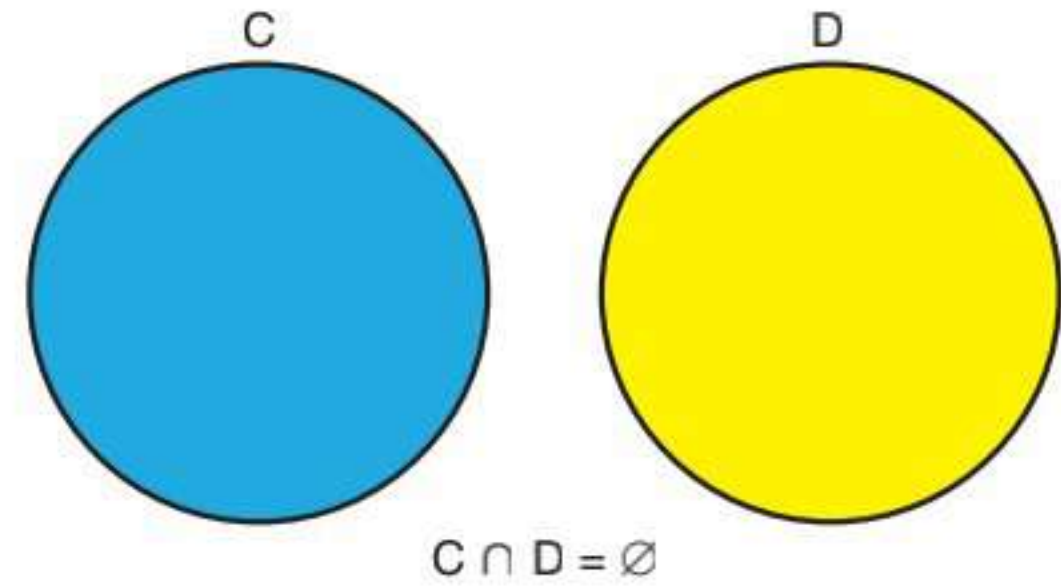


şeklinde gösterilir.



NOT

$C \cap D = \emptyset$ ise C ve D kümelerine "**Ayrık Kümeler**" denir.



YANINDA BULUNSUN

Kesişim İşleminin Özellikleri

A, B ve C birer kümedir.

- $A \cap A = A$ (Tek kuvvet özelliği)
- $A \cap B = B \cap A$ (Değişme Özelliği)
- $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$ (Birleşme Özelliği)
- $A \subseteq B$ ise $A \cap B = A$
- $A \cap B \subseteq A$ ve $A \cap B \subseteq B$ dir.
- $A \cap \emptyset = \emptyset$
- E evrensel küme olmak üzere, $A \subseteq E$ ise $A \cap E = A$ dir.

? ÖRNEK 41.

$$A = \{3, a, 8, 11\}$$

$$B = \{7, a, 11, 12, b\}$$

kümeleri veriliyor.

$$A \cap B = \{6, 8, 11\}$$

olduğuna göre, $a - b$ farkı kaçtır?

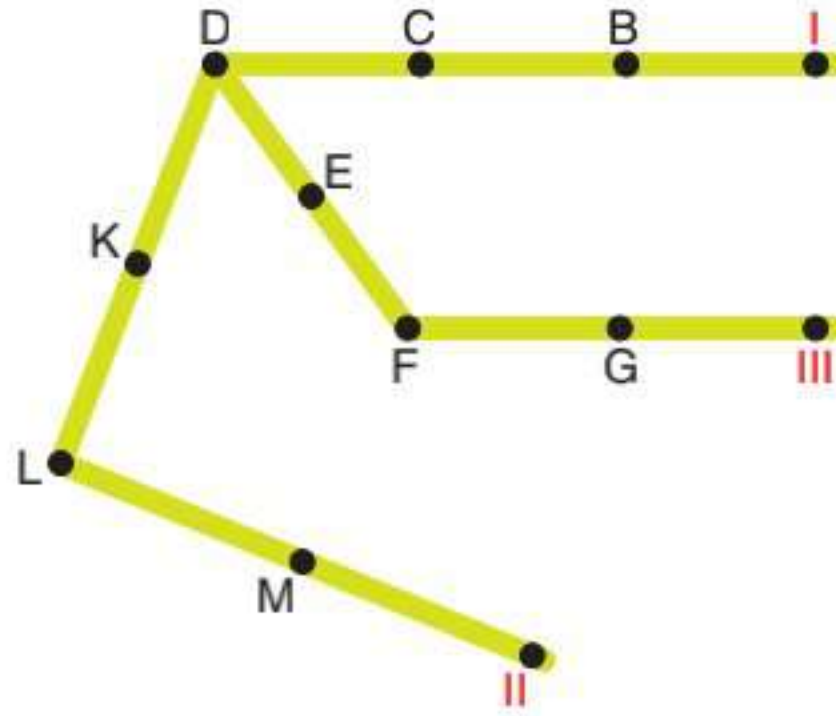
✓ ÇÖZÜM

$$a = 6 \text{ ve } b = 8$$

$$a - b = 6 - 8 = -2$$

? ÖRNEK 42.

Aşağıda bir metronun yolculuk yaptığı güzergah ve duraklar gösterilmiştir.



Kadir metroya I nolu duraktan, Barış ise II nolu duraktan binecektir. Metrolar aynı anda harekete başlayacaktır.

I nolu duraktan kalkan metro II ya da III nolu durakta, II nolu duraktan kalkan metro ise III ya da I nolu durakta yolculuğunu sonlandırmaktadır.

Metrolar harekete başladıktan sonra Kadir'in gördüğü durakların kümesi X ve Barış'ın gördüğü durakların kümesi Y olduğuna göre, $s(X \cap Y)$ en az kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$X = \{B, C, D, E, F, G\}$$

$$Y = \{M, L, K, D, C, B\}$$

$$X \cap Y = \{B, C, D\}$$

? ÖRNEK 43.

$$A = \{1, 2, \{1, 2\}\}$$

$$B = \{\{1\}, 2\}$$

$$C = \{1, \{1\}, \{2\}\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre,

$$I. s(A \cap B) = 1$$

$$II. B \cap C = \{\{1\}\}$$

$$III. B \subset A$$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

✓ ÇÖZÜM

$$I. A \cap B = \{2\}, s(A \cap B) = 1$$

$$II. B \cap C = \{\{1\}\}, s(B \cap C) = 1$$

$$III. B \not\subset A$$

I ve II doğrudur.

? ÖRNEK 44.

$$A = \{p, q, r, a, e, u\}$$

$$B = \{p, q, a, e, o\}$$

$$C = \{p, a, u, o\}$$

olduğuna göre, $s((A \cap B) \cap C)$ kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$A \cap B \cap C = \{p, a\}$$

$$s(A \cap B \cap C) = 2$$

? ÖRNEK 45.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$B = \{1, 2, 4, 6, 8\}$$

$$C = \{2, 4, 5, 7\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, K kümesi A kümesinin bir alt kümesi olmak üzere, içinde $B \cap C$ nin elemanlarını bulunduran kaç farklı K kümesi yazılabilir?

✓ ÇÖZÜM

$$B \cap C = \{2, 4\}$$

$$K \subset A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$2^3 = 8$$

? ÖRNEK 46.

$$A_n = \{x \mid 2n - 2 < x < 2n, x \in \mathbb{R}\}$$

$$B_n = \{x \mid 2n - 1 < x < 2n + 1, x \in \mathbb{R}\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, $A_3 \cap B_2$ kümesini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$A_3 = \{x \mid 4 < x < 6, x \in \mathbb{R}\}$$

$$B_2 = \{x \mid 3 < x < 5, x \in \mathbb{R}\}$$

$$A_3 \cap B_2 = \{x \mid 4 < x < 5, x \in \mathbb{R}\}$$

$$A_3 \cap B_2 = (4, 5)$$

? ÖRNEK 47.

Can, Eda ve Oya bir spor salonuna gitmek istemektedirler. Gün içinde her birinin uygun zamanları 24'lük saat birimine göre, aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Can	Eda	Oya
[17, 20]	[18, 21]	[16, 19]

Buna göre, spor salonunda üçünün de aynı anda bulunabileceği en geniş aralığı bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$C = [17, 20], E = [18, 21]$$

$$O = [16, 19]$$

$$C \cap E \cap O = [18, 19]$$



YANINDA BULUNSUN

Birleşim İşlemi

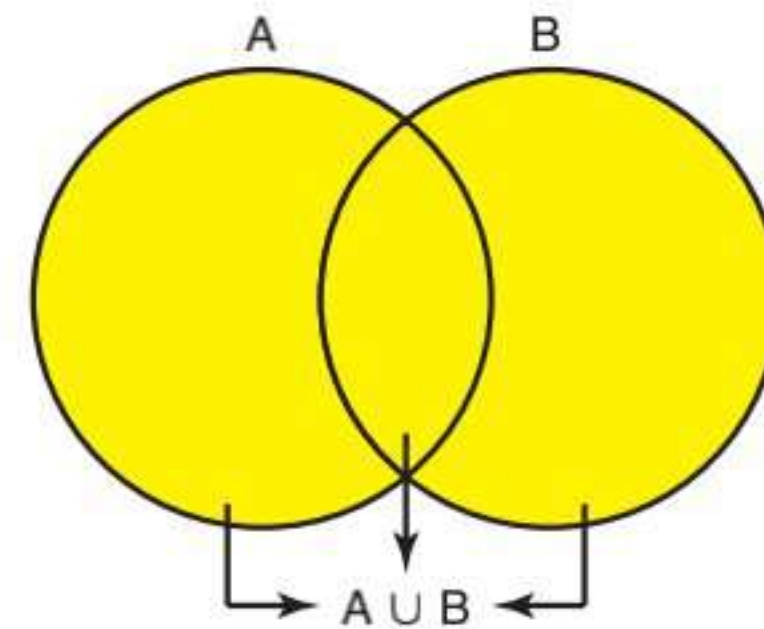
A ve B birer kümedir. A veya B kümelerinin tüm elemanlarından oluşan kümeye A ve B kümelerinin "**Birleşim Kümesi**" denir ve $A \cup B$ ile gösterilir.

A ve B kümelerinin birleşim kümesi ortak özellik yöntemi ile,

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ veya } x \in B\}$$

şeklinde gösterilir.

A ve B kümelerinin birleşim kümesi Venn şeması ile



şeklinde gösterilir.



YANINDA BULUNSUN

Birleşim İşleminin Özellikleri

A, B ve C kümeleri verilsin.

- $A \cup A = A$ (Tek Kuvvet Özelliği)
- $A \cup B = B \cup A$ (Değişme Özelliği)
- $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ (Birleşme Özelliği)
- $A \subseteq A \cup B$ ve $B \subseteq A \cup B$ dir.
- $A \subseteq B$ ise $A \cup B = B$
- $A \cup \emptyset = A$
- E evrensel küme olmak üzere, $A \subseteq E$ ise $A \cup E = E$ dir.



ÖRNEK 48.

$$A = \{1, 2, \{1, 2\}, 3\}$$

$$B = \{\{1\}, 2, \{1, 3\}\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, $A \cup B$ kümesinin alt küme sayısı kaçtır?



ÇÖZÜM

$$A \cup B = \{1, 2, \{1\}, \{1, 2\}, 3, \{1, 3\}\}$$

$$s(A \cup B) = 6$$

$$2^6 = 64$$



ÖRNEK 49.

A, B ve C birer kümedir.

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$C \cup B = \{1, 2, 3\}$$

olduğuna göre, $s((A \cup B) \cup C)$ kaçtır?



ÇÖZÜM

$$A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$s((A \cup B) \cup C) = 6$$



ÖRNEK 50.

$$B = \{\triangle, \circ, \square, \diamond\}$$

kümesi veriliyor.

Buna göre,

$$A \cup B = \{\triangle, \circ, \square, \diamond, \blacktriangle, \bullet, \blacksquare\}$$

koşulunu sağlayan kaç farklı A kümesi yazılabilir?



ÇÖZÜM

$$A = \{\blacktriangle, \bullet, \blacksquare, \dots\}$$

$$2^4 = 16$$



ÖRNEK 51.

A ve B birer küme olmak üzere, $B \not\subseteq A$ dir.

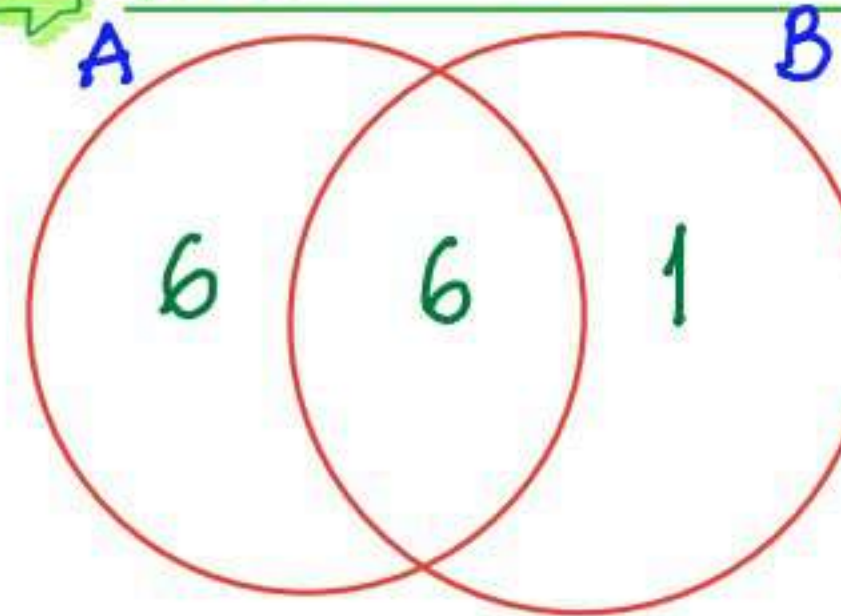
$$s(A) = 12$$

$$s(B) = 7$$

olduğuna göre, $A \cup B$ kümesinin eleman sayısı en az kaçtır?



ÇÖZÜM



$$s(A \cup B) = 13$$



ÖRNEK 52.

$$A = \{x \mid x^2 - 16 = 0, x \in \mathbb{R}\}$$

$$B = \left\{x \mid \frac{5}{3} < x < \frac{14}{3}, x \in \mathbb{N}\right\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre,

- $A \subset B$
- $A \cap B = \{4\}$
- $A \cup B = A$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

✓ ÇÖZÜM

$$A = \{x \mid x^2 - 16 = 0, x \in \mathbb{R}\} = \{-4, 4\}$$

$$B = \left\{x \mid \frac{5}{3} < x < \frac{14}{3}, x \in \mathbb{N}\right\} = \{2, 3, 4\}$$

$$I. A \neq B$$

$$II. A \cap B = \{4\}$$

$$III. A \cup B = \{-4, 2, 3, 4\}$$

? ÖRNEK 53.

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -2 \text{ veya } x \geq 2\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 < x \leq 4\}$$

kümeleri veriliyor.

Bir öğrenci A, B, $A \cap B$ ve $A \cup B$ kümelerini sayı doğrusunda göstermiştir.



Buna göre öğrenci; A, B, $A \cap B$ ve $A \cup B$ ifadelerinden hangilerini sayı doğrusunda doğru olarak göstermiştir?

✓ ÇÖZÜM

$$A = (-\infty, -2] \cup [2, \infty)$$

$$B = (-5, 4]$$

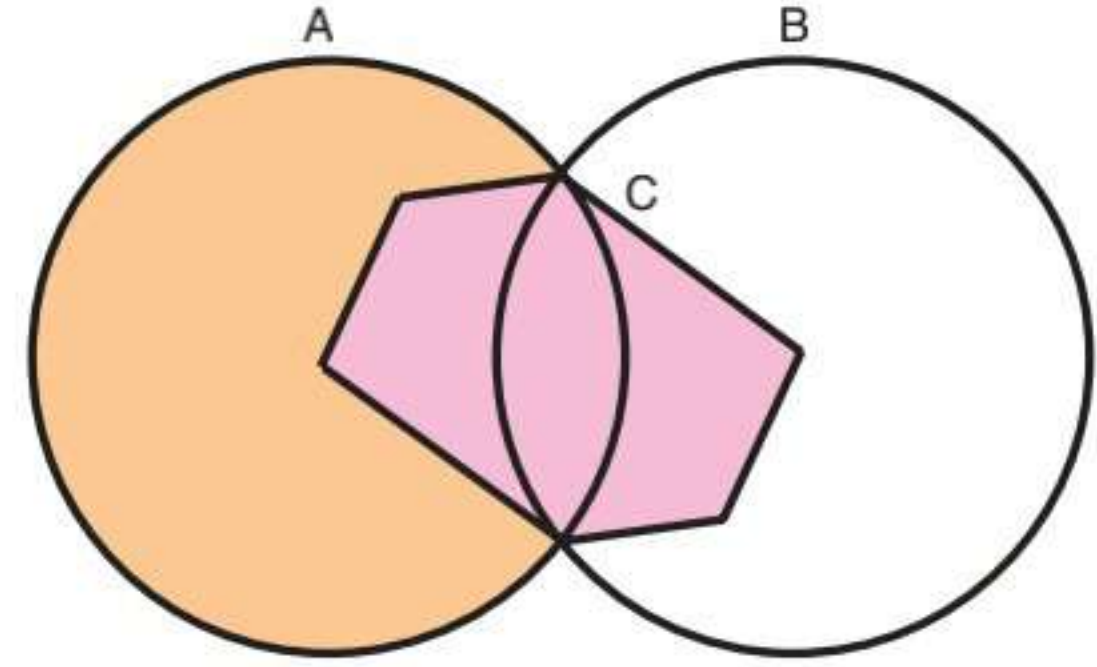
$$A \cap B = (-5, -2] \cup [2, 4]$$

$$A \cup B = (-\infty, \infty) = \mathbb{R}$$

Hepsi doğrudur.

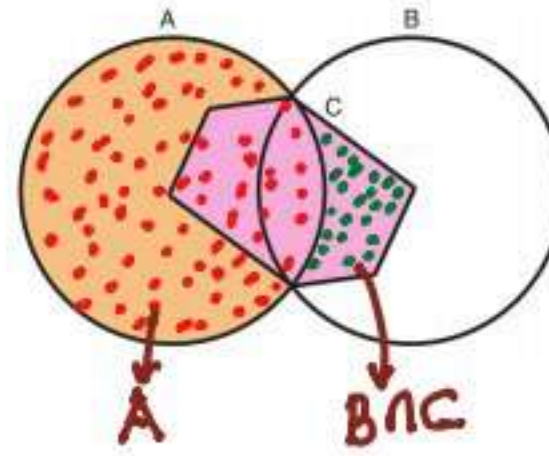
? ÖRNEK 54.

Aşağıda A, B ve C kümeleri verilmiştir.



Buna göre, boyalı olan bölgeleri kesişim ve birleşim işlemlerini kullanarak bulunuz.

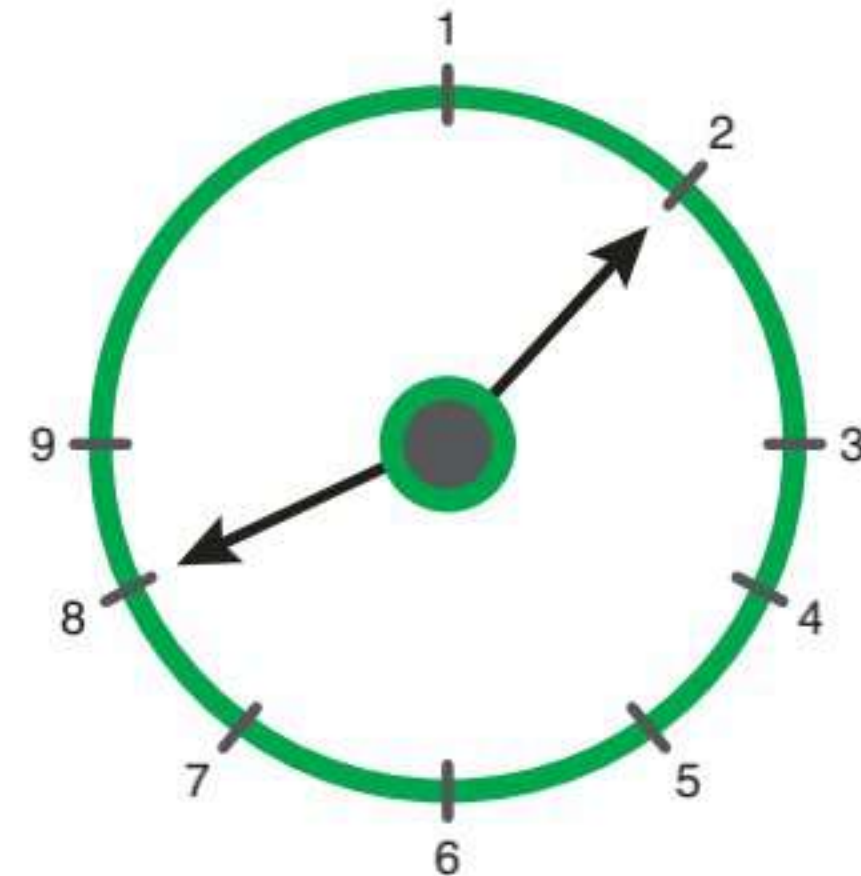
✓ ÇÖZÜM



$$A \cup (B \cap C)$$

? ÖRNEK 55.

Aşağıda iki ibresi olan bir çark üzerine 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ve 9 sayıları yazılmıştır.



Çark döndürüldüğünde her defasında ibrelerin gösterdiği sayıların toplamı 10 olmaktadır. Bu çark iki kez çevriliyor. İlk çevrilişte ibrelerin gösterdiği sayıların dışındaki sayıların kümesi A ve ikinci çevrilişte ibrelerin gösterdiği sayıların dışındaki sayıların kümesi A kümesinden farklı bir B kümesidir.

Buna göre,

$$s(A \cup B) + s(A \cap B)$$

toplamı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

İlk çevrilişte 2 ve 8 gelsin.

$$A = \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$$

İkinci çevrilişte 3 ve 7 gelsin.

$$B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$s(A \cap B) + s(A \cup B) = 5 + 9 = 14$$

? ÖRNEK 56.

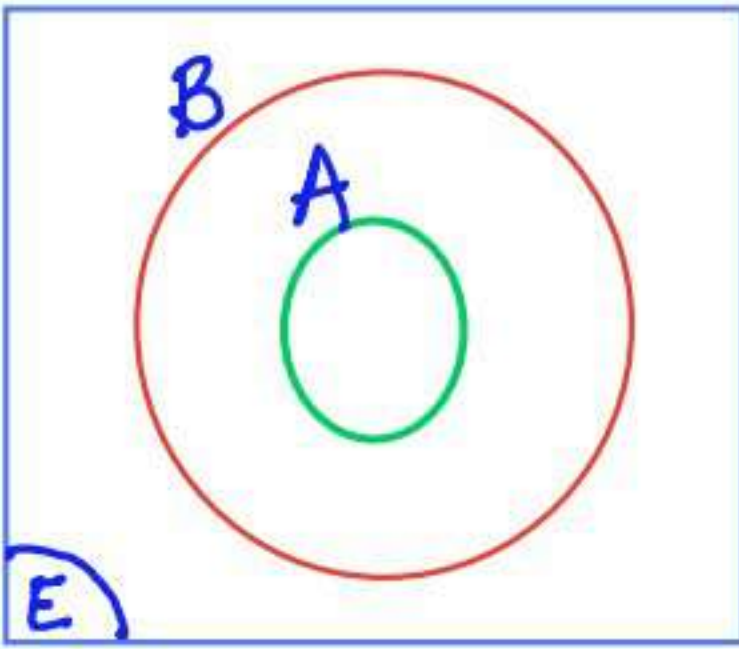
A ve B birer kümedir.

$A \subseteq B$ olmak üzere,

- $(A \cap B) \cup \emptyset$
- $(A \cup B) \cap E$

ifadelerinin en sade hallerini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM



$$\begin{aligned} \text{a) } (A \cap B) \cup \emptyset \\ A \cup \emptyset = A \\ \text{b) } (A \cup B) \cap E \\ B \cap E = E \end{aligned}$$



YANINDA BULUNSUN

Kesişim ve Birleşim İşleminin Birlikte Kullanıldığı Özellikler

A, B ve C kümeleri verilsin.

- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
(Kesişim işleminin birleşim işlemi üzerine dağılma özelliği)
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
(Birleşim işleminin kesişim işlemi üzerine dağılma özelliği)
- A ve B sonlu kümeleri için,
 $s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$ dir.

Özel olarak; A ve B ayrık kümeler ise $s(A \cap B) = 0$ olacağından,

$$s(A \cup B) = s(A) + s(B) \text{ dir.}$$

? ÖRNEK 57.

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \text{ ve}$$

$$A \cup C = \{1, 2, 5, 6, 7\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, $A \cup (B \cap C)$ kümesini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cup (B \cap C) = \{1, 2, 5\}$$

? ÖRNEK 58.

K, L ve M kümeleri veriliyor.

$L \subseteq M$ ve $K \subseteq M$ olduğuna göre, $L \cap (M \cup K)$ kümesinin en sade halini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$M \cup K = M$$

$$L \cap M = L$$

$$L \cap (M \cup K) = L \cap M = L$$

? ÖRNEK 59.

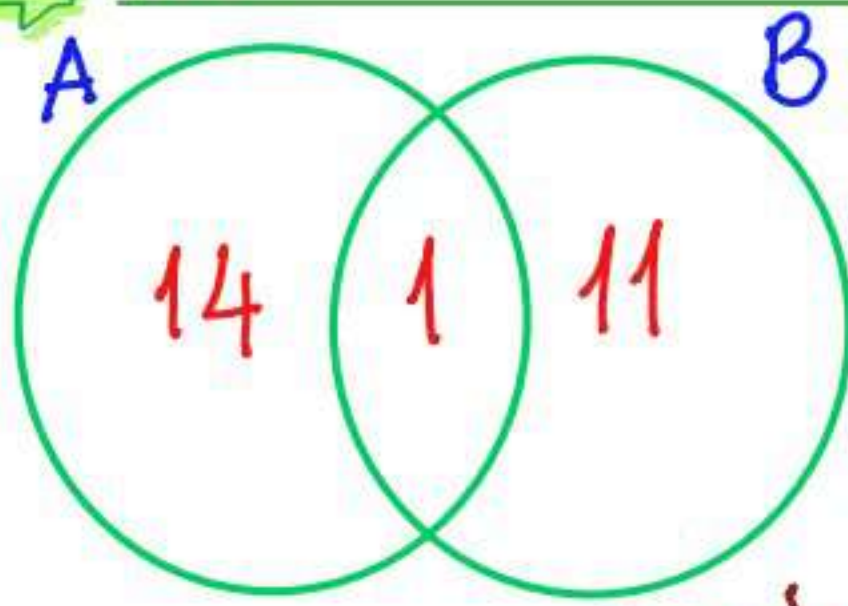
A ile B ayrık olmayan kümelerdir.

$$s(A) = 15$$

$$s(B) = 12$$

olduğuna göre, $s(A \cup B)$ en çok kaçtır?

✓ ÇÖZÜM



$$s(A \cup B) = 26$$

? ÖRNEK 60.

A ve B birer kümedir.

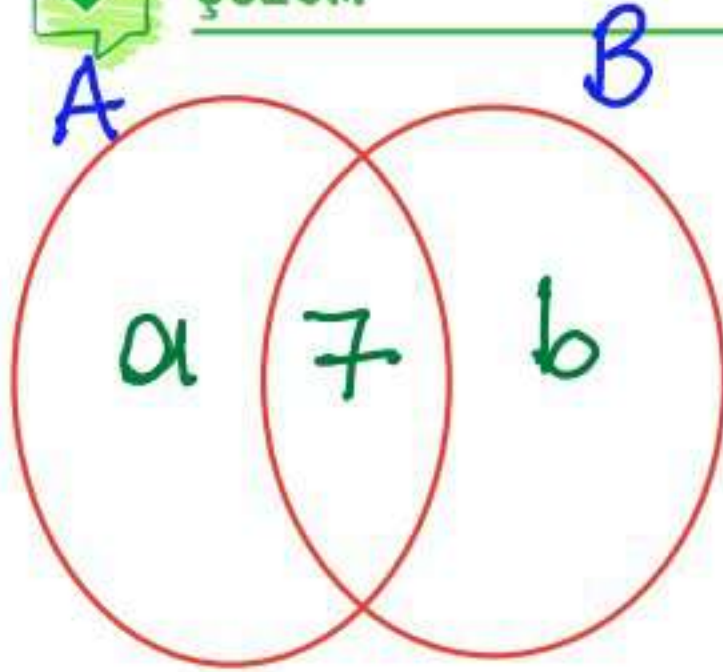
$$s(A) = 5 \cdot s(B)$$

$$s(A \cup B) = 47$$

$$s(A \cap B) = 7$$

olduğuna göre, $s(A)$ kaçtır?

✓ ÇÖZÜM



$$\begin{aligned} a+7 &= 5(b+7) \\ a &= 5b+28 \\ 5b+28+7+b &= 47 \\ 6b &= 12 \\ b &= 2 \\ a &= 38 \end{aligned}$$

$$s(A) = 38+7 = 45$$

? ÖRNEK 61.

$$A = \{x \mid 1 < x \leq 100, x = 2k, k \in \mathbb{N}\}$$

$$B = \{x \mid 2 < x \leq 99, x = 3k, k \in \mathbb{N}\}$$

kümeleri veriliyor. $A \cap B = \{x \mid 2 < x \leq 99, x = 6k, k \in \mathbb{N}\}$

Buna göre,

a) $s(A \cap B)$ kaçtır?

b) $s(A \cup B)$ kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$100 \begin{array}{l} 2 \\ \hline 50 \end{array} \quad 100 \begin{array}{l} 3 \\ \hline 33 \end{array} \quad 100 \begin{array}{l} 6 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$a) s(A \cap B) = 16$$

$$\begin{aligned} b) s(A \cup B) &= s(A) + s(B) - s(A \cap B) \\ &= 50 + 33 - 16 \\ &= 67 \end{aligned}$$



NOT

A, B ve C sonlu kümeleri için,

$$\begin{aligned} s(A \cup B \cup C) &= s(A) + s(B) + s(C) - s(A \cap B) \\ &\quad - s(A \cap C) \\ &\quad - s(B \cap C) \\ &\quad + s(A \cap B \cap C) \text{ dir.} \end{aligned}$$

? ÖRNEK 62.

A, B ve C birer kümedir.

$$s(A \cap B) + s(A \cap C) + s(B \cap C) = 7$$

$$s(A) + s(B) + s(C) = 41$$

$$s(A \cap B \cap C) = 5$$

olduğuna göre, $s(A \cup B \cup C)$ kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} s(A \cup B \cup C) &= 41 - 7 + 5 \\ &= 39 \end{aligned}$$

? ÖRNEK 63.

Bir turizm şirketi 85 kişiye uyguladığı bir ankette şu verileri elde etmiştir: 25 kişi gemi ile, 20 kişi uçak ile, 15 kişi otostop yaparak yolculuk yapmayı tercih etmişlerdir. 10 kişi gemi ve uçak, 8 kişi uçak ve otostop, 7 kişi gemi ve otostop ve 5 kişi de her üç seçenekle yolculuk yapmayı tercih etmiştir.

Buna göre, bu kişilerden kaç tanesi bu üç seçenektен hiç-biri ile yolculuk yapmayı tercih etmemiştir?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} s(A \cup B \cup C) &= 25 + 20 + 15 - 10 - 8 - 7 + 5 \\ &= 40 \end{aligned}$$

$$85 - 40 = 45$$



YANINDA BULUNSUN

Fark İşlemi

A ve B herhangi iki küme olmak üzere, A kümesinde olup B kümesinde olmayan tüm elemanların oluşturduğu kümeye "**A Kümesinin B Kümesinden Farkı**" denir ve $A - B$ veya $A \setminus B$ ile gösterilir.

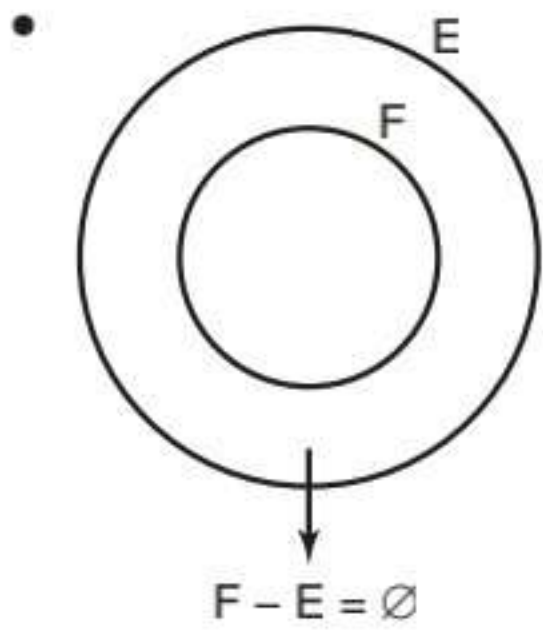
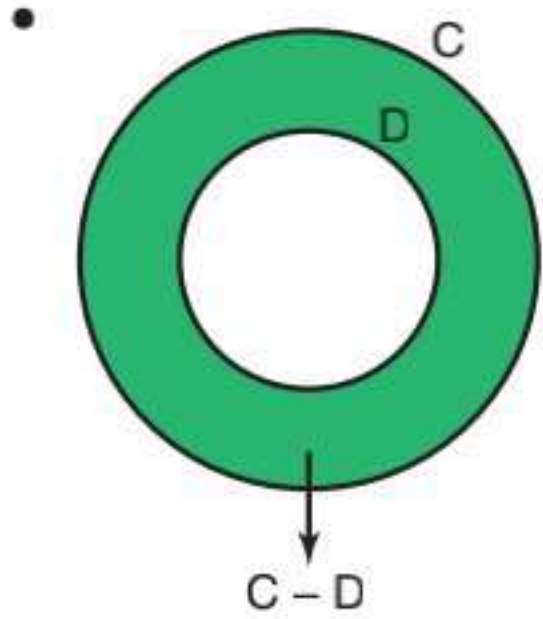
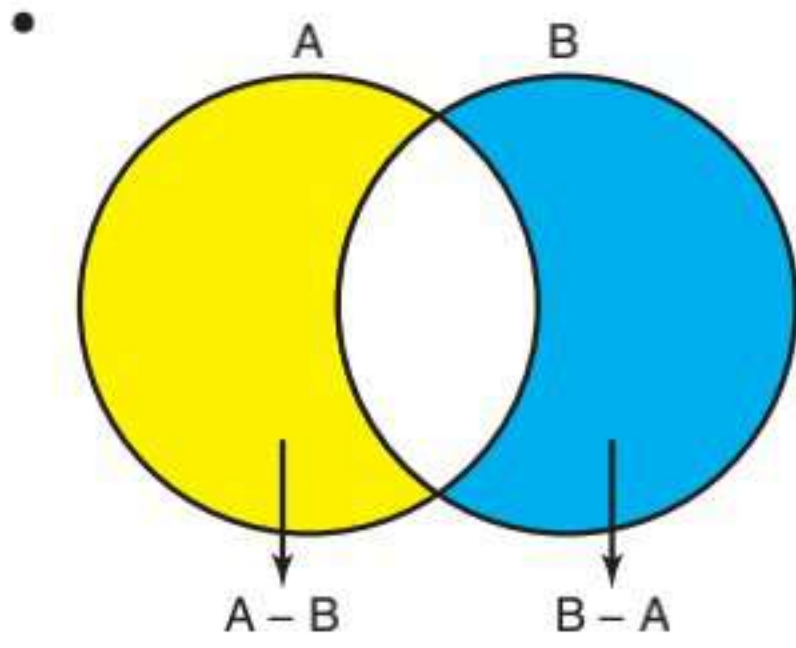
$A - B$ ve $B - A$ kümesi ortak özellik yöntemi ile,

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ ve } x \notin B\}, A - B = A \cap B'$$

$$B - A = \{x \mid x \in B \text{ ve } x \notin A\}, B - A = B \cap A'$$

şeklinde ifade edilir.

Venn şeması ile,



şeklinde gösterilir.



YANINDA BULUNSUN

Fark İşleminin Özellikleri

- $A - A = \emptyset$
- $A - \emptyset = A$
- $A \cap B = \emptyset$ ise $A - B = A$ ve $B - A = B$ dir.
- $A \subseteq B$ ise $A - B = \emptyset$ dir.
- A ve B sonlu kümeleri için,
 $s(A \cup B) = s(A - B) + s(A \cap B) + s(B - A)$ dir.



ÖRNEK 64.

$$A = \{x \mid x \text{ bir rakam}\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$B = \{x \mid x \text{ asal sayı}\} = \{2, 3, 5, 7, 11, \dots\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, $s(A - B)$ kaçtır?



ÇÖZÜM

$$A - B = \{0, 1, 4, 6, 8, 9\}$$

$$s(A - B) = 6$$



ÖRNEK 65.

A ve B iki kümedir.

$A - B$, $A \cap B$ ve $B - A$ kümelerinin alt küme sayıları sırasıyla,

16, 128 ve 32 dir.

Buna göre, $s(A \cup B)$ kaçtır?



ÇÖZÜM

$$2^{s(A-B)} = 16 \Rightarrow s(A-B) = 4$$

$$2^{s(A \cap B)} = 128 \Rightarrow s(A \cap B) = 7$$

$$2^{s(B-A)} = 32 \Rightarrow s(B-A) = 5$$

$$s(A \cup B) = 4 + 7 + 5 = 16$$

Küme

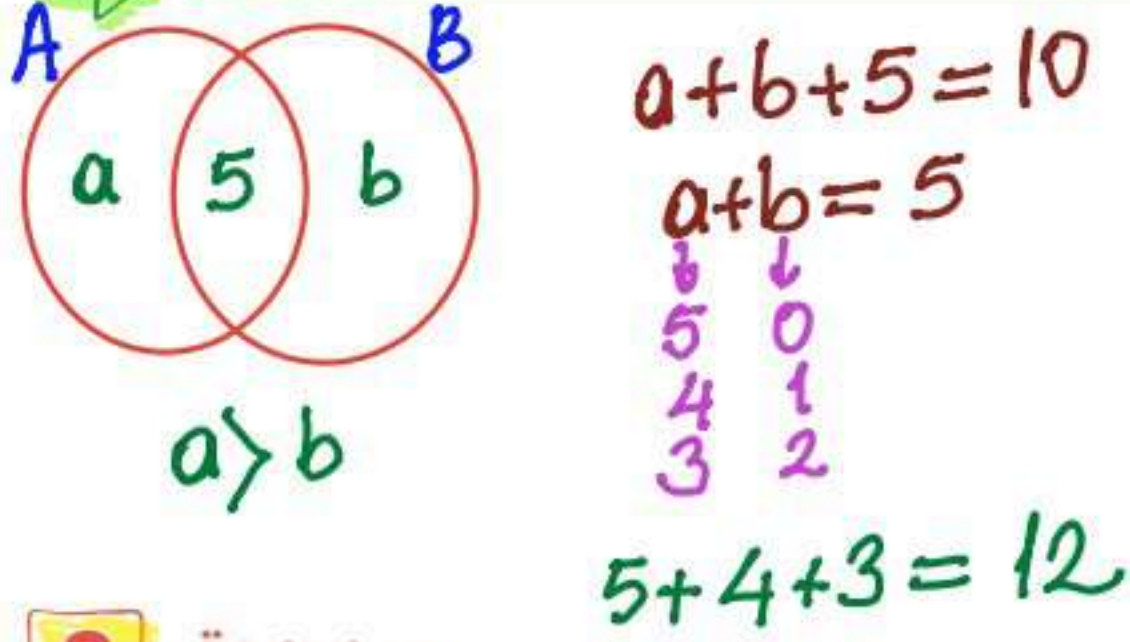
? ÖRNEK 66.

A ve B iki kümedir.

$$s(A \cup B) = 10, s(A \cap B) = 5 \text{ ve } s(A) > s(B) \text{ dir.}$$

Buna göre, $s(A - B)$ nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM



? ÖRNEK 67.

A ve B iki kümedir.

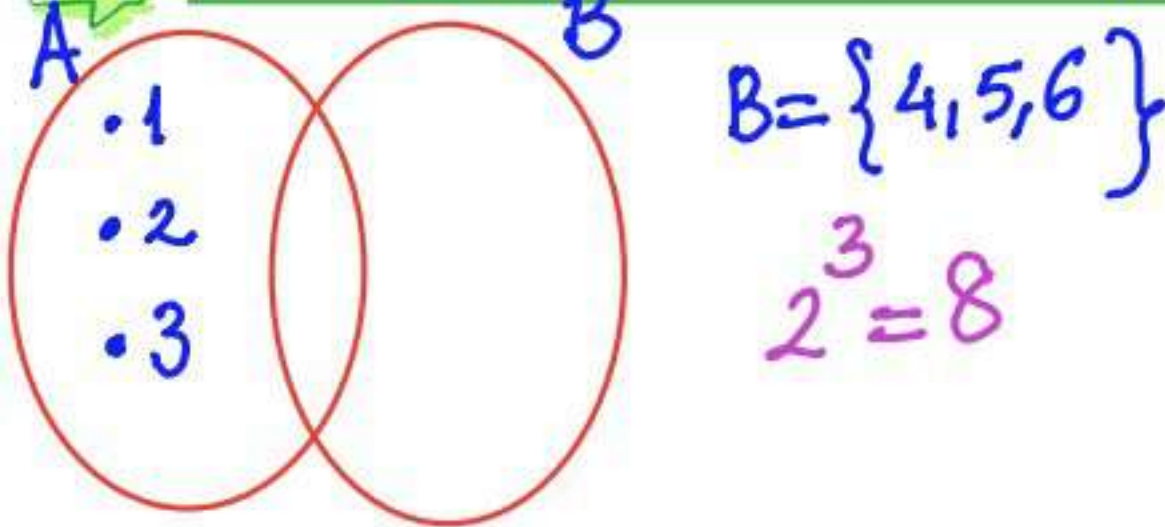
$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A - B = \{1, 2, 3\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, B kümesinin kaç tane alt kümesi vardır?

✓ ÇÖZÜM



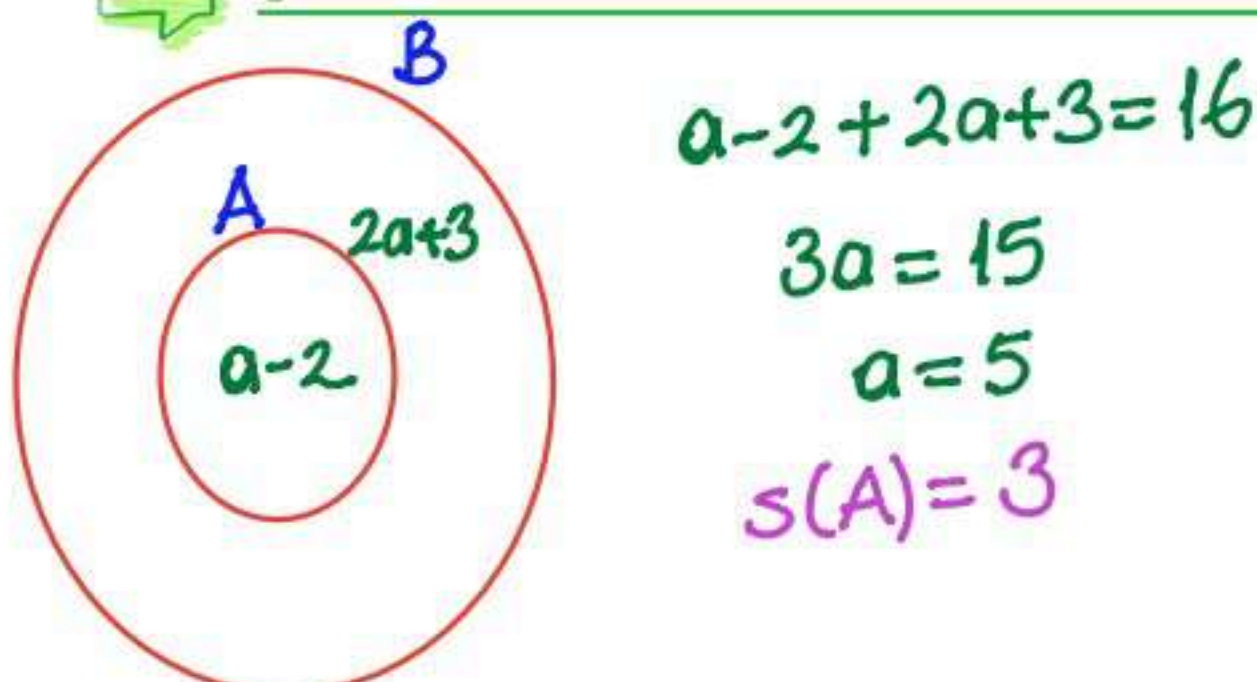
? ÖRNEK 68.

A ve B iki küme olmak üzere, A kümesi B kümesinin alt kümesidir.

- $s(A \cap B) = a - 2$
- $s(B - (A \cap B)) = 2a + 3$
- $s(B) = 16$

olduğuna göre, $s(A)$ kaçtır?

✓ ÇÖZÜM



? ÖRNEK 69.

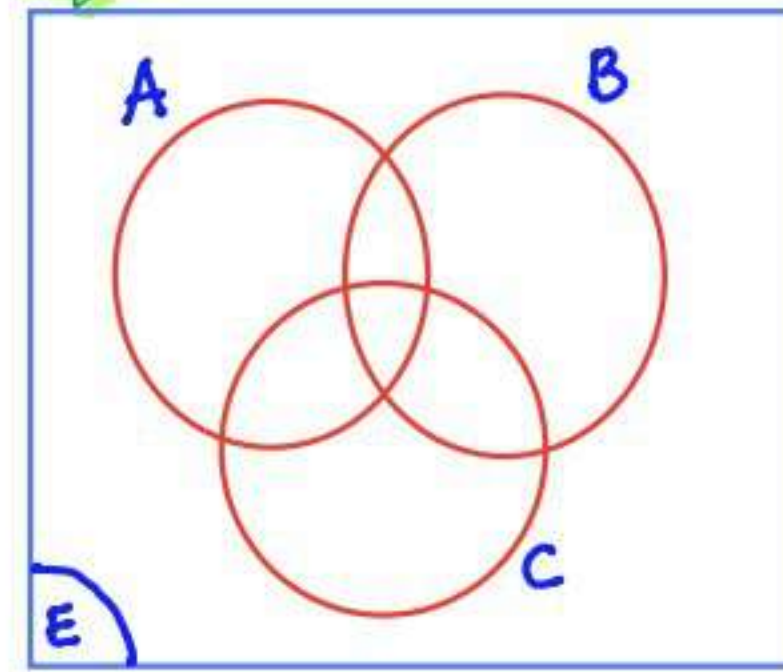
A, B ve C kümeleri evrensel kümenin birer alt kümesidir.

Buna göre,

- $A - B = A - (A \cap B)$ ✓
- $(A \cap B) \cup (A - B) = A$ ✓
- $A - (B \cup C) = (A - B) \cup (A - C)$ ✗

ifadelerinden hangileri doğrudur?

✓ ÇÖZÜM



I ve II doğrudur.

? ÖRNEK 70.

$$A = \{-2, 3, m, 8, 15\} \text{ ve } m = 10$$

$$B = \{3, 5, n, 10, 13\} \text{ } n = 8$$

kümeleri veriliyor.

$$A \cap B = \{3, 8, 10\} \text{ dir.}$$

$$A \cup B = \{-2, 3, 5, 8, 10, 13, 15\}$$

Buna göre,

- $(n - m) \in A$
- $s(A \cup B) - s(A \cap B) = \frac{n}{2} = 4$
- $(n + m) \in B$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

✓ ÇÖZÜM

$$I. (8 - 10) = -2 \in A$$

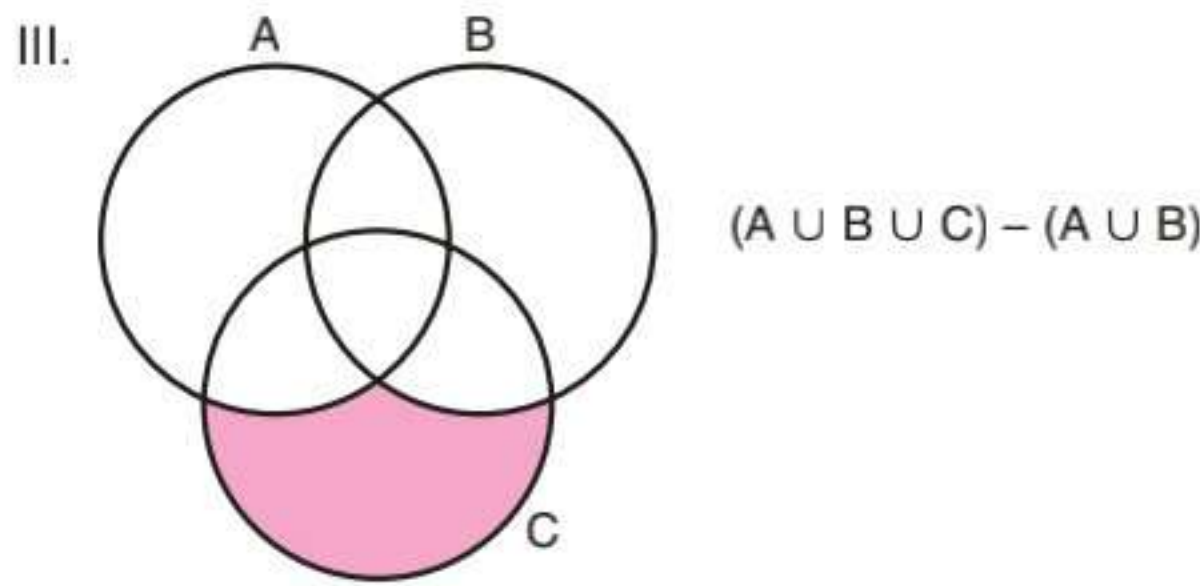
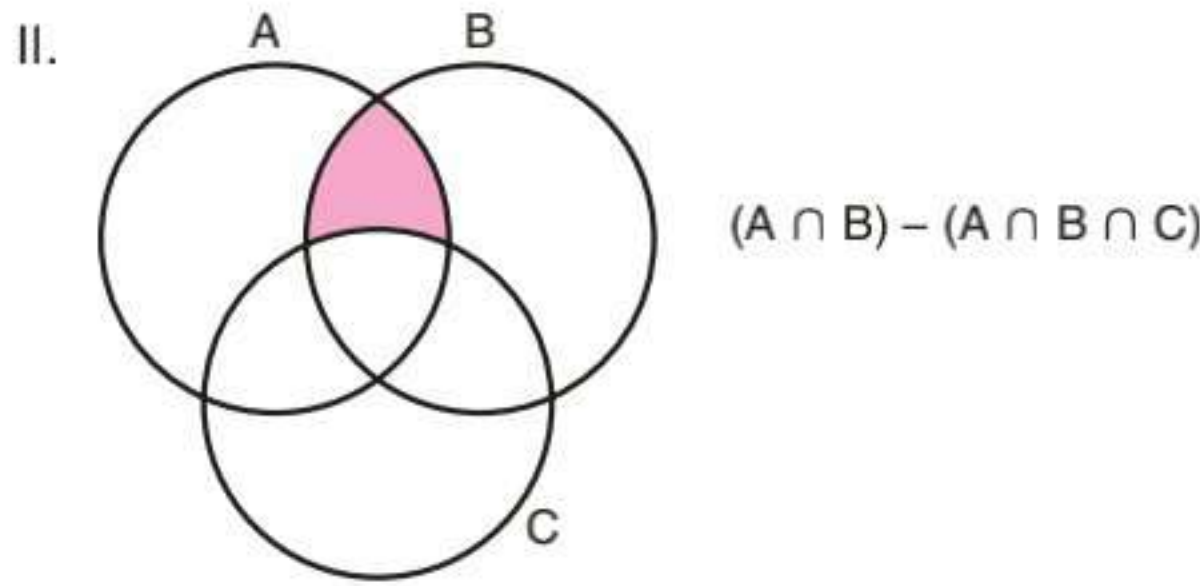
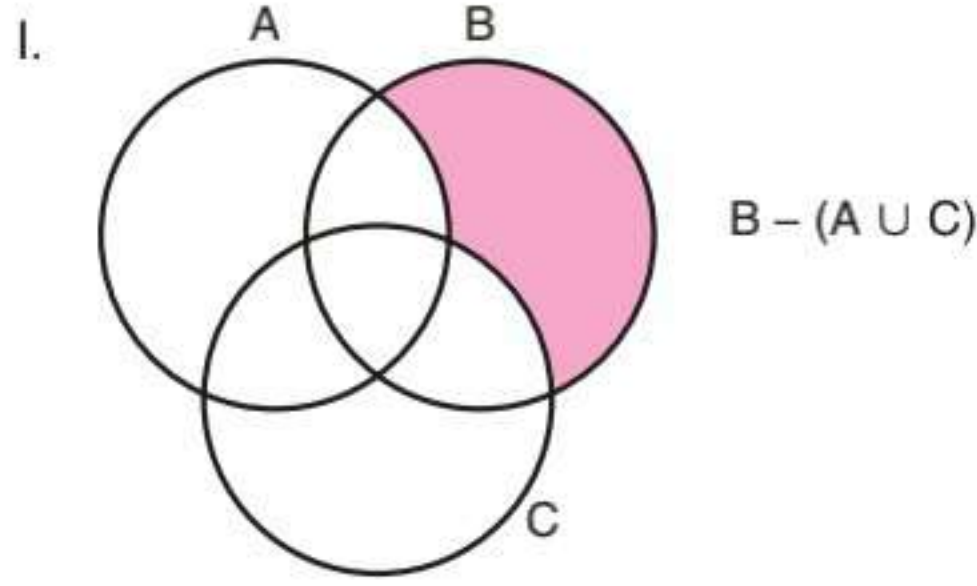
$$II. s(A \cup B) - s(A \cap B) = 7 - 3 = 4$$

$$III. (8 + 10) = 18 \notin B$$

I ve II doğrudur.

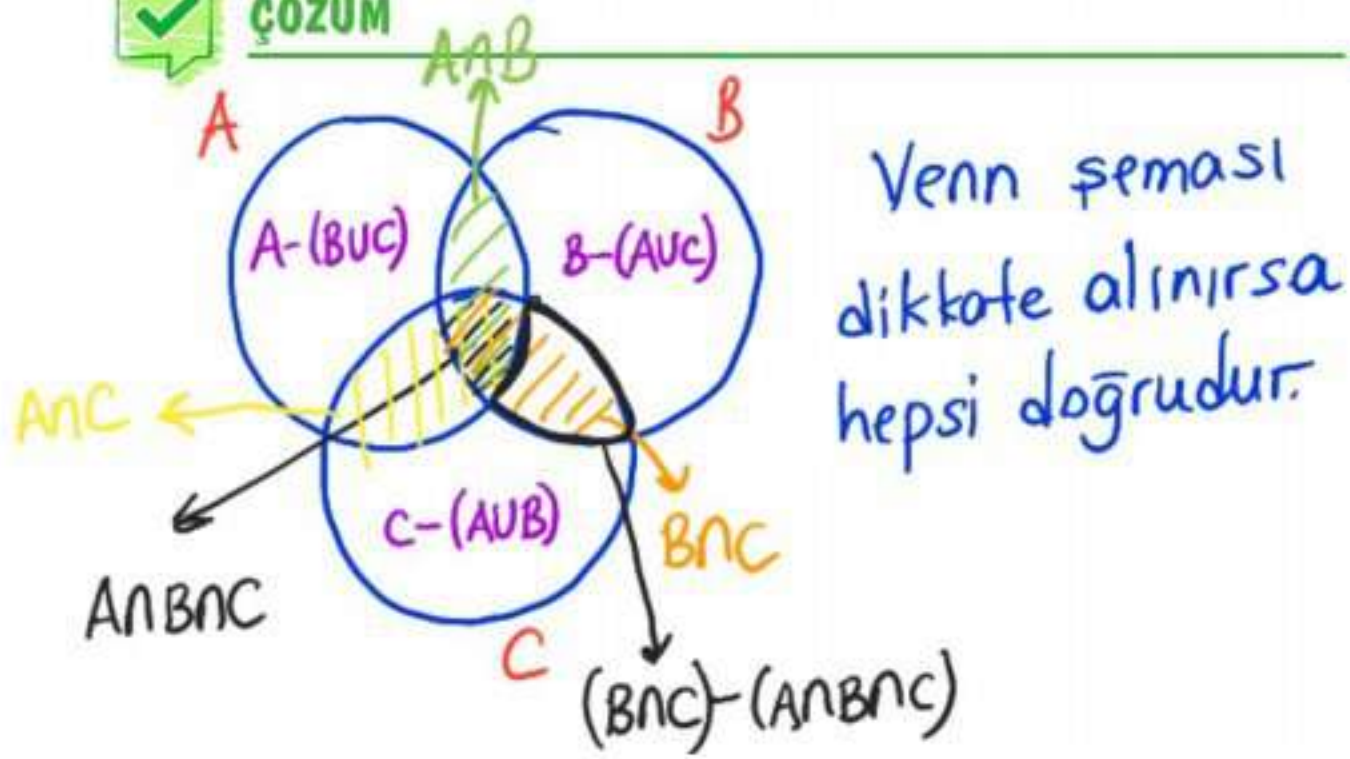
? ÖRNEK 71.

Aşağıda A, B ve C kümeleri verilmiştir. Boyalı bölgeyi ifade eden kümeler şekillerin yanlarına yazılmıştır.



Buna göre, boyalı bölgeyi ifade eden kümelerden hangileri doğrudur?

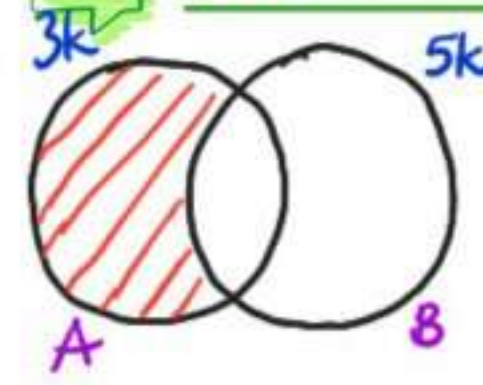
✓ ÇÖZÜM



? ÖRNEK 72.

101 ile 500 arasındaki sayılardan kaç tanesi 3 ile bölündüğü halde 5 ile bölünemez?

✓ ÇÖZÜM



$$101 < 3k < 500$$

$$34 \leq k \leq 166 \rightarrow s(A) = 133$$

$$(3, 5)_{EKOK} = 15k$$

$$101 < 15k < 500$$

$$7 \leq k \leq 33 \rightarrow s(A \cap B) = 27$$

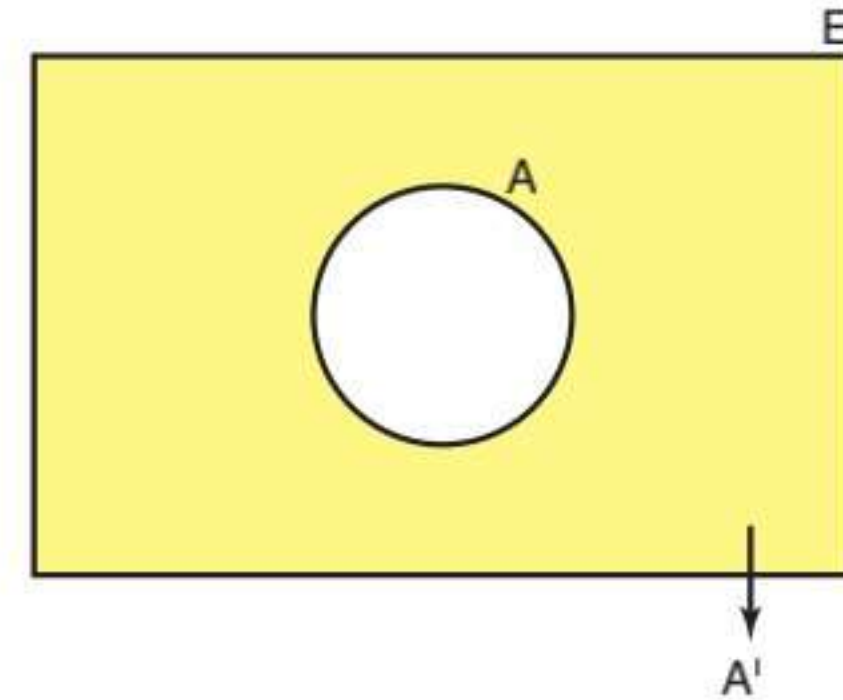
$$s(A - B) = 133 - 27 = 106$$



YANINDA BULUNSUN

Tümleme İşlemi

A kümesi E evrensel kümesinin bir alt kümesi olmak üzere, A kümesinin elemanı olmayıp E kümesinin elemanı olan elemanlardan oluşan kümeye A'nın E'ye göre tümleyeni veya kısaca A'nın tümleyeni denir ve A' ile gösterilir.



Tümleme İşleminin Özellikleri

A ve B kümeleri E evrensel kümesinin iki alt kümesi olmak üzere,

- $E - A = A'$
- $A - E = \emptyset$
- $(A')' = A$
- $E' = \emptyset$
- $\emptyset' = E$
- $A \cap A' = \emptyset$
- $A \cup A' = E$
- $A - B = A \cap B'$
- $s(A) + s(A') = s(E)$

De Morgan Kuralları

- $(A \cup B)' = A' \cap B'$
- $(A \cap B)' = A' \cup B'$ dir.

? ÖRNEK 73.

$$E = \{a, b, c, d, e, i, o, u\}$$

evrensel kümesine göre, $A = \{e, i, o\}$ kümesinin tümleyenini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$A' = \{a, b, c, d, u\}$$

? ÖRNEK 74.

A ve B kümeleri E evrensel kümesinin alt kümeleridir.

$$s(A') + s(B) = 14$$

$$s(A) + s(B') = 20$$

olduğuna göre, $s(E)$ kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$s(A) + s(A') = s(E)$$

$$2 \cdot s(E) = 34$$

$$s(E) = 17$$

? ÖRNEK 75.

Bir kümenin elemanları sadece asal sayılardan oluşuyorsa bu kümeye "Asal Küme" denir.

Buna göre,

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

kümesinin alt kümelerinden kaç tanesi asal kümedir?

✓ ÇÖZÜM

$$\{2, 3, 5, 7\}$$

$$2^4 - 1 = 15$$

↳ Baş küme

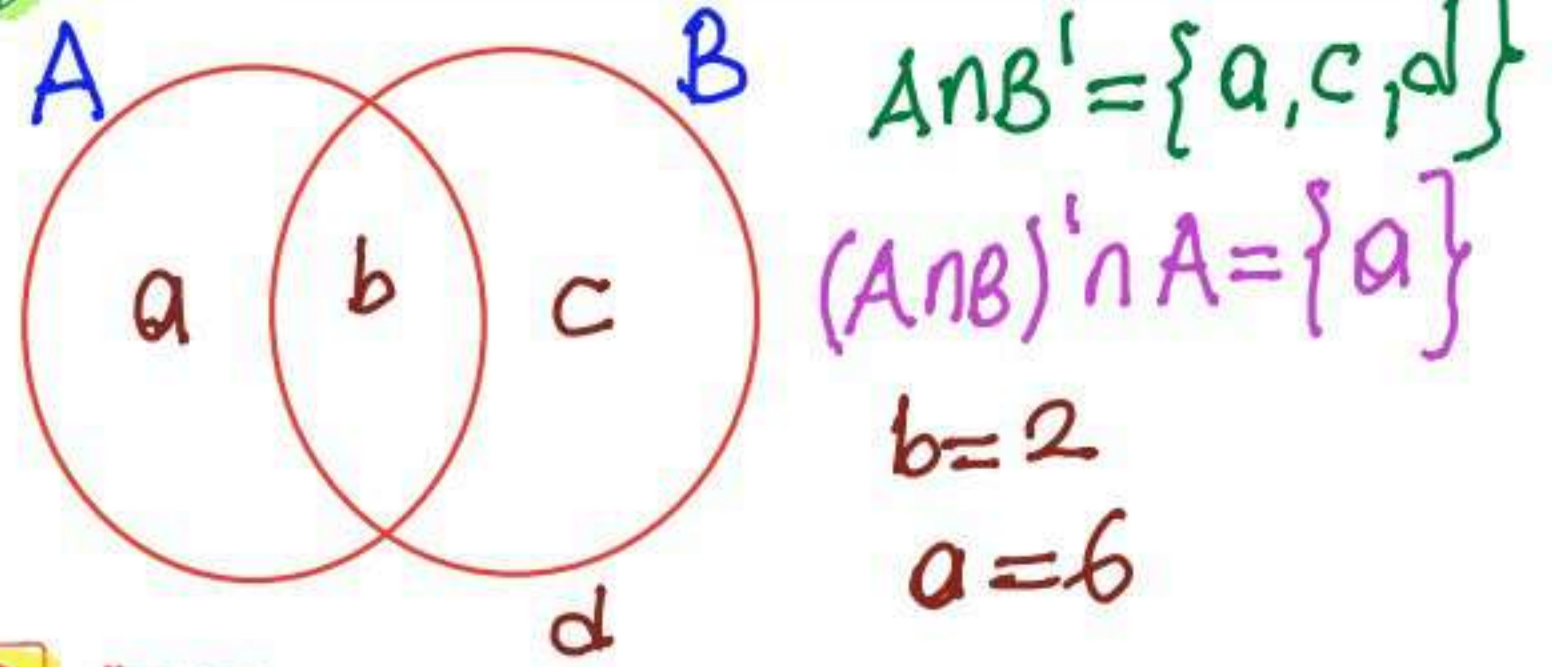
? ÖRNEK 76.

A ve B birer kümedir.

$$s(A) = 8 \text{ ve } s(A \cap B) = 2 \text{ dir.}$$

Buna göre, $(A \cap B)' \cap A$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

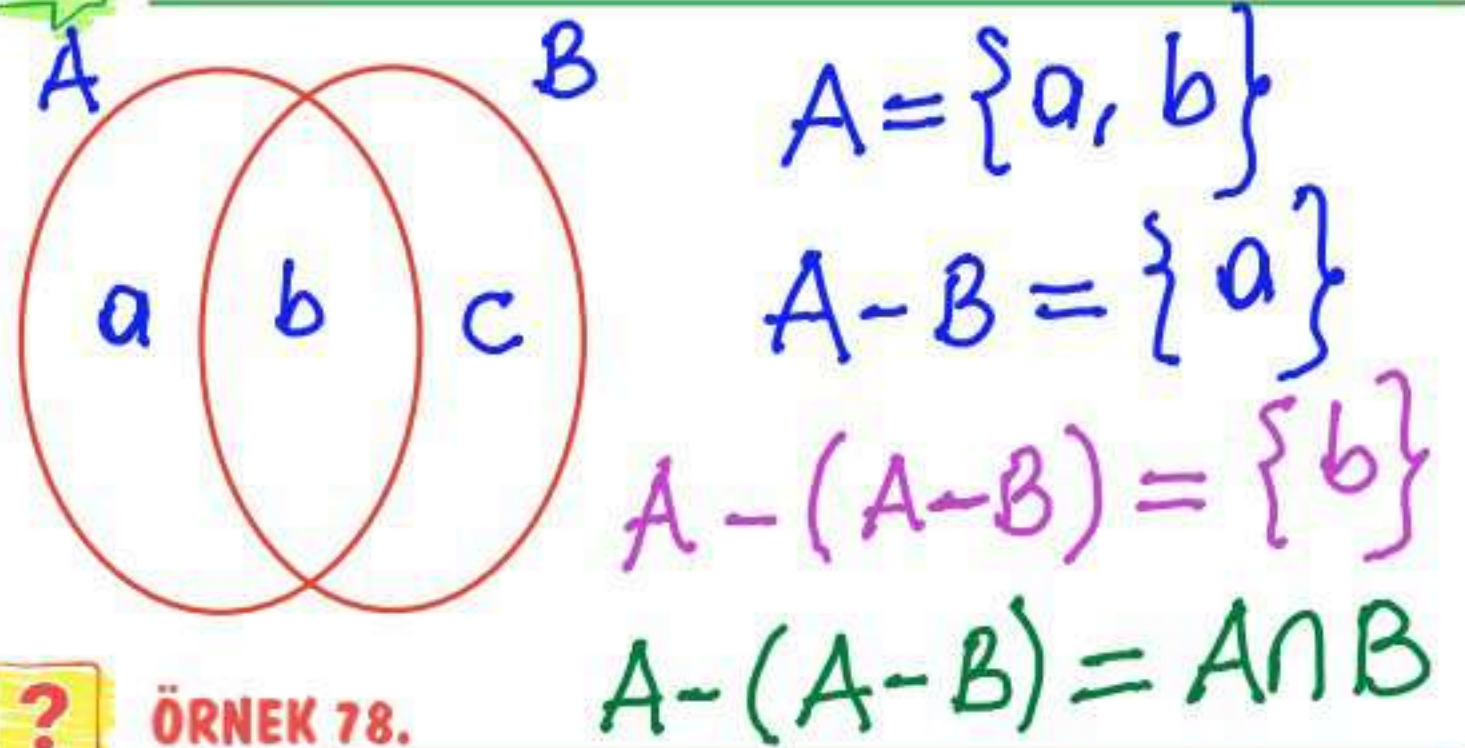


? ÖRNEK 77.

A ve B evrensel kümenin iki alt kümesidir.

Buna göre, $A - (A - B)$ ifadesinin sonucunu kesişim veya birleşim işlemi biçiminde gösteriniz.

✓ ÇÖZÜM



? ÖRNEK 78.

A ve B kümeleri E evrensel kümesinin alt kümeleridir.

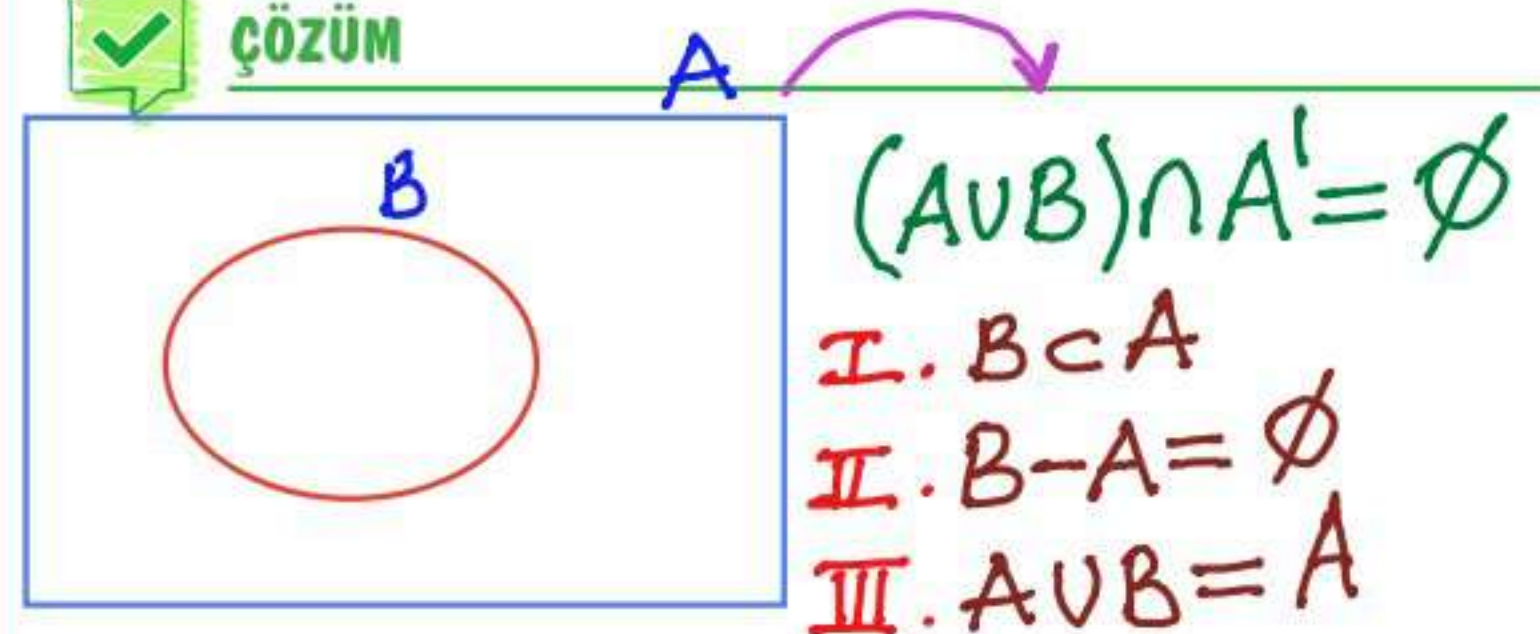
$$(A \cup B) \cap A' = \emptyset \text{ dir.}$$

Buna göre,

- I. $B \subset A$
- II. $B - A = \emptyset$
- III. $A \cup B = E$

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

✓ ÇÖZÜM



? ÖRNEK 79.

Aşağıda aylara ait bir tablo verilmiştir.

AYLAR	Ocak	Şubat	Mart	Nisan	Mayıs	Haziran	Temmuz	Ağustos	Eylül	Ekim	Kasım	Aralık
Tan												
Ege												

Tan, sırasıyla bir ay kitap alıp iki ay almamış, Ege ise sırasıyla iki ay kitap alıp bir ay kitap almamıştır.

Tan ve Ege Ocak ayında kitap almaya başlamış ve bir yıl boyunca yukarıdaki düzende kitap almışlardır. Tan'ın kitap aldığı ayların kümesi A ve Ege'nin kitap almadığı ayların kümesi B'dir.

Buna göre, $A' \cap B'$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$A' \cap B' = (A \cup B)'$$

$$A = \{ \text{Ocak, Nisan, Temmuz, Ekim} \}$$

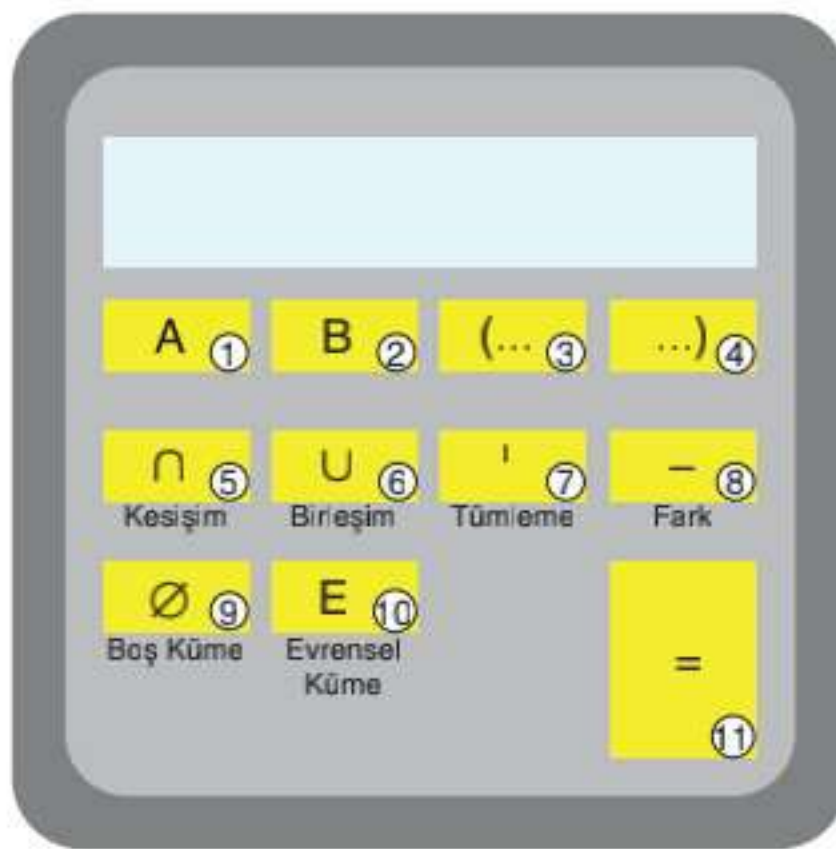
$$B = \{ \text{Ocak, Şubat, Nisan, Mayıs, Tem., Ağu., Ekim, Kasım} \}$$

$$(A \cup B)' = \{ \text{Mart, Haziran, Eylül, Aralık} \}$$

$$s((A \cup B)') = 4$$

? ÖRNEK 80.

Aşağıda, kümelerde işlem yapabilmek için bir küme makinesi geliştirilmiştir.



Örneğin; bu küme makinesinde sırasıyla 1-7-5-2-7-11 tuşlarına basıldığında ekranda soldan sağa doğru sırasıyla 3-1-6-2-4-7 sayıları çıkmaktadır. Sonuç olarak küme makinesinde $A' \cap B' = (A \cup B)'$ eşitliği gösterilmiş olur.

Buna göre, küme makinesinde sırasıyla,

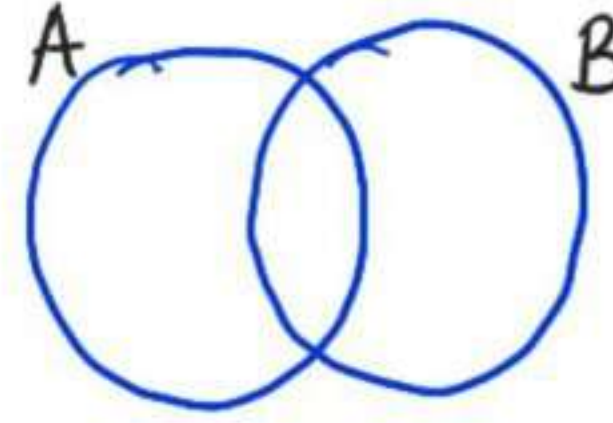
3-1-8-2-7-4-6-3-2-8-1-4-11

tuşlarına basıldığında ekranda görünecek olan sayı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$3-1-8-2-7-4-6-3-2-8-1-4$$

$$(A - B') \cup (B - A)$$



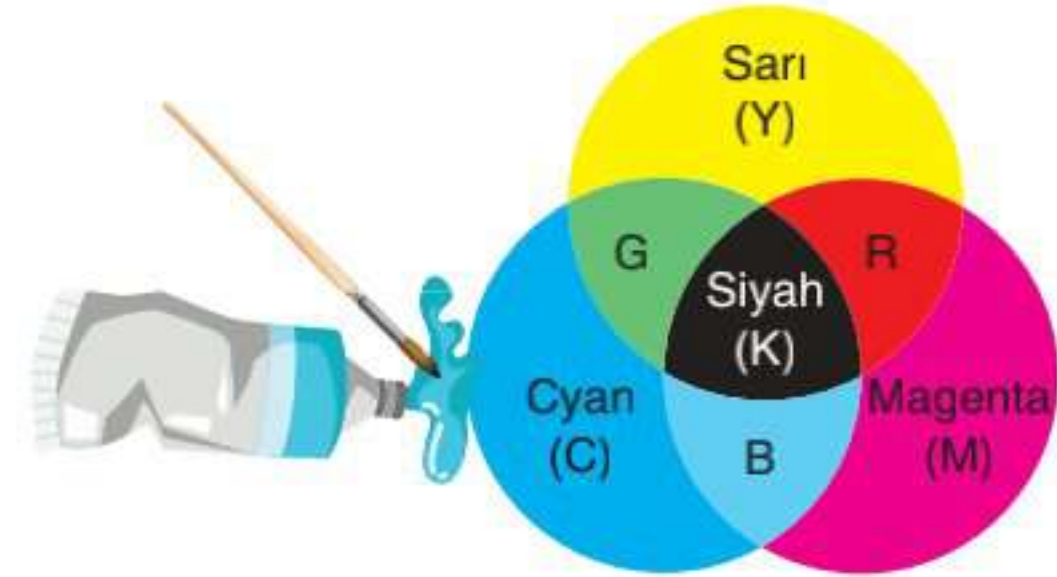
$$(A - B') \cup (B - A)$$

$$(A \cap B) \cup (B - A) = B$$

$$B \rightarrow 2$$

? ÖRNEK 81.

Aşağıda boya pigmentleriyle resim yapan ressamın farklı renkleri elde etmek için kullandıkları "Renk Uzayı" gösterilmiştir.



Renk uzayında ana renkleri; Cyan (C), Magenta (M) ve Sarı (Y) dir.

Bu üç ana rengin eşit miktarlarda karıştırılması sonucu Siyah (K) rengi elde edilip;

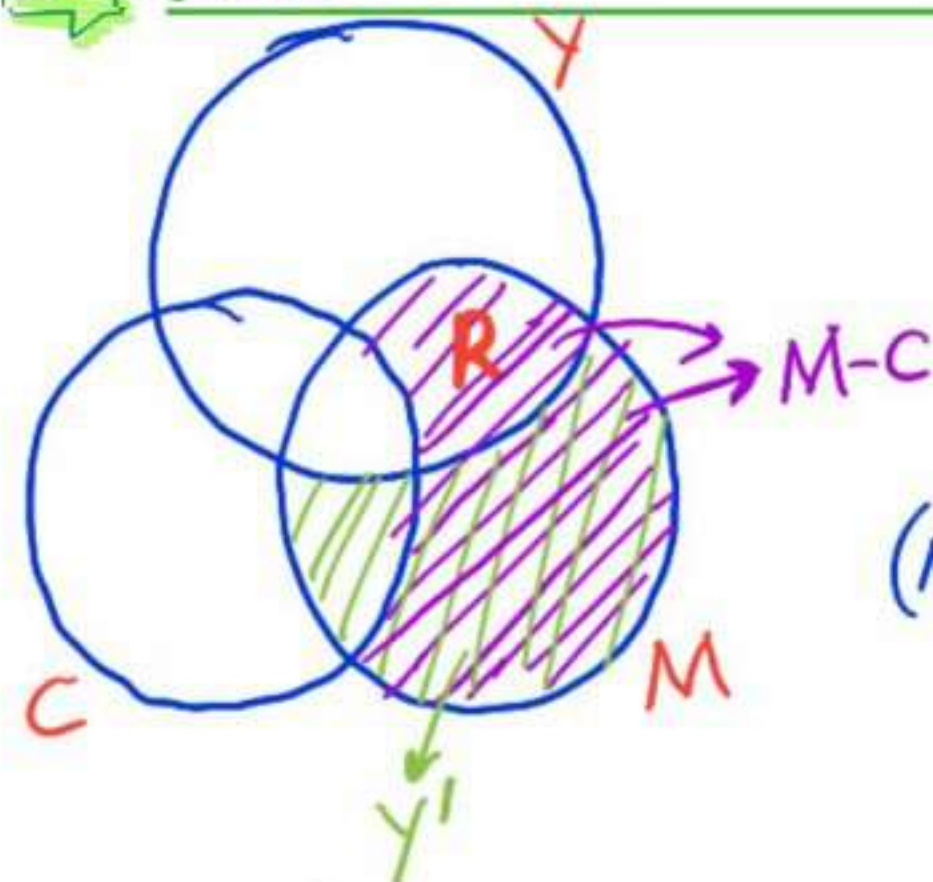
$$C \cap M \cap Y = K$$

eşitliği ile ifade edilir.

Renk uzayında ana renklerin yanı sıra Kırmızı (R), Mavi (B) ve Yeşil (G) ara renkleri bulunur. Bir ara renk iki rengin eşit miktarda karıştırılmasıyla oluşur.

Buna göre, $(M - C) - Y'$ kümesinin eşitini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

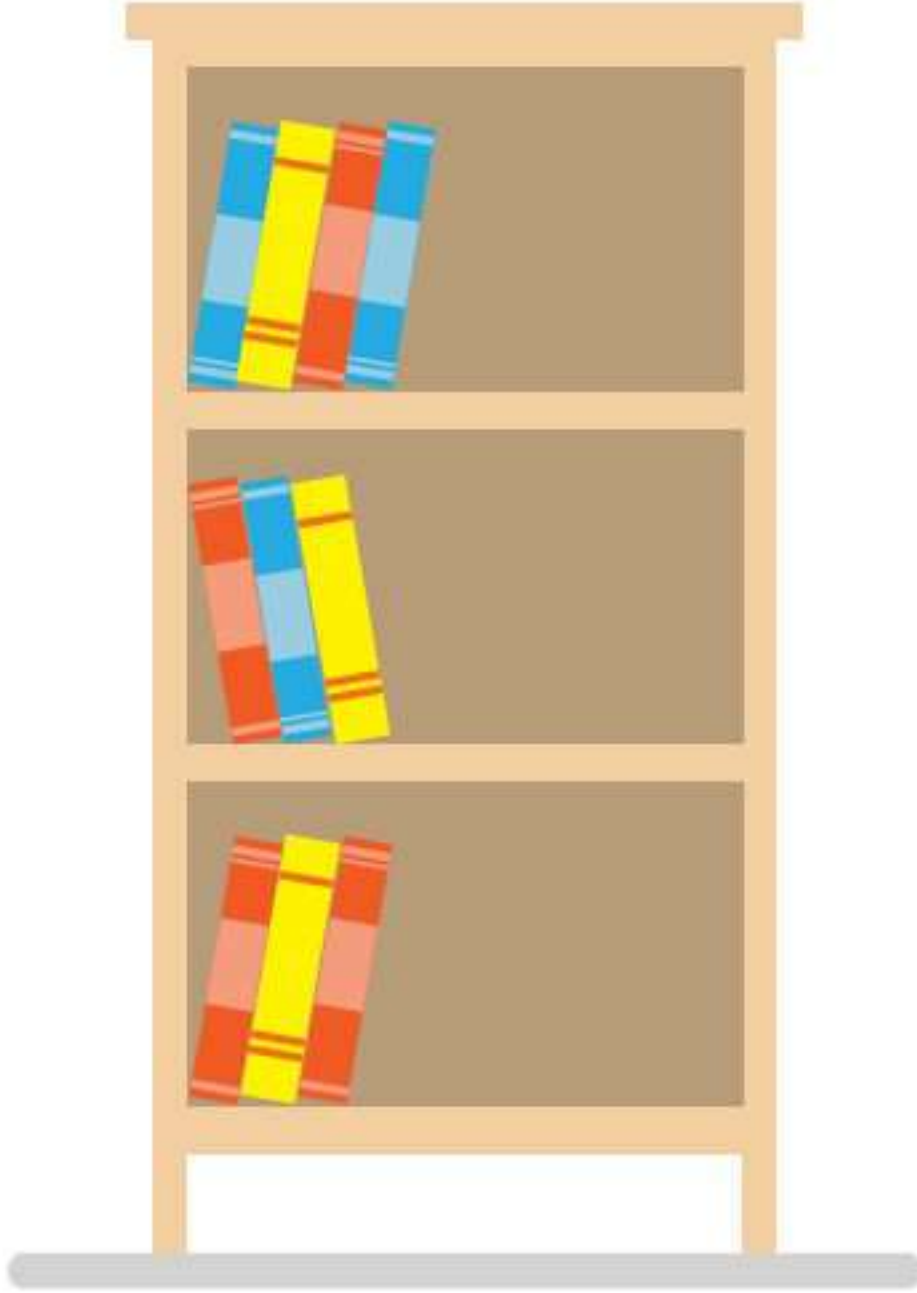


$$(M - C) - Y' = R$$

Küme



ÖRNEK 82.



Bir kitaplıkta 3 farklı bölme vardır.

Üst bölmede 2 mavi, 1 sarı ve 1 kırmızı kitap,
Orta bölmede 1 mavi, 1 sarı ve 1 kırmızı kitap ve
Alt bölmede 2 kırmızı ve 1 sarı kitap vardır.

Aynı renkli kitaplar birbirinin aynısıdır.

Ü : Üst bölmedeki kitapların kümesi

O : Orta bölmedeki kitapların kümesi

A : Alt bölmedeki kitapların kümesi

olmak üzere, $s(\bar{U} - O') + s(O \cap A')$ toplamının sonucu kaçtır?



ÇÖZÜM

$$\bar{U} = \{k, m, s\}, O = \{k, m, s\}, A = \{k, s\}$$

$$\bar{U}' = \emptyset, O' = \emptyset, A' = \{m\}$$

$$s(\bar{U} - O') = 3, s(O \cap A') = 1$$

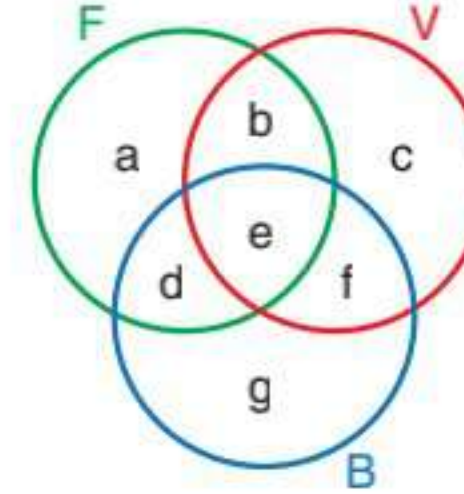
$$s(\bar{U} - O') + s(O \cap A') = 4$$



YANINDA BULUNSUN

Küme Problemleri

- Aşağıda verilen metinleri matematiksel olarak ifade ediniz.
En az bir oyunun oynandığı bir toplulukta; Futbol, Basketbol ve Voleybol oynayanlar vardır.



Yalnız bir oyun oynayanlar :

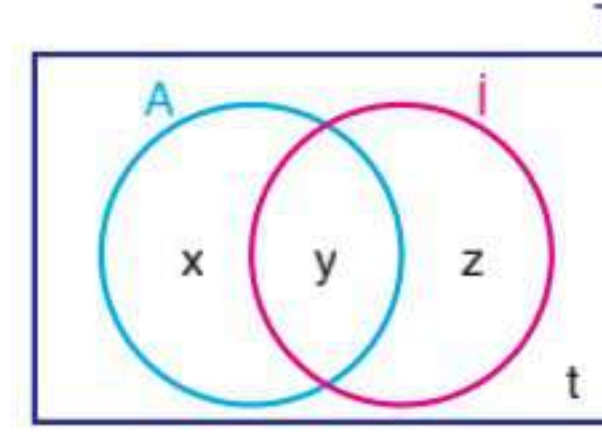
En az iki oyun oynayanlar :

Futbol veya Basketbol oynayanlar :

Futbol veya Basketbol oynayıp
Voleybol oynamayanlar :

Her üç oyunu da oynayanlar :

- Herkesin Türkçe bildiği bir toplulukta İngilizce ve Almanca bilenler de bulunmaktadır.

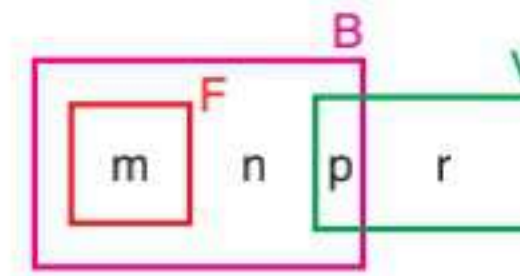


Yalnız iki dil bilenler :

Üç dil bilenler :

En çok iki dil bilenler :

- Futbol, basketbol ve voleybol oyunlarından en az birinin oynandığı bir toplulukta futbol oynayan herkes basketbol oynamakta voleybol oynamamaktadır.

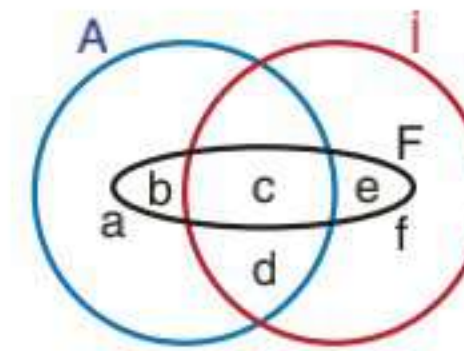


Yalnız bir oyun oynayanlar :

En az iki oyun oynayanlar :

Basketbol oynayıp futbol
oynamayanlar :

- Almanca, İngilizce ve Fransızca dillerinden en az birinin konuşulduğu bir toplulukta Fransızca bilen herkes Almanca veya İngilizce de bilmektedir.



Üç dil bilenler :

Almanya veya İngilizce
bilip Fransızca bilmeyenler :

Almanca bilip İngilizce
bilmeyenler :

- Bir sınıfta gözlüklü, gözlüksüz, kız ve erkek öğrenciler bulunmaktadır.

	K	E
Gözlüklü	a	b
Gözlüksüz	c	d

Gözlüklü erkek :

Gözlüksüz kız :

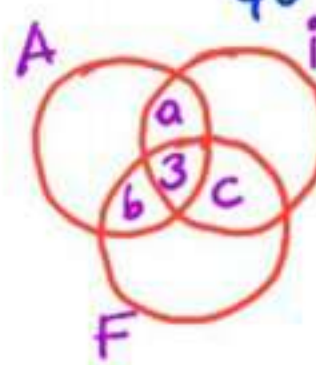
? ÖRNEK 83.

Almanca, İngilizce ve Fransızca dillerinden en az birinin konuşulduğu 43 kişilik bir toplulukta 27 kişi Almanca, 21 kişi Fransızca, 20 kişi de İngilizce bilmektedir.

Her üç dili de bilen 3 kişi olduğuna göre, yalnız iki dil bilen kaç kişi vardır?

✓ ÇÖZÜM

$$s(A \cup I \cup F) = s(A) + s(I) + s(F) - s(A \cap I) - s(A \cap F) - s(I \cap F) + s(A \cap I \cap F)$$

$$43 = 27 + 20 + 21 - s(A \cap I) - s(A \cap F) - s(I \cap F) + 3$$


$$s(A \cap I) + s(A \cap F) + s(I \cap F) = 28$$

$$a+3 \quad b+3 \quad c+3$$

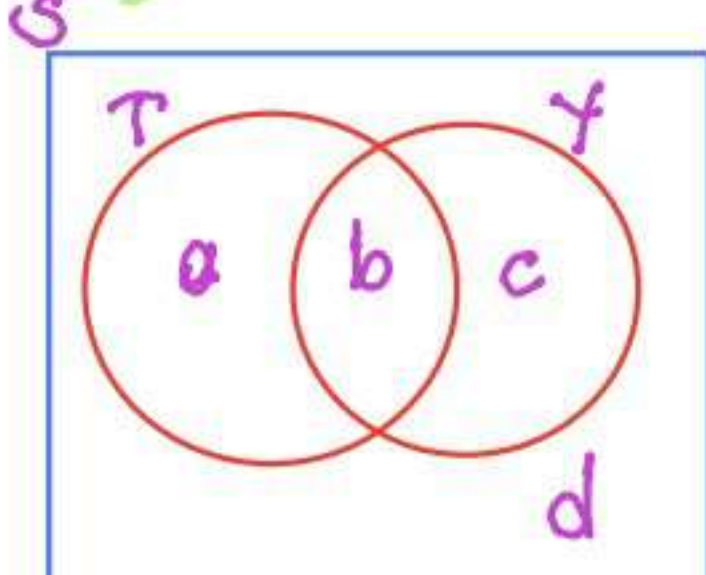
$$a+b+c = 19$$

? ÖRNEK 84.

30 kişilik bir toplulukta herkes su kayağı sporunu yapmaktadır. Tüpsüz dalış sporu yapmayan 18 kişi, yüzme sporu yapmayan 14 kişidir. Su kayağı, tüpsüz dalış sporu ve yüzme sporunu yapanlar 9 kişidir.

Buna göre, sadece su kayağı sporu yapanlar kaç kişidir?

✓ ÇÖZÜM



$$c+d=18$$

$$a+d=14$$

$$b=9$$

$$a+b+c+d=30$$

$$\frac{1}{3} \quad \frac{1}{9} \quad 18$$

$$d=11$$

? ÖRNEK 85.

Matematik veya Türkçe derslerinde başarılı olan öğrencilerin bulunduğu bir sınıfta öğrencilerin %50'si matematik dersinden, %60'ı Türkçe dersinden başarılı olmuştur.

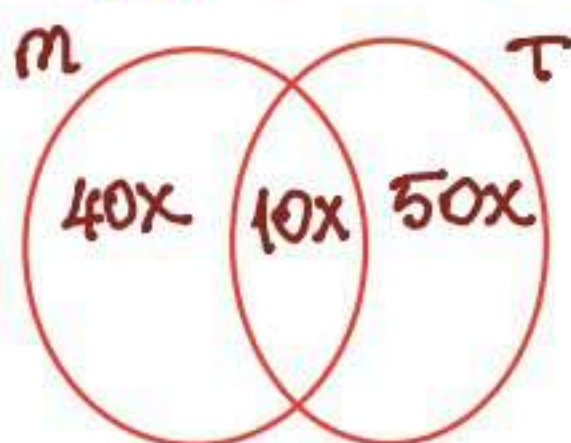
Bu sınıfta yalnız matematik dersinden başarılı olan 28 öğrenci olduğuna göre, yalnız Türkçe dersinden başarılı olan öğrenci sayısı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

Sınıf mevcudu $100x$ olsun.

$50x \rightarrow$ matematik

$60x \rightarrow$ Türkçe



$$40x = 28$$

$$10x = 7$$

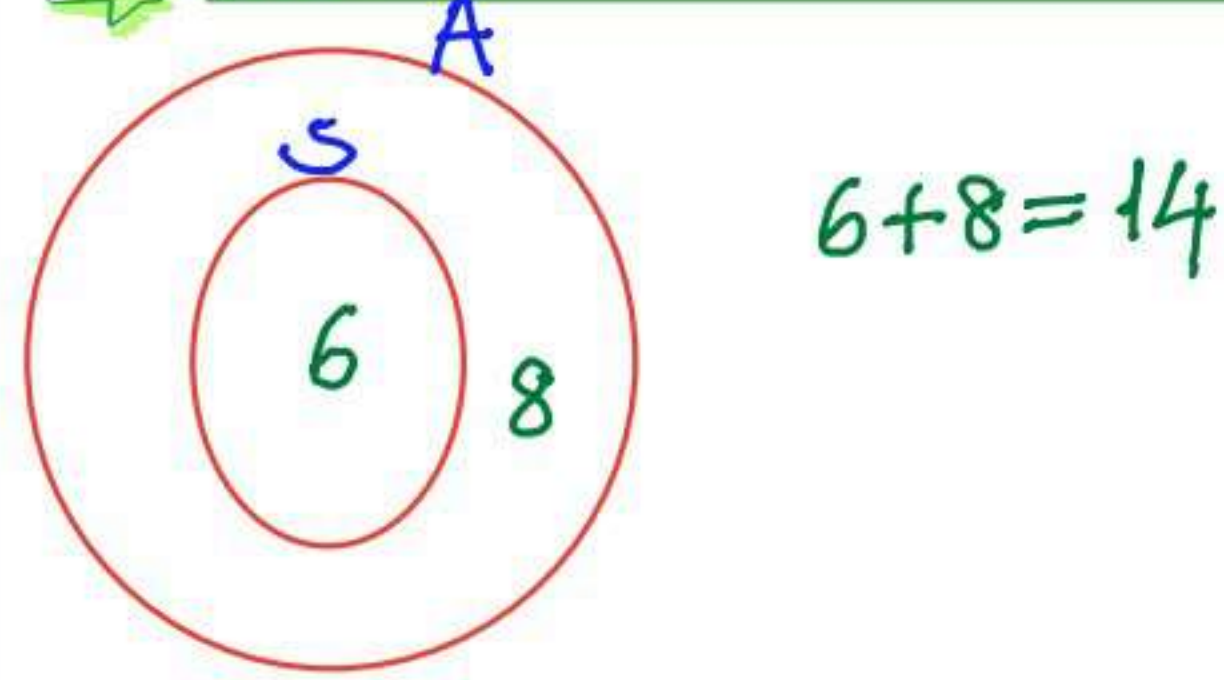
$$50x = 35$$

? ÖRNEK 86.

Arkeoloji ve Sanat Tarihi bölümlerinden en az birini okuyanlardan oluşan bir grup öğrenciden Sanat Tarihi okuyan herkes Arkeoloji bölümünü de okumaktadır.

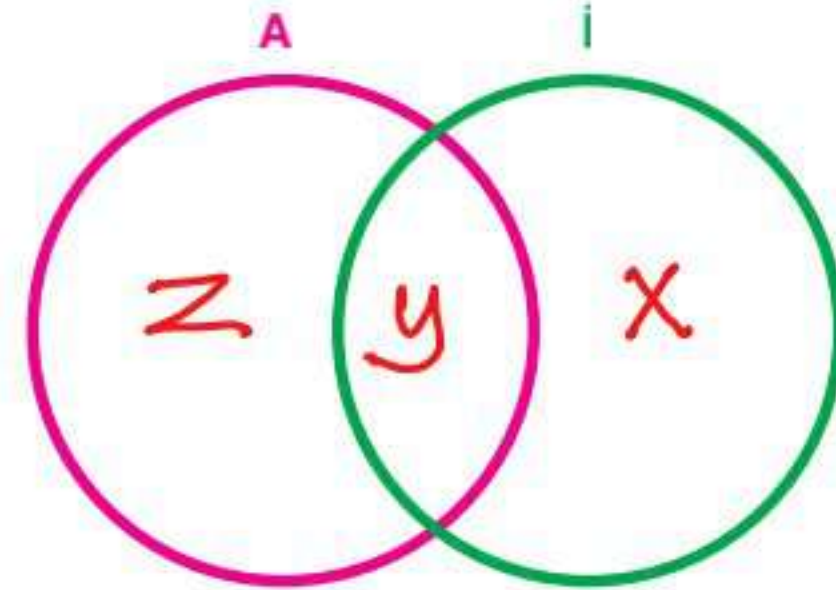
Her iki bölümü okuyan 6 ve bir bölümü okuyan 8 öğrenci olduğuna göre, grupta toplam kaç öğrenci vardır?

✓ ÇÖZÜM



? ÖRNEK 87.

Almanca ve İngilizce dillerinin en az birinin konuşulduğu bir toplulukta Almanca bilenlerin kümesi A ve İngilizce bilenlerin kümesi I'dir.



- İngilizce bilip Almanca bilmeyen x kişidir.
- Her iki dili bilenler y kişidir.
- Almanca bilenler $y+z$ kişidir.

İngilizce bilmeyenler Almanca bilmeyenlerden daha azdır. En az bir dil bilenler sadece bir dil bilenlerin 2 katıdır.

Buna göre; x , y ve z arasındaki sıralamayı bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$z < x \quad x+y+z = 2(x+z)$$

$$x+z = y$$

$$y > x > z \text{ bulunur.}$$

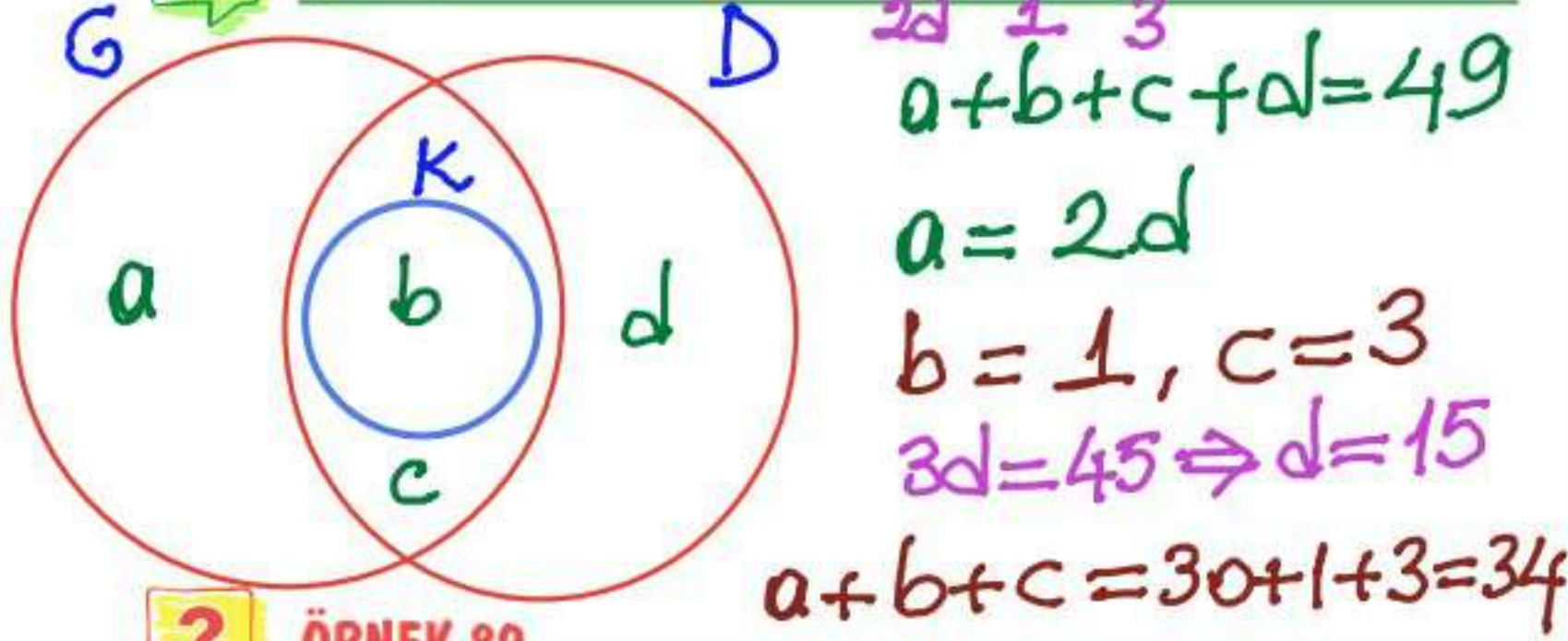
Küme

? ÖRNEK 88.

Dergi, kitap ve gazete okuyanların en az birinin bulunduğu 49 kişilik bir toplulukta, kitap okuyan herkes gazete ve dergi de okumaktadır. Sadece gazete okuyanlar sadece dergi okuyanların 2 katıdır.

Her üçünü de okuyan 1 kişi ve sadece dergi ve gazete okuyan 3 kişi olduğuna göre, gazete okuyanlar kaç kişidir?

✓ ÇÖZÜM

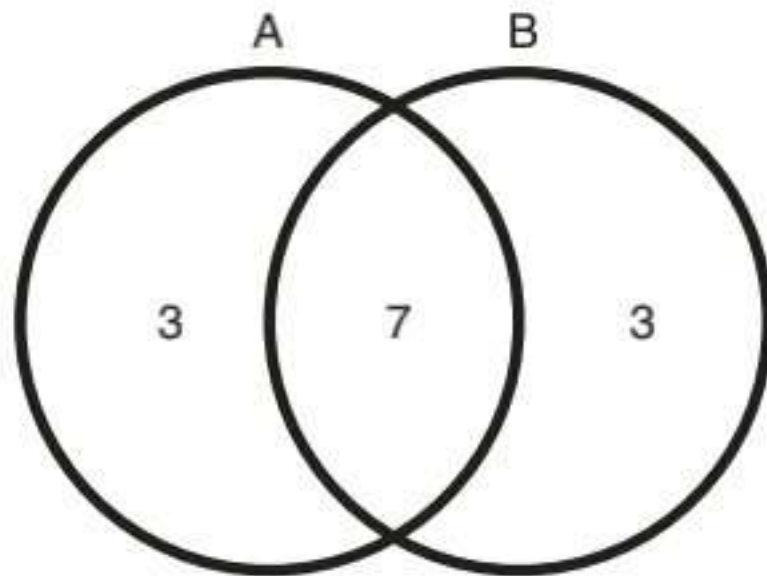


? ÖRNEK 89.

Aşağıda, A ve B marka iki cep telefonunun bazı özellikleri karşılaştırılmıştır.

Özellikler	A Markası	B Markası
Bluetooth	Var	Var
Çift Hat Kullanabilme	Var	Yok
GPS	Var	Var
Dokunmatik Ekran	Var	Var
Ön Kamera	Var	Var
Arka Kamera	Var	Var
Kamera Yakınlaştırma	Var	Yok
Android İşletim Sistemi	Var	Var
MP3 Çalma	Yok	Var
Suya Dayanıklılık	Var	Yok
Yüz Tanıma	Yok	Var
Polifonik Zil Çalabilme	Var	Var
Dahili Hafıza	Yok	Var

Bu özelliklerden A Marka cep telefonunda var olanlar A kümesinin B Marka cep telefonunda var olanlar B kümesinin elemanları olarak tanımlanıyor.



Buna göre, yukarıda verilen Venn şemasına göre tabloda boş bırakılan yerlere kaç tane daha "Var" kelimesi yazılmalıdır?

✓ ÇÖZÜM

$s(A)=10, s(B)=10, s(A \cap B)=7$
olacak şekilde doldurulduğunda
4 tane daha Var yazılmalıdır.

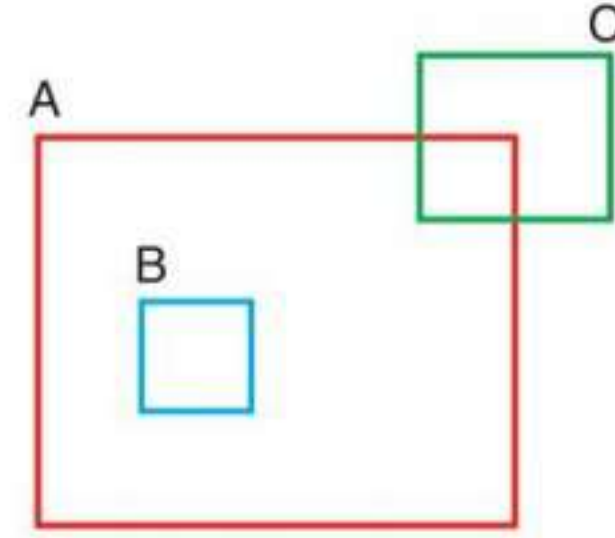
? ÖRNEK 90.

Bir kurdaki öğrencilerin yaşları ile ilgili,

- 18 yaşının üzerindeki öğrenciler A kümesi ile
- 25 yaşının üzerindeki öğrenciler B kümesi ile
- 20 yaşının altındaki öğrenciler C kümesi ile

gösterilmek üzere, bu durumu en iyi temsil eden kümeyi Venn şeması ile gösteriniz.

✓ ÇÖZÜM



? ÖRNEK 91.

57 kişinin bulunduğu bir toplulukta gözlüklü, gözlüksüz, kız ve erkek öğrenciler vardır. Gözlüklü erkekler 17 kişi, gözlüksüz kızlar 24 kişidir.

Toplulukta gözlüksüz 34 kişi olduğuna göre, gözlüklü kaç kız öğrenci vardır?

✓ ÇÖZÜM

	G.'lü	G.'süz
Kız	a	b
Erkek	c	d

$$\begin{aligned}
 a+b+c+d &= 57 \\
 c &= 17, \quad b = 24 \\
 b+d &= 34 \\
 a+c &= 23 \Rightarrow a=6 \\
 \downarrow & \quad \downarrow \\
 6 & \quad 17
 \end{aligned}$$

88. 34	89. 4	90.	91. 6



YANINDA BULUNSUN

Sıralı İkili

Her ikisi de boş kümeden farklı A ve B kümeleri için A kümesinden bir a elemanı, B kümesinden bir b elemanı alınarak elde edilen ve (a, b) şeklinde gösterilen ifadeye "**Sıralı İkili**" denir.

Bu gösterimde "a" ya birinci bileşen, "b" ye ise ikinci bileşen denir.

- $(a, b) \neq (b, a)$ dir. $(a \neq b)$
- (a, b) ve (c, d) sıralı ikilileri birbirine eşitse $(a, b) = (c, d)$ olup $a = c \wedge b = d$ dir.



ÖRNEK 92.

$$(a^2 - b^2, a - b) = (45, -5)$$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?



ÇÖZÜM

$$a^2 - b^2 = 45 \quad a - b = -5$$

$$\underbrace{(a-b)}_{-5} \cdot \underbrace{(a+b)}_{-9} = 45$$

$$a + b = -9$$



ÖRNEK 93.

$$(a^2, a - b) = (25, 2)$$

olduğuna göre, a + b toplamının en büyük değeri kaçtır?



ÇÖZÜM

$$a^2 = 25 \quad a - b = 2$$

$$\begin{array}{l} \swarrow \quad \searrow \\ a=5 \quad a=-5 \end{array} \quad a=5 \Rightarrow b=3$$

$$a + b = 5 + 3 = 8$$



YANINDA BULUNSUN

İKİ KÜMENİN KARTEZYEN ÇARPIMI

Kartezyen Çarpım Kümesi

Birinci bileşeni bir A kümesinden, ikinci bileşeni ise bir B kümesinden alınarak oluşturulan tüm sıralı ikililerin kümesine

"**A Kartezyen Çarpım B Kümesi**" denir ve $A \times B$ ile gösterilir. $A \times B$ kümesinin ortak özellik yöntemi ile gösterimi,

$$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \text{ ve } b \in B\} \text{ dir.}$$

Örneğin;

$$A = \{1, 2, 3\} \text{ ve } B = \{a, b\}$$

kümeleri için,

$$A \times B = \{(1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b)\}$$

$$B \times A = \{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (b, 1), (b, 2), (b, 3)\} \text{ olup,}$$

A ve B kümeleri birbirinden farklı olduğunda,

$$A \times B \neq B \times A \text{ olduğu görülür.}$$

- $s(A \times B) = s(B \times A)$ dir.
- $s(A) = m$ ise $s(A \times A) = m^2$ dir.



ÖRNEK 94.

$$A = \{x : 5 < x < 12, x \in \mathbb{Z}\}$$

$$B = \{x : 0 < x^2 < 100, x \in \mathbb{N}\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, $s(A \times B)$ kaçtır?



ÇÖZÜM

$$A = \{6, 7, 8, 9, 10, 11\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$s(A \times B) = 6 \cdot 9 = 54$$

Küme

? ÖRNEK 95.

$$A = \{3, 4, 5, 6\} \text{ ve}$$

$$B = \{4, 6, 8\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre,

$$T = \{(x, y) \in A \times B \mid x + y \geq 11\}$$

kümesinin eleman sayısı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{array}{l} x+y \geq 11 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 5 \quad 6 \\ 6 \quad 6 \\ 3 \quad 8 \\ 4 \quad 8 \\ 5 \quad 8 \\ 6 \quad 8 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 5 \\ 6 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array}} \right\} 6$$

? ÖRNEK 96.

$$P = \{2, 3, a\}$$

kümesi veriliyor.

Buna göre P^2 ($P \times P$) kümesinde,

I. a^2

II. $(2, 4)$

III. (a, a) ✓

elemanlarından hangileri bulunur?

✓ ÇÖZÜM

$$P \times P = \{(2,2), (2,3), (2,a), (3,2), (3,3), (3,a), (a,2), (a,3), (a,a)\}$$

Yalnız III bulunur.

? ÖRNEK 97.

$$A = \{x : 4 < x < 7, x \in \mathbb{N}\} = \{5, 6\}$$

$$B = \{-1, 0, 1\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre,

I. $(-1, 0) \in A \times B$ ✗

II. $(5, 0) \in B \times A$ ✗

III. $(0, 6) \in B \times A$ ✓

ifadelerinden hangileri doğrudur?

✓ ÇÖZÜM

$$A \times B = \{(5, -1), (5, 0), (5, 1), (6, -1), (6, 0), (6, 1)\}$$

$$B \times A = \{(-1, 5), (-1, 6), (0, 5), (0, 6), (1, 5), (1, 6)\}$$

Yalnız III doğrudur.

? ÖRNEK 98.

A ve B birer kümedir.

$$A \times B = \{(2, c), (a, d), (b, c), (b, 5)\}$$

$$B \times A = \{(4, a), (c, 3), (d, a), (d, b)\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, $\frac{c+d}{a+b}$ oranı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$A = \{2, a, b\} \quad B = \{c, d, 5\}$$

$$B = \{4, c, d\} \quad A = \{a, 3, b\}$$

$$\left. \begin{array}{l} a=2, b=3 \\ c=5, d=4 \end{array} \right\} \text{ olabilir. } \frac{c+d}{a+b} = \frac{9}{5} = 1,8$$

? ÖRNEK 99.

$$A = \{1, 2, 3\} \text{ ve}$$

$$B = \{-2, -1, 0\}$$

kümeleri veriliyor.

Tüm $(x, y) \in A \times B$ için kaç tane (x, y) ikilisi için $\frac{x-y}{3}$ ifadesi

tam sayı olur?

✓ ÇÖZÜM

$$A = \{1, 2, 3\} \text{ ve}$$

$$B = \{-2, -1, 0\}$$

$$(1, -2), (2, -1), (3, 0)$$

3 tanesi için tamsayı olur.

? ÖRNEK 100.

A ve B birer kümedir.

$$s(A \times B) = 10$$

$$s(B \times C) = 15 \text{ ve}$$

$$B \subset A \text{ dir.}$$

Buna göre, $s(C)$ kaç farklı değer alır?

✓ ÇÖZÜM

$$s(A) \cdot s(B) = 10, s(B) \cdot s(C) = 15$$

$$\downarrow$$

$$\downarrow$$

$$\downarrow$$

$$\downarrow$$

$$10$$

$$1$$

$$1$$

$$15$$

$s(C)$ sadece 15 olabilir.

? ÖRNEK 101.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

kümesi veriliyor.

Buna göre, $A \times A$ Kartezyen çarpımının kaç elemanının her iki bileşeni de asal sayıdır?

✓ ÇÖZÜM

$$(2, 2), (2, 3), (2, 5), (3, 2), (5, 2)$$

$$(3, 3), (3, 5), (5, 3), (5, 5)$$

9 elemanın her iki bileşeni de asal sayıdır.

? ÖRNEK 102.

$$A = \{\uparrow, \rightarrow, \downarrow, \leftrightarrow\}$$

$$B = \{x \mid x, 5\text{'ten büyük bir rakam}\} = \{6, 7, 8, 9\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, $A \times B$ kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde $(\leftrightarrow, 6)$ ikilisinin olduğunu bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$s(A \times B) = 4 \cdot 4 = 16$$

$(\leftrightarrow, 6)$ bulunacaksa $16 - 1 = 15$ olur.

2^{15} bulunur.



YANINDA BULUNSUN

Kartezyen Çarpımının Dik Koordinat Düzleminde Gösterimi

$A \times B$ kümesini oluşturan sıralı ikililerin birinci bileşenleri x ekseninde, ikinci bileşenleri ise y ekseninde bulunur.

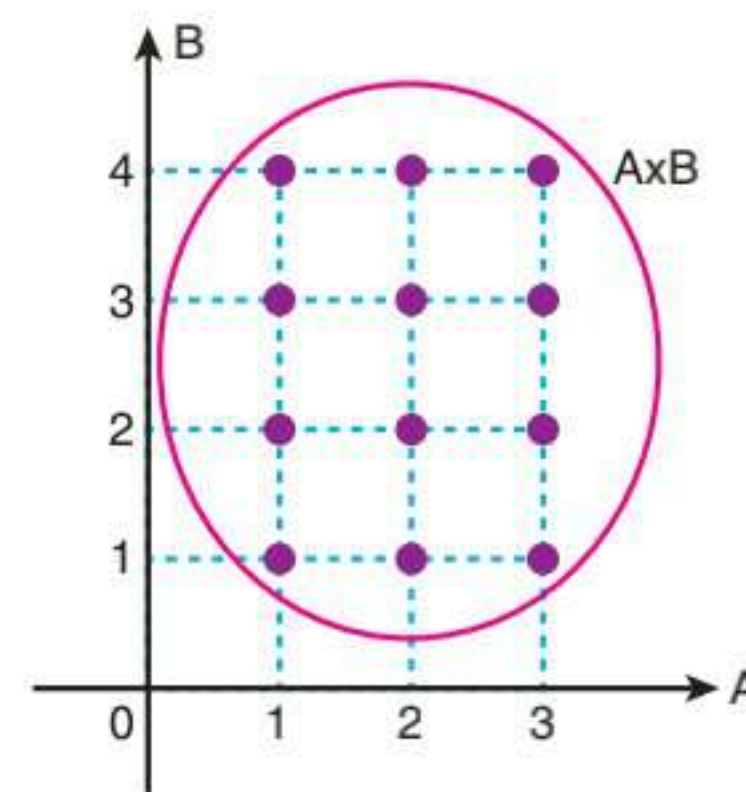
x eksenindeki bileşenlere düşey ve kesikli, y eksenindeki bileşenlere yatay ve kesikli doğrular çizilip kesiştiği noktalar işaretlenir. Bu şekilde elde edilen noktaların oluşturduğu grafik $A \times B$ 'nin grafiğidir.

Örneğin;

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4\}$$

kümeleri için $A \times B$ kümesini dik koordinat düzleminde,



şeklinde gösterilir.

Küme

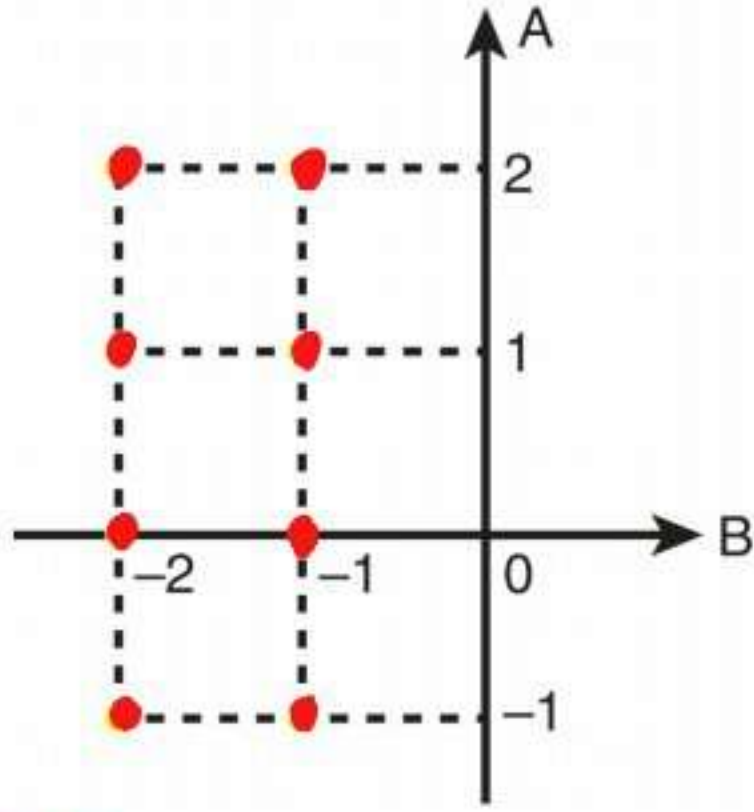
? ÖRNEK 103.

$$A = \{-1, 0, 1, 2\}$$

$$B = \{-2, -1\}$$

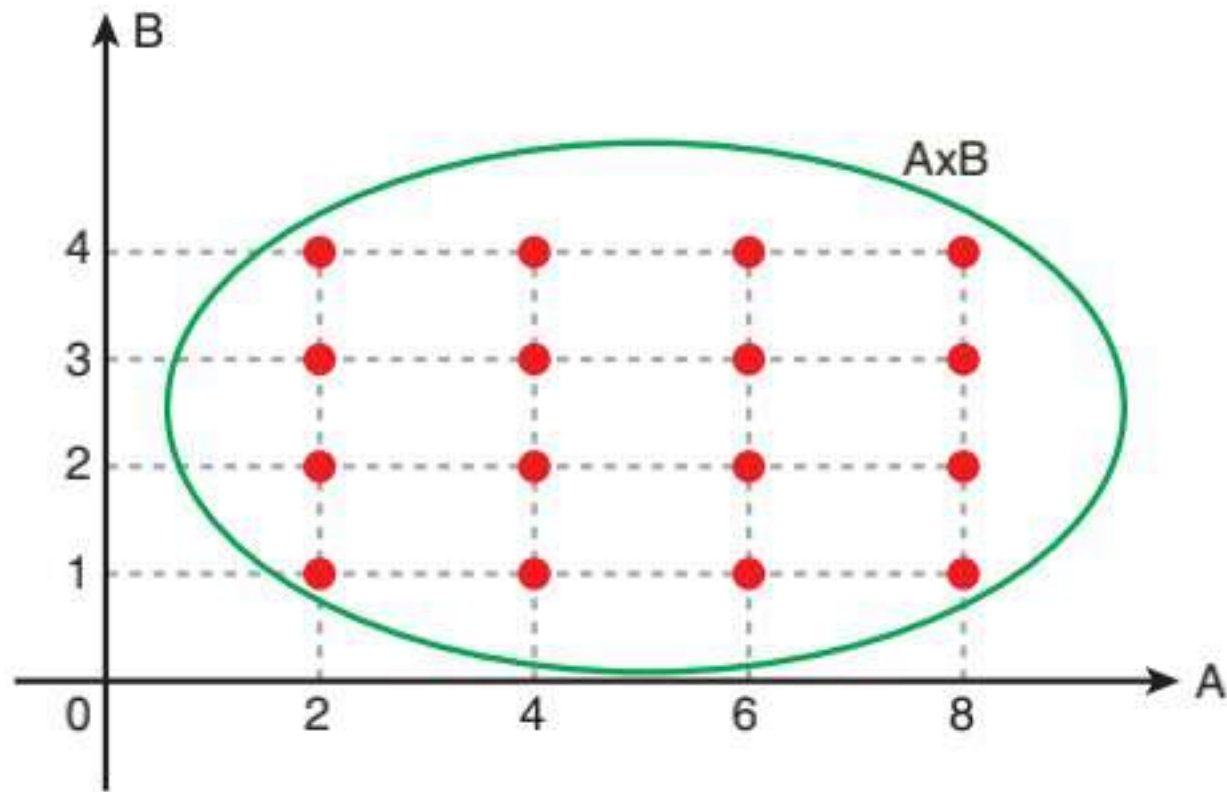
$B \times A$ kümesinin grafiğini dik koordinat sisteminde gösteriniz.

✓ ÇÖZÜM



? ÖRNEK 104.

Aşağıda $A \times B$ nin grafiği verilmiştir.



Buna göre, $B - A$ kümesini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$B = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$B - A = \{1, 3\}$$

? ÖRNEK 105.

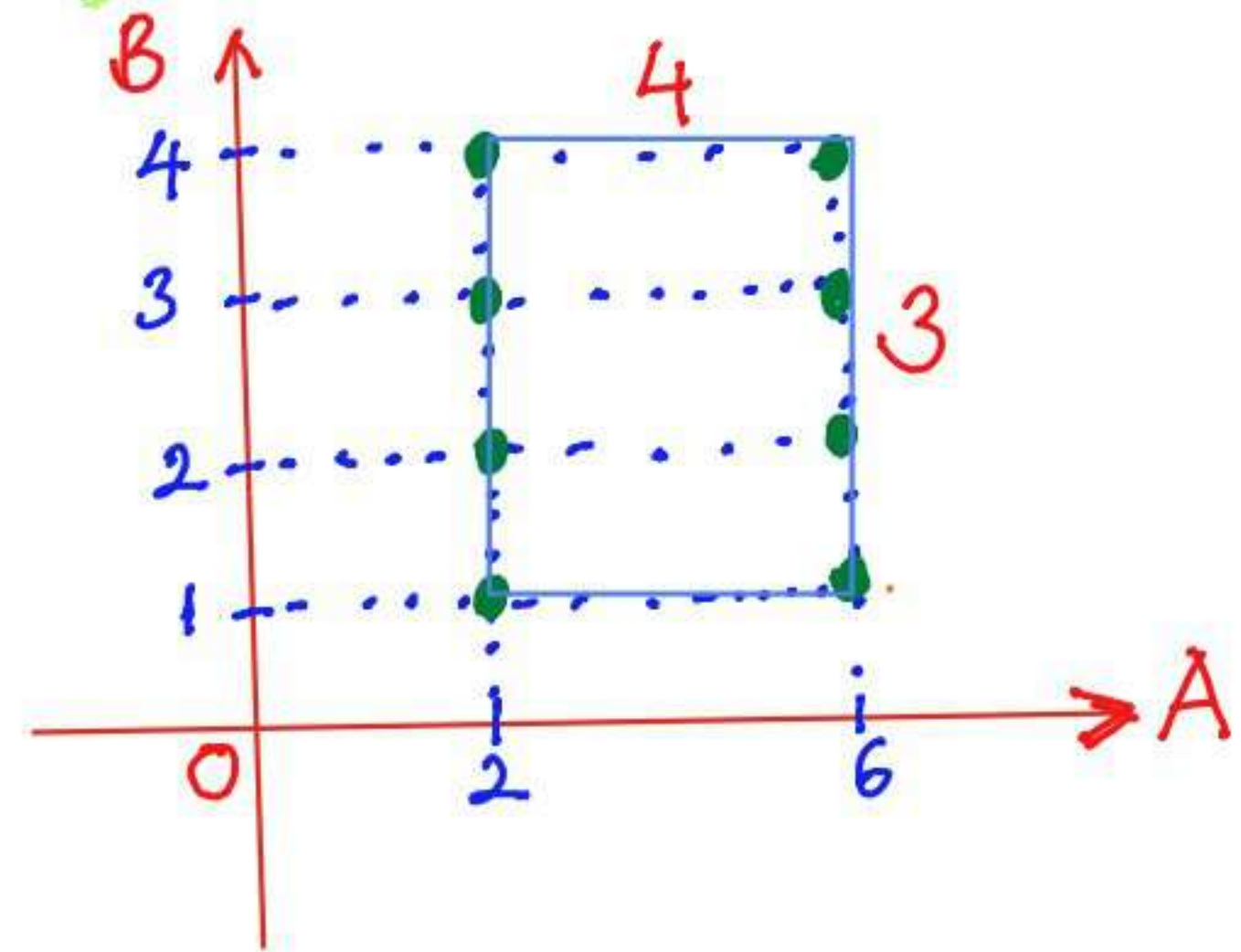
$$A = \{2, 6\} \text{ ve}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4\}$$

kümeleri veriliyor.

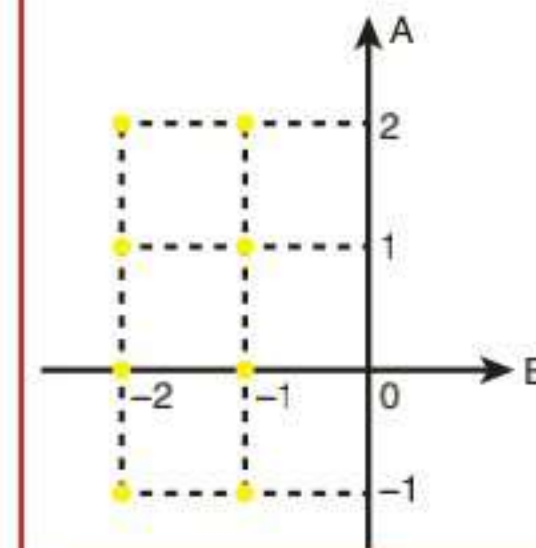
Buna göre, $A \times B$ kümesinin noktalarını dışarıda bırakmayan en küçük dikdörtgenin alanı kaç birimkaredir?

✓ ÇÖZÜM



$$4 \cdot 3 = 12 \text{ br}^2$$

103.



104. {1,3}

105. 12

1. A, B ve C kümeleriyle ilgili olarak aşağıdaki bilgiler verilmiştir.

- I. $A = \{ \}$ kümesi için $s(A) = 0$ dir. ✓
 II. $B = \{x : x, 1 \text{ ile } 3 \text{ arasındaki reel sayılar}\}$ kümesi için $s(B) = 1$ dir. **sonsuz küme**
 III. $C = \{x : x, \text{ yılın } M \text{ ile başlayan ayları}\}$ ✓

kümesi için $s(C) = 2$ dir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız III
 D) I ve III E) II ve III

$$C = \{ \text{Mart, Mayıs} \}$$

$$s(C) = 2$$

2. $K = \{-2, 1, 2\}$ ve

$$L = \{0, 1, 2\}$$

kümeleri veriliyor.

$$M = \{x \cdot y \mid x \in K \text{ ve } y \in L\}$$

olduğuna göre, $s(M)$ kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$$M = \{-4, -2, 0, 1, 2, 4\}$$

$$s(M) = 6$$

3. $K = \{x^2 \mid -3 < x \leq 2, x \in \mathbb{Z}\}$

kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$K = \{0, 1, 4\}$$

$$s(K) = 3$$

4. $A = \{\triangle, \bullet, \blacksquare, \circ\}$

kümesi veriliyor.

Buna göre,

- I. $s(A) = 4$
 II. $B = \{\bullet, \triangle, \circ, \blacksquare\}$ ise $A = B$ 'dir.
 III. $\bullet \in A$ dir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız III
 D) II ve III E) I, II ve III

$$I. s(A) = 4$$

$$II. A = B$$

$$III. \bullet \in A$$

5.

$$A = \left\{ x \mid x \in \mathbb{Z}^+, \frac{8}{x} \in \mathbb{Z}^+ \right\} \text{ ve } = \{1, 2, 4, 8\}$$

$$B = \{2^x \mid 0 \leq x \leq 3, x \in \mathbb{Z}\} = \{1, 2, 4, 8\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre,

- I. A sonlu bir kümedir. ✓
 II. A ve B eşit kümelerdir. ✓
 III. $s(A) = 4$ tür. ✓

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız II
 D) II ve III E) I, II ve III

Kümelerde Temel Kavramlar

6. $A = \{x \mid 15 \leq x < 100 \text{ ve } x = 5k, k \in \mathbb{N}\}$

kümesi veriliyor.

Buna göre, A kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 19 B) 18 C) 17 D) 16 E) 15

$$15 \leq 5k < 100$$

$$3 \leq k < 20$$

$$20 - 3 = 17$$

7. Sadece bir tane elemanı olan kümeye "Birim Küme" denir.

Buna göre,

I. $A = \{x \mid \sqrt{2} < x < 3, x \in \mathbb{Z}\}$

II. $B = \{x \mid x^2 = 1, x \in \mathbb{Z}\}$

III. $C = \{x \mid x \text{ çift asal sayı}\}$

kümelerinden hangileri bir birim kümedir?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III

- D) I ve III E) I, II ve III

$$A = \{2\}$$

$$B = \{-1, 1\}$$

$$C = \{2\}$$

8. $A = \{2, 3, 4\}$ ve

$$B = \{a^b \mid a \in A, b \in A \text{ ve } a \neq b\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, B kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

$$B = \{8, 16, 9, 81, 64\}$$

$$s(B) = 5$$

9. $A = \left\{x : \frac{2}{x} \in \mathbb{Z}^+, x \in \mathbb{Z}^+\right\}$

$$B = \{x : x < 10, x \text{ asal sayı}\}$$

$$C = \{x : (x-1) \cdot (x-2) = 0, x \in \mathbb{Z}\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre,

I. A ve C eşit kümelerdir. ✓

II. B sonlu bir kümedir. ✓

III. B ve C ayrık kümelerdir. —

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız II

- D) II ve III E) I, II ve III

$$A = \{1, 2\}$$

$$B = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$C = \{1, 2\}$$

$$B \cap C = \{2\}$$

10. Aşağıda, A ve B kümeleri verilmiştir.

$$A = \{-1, 2x + y, 2, 3, 1\}$$

$$B = \{2, 4, x - y, 1, 3\}$$

A ve B kümeleri birbirine eşittir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) $x > y$ B) $x < y$ C) $x = y$

- D) $2x < y$ E) $x > 2y$

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

1. D	2. D	3. C	4. E	5. E
6. C	7. D	8. C	9. B	10. B

1. $K = \{1, 2, \{a\}, \{3, b\}\}$

kümesi veriliyor.

Buna göre,

$$A = \{1, 2\}$$

$$B = \{2, \{a\}\}$$

$$C = \{a, \{3, b\}\}$$

kümelerinden hangileri K kümesinin bir alt kümesidir?

- A) Yalnız B A ve B C) A ve C
D) A, B ve C E) B ve C

$$A \subset K$$

$$B \subset K$$

$$C \not\subset K$$

2. Bir A kümesi için,

$$\{1, 3\} \subset A \text{ ve } A \subset \{1, 2, 3, 4\} \text{ tür.}$$

Buna göre, yukarıdaki koşulları sağlayan kaç farklı A kümesi yazılabilir?

- A) 2 B) 3 4 D) 6 E) 8

$$\{1, 3\} \subset A \subset \{1, 2, 3, 4\}$$

$$2^2 = 4$$

3. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

kümesinin tüm alt kümeleri birer karta yazılarak bir torbaya atılıyor.

Buna göre, "1" veya "2" nin eleman olarak bulunduğu bir kümenin yazılı olduğu bir kartı çekmeyi garantilemek için en az kaç kart çekilmelidir?

- A) 33 17 C) 16 D) 9 E) 6

1 ve 2 nin bulunmadığı

$$2^4 = 16$$

16 + 1 = 17 kart çekmeli

4. $A = \{\underline{a}, b, c, d, \underline{e}\}$

kümesi veriliyor.

Buna göre, A kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde sesli harflerden en az biri bulunur?

- A) 28 B) 26 24 D) 22 E) 18

$$2^5 - 2^3 = 24$$

↓
sesli harf yok

5. $A = \{x \mid 1 < x < 5, x \in \mathbb{R}\}$

$$B = \{x \mid 0 < x < 6, x \in \mathbb{Z}\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre,

- I. A sonsuz bir kümedir.
II. $A \subset B$
III. $s(B) = 5$ 'tir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

$$A = \{x \mid 1 < x < 5, x \in \mathbb{R}\} \rightarrow \text{sonsuz elemanlı}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow s(B) = 5$$

6. $A = \{\triangle, \blacksquare, \bullet\}$

$$B = \{\blacksquare, \bullet, \circ, \star\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, hem A'nın hem de B'nin alt kümesi olacak şekilde kaç farklı C kümesi yazılabilir?

- A) 2 4 C) 6 D) 8 E) 16

$$A \cap B = \{\blacksquare, \bullet\}$$

$$2^2 = 4$$

Alt Küme

7. $A = \{\dots, \uparrow, \rightarrow, \dots\}$

kümesi veriliyor.

A kümesinin içinde \uparrow işareti olan alt kümelerinin sayısı 16'dır.Buna göre, içinde \uparrow ve \rightarrow işaretlerinin olmadığı alt kümelerinin sayısı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 15

$$2^{n-1} = 16 \Rightarrow n = 5$$

$$2^{5-2} = 2^3 = 8$$

8. A ve B kümeleriyle ilgili aşağıdaki bilgiler verilmiştir.

- A kümesinin bazı alt kümeleri $\{a\}$, $\{a, c\}$, $\{b, d\}$
- B kümesinin eleman sayısı, A kümesinin alt kümelerinin sayısına eşittir.

Buna göre, B kümesinin eleman sayısı en az kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

$$A = \{a, b, c, d\} \text{ en az}$$

$$2^4 = 16$$

9. A ve B kümeleri,

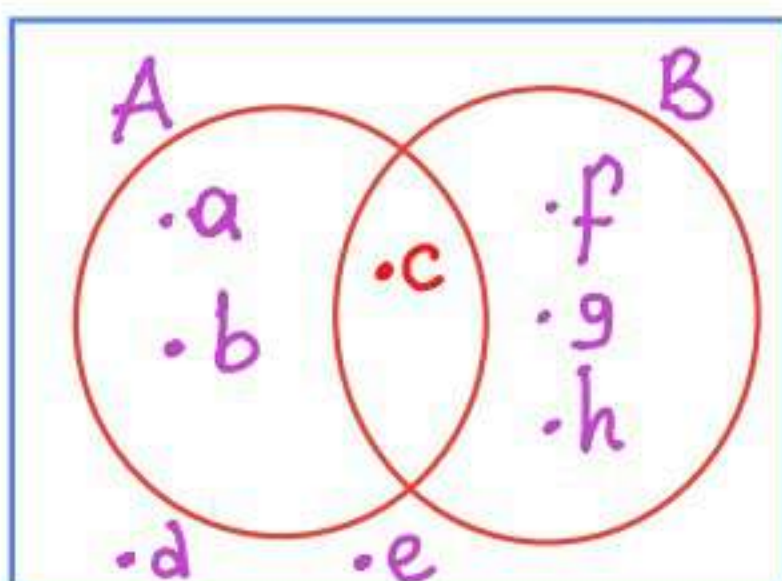
$$E = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$$

kümesinin alt kümeleridir.

- $(B' \cup A)' = \{f, g, h\}$
- $(B' \cap A) = \{a, b\}$
- $A' - B = \{d, e\}$ dir.

Buna göre, A kümesinin alt kümelerinin sayısı kaçtır?

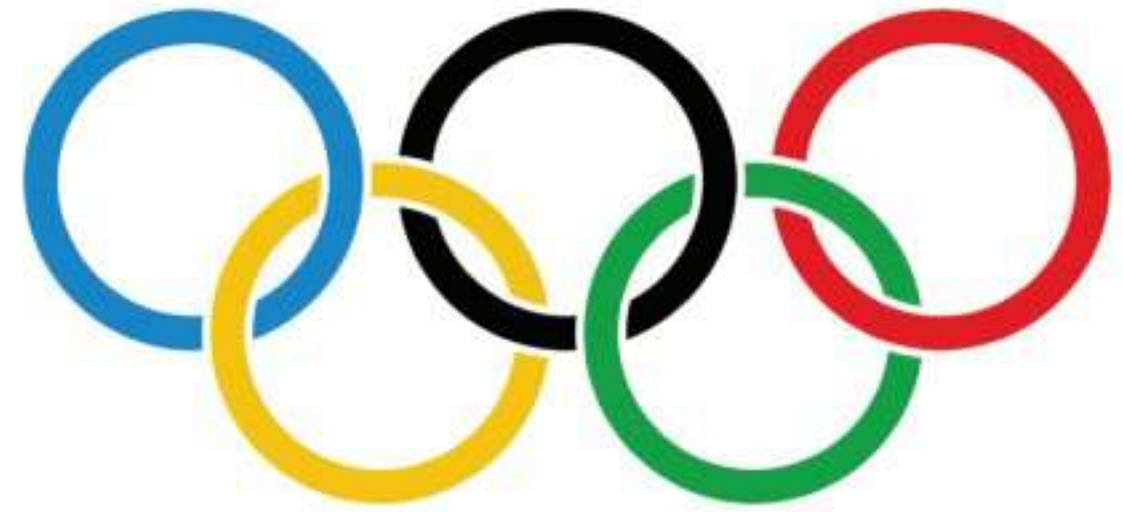
- A) 8 B) 16 C) 32 D) 64 E) 128



$$A = \{a, b, c\}$$

$$2^3 = 8$$

10. Aşağıda, iç içe geçmiş 5 halkadan oluşan bir olimpiyat halkası verilmiştir.



A kümesi olimpiyat halkalarının renklerinin harf sayısı olduğuna göre, A kümesinin alt kümelerinin sayısı kaçtır?

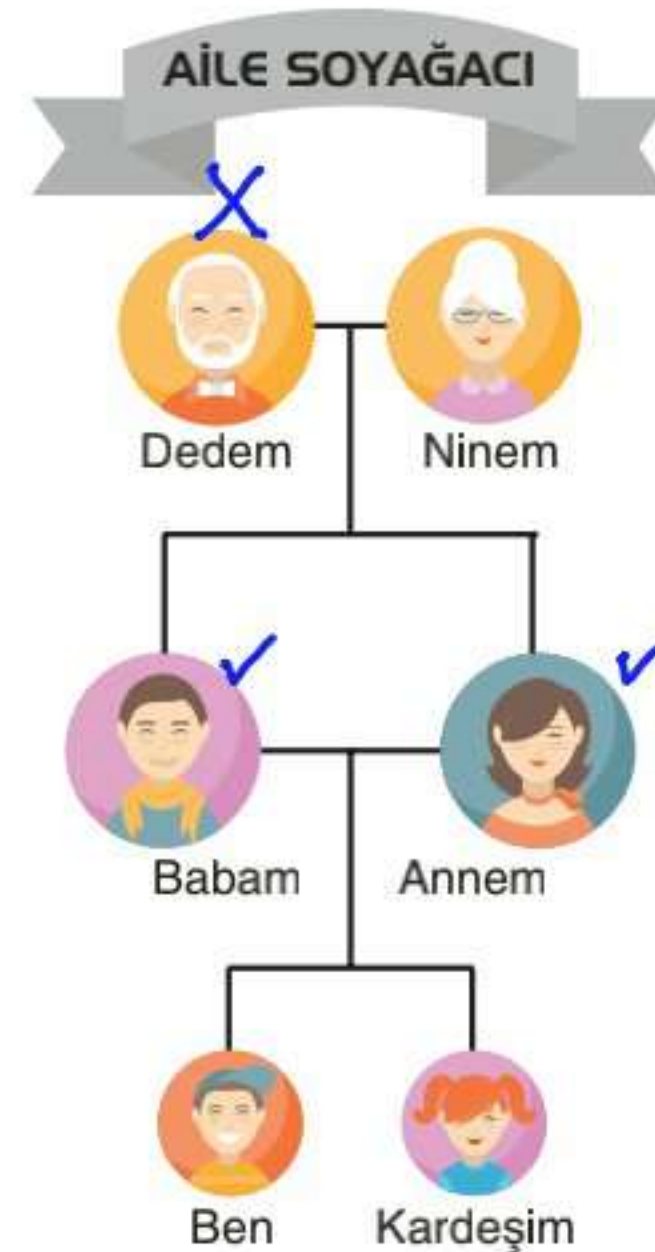
- A) 4 B) 8 C) 16 D) 32 E) 64

mavi \rightarrow 4
 sarı \rightarrow 4
 siyah \rightarrow 5
 yeşil \rightarrow 5
 kırmızı \rightarrow 7

$$A = \{4, 5, 7\}$$

$$2^3 = 8$$

11. Aşağıda ailemin soyağacı verilmiştir.



Ailemin soyağacındaki tüm kişiler bir küme oluşturmaktadır.

Buna göre, bu kümenin alt kümelerinin kaç tanesinde annem ve babam bulunup dedem bulunmaz?

- A) 6 B) 8 C) 12 D) 15 E) 16

$$\text{dedem} \{ \text{annem, babam, } \dots \} \quad 2^3 = 8$$

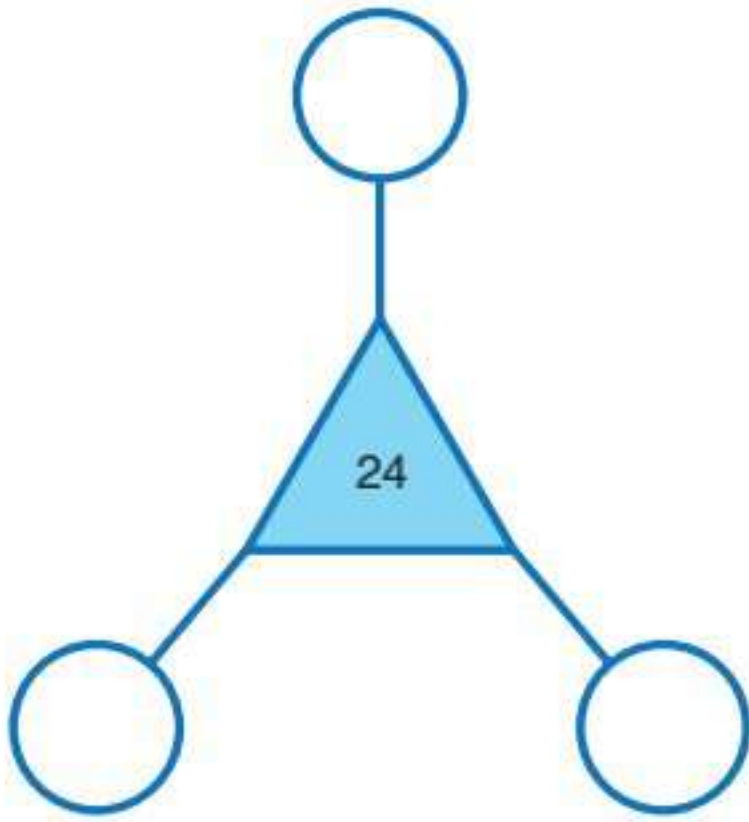
1. B	2. C	3. B	4. C	5. C	6. B
7. C	8. D	9. A	10. B	11. B	

1. $A = \{2, x, 9, y\}$
 $B = \{2, 6, x, 11\}$ ve $x=7, y=11$
 $C = \{1, 4, 7, y\}$
- kümeleri veriliyor.
- A, B ve C kümelerinin elemanları olan sayılar artan sıradadır.
- $B \cap C = \{x, y\}$
- olduğuna göre, $A \cap B$ kümesinin elemanları toplamı kaçtır?
- A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

$$A \cap B = \{2, 7, 11\}$$

$$2 + 7 + 11 = 20$$

2. Aşağıdaki görselde verilen dairelerin her birinin içine birbirinden farklı rakamlar yazılacaktır.



- Her bir dairenin içine yazılacak olan rakamların çarpımı 24'tür.
- Dairelerin içine yazılacak rakamların kümesi A, B ve C'dir.

Buna göre, $s(A \cup B \cup C)$ kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

$$a \cdot b \cdot c = 24$$

$$\begin{array}{ccc} 1 & 4 & 6 \\ 1 & 3 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \\ 2 & 2 & 6 \\ 2 & 3 & 4 \end{array}$$

$$A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$$

$$s(A \cup B \cup C) = 6$$

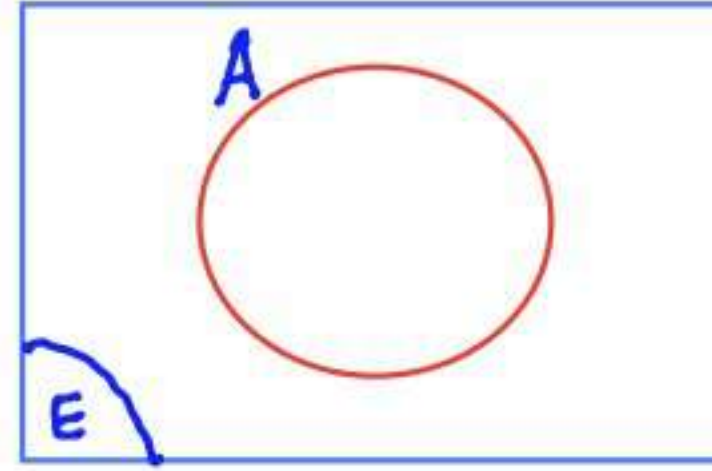
3. A kümesi, E evrensel kümenin bir alt kümesidir.

Buna göre,

- I. $A \cup A' = E$ ✓
 II. $A \cap E = A$ ✓
 III. $A - E = \emptyset$ ✓

ifadelerinden hangileri doğrudur?

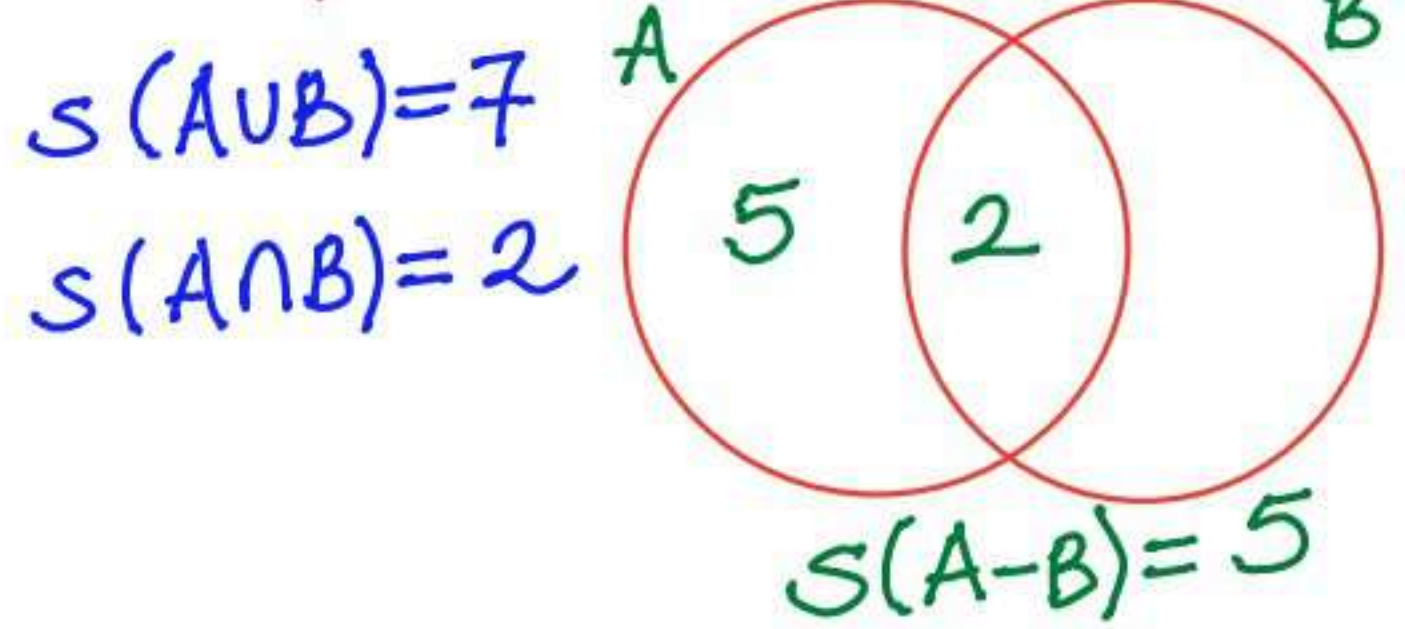
- A) Yalnız I B) II ve III C) I ve III
 D) Yalnız II E) I, II ve III



4. Yiğit, birbirinden farklı iki kümeye birleşim, kesişim ve fark işlemlerini uygulamıştır.
- Birleşim işlemi uygulandığında bulunduğu kümenin eleman sayısı 7'dir.
 - Kesişim işlemi uygulandığında bulunduğu kümenin eleman sayısı 2'dir.

Buna göre, Yiğit bu iki kümeye fark işlemi uyguladığında bulacağı kümenin eleman sayısı en çok kaç olur?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2



5. Aşağıda bir gruptaki yedi kişi gösterilmiştir.



Bu grupta gözlüklü kişilerin kümesi A, şapkalı kişilerin kümesi B ve adı üç harfli olan kişilerin kümesi C'dir.

Buna göre, $(A \cup C) - B'$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$A = \{Eda, Can, Serap, Oya\}$$

$$B = \{Eda, Sinan, Ece, Oya\}$$

$$C = \{Eda, Can, Ece, Oya\}$$

$$(A \cup C) - B' = \{Eda, Ece, Oya\}$$

Kümelerde İşlemler

6. $A = \{x \mid x \leq 12, x \in \mathbb{Z}^+\}$
 $B = \{x \mid 4 < x < 13, x \in \mathbb{Z}^+\}$

kümeleri veriliyor.

Buna göre,

- I. $B \subset A$ ✓
 II. $s(A - B) = 4$ ✓
 III. $A \cup B = A$ ✓

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
 D) II ve III E) I, II ve III

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

$$B = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

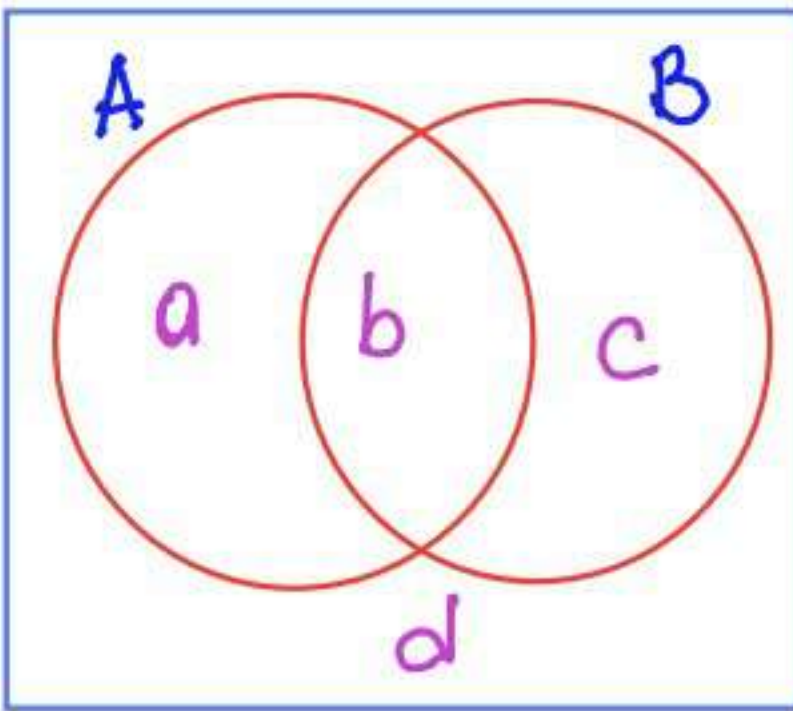
7. A ve B evrensel kümenin iki alt kümesidir.

Buna göre,

$$(A \cap B) \cup (A \cap B')$$

kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) A' B) B' C) B D) A E) $A' - B'$



$$A \cap B = \{b\}$$

$$A \cap B' = \{a\}$$

$$(A \cap B) \cup (A \cap B') = \{a, b\} = A$$

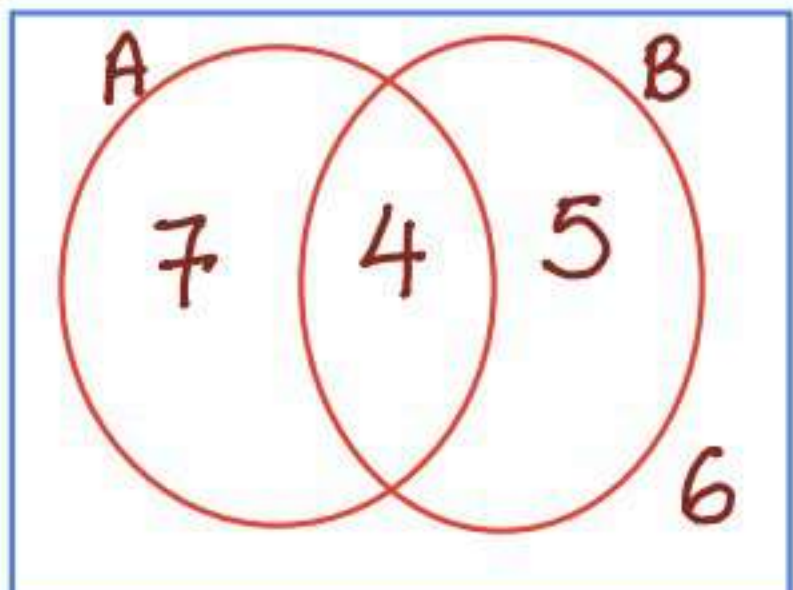
8. A ve B, evrensel kümenin iki alt kümesidir.

$$s(A \cap B) = 4, \quad s(B) = 9$$

$$s(A \cup B)' = 6 \text{ ve } s(B') = 13$$

olduğuna göre, $s(A)$ kaçtır?

- A) 17 B) 15 C) 13 D) 11 E) 9



$$s(A) = 4 + 7 = 11$$

9. Aşağıdaki tabloda aynı sınıfta bulunan Ali ve Oya'nın doğum günlerine çağırdıkları arkadaşlarının isimleri verilmiştir.

Ali	Oya
Ece	Zeynel
Can	Kasım
Murat	Ece
Ela	Refik
Akif	Gül
Neşe	Ela
Gül	Ahmet
Zeynel	

Ali'nin doğum gününe çağırdığı arkadaşlarının kümesi A ve Oya'nın doğum gününe çağırdığı arkadaşlarının kümesi B'dir.

Buna göre; $B - A'$ kümesinin eleman sayısı kaçtır?

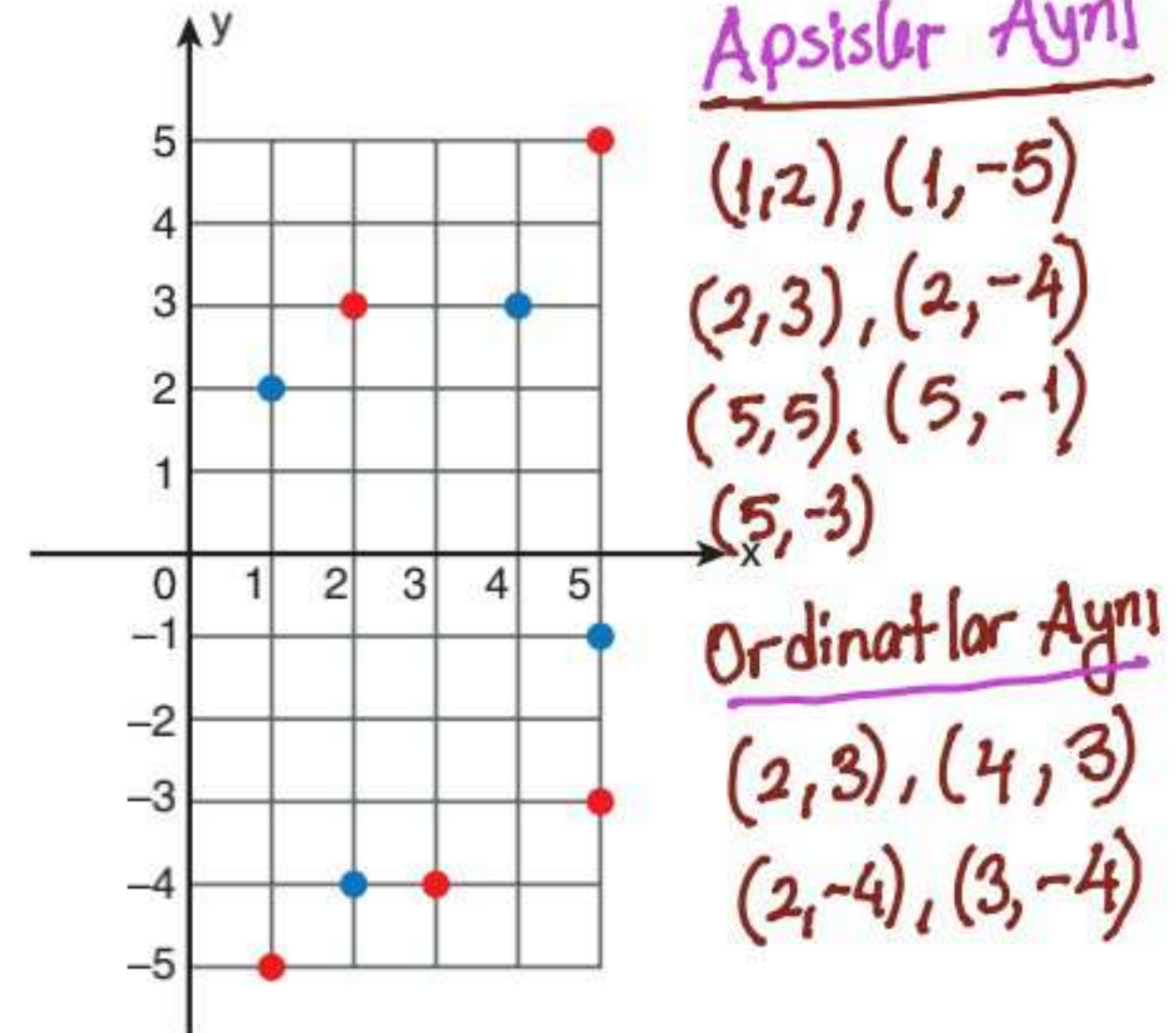
- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

$$A' = \{Kasım, Refik, Ahmet\}$$

$$B - A' = \{Zeynel, Ece, Gül, Ela\}$$

$$s(B - A') = 4$$

10. Aşağıda bir dik koordinat sistemi gösterilmiştir.



Ali dik koordinat sisteminde mavi renkli noktaları, Buse ise kırmızı renkli noktaları işaretlemiştir.

Ali ile Buse'nin yazdığı noktalardan apsisi aynı olan noktaların apsisi kümesi A, ordinatları aynı olan noktaların ordinatlar kümesi B'dir.

Buna göre, $A \cup B$ kümesinin alt küme sayısı kaçtır?

- A) 8 B) 16 C) 32 D) 64 E) 128

$$A = \{1, 2, 5\}$$

$$B = \{-4, 3\}$$

$$s(A \cup B) = 5$$

$$2^5 = 32$$

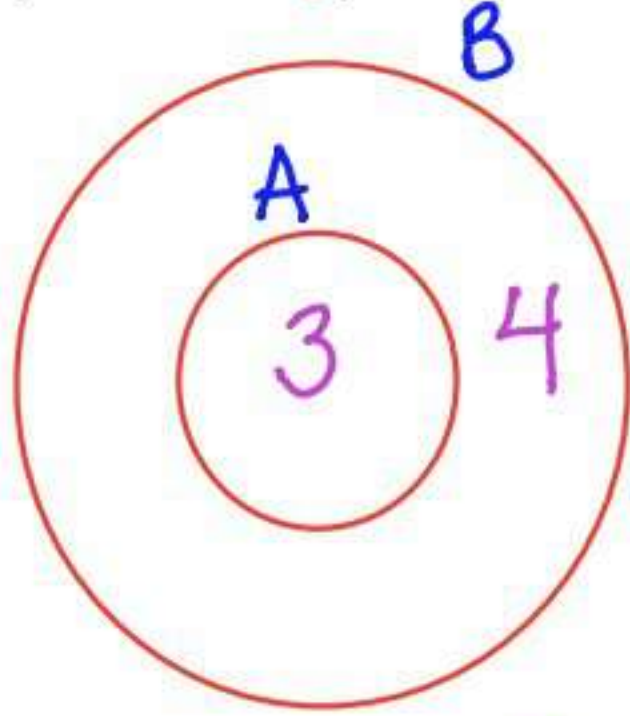
11. A ve B birer kümedir.

$A \subset B$ olmak üzere,

$$s(A) = 3 \text{ ve } s(B) = 7$$

olduğuna göre, $s(A \cup B) + s(B - A)$ toplamı kaçtır?

- A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 7



$$s(A \cup B) + s(B - A) = 7 + 4 = 11$$

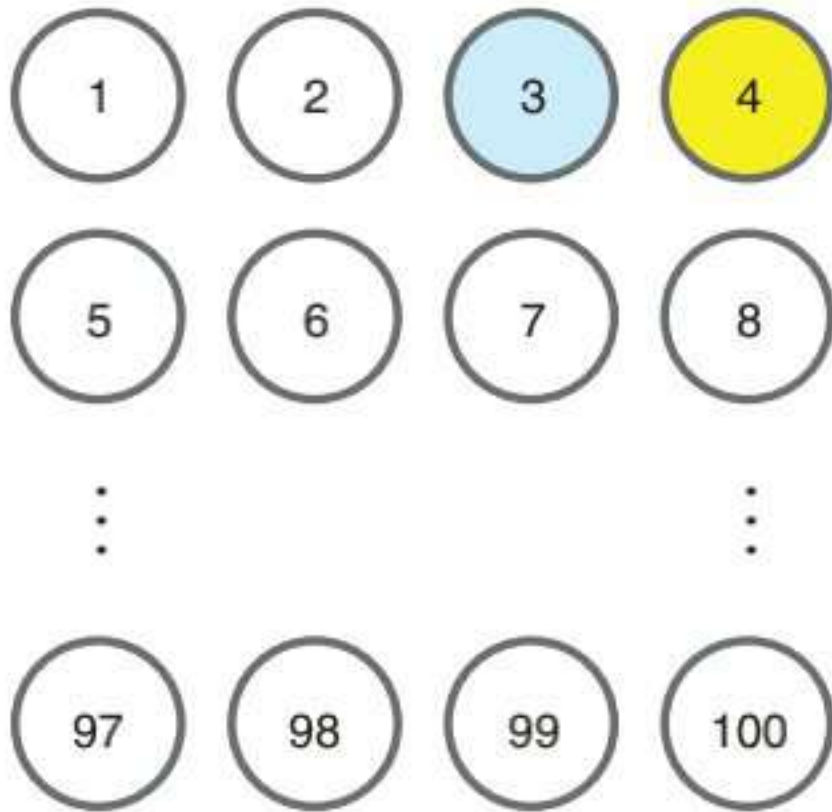
12. $A = \{x : x = 3k, k \in \mathbb{Z}^+\}$

$B = \{x : x = 4k, k \in \mathbb{Z}^+\}$

$$A \cap B = \{x : x = 12k, k \in \mathbb{Z}^+\}$$

kümeleri veriliyor.

Aşağıda 1'den 100'e kadar şekildeki düzende numaralandırılmış daireler gösterilmiştir.



Dairenin içindeki numara A kümesine ait ise daire maviye, B kümesine ait ise sarıya boyanacaktır.

Hem maviye hem de sarıya boyanan bir daire yeşil renge dönüşeceğine göre, boyama işlemi bittiğinde yeşil renge boyalı kaç tane daire olur?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

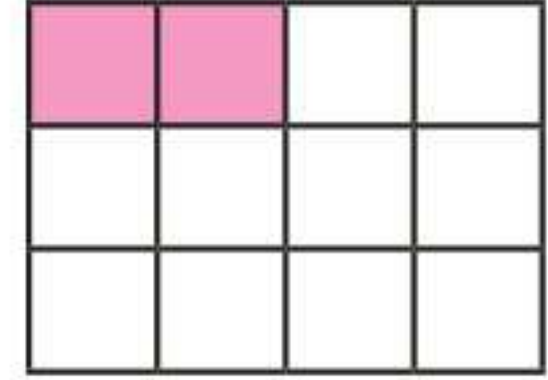
$$12, 24, 36, \dots, 96$$

$$\text{Terim Sayısı} = \frac{96 - 12}{12} + 1 = 8$$

13. Aşağıda, 6 ve 12 birim kareden oluşan iki dikdörtgen verilmiştir.



I. Dikdörtgen



II. Dikdörtgen

Yiğit I. Dikdörtgeni, Ela da II. Dikdörtgenin tamamını boyayacaktır. Başlangıçta dikdörtgenler boyalı değildir.

Yiğit, her defasında 1 birim kareyi maviye boyayıp, boyalı alanın tüm alana oranını yazacaktır.

Ela ise her defasında 2 birim kareyi pembeye boyayıp, boyalı alanın tüm alana oranını yazacaktır.

Yiğit'in bulduğu sonuçların kümesi A ve Ela'nın bulduğu sonuçların kümesi B olmak üzere;

I. $A = B$ ✓

II. $s(B) = 6$ ✓

III. $A - B = \emptyset$ ✓

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III

D) Yalnız II

E) I, II ve III

$$A = \left\{ \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}, \frac{6}{6} \right\}$$

$$B = \left\{ \frac{2}{12}, \frac{4}{12}, \frac{6}{12}, \frac{8}{12}, \frac{10}{12}, \frac{12}{12} \right\}$$

Sadeleştirmeler yapılırsa $A = B$ olur.

14. Nazlı ve Mahur, defterlerine birer geometrik şekil çizmişlerdir. Nazlı defterine bir üçgen, Mahur ise defterine bir beşgen çizmiştir. Çizdikleri geometrik şekillerin kenarlarını santimetre birimine göre ölçüp not etmişlerdir.

- Nazlı'nın not ettiği sayıların kümesi $N = \{3, 5, 6\}$ dir.
- Mahur'un not ettiği sayıların kümesi $M = \{4\}$ tür.

Buna göre, Nazlı ve Mahur'un defterlerine çizdikleri şekillerin çevrelerinin farkının mutlak değeri kaçtır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 6 E) 5

$$\left. \begin{array}{l} 3 + 5 + 6 = 14 \\ 5 \cdot 4 = 20 \end{array} \right\}$$

$$|14 - 20| = 6$$

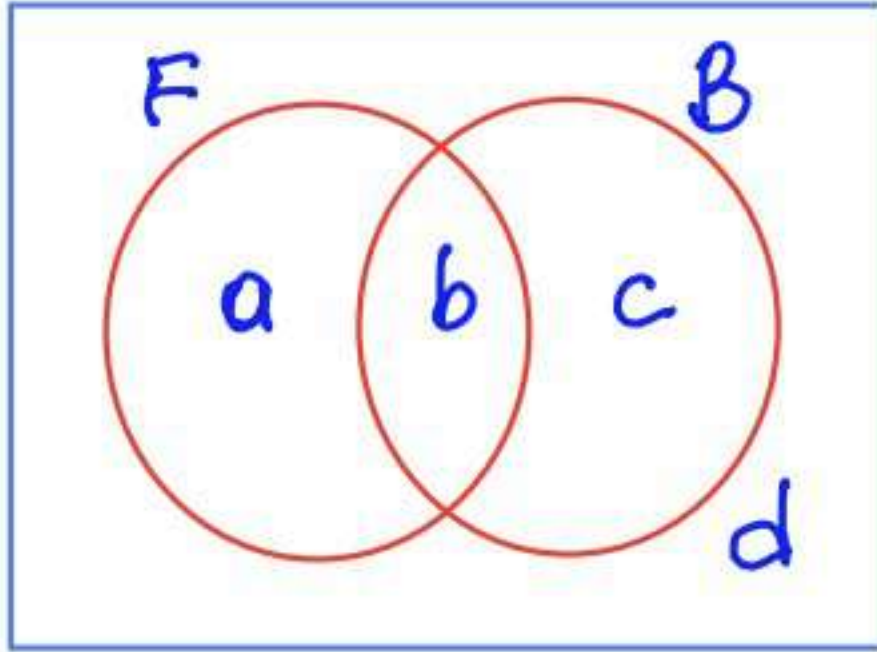
1. E	2. D	3. E	4. B	5. B	6. E	7. D
8. D	9. C	10. C	11. B	12. B	13. E	14. D

Küme Problemleri

1. 35 kişinin bulunduğu bir toplulukta,
- Futbol ve basketbol sporlarından sadece bir sporu yapanlar 15 kişidir.
 - Bu iki sporu da yapmayan kişi sayısı 9'dur.

Buna göre, bu toplulukta her iki sporu da yapan kişi sayısı kaçtır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14



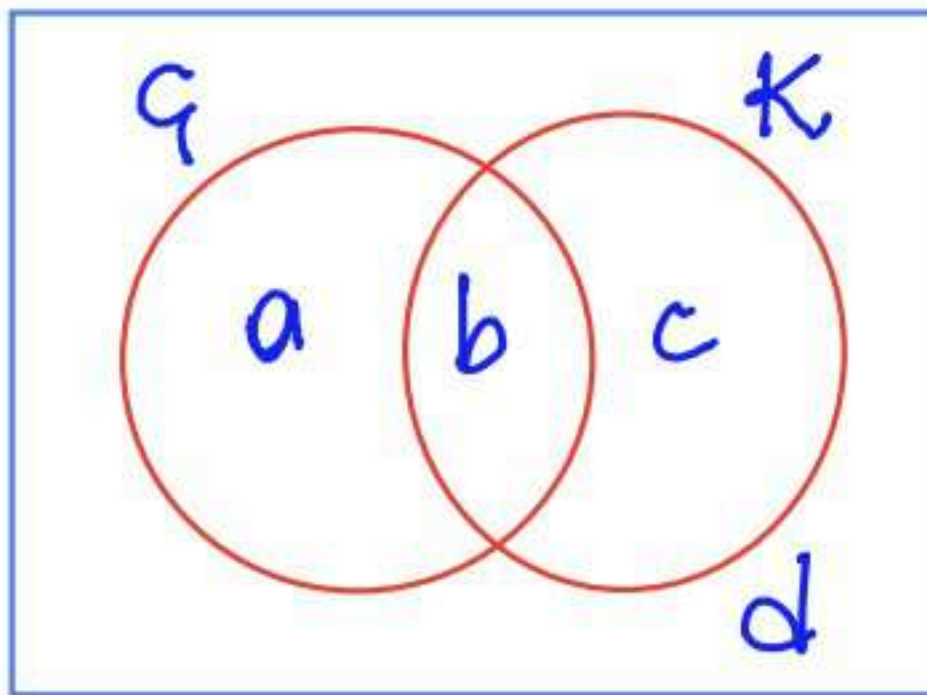
$$\begin{aligned} a+b+c+d &= 35 \\ a+c &= 15 \\ +d &= 9 \\ \hline a+c+d &= 24 \end{aligned}$$

$$b+24=35 \Rightarrow b=11$$

2. 25 kişilik bir toplulukta,
- Sadece çay içenler 7 kişidir.
 - Sadece kahve içenler 8 kişidir.

Toplulukta iki içeceği de içmeyen 6 kişi olduğuna göre, kahve içenler kaç kişidir?

- A) 14 B) 12 C) 10 D) 9 E) 8



$$\begin{aligned} a+b+c+d &= 25 \\ a &= 7 \\ c &= 8 \\ d &= 6 \end{aligned}$$

$$a+c+d=21 \Rightarrow b=4$$

$$b+c=4+8=12$$

3. $E = \{\text{Ülkemizdeki tüm araç sürücüler}\}$
 $A = \{\text{Ülkemizdeki Alman yapımı araç kullanan sürücüler}\}$
 $B = \{\text{Ülkemizdeki kadın sürücüler}\}$
 $C = \{\text{Ülkemizdeki otomatik vitesli araç kullanan sürücüler}\}$

kümeleri veriliyor.

Buna göre,

- Ülkemizde otomatik vitesli araç kullanan kadın sürücüler; $B \cap C$ kümesi ile ifade edilir. ✓
- Ülkemizde Alman yapımı araç kullanmayan erkek sürücüler; $(A \cap B)'$ kümesi ile ifade edilir. —
- Ülkemizdeki otomatik vites kullanan veya Alman yapımı araç kullanan sürücüler; $C \cup A$ kümesi ile ifade edilir. ✓

ifadelerinden hangileri doğrudur?

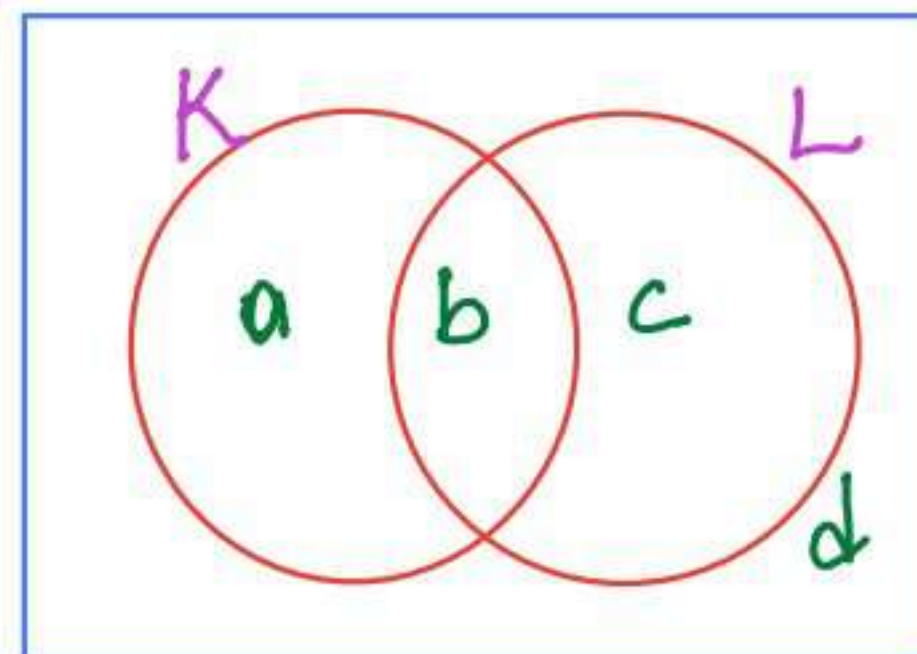
- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
 D) I ve III E) II ve III

II. $A' \cap B' = (A \cup B)'$ şeklinde olmalıydı.

4. Herkesin çay içtiği 43 kişilik bir toplulukta kahve ve limonata içenler de bulunmaktadır.
- Sadece çay içenlerin sayısı; üç içeceği de içenlerin sayısından bir eksiktir.
 - Sadece iki çeşit içecek içenlerin sayıları eşit olup sadece çay içenlerin sayısının 2 katıdır.

Buna göre, her üç içeceği de içenlerin sayısı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9



$$\begin{aligned} a+b+c+d &= 43 \\ d &= b-1 \\ a &= c = 2d \end{aligned}$$

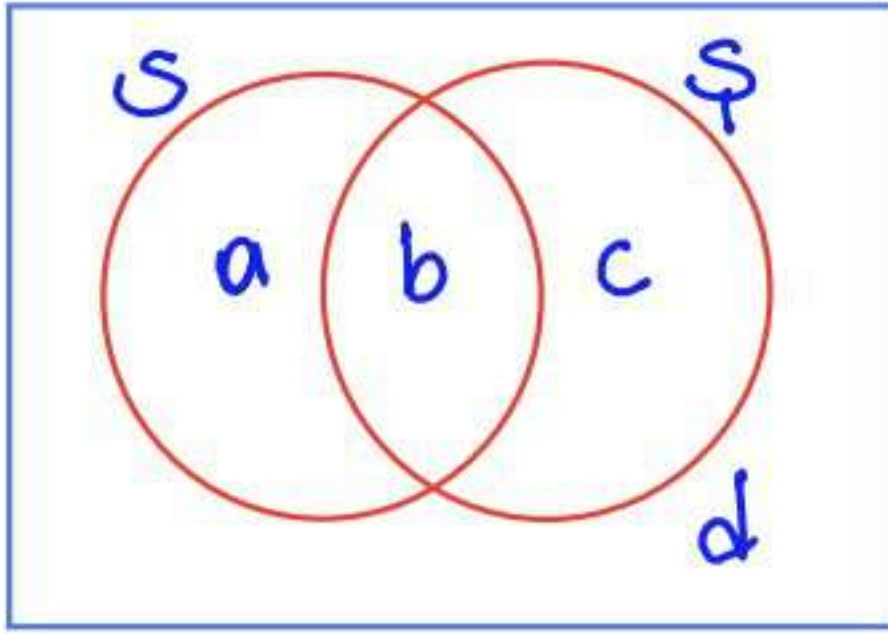
$$2d+d+1+2d+d=43 \Rightarrow d=7$$

$$b=8 \text{ olur.}$$

5. x kişinin bulunduğu bir sınıfta, "Sütlü tatlı sevenler parmak kaldırsın." denildiğinde y kişi, "Şerbetli tatlı sevenler parmak kaldırsın." denildiğinde z kişi parmak kaldırıyor. "Şerbetli tatlı sevip de sütlü tatlı sevmeyenler parmak kaldırsın." denildiğinde parmak kaldıran olmuyor.

Buna göre, "Bu iki tatlı türünü de sevmeyenler parmak kaldırsın." denildiğinde kaç kişi parmak kaldırır?

- A) 0 B) z C) $y + z$ D) $x - z$ E) $x - y$



$$a + b + c + d = x \rightarrow y + d = x$$

$$a + b = y \Rightarrow a = y - z \quad d = x - y$$

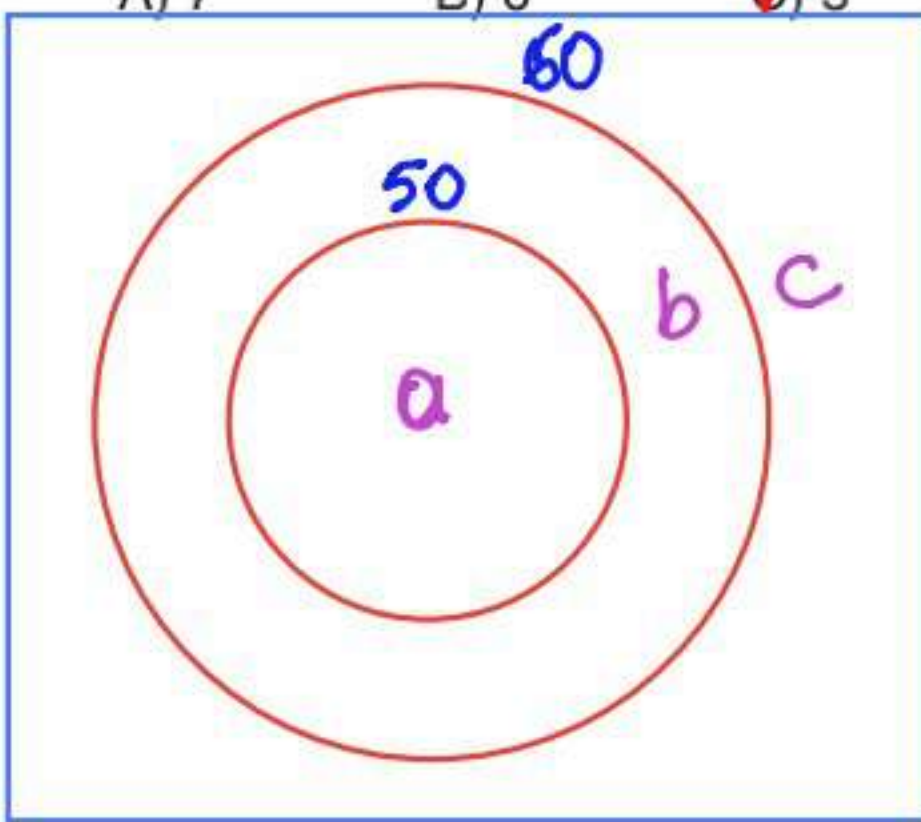
$$b + c = z \Rightarrow b = z$$

$$c = 0$$

6. Bir sınıfta ağırlığı 50 kg dan fazla olan 14 öğrenci, ağırlığı 60 kg dan fazla olan 11 öğrenci, 60 kg dan az olan 8 öğrenci vardır.

Buna göre, ağırlığı 50 kg dan az olan kaç öğrenci vardır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3



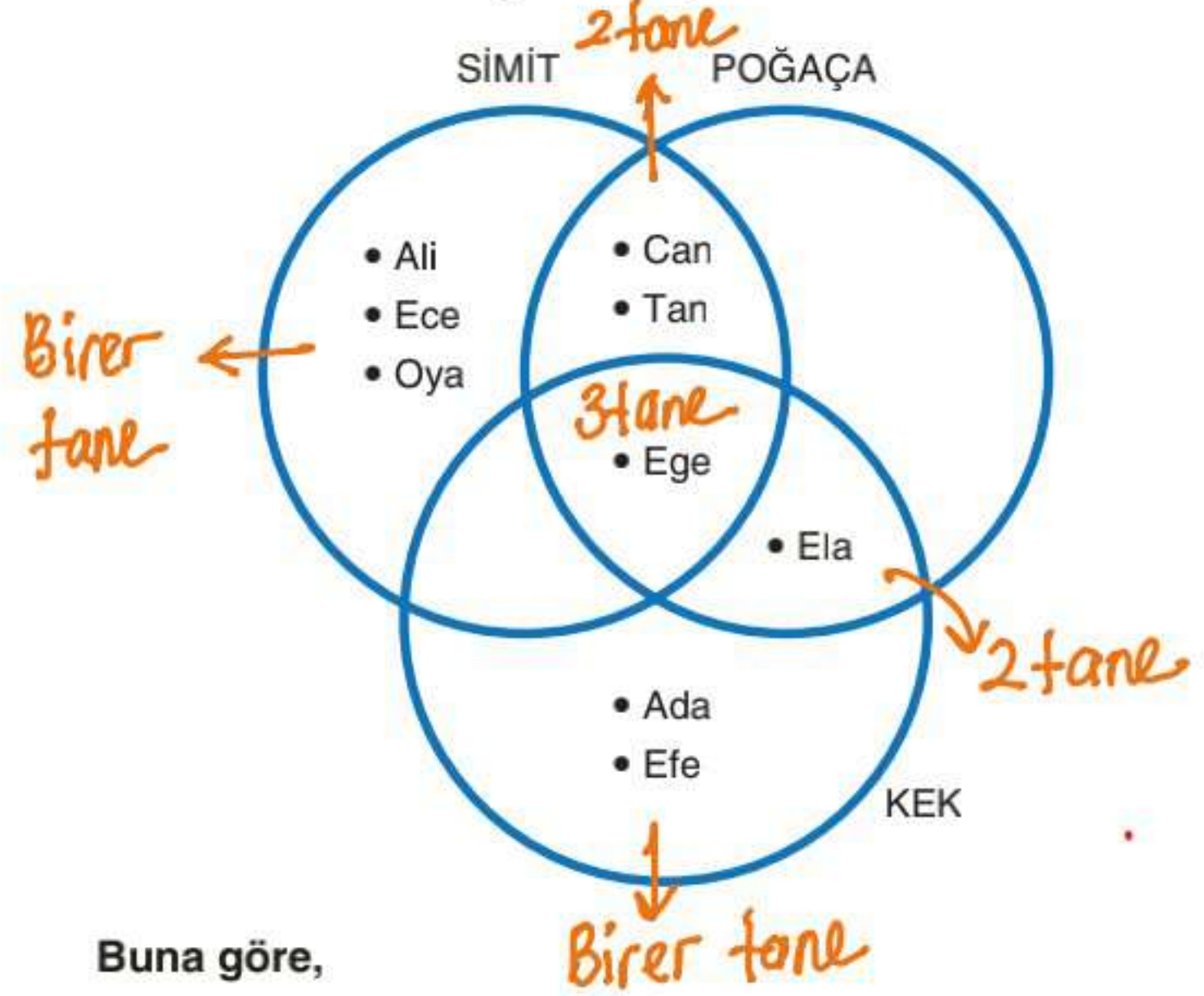
$$b + c = 14 \Rightarrow b = 3$$

$$c = 11$$

$$a + b = 8 \Rightarrow a = 5$$

7. Otobüsle yapılan bir okul gezisinde öğrencilere simit, poğaça ve kek ikramında bulunulmuştur.

Aşağıda verilen Venn şemasında hangi öğrencinin hangi ikramı tercih ettikleri gösterilmiştir.



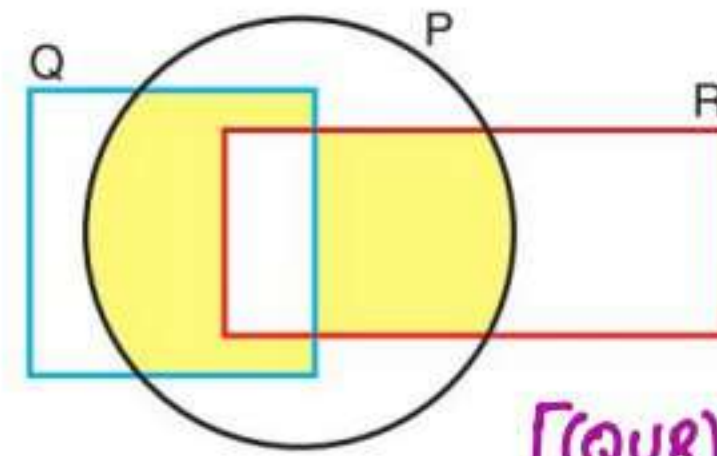
Buna göre,

- I. Poğaça alan herkes en az bir yiyecek daha almıştır. ✓
- II. Ali'nin aldığı ikramdan Can da almıştır. ✓
- III. Toplamda en az 14 yiyecek alınmıştır. ✓

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III
D) I ve III E) I, II ve III

8. Aşağıdaki Venn şemasında,



$$[(Q \cup R) \cap P] \setminus [P \cap Q \cap R]$$

- A harfi ile başlayan isimler kümesi Q,
- Beş harfli isimler kümesi P,
- N harfi ile biten isimler kümesi R ile gösterilmiştir.

Buna göre,

$K = \{\text{Aslan, Rakun, Kaplan, Ayı, Angut, Sazan, Sırtlan, Yılan, Ahtapot, Köpek, Akrep}\}$

kümesinin elemanlarından kaç tanesi yukarıdaki Venn şemasındaki renkli bölgeye ait kümenin elemanıdır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$$Q = \{\text{Aslan, Ayı, Angut, Ahtapot, Akrep}\}$$

$$P = \{\text{Aslan, Rakun, Angut, Sazan, Yılan, Köpek, Akrep}\}$$

$$R = \{\text{Aslan, Rakun, Kaplan, Sazan, Sırtlan, Yılan}\}$$

$$P \cap Q \cap R = \{\text{Aslan}\} \quad (Q \cup R) \cap P = \{\text{Aslan, Rakun, Angut, Sazan, Yılan, Akrep}\}$$

Küme Problemleri

9. $A = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

$B = \{x : x = n^2, n \in A\}$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $A \cup B = A$ B) $4 \in (A - B)$ C) $1 \in (B - A)$

D) $A \cap B = \{0, 1, 4\}$ E) $25 \in (A \cup B)$

$B = \{0, 1, 4, 9, 16\}$

$A \cap B = \{0, 1, 4\}$

10. Aşağıda Tekin ve Kazım'ın müzik kursuna gittikleri günlere ait bir Venn şeması çizilmiştir. Müzik kursu haftanın her günü açık olup Tekin ve Kazım'ın beraber gittikleri 3 gün vardır.



Bu müzik kursuna haftanın her günü Tekin veya Kazım'dan en az biri gelmektedir.

Kazım'ın müzik kursuna gittiği günlerin kümesi A olmak üzere, en çok kaç farklı A kümesi yazılabilir?

A) 64 B) 48 C) 32 D) 24 E) 16

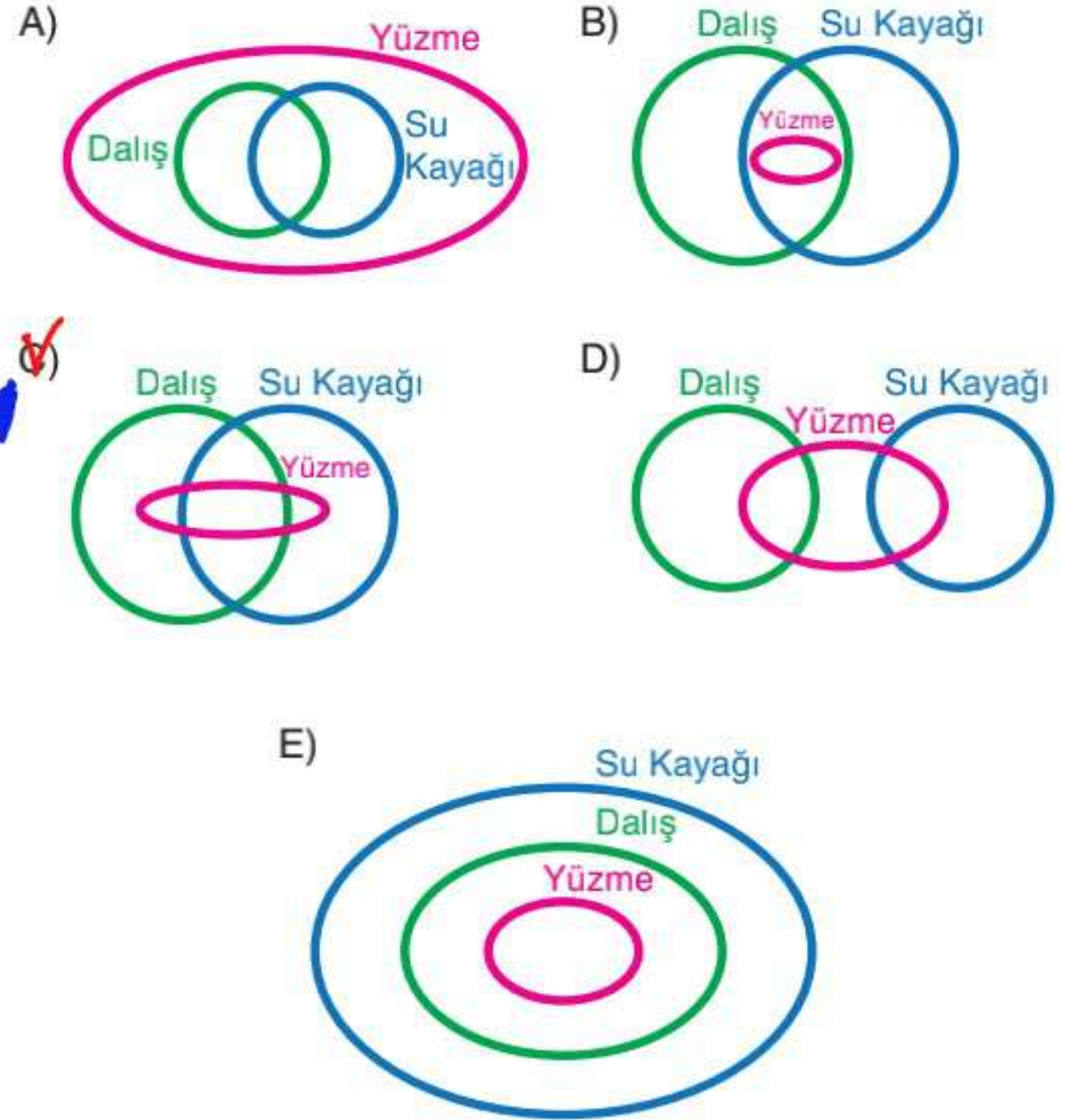
P.tesi Salı Çarş. Perş. Cuma C.tesi Pazar
 K K K
 T T T

{ P.tesi, Çarş., Perş., Pazar }

Alt küme sayısı kadar A kümesi yazılabilir.
 $2^4 = 16$

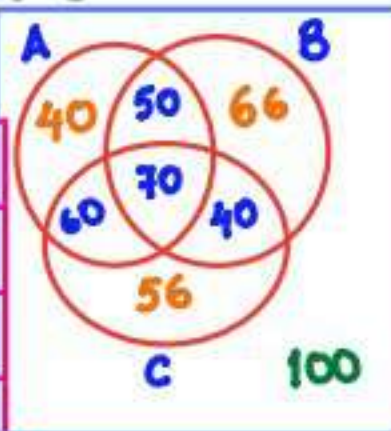
11. Su kayağı, dalış ve yüzme sporlarından en az birinin yapıldığı bir toplulukta; yüzme sporu yapan herkes su kayağı veya dalış sporlarını yapmaktadır.

Buna göre, bu durumu en iyi temsil eden Venn şeması aşağıdakilerden hangisidir?



12. Bir şehirde "A", "B" ve "C" olmak üzere üç tane büyük alışveriş merkezi bulunmaktadır. Bu şehirde yaşayan insanlara bu üç alışveriş merkezinin hangisinden alışveriş yaptıkları ile ilgili bir anket yapılmıştır. Anket sonucu aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Alışveriş Merkezi	Kişi Sayısı
A	220
B	226
C	226
A ve B	120
A ve C	130
B ve C	110
A, B ve C	70
A, B ve C'nin hiçbirinden alışveriş yapmayanlar	100



$$66 + 40 + 56 + 100 = 262$$

Buna göre, ankete katılanlardan kaç kişi A alışveriş merkezine gitmemektedir?

A) 100 B) 130 C) 262 D) 276 E) 552

1. B	2. B	3. D	4. D	5. E	6. C
7. E	8. C	9. D	10. E	11. C	12. C

1. $(2a - 1, 11) = (5, 3b - 7)$
olduğuna göre, $b - a$ farkı kaçtır?
A) -6 B) -3 C) 0 D) 3 E) 6

$$\begin{aligned} 2a - 1 &= 5 & 3b - 7 &= 11 \\ a &= 3 & b &= 6 \\ b - a &= 3 \end{aligned}$$

2. $A = \{x : 0 < x \leq 5, x \in \mathbb{Z}\} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
 $B = \{x : 3 \leq x < 7, x \in \mathbb{N}\} = \{3, 4, 5, 6\}$
 $C = \{m, n\}$

kümeleri veriliyor.

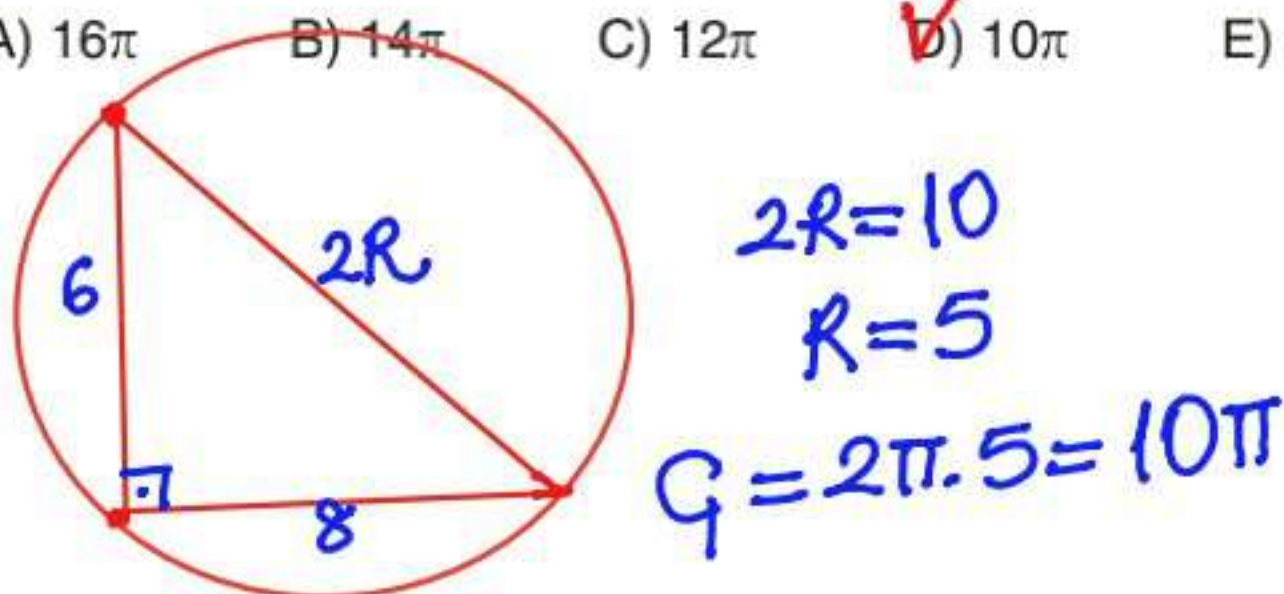
Buna göre, $(C \times A) - (C \times B)$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{(m, 1), (m, 2), (n, 1), (n, 2)\}$
B) $\{(m, 3), (m, 2), (n, 2), (n, 3)\}$
C) $\{(2, m), (3, m), (2, n), (3, n)\}$
D) $\{(4, m), (5, m), (6, m), (4, n), (5, n), (6, n)\}$
E) $\{(m, 4), (m, 5), (m, 6), (n, 4), (n, 5), (n, 6)\}$

$$A - B = \{1, 2\}$$

$$C \times (A - B) = \{(m, 1), (m, 2), (n, 1), (n, 2)\}$$

3. $A = \{-3, 0, 3\}$ ve $B = \{-4, -1, 1, 4\}$
kümeleri veriliyor.
Buna göre, $A \times B$ kümesinin grafiğinin elemanlarını
açıkta bırakmayan en küçük çaplı çemberin çevresi
aşağıdakilerden hangisidir?
A) 16π B) 14π C) 12π D) 10π E) 5π



4. $A = \{x : -1 \leq x < 3 \text{ ve } x \in \mathbb{Z}\}$
 $s[(A \times B) \cup (A \times C)] = 24$
olduğuna göre, $s(B \cup C)$ kaçtır?
A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4

$$A = \{-1, 0, 1, 2\}$$

$$s[A \times (B \cup C)] = 24$$

$$\underbrace{s(A)}_4 \cdot \underbrace{s(B \cup C)}_6 = 24$$

$$s(B \cup C) = 6$$

5. $A \times B = \{(a, b), (a, c), (b, b), (b, c)\}$
olduğuna göre, B kümesinin eleman sayısı kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$B = \{b, c\}$$

$$s(B) = 2$$

6. $A \times B = \{(1, x), (1, y), (1, z), (2, x), (2, y), (2, z), (5, x), (5, y), (5, z)\}$
 $B \times C = \{(x, 3), (x, 5), (y, 3), (y, 5), (z, 3), (z, 5)\}$
olduğuna göre, $s(A \times C)$ kaçtır?
A) 9 B) 8 C) 6 D) 5 E) 4

$$A = \{1, 2, 5\}, C = \{3, 5\}$$

$$\begin{aligned} s(A \times C) &= s(A) \cdot s(C) \\ &= 3 \cdot 2 \\ &= 6 \end{aligned}$$

Kartezyen Çarpım

7. Elemanları birbirinden farklı A ve B kümeleri veriliyor.

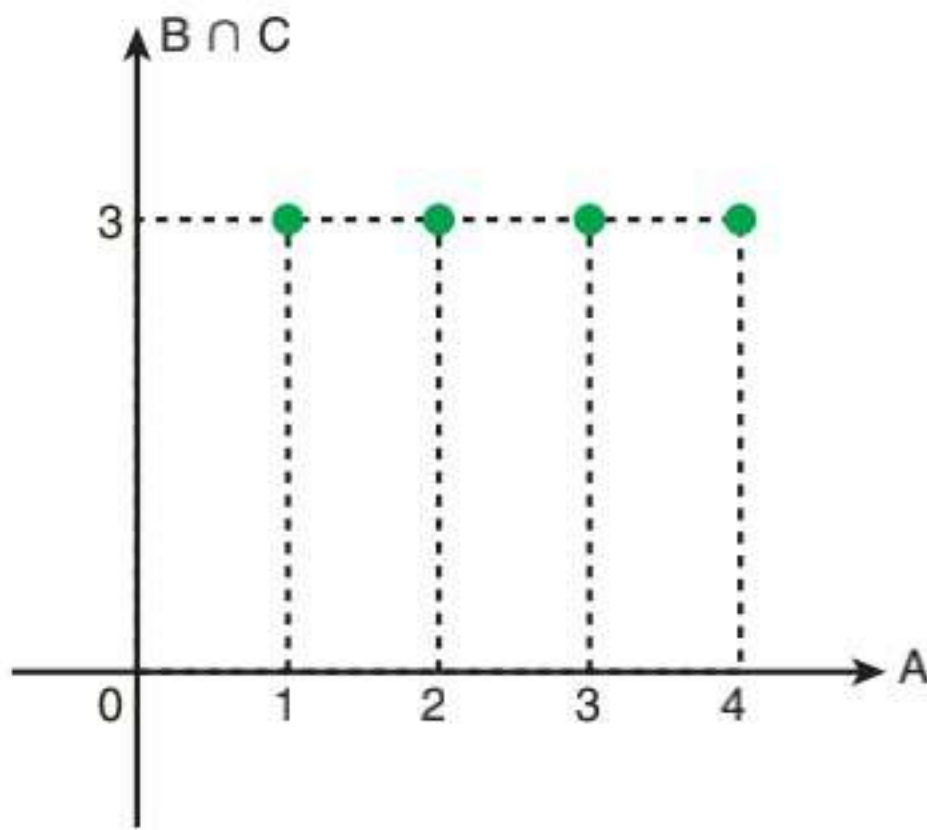
$$s(A \times B) = 24 \text{ tür.}$$

Buna göre, $A \cup B$ kümesinin eleman sayısının alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 14 E) 25

$$s(A \times B) = \underbrace{s(A)}_4 \cdot \underbrace{s(B)}_6 = 24$$

8. Aşağıda, $A \times (B \cap C)$ kümesinin grafiği çizilmiştir.



$C \subseteq A$ olmak üzere,

$$B = \{3, 5, 6\} \text{ dir.}$$

Buna göre, kaç farklı C kümesi yazılabilir?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 16

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B \cap C = \{3\}$$

$$C = \{3, \dots\} \quad 2^3 = 8$$

9. $A = \{b, c, a, d\}$ } $s(A \times B) = 8$
 $B = \{d, e\}$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, $A \times B$ kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde iki bileşeni de sesli harf olan sıralı ikili bulunur?

- A) 32 B) 64 C) 96 D) 128 E) 256

$$\{(a, e), \dots\} \quad 2^7 = 128$$

10. N doğal sayılar kümesi olmak üzere, aşağıdakilerden hangisi N^2 ($N \times N$) nin bir elemanıdır?

- A) 4 B) 9 C) (-1, 2) D) (3, 7) E) $\left(\frac{3}{4}, 1\right)$

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

11. $A \times B = \{(-1, 3), (0, 1), (1, 4), (2, 3), \dots\}$

Yukarıda $A \times B$ kümesinin bir kısmı yazılmıştır.

Buna göre, $A \times B$ kümesinin yazılmayan en az kaç ikilisi daha vardır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

$$A = \{-1, 0, 1, 2\} \text{ en az}$$

$$B = \{1, 3, 4\}$$

$$s(A \times B) = 4 \cdot 3 = 12$$

$$12 - 4 = 8$$

12. A ve B kümeleri için,

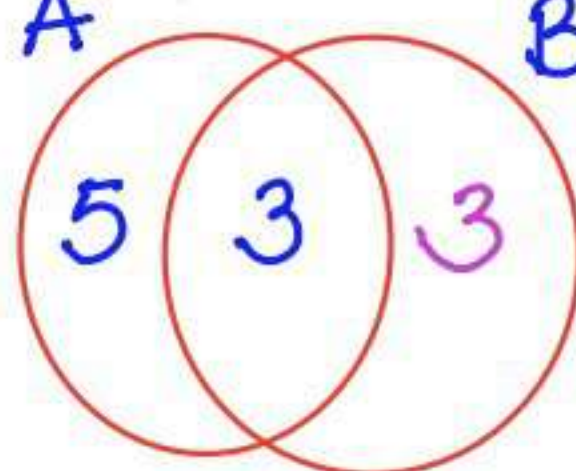
$$s(A - B) = 5$$

$$s(A - B^c) = 3$$

$$s[(A \times B) \cup (A \times A)] = 88 \quad \frac{8}{s(A)} \cdot \frac{11}{s(B \cup A)} = 88$$

olduğuna göre, $s(B - A)$ kaçtır?

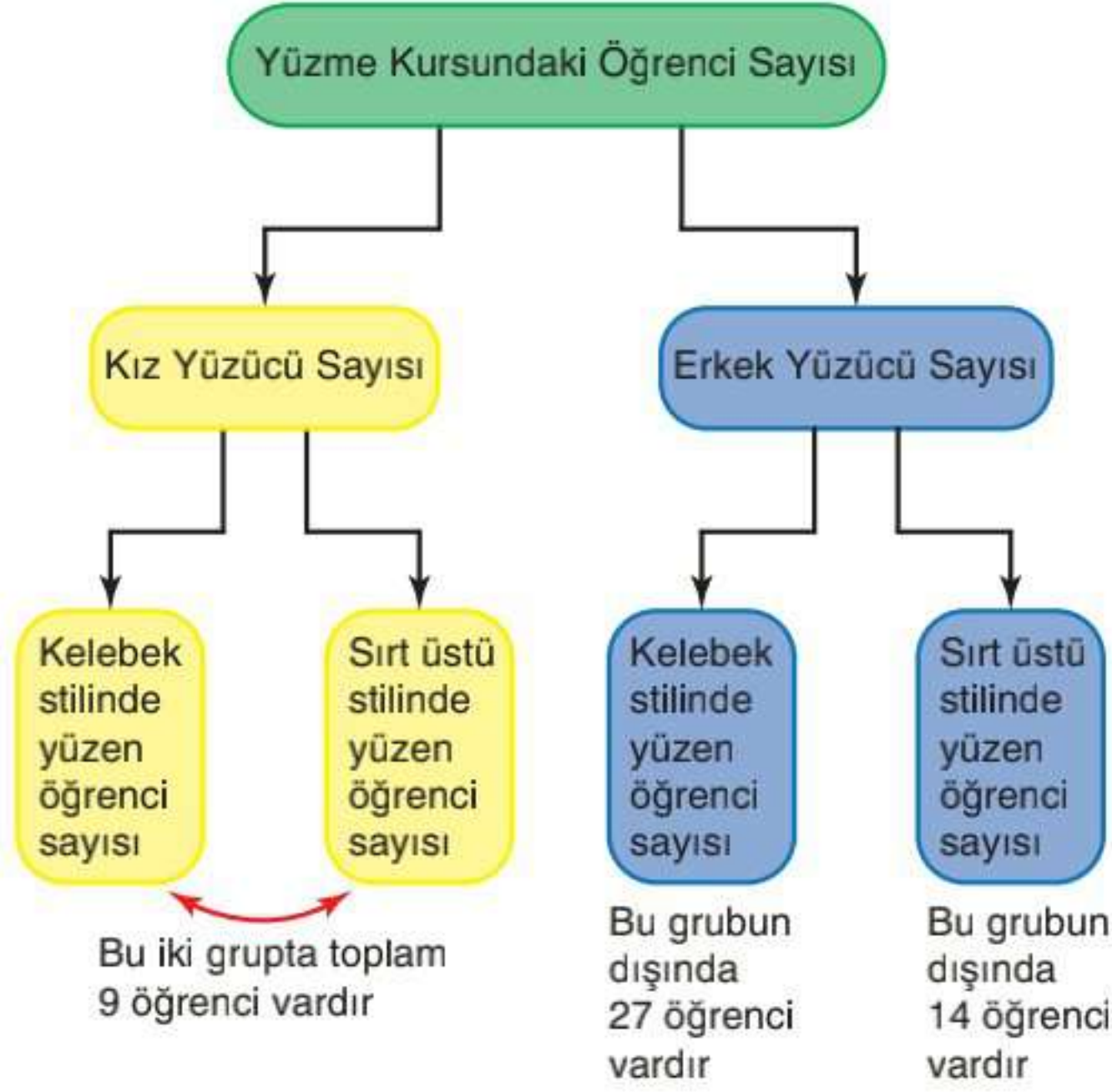
- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1



$$s(B - A) = 3$$

1. D	2. A	3. D	4. D	5. B	6. C
7. B	8. D	9. D	10. D	11. D	12. C

1. Aşağıda, bir yüzme kursundaki kız ve erkek öğrencilerin hangi stillerde kurs aldıkları gösterilmiştir.



Yukarıda verilen bilgilere göre, yüzme kursundaki toplam öğrenci sayısı kaçtır?

- A) 50 B) 41 C) 36 D) 32 E) 23

	Kelebek	Sırt Üstü
Kız	a	b
Erkek	c	d

$$\begin{aligned}
 a+b &= 9 \\
 a+b+d &= 27 \\
 a+b+c &= 14 \\
 d &= 18 \quad c = 5 \\
 \frac{a+b+c+d}{14 \quad 18} &= 32
 \end{aligned}$$

2. Matematik dersinde Mahsum Öğretmen, öğrencilerine 1'den 40'a kadar (40 sayısı dahil) olan sayma sayılarından bazıalarını tahtaya yazmalarını söylemiştir.

Kadir, tahtaya 16 sayı, Hamza ise 14 sayı yazmıştır. Mahsum Öğretmen, Kadir'in yazdığı sayıları A kümesi ve Hamza'nın yazdığı sayıları B kümesi olarak liste yöntemiyle tahtaya yazmıştır.

$s(A \cup B) = 27$ olduğuna göre, Kadir ve Hamza'nın yazdıkları ortak sayıların toplamı en fazla kaçtır?

- A) 120 B) 119 C) 118 D) 117 E) 116

$$\begin{aligned}
 s(A \cup B) &= s(A) + s(B) - s(A \cap B) \\
 27 &= 16 + 14 - s(A \cap B) \\
 s(A \cap B) &= 3 \\
 40 + 39 + 38 &= 117
 \end{aligned}$$

3. • A kümesinin alt kümelerinden biri $\{1\}$ dir.
• A kümesinin elemanlarından biri $\{1\}$ dir.

Buna göre, A kümesinin alt küme sayısı en az kaçtır?

- A) 16 B) 8 C) 4 D) 2 E) 1

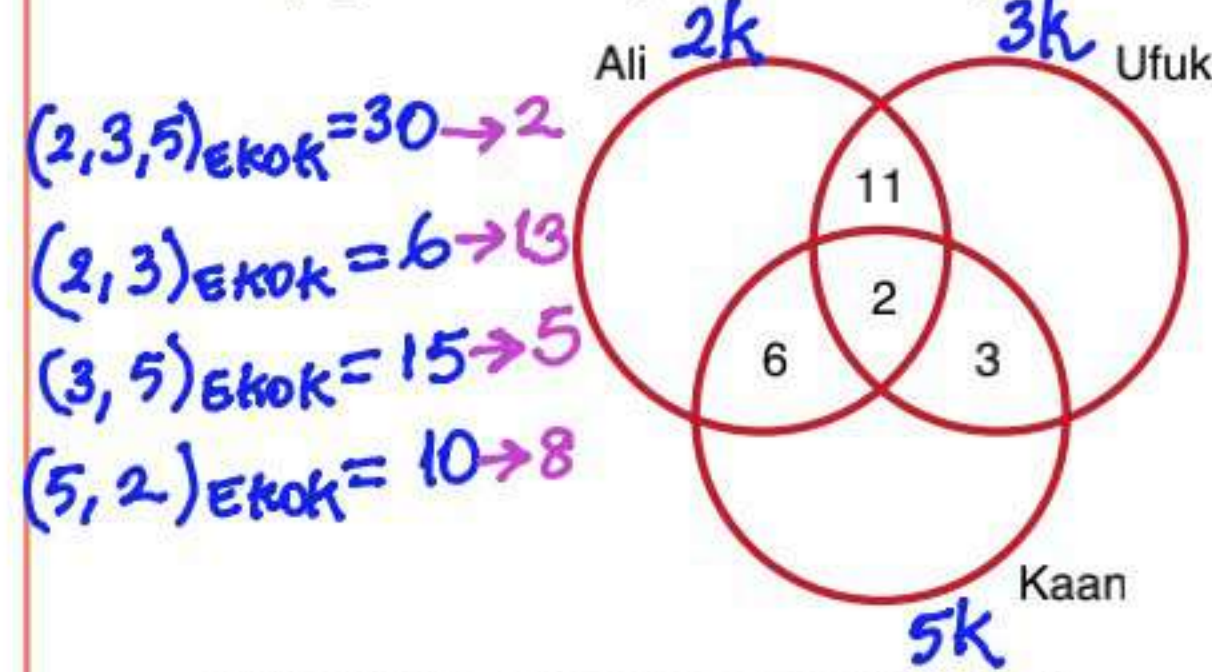
$$\begin{aligned}
 A &= \{1, \{1\}\} \\
 s(A) &= 2 \\
 2^2 &= 4
 \end{aligned}$$

4. Aşağıda eş yüksekliklerden oluşan merdivenin basamakları 1'den n'ye kadar numaralandırılmıştır.



Zeminden başlayarak Ali merdivenin basamaklarını ikişer ikişer, Ufuk merdivenin basamaklarını üçer üçer ve Kaan merdivenin basamaklarını beşer beşer çıkmaktadır.

Ali, Ufuk ve Kaan'ın bastıkları basamakların sayıları ile ilgili aşağıdaki Venn şeması verilmiştir.



Buna göre, n sayısı en çok kaçtır?

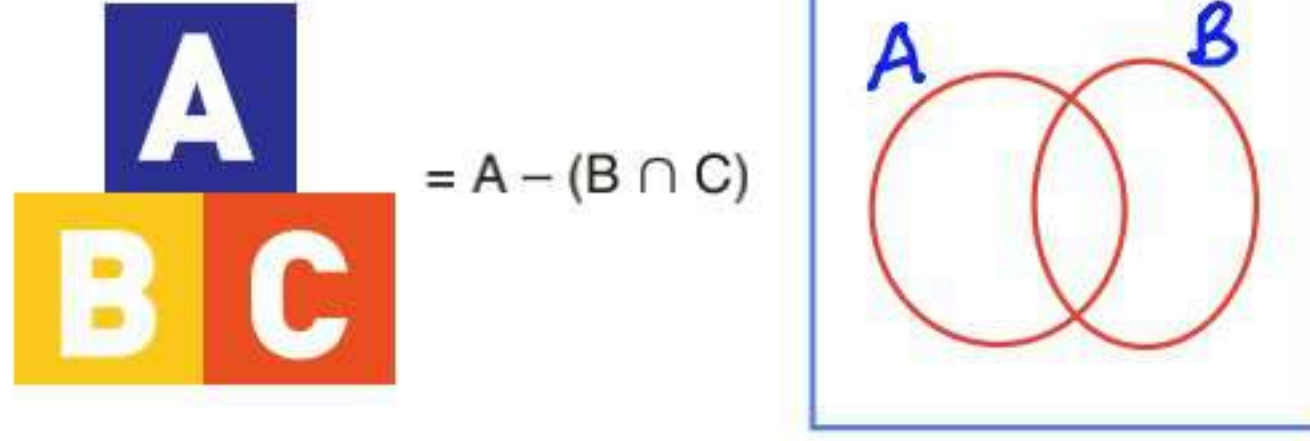
- A) 89 B) 87 C) 86 D) 84 E) 83

$$1, 2, 3, 4, 5, \dots, 80, 81, 82, 83$$

En çok

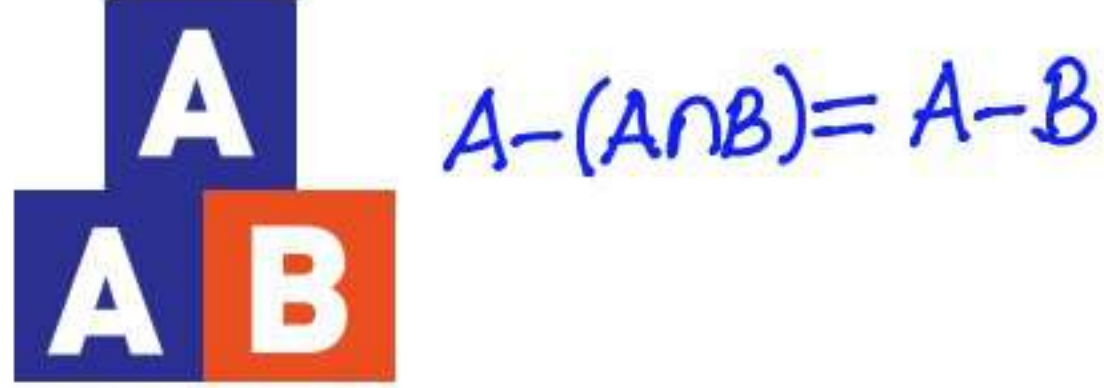
Karma

5. A, B ve C kümeleri E evrensel kümesinin alt kümeleri ve \emptyset : Boş küme olmak üzere,

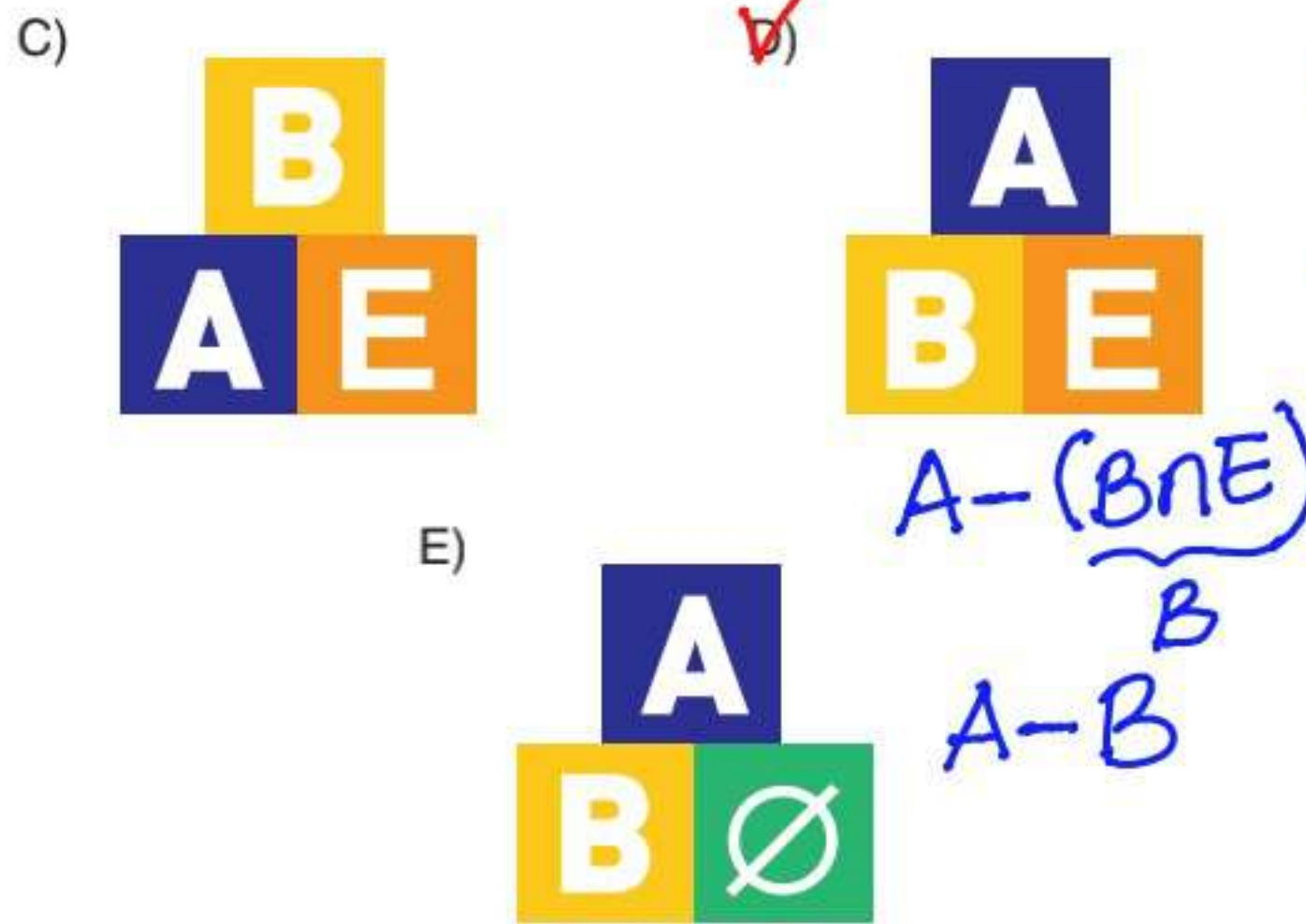


eşitliği tanımlanıyor.

Buna göre,



ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?



6. Kalem, Sergi, Kahve, Silgi

kelimelerinin baştan p. harflerinin kümesi A_p dir.

Örneğin; baştan 1. harflerin kümesi $A_1 = \{K, S\}$

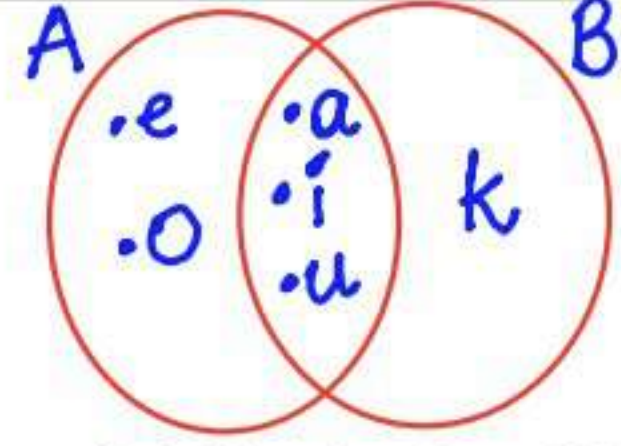
Buna göre, $A_5 - A_2$ kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) {a} B) {m} C) {s} D) {i} E) {e}

$$A_5 = \{m, i, e\} \quad A_2 = \{a, e, i\}$$

$$A_5 - A_2 = \{m\}$$

7. $A = \{a, e, i, o, u\}$
 $A - B = \{e, o\}$ ve
 $B - A = \{k\}$

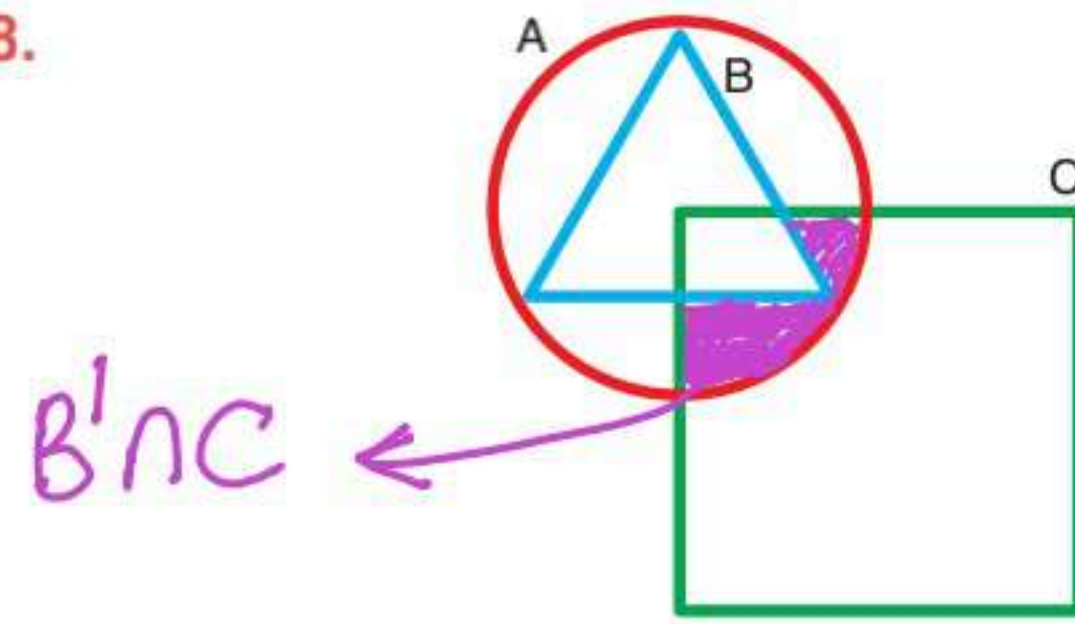


kümeleri veriliyor.

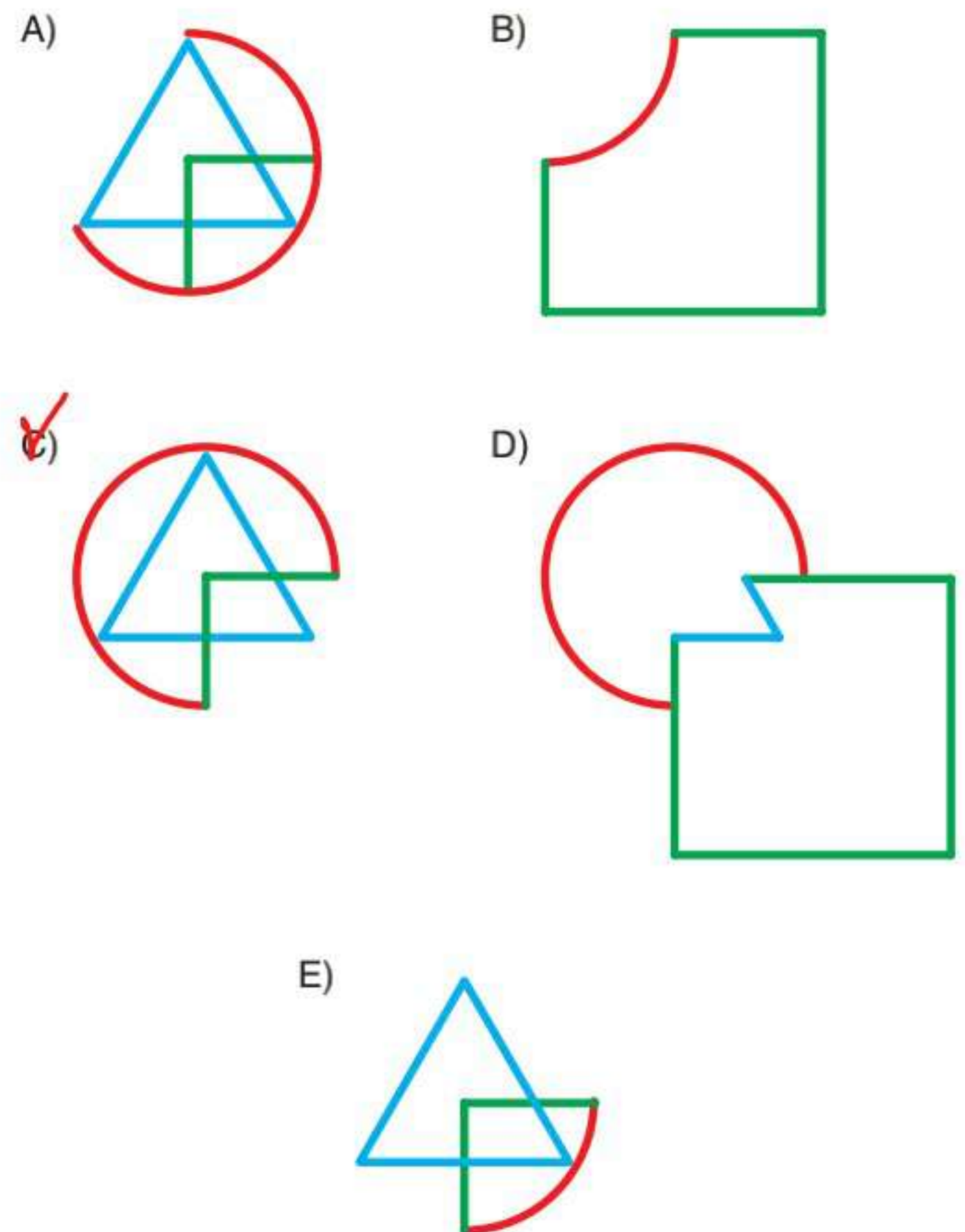
Buna göre, B kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) {a, i, k, e} B) {a, i, u} C) {a, e, k, u}
D) {a, i, k, u} E) {a, e, i, k, u}

- 8.



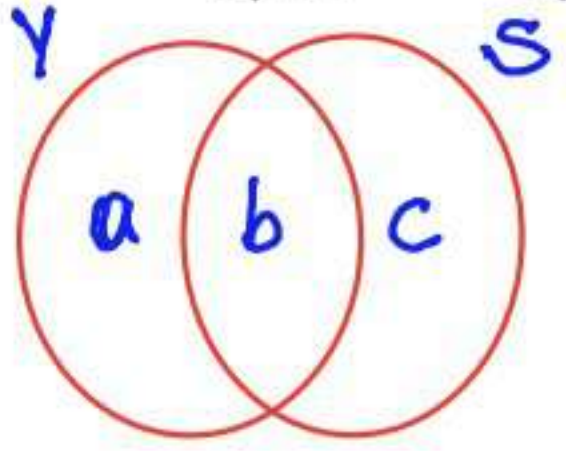
Yukarıdaki gibi A, B, C kümeleriyle belirtilen bölgelerden $B' \cap C$ kümesi çıkartılırsa kalan bölge aşağıdakilerden hangisi olur?



9. Yüzme ve su topu yarışmalarının en az birinin yapıldığı bir grupta her iki yarıştı yapan sporcu sayısı yalnız su topu yarıştı yapan sporcuların %25'ine ve yalnız yüzme yarıştı yapanların %50'sine eşittir.

Buna göre, bu gruptaki sporcu sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 24 B) 32 C) 48 D) 52 E) 56



$$b = C \cdot \frac{1}{4} = a \cdot \frac{1}{2}$$

$$a = 2b, c = 4b$$

$$a + b + c = 7b$$

7'nin katı

10. Arama motorlarının kullanımına ilişkin yapılan bir ankette erkek, kadın ve çocuklara hangi arama motorunu kullandıkları sorulmuştur. Anket sonucunda hazırlanan tablo aşağıdaki gibidir.

	Google (G)	Yahoo (Y)
Erkek (E)	12	4
Kadın (K)	8	4
Çocuk (Ç)	6	2

Buna göre,

$$\frac{s(E \cap (G \cup Y)) + s(K \cap Y)}{s(G \cap \bar{Ç})}$$

oranı kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{3}$

$$\frac{16 + 4}{12 + 8} = \frac{20}{20} = 1$$

11. $[-7, 1) \cap [-4, \sqrt{3})$

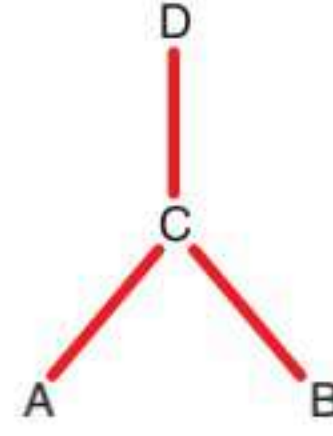
kümesinin elemanlarından kaç tanesi tam sayıdır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

$$[-4, 1)$$

$$-4, -3, -2, -1, 0 \rightarrow 5 \text{ tanesi}$$

- 12.

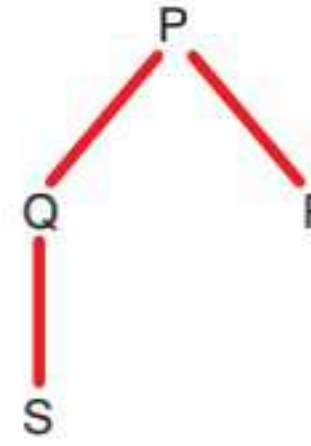


- A = {0, 1, 2}
B = {1, 2, 3, 4}
C = {0, 1, 2, 3, 4, 5}
D = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}

Liste yöntemiyle yazılan veya Venn şemasıyla gösterilen bir kümenin doğrusal diyagramı şu şekilde ifade edilir.

D kümesi C kümesini kapsar, C kümesi de A ve B kümesini kapsar. Bu durumda doğrusal diyagram yukarıdaki gibidir.

Buna göre doğrusal diyagramı,



P kümesi, Q ve R kümelerini kapsar.
Q kümesi, S kümesini kapsar.

şeklinde olan kümenin Venn şeması ile gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) B)
- C) D) E)

1. D	2. D	3. C	4. E	5. D	6. B
7. D	8. C	9. E	10. A	11. B	12. D

Sayı Kümeleri



YANINDA BULUNSUN

Sayıları yazmak, göstermek için kullanılan sembollere "**Rakam**" denir. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sembollerinin her biri bir rakamdır.

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$ kümesine "**Doğal Sayılar Kümesi**" denir.

$\mathbb{S} = \mathbb{N}^+ = \{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$ kümesine "**Sayma Sayılar Kümesi**" denir.

$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ kümesine "**Tam Sayılar Kümesi**" denir.



YANINDA BULUNSUN

- $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$ şeklinde ifade edilen küme

"**Rasyonel Sayılar Kümesi**" denir.

Örneğin; $\frac{3}{4}$, -2, 0, 3 sayıları birer rasyonel sayıdır.

- a ile b tam sayı ve $b \neq 0$ olmak üzere, $\frac{a}{b}$ şeklinde yazılamayan sayılara "**İrrasyonel Sayılar**" denir ve \mathbb{I} ile gösterilir.

Örneğin; $\sqrt{5}$, π , $\sqrt{2} - 1$ sayıları birer irrasyonel sayıdır.

- Reel sayılar kümesi tam sayıların, doğal sayıların, rasyonel ve irrasyonel sayıların birleşimi ile meydana gelir ve \mathbb{R} ile gösterilir.



\mathbb{S} = Sayma Sayılar
 \mathbb{N} = Doğal Sayılar
 \mathbb{Z} = Tam Sayılar
 \mathbb{Q} = Rasyonel Sayılar
 \mathbb{I} = İrrasyonel Sayılar
 \mathbb{R} = Gerçek Sayılar



ÖRNEK 1.

-7 sayısı,

- Doğal Sayı
- Tam Sayı
- Rasyonel Sayı
- Reel Sayı

sayı kümelerinden kaç tanesinin bir elemanıdır?



ÇÖZÜM

$$\begin{array}{l} -7 \in \mathbb{Z} \\ -7 \in \mathbb{Q} \\ -7 \in \mathbb{R} \\ -7 \notin \mathbb{N} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} -7 \in \mathbb{Z} \\ -7 \in \mathbb{Q} \\ -7 \in \mathbb{R} \\ -7 \notin \mathbb{N} \end{array}} \right\} 3 \text{ tanesinin} \\ \text{elemanıdır.}$$



ÖRNEK 2.

\mathbb{S} = Sayma Sayılar

\mathbb{N} = Doğal Sayılar

\mathbb{Z} = Tam Sayılar

\mathbb{Q} = Rasyonel Sayılar

\mathbb{I} = İrrasyonel Sayılar

\mathbb{R} = Gerçek Sayılar

Halil Öğretmen, matematik dersinde tahtaya yukarıdaki sayı kümelerini ve aşağıdaki sayıları yazıyor.

$\sqrt{5}$	-3	2
$\frac{2}{3}$	0	$-\pi$

Halil Öğretmen, tahtaya kaldırdığı öğrencisine; "**Yazdığım altı sayıdan ikisini seç. Seçtiğin sayılar, verdiğim sayı kümelerinden kaç tanesinin elemanı ise bu sayıların her birinden ayrı ayrı puanlar alacaksın**" diyor.

Örneğin; öğrencisi $\sqrt{5}$ sayısını seçerse, bu sayı hem irrasyonel hem de gerçek sayılar kümesine ait olduğu için 2 puan alacaktır.

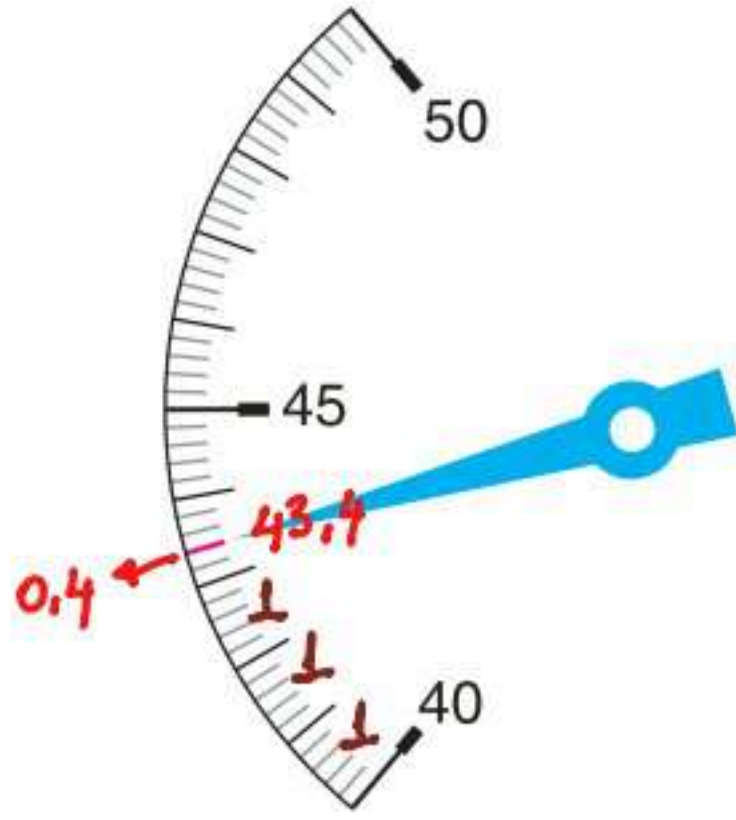
Buna göre, öğrencinin alabileceği puan en çok kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

2, 5 fanesinin elemanıdır.
0, 4 fanesinin elemanıdır.
 $5 + 4 = 9$ puan

? ÖRNEK 3.

Aşağıda bir ölçüm cihazının ekranının bir kısmı gösterilmiştir.



Şekildeki her aralık eşit olduğuna göre, ibrenin gösterdiği ölçüm değeri,

- I. Tam Sayı
- II. Rasyonel Sayı
- III. Reel Sayı

sayı kümelerinden hangilerinde olabilir?

✓ ÇÖZÜM

$$43,4 \in \mathbb{Q}$$

$$43,4 \in \mathbb{R}$$

II ve III

? ÖRNEK 4.

$\frac{x \cdot y}{2}$ işleminin sonucu bir tam sayıdır.

Buna göre,

- I. x ve y irrasyonel sayıdır.
- II. x rasyonel ve y doğal sayıdır.
- III. x tam sayı ve y doğal sayıdır.

ifadelerinden hangileri doğru olabilir?

✓ ÇÖZÜM

$$\frac{x \cdot y}{2} \in \mathbb{Z}$$

- I. $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = 1 \in \mathbb{Z}$
- II. $\frac{\frac{1}{2} \cdot 0}{2} = 0 \in \mathbb{Z}$
- III. $\frac{5 \cdot 0}{2} = 0 \in \mathbb{Z}$

Hepsi doğrudur.

? ÖRNEK 5.

x bir rakamdır.

Buna göre,

- I. $\sqrt{x} + 1$ ifadesi bir reel sayıdır.
- II. $\frac{1}{x^2 - 3}$ ifadesi rasyonel sayıdır.
- III. $\frac{1}{x^2 - 9}$ ifadesi rasyonel bir sayı olmayabilir.

ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

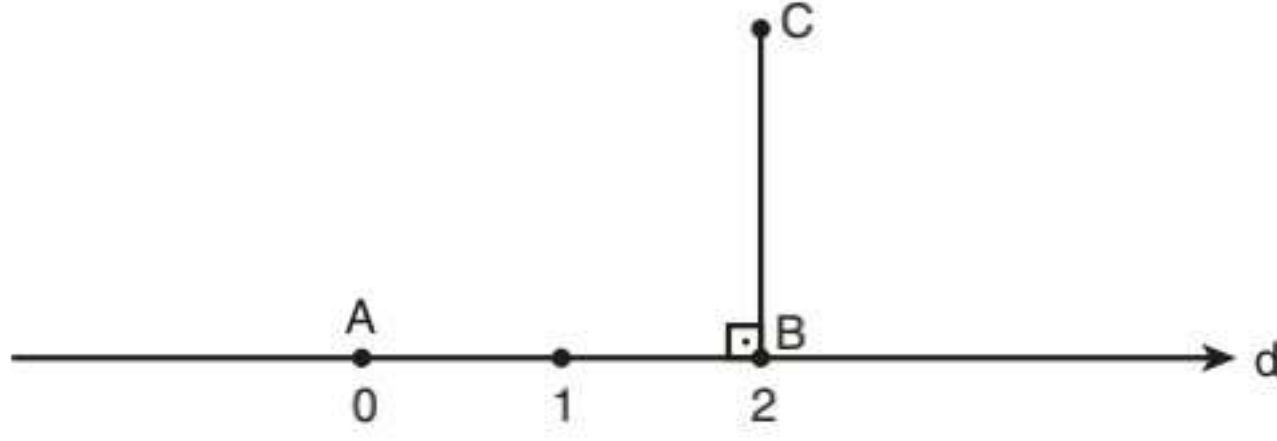
✓ ÇÖZÜM

- I. $\sqrt{2} + 1 \in \mathbb{R}$
- II. Payı sıfır yapan rakam yoktur.
- III. $x = 3$ için rasyonel değil.

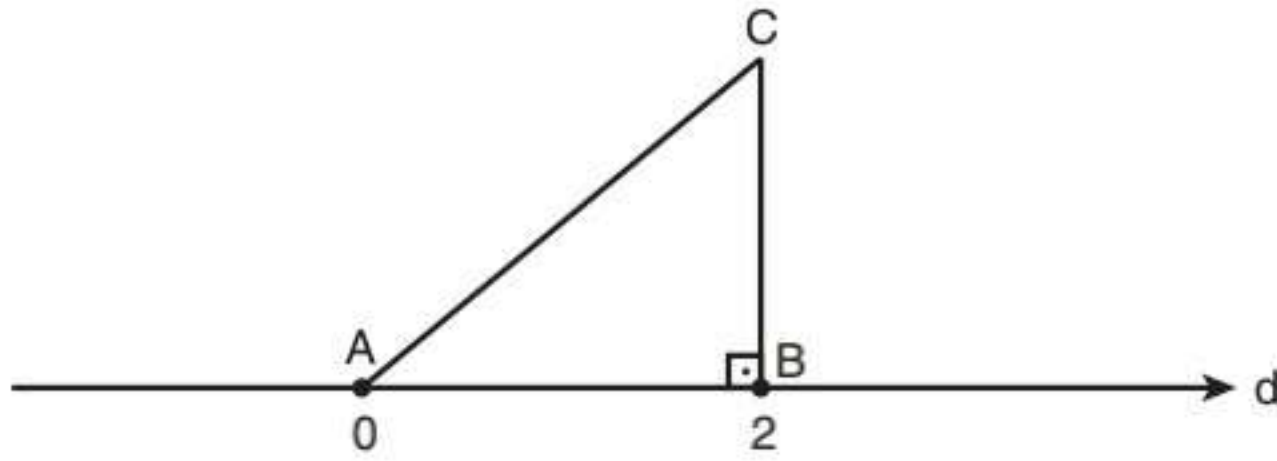
Hepsi doğrudur.

Sayı Kümeleri

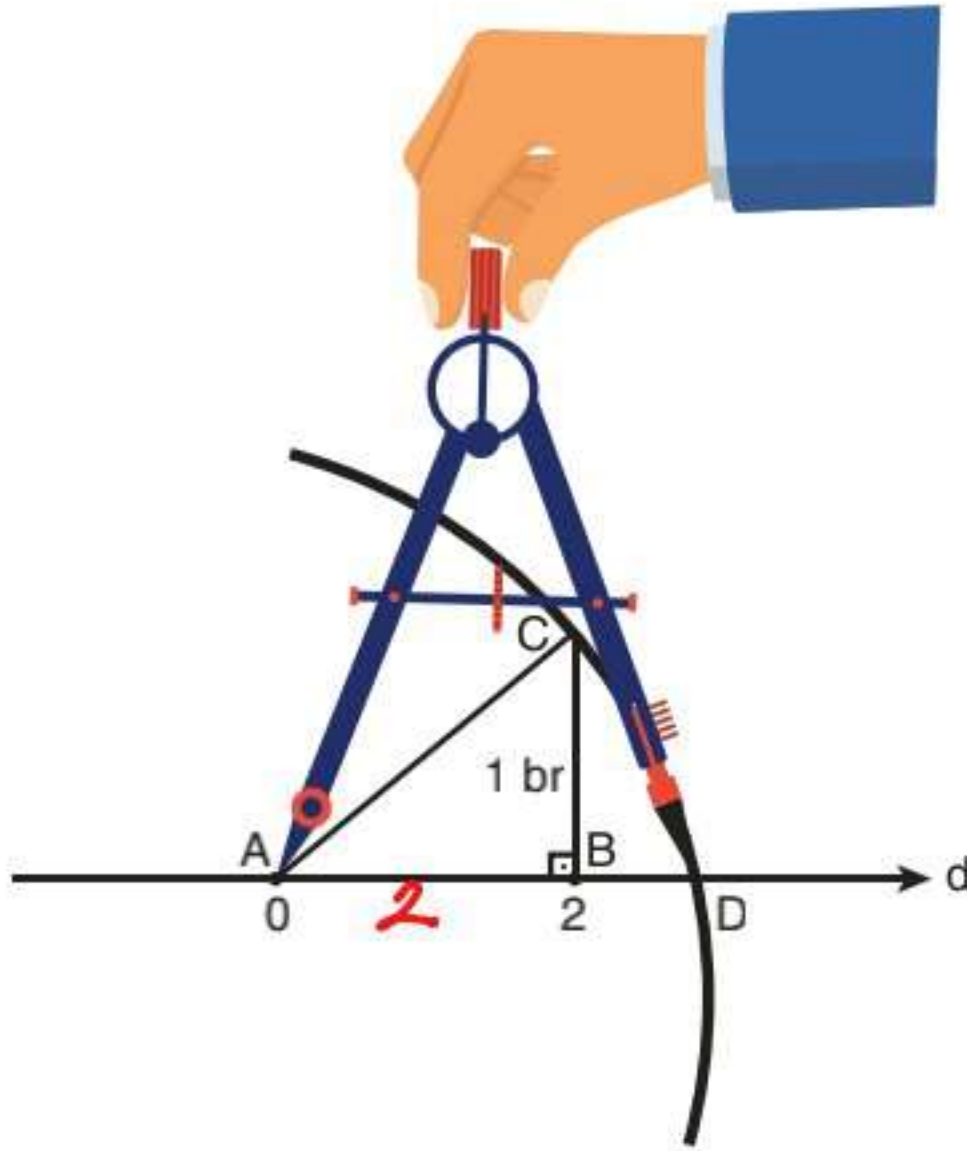
? ÖRNEK 6.



Ahmet, pergel ve cetvel kullanarak yukarıda verilen sayı doğrusunda sırasıyla, cetvelle önce A noktasından $|AB| = 2$ br olacak şekilde bir doğru parçası çizmiştir. Daha sonra B noktasından sayı doğrusuna dik olacak şekilde $|BC| = 1$ birimlik doğru parçası çizmiştir.



Ahmet, daha sonra pergelini $[AC]$ kadar açıp pergelin sivri ucunu A noktasına sabitleyip bir çember yayı çizmiştir.



Ahmet'in çizdiği çember yayının d doğrusunu kestiği noktalardan biri D'dir.

Buna göre, Ahmet'in bulduğu D noktası hangi sayının sayı doğrusundaki yerini gösterir?

✓ ÇÖZÜM

$$|AC| = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

!

YANINDA BULUNSUN

2 ile tam bölünebilen tam sayılara "**Çift Sayılar**",
2 ile tam bölünemeyen tam sayılara "**Tek Sayılar**" denir.

Çift tam sayılar kümesi,

$$\mathbb{Z}_Ç = \{\dots, -4, -2, 0, 2, \dots\}$$

Tek tam sayılar kümesi,

$$\mathbb{Z}_T = \{\dots, -3, -1, 1, 3, \dots\}$$

şeklinde gösterilir.

📄

NOT

Tek ve çift sayılar denildiğinde sadece tam sayılar kümesi göz önünde bulundurulmalıdır. Tam sayı olmayan rasyonel sayılar, ondalıklı sayılar ve köklü sayılarda teklik-çiftlik aranmaz.

📄

NOT

Son rakamı çift olan sayılar 2 ile tam bölünür.

Örneğin; 2348 sayısının son rakamı 8 olduğundan 2 ile tam bölünür.

? ÖRNEK 7.

102a Sokak

Yanda verilen 4 basamaklı sokağın numarasının tek sayı olduğu bilinmektedir.

Buna göre, a sayısının alacağı değerler toplamı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$102a$$

$$\downarrow$$

$$1, 3, 5, 7, 9$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$$

? ÖRNEK 8.

Rakamları birbirinden farklı 7 basamaklı 43265a1 sayısında çift rakamlar tek sayıda ve tek rakamlar çift sayıdadır.

Buna göre, a'nın alacağı değerler toplamı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{array}{ccccccc} 4 & 3 & 2 & 6 & 5 & a & 1 \\ & & & & & \downarrow & \\ & & & & & 7 & \\ & & & & & 9 & \\ & & & & & 7+9=16 & \end{array}$$

! YANINDA BULUNSUN

- T bir tek sayı,
Ç bir çift sayı olmak üzere,

+	T	Ç
T	Ç	T
Ç	T	Ç

x	T	Ç
T	T	Ç
Ç	Ç	Ç

- Üslü sayılarda teklik-çiftlik bakılırken; üs pozitif tam sayı ise üst silinip, tabana bakılıp sayının tek veya çift olduğuna karar verilir.

? ÖRNEK 9.

Aşağıda verilen işlemlerin yanlarında bulunan kutuların içine işlemlerin sonuçları tek ise T, çift ise Ç yazınız.

a) $1043 \cdot 2016$

b) $3^{105} + 6$

c) $5^{20} \cdot (2^{24} - 1)$

✓ ÇÖZÜM

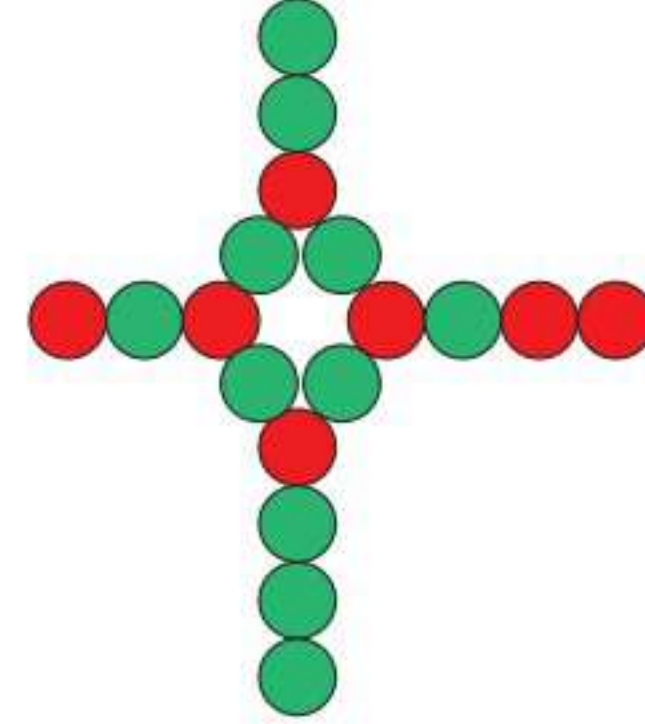
a) $T \cdot Ç = Ç$

b) $T + Ç = T$

c) $T \cdot (Ç - 1) = T$

? ÖRNEK 10.

Aşağıda kırmızı ve yeşile boyalı daireler verilmiştir.



Yeşile boyalı dairelerin içinde tek sayılar ve kırmızıya boyalı dairelerin içinde çift sayılar bulunmaktadır.

Buna göre, tüm dairelerin içinde bulunan sayıların toplamının tek mi-çift mi olduğunu bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$\underbrace{11 \cdot Y}_{T} + \underbrace{7 \cdot K}_{Ç} = T$$

! YANINDA BULUNSUN

n bir tam sayı olmak üzere,

$$2 \cdot n \text{ sayısı çift,}$$

$$2 \cdot n - 1 \text{ ve } 2 \cdot n + 1$$

sayıları tektir.

? ÖRNEK 11.

m, n ve k birer tam sayıdır.

$$2 \cdot m^3 = n \cdot k \text{ dir.}$$

Buna göre; m, n ve k sayıları için tek-çift yorumunu yapınız.

✓ ÇÖZÜM

$$\underbrace{2 \cdot m^3}_{9} = n \cdot k$$

$$\begin{array}{c} n \cdot k = 9 \\ \begin{array}{cc} 9 & 1 \\ 1 & 9 \end{array} \end{array}$$

n veya k'den en az biri çift sayıdır.
m ile ilgili yorum yapılamaz.

? ÖRNEK 12.

a, b ve c birer tam sayıdır.

$$4 \cdot a - 1 = b \cdot c \text{ dir.}$$

Buna göre; a, b ve c sayıları için tek-çift yorumu yapınız.

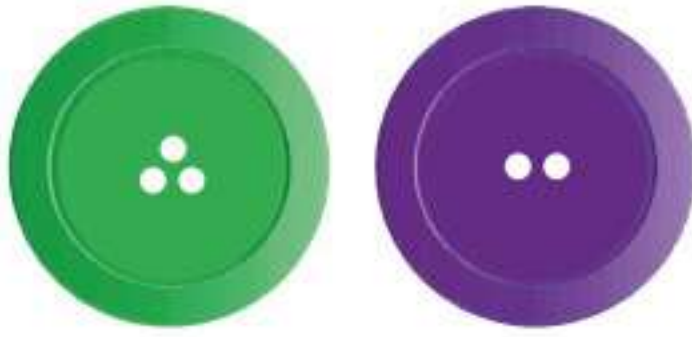
✓ ÇÖZÜM

$$\begin{array}{c} \underbrace{4a-1}_{T} = b \cdot c \\ \begin{array}{c} a \cdot b = T \\ \begin{array}{cc} T & T \end{array} \end{array} \end{array}$$

b ve c tek sayıdır.
a ile ilgili yorum yapılamaz.

? ÖRNEK 13.

Aşağıda iki ve üç delikli düğme görseli verilmiştir.



Bir atölyede x tane 3 delikli ve y tane 2 delikli düğme vardır.

Atölyede bulunan tüm düğmelerdeki delik sayısının toplamı 1719 olduğuna göre, x ve y sayılarından hangisi kesinlikle tektir?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{array}{c} 3 \cdot x + 2 \cdot y = 1719 \\ \begin{array}{cc} \underbrace{3 \cdot x}_{9} & \underbrace{2 \cdot y}_{T} \end{array} \end{array}$$

$$x = T$$

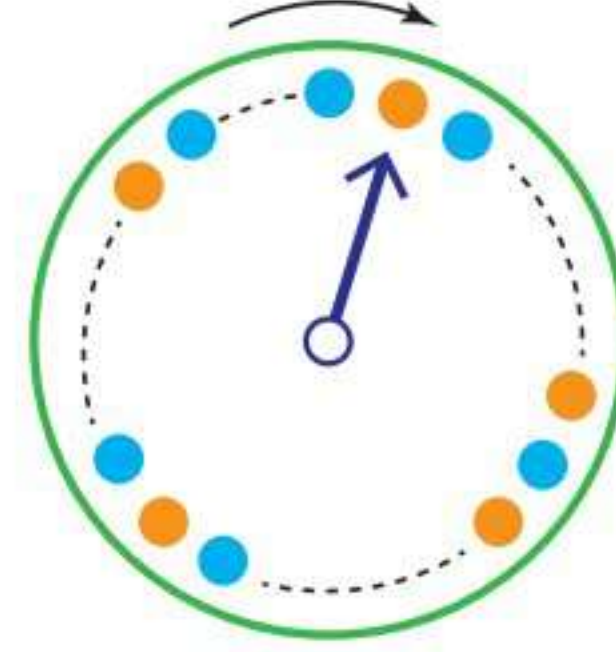
x tek sayıdır.

? ÖRNEK 14.

Aşağıdaki büyük daireye bir mavi bir turuncu düzeninde devam eden daireler yerleştirilmiştir. Başlangıçta ibre mavi renkli daireyi göstermektedir.

İbre her saniye sonunda saat yönünde ilerleyerek bir sonraki daireyi göstermektedir.

Buna göre; ibre önce a · b saniye, daha sonra a saniye hareket ettikten sonra,



görüntüsü oluştuğuna göre,

- I. a + b toplamı tektir. $T + 9 = T$
- II. a · b çarpımı çifttir. $T \cdot 9 = 9$
- III. 2a - b farkı çifttir. $9 - 9 = 9$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

✓ ÇÖZÜM

$$a \cdot b + a = T$$

$$\begin{array}{c} a \cdot (b+1) = T \\ \begin{array}{cc} \underbrace{a}_{T} & \underbrace{(b+1)}_{T} \end{array} \end{array}$$

$$a = T \text{ ve } b = 9$$

I-II-III doğrudur.



YANINDA BULUNSUN

- x çift tam sayı ise x^2 çift sayıdır.
- x^2 çift tam sayı ise x çift tam sayı olmak zorunda değildir.

Örneğin; $x = \sqrt{2}$ olsun.

$(\sqrt{2})^2 = 2$ çift tam sayı olmasına rağmen $x = \sqrt{2}$ çift tam sayı değildir.



YANINDA BULUNSUN

Aralarında 1 fark bulunan tam sayılara "**Ardışık Tam Sayılar**" denir.

Örneğin; $-3, -2, -1, 0, 1, 2$
sayıları ardışık 6 tam sayıdır.

- n tam sayı olmak üzere; n ve $n + 1$ tam sayıları ardışık iki tam sayıdır.
- n tam sayı olmak üzere; $2n, 2n + 2$ sayıları ardışık iki çift tam sayıdır.
- n tam sayı olmak üzere; $2n - 1, 2n + 1$ sayıları ardışık iki tek tam sayıdır.



ÖRNEK 1.

x pozitif bir tam sayıdır. Aşağıda üç tane kağıt parçasına ardışık 3 tane tam sayı yazılacaktır.

 $x - 3$ $x - 2$

Bu sayılardan iki tanesi yazılmış ve boş olan kağıda bu sayıların en küçüğü yazılacaktır.

Buna göre, kağıtlardaki sayıların toplamının x türünden değerini bulunuz.



ÇÖZÜM

$$x-4, x-3, x-2$$

$$x-4 + x-3 + x-2 = 3x-9$$



NOT

a ve b birer tam sayıdır.

$a < b$ olmak üzere,

a ile b arasında (a ve b dahil)

$b - a + 1$ tane tam sayı bulunur.

Örneğin; $10, 11, \dots, 99$ şeklinde ardışık olan
 $99 - 10 + 1 = 90$ tane sayı vardır.



ÖRNEK 2.

Aşağıda bir elektronik kilit verilmiştir.



Bu kilidi açmak için; $89, 90, \dots, 110$ ardışık sayılarını yan yana yazan birisi elektronik kilidin tuşuna kaç kez basmış olur?



ÇÖZÜM

$$89, 90, 91, \dots, 99, 100, 101, \dots, 110$$

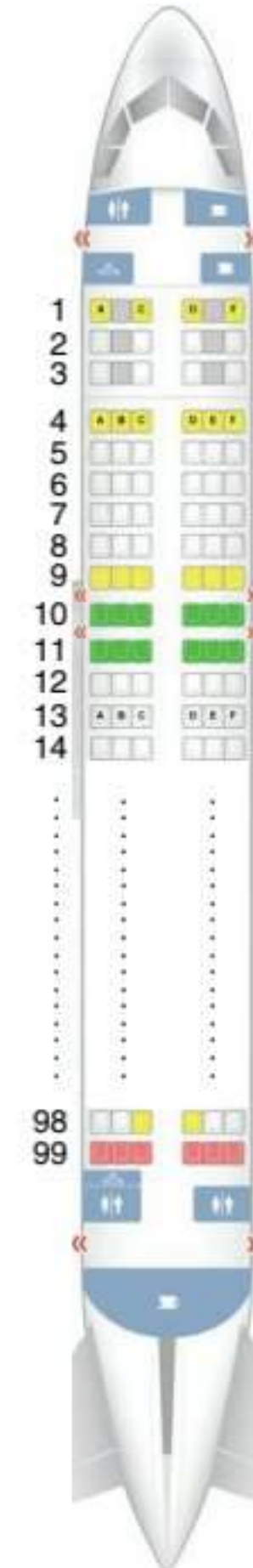
$$(99 - 89 + 1) \cdot 2 + (110 - 100 + 1) \cdot 3$$

$$11 \cdot 2 + 11 \cdot 3$$

$$22 + 33 = 55$$



ÖRNEK 3.



Yanda bir uçaktaki oturma planı gösterilmiştir. Her sırada yolcuların oturacağı A, B, C, D, E ve F koltukları vardır.

Yolcular 13. sıradan başlayıp kırmızı renge boyalı olan 99. sıranın sonuna kadar oturacaklardır.

Bu yerleşimde sadece 1 koltuk boş kaldığına göre, uçakta toplam kaç yolcu vardır?



ÇÖZÜM

$$13, 14, 15, \dots, 99$$

$$(99 - 13 + 1) \cdot 6 - 1$$

$$87 \cdot 6 - 1 = 521$$

Ardışık Sayılar

? ÖRNEK 4.

Aşağıda aynı cadde üzerinde bulunan dört tane ev görseli verilmiştir.



Evlerin kapı numaraları ardışık tek sayılar olmak üzere, kapı numaraları soldan sağa doğru artmaktadır.

Buna göre, $\frac{a-d}{c-b}$ oranı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$x, x+2, x+4, x+6$$

$$\frac{x-(x+6)}{(x+4)-(x+2)} = \frac{-6}{2} = -3$$



NOT

Aynı miktarda artan veya azalan sayı dizilerinin terim sayısı,

$$\text{Terim Sayısı} = \frac{\text{En Büyük Terim} - \text{En Küçük Terim}}{\text{Artış Miktarı}} + 1$$

formülü ile bulunur.

? ÖRNEK 5.

Aynı miktarda artan,

$$2, 5, 8, \dots, 41$$

sayı dizisinde kaç tane terim vardır?

✓ ÇÖZÜM

$$\frac{41-2}{3} + 1 = 14$$

? ÖRNEK 6.

Belli bir miktarda dosya, aşağıdaki gibi yan yana dizilmiştir.



Dosyaların üzerinde yazan numaralar aynı miktarda artmaktadır.

Buna göre, kaç tane dosya yan yana dizilmiştir?

✓ ÇÖZÜM

$$13, 18, 23, \dots, 98$$

$$\frac{98-13}{5} + 1 = 18$$



YANINDA BULUNSUN

Aynı miktarda artan veya aynı miktarda azalan bir sayı dizisinde tüm sayıların toplamının terim sayısına bölünmesiyle elde edilen sayıya "Ortanca Sayı" denir.

? ÖRNEK 7.

Ardışık 9 tane pozitif tam sayının toplamı 90'dır.

Buna göre,

- Ortanca sayı kaçtır?
- En büyük sayı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$a) \frac{90}{9} = 10$$

$$b) \dots \dots \dots 10 \dots \dots \dots 14$$

ÖRNEK 8.

Aşağıda bir kuru temizleme mağazasında askıya asılmış elbiseler gösterilmiştir.

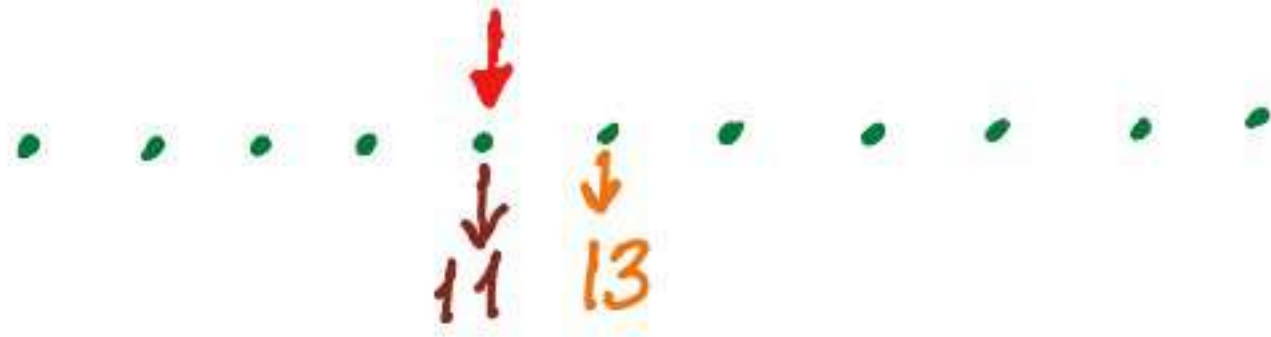


Elbiselerin karışmaması için her bir askının üzeri soldan sağa doğru artacak şekilde ardışık tek sayılarla numaralandırılmıştır. Tüm askılardaki numaraların toplamı 143'tür.

Buna göre, ok işareti ile gösterilen pantolonun olduğu askının numarası kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\text{Ortanca} = \frac{143}{11} = 13$$

**NOT**

Aynı miktarda artan veya azalan sayı dizisinde ortanca sayı, ilk terim ile son terim toplamının yarısıdır.

ÖRNEK 9.

n tek sayı olmak üzere, $n \times n$ 'lik bir karenin tam ortasındaki kareye "Santra Kare" denir.

Örneğin; Aşağıda 3×3 'lük bir kare verilmiştir.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Sarıya boyalı kare santra karedir.

Buna göre, 15×15 'lik bir kare şeklindeki gibi numaralandırılırsa santra karenin içine yazılacak olan sayı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$1, 2, 3, 4, \dots, 225$$

$$\frac{1 + 225}{2} = 113$$

YANINDA BULUNSUN (ARDIŞIK SAYILARIN TOPLAMI)

1'den n 'ye kadar olan sayıların toplamı "Gauss Formülü" ile bulunur.

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} \text{ dir.}$$

$$\begin{aligned} \text{Örneğin; } 1 + 2 + 3 + \dots + 10 &= \frac{10 \cdot 11}{2} \\ &= 55 \text{ olur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK 10.

$$10 + 11 + 12 + \dots + 50$$

ardışık sayılarının toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\frac{50 \cdot 51}{2} - \frac{9 \cdot 10}{2}$$

$$25 \cdot 51 - 9 \cdot 5$$

$$1275 - 45 = 1230$$

Sayı Kümeleri - Ardışık Sayılar - Tek-Çift Sayılar

1. I. Sayma sayılar kümesi çıkarma işlemine göre kapalıdır. $1-2 = -1 \notin \mathbb{N}^+$
- II. Rasyonel sayılar kümesi çarpma işlemine göre değişmelidir. $a \cdot b = b \cdot a$
- III. Gerçek sayılar kümesinin çarpma işlemine göre birleşme özelliği vardır. $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$

Yukarıdaki ifadelerden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I
B) Yalnız II
C) Yalnız III
D) II ve III
E) I, II ve III

2. Aşağıda sayı kümeleri ve sembolleri verilmiştir.

\mathbb{N} = Doğal Sayılar

\mathbb{Z} = Tam Sayılar

\mathbb{Q} = Rasyonel Sayılar

\mathbb{R} = Gerçek Sayılar

Buna göre,

- I. $\frac{-2}{3}$ sayısı $\mathbb{Q} - \mathbb{Z}$ kümesinin bir elemanıdır. ✓
- II. $\sqrt{2}$ sayısı $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ kümesinin bir elemanıdır. $\mathbb{R} - \mathbb{Q} = \mathbb{Q}'$
- III. $\mathbb{N} - \mathbb{Z}^+$ kümesinin sıfır dışında bir elemanı yoktur. ✓

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I
B) Yalnız II
C) I ve II
D) II ve III
E) I, II ve III

3. $A = \{-\sqrt{4}, \frac{2}{3}, 0,\bar{4}, \sqrt{3}, \sqrt{-1}\}$

Yukarıda verilen A kümesinin elemanlarından kaç tanesi rasyonel sayıdır?

- A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

$-\sqrt{4} = -2$
 $\frac{2}{3}$
 $0,\bar{4} = \frac{4}{9}$

Rasyonel Sayı

- 4.



Yukarıdaki görselde gösterilmiş olan cetvelde Murat'ın sağ elinin işaret parmağıyla gösterdiği kısımda aşağıdaki irrasyonel sayılardan hangisi bulunmaz?

- A) $7\sqrt{3}$
B) $2\sqrt{37}$
C) $5\sqrt{6}$
D) $2\sqrt{43}$
E) $3\sqrt{17}$

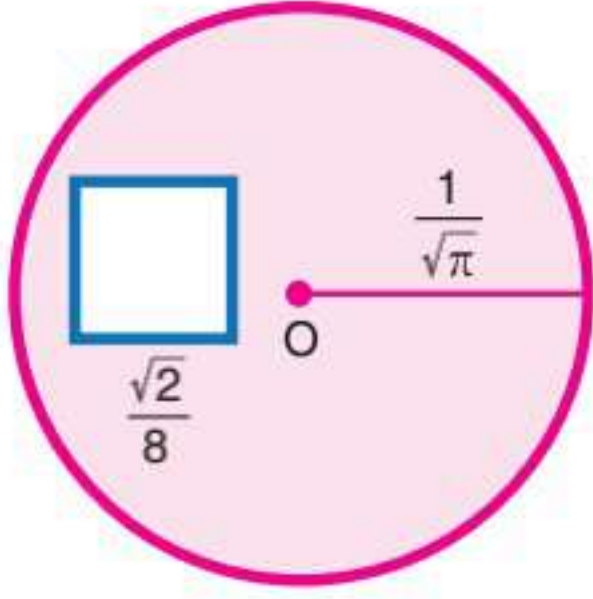
12 ile 13 arasında

$\sqrt{144} < x < \sqrt{169}$

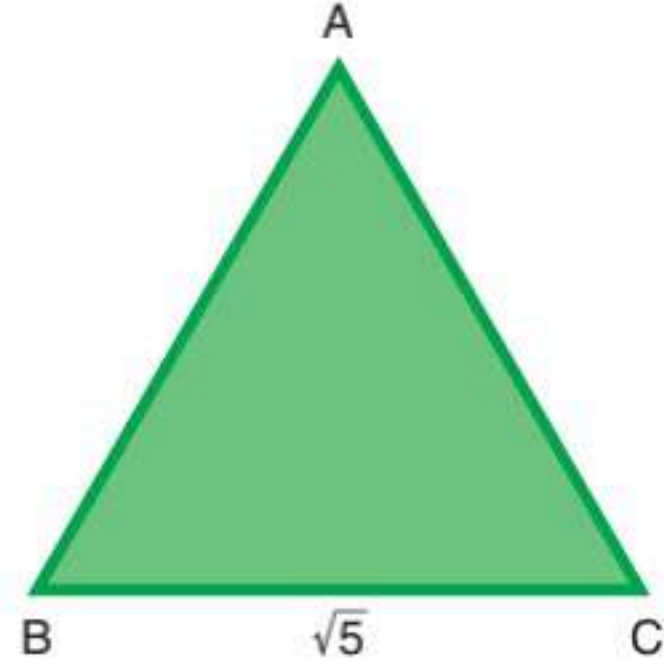
$2\sqrt{43} = \sqrt{172}$ sağlamaz

5. Aşağıda dairenin yarıçapı ve karenin bir kenar uzunluğu aynı birime göre ve bir kenar uzunluğu $\sqrt{5}$ br olan ABC eşkenar üçgeni çizilmiştir.

Yarıçapı r olan dairenin alanı πr^2 dir.



1. Şekil



2. Şekil

Buna göre,

- I. 1. Şekil'deki boyalı bölgenin alanı irrasyonel sayıdır.
- II. Eşkenar üçgenin çevresi irrasyonel bir sayıdır.
- III. Çemberin çevresi bir rasyonel sayıdır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve III E) II ve III

$$I. \pi \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{8}\right)^2 = 1 - \frac{1}{32} = \frac{31}{32} \in \mathbb{Q}$$

$$II. 3\sqrt{5} \in \mathbb{Q}'$$

$$III. 2\pi \cdot \frac{1}{\sqrt{\pi}} = 2\sqrt{\pi} \in \mathbb{Q}'$$

6. a irrasyonel ve b bir tam sayıdır.

Buna göre; a^b ifadesinin sonucu,

- I. İrrasyonel sayı olabilir.
- II. Sayma sayı olabilir.
- III. Negatif tam sayı olabilir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) Yalnız III E) I, II ve III

$$I. a = \sqrt{2}, b = 1 \text{ için doğru}$$

$$II. a = \sqrt{2}, b = 2 \text{ için doğru}$$

$$III. a = \sqrt[3]{-3}, b = 3 \text{ için doğru}$$

7. Elif'in defterine yazdığı birbirinden farklı pozitif tam sayılarla ilgili aşağıdakiler biliniyor.

- 2 tanesi çifttir.
- 5 tanesi 5'in katıdır.

Buna göre, Elif'in yazdığı sayıların toplamı en az kaçtır?

- A) 75 B) 85 C) 91 D) 131 E) 135

$$5, 10, 15, 20, 25$$

$$5 + 10 + 15 + 20 + 25 = 75$$

8. $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$ dir.

a, b ve c birer tam sayı olmak üzere,

$$\frac{a \cdot b + 3^{12}}{17!} = c + 1$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- A) a tek ise b çifttir B) c tekdir
 C) $a + b$ çifttir D) c çifttir
E) a çift ise b çifttir

$$a \cdot b + \underbrace{3^{12}}_T = \underbrace{17! \cdot (c+1)}_9$$

$$a \cdot b = T$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$T \quad T$$

$$a + b = T + T = 9$$

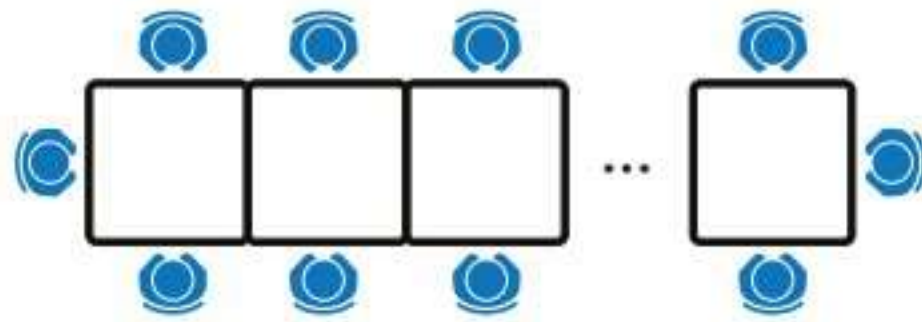
Sayı Kümeleri - Ardışık Sayılar - Tek-Çift Sayılar

9. Aşağıda, kare ve düzgün altıgen biçiminde iki masa görse-
li verilmiştir.



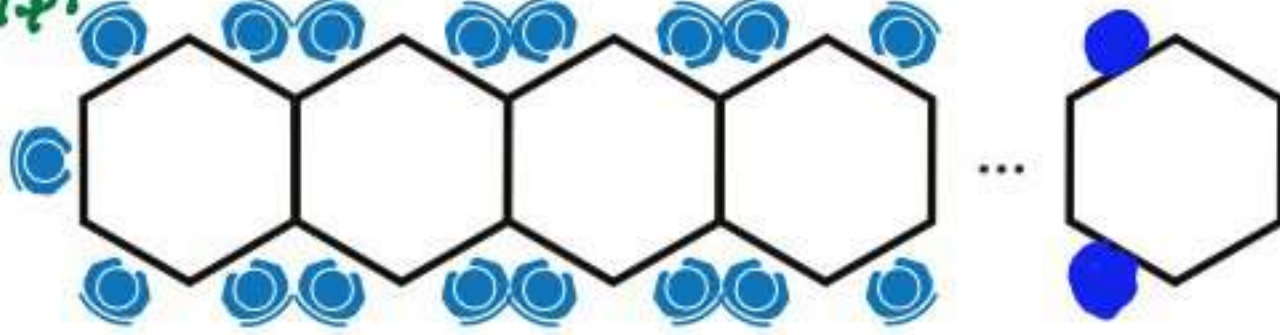
Aynı geometrik şekle sahip masalar yan yana koyulduğun-
da kare şeklindeki masaların oturulabilecek kısımları tama-
men dolmuş, düzgün altıgen şeklindeki masaların oturula-
bilecek kısımlarında sadece 3 kişilik boş yer kalmıştır.

* x tane masa
 $2x+2$ kişi



I. Şekil

* y tane masa
 $4y-1$ kişi



II. Şekil

I. Şekil'deki toplam kişi sayısı A ve II. Şekil'deki toplam ki-
şi sayısı B 'dir.

$$A=2x+2 \quad B=4y-1$$

Buna göre,

- I. $A + 2B$ çifttir. $9+9=9$
II. $A \cdot B$ çifttir. $9 \cdot 7=9$
III. $A + B$ çifttir. $9+7=7$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız II
D) I ve III E) I, II ve III

10. Aşağıda oyun kağıtlarından yapılmış ilk katında 6, ikinci ka-
tında 4 ve üçüncü katında 2 oyun kağıdı olan 3 katlı bir ka-
ğıt kulesi verilmiştir.



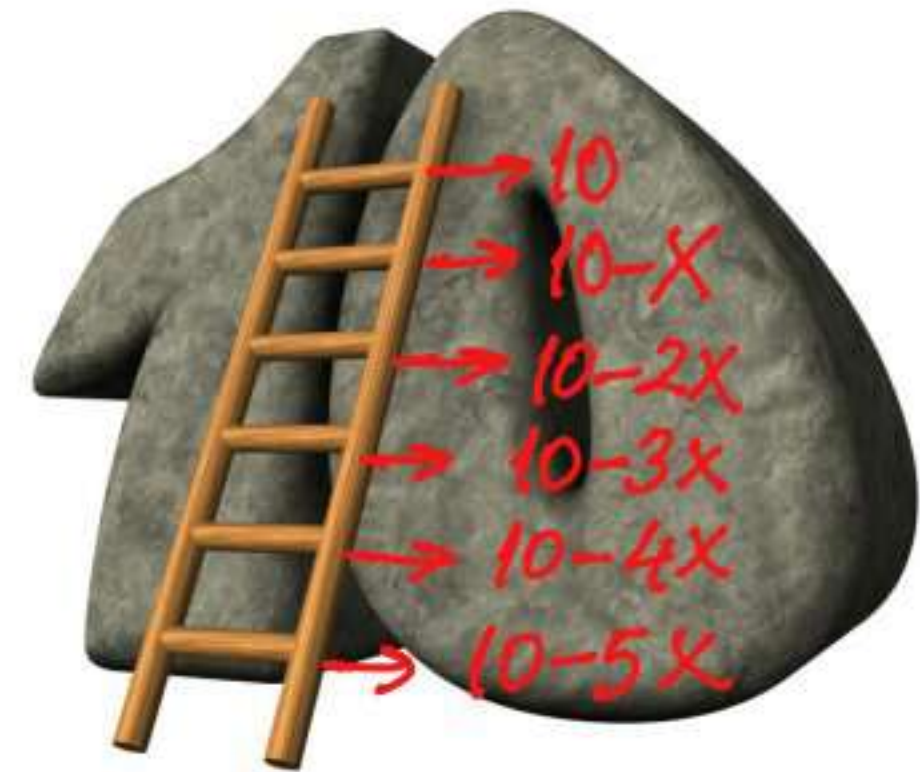
Buna göre, 15 katlı bir kağıt kulesi yapmak için kaç
tane oyun kağıdı kullanılır?

- A) 120 B) 140 C) 180 D) 220 E) 240

$$2+4+6+8+\dots+30$$

$$2 \cdot (1+2+3+\dots+15) = 2 \cdot \frac{15 \cdot 16}{2} = 240$$

11. Aşağıda merdiven oyununa ait bir görüntü verilmiştir.
Bu oyunda merdivenin her basamağına bir sayı yazılır.



- En üst basamağa merdivenin arkasında görünen sa-
yı (10) yazılır.
- Merdivenin basamaklarına yazılan sayılar alt basa-
maktan üst basamağa doğru aynı miktarda artar.

Bu oyunu oynayan biri en alt basamağa aşağıdakiler-
den hangisini yazarsa, merdivenin basamaklarına ya-
zılan sayıların tümü tam sayı olur?

- A) 1 B) -7 C) -17 D) -25 E) -81

$$\text{En alt basamak } 10-5x \\ 10-5x = (5 \text{ in katı})$$

12. Bir öğretmen tahtaya,

1, 2, 3, 4, ..., 12, 13

ardışık sayılarını yazdıktan sonra, Kağan'dan bu sayıların hepsini toplamasını, Çetin'den bu sayılardan üç tanesini çarpmasını istemiştir.

İki öğrenci de aynı sonucu bulduğuna göre, Çetin'in çarptığı sayıların toplamı kaçtır?

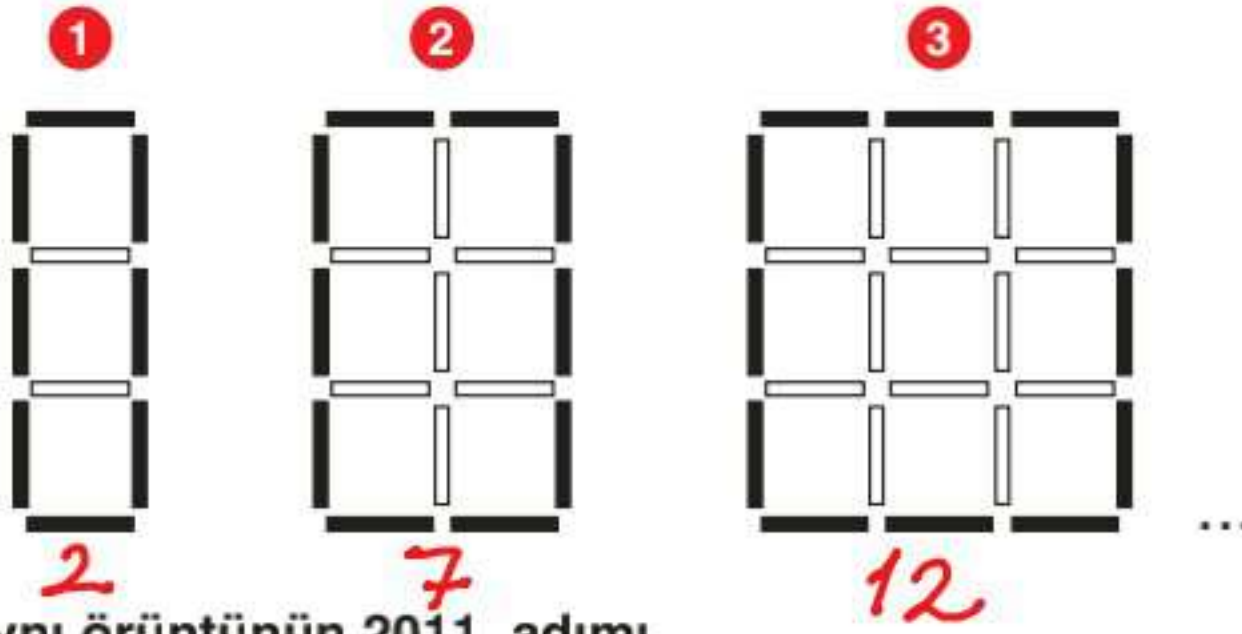
A) 15 B) 18 C) 21 D) 23 E) 24

$$1+2+3+\dots+13 = \frac{13 \cdot 14}{2} = 91$$

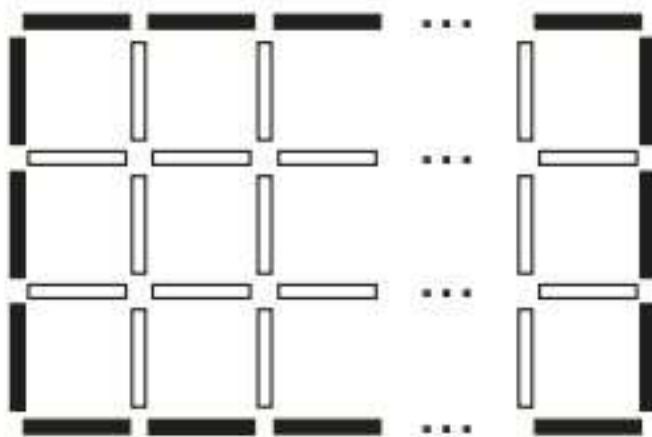
$$91 = 13 \cdot 7 \cdot 1$$

$$13+7+1 = 21$$

13. Aşağıda, bir şekil örüntüsünün ilk üç adımı verilmiştir.



Aynı örüntünün 2011. adımı,



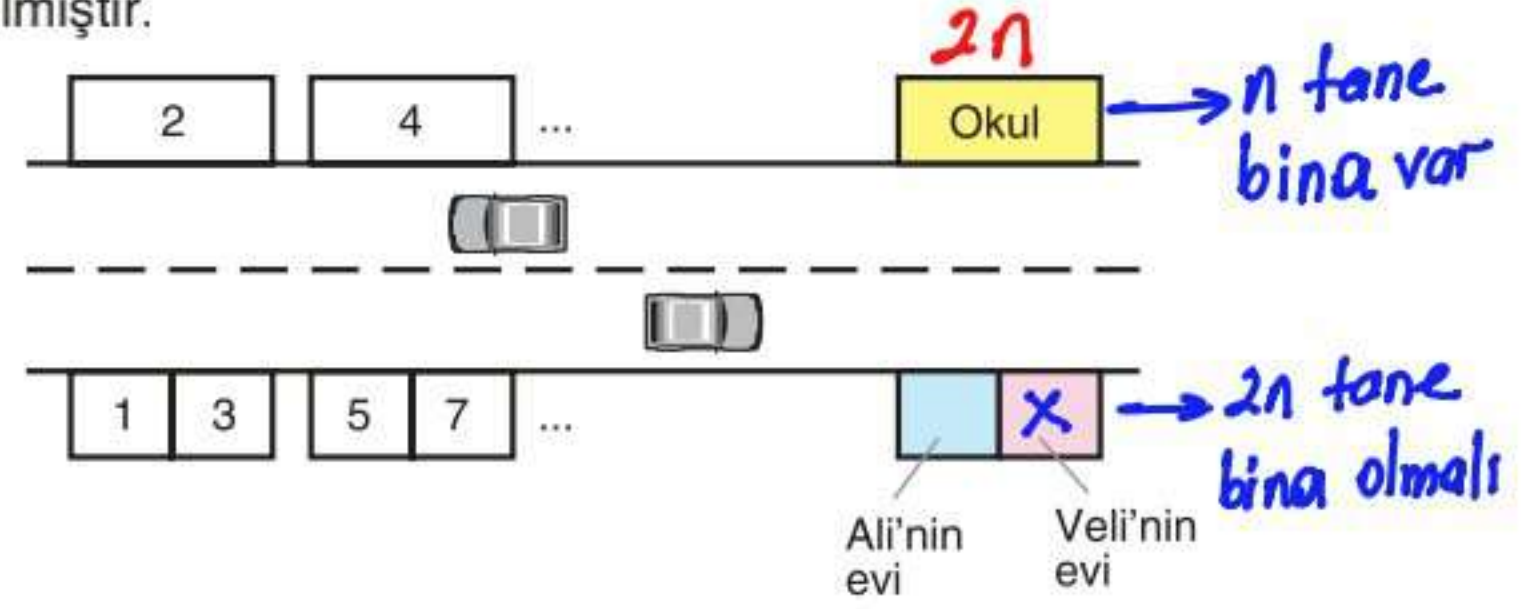
olduğuna göre, bu adımdaki beyaz çubukların sayısı kaçtır?

A) 10052 B) 10050 C) 10048
D) 10046 E) 10044

$$2, 7, 12, 17, \dots, 5 \cdot 2010 + 2$$

$$5 \cdot 2010 + 2 = 10052$$

14. Aşağıda Ali ile Veli'nin de binalarının bulunduğu sokak gösterilmiştir.



Sokağın bir yanındaki binalar ardışık çift sayılarla, diğer yanındaki binalar ardışık tek sayılarla numaralandırılmıştır. Çift numaralı her binanın karşısında tek numaralı iki bina vardır. Örneğin, 2 numaralı binanın karşısında 1 ve 3 numaralı iki bina vardır. Ali ile Veli'nin binalarının karşısında bu iki kişinin de gittiği okul vardır.

Şekildeki renkli üç binanın numaraları toplamı 96 olduğuna göre, Ali'nin binasına ait sokak numarasının rakamları toplamı kaçtır?

A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 17

$$\frac{x-3}{4} + 1 = n \Rightarrow x = 4n - 1$$

$$2n + 4n - 3 + 4n - 1 = 96$$

$$10n = 100 \Rightarrow n = 10$$

$$Ali = 4 \cdot 10 - 3 = 37$$

$$3 + 7 = 10$$

15. Aleyna, üzerinde 1'den başlayarak eş küplerin üzerine ardışık sayma sayılarını,

1. sırada 1 küp

2. sırada 2 küp

⋮

8. sırada 8 küp

olmak üzere şekildeki düzende dizmiştir.

$1+2+3+\dots+8 = \frac{8 \cdot 9}{2} = 36$

Küp için $3^3 = 27$ tane gerekli!

Geriye 9 küp kalır.



Aleyna, daha sonra bu küplerden aralarında boşluk kalmayacak şekilde en büyük hacimli bir küp oluşturuyor.

Buna göre, artan küplerin üzerindeki sayıların toplamı en az kaçtır?

A) 36 B) 38 C) 42 D) 45 E) 148

$$1+2+3+\dots+9 = 45$$

Sayı Kümeleri - Ardışık Sayılar - Tek-Çift Sayılar

16. Aşağıda örnek bir görseli verilmiş okey oyununda kırmızı, mavi, turuncu ve siyah renkli taşlar bulunmaktadır.



Her bir renkli taş 1'den 13'e kadar numaralandırılmıştır.

Buna göre, okey oyunundaki tüm taşların üzerlerinde yazılı olan sayıların toplamı kaçtır?

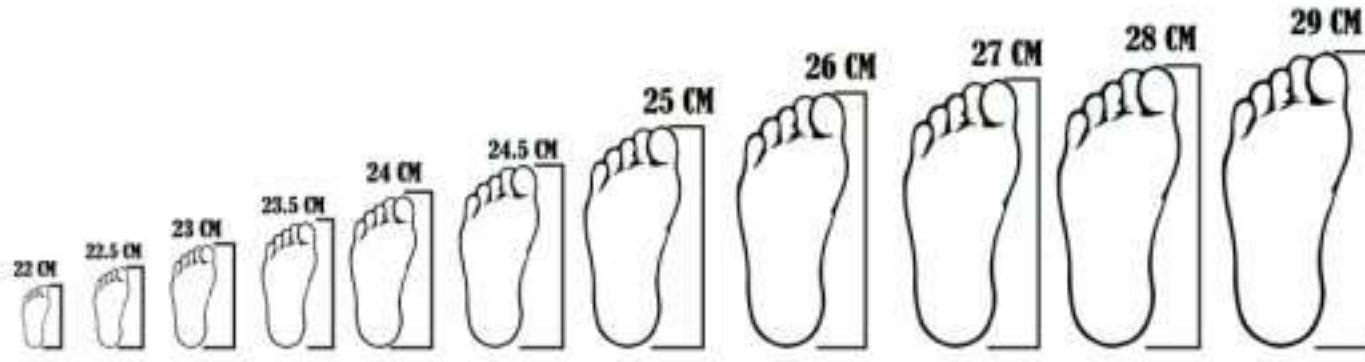
- A) 384 B) 376 C) 372 D) 364 E) 362

$$4 \cdot (1+2+3+\dots+13)$$

↓
renk sayısı

$$4 \cdot \frac{13 \cdot 14}{2} = 13 \cdot 28 = 364$$

17. Aşağıda, uluslararası standartlara göre kadınların topuklarından baş parmaklarına kadar olan ayaklarının uzunluğu gösterilmiştir. Bu uzunlukların her biri farklı bir ayakkabı numarasına denk gelmektedir.



Görseldeki ayakların ayakkabı numaraları soldan sağa doğru artan ardışık sayılardır ve toplamı 429'dur.

Buna göre, ayakkabı numaralarından kaç tanesi çifttir?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

$$\frac{429}{11} = 39$$

↓
39

34 . 36 . 38 . 40 . 42 . 44

6 tanesi çifttir.

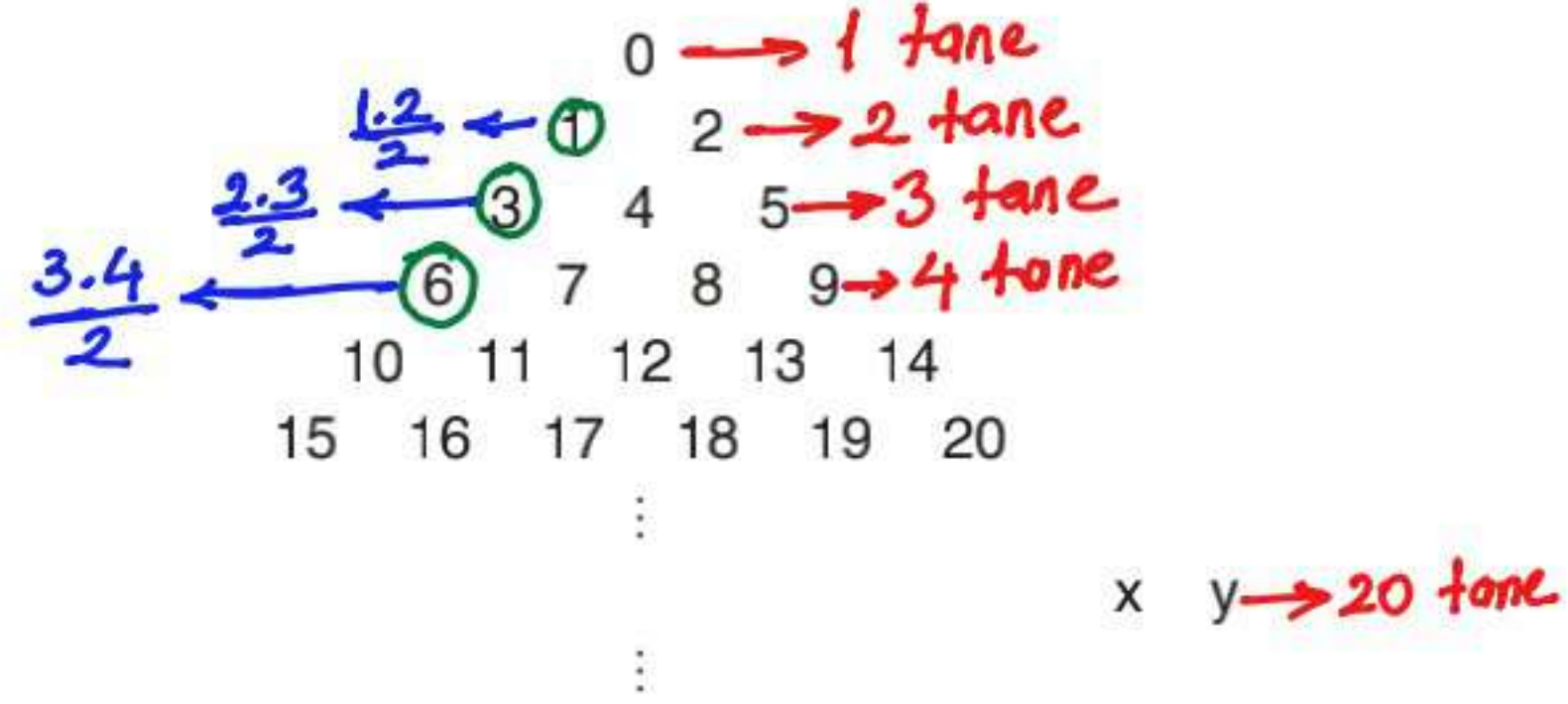
18. 1'den n'ye kadar ardışık doğal sayıların toplamı,

$$\frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

kuralı ile bulunur.

Örneğin; $1+2+3+4+5+6 = \frac{6 \cdot 7}{2} = 21$

Ogün doğal sayıları aşağıdaki gibi Paskal üçgeni görünümünde yazmıştır.



Ogün'ün bu yazımında x sayısının olduğu satırda y'den küçük 19 tane sayı vardır. x ve y ardışık sayılardır.

Buna göre, $y^2 - x^2$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 417 B) 418 C) 419 D) 420 E) 421

$$\frac{19 \cdot 20}{2} = 190 \text{ ilk eleman}$$

$$x = 190 + 19 = 209$$

$$y = 208$$

$$y^2 - x^2 = (y-x) \cdot (y+x)$$

$$= 1 \cdot 417$$

$$= 417$$

1. D	2. E	3. C	4. D	5. B	6. E
7. A	8. C	9. B	10. E	11. D	12. C
13. A	14. A	15. D	16. D	17. E	18. A

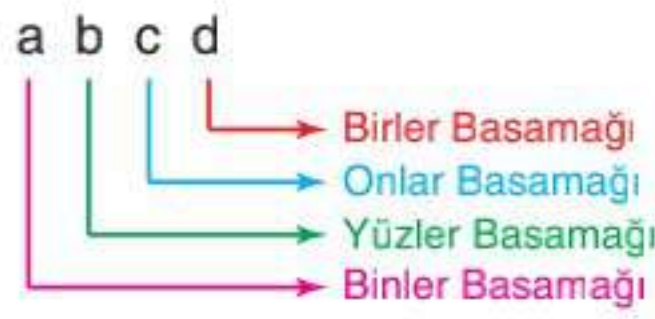


YANINDA BULUNSUN

Bir doğal sayıyı oluşturan rakamlardan her birinin bulunduğu haneye "**Basamak**" denir.

- Rakamların sayıda bulunduğu basamak dikkate alınmadan aldığı değere "**Sayı Değeri**" denir.
- Rakamların sayıda bulunduğu basamağa göre aldığı değere "**Basamak Değeri**" denir. Sayılar sağdan sola doğru; birler basamağı, onlar basamağı, yüzler basamağı, ... şeklinde basamak değerlerine ayrılır.
- Sayıların basamak değerlerinin toplamı olarak yazılmasına "**Çözümleme**" denir.

abcd dört basamaklı bir sayı olmak üzere,



$$abcd = a \cdot 10^3 + b \cdot 10^2 + c \cdot 10 + d$$

şeklinde çözümleme yapılır.



NOT

Örneğin; 5213 sayısındaki rakamların sayı değerlerini ve basamak değerlerini yazıp çözümleyelim.

	Basamak Değeri	Sayı Değeri
5	$5 \times 1000 = 5000$	5
2	$2 \times 100 = 200$	2
1	$1 \times 10 = 10$	1
3	$3 \times 1 = 3$	3



YANINDA BULUNSUN

- İki ve üç basamaklı sayıların çözümlemesi,
 $ab = 10a + b$
 $abc = 100a + 10b + c$
 $ab + ba = 11(a + b)$
 $ab - ba = 9(a - b)$
 şeklinde yazılır.
- $abcd = 100(ab) + (cd)$
 $abab = 101(ab)$
- ab iki basamaklı bir sayı denmediği sürece ab sayısı $a \cdot b$ olarak alınmalıdır.
- Bir sayının herhangi bir basamağındaki rakam a kadar artırılır veya azaltılırsa sayının değeri; a ile basamak değerinin çarpımı kadar artar veya azalır.



ÖRNEK 1.

ab iki basamaklı bir sayıdır.

$$ab + b = 32 \text{ dir.}$$

Buna göre, b'nin alacağı değerler toplamı kaçtır?



ÇÖZÜM

$$10a + 2b = 32$$

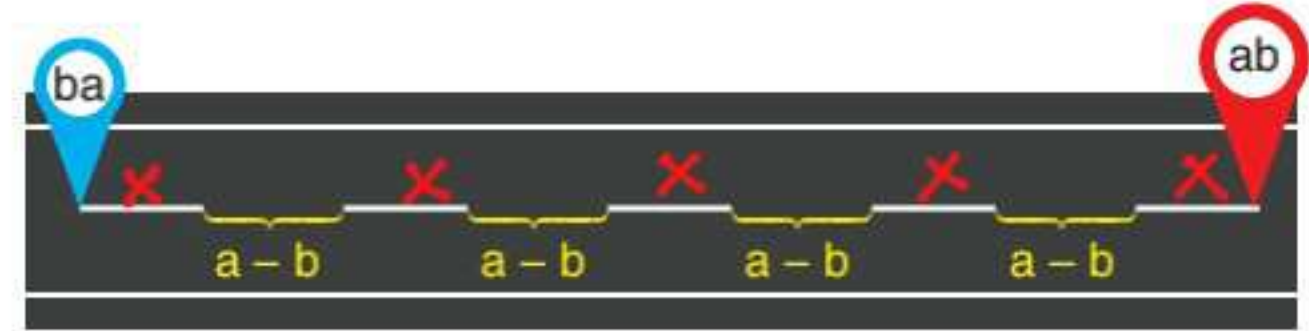
$$\begin{array}{r} \downarrow \quad \downarrow \\ 2 \quad 6 \\ 3 \quad 1 \\ \hline 7 \end{array}$$



ÖRNEK 2.

Aşağıda aralarında 36 km olan yer işaretlerinin her biri bir şehre olan uzaklığı km birimine göre göstermektedir.

ab ve ba iki basamaklı sayılardır. Şehir, yer işaretleri ile doğrusal konumdadır ve soldaki yer işaretinin solunda kalmaktadır.



- Yer işaretinin biri ilk beyaz yol çizgisinin başına,
- Yer işaretinin diğeri son beyaz yol çizgisinin sonuna konulmuştur.

Beyaza boyalı yol çizgilerinin uzunlukları birbirine eşittir. Ardışık iki beyaz yol çizgisi arasındaki uzaklıklar da birbirlerine eşit olup $a - b$ km'dir.

Buna göre, her bir beyaz yol çizgisinin uzunluğu kaç km'dir?



ÇÖZÜM

$$5x + 4 \cdot (a - b) = ab - ba = 36$$

$$9(a - b) = 36$$

$$a - b = 4$$

$$x = a - b = 4$$

Basamak Kavramı

? ÖRNEK 3.

İki basamaklı (ab) sayısının rakamları toplamı 14'tür. Bu sayının basamaklarının yerleri değiştirilirse oluşan iki basamaklı sayı ilk sayıdan 18 fazla olmaktadır.

Buna göre, (ab) sayısının onlar basamağı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} a+b &= 14 \\ ba &= ab+18 \Rightarrow b-a=2 \\ 2b &= 16 \Rightarrow b=8 \\ a &= 6 \end{aligned}$$

? ÖRNEK 4.

Aşağıda biri büyük, diğeri küçük olan iki farklı valiz çeşidi verilmiştir.

ab ve b3 iki basamaklı sayılardır.



Büyük Valiz



Küçük Valiz

Valizlerin ön yüzleri dikdörtgen olup boyları enlerinden 15 cm fazladır. Büyük valizin ön yüzünün eni, küçük valizin ön yüzünün boyundan 22 cm fazladır.

Buna göre, büyük valizin ön yüzünün boyu kaç cm'dir?

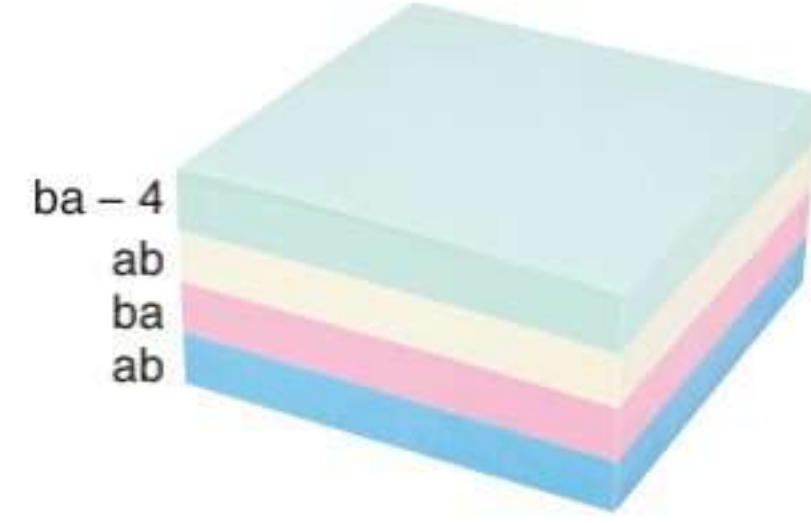
✓ ÇÖZÜM

$$ab = b3 + 22 \Rightarrow \begin{array}{c} 10a = 9b + 25 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 7 \quad 5 \end{array}$$

$$\text{Boy} = 75 + 15 = 90$$

? ÖRNEK 5.

Aşağıda, dört ayrı renk ve kalınlıktan oluşan bir bloknot görseli verilmiştir.



ab ve ba iki basamaklı sayılar olmak üzere, bloknotun farklı renklerinin kalınlıkları birim cinsinden şekilde gösterilmiştir. Bloknotun tamamının kalınlığı 150 birimdir.

Buna göre, a + b toplamı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} 22(a+b) - 4 &= 150 \\ 22(a+b) &= 154 \\ a+b &= 7 \end{aligned}$$

? ÖRNEK 6.

ab iki basamaklı ve 2ab3 dört basamaklı sayılardır.

ab = x olduğuna göre, 2ab3 sayısının x türünden değeri nedir?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} 2ab3 &= 2003 + 10.ab \\ &= 2003 + 10.x \end{aligned}$$

? ÖRNEK 7.

Aşağıda verilen tabloya a, b ve c harfleri yazılacaktır. Birinci satıra a, b ve c harfleri yazılmıştır.

a	b	c	→ abc
c	b	a	→ cba

Her sütunda a, b ve c harflerinden ikişer tane vardır ve her satırdaki harfler birbirinden farklıdır.

Harfler soldan sağa doğru yan yana dizildiğinde oluşan üç basamaklı sayılar satırların yanlarına yazılmıştır.

Tüm satırların yanlarına yazılan sayıların toplamı 1776 olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

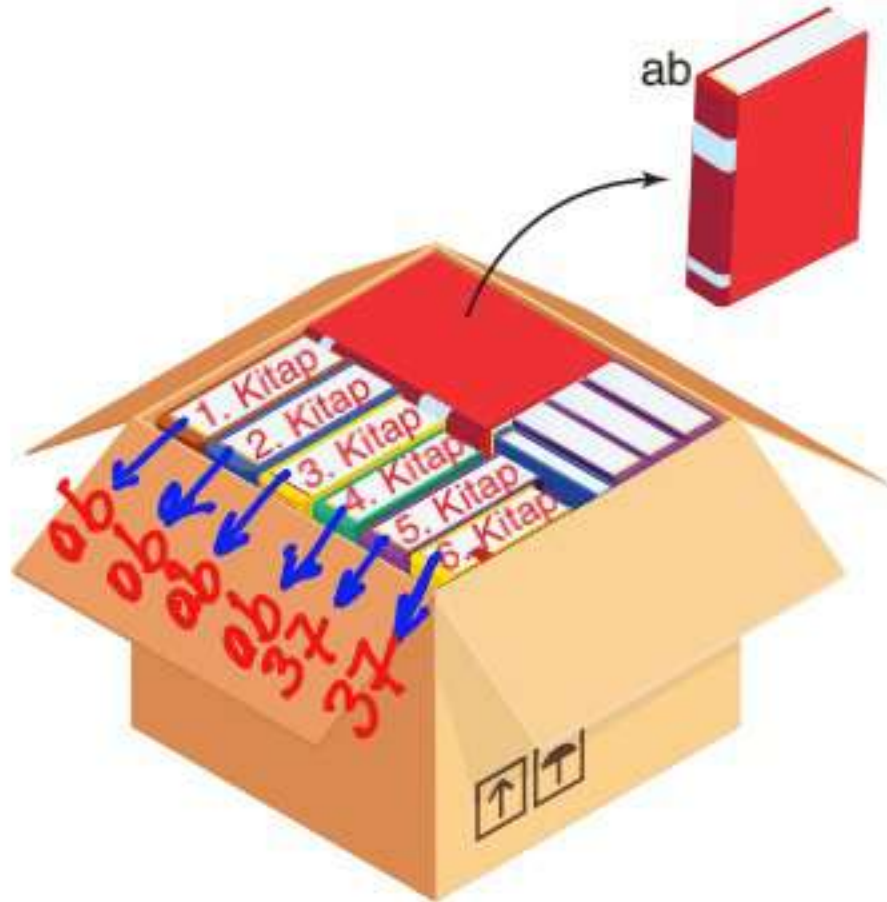
$$222(a+b+c) = 1776$$

$$a+b+c = 8$$

? ÖRNEK 8.

ab iki basamaklı ve ab2 üç basamaklı sayılardır.

Aşağıda verilen karton, küp şeklinde olup bir ayrıtı ab2 birimdir.



1., 2., 3. ve 4. kitaplar birbirinin aynısı olup kalınlıkları ab birimdir. Diğer iki (5. ve 6.) kitabın kalınlıkları eşit olup 37 birimdir.

Kitaplar şekildeki gibi konulduğunda kutuya dikey olarak en fazla 6 kitap konulabiliyor.

Buna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$4 \cdot ab + 74 = ab2$$

$$4 \cdot ab + 74 = 10 \cdot ab + 2$$

$$6 \cdot ab = 72$$

$$ab = 12$$

$$a + b = 1 + 2 = 3$$

? ÖRNEK 9.

abc, cba ve mn4 üç basamaklı sayılardır.

$$\begin{array}{r} abc \\ - cba \\ \hline mn4 \end{array}$$

Buna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

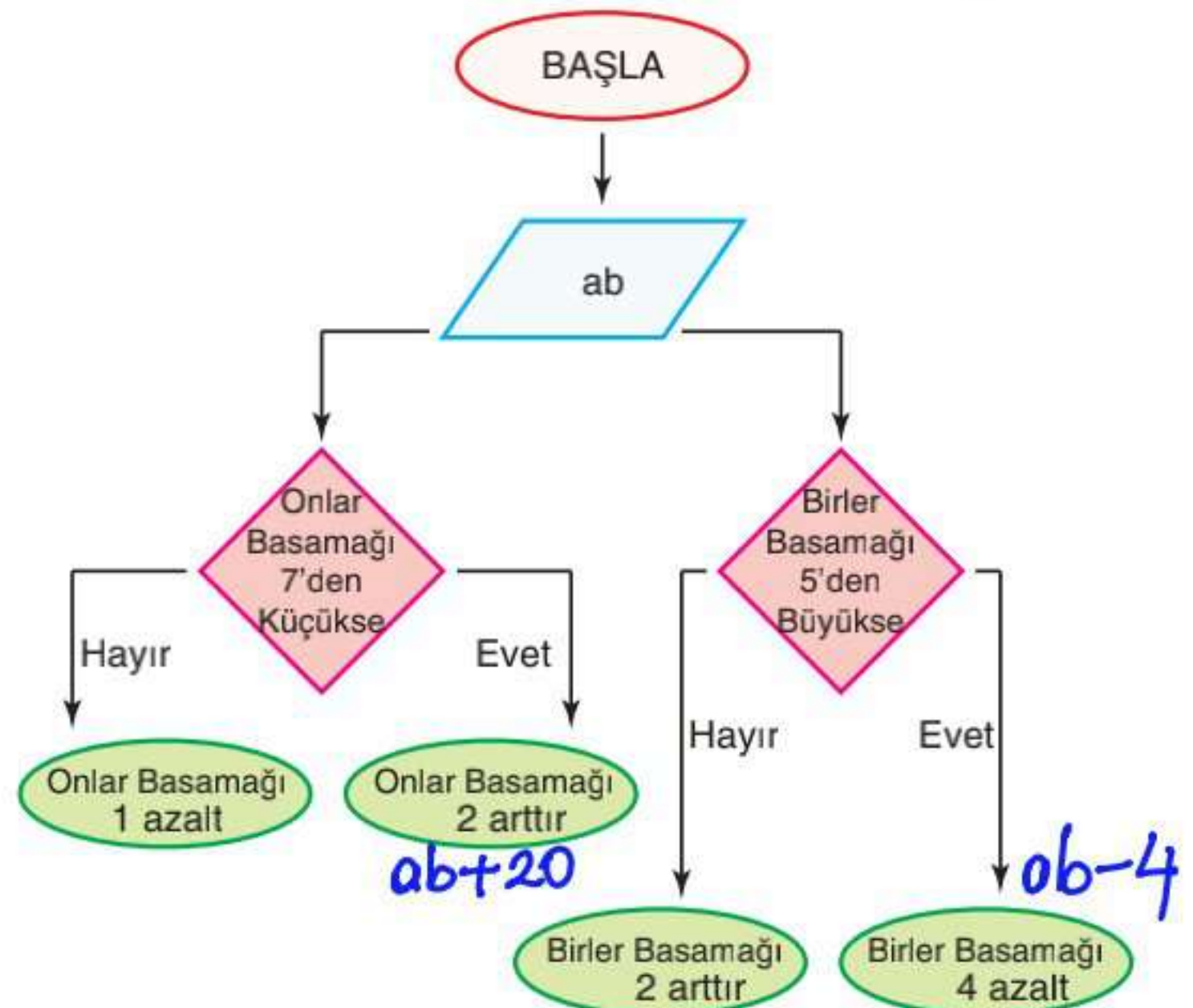
$$99(a-c) = mn4$$

$$\frac{99(a-c)}{6} = 594$$

$$m+n = 5+9 = 14$$

? ÖRNEK 10.

$a < 7$ ve $b > 5$ olmak üzere, ab iki basamaklı bir sayıdır.



Yukarıda bir bilgisayar algoritmasının işleyişi verilmiştir.

Buna göre, bu algoritmanın sonucunda bulunacak ilk sayı, ab iki basamaklı sayısından kaç fazladır?

Basamak Kavramı

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \text{oluşan} &= ab + 20 - 4 \\ \text{sayı} &= ab + 16 \end{aligned}$$

ilk sayıdan 16 fazladır.

? ÖRNEK 11.

Üç basamaklı ADB, ADC, DAA, DAD doğal sayıları,

$$\begin{aligned} ADB < DAA \\ DAD < ADC \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} ADB < DAA \\ DAD < ADC \end{aligned}} \right\} A=D \text{ olmalı}$$

eşitsizliğini sağlamaktadır.

Buna göre; A, B, C ve D sayılarını sıralayınız.

✓ ÇÖZÜM

$$ADB < DAA \Rightarrow 89A + B < 90D$$

$$DAD < ADC \Rightarrow \frac{91D < 90A + C}{D + B < A + C}$$

$$A = D \Rightarrow B < C \text{ ve } B < D$$

$$B < A = D < C$$

? ÖRNEK 12.

1'den 6'ya kadar olan rakamlar kullanılarak yazılan, rakamları birbirinden farklı, altı basamaklı ABCDEF sayısında $A + B = C + D = E + F$ 'dir.

Bu koşulları sağlayan en büyük ABCDEF sayısının birler basamağındaki rakam kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} A + B &= C + D = E + F \\ \downarrow \downarrow & \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\ 6 \ 1 & 5 \ 2 \ 4 \ 3 \end{aligned}$$

Birler basamağındaki rakam

3 tür.

? ÖRNEK 13.

abc üç basamaklı bir sayıdır.

$$\begin{array}{r} abc \\ \times 456 \\ \hline \dots \\ \dots \\ + \dots \\ \hline 1845 \end{array}$$

Yukarıda yapılan yanlış çarpma işlemine göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$6 \cdot abc + 5 \cdot abct + 4 \cdot abc = 1845$$

$$15 \cdot abc = 1845$$

$$abc = 123$$

$$a + b + c = 1 + 2 + 3 = 6$$

? ÖRNEK 14.

Sinan

$$\begin{array}{r} xyz \\ - yyt \\ \hline 394 \end{array}$$

Selen

$$\begin{array}{r} xt \\ - yz \\ \hline \dots \end{array}$$

Yukarıda Sinan ve Selen'in yaptığı iki çıkarma işlemi verilmiştir.

Buna göre, Sinan'ın yaptığı işlemi gören Selen, yapacağı çıkarma işleminin sonucunu kaç olarak bulur?

✓ ÇÖZÜM

$$100 \underbrace{(x-y)}_4 + \underbrace{(z-t)}_{-6} = 394$$

$$x - y = 4 \quad t - z = 6$$

$$\text{Selen: } 10 \cdot (x - y) + t - z$$

$$10 \cdot 4 + 6 = 46$$



YANINDA BULUNSUN

En büyük ve en küçük soru kalıpları matematiğin bir çok konusunun ortak soru tipidir.

Bu soru tiplerini aşağıdaki örneklerle anlatmaya çalıştık.



ÖRNEK 1.

İki basamaklı rakamları farklı en küçük tam sayı kaçtır?



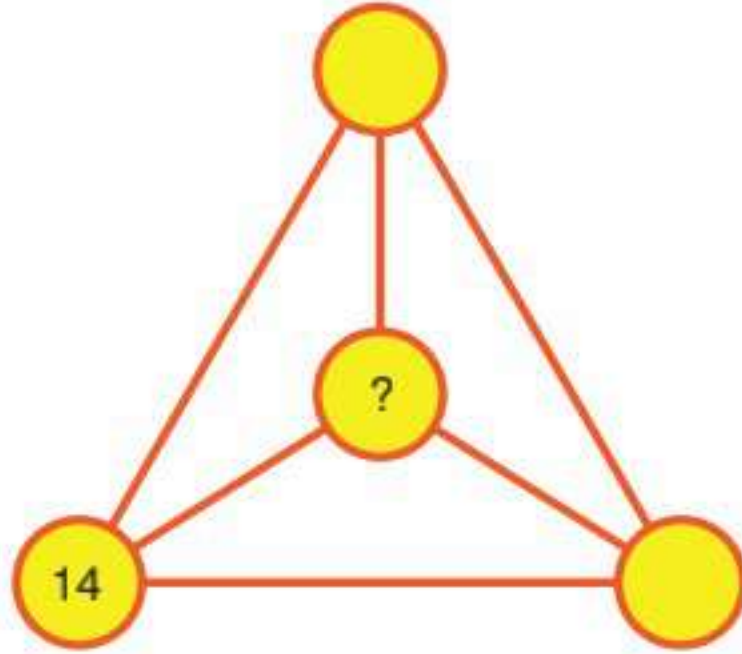
ÇÖZÜM

-98



ÖRNEK 2.

Aşağıdaki sarıya boyalı dairelerin içine iki basamaklı birbirinden farklı pozitif tam sayılar yazılacaktır.



Dairelerden birinin içine 14 sayısı yazılmıştır. Tüm dairelerin içine yazılacak sayıların toplamı 56'dır.

Buna göre, soru işareti ile gösterilen dairenin içine yazılabilecek en büyük sayı kaçtır?



ÇÖZÜM

Diğerleri en küçük olmalıdır.

$$10 + 11 + 14 + x = 56$$

$$x = 21$$



ÖRNEK 3.

8

Yukarıdaki şekil dijital saatlerde süreyi gösteren rakamlardan biri olan 8'dir. Bu rakam, bazıları dikey bazıları yatay konumda olan ve her biri 1 br uzunluğundaki 7 tane özdeş çubuğun ışıklandırılmasıyla elde edilir. 8 dışındaki diğer tüm rakamlar ise 8 rakamında hepsi yanan çubuklardan uygun olanların sönmesiyle aşağıdaki gibi elde edilir.



Örneğin: 1 rakamı görüntülenirken 8 rakamının sağındaki iki dikey çubuk yanmaktadır.

Aşağıda, rakamları üstte anlatıldığı gibi olan bir dijital saatin henüz ayarlanmamış hali verilmiştir. Bu duvar saatinde soldaki iki rakam saati, sağdaki iki rakam dakikayı göstermektedir.



Yukarıda verilen dijital bir saatin ekranındaki tüm rakamlar 5 çubuktan oluştuğunda günün herhangi bir saatinde ekranda görülen rakamların toplamı en çok kaç olabilir?



ÇÖZÜM

2, 3, 5 → 5 çubuktan oluşur

23:55

$$2 + 3 + 5 + 5 = 15$$



ÖRNEK 4.

a ve b birer pozitif tam sayıdır.

$$a + b = 13 \text{ tür.}$$

Buna göre, $a \cdot b$ çarpımının en büyük değeri kaçtır?



ÇÖZÜM

$$a + b = 13$$

6 7

$$6 \cdot 7 = 42$$

En Büyük ve En Küçük Değer Bulma

? ÖRNEK 5.

a, b pozitif tam sayılar ve

$$\frac{a}{4} + b = 8$$

olduğuna göre, a'nın alabileceği en büyük değer kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$b = 1 \text{ için}$$

$$\frac{a}{4} + 1 = 8 \Rightarrow a = 28$$

? ÖRNEK 6.

Kamuran, telefonu için 7 haneli bir şifreyi şu şekilde belirlemiştir.

- İlk ve son basamağı 1
- Yan yana üç basamaktaki rakamların toplamı 8'dir.

Buna göre, Kamuran'ın belirlediği şifrenin tüm rakamlarının çarpımı en çok kaçtır?

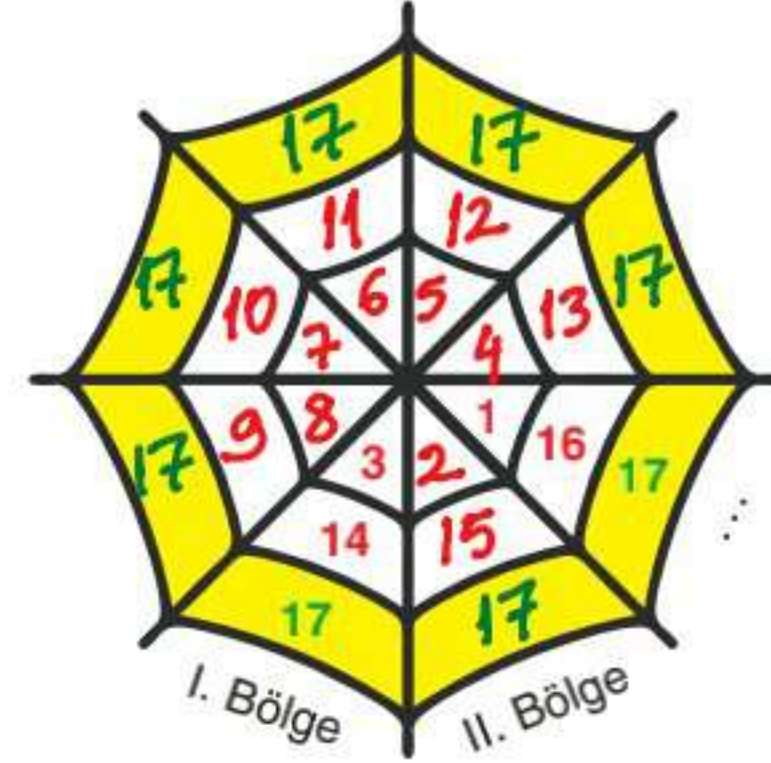
✓ ÇÖZÜM

$$1 \underline{4} \underline{3} \underline{1} \underline{4} \underline{3} 1$$

$$1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 1 = 144$$

? ÖRNEK 7.

1'den 16'ya kadar olan tüm doğal sayılar aşağıdaki şekildeki beyaz bölgelere yerleştirilecektir.



Sarıya boyalı bölgede bulunan tüm sayılar birbirine eşit olup, hemen üstündeki iki beyaz kısımda bulunan sayıların toplamına eşittir.

Buna göre, herhangi bir bölgede beyaz kısımdaki sayıların çarpımı en çok kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$8 \cdot 9 = 72$$

? ÖRNEK 8.

a ve b birer pozitif tam sayıdır.

$$4a + 3b = 33$$

olduğuna göre, a'nın en büyük değeri kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$4a + 3b = 33$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$6 \quad 3$$

1. a pozitif çift tam sayı ve b pozitif tam sayıdır.

$$2a + b = 32 \text{ dir.}$$

Buna göre, a sayısının alabileceği en büyük değer kaçtır?

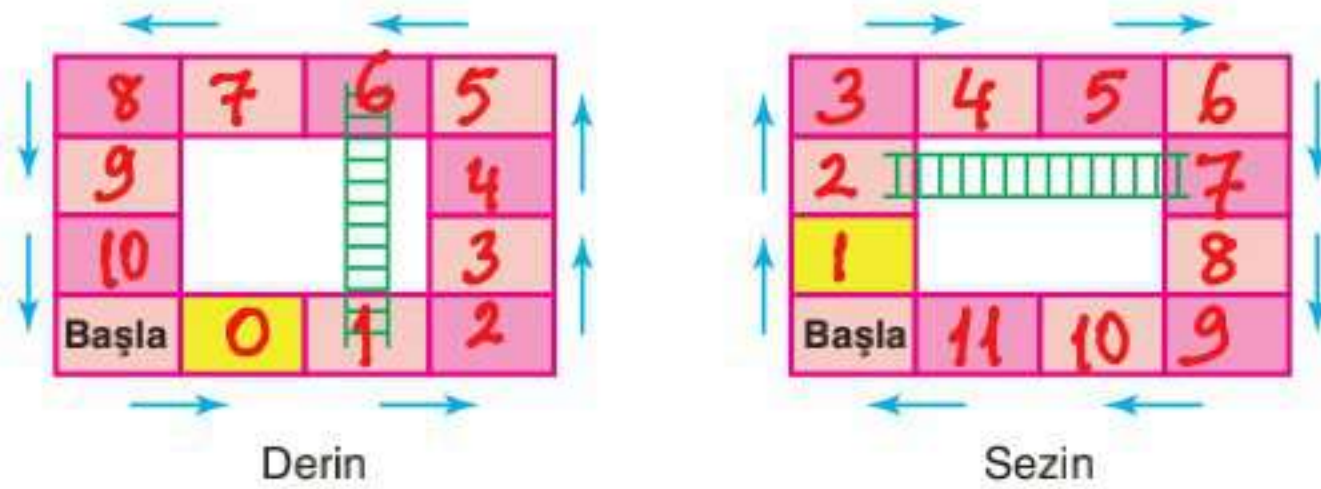
- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

$$2a + b = 32$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 14 & 4 \end{array}$$

2. Derin ve Sezin aşağıda verilen kartonlarla bir oyun oynayacaklardır. Her ikisi de oyuna başlangıç noktasından başlayıp tekrar başlangıç noktasına geleceklerdir.

Derin sarıya boyalı dikdörtgene en küçük doğal sayıyı yazdıktan sonra her dikdörtgene art arda gelen sayıları oklar yönünde yazacak, Sezin ise sarıya boyalı dikdörtgene en küçük sayma sayısından başlayarak her dikdörtgene art arda gelen sayıları oklar yönünde yazacaktır.



Sezin ve Derin merdivene geldiklerinde merdiven üzerinden geçmek zorundadırlar. Oyun sonundaki puanları temas ettikleri tüm dikdörtgenlerdeki sayıların toplamı olacaktır.

Buna göre, oyun sonunda Sezin, Derin'den kaç puan fazla almış olur?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

$$\text{Derin} \rightarrow 0 + 1 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$

$$41$$

$$\text{Sezin} \rightarrow 1 + 2 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11$$

$$48$$

$$48 - 41 = 7$$

3. İki basamaklı bir doğal sayı rakamları toplamının 8 katına eşittir.

Bu sayının rakamlarının yerleri değiştirilirse elde edilen iki basamaklı sayı rakamları toplamının kaç katı olur?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

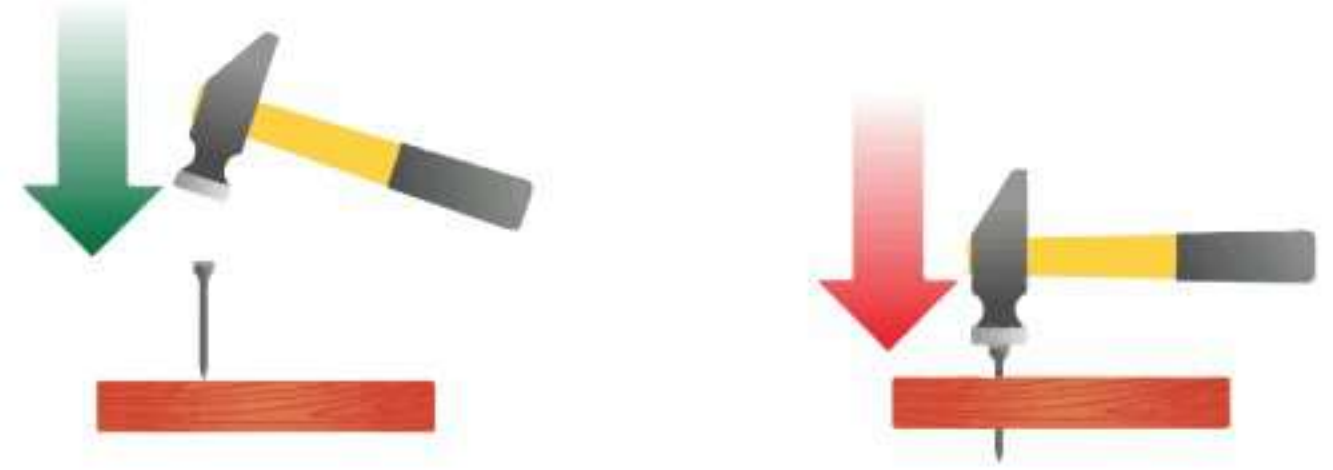
$$ab = 8 \cdot (a + b)$$

$$+ ba = x \cdot (b + a)$$

$$\hline 11(a + b) = (8 + x) \cdot (a + b)$$

$$x = 3$$

4. abc üç basamaklı ac ve b2 iki basamaklı sayılar olmak üzere, bir tahta parçasına çekiçle çivi çakılacaktır.



Çivinin uzunluğu abc birimdir. Çivinin tahta parçasının altından çıkan kısmı ac birim ve üstünde kalan kısmı b2 birimdir.

Tahta parçasının kalınlığı 268 birim olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

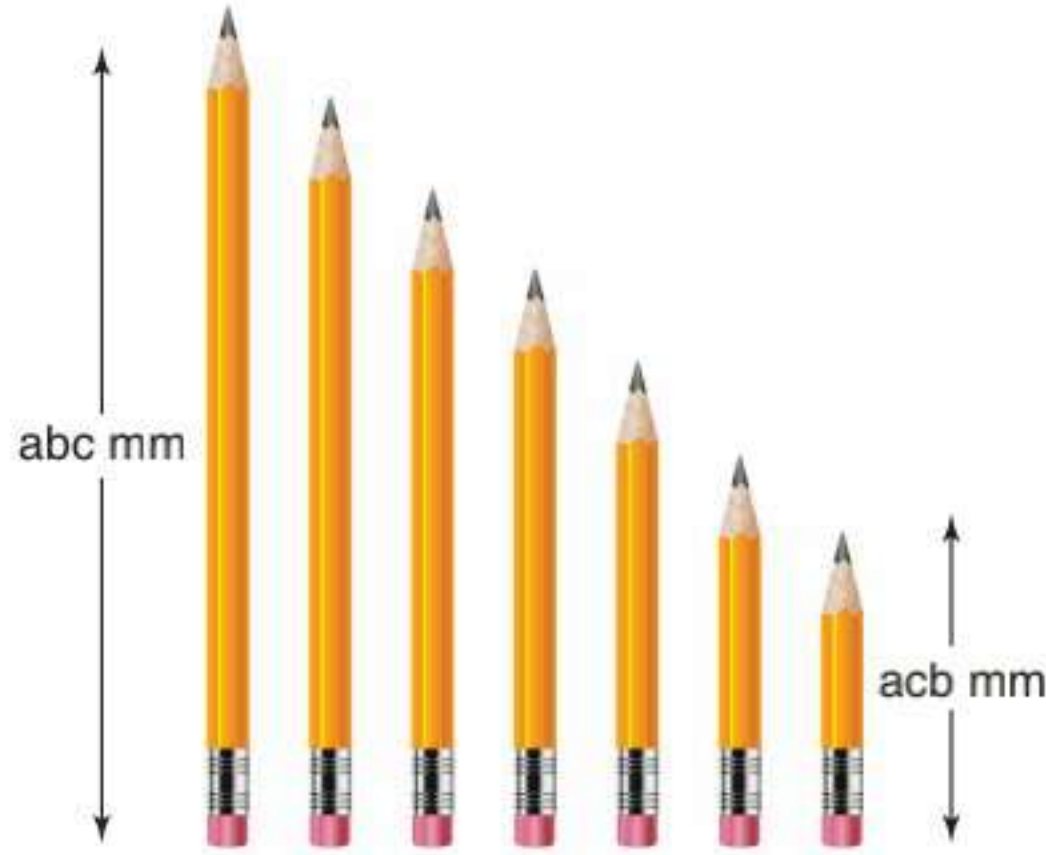
$$ac + 268 + b2 = abc$$

$$90 \cdot a = 270$$

$$a = 3$$

Basamak Kavramı-En Büyük En Küçük Değer Bulma-İşlem Yeteneği

5. a, b ve c sıfırdan ve birbirinden farklı rakamlardır. abc ve acb üç basamaklı sayılardır.



Şekilde verilen her ardışık iki kalemin boyları arasındaki fark 3 mm'dir.

Buna göre, b + c toplamının en büyük değeri kaçtır?

- A) 18 B) 17 C) 16 D) 15 E) 14

$$acb + 18 = abc$$

$$9(b-c) = 18$$

$$b-c = 2$$

$$9 \quad 7$$

6. Aşağıdaki tabloya 11'den 50'ye kadar olan doğal sayılar yazılmıştır.

11	12	13	14
15	16	17	18
⋮	⋮	⋮	⋮
47	48	49	50

Bu sayılardan rakamları toplamının 4 katı kendisine eşit olan sayılar siliniyor.

Buna göre, tabloda kaç tane sayı kalır?

- A) 37 B) 36 C) 35 D) 34 E) 32

$$ab = 4 \cdot (a+b)$$

$$6a = 3b \Rightarrow b = 2a$$

$$(50-11+1) - 4 = 36$$

7. Bir yılın son iki basamağındaki sayı, yılın ait olduğu yüzyıla eşit ise bu yıla "Süper Yıl" denir.

Örneğin; 2021 yılı 21. yüzyıla ait olan süper yıldır.

Buna göre, İstanbul'un fethi 15. yüzyıldaki süper yıldan kaç yıl sonra gerçekleşmiştir?

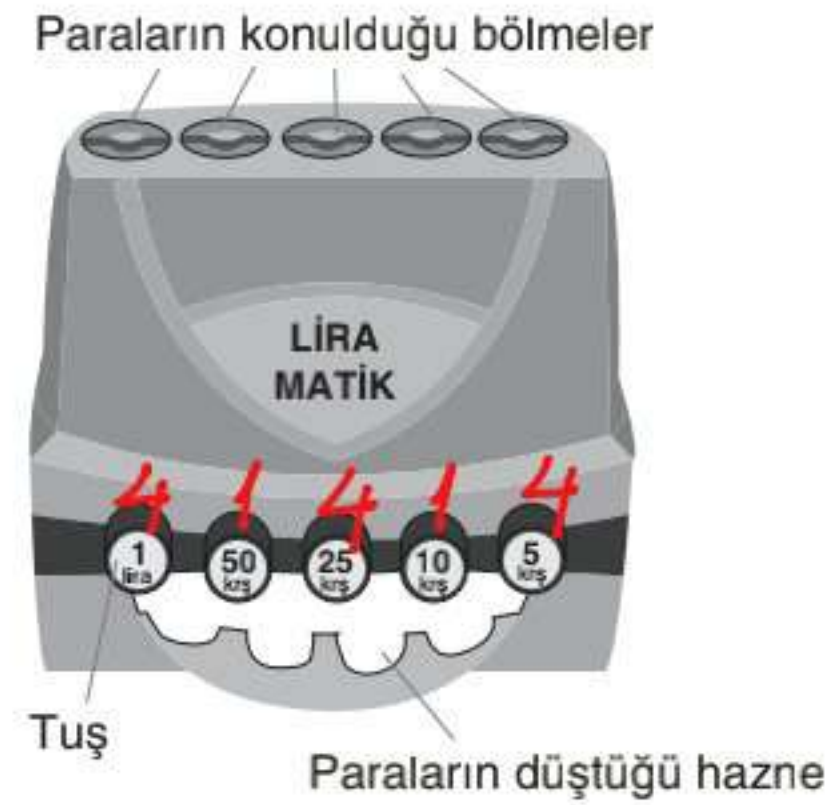
- A) 39 B) 38 C) 37 D) 36 E) 35

$$1415 \rightarrow \text{Süper Yıl}$$

$$1453 \rightarrow \text{İstanbul'un fethi}$$

$$1453 - 1415 = 38$$

8. Aşağıda, içine madeni paralar konulan bir liramatik makinesi verilmiştir.



- Her bölmede en az bir madeni para vardır.
- Yan yana olan iki bölmede en fazla toplam 5 madeni para bulunmaktadır.

Buna göre, liramatik makinesinin içinde en fazla kaç kuruş bulunur?

- A) 620 B) 610 C) 600 D) 590 E) 580

$$4 \cdot 100 + 1 \cdot 50 + 4 \cdot 25 + 1 \cdot 10 + 4 \cdot 5$$

$$400 + 50 + 100 + 10 + 20$$

$$580 \text{ kuruş}$$

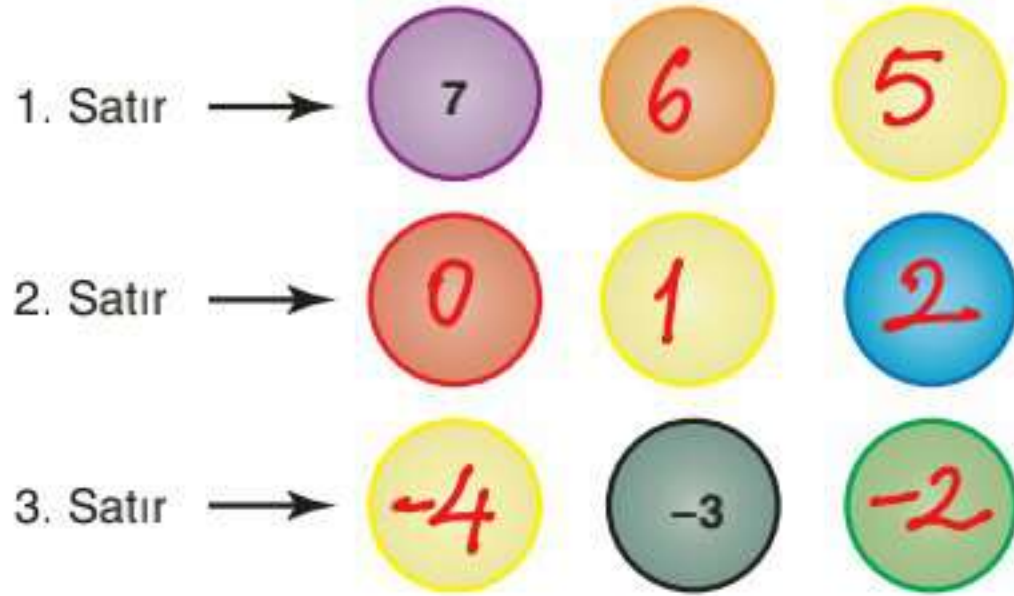
9. Hakan seçtiği iki basamaklı bir sayının sağına aynı sayıyı tekrar yazarak dört basamaklı bir sayı elde ediyor. Emre'de kendi seçtiği iki basamaklı sayı için bu işlemin aynısını yapıyor.

Oluşan dört basamaklı sayıların toplamı bir tam kare sayı olduğuna göre, Hakan'ın seçtiği iki basamaklı sayı Emre'nin seçtiği iki basamaklı sayıdan en çok kaç fazla olabilir?

- A) 36 B) 45 C) 70 D) 81 E) 89

$$\begin{aligned} abab + cdcd &= x^2 \\ 101.ab + 101.cd &= x^2 \\ 101.(ab+cd) &= x^2 \\ \underline{101} & \\ ab + cd &= 101 \\ \underline{91} \quad \underline{10} & \\ ab - cd &= 91 - 10 = 81 \end{aligned}$$

10. Aşağıda 9 tane daire verilmiştir.



1. Satıra ardışık üç rakam, 2. Satıra ardışık üç doğal sayı ve 3. Satıra ardışık üç tam sayı yazılacaktır.

Aynı satıra yazılan sayılar ya artan ya da azalan sırada yazılacaktır.

Buna göre, sarıya boyalı dairelerin içine yazılabilecek sayıların toplamı en az kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$5 + 1 - 4 = 2$$

11. 15, 28, 32, 45, 302, 195, 203, 405

Yukarıdaki sayıların 3'ten küçük rakamla başlayıp 4'ten büyük rakamla bitenlerini Batuhan, diğer sayıları Umut yazmıştır.

Buna göre, Umut kaç sayı yazmıştır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Batuhan 15, 28

7 sayıdan 2 tanesini Batuhan yazmıştır.

$$7 - 2 = 5$$

12. Aşağıda bir yazıcıdan 4×6, 5×7 ve 8×10 olmak üzere, farklı boyutlarda resim kağıtlarına çıktılar alınacaktır.

Yazıcıdan siyah-beyaz ve renkli çıktı alınabilmektedir. Tabloda hangi boyutta ve hangi renkte çıktılar alınacağı ve bunların kaç adet alınacağı gösterilmiştir.

Renk Seçimi	Baskı Boyutu		
	4×6	5×7	8×10
Siyah/Beyaz	ab	ab	5 • b
Renkli	ab	5 • b	5 • b

Örneğin; renkli ve 8×10 boyutlarındaki çıktılarının sayısı 5 • b tane dir.

ab iki basamaklı bir sayı olmak üzere, çıktı alımının sonucunda siyah-beyaz ve renkli çıktılarının sayısının eşit olduğu görülmüştür.

Buna göre, a • b çarpımının sonucu kaçtır?

- A) 16 B) 14 C) 12 D) 10 E) 8

$$2.ab + 5.b = ab + 10.b$$

$$ab = 5.b$$

$$10a = 4b \Rightarrow 5a = 2b$$

$$a.b = 5.2 = 10$$

1. D	2. D	3. B	4. B	5. C	6. B
7. B	8. E	9. D	10. E	11. C	12. D

Bölme



YANINDA BULUNSUN (BÖLME)

$$\begin{array}{r} A \overline{) B} \\ - C \\ \hline K \end{array}$$

A : Bölünen
B : Bölen
C : Bölüm
K : Kalan

- $A = B \cdot C + K$
- $K < B$ (Kalan bölenden küçüktür.)
- $K < C$ ise B ile C yer değiştirebilir.
- $K \geq 0$



ÖRNEK 1.

$$123 \overline{) 12}$$

Bölme işlemindeki bölüm ile kalan toplamı kaçtır?



ÇÖZÜM

$$\begin{array}{r} 123 \overline{) 12} \\ - 120 \\ \hline 3 \end{array}$$

$10 + 3 = 13$



ÖRNEK 2.

Her kolide 6 tane şişe bölmesi olmak şartıyla 159 tane süt şişesi kolilerdeki bölmelere yerleştirilecektir.

Yeteri kadar koli tam olarak dolduğunda kaç tane süt şişesi artar?

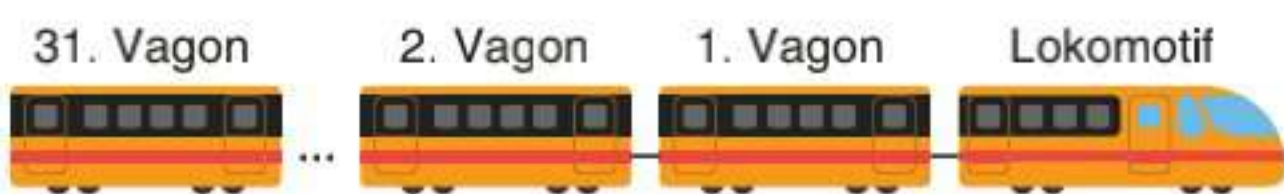


ÇÖZÜM

$$\begin{array}{r} 159 \overline{) 6} \\ 12 \overline{) 26} \\ \hline 39 \\ \hline 36 \\ \hline 3 \end{array} \rightarrow 3 \text{ tane artar}$$



ÖRNEK 3.



Şekildeki trenin tek numaralı vagonlarında 24'er yolcu, çift numaralı vagonlarında 32'şer yolcu vardır.

Buna göre, trendeki yolcu sayısının 15'e bölümünden kalan kaçtır?



ÇÖZÜM

$$\begin{array}{r} 16 \cdot 24 + 15 \cdot 32 \\ \hline \text{Tek} \quad \text{Çift} \\ \text{Vagon} \quad \text{Vagon} \\ \text{Sayısı} \quad \text{Sayısı} \end{array}$$

$$1 \cdot 9 + 0 \cdot 2 = 9$$



ÖRNEK 4.

a ve b birer pozitif tam sayıdır.

$$\begin{array}{r} a \overline{) b} \\ - 3 \\ \hline 5 \end{array}$$

Bölme işlemine göre, a'nın en küçük değeri kaçtır?



ÇÖZÜM

$$b > 5 \quad a = 3 \cdot b + 5$$

$$\downarrow$$

$$6$$

$$a = 18 + 5$$

$$a = 23$$



ÖRNEK 5.

a pozitif tam sayıdır.

$$\begin{array}{r} a \overline{) 4} \\ - 6 \\ \hline \end{array}$$

Bölme işlemine göre, a'nın en büyük değeri kaçtır?



ÇÖZÜM

Kalan en çok 3 tüt.

$$a = 4 \cdot 6 + 3$$

$$a = 27$$

? ÖRNEK 6.

A ve B birer doğal sayıdır.

$$\begin{array}{r} A \ 5 \\ - \quad B \\ \hline 2 \end{array}$$

Bölme işlemine göre, B'nin A cinsinden ifadesini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$A = 5 \cdot B + 2$$

$$B = \frac{A-2}{5}$$

? ÖRNEK 7.

Bir çokgenin içine bir tam sayı yazıldığında oluşan şeklin değeri, çokgenin kenar sayısının karesinin, çokgenin içinde yazan sayıya bölümünden kalana eşittir.

Örneğin; $\boxed{3} = 16$ 'nın 3'e bölümünden kalan = 1

Buna göre,

$$\boxed{x} = \triangle 5$$

eşitliğini sağlayan en küçük x doğal sayısı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{array}{r} 5^2 \ | \ x \\ \hline a \end{array} \quad \begin{array}{r} 3^2 \ | \ 5 \\ \hline a \end{array}$$

$$a = 4$$

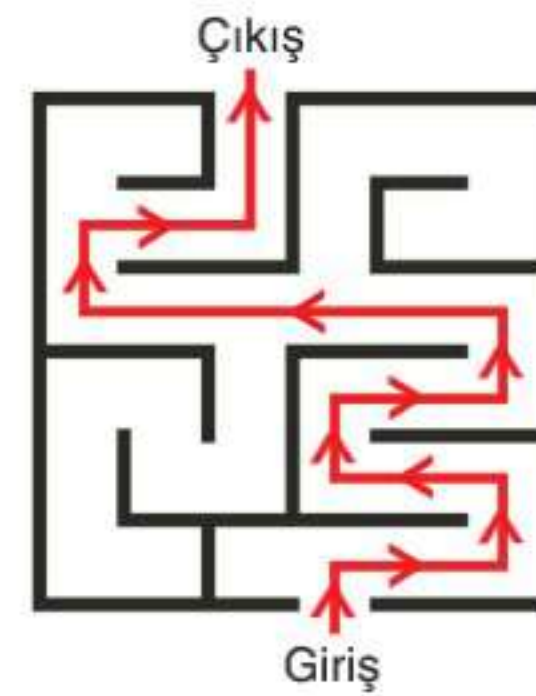
$$x \cdot m + 4 = 25 \quad x > 4$$

$$x \cdot m = 21$$

x en az 7 olur.

? ÖRNEK 8.

Aşağıda giriş ve çıkışı gösterilen bir labirent verilmiştir.



Labirentin içinde doğrusal olarak hareket edilip sadece sağa, sola ve yukarı doğru gidilmektedir.

Her yön değiştirmeye bir "Hamle" denir.

Yukarıdaki şekilde toplam hamle sayısının n'ye bölümünden kalan 2'dir.

Buna göre, n'nin alacağı değerler toplamı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{array}{r} 11 \ | \ n \\ - \quad x \\ \hline 2 \end{array} \quad n > 2$$

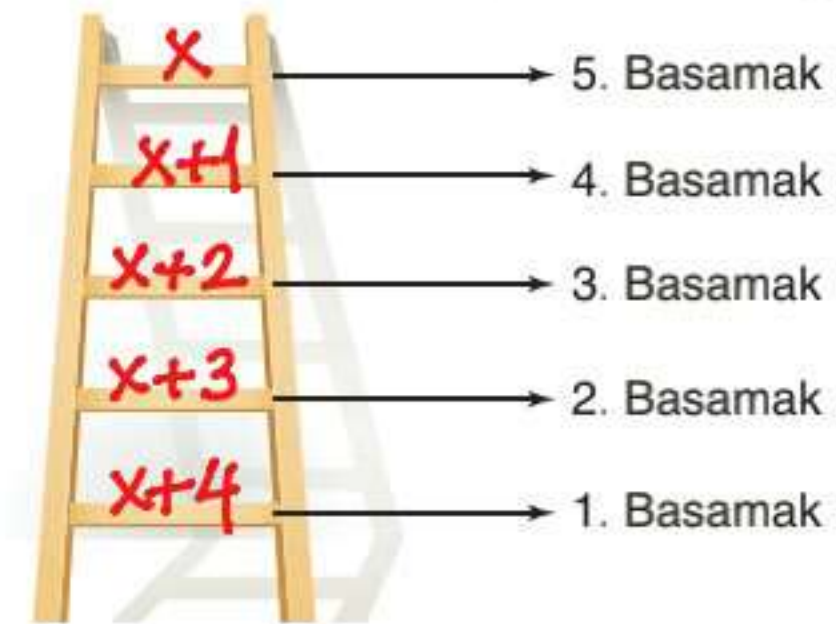
$$11 = n \cdot x + 2$$

$$9 = n \cdot x$$

$$\begin{array}{r} \downarrow 3 \\ + \quad 9 \\ \hline 12 \end{array}$$

? ÖRNEK 9.

Aşağıda beş basamaklı bir merdiven görseli verilmiştir.



Şekildeki her basamak bir üstündeki basamaktan 1 birim daha uzundur.

Buna göre, merdivenin tüm basamaklarının uzunlukları toplamı 3. basamağın uzunluğunun kaç katıdır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{array}{r} 5 \cdot x + 10 \ | \ x + 2 \\ - \quad \quad \quad 5 \\ \hline 0 \end{array} \rightarrow 5 \text{ katıdır.}$$

Bölme

**YANINDA BULUNSUN (BÖLÜNEBİLME KURALLARI)****2 ile Bölünebilme**

Birler basamağında 0, 2, 4, 6, 8 rakamlarından biri olan tam sayılar 2 ile tam bölünebilir. Tek sayılar 2 ile bölünemeyip 1 kalanını verir.

3 ile Bölünebilme

Basamaklarındaki rakamların sayı değerlerinin toplamı 3'ün katı olan sayılar 3 ile tam bölünebilir. Bir sayının 3 ile bölümünden kalan, rakamları toplamının 3 ile bölümünden kalana eşittir.

4 ile Bölünebilme

Son iki basamağı 00 veya 4'ün katı olan sayılar 4 ile tam bölünür. Kalan ise son iki basamağındaki sayının 4 ile bölümünden kalana eşittir.

5 ile Bölünebilme

Birler basamağında 0 ve 5 rakamlarından biri olan tam sayılar 5 ile tam bölünebilir. Kalan ise sayının son basamağının 5 ile bölümünden kalana eşittir.

8 ile Bölünebilme

Son üç basamağı 000 veya 8'in katı olan sayılar 8 ile tam bölünür. Kalan ise son üç basamağının 8 ile bölümünden kalana eşittir.

9 ile Bölünebilme

Basamaklarındaki rakamların sayı değerlerinin toplamı 9'un katı olan sayılar 9 ile tam bölünebilir. Kalan ise rakamlar toplamının 9 ile bölümünden kalana eşittir.

10 ile Bölünebilme

Birler basamağı 0 olan tam sayılar 10 ile tam bölünebilir. Kalan ise birler basamağındaki rakama eşittir.

11 ile Bölünebilme

Doğal sayıların rakamları birler basamağından başlanarak sola doğru 1, 2, 3, ..., diye numaralandırılır. Tek sayılarla numaralandırılan ve çift sayılarla numaralandırılanlar kendi arasında toplanır. Bu toplamlar arasındaki fark 11'in katı ise, sayı 11'e tam bölünebilir.

6, 12, 15, 18, 24, 36, 45 ile Bölünebilme

2'ye ve 3'e bölünebilen sayılar 6'ya,
3'e ve 4'e bölünebilen sayılar 12'ye,
3'e ve 5'e bölünebilen sayılar 15'e,
2'ye ve 9'a bölünebilen sayılar 18'e,
3'e ve 8'e bölünebilen sayılar 24'e,
4'e ve 9'a bölünebilen sayılar 36'ya,
5'e ve 9'a bölünebilen sayılar 45'e tam bölünebilir.

**ÖRNEK 10.**

Rakamları birbirinden farklı 423a dört basamaklı sayısı 2 ile tam bölündüğüne göre, a sayısı kaç farklı değer alır?

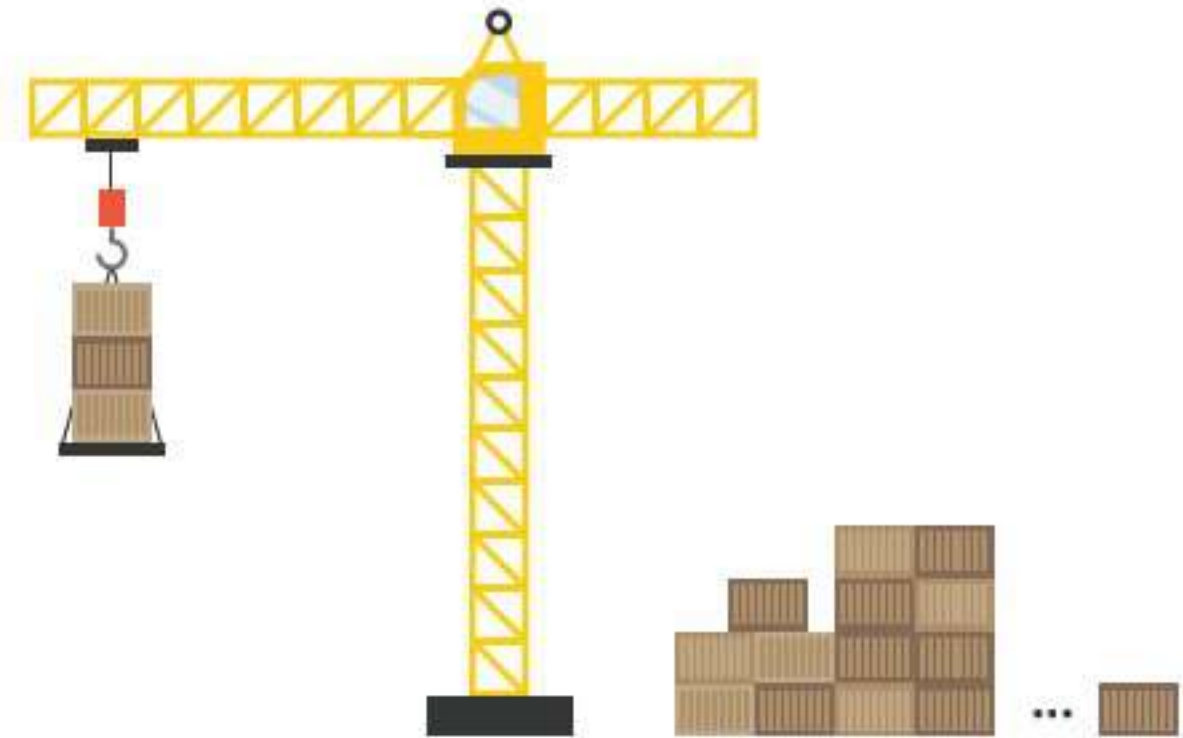
**ÇÖZÜM**

$$423a$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ 0 \\ 6 \\ 8 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3 \text{ farklı değer} \\ \text{alır.} \end{array}$$

**ÖRNEK 11.**

Aşağıdaki şekilde bir vinç makinesiyle aşağıdan yukarıya doğru kasalarla malzeme çıkarılmaktadır. Vinç her defasında 3 tane kasayı yukarı taşımaktadır.



Kasalar üçerli taşındığında dışarıda 1 kasa kalmıştır.

Kasa sayısı 500'den fazla ise en az kaçtır?

**ÇÖZÜM**

$$\text{Kasa sayısı} = 3x + 1 > 500$$

$$501, 3 \text{ 'ün katı}$$

$$502, 3x + 1 \text{ şartını sağlar.}$$

? ÖRNEK 12.

Aşağıda n kenarlı bir düzgün çokgen verilmiştir.

$$\begin{array}{|c|} \hline x \\ \hline \end{array} = \text{"x sayısının n ile bölümünden kalan şeklinde tanımlanıyor."}$$

Buna göre,



işleminin sonucu kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} 328 &= 3k + 1 \\ 3412 &= 4m + 0 \\ 517 &= 5n + 2 \\ 1 + 0 + 2 &= 3 \end{aligned}$$

? ÖRNEK 13.

23 katlı bir apartmanın her katında 4 daire ve her dairede 8'er cam vardır.

Buna göre, apartmandaki cam sayısının 5 ile bölümünden kalan kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} 23 \cdot 4 \cdot 8 \\ 3 \cdot 4 \cdot 3 &= 36 \\ 36 \overline{) 5} & \text{ Kalan } 1 \\ \underline{1} & \end{aligned}$$

? ÖRNEK 14.

678, 867, 786

Yukarıda her defasında birler basamağındaki rakam başa yazılarak 678'den sonra iki sayı elde edilmiştir.

Buna göre, 123456 sayısına yukarıdaki yöntem uygulanarak beş yeni sayı daha elde edilirse, bu beş yeni sayıdan kaç tanesi 4 ile tam bölünür?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} 612345 \quad 561234 \quad 456123 \\ 345612 \quad 234561 \\ \text{Sadece } 345612 \text{ sayısı } 4' \text{ün} \\ \text{katıdır.} \end{aligned}$$

? ÖRNEK 15.

1	2	→ 12
3	4	→ 34
↓	↓	
13	24	

Yandaki tabloda her satırın oluşturduğu sayı ve her sütunun oluşturduğu sayı yazılmıştır. Bu dört sayının toplamına "Tablonun Değeri" denir.

Buna göre,

1	2	3	→ 123
4	5	6	→ 456
7	8	9	→ 789
↓	↓	↓	
147	258	369	

tablosunun değerinin 5 ile bölümünden kalan kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} 3 + 1 + 4 + 2 + 3 + 4 &= 17 \\ 17 \overline{) 5} \\ \underline{2} & \end{aligned}$$

Bölme

? ÖRNEK 16.

Aşağıdaki zarın her yüzünde 1, 2, 3, 4, 5, 6 rakamlarından biri vardır.



Karşılıklı yüzlerdeki rakamların toplamı 7'dir. Bu zar masa üzerinde zarın üst yüzüne 5 gelecek şekilde duruyorken görünen (tabandaki rakam hariç) tüm rakamlarla 5'e bölünen bir sayı yazılıyor.

Yazılan bu sayının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$5 \rightarrow 2 \text{ Tabandaki rakam}$$

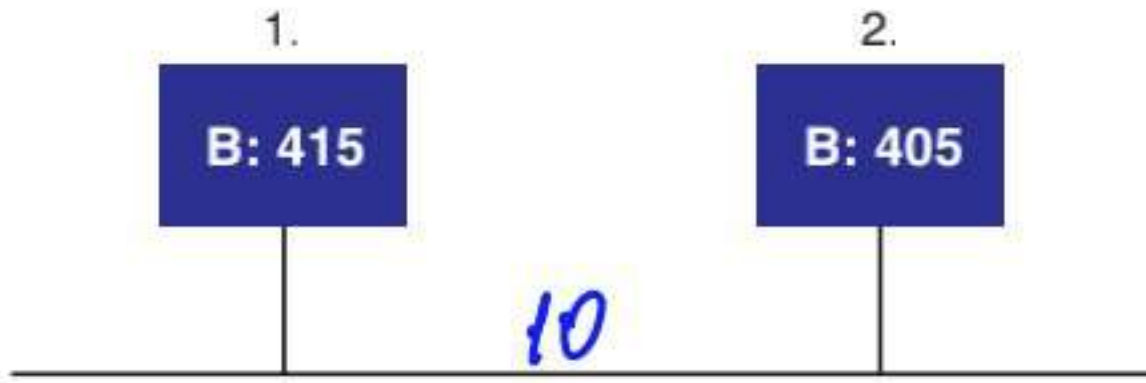
$$13465$$

$$1+3+4+6+5 = 9k + x$$

$$19 = 9k + x$$

$$x = 1$$

? ÖRNEK 17.



Şekilde A kentinden B kentine giden yolda B'ye kalan mesafenin belirtildiği ilk iki tabela gösterilmiştir.

Her 10 km'de bir tabela olduğuna göre, 15. tabelada yazan değer 9'a bölümünden kalan kaçtır?

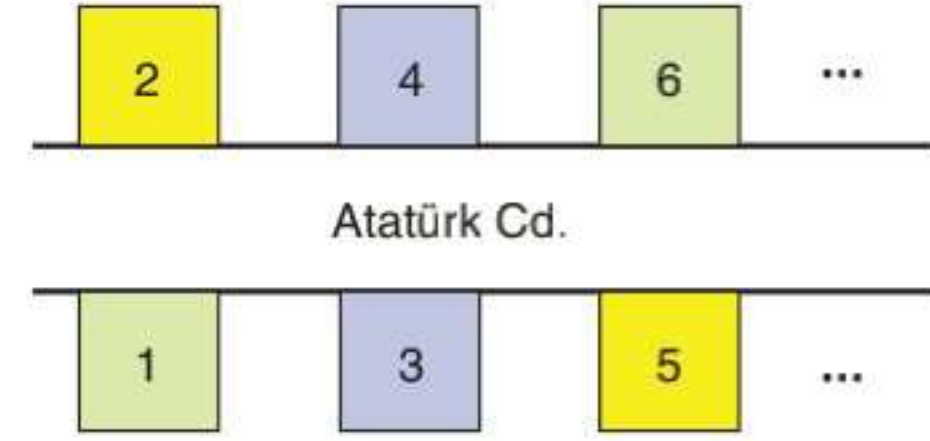
✓ ÇÖZÜM

$$415 - 14 \cdot 10$$

$$415 - 140 = 275$$

$$275 = 9k + 5$$

? ÖRNEK 18.



Şekildeki caddenin bir yanındaki evlerin numaraları ardışık çift sayılar, diğer yanındaki evlerin numaraları ardışık tek sayılardır.

- Ahmet'in evi bu caddede olup numarasının 5'e bölümünden kalan 2'dir.
- Mehmet'in evi bu caddede olup numarasının 9'a bölümünden kalan 8'dir.
- Ahmet ve Mehmet'in evleri, yan yana olan komşu iki evdir.

Ahmet ve Mehmet'in evlerinin numaraları iki basamaklı birer doğal sayı olduğuna göre, bu numaraların toplamı en çok kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ahmet} \quad 5x + 2 = 87 \\ \text{Mehmet} \quad 9y + 8 = 89 \end{array} \right\} 176$$

$$5x + 2 + 2 = 9y + 8$$

$$5x = 9y + 4$$

$$17 \quad 9$$

? ÖRNEK 19.

Dört basamaklı $421x$ sayısı,

- 4 ile bölündüğünde 2 kalanını veriyorsa,
- 9 ile bölündüğünde 1 kalanını veriyorsa,

x 'in alabileceği değerleri bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$a) 421x$$

$$\hookrightarrow 0, 4, 8$$

$$b) 421x$$

$$7 + x = 9k + 1 \Rightarrow 6 + x = 9k$$

$$3$$

? ÖRNEK 20.

5 basamaklı 8346x sayısı 10 ile tam bölündüğüne göre, 11 ile bölümünden kalan kaçtır?

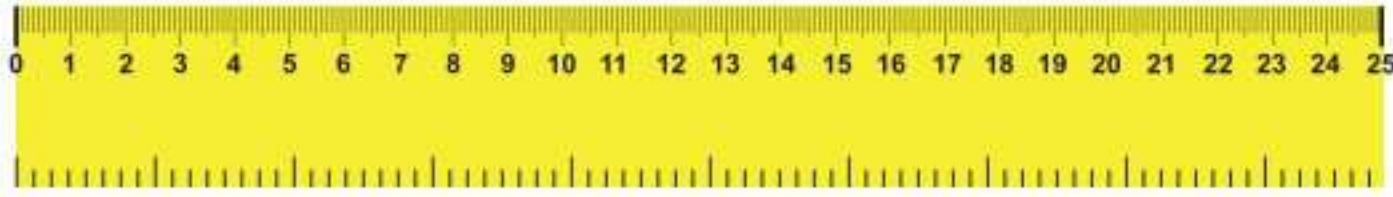
✓ ÇÖZÜM

$$\begin{array}{cccccc} + & - & + & - & + & \\ 8 & 3 & 4 & 6 & 0 & \end{array}$$

$$12 - 9 = 3$$

? ÖRNEK 21.

Aşağıda, 25 cm uzunluğunda bir cetvel verilmiştir.



Bu cetvellerden birbirinin aynısı olan 39 cetvel daha doğrusal olarak uç uca ekleniyor. 41. cetvel şekildeki cetvelden daha kısa olup diğer 40 cetvelin ucuna da bu cetvel konuluyor.

Ölçülen toplam uzunluğun 15 ile bölümünden kalan 1 olduğuna göre, ölçülen toplam uzunluk en çok kaç cm'dir?

✓ ÇÖZÜM

$$40 \cdot 25 + x = 15k + 1$$

$$1000 + x = 15k + 1$$

$$\begin{array}{r} 1000 \overline{) 15} \\ 90 \overline{) 66} \\ \hline 100 \\ 90 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$x = 6 \text{ veya } 21 \text{ olur.}$$

$$1000 + 21 = 1021$$

? ÖRNEK 22.

Beş basamaklı 615ab sayısı 30 ile tam olarak bölünebildiğine göre, a yerine gelebilecek en büyük rakam kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{array}{c} 615ab \\ \downarrow \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{c} 30 \\ \swarrow \downarrow \\ 3 \cdot 10 \end{array}$$

$$615a0$$

$$12 + a = 3k \\ \rightarrow 0, 3, 6, 9$$

? ÖRNEK 23.

Dört basamaklı rakamları birbirinden farklı 4x6y sayısının 45 ile bölümünden kalan 1'dir.

Buna göre, x kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{array}{c} 4x6y \\ \downarrow \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{c} 45 \\ \swarrow \downarrow \\ 5 \cdot 9 \end{array}$$

$$4x61$$

$$11 + x = 9k + 1$$

$$10 + x = 9k$$

$$\downarrow \\ 8$$

Bölme - Bölünebilme Kuralları - Test I

1. A ve B iki doğal sayıdır.

$$\begin{array}{r} A \quad | \quad 48 \\ - \quad | \quad \\ \hline 15 \end{array} \qquad \begin{array}{r} B \quad | \quad 36 \\ - \quad | \quad \\ \hline 16 \end{array}$$

Yukarıda verilen bölme işlemine göre $A \cdot B$ çarpımının 12 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

$$A = \frac{48x + 15}{12k + 3} \qquad B = \frac{36y + 16}{12k + 4}$$

$$3 \cdot 4 = 12 \rightarrow \text{Kalan } 0$$

2. Rakamları sıfırdan farklı ve tüm rakamlarına tam bölünebilen doğal sayılara "Acil Sayı" denir.

Örneğin; 124 sayısı 1, 2 ve 4 ile tam bölündüğünden bir acil sayıdır.

Buna göre, $3a$ iki basamaklı sayısı "Acil Sayı" olduğuna göre, a 'nın alacağı değerler toplamı kaçtır?

- A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

$$\begin{array}{c} 3a \\ \downarrow \\ 3,6 \\ 3+6=9 \end{array}$$

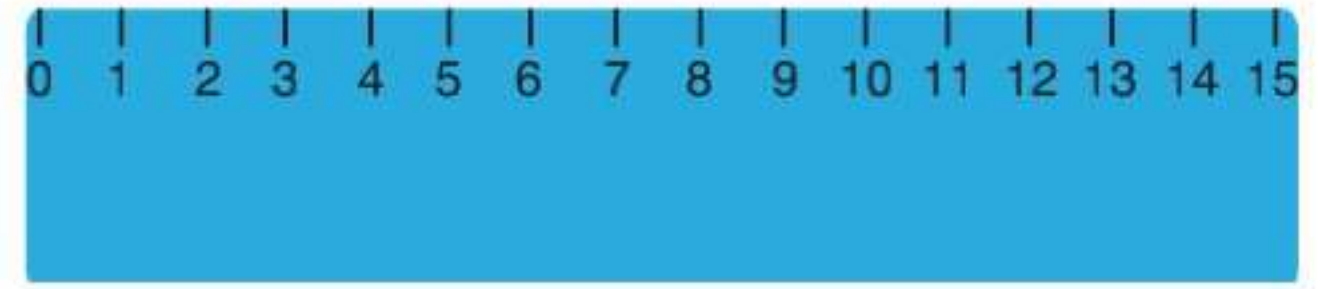
3. abc , bca ve acb üç basamaklı sayılardır.
- abc sayısı 5 ile tam bölünmektedir.
 - bca sayısı 4 ile tam bölünmektedir.
 - acb sayısı 9 ile tam bölünmektedir.

Buna göre, $a + b + c$ toplamının en büyük değeri kaçtır?

- A) 22 B) 21 C) 19 D) 18 E) 17

$$\begin{array}{c} ab5 \\ b5a \\ \rightarrow 2,6 \\ b52 \quad b56 \\ b+7=9k \quad b+11=9k \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 2 \quad 7 \\ a+b+c = 6+7+5 = 18 \end{array}$$

4. Aşağıda 15 cm uzunluğunda bir cetvel verilmiştir.



Bu cetvellerden birbirinin aynısı olan 30 cetvel doğrusal olarak uç uca ekleniyor. 31. cetvel şekildeki cetvelden daha kısa olup diğer 30 cetvelin ucuna da bu cetvel konuluyor. Ölçülen toplam uzunluk 3 ile tam bölünüp, 5 ile bölümünden kalan 3'tür.

Buna göre, 31. cetvelin uzunluğunun alabileceği kaç farklı değer vardır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

$$15 \cdot 30 + x = 3k = 5m + 3$$

$$x < 15 \quad x = 3 \text{ olabilir.}$$

5. Bir beyaz eşya mağazasında satılan buzdolabı için iki farklı taksit seçeneği vardır.



Mağaza taksitleri kasada tam sayı olarak ayarlamıştır. Buzdolabının etiket fiyatı $368a$ lira dört basamaklı sayıdır. Buzdolabı 11 eşit taksitle alındığında her bir taksit tam sayıdır.

Buna göre, müşteri buzdolabını 9 eşit taksitle almak için kasaya en az kaç lira nakit vermelidir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$\begin{array}{c} - + - + \\ 368a \end{array} \rightarrow a - 5 = 11k \\ a = 5$$

$$3685 \rightarrow 22 = 9k + x \\ x = 4$$

6. Aşağıdaki tabloda, bir ildeki ilkokullara ait 3., 4. ve 5. sınıflardaki öğrenci sayıları verilmiştir.

SINIFLAR	ÖĞRENCİ SAYILARI
3. Sınıflar	28a
4. Sınıflar	2b6
5. Sınıflar	26c

Her bir sınıftaki toplam öğrenci sayısı o sınıf kaçınıcı sınıftan ise o rakama tam olarak bölünebilmektedir.

Buna göre, bu ilde 3., 4. ve 5. sınıfta olan en fazla kaç öğrenci vardır?

- A) 851 B) 849 C) 845
D) 843 E) 840

$$28a \text{ 3'ün katı } a=8$$

$$2b6 \text{ 4'ün katı } b=9$$

$$26c \text{ 5'in katı } c=5$$

$$288 + 296 + 265 = 849$$

7. "Bir A sayısının B ile bölümünden kalan C'dir" ifadesi, $A = B \cdot k + C$ ile gösterilsin.

Buna göre, $25x$ üç basamaklı bir sayı olmak üzere,

$$25x = 6k + 1$$

eşitliğini sağlayan x değerleri toplamı kaçtır?

- A) 14 B) 13 C) 12 D) 11 E) 10

$$25x = 6k + 1$$

$$\downarrow \quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow$$

$$1, 3, 5, 7, 9 \quad \quad \quad 2 \cdot 3$$

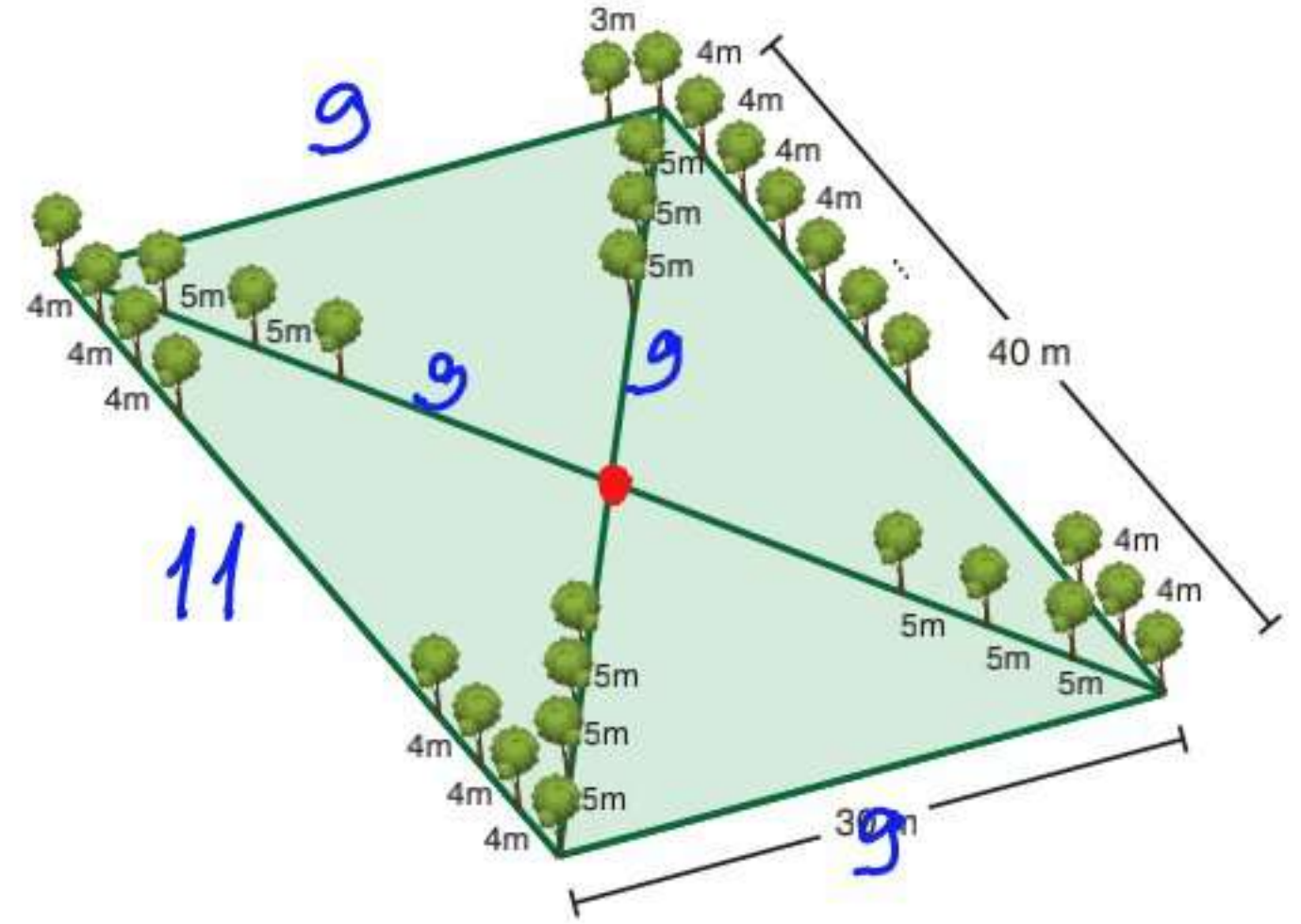
$$25x \rightarrow 7 + x = 3m + 1$$

$$6 + x = 3m$$

$$\rightarrow 3, 9$$

$$3 + 9 = 12$$

8. Aşağıda kenar uzunlukları 30 m ve 40 m olan dikdörtgen şeklinde bir tarla görseli verilmiştir.



Tarlanın kenarlarına ve köşegenlerine köşelere de gelmek şartıyla ağaç dikilmiştir. Art arda gelen ağaçlar arasındaki uzaklıklar 3, 4 ve 5 m dir.

Buna göre, dikilen ağaç sayısı kaçtır?

- A) 55 B) 56 C) 57 D) 58 E) 59

$$2 \cdot (11 + 9) + 2 \cdot 9 - 1$$

$$40 + 17 = 57$$

$$2 \cdot \left(\frac{40}{4} + 1\right) + 2 \cdot \left(\frac{30}{3} - 1\right) + 2 \cdot \left(\frac{50}{5} - 1\right) - 1$$

$$22 + 18 + 18 - 1 = 57$$

9. x ve y birer pozitif tam sayıdır. x sayısı y sayısına bölündüğünde elde edilen kalan $(x)_y$ şeklinde tanımlanıyor.

Örneğin; $(13)_5 = 3$ tür.

Buna göre,

$$(x)_4 = 3 \text{ ve } (36)_x = 6$$

eşitliklerini sağlayan x sayısı kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 25 E) 30

$$\begin{array}{r} x \overline{)4} \\ \underline{-} \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 36 \overline{)x} \\ \underline{-} \\ 6 \end{array}$$

$$x = 4m + 3 \quad 30 = x \cdot n$$

$$m = 3 \text{ için } x = 15$$

Bölme - Bölünebilme Kuralları - Test I

10. 10 rakamlı kredi kartları için "geçerlilik kontrolü" aşağıdaki gibi yapılmaktadır.

- Kart numarasının ilk dokuz hanesindeki rakamlar soldan sağa doğru 1'den 9'a kadar numaralandırılır. Son hane rakam K olarak adlandırılır. Bu hane kontrol hanesidir.
- Hane numarası tek olan her rakam 2 ile çarpılır. Elde edilen çarpımın sonucu bir basamaklı sayı ise bu sonucun kendisi, iki basamaklı ise sonucun rakamları toplamı not edilir. Hane numarası çift olan rakamlar ise aynen not edilir.
- Not edilen tüm sayılar toplanır. Bu toplamın 10 ile bölümünden kalan K hanesindeki rakama eşit oluyorsa bu kredi kartı numarası geçerlidir.

Örneğin; Numarası 4188957231 olan bir kart için geçerlilik kontrolü şöyledir:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	K
4	1	8	8	9	5	7	2	3	1
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
8	1	1+6	8	1+8	5	1+4	2	6	

$$8 + 1 + 7 + 8 + 9 + 5 + 5 + 2 + 6 = 51$$

51 sayısının 10'a bölümünden kalan 1'dir. K hanesindeki rakam da 1 olduğundan verilen kart numarası geçerlidir.

2267a125b0 geçerli bir kredi kartı numarası olduğuna göre, a + b toplamı en çok kaç olabilir?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 17

1	2	3	4	5	6	7	8	9	K
2	2	6	7	a	1	2	5	b	0
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
4	2	3	7	↓	1	4	5	↓	

2.a 2.b
↓ ↓
Rakamlarının toplamı
A olsun.

$$26 + A = 10m + 0$$

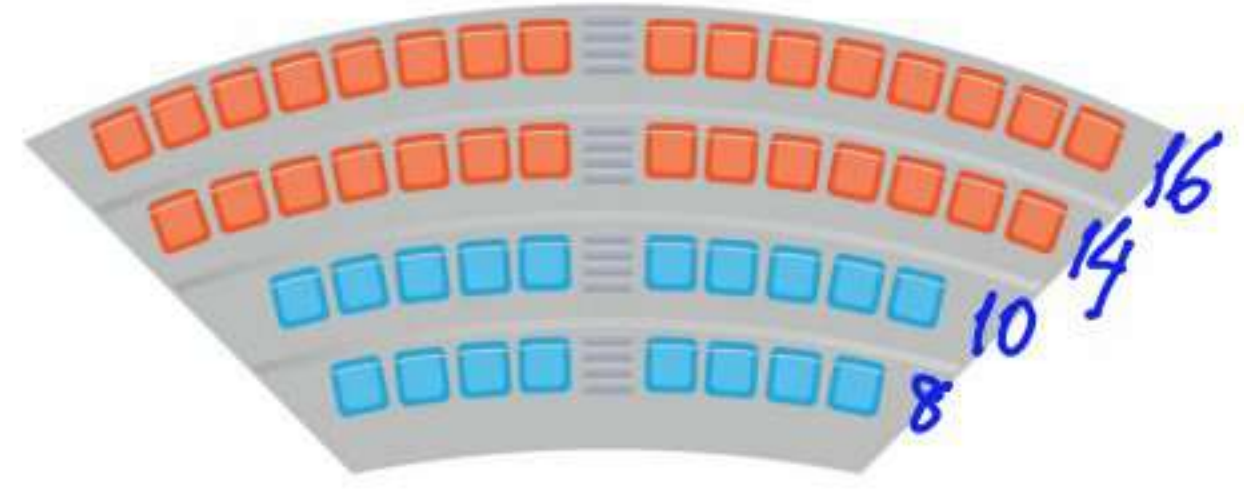
↳ en çok 14

$$14 = 5 + 9 \text{ olur.}$$

2.a nin rakamları toplamı 5 ise a=7
2.b nin rakamları toplamı 9 ise a=9

$$7 + 9 = 16$$

11. Aşağıda bir açık hava tiyatrosu görseli verilmiştir.



a tam sayı olmak üzere, her bir mavi koltuğun fiyatı a + 1 lira ve her bir kırmızı koltuğun fiyatı a - 1 liradır.

Buna göre, koltukların tamamı satın alındığında elde edilen gelir aşağıdakilerden hangisi ile tam olarak bölünür?

- A) 48 B) 36 C) 24 D) 18 E) 12

$$18 \cdot (a+1) + 30 \cdot (a-1)$$

$$48a - 12 \text{ lira}$$

12 nin katı

12. x bir sayma sayısıdır.

$$\frac{57}{2} \mid x$$

$$\frac{69}{3} \mid x$$

Bölme işlemine göre, x en çok kaçtır?

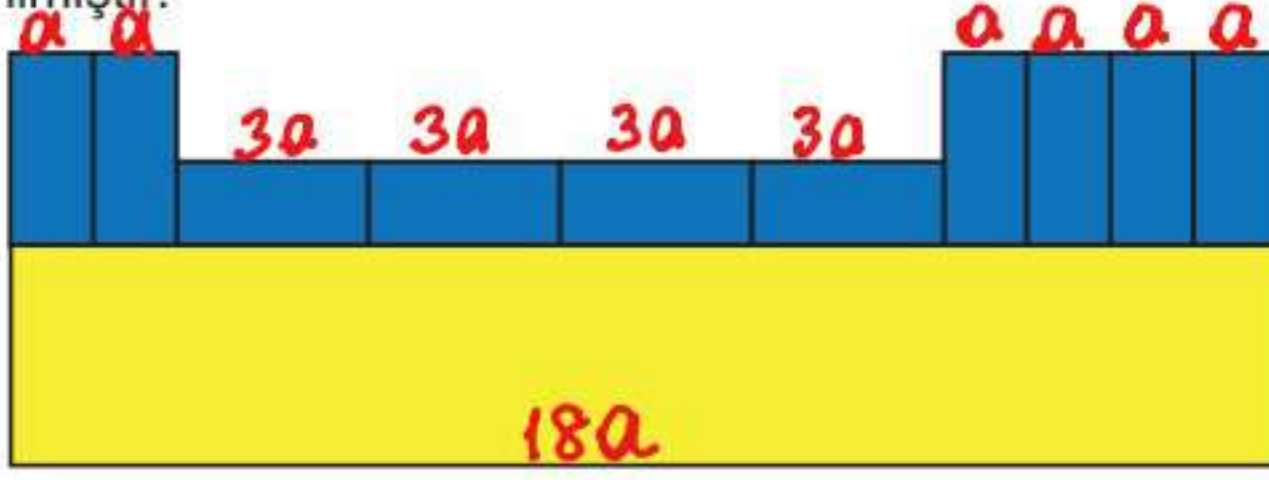
- A) 13 B) 12 C) 11 D) 9 E) 7

$$55 = m \cdot x \quad 66 = n \cdot x$$

55 ve 66'nın en büyük ortak böleni 11
x en çok 11 olur.

1. A	2. D	3. D	4. E	5. D	6. B
7. C	8. C	9. C	10. D	11. E	12. C

1. Aşağıda ölçüsü bilinmeyen bir cetvel verilmiştir. Kenar uzunlukları tam sayı ve boyu eninin 3 katı olan özdeş dikdörtgenler birim cinsinden cetvelin üzerine şekildeki gibi yerleştirilmiştir.



Buna göre, cetvelin uzunluğu kaç birim olabilir?

- A) 3562 B) 3563 C) 8190 D) 8193 E) 9999

18 in katı olmalı

Hem 2 ye hem 9 a bölünmeli

2. Erkan bir ticari taksiyle iş yerine gittiğinde arkadaşı olan Konur'la aşağıdaki konuşmayı yapmıştır.

Erkan : Buraya gelirken bindiğim taksinin numarası iki basamaklı bir sayı idi.

Konur : Bu sayının ne özelliği var ki, aklında kalmış?

Erkan : İki farklı rakamı vardı ve o rakamlarla yazılabilen iki basamaklı sayılar içinde en büyük olanıydı.

Konur : Hımm, anladım. Rakamları toplamı 16, değil mi?

Erkan : Hayır, daha fazla.

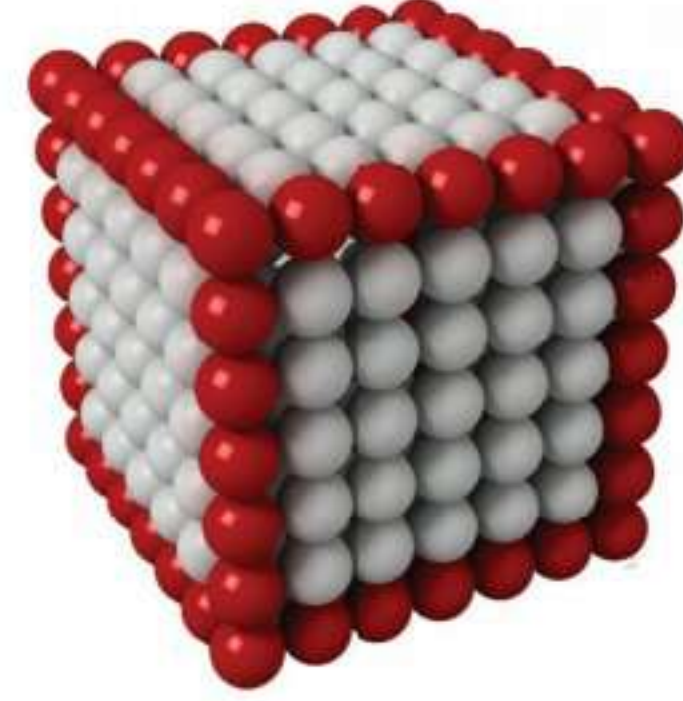
Buna göre, taksinin numarasının 45 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

$$98 = 45 \cdot k + x$$

$$x = 8$$

3. Nazlı, eş büyüklükteki kırmızı ve beyaz boncukları birbirine yapıştirarak şekildeki küpü yapmıştır. Küpün içi boştur ve her yüzeyi şekilde görünen yüzeyleri gibidir.



Nazlı'nın kullandığı kırmızı boncukların sayısı bir a sayısına bölündüğünde kalan 20 olduğuna göre, a'nın alacağı değerler toplamı kaçtır?

- A) 84 B) 78 C) 72 D) 68 E) 66

$$\text{Kırmızı Boncuk} = 5 \cdot 12 + 8 = 68$$

$$\begin{array}{r} 68 \div a \\ \underline{20} \quad x \end{array}$$

$$a \cdot x = 48$$

$$a > 20 \quad a = 24 + 48 = 72$$

4. Aşağıdaki tabloda her satırın oluşturduğu sayı ve her sütunun oluşturduğu sayı yazılmıştır. Bu dört sayının toplamına "Tablonun Değeri" denir.

Örneğin;

4	3	→ 43
2	1	→ 21
↓	↓	
42	31	

tablosunun değeri,

$$43 + 21 + 42 + 31 = 137 \text{ dir.}$$

a bir rakam olmak üzere,

1	a	→ 1a
a	1	→ a1
↓	↓	
1a	a1	

tablosunun değerinin 3 ile tam bölünebilmesi için a'nın alacağı değerler toplamı kaç olmalıdır?

- A) 15 B) 14 C) 13 D) 12 E) 11

$$2 \cdot 1a + 2 \cdot a1 = 3k$$

$$4 + 4a = 3k$$

$$\downarrow 2, 5, 8 \rightarrow 15$$

Bölme - Bölünebilme Kuralları - Test 2

5. a ve b tam sayılar olmak üzere, $a|b$ gösterimi, a sayısının b sayısını tam bölündüğünü ifade eder.

Matematik dersinde İbrahim Öğretmen tahtaya,

"a, b ve c tam sayıları $a|c$ ve $b|c$ koşullarını sağlıyorsa $(a + b)|c$ koşulunu da sağlar"

önermesini yazmıştır.

Sezer isimli öğrenci tahtaya yazdığı bir örnekte bu önermenin yanlış olduğunu göstermiştir.

Buna göre, Sezer'in tahtaya yazdığı örnek aşağıdakilerden hangisi olabilir?

	a	b	c
A)	1	3	12
B)	2	4	24
C)	3	2	30
<input checked="" type="checkbox"/>	4	5	60
E)	5	1	30

$$4|60 \quad 5|60$$

$$\text{fakat } 9 \nmid 60$$

1.yol

b sayıları bölüyorsa bunların farkında bölür.

$$\frac{a+3-a}{b} = \frac{3}{b}$$

$$\frac{a+2-a}{b} = \frac{2}{b}$$

$$b=3$$

$$b=2$$

6. a ve b birer pozitif tam sayı olmak üzere,

a, a + 1, a + 2, a + 3

sayılarından sadece ikisi b ile tam bölündüğüne göre, b'nin alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

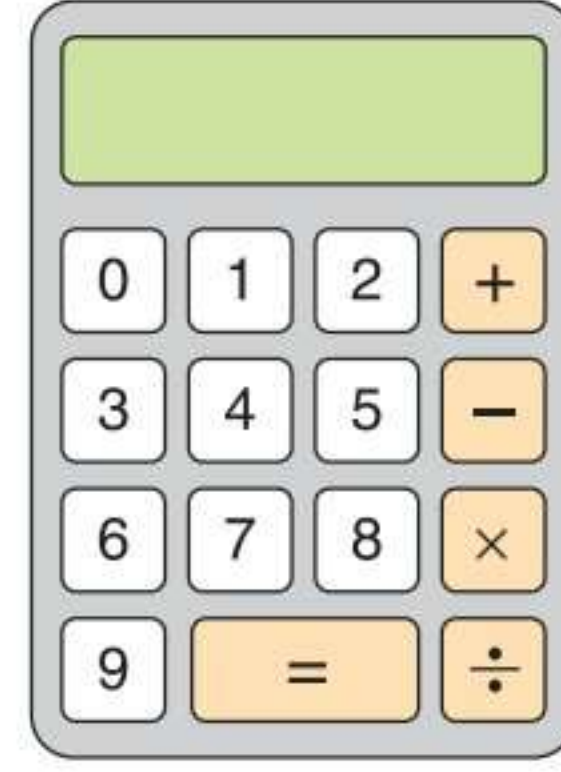
2.yol

a=1 için 1, 2, 3, 4
b=2 olabilir.

a=3 için 3, 4, 5, 6
b=3 olabilir.

$$2+3=5$$

- 7.



Yukarıda verilen hesap makinesinde 1 tuşu bozuk olduğundan kullanım dışıdır. Deniz, bu hesap makinesinde önce bir sayı yazmış, sonra bir işlem tuşuna basmış ve en son bir sayı daha yazıp "eşittir" tuşuna basmıştır.

İşlemin sonucu bir asal sayı olduğuna göre, Deniz makinedeki işlem tuşlarından hangisine kesinlikle basmamıştır?

- A) + B) - C) × D) ÷ E) Bilinemez.

$$a \square b = \text{Asal sayı}$$

↓
X olamaz

Asal sayı 1 ve kendisinden başka sayıya bölünemez.

- 8.

$$\begin{array}{r} x^2 - x \quad | \quad y \\ \underline{\quad\quad\quad} \quad | \quad x \\ \quad\quad\quad \quad | \quad 1 \end{array}$$

Yukarıdaki bölme işlemine göre, $y + 1$ in x türünden ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x-1}{x}$ B) $\frac{x+1}{x}$ C) $\frac{x^2+1}{x}$
 D) $\frac{x^2-1}{x}$ E) x^2+2x

$$x^2 - x = y \cdot x + 1$$

$$y + 1 = \frac{x^2 - x - 1}{x} + 1$$

$$y + 1 = \frac{x^2 - 1}{x}$$

9. Aşağıda dikdörtgenler prizması şeklindeki tahtanın ortasından geçen çizginin üzerine 9 birim aralıklarla çiviler çakılmıştır.



İlk ve son çivi tahtaya 1 cm uzaklıkta çakılmıştır.

Buna göre, A ve B noktaları arasındaki uzaklık kaç birim olabilir?

- A) 355 B) 444 C) 540 D) 689 E) 722

$$|AB| = 9k + 2$$

9 ile bölümünden kalan 2 olan sık olmalıdır.

10. Tersten yazılışı ve okunuşu aynı olan sayılara "Palindrom Sayı" denir.

Örneğin; 23532 ve 343 sayıları palindrom sayılardır.

Buna göre,

- Dört basamaklı palindrom sayılar 11 ile tam bölünür.
- Üç basamaklı rakamları birbirine eşit olan palindrom sayılar 3 ile tam bölünür.
- Beş basamaklı tüm palindrom sayılar 5 ile tam bölünür.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız III
D) I ve III E) II ve III

I. \overline{abba} 11'in katı

II. \overline{aaa} 3'ün katı

III. \overline{abcba} $a \neq 5$ için 5'e tam bölünemezler.

11. Bir çokgenin içine bir tam sayı yazıldığında oluşan şeklin değeri, çokgenin kenar sayısının karesinin, çokgenin içinde yazan sayıya bölümünden kalana eşittir.

Örneğin; $\triangle 2 = 9$ sayısının 2 ile bölümünden kalan 1'dir.

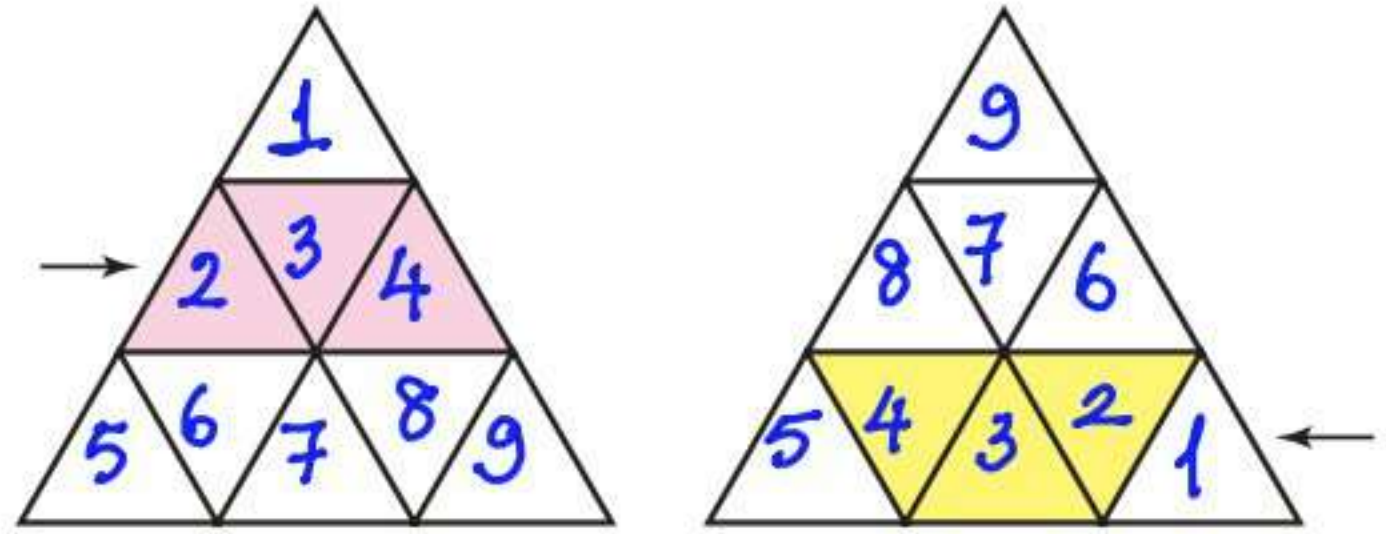
Buna göre,

$$\text{Pentagon } 7 = \square x$$

eşitliğini sağlayan x'in en küçük doğal sayı değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 12
- $$\begin{array}{r} 5 \overline{) 7} \\ \underline{4} \\ 3 \end{array}$$
- $$\begin{array}{r} 4^2 \overline{) x} \\ \underline{4} \\ m \end{array}$$
- $$\begin{array}{l} x \cdot m + 4 = 16 \\ x \cdot m = 12 \\ x > 4 \Rightarrow x = 6 \end{array}$$

12. Aşağıda iki oyun tahtasının üzerindeki 9 bölmeye 1, 2, 3, ..., 9 rakamlarından farklı biri yazılacaktır.



1. oyun tahtası

2. oyun tahtası

- 1. oyun tahtasına yazılacak rakamlar yukarıdan aşağı ve soldan sağa doğru artacaktır.
- 2. oyun tahtasına yazılacak rakamlar yukarıdan aşağı ve soldan sağa doğru azalacaktır.

Alper 1. oyun tahtasına, Metin ise 2. oyun tahtasına rakamları yazacaktır. Alper, pembe renkli kısma soldan sağa doğru yazılan sayıları yan yana yazdıktan sonra bir kez daha yazıp altı basamaklı bir sayı elde etmiştir. Metin ise 2. oyun tahtasında sarı renkli kısma sağdan sola doğru rakamları yan yana yazıp üç basamaklı bir sayı elde etmiştir.

Buna göre, Alper'in elde ettiği sayı, Metin'in elde ettiği sayının kaç katıdır?

- A) 11 B) 100 C) 101 D) 1000 E) 1001

Alper $\rightarrow 234234$ Metin $\rightarrow 234$

$$\begin{array}{r} 234234 \overline{) 234} \\ \underline{234} \\ 1001 \end{array}$$

1. C	2. B	3. C	4. A	5. D	6. A
7. C	8. D	9. E	10. B	11. D	12. E

Asal Sayılar ve Asal Çarpanlara Ayırma



YANINDA BULUNSUN

1 ve kendisinden başka pozitif tam bölüneni olmayan, 1'den büyük tam sayılara "**Asal Sayılar**" denir.

- 2 hariç tüm asal sayılar tek sayıdır.
- En küçük asal sayı 2 olup, asal sayıların belirli bir formülü yoktur.
- 2 ve 3 dışında ardışık asal sayı çifti yoktur.
- İki asal sayının toplamı tek ise bu sayılardan biri 2 olmak zorundadır.



ÖRNEK 1.

Aşağıdaki kutuda üzerlerinde 1'den 10'a kadar sayılar yazan on tane top bulunmaktadır.



Bu kutudan üzerinde asal sayılar yazan toplar çıkarılıp atıldığında geriye kalan topların üzerinde yazılı olan sayıların toplamı kaç olur?



ÇÖZÜM

$$1 + 4 + 6 + 8 + 9 + 10 = 38$$



ÖRNEK 2.

a, b ve c birer asal sayıdır.

$$a \cdot (b - c) = 19$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?



ÇÖZÜM

$$a \cdot (b - c) = 19$$

$$\underbrace{19} \cdot \underbrace{1}$$

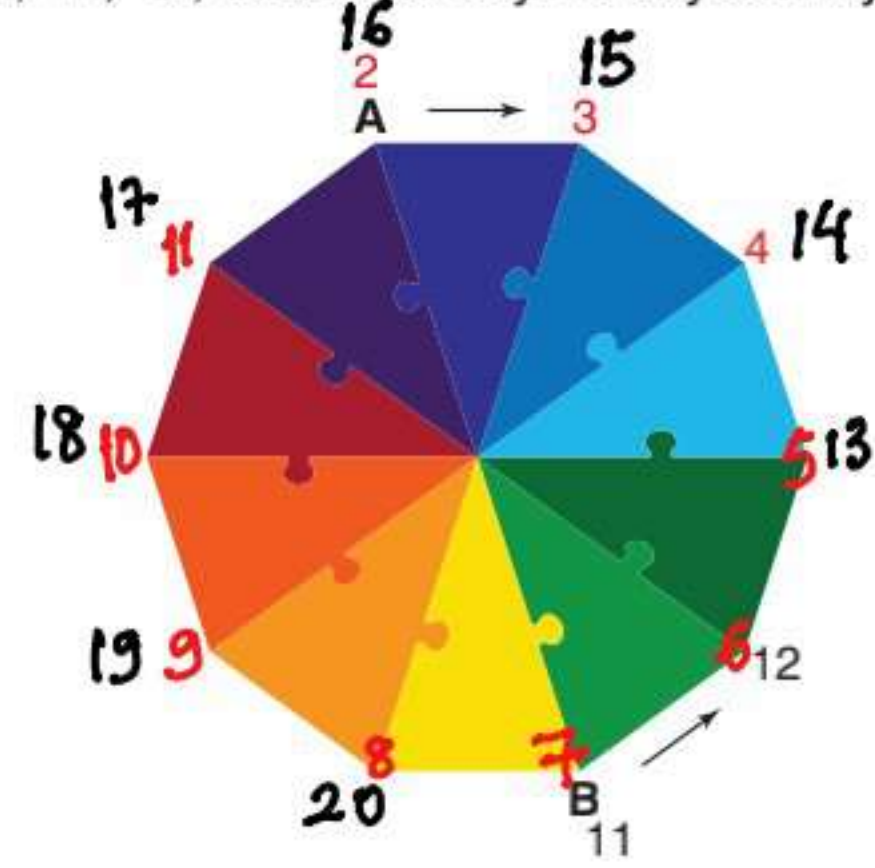
$$\begin{array}{r} b - c = 1 \\ 3 \quad 2 \end{array}$$

$$a + b + c = 19 + 3 + 2 = 24$$



ÖRNEK 3.

Aşağıdaki düzgün ongen şeklindeki puzzlenin köşelerine Ela, A köşesinden başlayarak saat yönünde 2, 3, 4, ... biçiminde ardışık sayıları, Ada ise B köşesinden başlayarak saatin tersi yönünde 11, 12, 13, ... ardışık sayma sayılarını yazmıştır.



Buna göre, tüm köşeler iki kişi tarafından da numaralandırıldığında kaç köşede iki asal sayı bulunur?



ÇÖZÜM

$$(5, 13), (7, 11), (11, 17)$$

3 köşede 2 asal sayı bulunur.



ÖRNEK 4.

Aralarındaki farkın iki olduğu asal sayılara "**Asal İkiizler**" denir.

Örneğin; 3 ve 5 asal ikiizlerdir.

Buna göre, üç basamaklı en küçük asal ikiizlerin toplamı kaçtır?



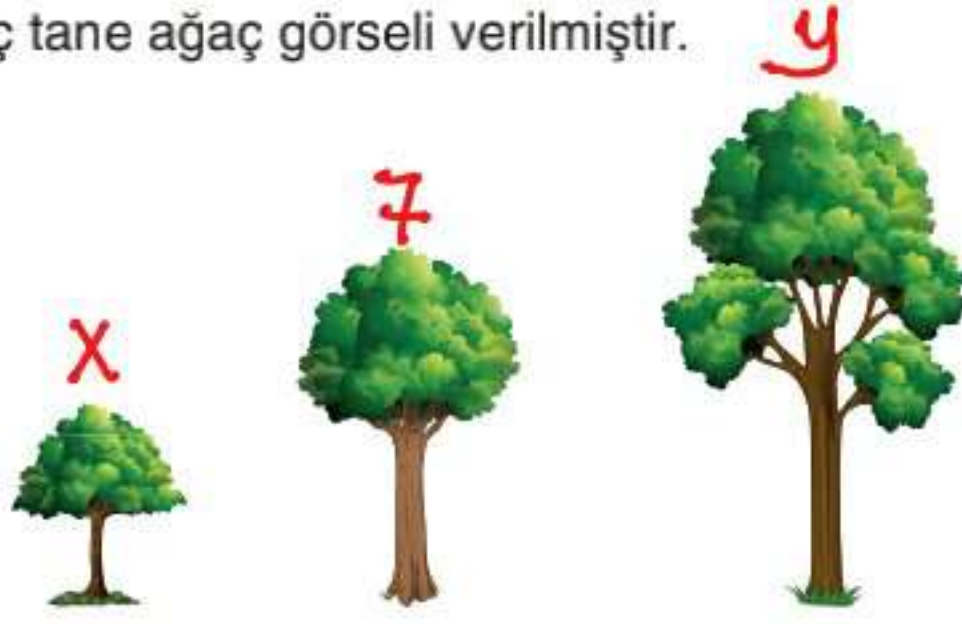
ÇÖZÜM

$$101 \text{ ve } 103$$

$$101 + 103 = 204$$

? ÖRNEK 5.

Aşağıda üç tane ağaç görseli verilmiştir.



Ağaçların uzunlukları birer asal sayıdır. Ortadaki ağacın boyu uçlardaki ağaçların boylarının toplamının üçte biri olup 7 metredir.

Buna göre, uçlardaki ağaçların boylarının farkının pozitif değeri kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} x + y &= 21 \\ 2 \quad 19 \\ y - x &= 19 - 2 = 17 \end{aligned}$$

! YANINDA BULUNSUN (ARALARINDA ASALLIK)

1'den başka pozitif ortak böleni olmayan iki pozitif tam sayıya "Aralarında Asal Sayılar" denir.

- 1 ile bütün pozitif tam sayılar aralarında asaldır.
- Ardışık pozitif tam sayılar aralarında asaldır.
- Sayıların aralarında asal olması için bu sayıların ayrı ayrı asal olmaları gerekmez.

? ÖRNEK 6.

Aşağıda 2x2'lik bir kare verilmiştir.

	1. Sütun	2. Sütun
1. Satır	7	5
2. Satır	21	9

Buna göre, oklarla gösterilen satır veya sütunlarda bulunan sayı ikililerinden kaç tanesi aralarında asaldır?

✓ ÇÖZÜM

$(5, 9)$ ve $(7, 5)$
aralarında asaldır.

? ÖRNEK 7.

a ve b birer pozitif tam sayıdır. a ile b aralarında asaldır.

$$a \cdot b = 12$$

olduğuna göre, a + b toplamının en büyük değeri kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} a \cdot b &= 12 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 1 \quad 12 \\ a + b &= 1 + 12 = 13 \end{aligned}$$

! YANINDA BULUNSUN (ASAL ÇARPANLARA AYIRMA)

x ile y ve a ile b aralarında asal sayılar olmak üzere,

$$\frac{x}{y} = \frac{a}{b} \text{ ise } x = a \text{ ve } y = b \text{ dir.}$$

? ÖRNEK 8.

$2a + 1$ ve $3b - 1$ sayıları aralarında asaldır.

$$\frac{2a + 1}{3b - 1} = \frac{28}{13}$$

olduğuna göre, a · b çarpımı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} 2a + 1 &= 13 & 3b - 1 &= 14 \\ 2a &= 12 & 3b &= 15 \\ a &= 6 & b &= 5 \\ a \cdot b &= 6 \cdot 5 = 30 \end{aligned}$$

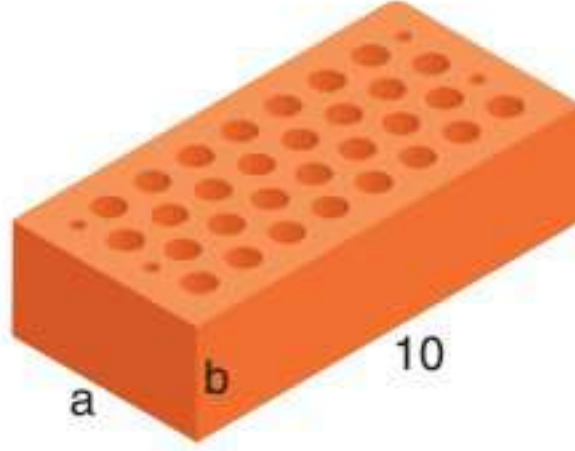
Asal Sayılar ve Asal Çarpanlara Ayırma

? ÖRNEK 9.

Bir dikdörtgen prizmanın alt tabanının ayrıtları x birim ve y birim, yüksekliği z birim ise prizmanın hacmi,

$$V = x \cdot y \cdot z$$

formülü ile bulunur.



Ayrıtları a, b ve 10 birim olan tuğlada a ile b aralarında asal olup, $\frac{a}{b} = \frac{8}{6}$ eşitliği vardır.

Buna göre, tuğlanın hacmi kaç birimküptür?

✓ ÇÖZÜM

$$a = 4, b = 3, c = 10$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = 4 \cdot 3 \cdot 10 = 120$$

! YANINDA BULUNSUN (ASAL ÇARPANLARA AYIRMA)

Bir doğal sayıyı asal sayıların çarpımı şeklinde yazmaya "Asal Çarpanlara Ayırma" denir.

Bir sayı asal çarpanlarına ayrıldığında birden fazla aynı sayının çarpımı varsa bu sayılar üslü olarak yazılır.

! YANINDA BULUNSUN

Bir sayıyı asal çarpanlarına ayırmak için verilen sayı 2 asal sayısından başlanarak sırasıyla bölünür. Sayı 2 asal sayısına bölünmez ise bir sonraki asal sayıya geçilir. Bu şekilde bölüm 1 olana kadar devam edilir.

Örneğin; 60 sayısını asal çarpanlarına ayıralım.

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$60 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 5^1$$

şeklindedir.

? ÖRNEK 10.

84 sayısını asal çarpanlarına ayırınız.

✓ ÇÖZÜM

$$84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$$

? ÖRNEK 11.

$$6 \cdot 111 \cdot 2$$

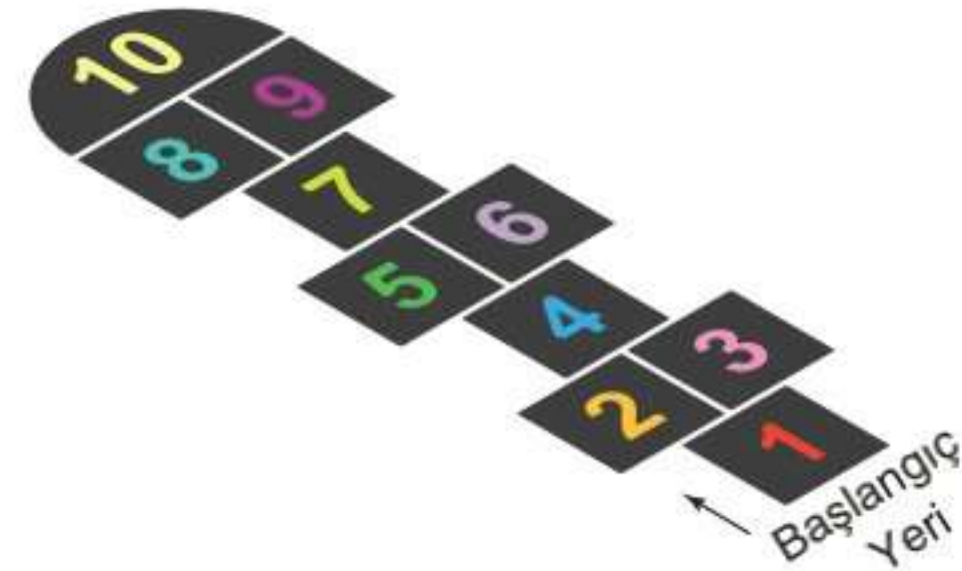
çarpımını asal çarpanlarına ayırınız.

✓ ÇÖZÜM

$$2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 37 \cdot 2 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 37$$

? ÖRNEK 12.

Aşağıda bir sek-sek oyunu için çizilen bir görsel verilmiştir.



Aslı başlangıç yerinden 1'den 10'a kadar (10 dahil) bütün sayılara ayaklarıyla basarak oyunu tamamlayacaktır.

Aslı, oyunda yan yana olan karelere sağ ve sol ayağıyla olmak üzere iki ayağıyla basacaktır.

Oyun sonunda Aslı tek ayağıyla bastığı tüm sayılarla iki ayağıyla bastığı sayılardan küçük olanları çarpıyor.

Buna göre, Aslı'nın bu kurala göre bulacağı çarpımın asal çarpanlara ayrılmış şeklini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 10$$

$$2^7 \cdot 5^2 \cdot 7$$

? ÖRNEK 13.

a ve b asal sayılar olmak üzere, x sayısı $x = a^a$ veya $x = a^a \cdot b^b$ şeklinde yazılabiliyorsa x sayısına "**Harika Sayı**" denir.

Örneğin; $4 = 2^2$ ve $12500 = 2^2 \cdot 5^5$ sayıları birer harika sayıdır.

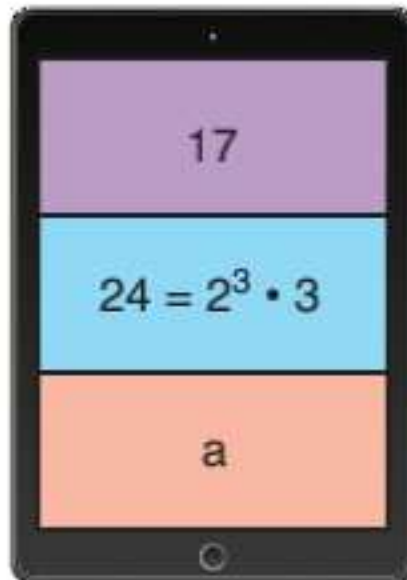
Buna göre, üç basamaklı Harika Sayı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$2^2 \cdot 3^3 = 108$$

? ÖRNEK 14.

Aşağıdaki tablette yukarıdan aşağıya doğru üç farklı renkte bölmeler gösterilmiştir. Bölmelere yazılan sayılar yukarıdan aşağıya doğru artmaktadır.



Ekrana yazılan sayı asal sayı ise ekrandaki görüntüsü aynen kalmakta, ekrana yazılan sayı asal sayı değilse sayının asal çarpanlarına ayrılmış biçimindeki yazılışı görüntülenmektedir.

Buna göre, a sayısı asal çarpanlarına ayrılmadığına göre a'nın en küçük değeri kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

24'ten büyük en küçük
asal sayı 29

? ÖRNEK 15.

Aşağıda bir elektronik saat gösterilmiştir. Yunus, bu elektronik saat üzerindeki rakamları çarpıp bulduğu sayıyı asal çarpanlara ayırmaktadır.

Örneğin; Saat  iken

Yunus, $1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3$ çarpımını $2^3 \cdot 3$ şeklinde asal çarpanlarına ayırmıştır.

Yunus günün belirli bir saatinde ekranda yazan rakamları çarp-tığında bulunabilecek en büyük sayıyı bulmuştur.

Buna göre, bu sayının asal çarpanlarına ayrılmış halini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$19:59$$

$$1 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 9 = 3^4 \cdot 5$$

? ÖRNEK 16.

a, b, c pozitif tam sayılar ve p, r, s birbirinden farklı asal sayılar olsun.

$$p^a \cdot r^b \cdot s^c$$

sayısının pozitif tam bölenlerinin sayısı,

$$(a + 1) \cdot (b + 1) \cdot (c + 1)$$

formülüyle bulunur.

Buna göre, 720 sayısının pozitif tam bölenlerinin sayısı kaçtır?

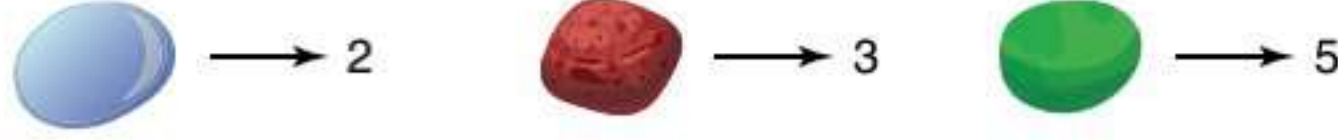
✓ ÇÖZÜM


$$720 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^1$$

$$5 \cdot 3 \cdot 2 = 30$$

Asal Sayılar ve Asal Çarpanlara Ayırma

1. Eski bir uygarlıkta sayılar farklı renkteki çakıl taşları ile ifade ediliyordu. Her taş bir asal sayıya denk gelirken, asal olmayan bir sayı ise asal çarpanlarını ifade eden taşların yan yana getirilmesi ile ifade ediliyordu. Aşağıda bazı çakıl taşlarının karşılık geldiği sayılar verilmiştir.



Örneğin; 6 sayısı 

8 sayısı  ile ifade edilir.

Buna göre,



ile ifade edilen sayı kaçtır?

- A) 240 B) 220 C) 180 D) 160 E) 120

$$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$$

2. Aşağıda 9 birim kareden oluşmuş bir kare verilmiştir.

2	7		28
5	2	3	A
	5	7	35
50	70	21	

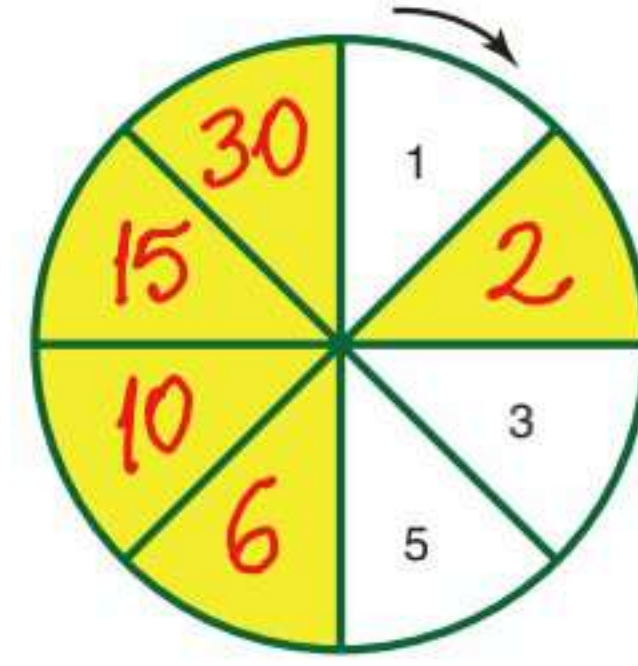
Sadece beyaz karelerin içine birer sayı yazılacaktır. Yazılacak olan bu sayılar, bulunduğu satır ve sütunun dışına yazılan sayıların tüm asal çarpanları olacaktır.

Buna göre, A sayısı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 42 B) 60 C) 70 D) 105 E) 140

$$A = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60 \text{ olabilir.}$$

3. Aşağıda 8 eş bölmeden oluşan bir daire görseli verilmiştir.



Dairenin her bir bölmesine bir doğal sayının tüm pozitif tam bölenleri ok yönünde sırasıyla yazılmıştır.

Buna göre, sarıya boyanmış bölgelerdeki sayıların toplamı kaçtır?

- A) 72 B) 70 C) 67 D) 63 E) 59

$$2 + 6 + 10 + 15 + 30 = 63$$

4. n basamaklı bir doğal sayının soldan ilk rakamı soldan ilk iki rakamın oluşturduğu sayı, soldan ilk üç rakamın oluşturduğu sayı ve bu şekilde devam ederek soldan ilk n rakamın oluşturduğu sayı asal bir sayı ise bu sayıya "Süper Asal Sayı" denir.

Örneğin; 3797 sayısında, 3, 37, 379 ve 3797 sayıları asal olduğundan 3797 dört basamaklı süper asal sayıdır.

2a3 sayısı üç basamaklı süper asal sayı olduğuna göre, a'nın alacağı değerler toplamı kaçtır?

- A) 15 B) 14 C) 13 D) 12 E) 11

$$2, 2a, 2a3 \\ \downarrow \\ 3, 9 \\ 3+9=12$$

5. Henüz doğruluğu ya da yanlışlığı kanıtlanmamış problemlere "Sanı (Tahmin)" denir.

"Christian Goldbach" sanısında 2'den büyük her çift doğal sayı iki asal sayının toplamı şeklinde yazılabilir demiştir.

Buna göre, 24 sayısını Goldbach sanısına göre, yazmak isteyen bir öğrenci en fazla kaç farklı asal sayı kullanır?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

$$24 = 5 + 19$$

$$7 + 17$$

$$11 + 13$$

6 tane asal sayı kullanır.

- 6.



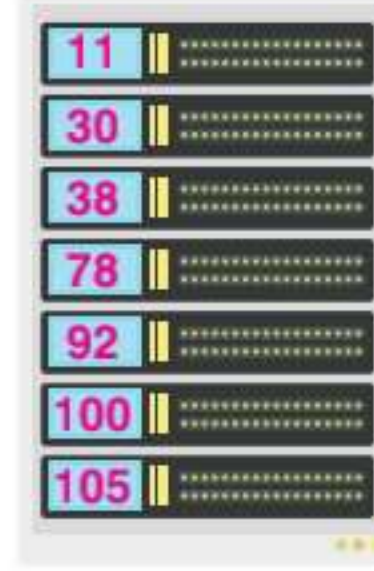
Şekildeki kağıda 10 haricindeki ardışık sayma sayıları, eş karelere yazılmıştır. Bu kağıt şekilde belirtilen mavi çizgi boyunca ok yönünde kağıdın kenarları çakışacak şekilde katlanıyor.

Buna göre, üst üste gelen sayılardan kaç tanesi aralarında asaldır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$(8, 9), (7, 11), (5, 13), (1, 17)$$

7. Aşağıda 7 katlı bir evin kapı zilleri gösterilmiştir. Zillerin üzerine sayılar yazılmıştır.



Kapının önünde bekleyen bir kişi, tablodaki zillerden içinde en büyük asal çarpanı bulunduran sayının yazılı olduğu zile basacağını bilmektedir.

Buna göre, bu kişinin basacağı zilin numarası kaçtır?

- A) 105 B) 100 C) 92 D) 78 E) 11

$$92 = 2 \cdot 3 \cdot 4$$

↓
En büyük asal

8. a, b ve c birer asal sayıdır.

$$(a - b) \cdot c = 41$$

olduğuna göre, $\frac{a+c}{b}$ oranı kaçtır?

- A) 24 B) 23 C) 22 D) 21 E) 20

$$(a-b) \cdot c = 41$$

$$a=3, b=2, c=41$$

$$\frac{a+c}{b} = \frac{44}{2} = 22$$



YANINDA BULUNSUN

EBOB

İki veya daha fazla doğal sayının pozitif ortak bölenlerinden en büyüğüne bu sayıların EBOB'u denir.

NOT

EBOB bulunurken önce verilen sayılar asal çarpanlarına ayrılır. Tabanları aynı olan asal sayılardan üsleri en küçük olanlar alınıp çarpılır. Bu çarpımın sonucu bu sayıların en büyük ortak böleni (EBOB) dur.

Örneğin;

1.Yol

EBOB(28, 70) bulunurken,

$$28 = 2^2 \cdot 7^1$$

$$70 = 2^1 \cdot 5^1 \cdot 7^1$$

Buradan; EBOB (28, 70) = $2 \cdot 7$
= 14 olur.

2. Yol

$$\begin{array}{r|l} 28 & 70 & 2^* \\ 14 & 35 & 2 \\ 7 & 35 & 7^* \\ 1 & 5 & 5 \\ & 1 & \end{array}$$

$$* * \\ 2 \cdot 7 = 14 \text{ tür.}$$



ÖRNEK 1.

x ve y birbirinden farklı asal sayılar olmak üzere,

$$p = x^4 \cdot y^2$$

$$q = x^2 \cdot y^3$$

Buna göre, p ve q sayılarının en büyük ortak bölenini bulunuz.



ÇÖZÜM

$$(p, q)_{EBOB} = x^2 \cdot y^2$$



ÖRNEK 2.

$$EBOB(144, 84) - EBOB(12, 28)$$

farkının sonucu kaçtır?



ÇÖZÜM

$$12 - 4 = 8$$



NOT

Herhangi üç sayının EBOB'u bulunurken önce herhangi ikisinin EBOB'u bulunup, bulunan sonuçla diğer sayının EBOB'u bulunabilir.

Örneğin; EBOB(120, 105, 60) bulunurken,
EBOB(60, 120) = 60 olup
EBOB(105, 60) = 15 tir.



ÖRNEK 3.

x pozitif bir tam sayı olmak üzere,

$$\frac{132}{x} \text{ ve } \frac{154}{x}$$

sayıları birer doğal sayıdır.

Buna göre, x en çok kaçtır?



ÇÖZÜM

$$(132, 154)_{EBOB} = 22$$



NOT

Aralarında asal iki sayının EBOB'u 1 dir.

a ve b aralarında asal iki sayı ise;

$$EBOB(a, b) = 1 \text{ dir.}$$

? ÖRNEK 4.

a bir doğal sayıdır.

$1 \leq a \leq 10$ olmak üzere,

$$\text{EBOB}(a,6) = 1$$

eşitliğini sağlayan a değerlerini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$a = 1, 5, 7$$

**NOT**

a, b ve d birer sayma sayıdır.

$$\text{EBOB}(a,b) = d \text{ olsun.}$$

Bu durumda,

$$a = d \cdot x$$

$$b = d \cdot y$$

olacak biçimde aralarında asal x ve y sayma sayıları vardır.

? ÖRNEK 5.

a pozitif bir tam sayıdır.

$1 < a < 100$ olmak üzere,

$$\text{EBOB}(72,a) = 9$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, a'nın alabileceği değerleri bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$72 = 9 \cdot 8 \quad \left. \begin{array}{l} 8 \text{ ile } k \text{ aralarında} \\ a = 9 \cdot k \quad \text{asal} \end{array} \right\}$$

$$k = 1, 3, 5, 7, 9, 11$$

$$a = 9, 27, 45, 63, 81, 99$$

? ÖRNEK 6.

a > b olmak üzere, a ve b pozitif tam sayılardır.

- $\text{EBOB}(a,b) = 6$
- $a + b = 48$

olduğuna göre, a - b farkı en az kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{array}{l} a = 6x \\ b = 6y \end{array} \quad \begin{array}{l} 6(x+y) = 48 \\ x+y = 8 \\ \quad \quad \quad \begin{array}{l} 5 \quad 3 \end{array} \end{array}$$

$$a - b = 30 - 18 = 12$$

? ÖRNEK 7.

80 kg alabalık, 100 kg hamsi ve 120 kg palamut balıkları birbirine karıştırılmadan ve hiç artmayacak şekilde eşit ağırlıktaki kasalara konulacaktır.

Buna göre, bu iş için en az kaç kasa gereklidir?

✓ ÇÖZÜM

$$(80, 100, 120)_{\text{EBOB}} = 20$$

$$\frac{80}{20} + \frac{100}{20} + \frac{120}{20} = 4 + 5 + 6 = 15$$

? ÖRNEK 8.

Boyutları 180 metre ve 960 metre olan dikdörtgen biçimindeki bir arsa hiç parça artmamak koşulu ile en büyük boyutlu kaç tane eş kareye ayrılabilir?

✓ ÇÖZÜM

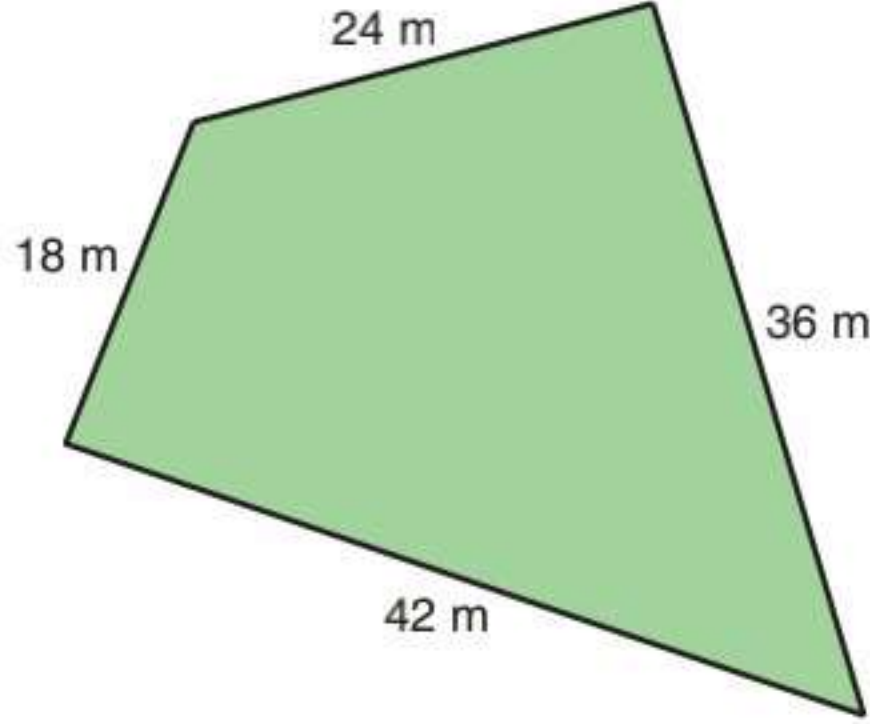
$$(180, 960)_{\text{EBOB}} = 60$$

$$\frac{180 \cdot 960}{60 \cdot 60} = 3 \cdot 16 = 48$$

EBOB - EKOK

? ÖRNEK 9.

Aşağıda dörtgen biçiminde bir tarla görseli verilmiştir.



Tarlanın etrafı dikenli telle çevrilecektir. Tarlanın her bir köşesine önceden birer kazık çakılmıştır.

Buna göre, tarlanın etrafına eşit aralıklarla en az kaç kazık daha çakılmalıdır?

✓ ÇÖZÜM

$$(18, 24, 36, 42)_{EBOB} = 6$$

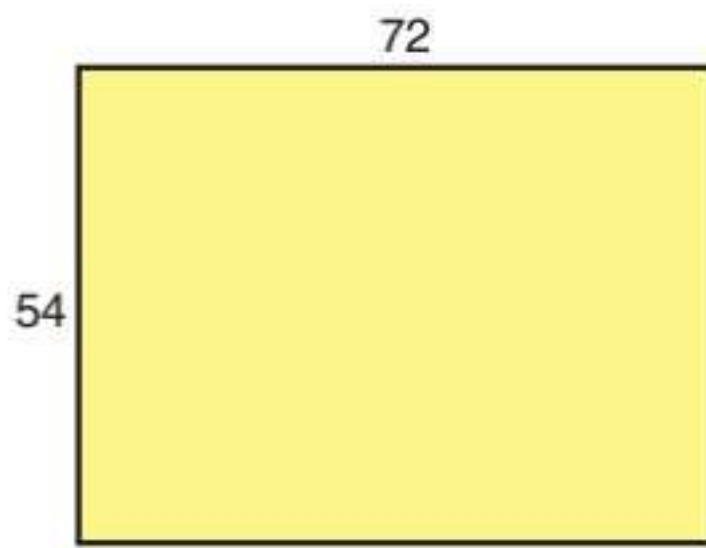
$$\text{Çevre} = 18 + 24 + 36 + 42 = 120$$

$$\frac{120}{6} = 20 \quad 20 - 4 = 16$$

↳ önceden çakılan

? ÖRNEK 10.

Aşağıda eni 54 birim ve boyu 72 birim olan dikdörtgen biçiminde bir karton verilmiştir.



Ayşe isimli öğrenci bu kartonu makasla eş karelere bölecektir.

Buna göre, Ayşe en az kaç tane kare parça elde edebilir?

✓ ÇÖZÜM

$$(54, 72)_{EBOB} = 18$$

$$\frac{54 \cdot 72}{18 \cdot 18} = 3 \cdot 4 = 12$$



YANINDA BULUNSUN

EKOK

İki veya daha fazla tam sayının EKOK'u şöyle bulunur:

Sayılar asal çarpanlarına ayrılır. Tabanları ortak olan çarpanların üssü en büyük olanı ve tabanları ortak olmayan çarpanların hepsi alınarak çarpılır. Elde edilen sayı EKOK'tur.

Örneğin;

1. Yol

EKOK(30,45) bulunurken,

$$30 = 2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^1$$

$$45 = 3^2 \cdot 5^1$$

$$\text{Buradan; EKOK}(30,45) = 2^1 \cdot 3^2 \cdot 5^1 = 90 \text{ olur.}$$

2. Yol

30	45		2
15	45		3
5	15		3
5	5		5
1	1		

$$2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 90 \text{ dir.}$$

? ÖRNEK 11.

a, b ve c birbirinden farklı asal sayılardır.

$$K = a^2 \cdot b \cdot c^3$$

$$L = a \cdot b^2$$

olmak üzere, EKOK(K,L) ifadesinin eşitini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$(K, L)_{EKOK} = a^2 \cdot b^2 \cdot c^3$$

ÖRNEK 12.

Pozitif tam sayılar kümesi üzerinde $*$ ve \bullet işlemleri en büyük ortak bölen ve en küçük ortak kat yardımı ile,

$$a * b = \text{EBOB}(a,b)$$

$$a \bullet b = \text{EKOK}(a,b)$$

şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre, $63 * (18 \bullet 24)$ işleminin sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM

$$18 \bullet 24 = \text{EKOK}(18,24) = 72$$

$$63 * 72 = \text{EBOB}(63,72) = 9$$

ÖRNEK 13.

a ve b birer pozitif tam sayıdır.

$4a = 3b$ olmak üzere,

$$\text{EKOK}(a,b) = 60$$

eşitliğini sağlayan a sayısı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} a &= 3k & 12k &= 60 \\ b &= 4k & k &= 5 \end{aligned}$$

$$a = 3 \cdot 5 = 15$$

**NOT**

Aralarında asal iki sayının EKOK'u bu iki sayının çarpımına eşittir.

a ile b aralarında asal ise $\text{EKOK}(a,b) = a \cdot b$ dir.

ÖRNEK 14.

a pozitif bir tam sayıdır.

$$\text{EKOK}(a, a+1) - \text{EBOB}(2a, 3a)$$

farkının sonucunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} a \cdot (a+1) - a \\ a^2 + a - a = a^2 \end{aligned}$$

**NOT**

a, b ve d birer sayma sayıdır.

$$\text{EKOK}(a,b) = d \text{ olsun.}$$

$\frac{d}{a} = x$ ve $\frac{d}{b} = y$ olacak biçimde aralarında asal x ve y sayıları vardır.

ÖRNEK 15.

a \neq b birer doğal sayı olmak üzere,

$$\text{EKOK}(a,b) = 90 \text{ dir.}$$

Buna göre, a + b toplamı en çok kaçtır?

ÇÖZÜM

$$a = 90, \quad b = 45$$

$$a + b = 135$$

? ÖRNEK 16.

x ve y iki doğal sayıdır.

- $EKOK(x,y) = 161$
- $|x - y| = 16$

olduğuna göre, $x + y$ toplamı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$x = 23, y = 7$$

$$x + y = 23 + 7 = 30$$

? ÖRNEK 17.

Kısa kenarı 4 birim ve uzun kenarı 18 birim olan dikdörtgen şeklindeki kartonlardan elinde yeteri kadar olan Mustafa, bu kartonları birleştirerek alanı en küçük olan bir kare karton oluşturacaktır.

Buna göre, Mustafa'nın elinde kaç tane karton olması gerekir?

✓ ÇÖZÜM

$$(4, 18)_{EKOK} = 36$$

$$\frac{36 \cdot 36}{4 \cdot 18} = 9 \cdot 2 = 18$$

? ÖRNEK 18.

Bir kutudaki kalemlerin sayısının en az 90 ve en çok 135 olduğu bilinmektedir. Kutudaki kalemler üçer, altışar ve yedişer sayıldığında her seferinde iki kalem artmaktadır.

Buna göre, kutuda kaç tane kalem vardır?

✓ ÇÖZÜM

$$k = 3a + 2 = 6b + 2 = 7c + 2$$

$$k - 2 = (3, 6, 7)_{EKOK}$$

$$k = 42 \cdot k + 2$$

$$k = 128$$

? ÖRNEK 19.

Farklı ayrıtların uzunlukları a, b ve c birim olan dikdörtgenler prizmasının hacmi $a \cdot b \cdot c$ çarpımına eşittir.

Kenar uzunlukları 3, 4 ve 6 birim olan dikdörtgenler prizması şeklindeki kibrit kutuları kullanılarak en küçük hacimli bir küp yapılacaktır.

Buna göre, bu küpün yapımı için kaç tane kibrit kutusu kullanılmalıdır?

✓ ÇÖZÜM

$$(3, 4, 6)_{EKOK} = 12$$

$$\frac{12 \cdot 12 \cdot 12}{3 \cdot 4 \cdot 6} = 24$$

? ÖRNEK 20.

Aşağıda uzunluğu 2,5 metreden daha az olan bir yol görseli verilmiştir. Yol kırmızı bir şeritle tam ortadan iki eşit parçaya bölünüyor.



Yolun I. kısmına 12 cm aralıklarla, yolun ikinci kısmına ise 15 cm aralıklarla sarı uyarı levhaları konuluyor.

Sarı uyarı levhaları yolun başına, ortasına ve sonuna da konulduğuna göre, yolun tamamına en çok kaç tane sarı uyarı levhası konulmuş olur?

✓ ÇÖZÜM

$$2,4 \text{ m} = 240 \text{ cm} < 2,5 \text{ m}$$

$$\frac{120}{12} + 1 + \frac{120}{15} + 1 - 1$$

$$11 + 9 - 1 = 19$$

↳ Ortadaki
iki defa
sayıldı



NOT

- a ve b pozitif tam sayıları için,
EBOB(a,b) • EKOK(a,b) = a • b dir.
- M ile N pozitif tam sayılardır.
M < N olmak üzere,
EBOB(M,N) ≤ M < N ≤ EKOK(M,N) dir.



ÖRNEK 21.

x pozitif bir tam sayıdır.

$$\text{EBOB}(x,12) = 6$$

$$\text{EKOK}(x,12) = 36$$

olduğuna göre, x kaçtır?



ÇÖZÜM

$$x \cdot 12 = 6 \cdot 36$$

$$x = 18$$



ÖRNEK 22.

a ve b birer pozitif tam sayıdır.

EBOB(a,b) : Tek

EKOK(a,b) : Çift sayıdır.

Buna göre,

- a • b
- a + b
- a^b

ifadelerinden hangileri her zaman tek sayıdır?



ÇÖZÜM

a=2 ve b=1 için

$$\text{I. } a \cdot b = 2$$

$$\text{II. } a + b = 3 \checkmark$$

$$\text{III. } a^b = 2$$



ÖRNEK 23.

a ve b birer doğal sayıdır.

$$\text{EBOB}(a,b) = 6 \text{ ve}$$

$$\text{EKOK}(a,b) = 120$$

olduğuna göre, a + b toplamının en küçük değeri kaçtır?



ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} a &= 6 \cdot x \\ b &= 6 \cdot y \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} x \text{ ile } y \text{ aralarında asal} \end{array}$$

$$6 \cdot x \cdot y = 120 \Rightarrow x \cdot y = 20$$

4 · 5

$$\begin{aligned} a &= 24 \\ b &= 30 \end{aligned} \Rightarrow a + b = 54$$



ÖRNEK 24.

2a ve 4b iki basamaklı doğal sayılardır.

Bu sayıların EBOB'ları 8 ve EKOK'ları 120'dir.

Buna göre, a + b toplamı kaçtır?



ÇÖZÜM

$$2a \cdot 4b = 8 \cdot 120$$

$$2a \cdot 4b = 24 \cdot 40$$

↓ ↓
4 0

$$a + b = 4 + 0 = 4$$

EBOB-EKOK - Test I

1. Aşağıda A ve D sayılarının asal çarpanlara ayrılmış şekli verilmiştir.

$$\begin{array}{l|l} 30 & A \\ 15 & B \\ 5 & C \\ 1 & \\ \hline & 2 \\ & 3 \\ & 5 \\ & 1 \end{array} \quad \begin{array}{l|l} 105 & D \\ 35 & E \\ 7 & F \\ 1 & \\ \hline & 3 \\ & 5 \\ & 7 \\ & 1 \end{array}$$

Buna göre,

$$\frac{\text{EKOK}(A, D)}{\text{EBOB}(A, D)}$$

oranı kaçtır?

- A) 7 B) 12 C) 14 D) 15 E) 21

$$\frac{\text{EKOK}(30, 105)}{\text{EBOB}(30, 105)} = \frac{15 \cdot 2 \cdot 7}{15} = 14$$

2. a ve b aralarında asal iki doğal sayıdır. Bu sayıların EBOB ve EKOK'u ile ilgili,

$$\text{EKOK}(a, b) - \text{EBOB}(a, b) = 47$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, a + b toplamı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 14 B) 16 C) 18 D) 19 E) 26

$$a \cdot b - 1 = 47$$

$$a \cdot b = 48$$

$$3 \cdot 16$$

$$a + b = 3 + 16 = 19$$

3. x, y ve z birer doğal sayıdır.

$x > y > z > 10$ olmak üzere,

$$\text{EBOB}(y, z) = 4 \text{ tür.}$$

Buna göre, x sayısı en az kaçtır?

- A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

$$z = 12 \quad y = 16$$

$$x > 16 \Rightarrow x = 17$$

4. a, b ve c birbirinden farklı iki basamaklı sayılardır.

a ve b aralarında asal olup,

$$\text{EKOK}(a, c) = a \text{ dir.}$$

Buna göre, a + b + c toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 33 B) 41 C) 43 D) 51 E) 53

$$a = 20, \quad c = 10, \quad b = 11$$

$$a + b + c = 20 + 11 + 10 = 41$$

5. a ve b birbirinden farklı birer asal sayı olmak üzere,

• Dik kenarları $a^3 \cdot b^4$ ve $a^2 \cdot b^2$ olan dikdörtgen şeklindeki bir çerçevenin içine eşit büyüklükte ve kare şeklinde resimler konulacaktır.

• Çerçevenin içinde en az sayıda resim olacak ve çerçevede boşluk kalmayacaktır.

Buna göre, bu çerçeveye konulacak resim sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) ab B) a^2b C) ab^2 D) a^2b^2 E) ab^3

$$(a^3 \cdot b^4, a^2 \cdot b^2)_{\text{EKOK}} = a^3 \cdot b^4$$

$$\frac{a^3 \cdot b^4 \cdot a^3 \cdot b^4}{a^3 \cdot b^4 \cdot a^2 \cdot b^2} = a \cdot b^2$$

6. $x \neq y$ birer doğal sayı olmak üzere,

$$\text{EKOK}(x, y) = 120$$

olduğuna göre, x + y toplamı en çok kaçtır?

- A) 200 B) 180 C) 160 D) 150 E) 120

$$x = 120, \quad y = 60$$

$$x + y = 120 + 60 = 180$$

7. a, b ve c farklı asal sayılardır.

$$A = a^2 \cdot b^3 \cdot c^2$$

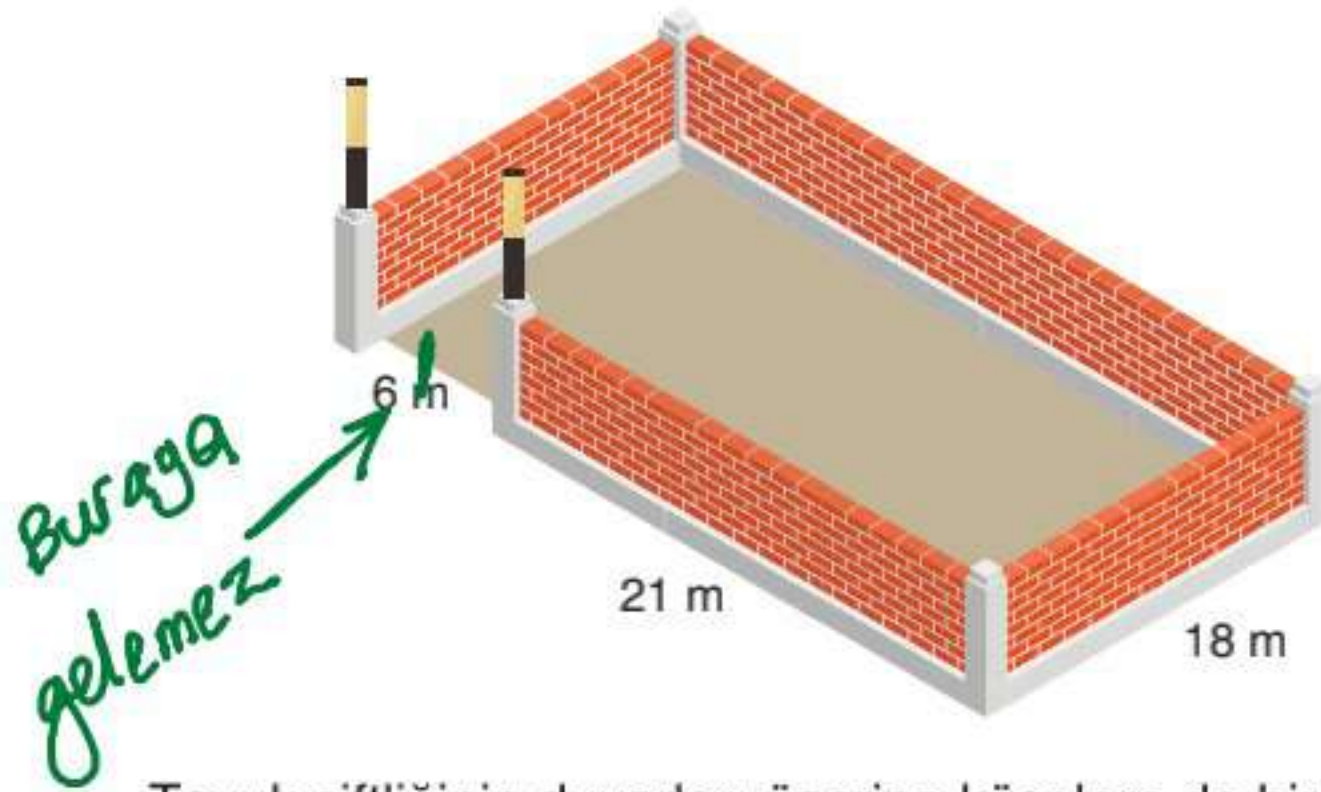
$$B = a^3 \cdot b^2 \cdot c$$

olduğuna göre, EBOB(A,B) nin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $a^2 \cdot b^2 \cdot c$ B) $a \cdot b \cdot c$ C) $a^2 \cdot b^2 \cdot c^2$
D) $a^3 \cdot b^3 \cdot c^2$ E) $a \cdot b^2 \cdot c^2$

$$EBOB(A,B) = a^2 \cdot b^2 \cdot c$$

8. Aşağıda kenar uzunlukları 27 ve 18 metre olan dikdörtgen biçiminde tavuk çiftliği görseli verilmiştir. Tavuk çiftliğinin 6 metrelik kısmına araç girişi için yer yapılacaktır.



Tavuk çiftliğinin duvarları üzerine köşelere de birer duvar lambası gelecek şekilde eşit aralıklarla duvar lambaları yerleştirecektir.

Buna göre, bu tavuk çiftliğinin duvarları için en az kaç tane duvar lambası gereklidir?

- A) 23 B) 25 C) 26 D) 28 E) 29

$$(27, 18) EBOB = 3$$

$$2 \cdot \left(\frac{27}{3} + \frac{18}{3} \right) - 1 = 29$$

9. a ve b doğal sayılardır.

$$EBOB(a,b) = 8 \text{ ve}$$

$$EKOK(a,b) = 240$$

olduğuna göre, a + b toplamının en küçük değeri kaçtır?

- A) 102 B) 98 C) 96 D) 88 E) 84

$$a = 8x$$

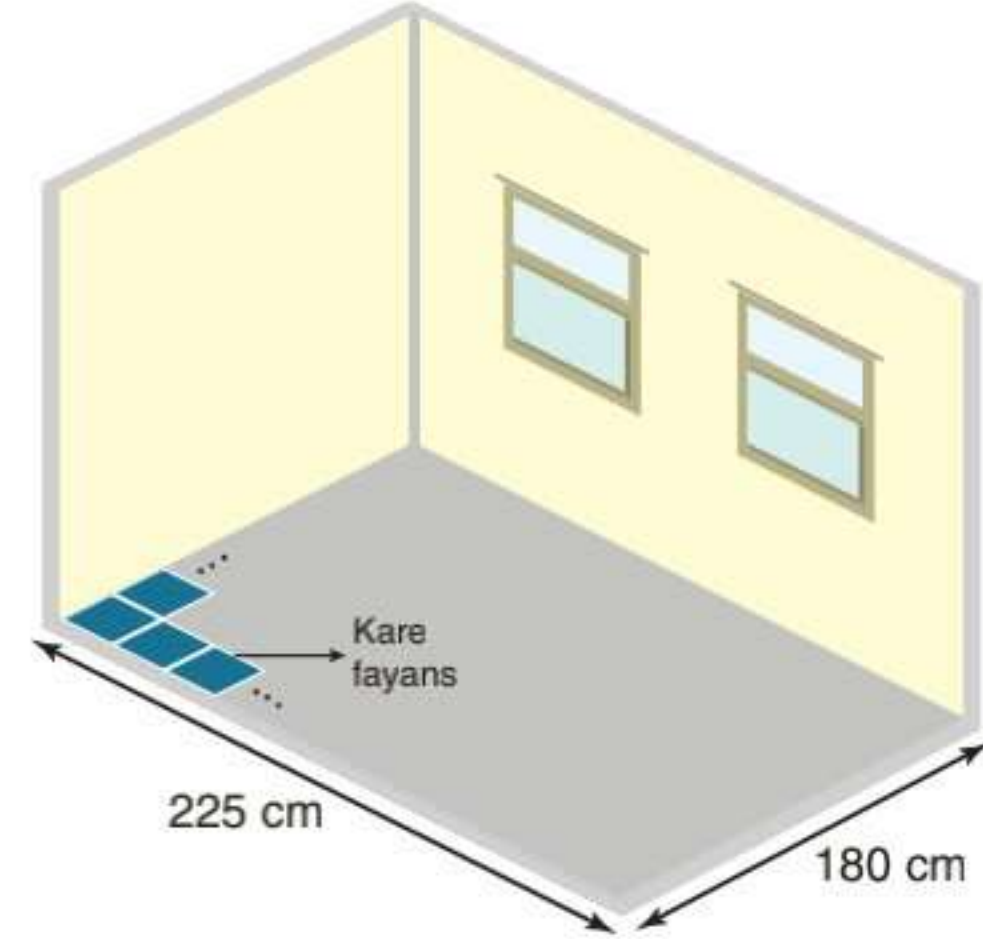
$$b = 8y$$

$$8 \cdot x \cdot y = 240$$

$$x \cdot y = 30$$

$$x + y = 11 \cdot 8 = 88$$

10. Aşağıda tabanı dikdörtgen olan bir oda görseli verilmiştir. Odanın tabanının uzunlukları 180 cm ve 225 cm dir.



Odanın zeminine aralarında boşluk kalmayacak ve üst üste gelmeyecek biçimde kare şeklinde birbirine eş fayanslar döşenecektir.

Buna göre, odanın tabanına en az sayıda fayans döşenmesi için seçilecek olan fayansın bir kenar uzunluğu kaç cm olmalıdır?

- A) 15 B) 25 C) 30 D) 45 E) 50

$$(225, 180) EBOB = 45$$

11. Adem, verilen herhangi bir üç basamaklı doğal sayıdan aşağıdaki yöntemle yeni sayılar üretmektedir.

$$\begin{array}{r} \text{Ekok} = 4 \\ 642 \rightarrow 24 \\ \text{Ebob} = 2 \end{array}$$

Adem aynı yöntemle üç basamaklı 9ab sayısından 36 sayısını elde etmiştir.

Buna göre, a + b toplamının en büyük değeri kaçtır?

- A) 12 B) 10 C) 9 D) 8 E) 6

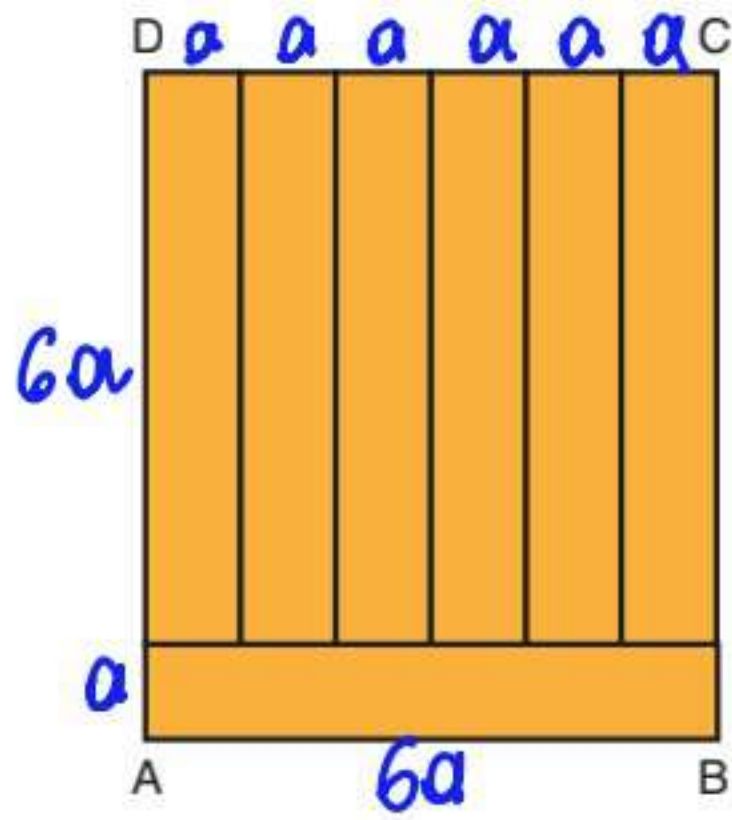
$$\begin{array}{r} 6 \\ 9ab \rightarrow 36 \\ 3 \end{array}$$

$$a + b = 6 + 6 = 12$$

1. C	2. D	3. E	4. B	5. C	6. B
7. A	8. E	9. D	10. D	11. A	

EBOB-EKOK - Test 2

1. Özdeş 7 tane dikdörtgen karton aşağıdaki gibi yerleştirilmiştir.



Buna göre, oluşan ABCD dikdörtgeni biçimindeki kartonun en az kaç tanesiyle kare şeklinde bir karton elde edilir?

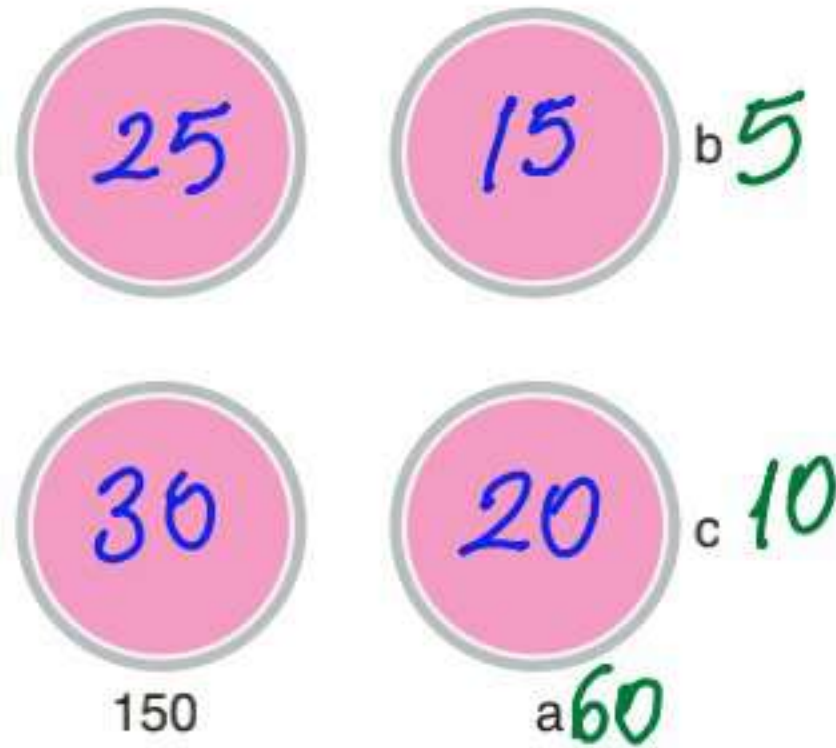
(Kartonlar boşluk olmayacak şekilde yan-yana, alt-alta yerleştirilecektir.)

- A) 7 B) 14 C) 21 D) 28 E) 42

$$(7a, 6a)_{EKOK} = 42a$$

$$\frac{42a \cdot 42a}{7a \cdot 6a} = 6 \cdot 7 = 42$$

2. Aşağıda her halkada 15, 20, 25, 30 sayılarından farklı biri vardır.



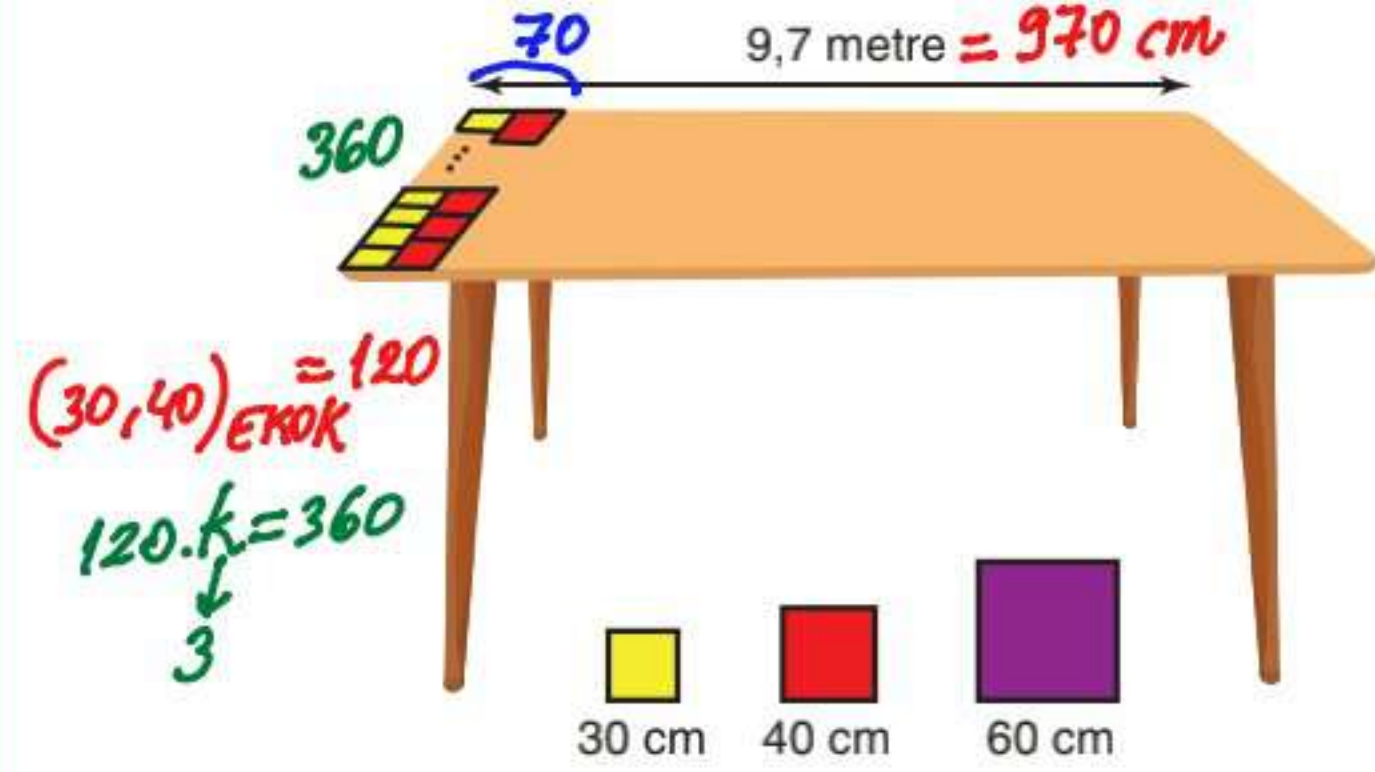
Şekilde 150 ve a sayılarından her biri bulunduğu sütundaki iki sayının Ekok'u, b ve c sayılarından her biri bulunduğu satırdaki iki sayının Ebob'u dur.

Buna göre, $a + b + c$ toplamı en az kaçtır?

- A) 65 B) 70 C) 75 D) 80 E) 85

$$a + b + c = 60 + 5 + 10 = 75$$

3. Aşağıda boyu 9,7 metre ve eni 3,5 ile 4 metre arasında olan bir masa görseli verilmiştir.



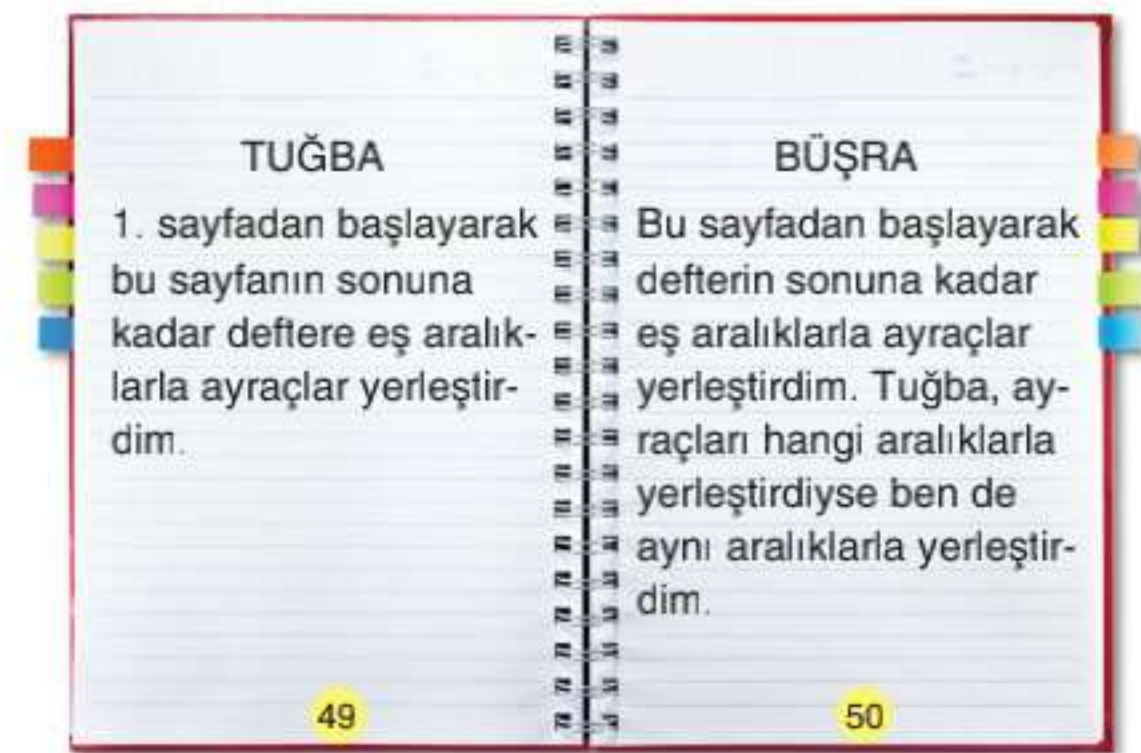
Melis yukarıdaki kare şeklinde gösterilen elinde yeterli sayıda bulunan sarı, kırmızı ve mor kartonları masaya boşluk kalmayacak şekilde yerleştirecektir. Melis sırasıyla birer kenarı 30 cm ve 40 cm olan sarı ve kırmızı kartonları yerleştirdikten sonra geriye kalan kısımlara mor kartonları koyacaktır.

Buna göre, Melis en fazla kaç tane mor karton yerleştirebilir?

- A) 110 B) 100 C) 90 D) 80 E) 75

$$\frac{900 \cdot 360}{60 \cdot 60} = 15 \cdot 6 = 90$$

4. Aşağıda 1'den 186'ya kadar numaralandırılmış 186 sayfalık bir defter görseli verilmiştir.



Tuğba ve Büşra defterin 49. ve 50. sayfalarına not yazmışlardır.

Buna göre, Tuğba ve Büşra'nın yerleştireceği toplam ayraç sayısı en az kaçtır?

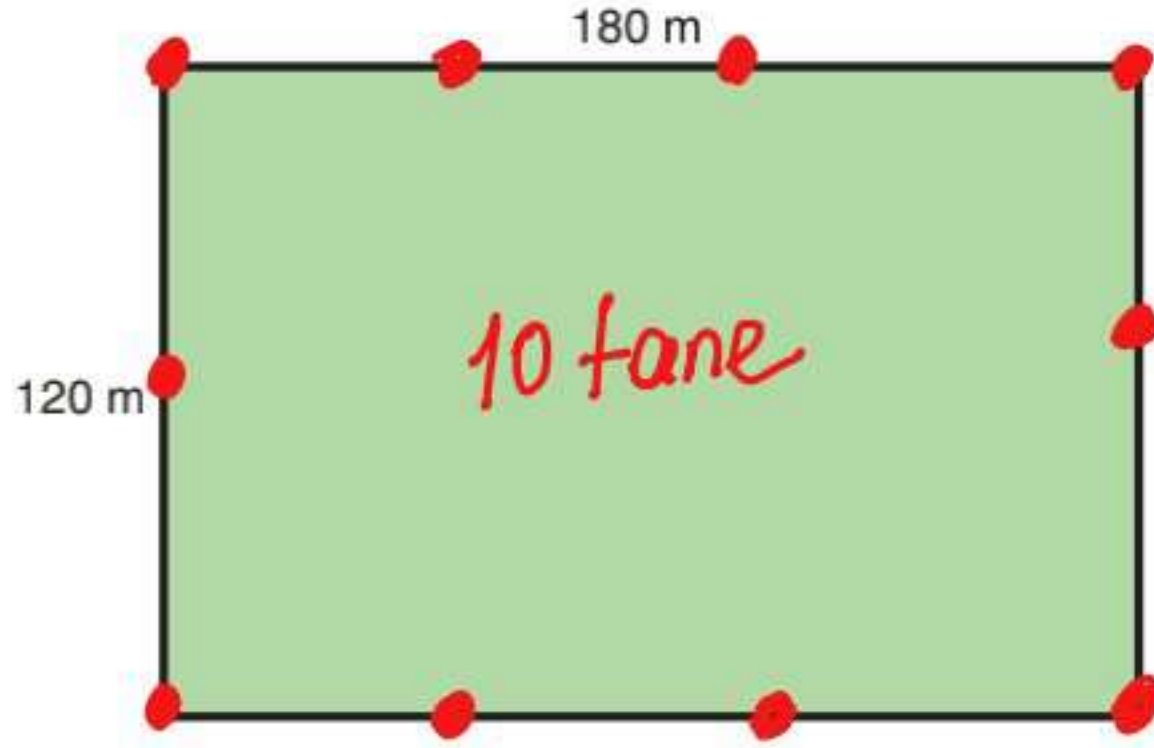
- A) 28 B) 27 C) 26 D) 25 E) 24

$$(48, 136)_{EBOB} = 8$$

$$6 + 17 + 2 = 25$$

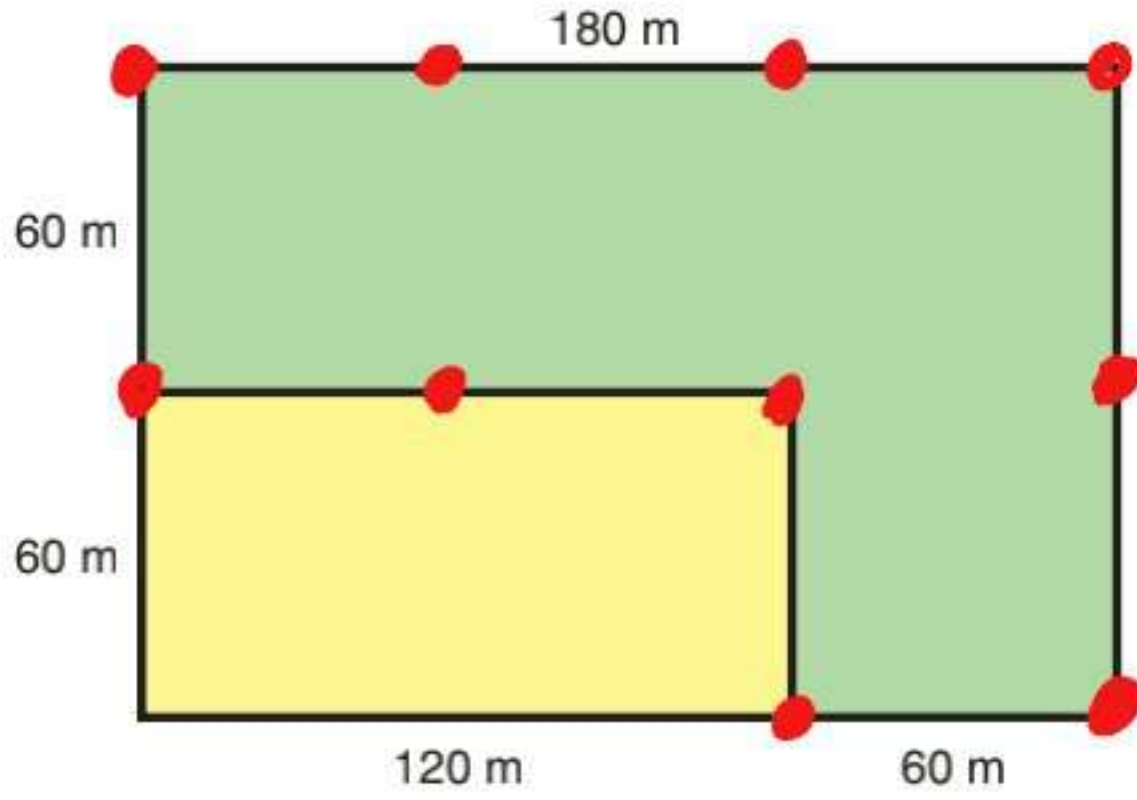
↓
(49 ve 50)

5. Aşağıda kenar uzunlukları 120 m ve 180 m olan dikdörtgen şeklinde bir tarla görseli verilmiştir.



Şekil I

Hulusi Bey tarlasının köşelerine de dikmek şartıyla kenarlarına eşit aralıklarla en az sayıda fidan dikmeyi planlamaktadır. Hulusi Bey daha sonra tarlasının Şekil II'deki sarı ile boyalı olan kısmını satmış ve kalan tarlasının sınırlarına tekrardan ilk planladığı şekilde fidanları dikmiştir.



Şekil II

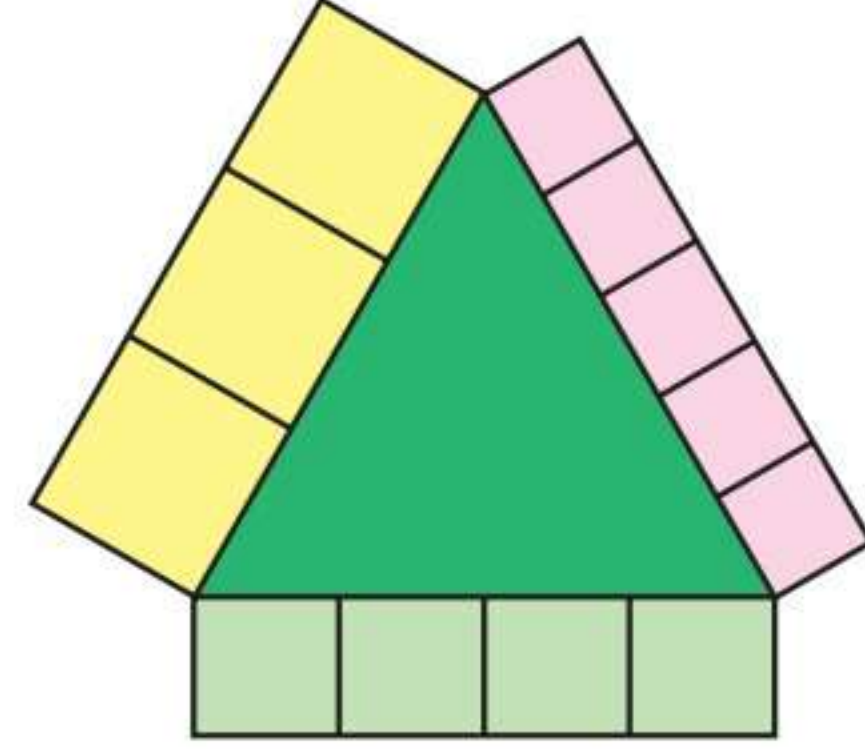
Buna göre, Hulusi Bey'in Şekil I ve Şekil II'deki diktiği fidan sayıları arasındaki ilişki aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Şekil I'deki fidan sayısı Şekil II'deki fidan sayısından 10 fazladır.
 B) Şekil I'deki fidan sayısı Şekil II'deki fidan sayısından 20 azdır.
 C) Şekil I'deki fidan sayısı Şekil II'deki fidan sayısından 10 azdır.
 ✓ D) Şekil I ve Şekil II'deki fidan sayıları birbirine eşittir.
 E) Şekil I'deki fidan sayısı Şekil II'deki fidan sayısından 20 fazladır.

$$(120, 180)_{EBOB} = 60$$

$$2 \cdot (2 + 3) = 10$$

6. Aşağıdaki şekildeki eşkenar üçgenin kenarlarına her kenardaki kareler kendi aralarında eş olacak şekilde 3, 4 ve 5 tane kare çizilmiştir.



Tüm karelerin kenar uzunlukları cm birimine göre birer tam sayıdır.

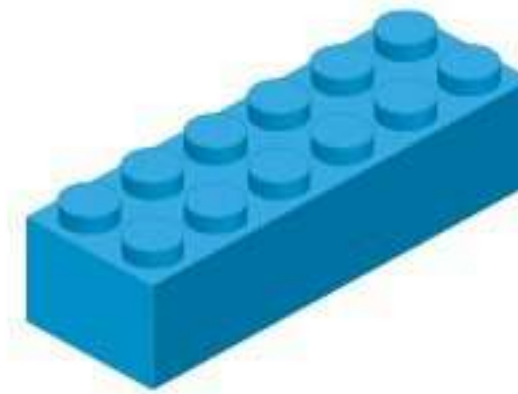
Buna göre, bu eşkenar üçgenin çevresi kaç cm olabilir?

- A) 200 B) 220 C) 320 ✓ D) 540 E) 630

$$(3, 4, 5)_{EKOK} = 60$$

Çevre 60 m katı olmalıdır.

7.



2x6 lego



2x2 lego



1x2 lego

İlgün; yükseklikleri eşit ve 2 birim olan ve üst yüzeyleri 2x6, 2x2 ve 1x2 boyutlarındaki legoların her birinden en az birer tane kullanmak şartıyla bir küp yapacaktır.

Buna göre, İlgün en az kaç tane lego kullanmalıdır?

- A) 10 B) 11 ✓ C) 12 D) 13 E) 14

6	Üst üste 3 mavi	Üst üste 3 mavi	Üst üste 2 mavi Bir üste 2 sarı, sarıların yanına 2 siyah
2	2	2	

6x6x6'lık bir küp oluşur.

8 → mavi
2 → sarı
2 → siyah } 12 tane lego kullanılır

1. E	2. C	3. C	4. D	5. D	6. D	7. C
------	------	------	------	------	------	------

Periyodik Problemler

1. 12 günde bir sulanan tarlanın ikinci sulaması Salı günü yapıldığına göre, sekizinci sulaması hangi gün yapılır?

A) Çarşamba B) Perşembe C) Cuma
D) Cumartesi E) Pazar

2. → Salı $6 \cdot 12 = 72$
8. → Perşembe $\frac{72}{2} = 36$

2.

1	A	C	İ
2	L	M	A
3	T	A	C
4	İ	L	M
5	A	T	A
6	C	İ	L
7	M	A	T

Yukarıda "ACİLMAT" kelimesinin harfleriyle oluşturulan düzende 58. satırın ortasındaki sütununda bulunan harf aşağıdakilerden hangisidir?

A) A B) C C) İ D) L E) M

$\frac{58}{2} = 29$
 $\frac{29}{2} = 14.5$
2. → 2. satırın ortasındaki harf

3. "ACİLİLACACİLİLAC...ACİLİLAC"

"ACİL ve İLAÇ" kelimeleri yukarıda verildiği gibi yan yana yazılarak tekrar edilmiştir.

Buna göre, soldan 54. harf aşağıdakilerden hangisidir?

A) A B) C C) İ D) L E) Ç

$\frac{54}{6} = 9$
6. → 6. harf

4. Ela, 4 günde bir spor salonuna 5 günde bir yüzmeye gitmektedir. Ela, hem spor salonuna hem de yüzmeye ilk kez Salı günü gitmiştir.

Buna göre, Ela hem spor salonu hem yüzmeye 16. kez hangi gün gitmiştir?

A) Pazartesi B) Çarşamba C) Perşembe
D) Cuma E) Pazar

1. → Salı $(4,5)_{EKOK} = 20$
16. → \downarrow Pazartesi $20 \cdot 15 = 300$
 $\frac{300}{7} = 42.857$
6

5. 366 günlük bir yıldaki Pazar ve Pazartesi günleri sayısının toplamı en çok kaç olabilir?

A) 106 B) 105 C) 104 D) 103 E) 102

$\frac{366}{52} = 7$
2 → Pazar, Pazartesi
 $52 \cdot 2 + 2 = 106$

6.



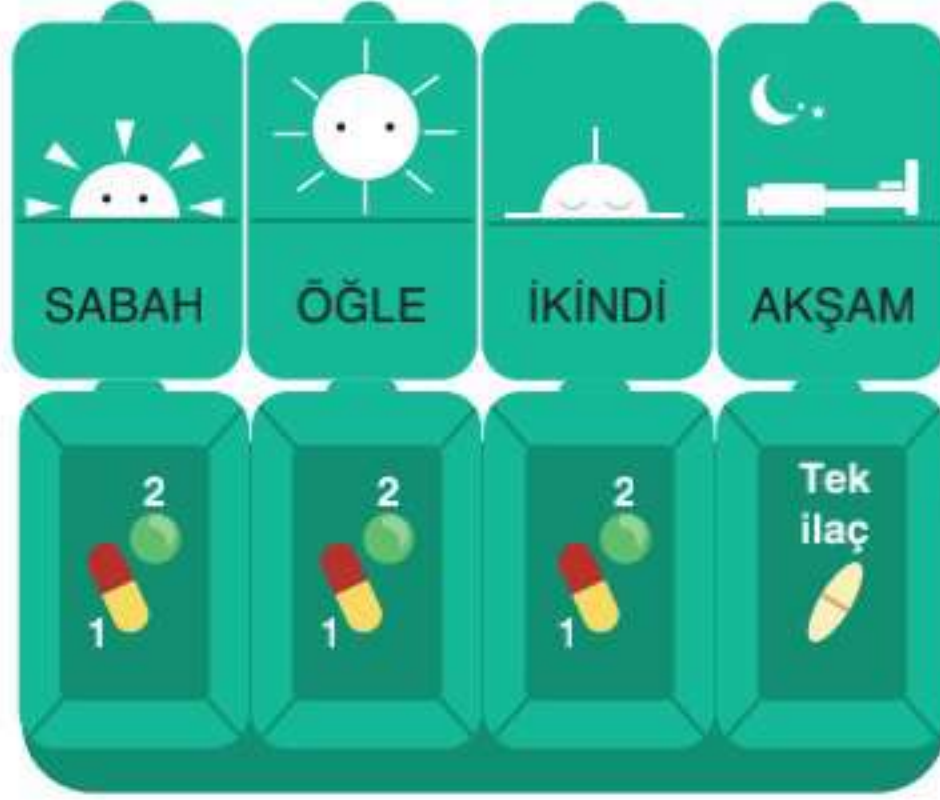
Kutay, kimya dersinde yaptığı bir deneyde bir miktar çözeltinin içerisine x maddesi damlatacaktır. Çözelti ve x maddesi karıştıktan 415 dakika sonra tepkimeye girecektir.

Kutay saat 10.55 te çözeltiye x maddesi damlattığına göre, tepkime saat kaçta gerçekleşmiş olur?

A) 17.30 B) 17.40 C) 17.50
D) 17.00 E) 16.50

$\frac{415}{60} = 6.916$
6 → saat
55 → dk
 $\frac{10.55}{6.55} = 17.50$

7. Tevfik Bey, her gün sabah, öğle, ikindi ve akşam olmak üzere sırasıyla 4 vakitte ilaç içmektedir. İlaç kutusunun görsele aşağıda verilmiştir.



İlaçlar ilaç kutusunda yazılan numara sırasıyla içilmek üzere Tevfik Bey bugün sabah ilaçlarını içmeye başlamışsa, Tevfik Bey'in içeceği 222. ilaç hangi vaktin kaçınıcı ilacıdır?

- A) ÖĞLE-2 B) AKŞAM C) İKİNDİ-1
D) İKİNDİ-2 E) ÖĞLE-1

Bir günde 7 ilaç

$$\begin{array}{r} 222 \overline{) 7} \\ \underline{5} \\ 5 \rightarrow 5. \text{ ilaç} \end{array}$$

8. Bir öğrenci aşağıda gösterilen kutulara "✓" işareti koyacaktır.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
✓	✓			✓			✓		

Öğrenci ikinci kutuya "✓" işareti attıktan sonra bundan sonraki her üç kutuya da "✓" işareti atarak devam etmiştir. En son 8. kutuya "✓" işaretini attıktan sonra yeteri kadar kutu olmadığından üç kutu sonrası için başa dönüp 1. kutuya "✓" işareti atmıştır.

Buna göre, öğrenci ilk olarak dördüncü kutuya "✓" işareti atıp yukarıda anlatılan düzende devam etseydi "✓" işareti atacağı 105. kutu aşağıdakilerden hangisi olurdu?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$$4710369258147 \dots$$

$$\begin{array}{r} 105 \overline{) 10} \\ \underline{5} \\ 5 \end{array}$$

9. Fahriye hanım elinde yeterli sayıda bulunan mavi, sarı ve kırmızı boncuklarla görselde gösterilen kolyenin bir kısmını yapmıştır.



Fahriye hanım kolyeyi yaparken ilk boncuktan itibaren şekildeki renk düzeniyle boncukları dizmiştir.

Buna göre, Fahriye hanım 107 boncuk dizdiğinde bunların kaç tanesi mavi boncuk olur?

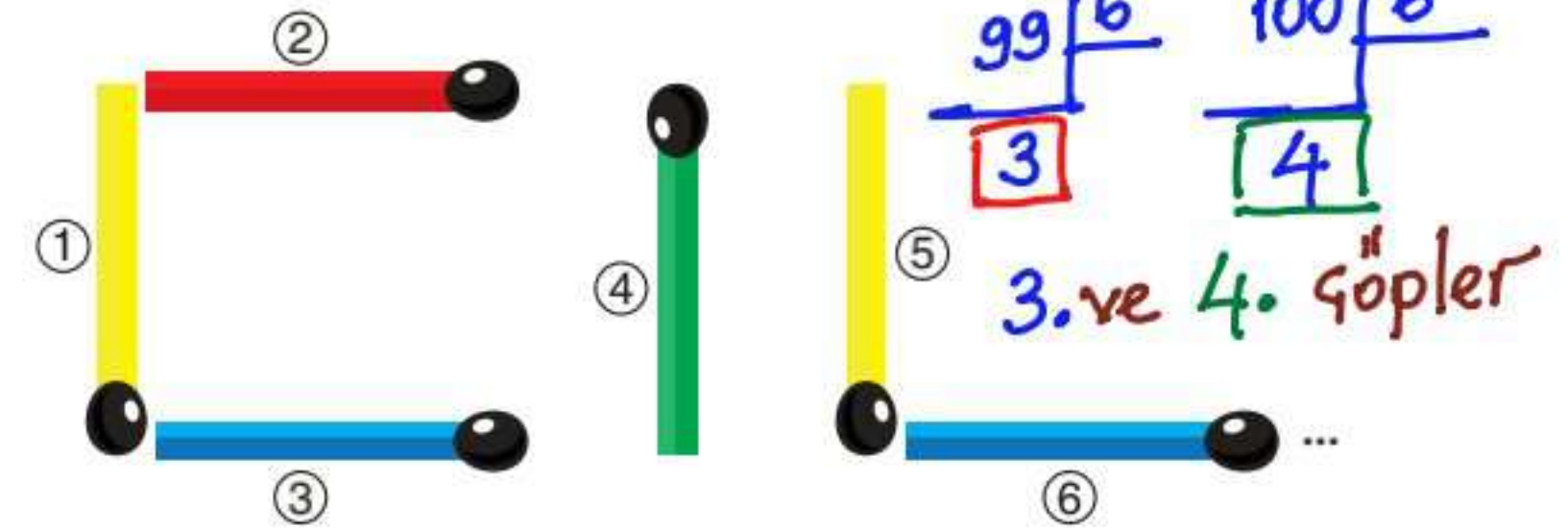
- A) 56 B) 55 C) 54 D) 53 E) 52

msmk msmk ...

$$\begin{array}{r} 107 \overline{) 4} \\ \underline{3} \\ 3 \end{array}$$

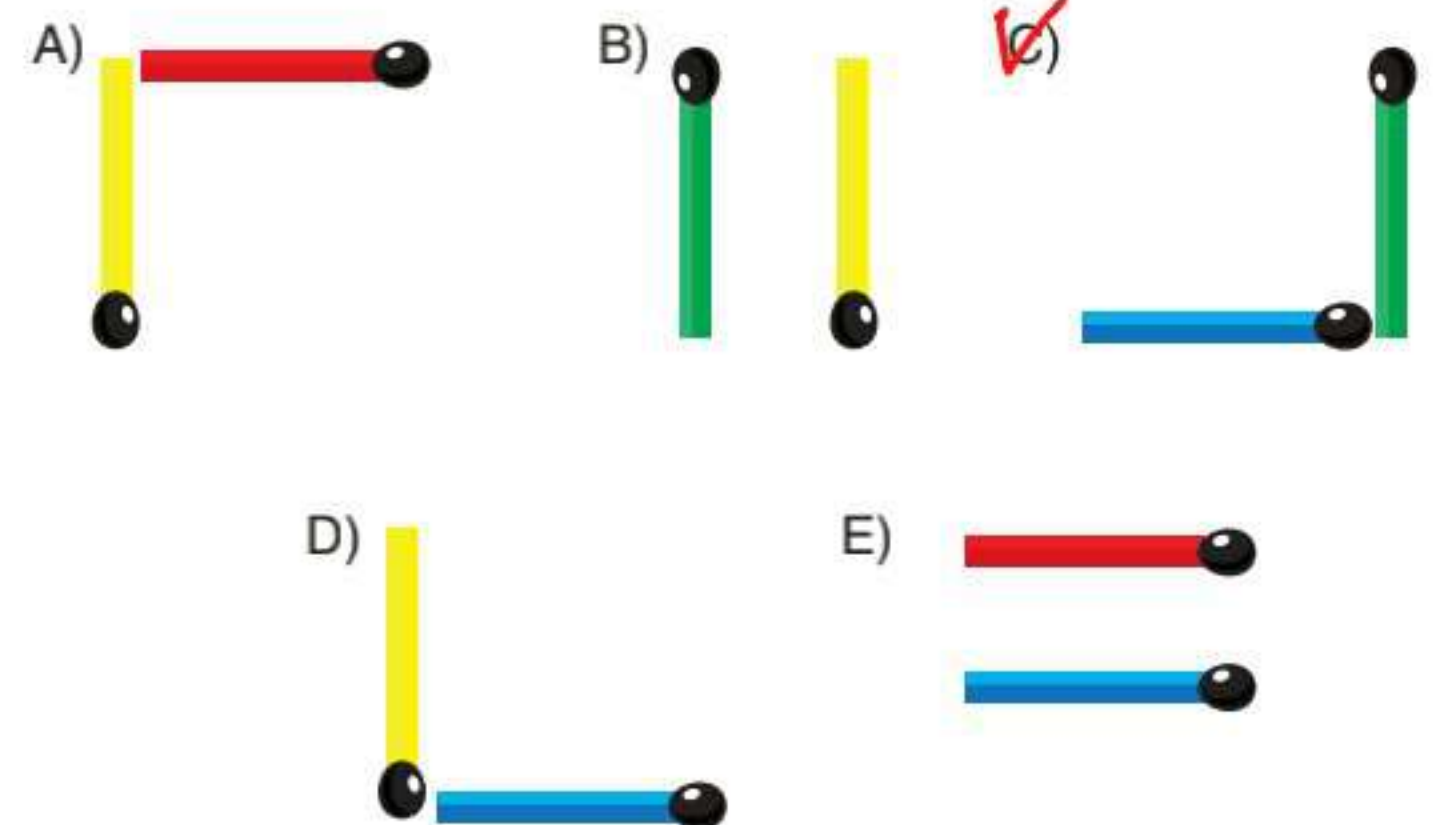
$$26 \cdot 2 + 2 = 54$$

10. Asya elinde bulunan 4 farklı renkteki kibrit çöpleriyle "CİL" kelimesini yazmıştır.



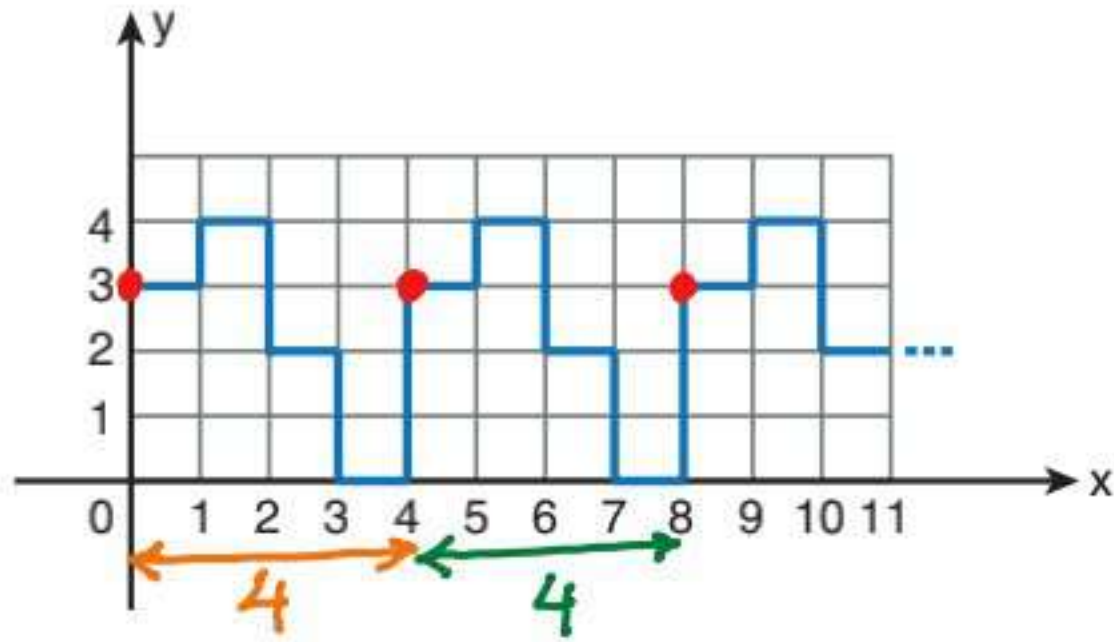
Asya'nın kibrit çöplerini yerleştirme sırası şekilde gösterilmiştir.

Buna göre, Asya'nın 99. ve 100. kibrit çöpleriyle oluşturabileceği şekil aşağıdakilerden hangidir?



Periyodik Problemler

11. Aşağıda dik koordinat düzleminde x veya y eksenlerine paralel olan ve her biri 1 birim uzunluğundaki doğru parçaları çizilmiştir.



İlk doğru parçası (0, 3) ile (1, 3) noktaları arasında çizilmiştir.

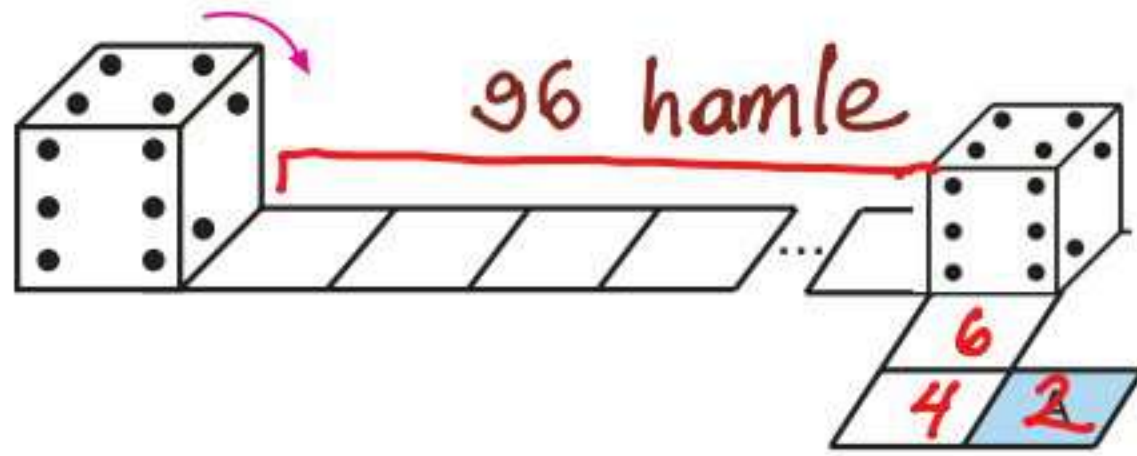
Buna göre, 97. doğru parçasının bitim noktası aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (33, 1) B) (32, 2) C) (33, 2)
D) (33, 3) E) (32, 3)

$$\begin{array}{r} 97 \overline{) 12} \\ \underline{96} \\ 1 \end{array} \rightarrow 12 \text{ de bir tekrar ediyor.}$$

$$4 \cdot 8 + 1 = 33 \quad (33, 3)$$

12. Küp biçimindeki bir zarın karşılıklı yüzeylerinde toplam 7 tane nokta vardır. Bu zar aşağıdaki gibi her defasında kare desenler üzerinde kalacak şekilde ok yönünde devriliyor.



Küp 99 kez devrildiğinde son olarak A karesinde durmaktadır.

Buna göre, son durumda küpün üst yüzeyinde bulunan nokta sayısı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$4532 \ 4532 \dots$$

$$\begin{array}{r} 96 \overline{) 4} \\ \underline{0} \end{array}$$

Küpün alt yüzü 2, üst yüzü 5 olur.

13. Bir bankanın bireysel müşteri temsilcisi Aslı Hanım her 15 dakikada bir 1 müşterinin işlemini gerçekleştirip sıradaki müşterinin işlemine başlamaktadır. Aslı Hanım sıra numarası 5 olan müşterinin işlemine saat 10.00 da başlamıştır.

Buna göre, Aslı Hanım 25. müşterisinin işlemi ile ilgilenmeye başladığında saat kaç gösterir?

- A) 15.00 B) 15.15 C) 15.30
D) 15.45 E) 16.00

$$5 \dots 25$$

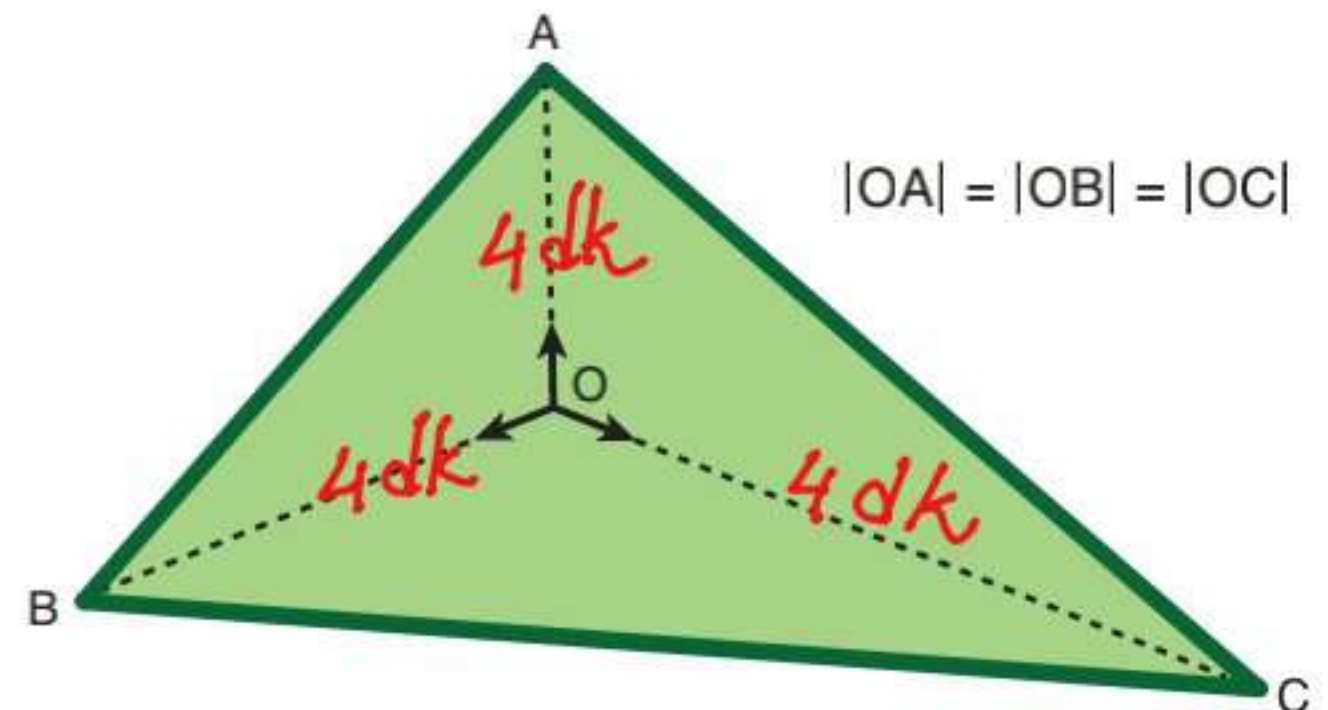
$$\downarrow$$

$$10.00$$

$$20 \cdot 15 = 300 \text{ dk} = 5 \text{ saat}$$

ACIL MATEMATİK

14.



Yukarıda verilen üçgenel bölge biçimindeki parkın O noktasında bulunan bir çim biçme aracı sabit bir hızla O noktasından A'ya 2 dakikada gitmektedir. Araç önce A'ya gidip dönecek, sonra B'ye en sonunda C'ye gidip döndükten sonra yine aynı düzende çalışmaya devam edecektir.

Buna göre, çim biçme aracı ilk hareketinden 125 dakika sonra nerede bulunur?

- A) A noktasında B) B-O arasında
C) O noktasında D) C-O arasında

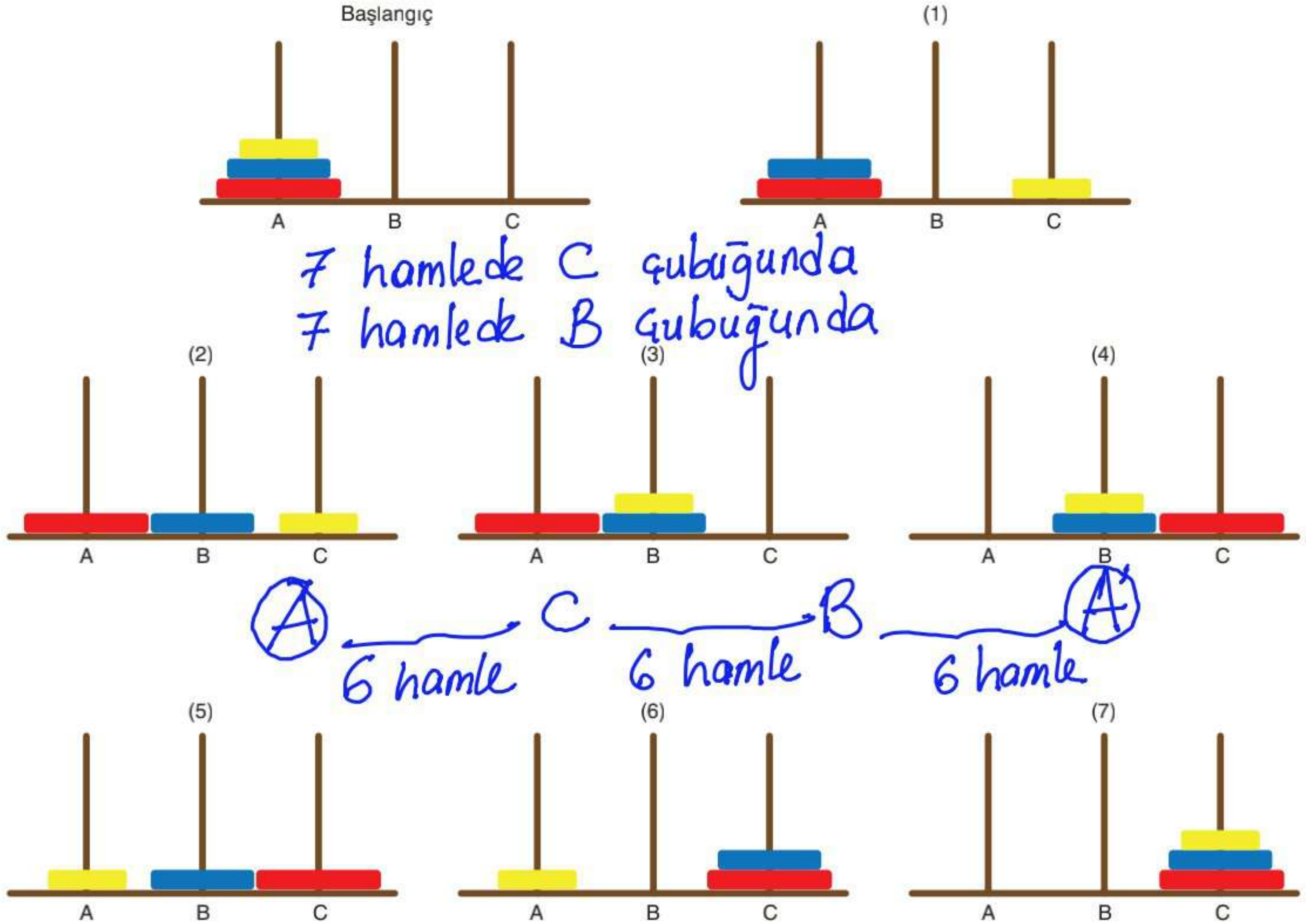
$$\begin{array}{r} 12 \text{ dk} \quad 12 \text{ dk} \\ \overline{) 125} \\ \underline{120} \\ 5 \end{array} \rightarrow 5 \text{ dk. mız kaldı.}$$

$$ABC \ ABC \dots$$

A don git gel 4 dk. sonra 1 dk daha gitmeli

15. Hanoi Kuleleri sabit bir platformun üzerinde bulunan çubuklar ve çubuklara geçirmek üzere, kullanılacak birden fazla diskin bulunduğu oyunun genel adıdır.

Hanoi kuleleri oyununda amaç herhangi bir çubuğa geçirilmiş diskleri yine aynı şekilde olacak şekilde başka bir çubuğa geçirmektir. Aşağıda 3 diskli bir Hanoi kulesi oyunu gösterilmiştir.



Oyunun kuralı;

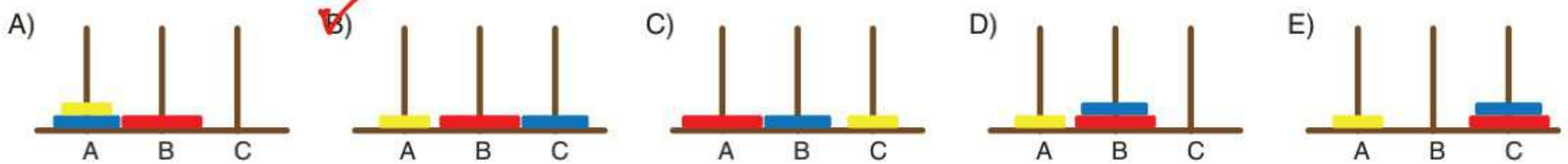
- Hanoi kulesi oyununda en başta tüm diskler büyükten küçüğe tek çubuğa dizilmelidir.
- Her hamlede sadece bir disk yerinden oynatılabilir.
- Büyük, disk küçük diskin üzerine gelemez.
- Alınan disk oyun platformu dışarısına çıkarılamaz.

$$\begin{array}{r} 100 \div 21 \\ \hline 16 \rightarrow 16. \text{hamle} \end{array}$$



Yukarıda 3 diskli Hanoi kulesi oyununda disklerin tamamı C çubuğuna geçirilmiştir. Diskler oyunun devamında B çubuğuna sonra A çubuğuna ve sonra tekrar C çubuğuna takılmak suretiyle devam eder.

Buna göre, Başlangıç'taki durumdan 100 hamle sonra aşağıdaki görüntülerden hangisi oluşur?



1. B 2. E 3. D 4. A 5. A 6. C 7. C 8. D 9. C 10. C 11. D 12. E 13. A 14. B 15. B

Pozitif-Negatif Tam Sayılar



YANINDA BULUNSUN (TAM SAYILAR)

$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ kümesinin her bir elemanına "Tam Sayı" denir.

Tam sayılar kümesi; negatif tam sayılar kümesi (Z^-), pozitif tam sayılar kümesi (Z^+) ve sıfırı eleman kabul eden kümenin birleşim kümesidir.

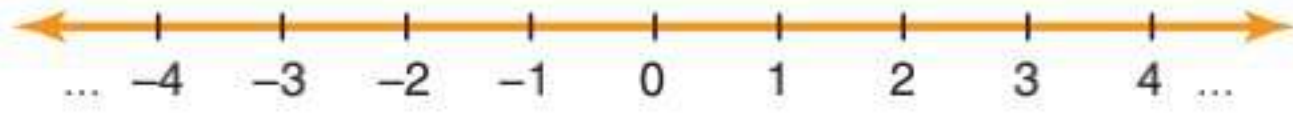
$$Z^- = \{\dots, -3, -2, -1\}$$

$$Z^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$$

olmak üzere,

$$Z = Z^- \cup \{0\} \cup Z^+ \text{ olur.}$$

Aşağıda gerçekte sayı doğrusu verilmiştir.



- Sıfır pozitif veya negatif değildir. Başlangıç noktasıdır.
- Sıfırın sağındaki tam sayılara "Pozitif Tam Sayı", solundaki tam sayılara "Negatif Tam Sayı" denir.
($a > 0$ ise a sayısı sıfırın sağında,
 $a < 0$ ise a sayısı sıfırın solundadır.)
- Sayı doğrusunda sağ tarafa doğru gidildikçe sayılar büyür ve sol tarafa doğru gidildikçe sayılar küçülür.



YANINDA BULUNSUN (TAM SAYILARDA DÖRT İŞLEM)

- Aynı işaretli tam sayılarda toplama işlemi yapılırken, sayılar birbirine eklenir. İşaret değiştirmeden yazılır.
Örneğin; $3 + 7 = 10$, $(-3) + (-7) = -10$
- Farklı işaretli tam sayılarda toplama işlemi yapılırken, büyük sayıdan küçük sayı çıkarılıp, büyük sayının işareti yazılır.
Örneğin; $(-5) + (+3) = -(5 - 3) = -2$
 $9 + (-4) = +(9 - 4) = +5$
- Tam sayılarda çıkarma işlemi yapılırken birinci sayı aynı kalır. Ortadaki çıkarma işaretinin yerine toplama işareti yazılıp ikinci sayının işareti değiştirilip toplama işlemi yapılır.
Örneğin; $(-5) - (-7) = (-5) + (+7) = +2$
 $(-15) - (+3) = (-15) + (-3) = -18$
- Aynı işaretli sayıların çarpımı ve bölümü pozitif, farklı işaretli sayıların çarpımı ve bölümü negatiftir.



ÖRNEK 1.

$$\frac{-12 - (3 - 7)}{1 - 2}$$

işleminin sonucu kaçtır?



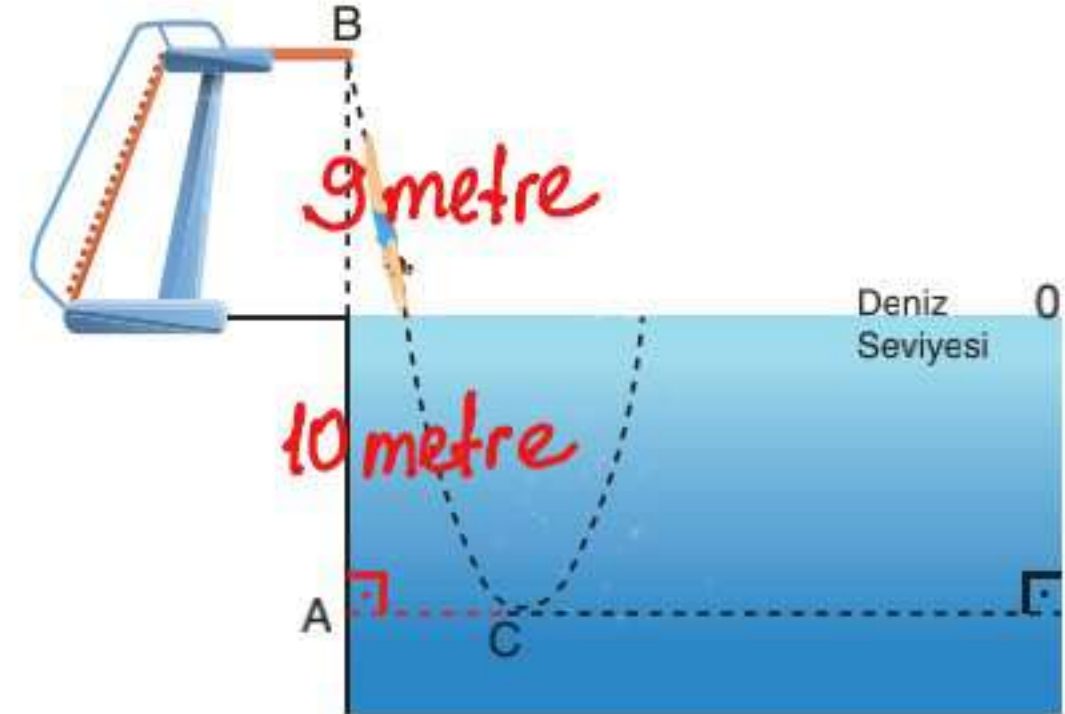
ÇÖZÜM

$$\frac{-12 + 4}{-1} = \frac{-8}{-1} = 8$$



ÖRNEK 2.

Bir yüzücü trampolenden atlayıp, en fazla denizin altındaki C noktasına kadar dalabilmiştir.



C noktası deniz seviyesinin 10 metre aşağısındadır.

B noktası ile deniz seviyesi arasındaki uzaklık 9 metre olduğuna göre, A ve B noktaları arasındaki uzaklık kaç metredir?

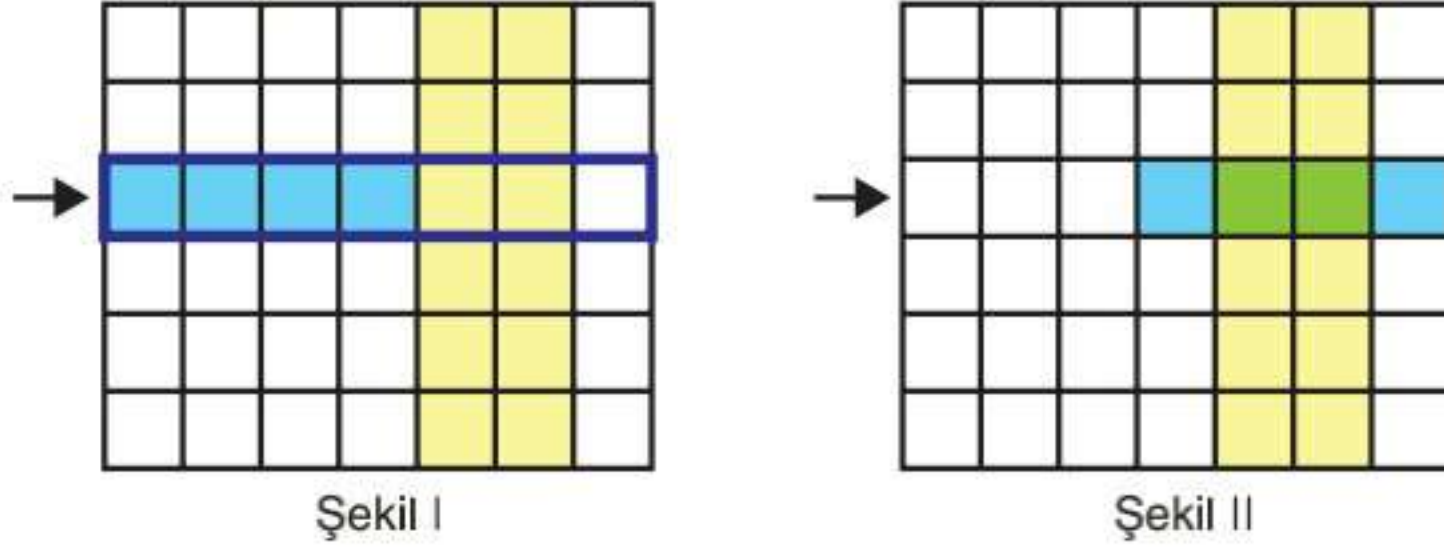


ÇÖZÜM

$$9 - (-10) = 19$$

? ÖRNEK 3.

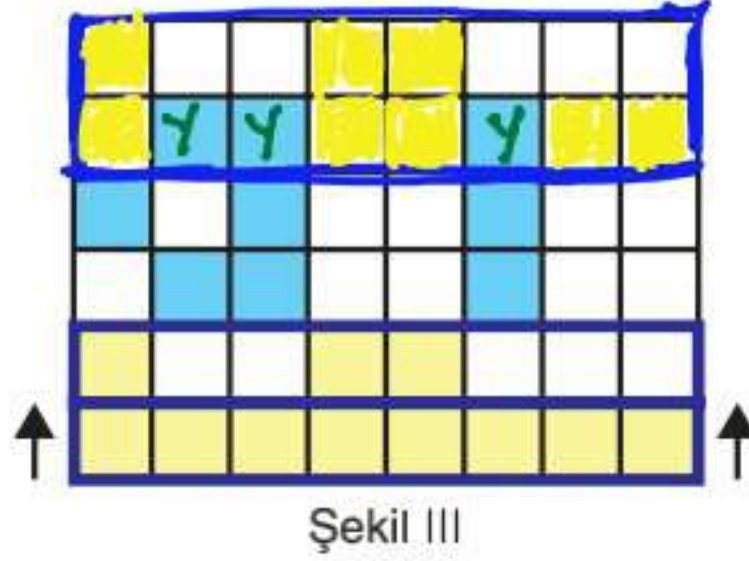
Aşağıda verilen Şekil I ve Şekil II, 42 birimkareden oluşmuştur.



Her mavi birimkare 1 puan ve her sarı birimkare -1 puan değerindedir. Sarı ve mavi renklerin karışımı yeşil renk olup, her yeşil karenin değeri 0 puandır. Sadece sarı ve mavi kareler üst üste geldiğinde yeşil renk oluşmaktadır.

Şekil I'deki mavi renkli kareler sürgülü bir sistemde bulunduğu satırın sonuna kadar kaydırılıyor. Bu durumda oluşan Şekil II'nin değeri -8 olmaktadır.

Buna göre,



yukarıda Şekil III'deki sürgülü olan iki satır 4 birim yukarı doğru kaydırıldığında oluşan görselin değeri kaç puan olur?

✓ ÇÖZÜM

$$+6 + (-8) + 3 \cdot 0 = -2$$

? ÖRNEK 4.

x ve y birer gerçektektir.

$x < y < 0$ olmak üzere,

- I. $x + y < 0$
- II. $x \cdot y > 0$
- III. $y - x < 0$

ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \text{I. } x + y < 0 \\ \text{II. } - \cdot - > 0 \\ \text{III. } y - x > 0 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \text{I. } x + y < 0 \\ \text{II. } - \cdot - > 0 \\ \text{III. } y - x > 0 \end{aligned}} \right\} \text{I ve II doğru} \\ \text{olmalı}$$

? ÖRNEK 5.

a , b ve c birer gerçektektir. Aşağıda bir sayı doğrusu verilmiştir.



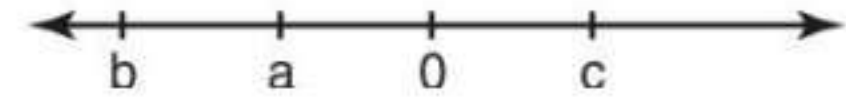
$$\frac{a}{c} < 0$$

$$b - a < 0$$

olduğuna göre, b ve 0 sayılarının sayı doğrusundaki yerlerini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} a < c & \quad b - a < 0 \Rightarrow b < a \\ a < 0 & \\ c > 0 & \end{aligned}$$



? ÖRNEK 6.

a , b ve c birer gerçektektir.

- $\bar{a} \cdot \bar{b} < 0$
- $\bar{a} \cdot c < 0$
- $b - a < 0 \Rightarrow b < a$

olduğuna göre; a , b ve c 'yi küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} a < 0 & \quad b < a < 0 < c \\ c > 0 & \\ b < a & \quad b < 0 < c \end{aligned}$$

? ÖRNEK 7.

$a < 0 < b$ olmak üzere,

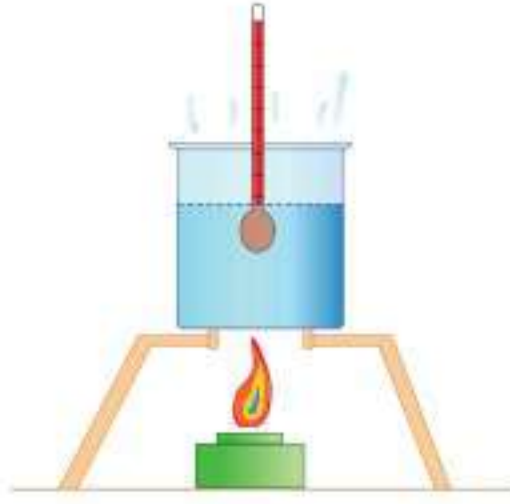
- I. $b - a$
- II. $3b + a$
- III. $a^2 + ab$

ifadelerinden hangileri daima pozitiftir?

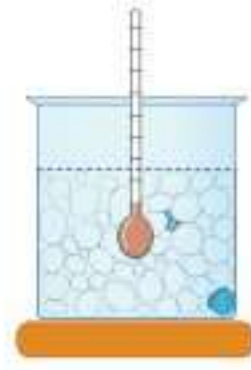
✓ ÇÖZÜM

- I. $b - a > 0$
 - II. $3b + a < 0$ olabilir.
 - III. $a^2 + ab < 0$ olabilir.
- Yalnız I

? ÖRNEK 8.



I. Şekil



II. Şekil

a , b ve c santigrad birimine göre birer sıcaklık ölçüsüdür.
I. Şekilde gösterilen kap içindeki sıvı termometre sıfır derecenin üzerinde $(a - b) \cdot c$ oluncaya kadar ısıtılıyor. Daha sonra ısınan sıvının içerisine buz atılıp termometre sıfır derecenin altında $a - b$ derece oluncaya kadar soğutuluyor.

Buna göre,

- I. $ab + c$ $1 \cdot 2 + (-2) = 0$
- II. $(a + b) - c$ $(-4 + 1) - (-3) = 0$
- III. $b - a - c$ $b - a > 0, -c > 0 \Rightarrow b - a - c > 0$

ifadelerinden hangilerinin sonucu sıfır derece olabilir?

✓ ÇÖZÜM

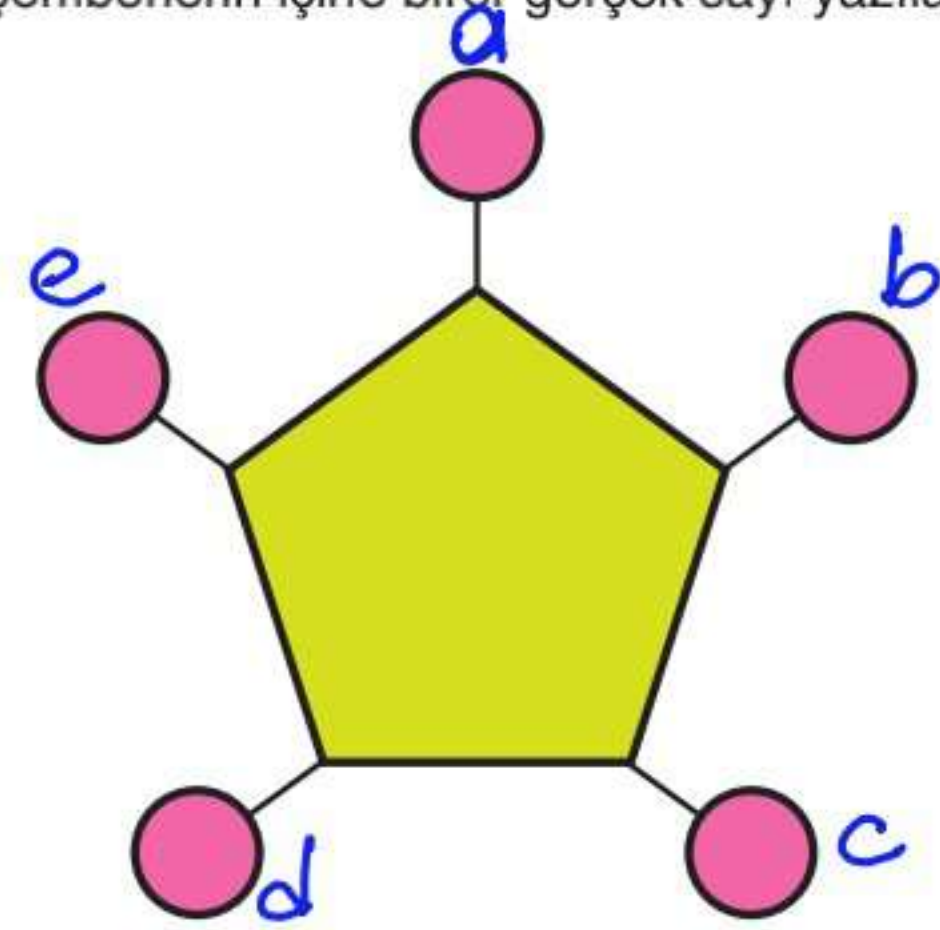
$$\left. \begin{array}{l} (a-b) \cdot c > 0 \\ a-b < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow c < 0$$

$$a < b \text{ ve } c < 0$$

I ve II

? ÖRNEK 9.

Aşağıdaki çemberlerin içine birer gerçek sayı yazılacaktır.



Bu çemberin içine yazılan tüm sayıların çarpımının sonucu beşgenin içine yazılıyor.

Beşgenin içine yazılan sayının pozitif olduğu bilindiğine göre, çemberlerin içine yazılan sayıların en çok kaç tanesi negatif olabilir?

✓ ÇÖZÜM

$$\underline{-} \cdot \underline{-} \cdot \underline{-} \cdot \underline{-} \cdot \underline{+} > 0$$

En çok 4 tanesi negatiftir.



YANINDA BULUNSUN

Eşitsizlik; eşit olmama durumudur.

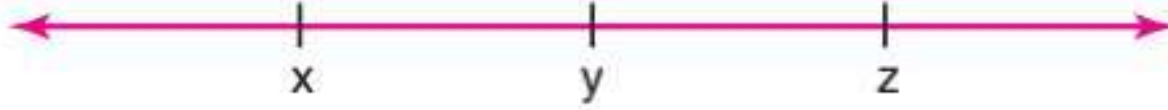
a ve b birer gerçek sayı olmak üzere, a sayısı ile b sayısı birbirine eşit değilse, $a \neq b$ biçiminde yazılır.

Bu durumda,

$a > b$ (a büyüktür b'den) ya da

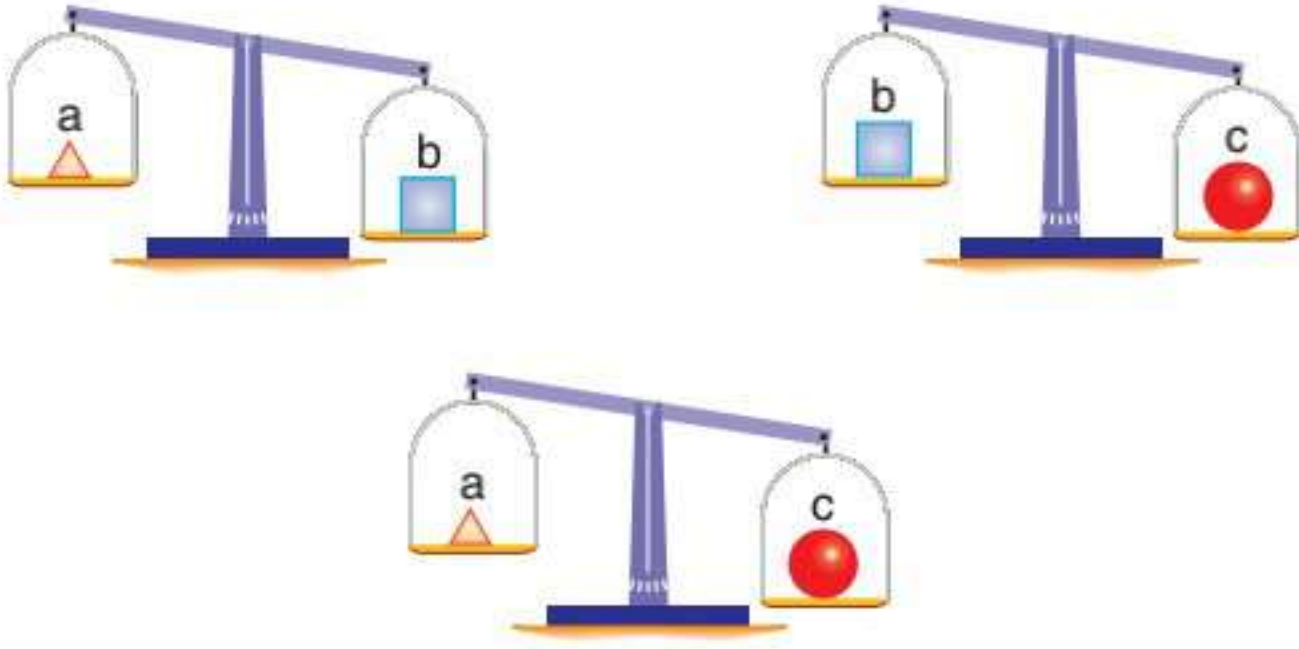
$a < b$ (a küçüktür b'den) dir.

- Reel sayı ekseninde herhangi bir sayının sağında bulunan sayılar daima o sayıdan büyük, solunda bulunan sayılar ise o sayıdan küçüktür.



Yukarıdaki sayı doğrusuna göre, $x < y < z$ dir.

- ($a < b$ ve $b < c$) ise $a < c$ dir.



ÖRNEK 1.

Bir maddenin ya da cismin kabı veya ambalajı ile birlikte tartıldıklarında ölçülen değere "**Brüt Ağırlık**" denir.



Buna göre, şekildeki kolinin içinde bulunan cismin ağırlığını eşitsizlik şeklinde ifade ediniz. (Cismin ağırlığını x olarak alınız.)



ÇÖZÜM

$$\underbrace{\text{Cisim} + \text{Ambalaj}}_x = 20$$

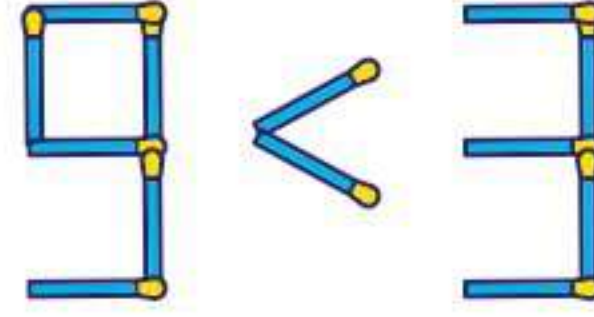
$$0 < x < 20$$



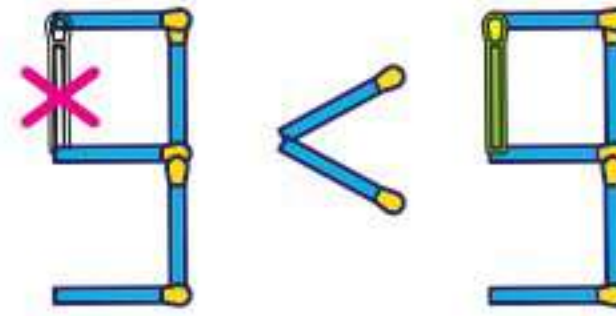
ÖRNEK 2.

Aşağıda, kibrit çöplerinden oluşturulmuş rakamlarla $<$ ve $>$ işaretleri verilmiştir. Yiğit ve Ela isimli iki arkadaş "**Eşitsizliği Sağla Oyunu**" oynayacaklardır.

Oynanacak olan bu oyunda kibrit çöplerinden yapılmış olan herhangi bir rakamdan sadece bir kibrit çöpü alınıp diğer rakamda uygun bir yere konulduğunda eşitsizlik sağlanmalıdır. Oyuna ilk olarak başlayan Yiğit,

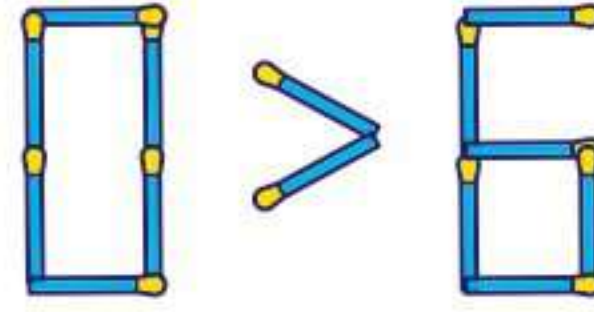


eşitsizliğinde, aşağıdaki kibrit çöpünün yerini değiştirerek,



eşitsizliğini sağlamıştır.

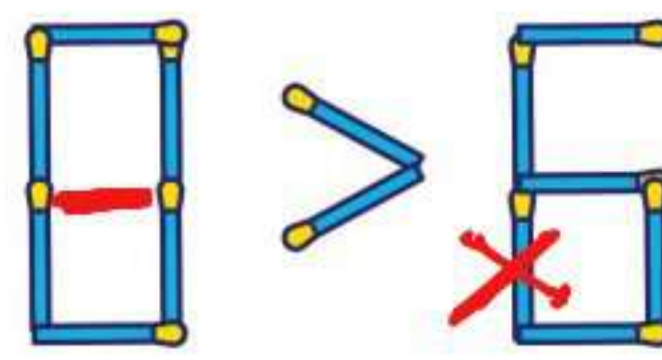
Buna göre Ela'nın,



eşitsizliğini sağlaması için hangi kibrit çöpünün yerini değiştirmesi gerekir?



ÇÖZÜM



ÖRNEK 3.

Aşağıdaki tabloda sayılar arasında küçüklük ilişkisi verilmiştir.

$<$	a	b	c
a		✓	✓
b	✗		✓
c	✗	✗	

Doğru olanlara "✓" yanlış olanlara "✗" işareti konulmuştur.

Buna göre, bu sayıların küçükten büyüğe doğru sıralanmış şeklini bulunuz.

Eşitsizliğin Özellikleri

✓ ÇÖZÜM

<	a	b	c
a		✓	✓
b	✗		✓
c	✗	✗	

$$a < b$$

$$a < c \Rightarrow a < b < c$$

$$b < c$$

? ÖRNEK 4.

Aşağıda, 4 kişilik ve 250 kg'a kadar ağırlık taşıyabilen bir asansör kapasite levhası verilmiştir. Asansördeki ağırlık tam 250 kg olduğunda asansör ikaz lambası yanmakta ve asansör hareket etmemektedir.



Ağırlıkları tam sayı olan Yasin, Mahir, Sezin ve Ayten asansöre bineceklerdir. Yasin ile Mahir'in ağırlıkları toplamı 100 kg'dır.

Sezin ve Ayten de asansöre bindiğinde asansör taşıyabileceği maksimum ağırlıkla hareket edebildiğine göre, Ayten ve Sezin den ağırlığı az olan kişinin ağırlığı en çok kaç kilogramdır?

✓ ÇÖZÜM

$$y + m = 100$$

$$s + a + \underbrace{y + m}_{100} < 250$$

$$s + a < 150$$

\downarrow \downarrow
 74 75

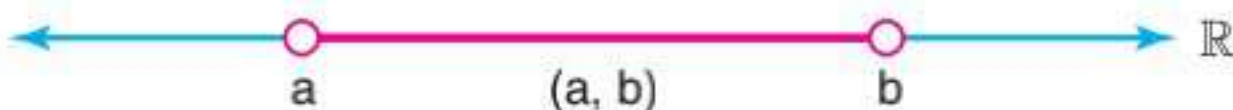
Sezin en çok 74 kilogramdır.



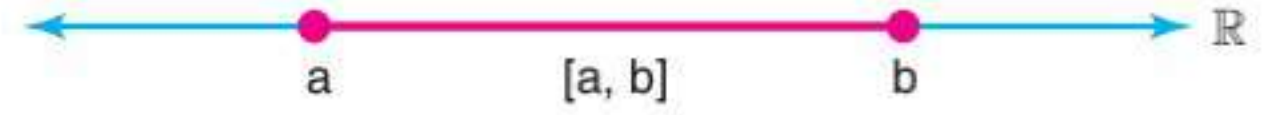
YANINDA BULUNSUN

GERÇEK SAYILARDA ARALIK KAVRAMI

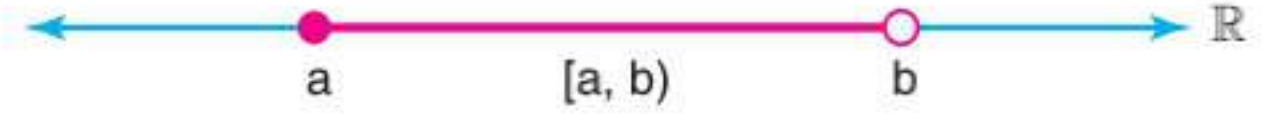
- $\{x \mid a < x < b, x \in \mathbb{R}\}$ kümesine, a ve b gerçekte sayılarıyla oluşturulan "Açık Aralık" denir ve (a, b) biçiminde gösterilir. (a, b) açık aralığı sayı doğrusunda aşağıdaki gibi gösterilir.



- $\{x \mid a \leq x \leq b, x \in \mathbb{R}\}$ kümesine "Kapalı Aralık" denir ve $[a, b]$ biçiminde gösterilir. Bu küme, a ile b arasında kalan gerçekte sayıların kümesine a ile b'nin de ilave edilmesiyle oluşturulur. $[a, b]$ kapalı aralığı sayı doğrusunda aşağıdaki gibi gösterilir.



- $\{x \mid a \leq x < b, x \in \mathbb{R}\}$ kümesine "Yarı Açık Aralık" denir ve $[a, b)$ biçiminde gösterilir. $[a, b)$ yarı açık aralığı sayı doğrusunda aşağıdaki gibi gösterilir.



? ÖRNEK 5.

$$A = \{x \mid -1 < x < 5, x \in \mathbb{R}\}$$

kümesini aralık biçiminde ve sayı doğrusunda gösteriniz.

✓ ÇÖZÜM



? ÖRNEK 6.

Aşağıda iki sayı doğrusu verilmiştir.



Buna göre, her iki sayı doğrusunda ortak olarak bulunan sayıları sayı doğrusunda gösteriniz.

✓ ÇÖZÜM

$$(-3, 4) \cap (-4, 2) = (-3, 2)$$





YANINDA BULUNSUN

a sıfırdan farklı bir gerçekte sayı olmak üzere, $ax + b = 0$ ifadesine "Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem" denir.

Burada x bilinmeyen, a ve b sabit sayıdır.

- $ax + b = 0$ ise $x = \frac{-b}{a}$ dir.

Burada, $\frac{-b}{a}$ sayısı denklemin kökü olup, çözüm kümesi

$\mathcal{C} = \left\{ \frac{-b}{a} \right\}$ şeklinde ifade edilir.

- Denklemin kökü olan bir sayı denklemi sağlar.



NOT

Denklem çözümündeki amaç, bilinmeyeni yalnız bırakmaktır. Bunun için, eşitliğin her iki tarafı aynı sayı ile çarpılıp, sıfırdan farklı bir sayı ile bölünebilir. Ayrıca eşitliğin bir tarafında bulunan terim diğer tarafa geçerken işaret değiştirir.



NOT

Bir denklemin çözümünün hangi sayı kümesinde sorulduğu önemlidir. Denklemi çözüp bilinmeyenin değeri bulunduğunda denklemin hangi sayı kümesinde çözümünün istendiğine bakılmalıdır.



ÖRNEK 1.

$2x - 3 = 6$ denkleminin,

- Reel sayılardaki çözüm kümesini,
- Tam sayılardaki çözüm kümesini bulunuz.



ÇÖZÜM

$$2x - 3 = 9 \Rightarrow 2x = 12 \\ x = \frac{12}{2}$$

$$a) \mathcal{C}.K = \left\{ \frac{9}{2} \right\}$$

$$b) \mathcal{C}.K = \emptyset = \{ \}$$



ÖRNEK 2.

$$2x + 3(x - 1) = x - 7$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.



ÇÖZÜM

$$2x + 3x - 3 = x - 7$$

$$4x = -4$$

$$x = -1$$

$$\mathcal{C}.K = \{-1\}$$



ÖRNEK 3.

$$(m - 5) \cdot x - 6 \cdot m - 3 \cdot x = 42$$

denkleminin kökü 3 olduğuna göre, m kaçtır?



ÇÖZÜM

$$3m - 15 - 6m - 9 = 42$$

$$-3m = 66$$

$$m = -22$$



ÖRNEK 4.

$$\frac{a+3}{4} + 3 = \frac{a-2}{2} - 1$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.



ÇÖZÜM

$$\frac{a+15}{4} = \frac{a-2}{2}$$

$$a+15 = 2a-4$$

$$a = 19$$

$$\mathcal{C}.K = \{19\}$$

ÖRNEK 5.

$$\frac{4}{1 - \frac{1}{x-2}} = 2$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$1 - \frac{1}{x-2} = 2$$

$$x-2 = -1 \Rightarrow x=1$$

G.K = {1}



NOT

a ve b birer gerçekte sayıdır.

$$\frac{x-a}{x-b} = 0$$

ise $x = a$ ve $x \neq b$ dir.

ÖRNEK 6.

$$x^2 - \frac{1}{x-4} = 16 + \frac{1}{4-x}$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$x^2 = 16 \Rightarrow x=4 \vee x=-4$$

Paydayı sıfır yapar

G.K = {-4}

ÖRNEK 7.

x ve y birer gerçekte sayıdır.

$$\frac{3x-12}{2x+y-15} = 0$$

olduğuna göre, y sayısı hangi değeri alamaz?

ÇÖZÜM

$$2x + y - 15 \neq 0 \quad 3x - 12 = 0$$

$$\downarrow$$

$$8 + y - 15 \neq 0 \quad x = 4$$

$$y \neq 7$$



NOT

a ve b birer gerçekte sayıdır.

$ax + b = 0$ denkleminde,

- 1) $a = 0$ ve $b = 0$ ise $\mathbb{C} = \mathbb{R}$
- 2) $a = 0$ ve $b \neq 0$ ise $\mathbb{C} = \emptyset$ dir.

ÖRNEK 8.

a ve b birer gerçekte sayıdır.

$$2ax - a = 4x + bx - 6$$

denkleminin çözüm kümesi tüm reel sayılar olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$2ax - a = (b+4)x - 6$$

$$2a = b+4 \quad a=6$$

$$12 = b+4 \Rightarrow b=8$$

$$a+b = 6+8 = 14$$

ÖRNEK 9.

$$(14 - a)x = 8 + 6ax$$

denkleminin çözüm kümesi boş küme olduğuna göre, a kaçtır?

ÇÖZÜM

$$14 - a = 6a$$

$$7a = 14$$

$$a = 2$$

? ÖRNEK 10.

x belirli bir sayı olmak üzere, $ax + b$ ifadesinde, Galip a ve b yerine -3 , Talip a yerine 2 ve b yerine sıfır yazmıştır.

Galip'in bulduğu sonuç, Talip'in bulduğu sonucun iki katından 10 eksik olduğuna göre, x kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

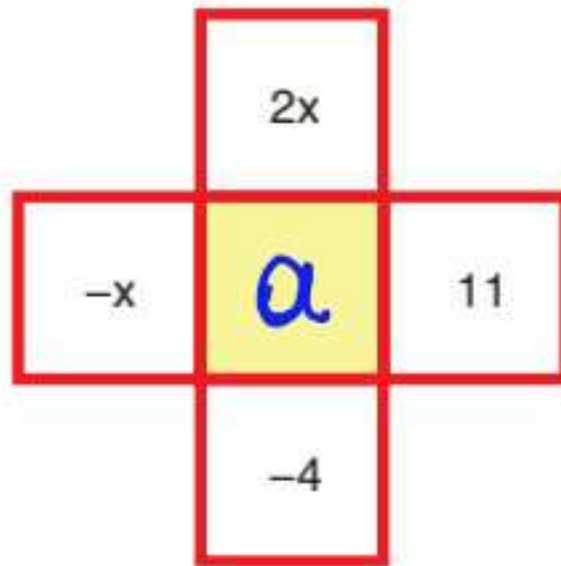
$$-3x - 3 = (2x + 0) \cdot 2 - 10$$

$$-3x - 3 = 4x - 10$$

$$7x = 7$$

$$x = 1$$

? ÖRNEK 11.



Şekildeki yatay ve dikey karelerde bulunan sayıların toplamı eşittir.

Buna göre, x kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$2x - 4 + a = -x + a + 11$$

$$3x = 15$$

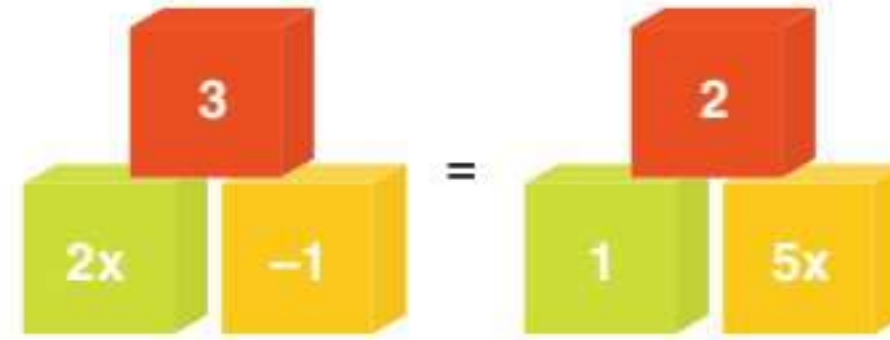
$$x = 5$$

? ÖRNEK 12.



ifadesi $\frac{B-C}{A}$ şeklinde tanımlanmıştır.

Buna göre,



eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\frac{2x+1}{3} = \frac{1-5x}{2}$$

$$4x+2 = 3-15x$$

$$19x = 1$$

$$x = \frac{1}{19}$$

YANINDA BULUNSUN

- Bir denklemde, üstleri bir olan iki tane bilinmeyen varsa, bu denkleme "**Birinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklem**" denir. Denklemi sağlayan değerlere "**Denklemin Kökü**" denir.

Örneğin; $2x + y = 5$ denklemi birinci dereceden iki bilinmeyenli bir denklemdir.

- Birinci dereceden iki bilinmeyenli 2 tane denklemden oluşan sisteme "**İki Bilinmeyenli Denklem Sistemi**" denir.

Örneğin; $x + 3y = 6$

$$x - 2y = 1$$

ifadesi birinci dereceden iki bilinmeyenli bir denklem sistemidir.

Birinci Dereceden Bir ve İki Bilinmeyenli Denklemler



YANINDA BULUNSUN

Denklemler sistemini oluşturan iki denklemi de sağlayan ikiliye "**Denklemler Sisteminin Kökü veya Çözümü**" denir.

Denklemler sisteminin çözümü için iki farklı yol vardır.

1) Yerine Koyma Yöntemi

Yerine koyma yönteminde iki bilinmeyenden herhangi biri diğeri cinsinden bulunur. Sistemdeki bir denklemlerde bilinmeyenlerden biri yalnız bırakılır. Yalnız bırakılan bilinmeyen eşiti diğeri denklemlerde yerine yazılarak sistem çözülür.

2) Yok Etme Yöntemi

Yok etme yönteminde iki bilinmeyenden biri yok edilir. Bunun için sistemde yok etmek istenen bilinmeyen katsayısı eşitlenir. Taraf tarafa toplama veya çıkarma işlemiyle bir bilinmeyen yok edilir ve kalan bilinmeyen bulunarak denklemler sistemi çözülmüş olur.



ÖRNEK 13.

Aşağıdaki denklemler sistemlerini çözünüz.

a) $x + y = -1$ (Yerine koyma yöntemi)
 $x - 3y = 7$

b) $2x - y = 3$ (Yok etme yöntemi)
 $x + 2y = 4$



ÇÖZÜM

a) $x = 3y + 7$ b) $2x - y = 3$
 $3y + 7 + y = -1$ $x + 2y = 4$
 $4y = -8$ $5x = 10$
 $y = -2$ $x = 2$
 $\{(1, -2)\}$ $\{(2, 1)\}$



ÖRNEK 14.

$$\frac{-x}{3} + \frac{y}{5} = -2$$

$$\frac{x}{12} + y = 11$$

olduğuna göre, x kaçtır?



ÇÖZÜM

$$-5 / \frac{-x}{3} + \frac{y}{5} = -2$$

$$\frac{x}{12} + y = 11$$

$$\frac{5x}{3} + \frac{x}{12} = 21 \Rightarrow \frac{21 \cdot x}{12} = 21$$

$$x = 12$$



ÖRNEK 15.

$$\frac{4}{a-1} = \frac{3}{b} \text{ ve}$$

$$5a + 4b = 21$$

olduğuna göre, a kaçtır?



ÇÖZÜM

$$4 \cdot b = 3a - 3$$

$$3a - 4b = 3$$

$$5a + 4b = 21$$

$$8a = 24$$

$$a = 3$$



ÖRNEK 16.

$$-2 / \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 4 \text{ ve}$$

$$\frac{6}{x} + \frac{5}{y} = 2$$

olduğuna göre, $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?



ÇÖZÜM

$$\frac{1}{y} = -6 \Rightarrow y = -\frac{1}{6}$$

$$\frac{3}{x} - 12 = 4 \Rightarrow x = \frac{3}{16}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{16} \cdot -6 = -\frac{9}{8}$$

? ÖRNEK 17.

Aşağıda, kaşık-çatal satan bir mağazanın yaptığı kombinlerin satış fiyatları gösterilmiştir. Her iki kombinde de çatal ve kaşıkların fiyatları birbirine eşittir. Bu kombinlerde herhangi bir indirim yapılmamıştır.



Buna göre, bir kaşığın fiyatı kaç liradır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{array}{r} -4/ \\ 2x + 3y = 21 \\ 3/ \\ 3x + 4y = 29 \\ \hline x = 87 - 84 \\ x = 3 \end{array}$$



NOT

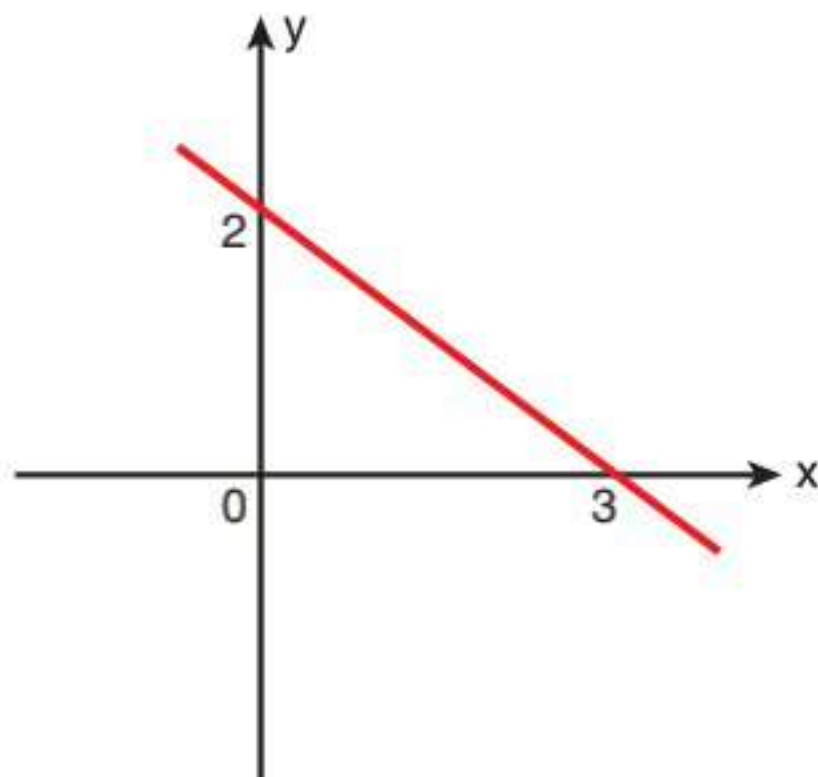
Birinci dereceden iki bilinmeyenli bir denklem koordinat ekseninde bir doğru belirtir.

Örneğin; $2x + 3y = 6$ denklemi aynı zamanda $2x + 3y = 6$ doğrusudur.

Bu doğru koordinat ekseninde x'e sıfır verip y'yi, y'ye sıfır verip x'i bularak çizilir.

$2x + 3y = 6$ doğrusu,

$$\begin{array}{ll} x = 0 \text{ için } y = 2 & (0, 2) \text{ noktası ve} \\ y = 0 \text{ için } x = 3 & (3, 0) \text{ noktasından geçer.} \end{array}$$



YANINDA BULUNSUN

Birinci dereceden iki bilinmeyenli iki denklem verildiğinde bu denklem sisteminin çözümü olan (x, y) ikilisi bu iki doğrunun kesim noktasıdır.

$$a \cdot x + b \cdot y + c = 0$$

$$d \cdot x + e \cdot y + f = 0$$

sisteminin çözümünde 3 durum vardır.

$$I. \quad \frac{a}{d} \neq \frac{b}{e}$$

ise çözüm kümesi tek ikiliden oluşur. Doğrular bir tek noktada kesişir.

$$II. \quad \frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$$

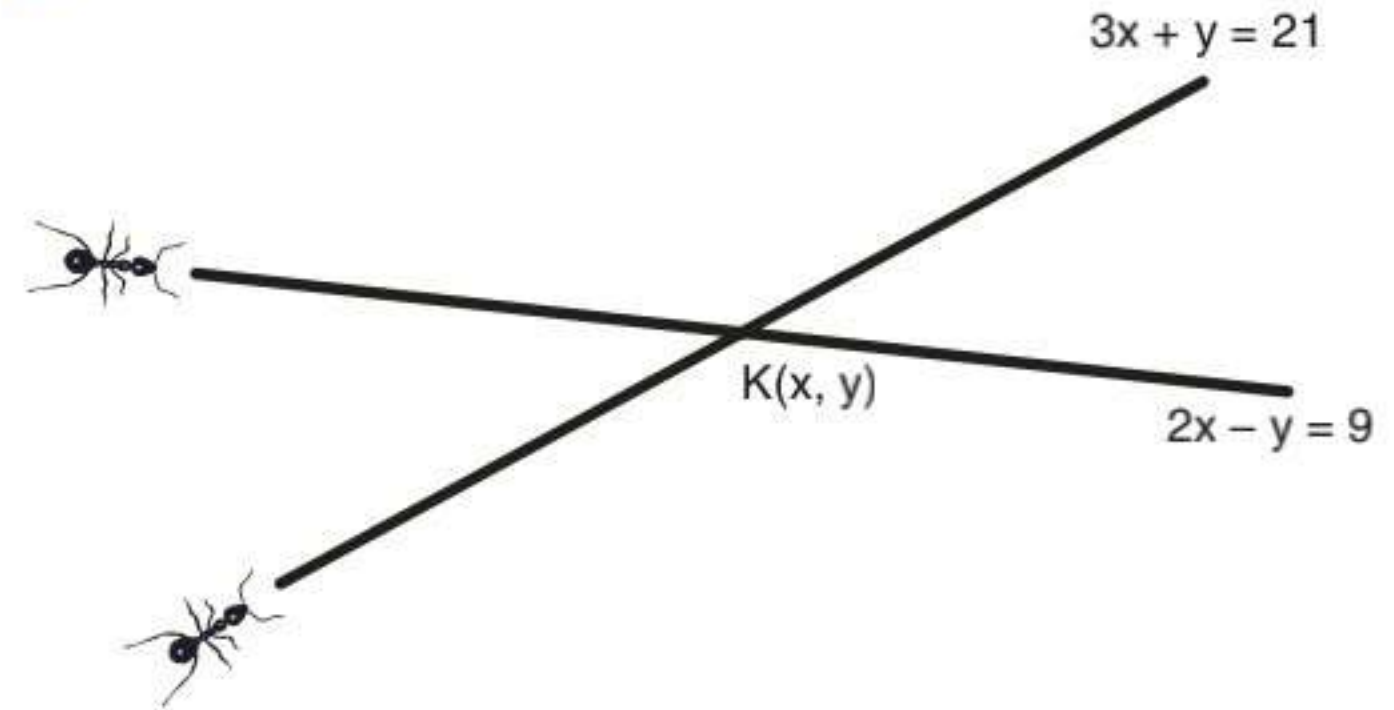
ise çözüm kümesi sonsuz ikiliden oluşur. Bu durumda doğrular çakışıktır.

$$III. \quad \frac{a}{d} = \frac{b}{e} \neq \frac{c}{f}$$

ise çözüm kümesi boş kümedir. Bu durumda doğrular paraleldir.



ÖRNEK 18.



Şekilde iki karıncanın yol doğrultularına ait denklemler verilmiştir. İki karınca $K(x, y)$ noktasından geçiyor.

Buna göre, $x \cdot y$ çarpımı kaçtır?



ÇÖZÜM

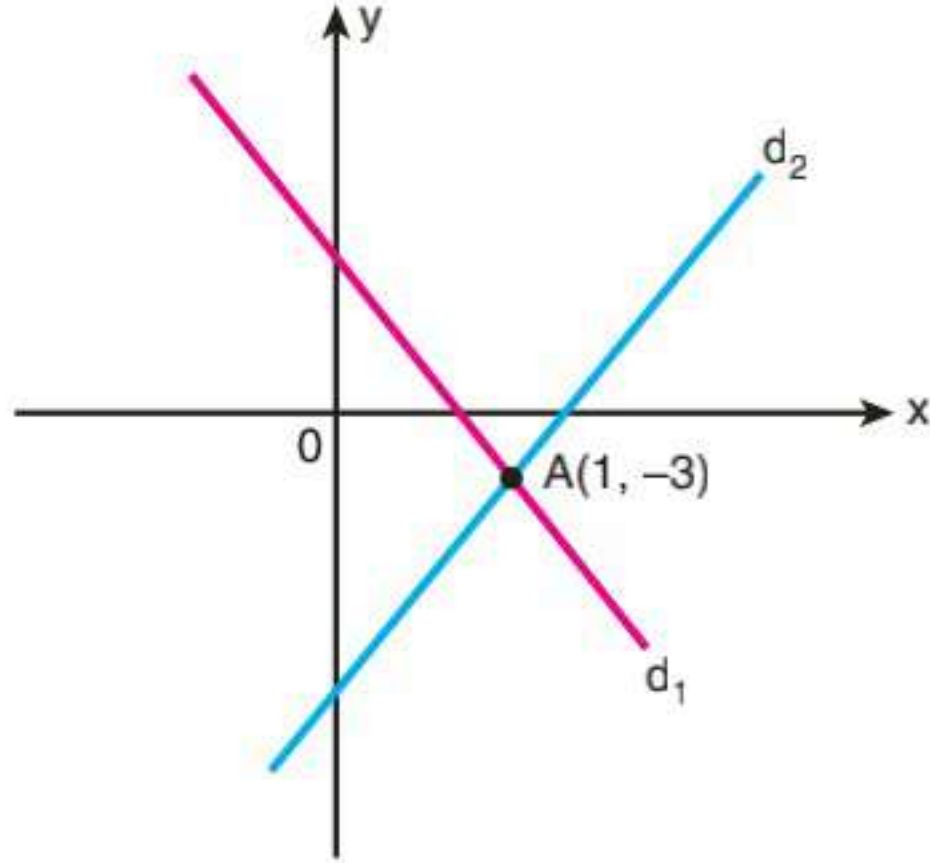
$$\begin{array}{r} 3x + y = 21 \\ + 2x - y = 9 \\ \hline 5x = 30 \\ x = 6 \\ y = 3 \\ x \cdot y = 6 \cdot 3 = 18 \end{array}$$

ÖRNEK 19

$$d_1 : a \cdot x + y = 1 \text{ ve}$$

$$d_2 : 5x - b \cdot y = 11$$

doğruları koordinat düzleminde aşağıdaki gibi gösterilmiştir.



Doğruların kesim noktası $A(1, -3)$ dir.

Buna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} a - 3 &= 1 & 5 + 3b &= 11 \\ a &= 4 & 3b &= 6 \\ & & b &= 2 \\ a \cdot b &= 4 \cdot 2 = 8 \end{aligned}$$

ÖRNEK 20.

$$3x + my - 3 = 0$$

$$nx + 4y + 2 = 0$$

Sisteminin çözüm kümesi sonsuz elemanlıdır.

Buna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \frac{3}{n} &= \frac{m}{4} = \frac{-3}{2} \\ n &= -2, \quad m = -6 \\ m + n &= -2 - 6 = -8 \end{aligned}$$

ÖRNEK 21.

a bir gerçekte sayıdır.

$$2x + (a - 1) \cdot y = 2$$

$$4x + 6y = 1$$

sisteminin çözüm kümesi boş küme olduğuna göre, a kaçtır?

ÇÖZÜM

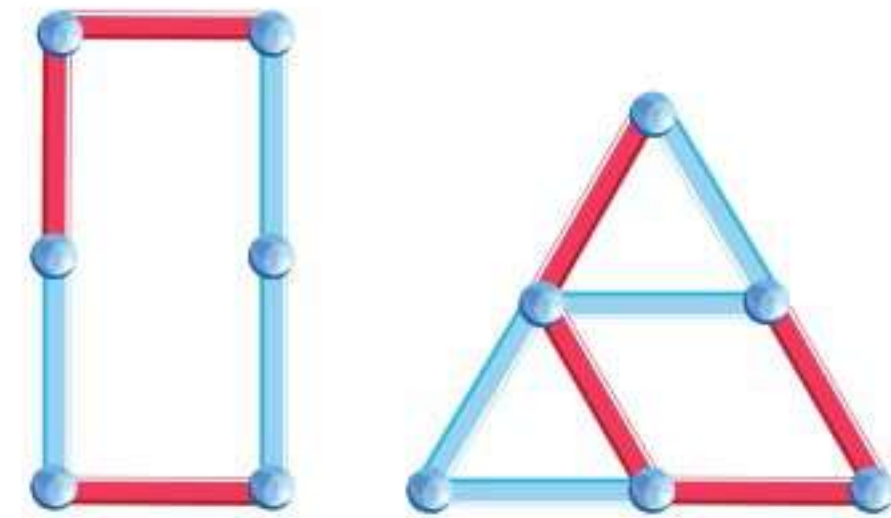
$$\begin{aligned} \frac{2}{4} &= \frac{a-1}{6} \neq \frac{2}{1} \\ a-1 &= 3 \Rightarrow a=4 \end{aligned}$$

ÖRNEK 22.

Aşağıda ağırlıkları farklı ve uçlarında mıknatıs bulunan pembe plastik çubuk, mavi plastik çubuk ve küre şeklinde mıknatıs materyaller gösterilmiştir. Küre şeklindeki mıknatısın ağırlığı 3 gramdır.



Ellerinde yeteri kadar materyal bulunan Onur ve Tuğba,



Onur

Tuğba

şekillerini oluşturmuşlardır.

Onur, oluşturduğu şeklin ağırlığını 72 gram ve Tuğba, oluşturduğu şeklin ağırlığını 94 gram olarak ölçmüştür.

Buna göre, birer tane pembe ve mavi çubuğun ağırlığı bulunabilir mi? Bulunabilirse kaç gramdır?

(Kullanılan pembe plastik çubuklar eş ve mavi plastik çubuklar eştir.)

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} 3x + 3y + 6 \cdot 3 &= 72 \Rightarrow x + y = 18 \\ 4x + 4y + 6 \cdot 3 &= 94 \Rightarrow x + y = 19 \\ &\underline{\hspace{10em}} \\ &x \text{ ve } y \\ &\text{bulunamaz} \end{aligned}$$

YANINDA BULUNSUN

- Bir eşitsizliğin her iki yanına aynı sayı eklenir ya da çıkarılırsa eşitsizliğin yönü değişmez.
 $a < b$ ise $a + c < b + c$ dir.
 $a < b$ ise $a - c < b - c$ dir.
- Bir eşitsizliğin her iki yanını pozitif bir sayı ile çarpılır ya da bölünürse eşitsizliğin yönü değişmez.
 Buna göre; a, b ve c birer gerçekte sayı olmak üzere,
 $(a < b$ ve $c > 0)$ ise $a \cdot c < b \cdot c$ dir.
 $(a < b$ ve $c > 0)$ ise $a : c < b : c$ dir.
- Bir eşitsizliğin her iki yanını negatif bir sayı ile çarpılır ya da bölünürse eşitsizliğin yönü değişir.
 Buna göre; a, b ve c birer gerçekte sayı olmak üzere,
 $(a < b$ ve $c < 0)$ ise $a \cdot c > b \cdot c$ dir.
 $(a < b$ ve $c < 0)$ ise $a : c > b : c$ dir.
- a ile b aynı işaretli olmak üzere, a ile b 'nin çarpma işlemine göre tersleri alınır ise eşitsizlik yönü değişir.
 $(a \cdot b > 0$ ve $a < b)$ ise $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ dir.

ÖRNEK 2.

$$a - b < 0 \text{ ve } a \cdot c > b \cdot c$$

eşitsizlikleri veriliyor.

Buna göre,

$$I. \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$$

$$II. \frac{b-a}{c} < 0$$

$$III. a + c < 0$$

ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

ÇÖZÜM

$$a < b \text{ ve } c < 0$$

$$I. \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$$

$$II. b - a > 0 \Rightarrow \frac{b-a}{c} < 0$$

$$III. a > 0 \text{ ise } a + c > 0 \text{ olabilir.}$$

Yalnız II doğrudur.

ÖRNEK 3.

a, b ve c sıfırdan farklı birer gerçekte sayıdır.

- $a \cdot b^2 < 0$
- $a \cdot b < b$
- $c^3 \cdot b < 0$

olduğuna göre; a, b ve c 'nin işaretlerini sırasıyla bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\bullet a \cdot \cancel{b^2} < 0 \Rightarrow a < 0$$

$$\bullet a \cdot b < b \Rightarrow b > 0$$

$$\bullet \underset{-}{c^3} \cdot \underset{+}{b} < 0 \Rightarrow c < 0$$

- , + , -

ÖRNEK 1.

m ile n birer gerçekte sayıdır.

$m < n$ olmak üzere,

$$I. 3 \cdot m < 3 \cdot n$$

$$II. \frac{m}{-2} < \frac{n}{-2}$$

$$III. \frac{1}{m} > \frac{1}{n}$$

$$IV. m - 7 < n - 7$$

ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

ÇÖZÜM

$$m < n$$

$$I. 3 \cdot m < 3 \cdot n$$

$$II. \frac{m}{-2} > \frac{n}{-2}$$

$$III. m < 0 \text{ ve } n > 0 \text{ için}$$

$$\frac{1}{m} < \frac{1}{n} \text{ dir.}$$

$$IV. m - 7 < n - 7$$

I ve IV doğrudur.

Birinci Dereceden Eşitsizliğin Özellikleri

ÖRNEK 4.

x ve y birer gerçekte sayıdır.

- $x < y$
- $ax - ay > x^2 - y^2$

eşitsizlikleri veriliyor.

Buna göre, $a < x + y$ olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM

$$a \cdot (x-y) > (x-y) \cdot (x+y)$$

$$a < x+y$$

ÖRNEK 5.

Aşağıda verilen eşitsizliklerin çözüm kümelerini bulunuz.

- $-3 \cdot x < 9$
- $7 - 2x \leq 1 - x$
- $\frac{x-1}{-2} \leq 3$
- $\frac{x+1}{2} - 1 < \frac{x}{3}$

ÇÖZÜM

- $-3 \cdot x < 9 \Rightarrow x > -3$
- $7 - 2x \leq 1 - x \Rightarrow x \geq 6$
- $\frac{x-1}{-2} \leq 3 \Rightarrow x-1 \geq -6 \Rightarrow x \geq -5$
- $\frac{x+1}{2} - 1 < \frac{x}{3} \Rightarrow \frac{x-1}{2} < \frac{x}{3} \Rightarrow 3x-3 < 2x$
 $x < 3$

ÖRNEK 6.

$$-2 < x < 5$$

olmak üzere, $3 - 2x$ ifadesi hangi aralıktadır?

ÇÖZÜM

$$-2 < x < 5$$

$$-10 < -2x < 4$$

$$-7 < 3-2x < 7$$

$$(-7, 7)$$

ÖRNEK 7.

Aşağıda bir haritada A şehrinden B şehrine gitmek için iki ayrı yol verilmiştir.



I. Yol $7 \cdot x$ km

II. Yol $(2x + 40)$ km

I. Yol, II. Yoldan daha kısa olduğuna göre, x sayısının alabileceği tüm değerler hangi aralıktadır?

ÇÖZÜM

$$0 < 7x < 2x+40$$

$$0 < 5x < 40$$

$$0 < x < 8$$

$$(0, 8)$$

ÖRNEK 8.

$$2x + y = 5 \text{ ve}$$

$$-1 < x \leq 3$$

olduğuna göre, y sayısı hangi aralıkta bulunur?

ÇÖZÜM

$$y = 5 - 2x \quad -6 \leq -2x < 2$$

$$-1 \leq 5 - 2x < 7$$

$$-1 \leq y < 7$$

$$[-1, 7)$$

? ÖRNEK 9.

C: Sıcaklığın santigrad birimine göre ölçüsü

F: Sıcaklığın fahrenheit birimine göre ölçüsü

olmak üzere; Fahrenheit ve santigrad değerleri arasında,

$$C = \frac{5}{9} \cdot (F - 32)$$

bağıntısı vardır.

Santigrad birimine göre bir şehrin sıcaklığı bir ay içinde $30 \leq C \leq 40$ olduğuna göre, Fahrenheit birimine göre hangi aralıktadır?

✓ ÇÖZÜM

$$30 \leq \frac{5}{9} \cdot (F - 32) \leq 40$$

$$54 \leq F - 32 \leq 72$$

$$86 \leq F \leq 104$$

$$[86, 104]$$

? ÖRNEK 10.

x, y ve z sıfırdan farklı birer gerçekte sayıdır.

$$\frac{1}{x} < 0 < \frac{1}{y} < \frac{1}{z}$$

olduğuna göre; x, y ve z'yi küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

✓ ÇÖZÜM

$$x < 0 \quad y > z$$

$$x < 0 < z < y$$

$$x < z < y$$

? ÖRNEK 11.

$$\frac{-1}{2} < \frac{1}{x} \leq \frac{-1}{6}$$

eşitsizliği veriliyor.

Buna göre, x'in alabileceği tam sayı değerleri toplamı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$-\frac{1}{2} < \frac{1}{x} \leq -\frac{1}{6}$$

$$-6 \leq x < -2$$

$$-6 + (-5) + (-4) + (-3) = -18$$



YANINDA BULUNSUN

- $x < y$ ise $x^3 < y^3$ tür.
- $0 < x < y$ ise $x^2 < y^2$
- $x < y < 0$ ise $x^2 > y^2$
- a ve b birer pozitif gerçekte sayı olmak üzere,
 $a < x < b$ ise $a^2 < x^2 < b^2$ dir.
- a negatif ve b pozitif birer gerçekte sayı olmak üzere,
 $a < x < b$ ise $0 \leq x^2 < \max\{a^2, b^2\}$
- $x > x^2$ ise $0 < x < 1$ dir.

? ÖRNEK 12.

a) $-2 < x < 3$

ise x^2 hangi aralıktadır?

b) $2 < x < 5$

ise x^2 hangi aralıktadır?

c) $-3 < x < 2$

ise x^3 hangi aralıktadır?

✓ ÇÖZÜM

a) $0 \leq x^2 < 9$

b) $4 < x^2 < 25$

c) $-27 < x^3 < 8$

Birinci Dereceden Eşitsizliğin Özellikleri

ÖRNEK 13.

$$-3 < x < 1$$

olduğuna göre, $3 - x^2$ sayısı hangi aralıktadır?

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} 0 &\leq x^2 < 9 \\ -9 &< -x^2 \leq 0 \\ -6 &< 3 - x^2 \leq 3 \\ &(-6, 3] \end{aligned}$$

ÖRNEK 14.

$$2 < 7 - x < 10$$

olduğuna göre, $x^2 + 1$ ifadesinin en geniş değer aralığını bulmak isteyen bir öğrenci, işlemleri aşağıdaki adımları izleyerek yapmıştır.

1. Adım $2 - 7 < 7 - x - 7 < 10 - 7$
2. Adım $-5 < -x < 3$
3. Adım $-3 < x < 5$
4. Adım $9 < x^2 < 25$
5. Adım $10 < x^2 + 1 < 26$

Buna göre, bu sorunun çözümünü 5 adımda yapan öğrenci ilk hatayı kaçınıcı adımda yapmıştır?

ÇÖZÜM

4. adımda
 $0 \leq x^2 < 25$ olmalıydı.
ilk hata 4. adımda yapılmıştır.



YANINDA BULUNSUN

Farklı değişkenlere bağlı aynı yöndeki iki eşitsizlik taraf tarafa sadece toplanabilir, çıkarılamaz, çarpılamaz ve bölünemez.

a, b, c ve d birer gerçektek sayı olmak üzere,
 $a < x < b$ ve $c < y < d$ olsun.

- $a < x < b$
- $+ \quad c < y < d$
 $a + c < x + y < b + d$
- $a < x < b$
- $+ \quad -d < -y < -c$
 $a - d < x - y < b - c$
- $a < x < b$
- $\times \quad c < y < d$
 $\min \begin{Bmatrix} ac, bc, \\ bd, ad \end{Bmatrix} < x \cdot y < \max \begin{Bmatrix} ac, bc, \\ bd, ad \end{Bmatrix}$



ÖRNEK 15.

$$-2 < a < 3$$

$$1 < b < 4$$

eşitsizlikleri veriliyor.

Buna göre,

- i) $a + b \Rightarrow -1 < a + b < 7$
- ii) $2a - b \Rightarrow -4 < 2a < 6$
 $-4 < -b < -1$
- iii) $a^2 - b^2 \Rightarrow -8 < 2a - b < 5$
- iv) $a \cdot b$

ifadelerinin hangi aralıklarda olduğunu bulunuz.



ÇÖZÜM

- iii) $0 \leq a^2 < 9$ iv) $-8 < a \cdot b < 12$
- $1 < b^2 < 16$
- $-16 < a^2 - b^2 < 8$

? ÖRNEK 16.

x ve y birer tam sayıdır.

$$-2 < x < 5$$

$$3 < y \leq 7$$

olduğuna göre, $x - y$ ifadesinin en büyük değeri kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

Tam sayıda değer verilir.

$$4 - 4 = 0$$

? ÖRNEK 17.

x ve y birer gerçekte sayıdır.

$$-1 < x < 4$$

$$-3 < y < -1$$

olduğuna göre, $x - 2y$ ifadesinin en küçük tam sayı değeri kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$-1 < x < 4$$

$$+ \quad 2 < -2y < 6$$

$$1 < x - 2y < 10$$

En küçük tam sayı 2 dir.

? ÖRNEK 18.

x ve y birer gerçekte sayıdır.

$$-3 < x < 2 \text{ ve}$$

$$1 < y < 4$$

eşitsizlikleri veriliyor.

Buna göre, $x^2 + y^2$ toplamının hangi aralıkta olduğunu bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$0 \leq x^2 < 9$$

$$+ \quad 1 < y^2 < 16$$

$$1 < x^2 + y^2 < 25$$

$$(1, 25)$$

? ÖRNEK 19.

x, y ve z birer pozitif tam sayıdır.

$$\frac{x-y}{y} > 3 \text{ ve } \frac{y-z}{z} < 2$$

olduğuna göre, $x + y + z$ toplamının alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$x - y > 3y \Rightarrow x > 4y$$

$$y - z < 2z \Rightarrow y < 3z$$

$$z = 1 \text{ için } y = 1, x = 5$$

$$x + y + z = 1 + 1 + 5 = 7 \text{ bulunur.}$$

? ÖRNEK 20.

$x^2 < -x$ olmak üzere,

$$2x + y = 3$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, y'nin hangi aralıkta olduğunu bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$x^2 < -x \Rightarrow -1 < x < 0$$

$$y = 3 - 2x$$

$$0 < -2x < 2$$

$$3 < 3 - 2x < 5$$

$$3 < y < 5$$

$$(3, 5)$$

Birinci Dereceden Eşitsizliğin Özellikleri

? ÖRNEK 21.

$$\frac{1}{6} < x < \frac{1}{2}$$

$$\frac{-1}{2} < y < \frac{-1}{5}$$

olduğuna göre, $\frac{x+y}{x \cdot y}$ ifadesinin alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\frac{x+y}{x \cdot y} = \frac{x}{x \cdot y} + \frac{y}{x \cdot y} = \frac{1}{y} + \frac{1}{x}$$

$$2 < \frac{1}{x} < 6$$

$$-5 < \frac{1}{y} < -2$$

$$-3 < \frac{1}{x} + \frac{1}{y} < 4$$

En büyük tam sayı değeri 3'tür.

? ÖRNEK 22.

$x < 2y < 0$ olmak üzere,

$$\frac{4x+3y}{x}$$

ifadesinin en büyük tam sayı değeri kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\frac{4x+3y}{x} = 4 + 3 \cdot \frac{y}{x} \quad \frac{y}{x} > 0$$

$$x < 2y \Rightarrow 0 < \frac{y}{x} < \frac{1}{2}$$

$$0 < 3 \cdot \frac{y}{x} < \frac{3}{2}$$

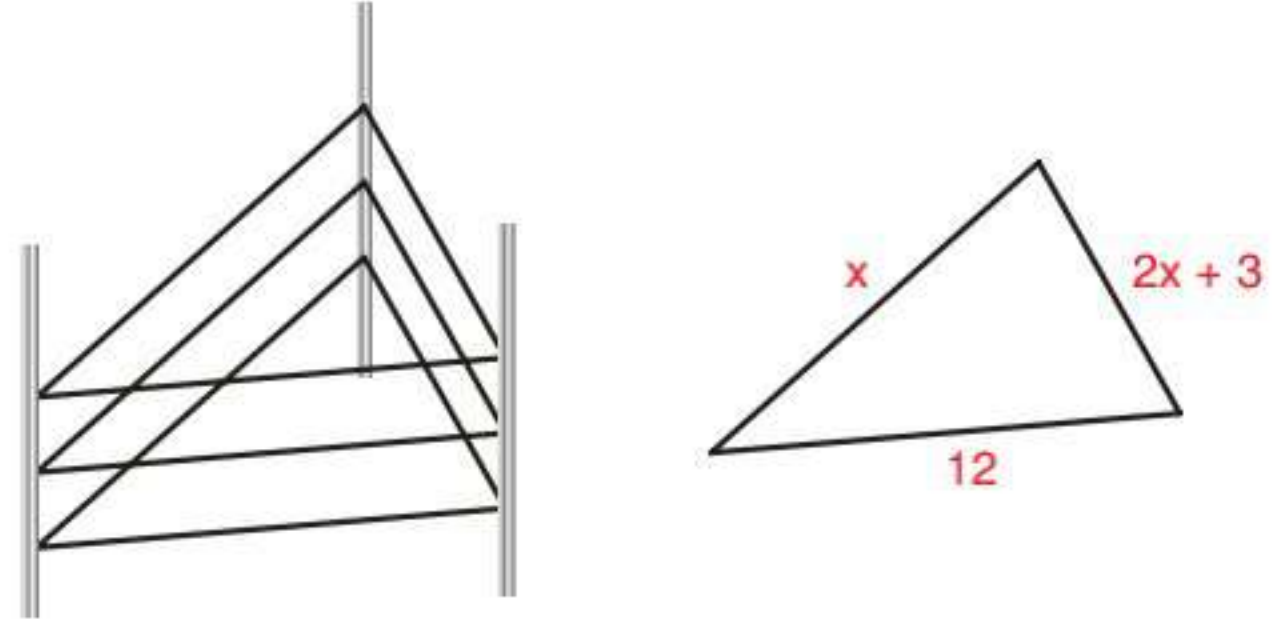
$$4 < 4 + 3 \cdot \frac{y}{x} < \frac{11}{2}$$

En büyük tam sayı değeri 5'tir.

? ÖRNEK 23.

"Bir üçgende bir kenarın uzunluğu, diğer iki kenarın uzunlukları toplamından küçük olmalıdır."

Aşağıdaki tellerden yapılmış çit, 3 tane eş üçgenden oluşmuştur. Bu üçgenlerden biri sağ tarafta gösterilmiştir.



x bir tam sayı olmak üzere, metre birimine göre bu çitin yapımında en az kaç metre tel kullanılmıştır?

✓ ÇÖZÜM

- $2x+3 < x+12$ Kullanılan tel
 $x < 9$ $3 \cdot (x+2x+3+12)$
 - $12 < x+2x+3$
 $9 < 3x \Rightarrow 3 < x$ $9x+45$
- $3 < x < 9 \Rightarrow x=4$ için $9 \cdot 4 + 45 = 81$

? ÖRNEK 24.

Bir bilgi yarışmasında A ve B olmak üzere iki bölüm vardır. Bir yarışmacının toplam puanı A'dan aldığı puana, B'den aldığı puanın 2 katının eklenmesiyle hesaplanmaktadır.

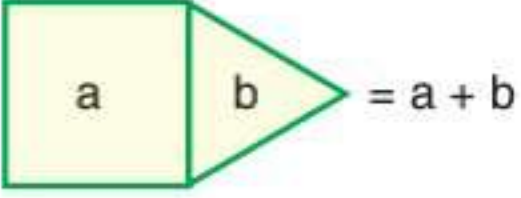
Bir yarışmacının A bölümünden aldığı puanın -6 ile 5 arasında bir tam sayı, B bölümünden aldığı puanın 3 ile 8 arasında bir tam sayı olduğu bilinmektedir.

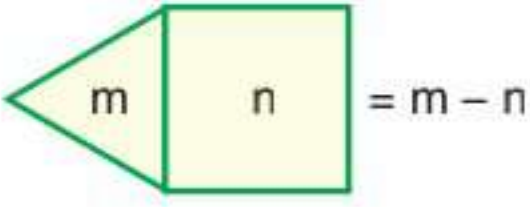
Buna göre, yarışmacının bu yarışmadan aldığı toplam puan en çok kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\left. \begin{array}{l} -6 < A < 5 \\ 3 < B < 8 \end{array} \right\} \begin{array}{l} A=4 \\ B=7 \end{array}$$

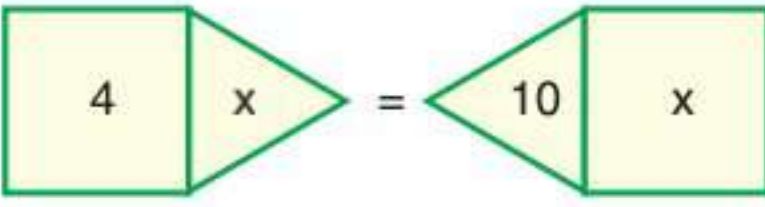
$$A + 2 \cdot B = 4 + 14 = 18$$

1.  = a + b

 = m - n

işlemleri tanımlanıyor.

Buna göre,



eşitliğini sağlayan x sayısı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$\begin{aligned} x + 4 &= 10 - x \\ 2x &= 6 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

2. $x > y$ ve $ax < ay$

eşitsizlikleri veriliyor.

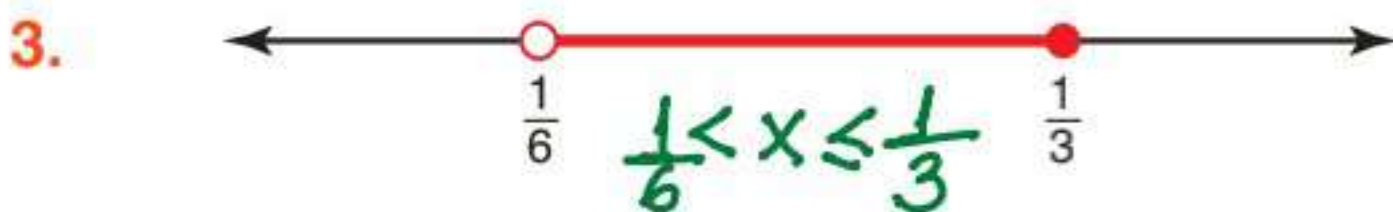
Buna göre,

- I. $x - y > a$ + > -
 II. $x^2 < y^2$ x=3, y=2 için yanlış
 III. $x \cdot y > 0$ x=1, y=-1 için yanlış

ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız II
 D) II ve III E) I, II ve III

$$\begin{aligned} x > y \text{ ve } a < 0 \\ x - y > 0 \end{aligned}$$



Yukarıdaki sayı doğrusunda x sayısının alabileceği değerler gösterilmiştir.

Buna göre, $3 - 12x$ ifadesinin alabileceği tam sayı değerleri toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$\begin{aligned} -4 &\leq -12x < -2 \\ -1 &\leq 3 - 12x < 1 \\ -1 + 0 &= -1 \end{aligned}$$

4. x ve y birer gerçel sayıdır.

$$-1 \leq x < 5 \text{ ve}$$

$$-2 < y < 3$$

eşitsizlikleri veriliyor.

Buna göre, $x - y$ farkının en büyük tam sayı değeri kaçtır?

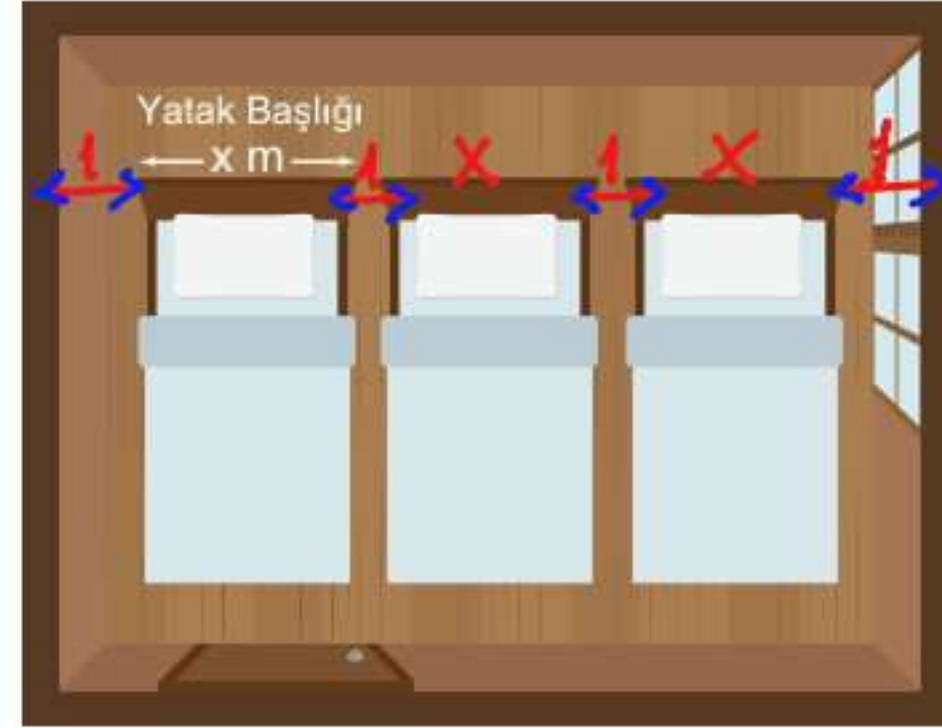
- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

$$-1 \leq x < 5$$

$$-3 < -y < 2$$

$$-4 < x - y < 7$$

5. Aşağıda bir kenarı 18 metreden küçük olan kare tabanlı bir odaya, dikdörtgen tabanlı birbirinin aynısı olan 3 yatak yerleştirilmiştir. Yataklar duvarlara paraleldir.



En sağdaki ve en soldaki yatak, duvarlardan yatay yönde birer metre uzaklıkta olup yan yana iki yatak arasında 1 metre boşluk bırakılmıştır.

x yatak başlığının uzunluğu tam sayı olmak üzere, en çok kaç metredir?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

$$3x + 4 < 18$$

$$3x < 14$$

$$x < \frac{14}{3}$$

6. $x^3 - 8x^2 > 0$ ve $x^3 > 8x^2 \Rightarrow x > 8$
 $y^3 + 6y^2 < 0$ $y^3 < -6y^2 \Rightarrow y < -6$

eşitsizlikleri veriliyor.

Buna göre, $3x - 2y$ farkının en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 35 B) 36 C) 37 D) 38 E) 39

$$\begin{aligned} 3x > 24 \\ -2y > 12 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} 3x > 24 \\ -2y > 12 \end{aligned}} \right\} 3x - 2y > 36$$

Birinci Dereceden Denklem ve Eşitsizlikler

7. $a \cdot b = \frac{1}{4}$ ve
 $1 < a < 5$

olduğuna göre, b sayısı aşağıdaki aralıkların hangisinde bulunur?

- A) $0,5 < b < 0,8$ B) $0,25 < b < 0,4$
C) $0,25 < b < 0,5$ D) $0,05 < b < 0,25$
E) $0,25 < b < 0,8$

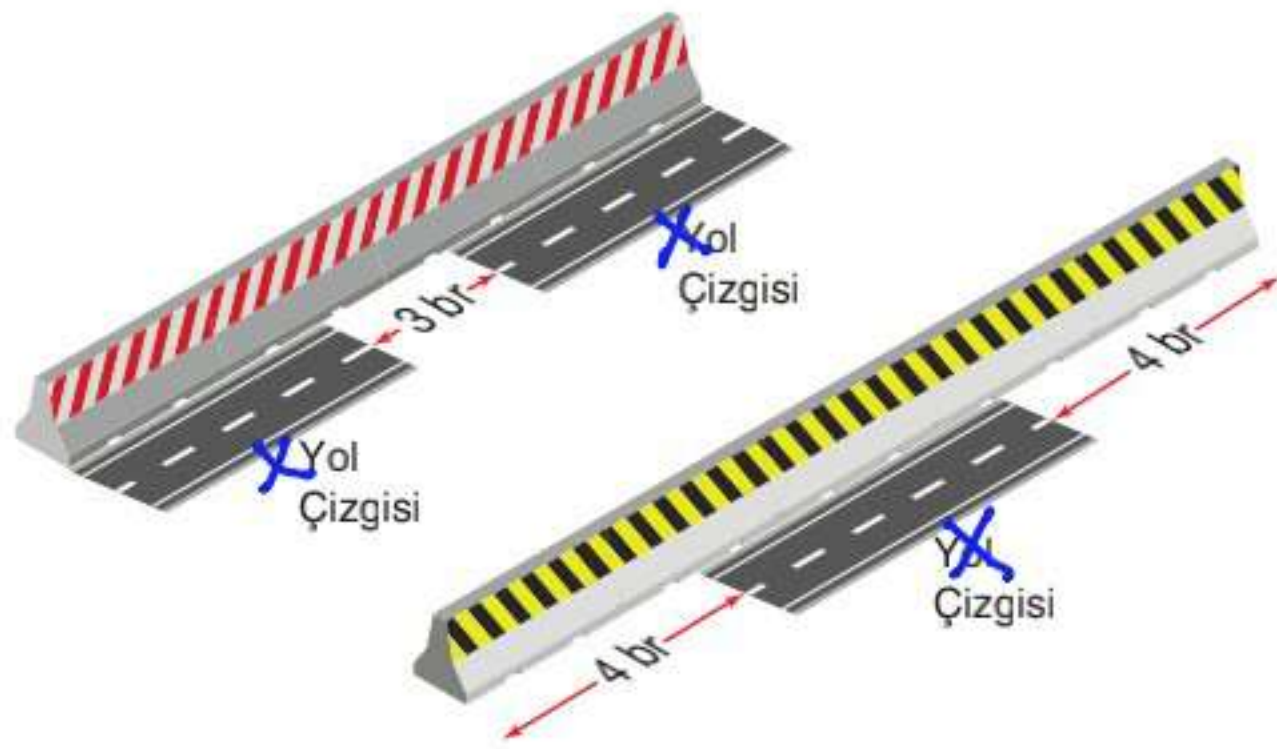
$$a = \frac{1}{4b}$$

$$1 < \frac{1}{4b} < 5 \Rightarrow 4 < \frac{1}{b} < 20$$

$$\frac{1}{20} < b < \frac{1}{4}$$

$$0,05 < b < 0,25$$

8. Aşağıda biri kırmızı-beyaz ve diğeri sarı-siyah renkte olan iki bariyer görseli verilmiştir.



Bariyerlerin önlerindeki yol çizgilerinin uzunlukları eşittir. Beyaz-kırmızı bariyerin önünde aralarında 3 br olan iki yol çizgisi ve sarı-siyah bariyerin önünde sağdan ve soldan 4 br boşluk bırakılarak bir tane yol çizgisi bulunmaktadır.

Sarı-siyah bariyerin uzunluğu kırmızı-beyaz bariyerden daha uzundur.

Buna göre, tüm yol çizgilerinin toplamının tam sayı değeri en çok kaç birimdir?

- A) 17 B) 16 C) 15 D) 14 E) 13

$$x + 8 > 2x + 3$$

$$x < 5$$

$$3x < 15$$

9. a, b ve c birer gerçekte sayıdır.

$$a + 2b < a \Rightarrow b < 0$$

$$b \cdot (a - c) > 0 \Rightarrow a - c < 0$$

eşitsizlikleri veriliyor. $a < c$

Buna göre,

I. $a < c$ ✓

II. $b > c$ -

III. $a \cdot b > 0$ -

ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız II
D) I ve III E) II ve III

10. x ve y birer gerçekte sayıdır.

$$x + 3y = 12 \text{ ve } x - y > 8 \text{ dir.}$$

Buna göre, x'in alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

$$x = 12 - 3y$$

$$12 - 3y - y > 8$$

$$-3y > -3$$

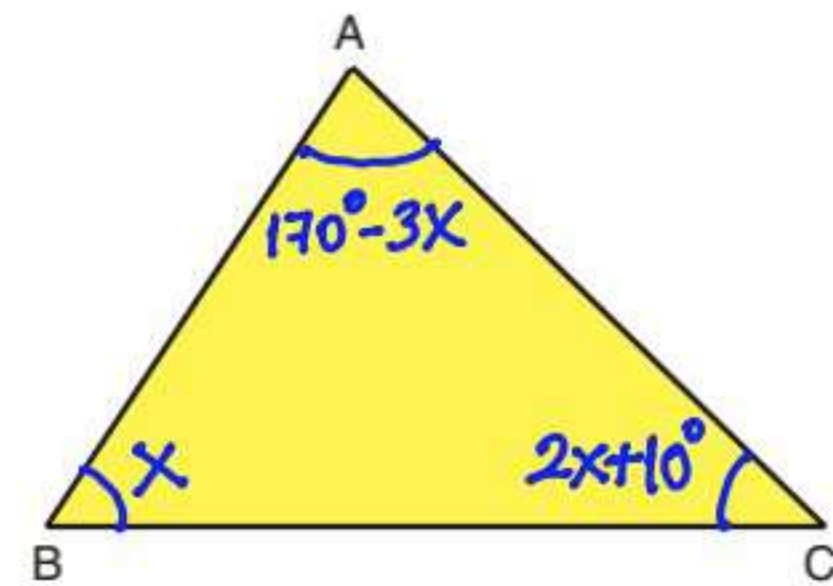
$$12 - 3y > 9$$

$$x > 9$$

$$4y < 4$$

$$y < 1$$

11. Aşağıda bir ABC üçgeni verilmiştir.



- A açısı dar açıdır.
- C açısının ölçüsü B açısının ölçüsünün 2 katından 10° fazladır.

Buna göre, B açısının ölçüsü tam sayı olarak en az kaç derecedir?

- A) 25 B) 26 C) 27 D) 28 E) 29

$$0 < 170 - 3x < 90$$

$$-170 < -3x < -80$$

$$\frac{80}{3} < x < \frac{170}{3}$$

$$26,6... < x < 56,6...$$

$$x = 27^\circ$$

12. a, b ve c negatif birer tam sayıdır.

$$\frac{3a-b}{a} > 2 \text{ ve } \frac{a+2c}{c} < 3$$

eşitsizlikleri veriliyor.

Buna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $a < b < c$ B) $a < c < b$ C) $b < a < c$
D) $c < b < a$ E) $c < a < b$

$$\begin{aligned} 3a-b < 2a & \quad a+2c > 3c \\ a < b & \quad a > c \\ c < a < b \end{aligned}$$

13. a ve b birer gerçekte sayıdır.

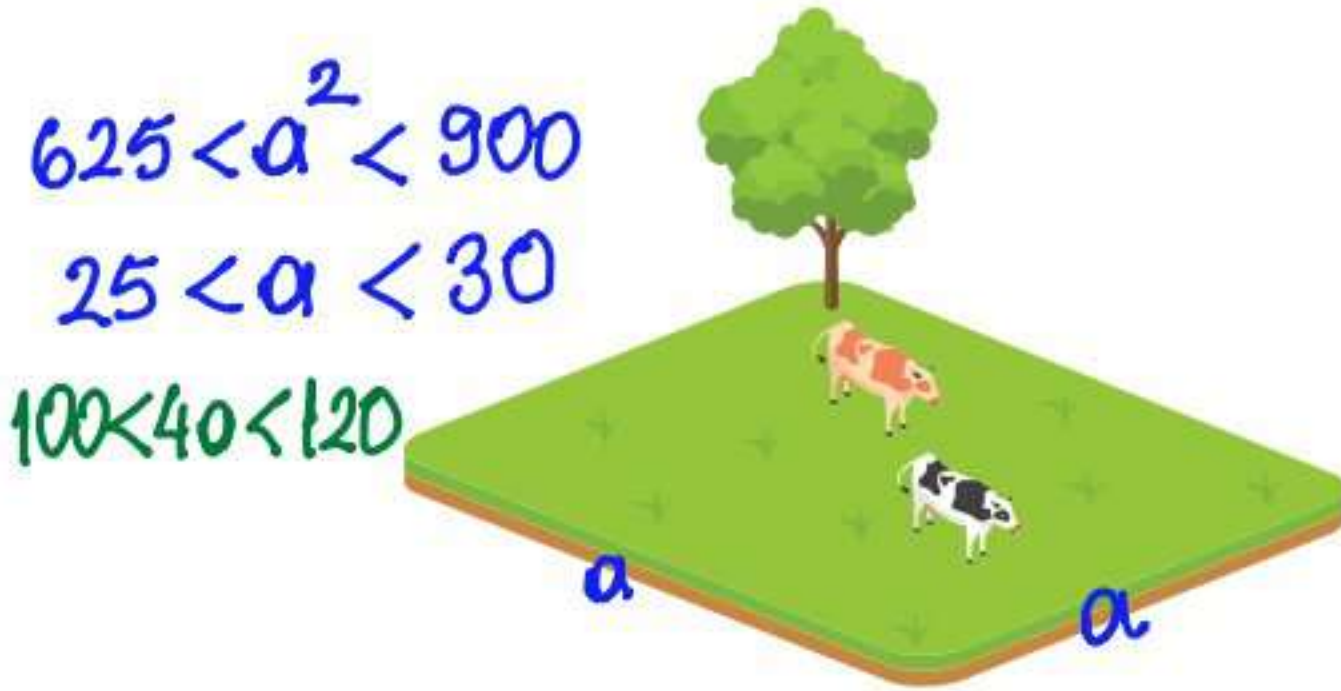
$$-2 < a < 3 \text{ ve } b = a^2 + 1$$

olduğuna göre, b hangi aralıktadır?

- A) $5 < b < 10$ B) $1 \leq b < 10$ C) $1 < b \leq 10$
D) $5 \leq b < 10$ E) $6 \leq b < 11$

$$\begin{aligned} 0 &\leq a^2 < 9 \\ 1 &\leq a^2 + 1 < 10 \\ 1 &\leq b < 10 \end{aligned}$$

14. Aşağıda, büyükbaş hayvanların otlatıldığı karesel bölge şeklinde bir otlak görseli verilmiştir.



Otlak alanı 625 m^2 den fazla 900 m^2 den azdır. Bahçenin etrafı bir sıra çit ile çevrilecektir. Çitlerin bir metresinin fiyatı en az 12 lira en fazla ise 15 liradır.

Buna göre, bu otlakın çit maliyeti x olmak üzere, x aşağıdaki aralıkların hangisinde bulunur?

- A) $1500 < x < 2400$ B) $1200 < x < 1800$
C) $1250 < x < 1750$ D) $1200 < x < 2000$
E) $1000 < x < 1800$

$$\begin{aligned} 1200 < 48 \cdot a < 1440 \\ 1500 < 60 \cdot a < 1800 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} 1200 < 48 \cdot a < 1440 \\ 1500 < 60 \cdot a < 1800 \end{aligned}} \right\} 1200 < x < 1800$$

15. x, y ve z birer negatif tam sayıdır.

$$1 - \frac{y}{z} > \frac{x-y}{z} \quad 1 - \frac{y}{z} > \frac{x}{z} - \frac{y}{z}$$

eşitsizliği veriliyor.

Buna göre,

- I. $z < x$ ✓
II. $(x-z) \cdot y < 0$ ✓
III. $y < x$ -

ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız II
D) II ve III E) I, II ve III

16. Topladığı zeytinleri zeytinyağına dönüştürmek isteyen zeytinyağı üreticisine bir firma tarafından 2 seçenek sunulmuştur.

I. Seçenek

- İlk 4 saat için 25 TL ve 4. saatten sonra saati 20 TL.

II. Seçenek

- 45 TL sabit bir ücret ve her saat için 18 TL.

Zeytinyağı üreticisi için II. Seçenek daha ekonomik olduğuna göre, zeytinyağı üretimi tam sayı olarak en az kaç saat sürmüştür?

- A) 49 B) 50 C) 51 D) 52 E) 53

$$\begin{aligned} 25 + (x-4) \cdot 20 &> 45 + 18 \cdot x \\ 2x &> 100 \Rightarrow x > 50 \end{aligned}$$

17. $\frac{2x+1}{4} - \frac{2x-3}{6} \leq 1$

eşitsizliğin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, \frac{3}{2}]$ B) $(-\infty, -3]$ C) $(-\infty, -2]$

D) $(-\infty, -1]$ E) $(-\infty, 0]$

$$\begin{aligned} (6x+3) - (4x-6) &\leq 12 \\ 2x+9 &\leq 12 \Rightarrow x \leq \frac{3}{2} \quad \left(-\infty, \frac{3}{2}\right] \end{aligned}$$

1. C	2. A	3. B	4. C	5. C	6. C
7. D	8. D	9. A	10. B	11. C	12. E
13. B	14. B	15. B	16. C	17. A	



YANINDA BULUNSUN

Birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizlikler;

- $ax + by + c < 0$
- $ax + by + c > 0$
- $ax + by + c \leq 0$
- $ax + by + c \geq 0$

biçimlerinden biri ile ifade edilir.

Bu eşitsizliklerin her biri analitik düzlemde bir bölge belirtir.



NOT

Eşitsizliğin çözüm kümesini bulmak için önce $ax + by + c = 0$ doğrusunun grafiği çizilir. Bu doğrunun belirttiği bölgelerden biri eşitsizliğin çözüm kümesidir.

Bu bölge şöyle bulunur:

Bölgelerin birine ait bir nokta alınır. Bu nokta verilen eşitsizlikte yerine yazılır. Eşitsizlik sağlanıyorsa noktanın bulunduğu bölge, sağlanmıyorsa diğer bölge eşitsizliğin çözüm kümesidir.



NOT

Verilen eşitsizlik \geq ya da \leq biçiminde ise doğrunun kendisi de çözüme dahildir. Doğrunun grafiği sürekli bir çizgi olur. Eşitsizlik $>$ ya da $<$ biçiminde ise doğrunun grafiği çözüme ait olmayıp doğrunun grafiği kesikli çizgi olarak çizilir.



ÖRNEK 1.

$$2x - 3y + 6 > 0$$

eşitsizliğin grafiğini çiziniz.



ÇÖZÜM

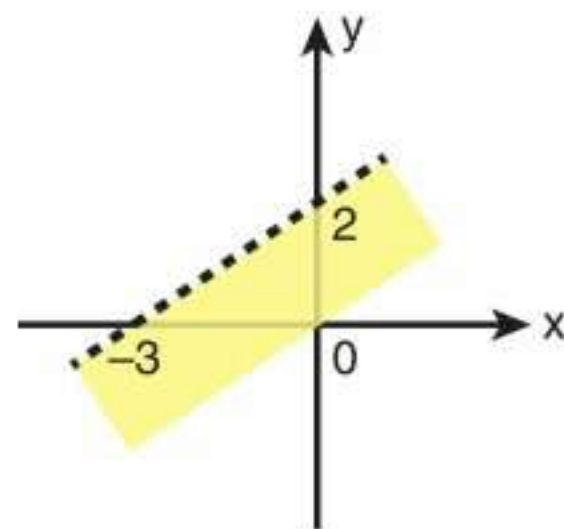
$$2x - 3y + 6 = 0$$

$$x=0 \text{ için } y=2$$

$$y=0 \text{ için } x=-3$$

$$3y < 2x + 6$$

$$y < \frac{2x + 6}{3}$$



ÖRNEK 2.

$$y \geq 2x - 8$$

eşitsizliğin grafiğini çiziniz.



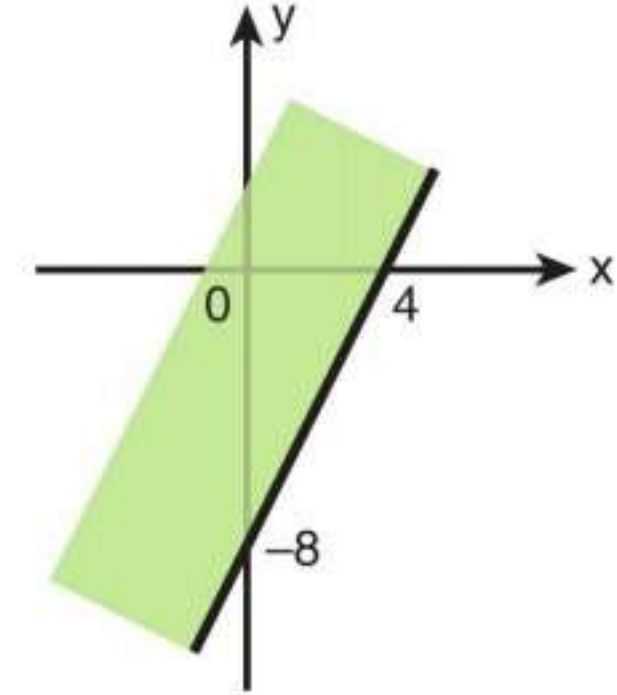
ÇÖZÜM

$$y = 2x - 8$$

$$x=0 \text{ için } y=-8$$

$$y=0 \text{ için } x=4$$

$$y \geq 2x - 8$$



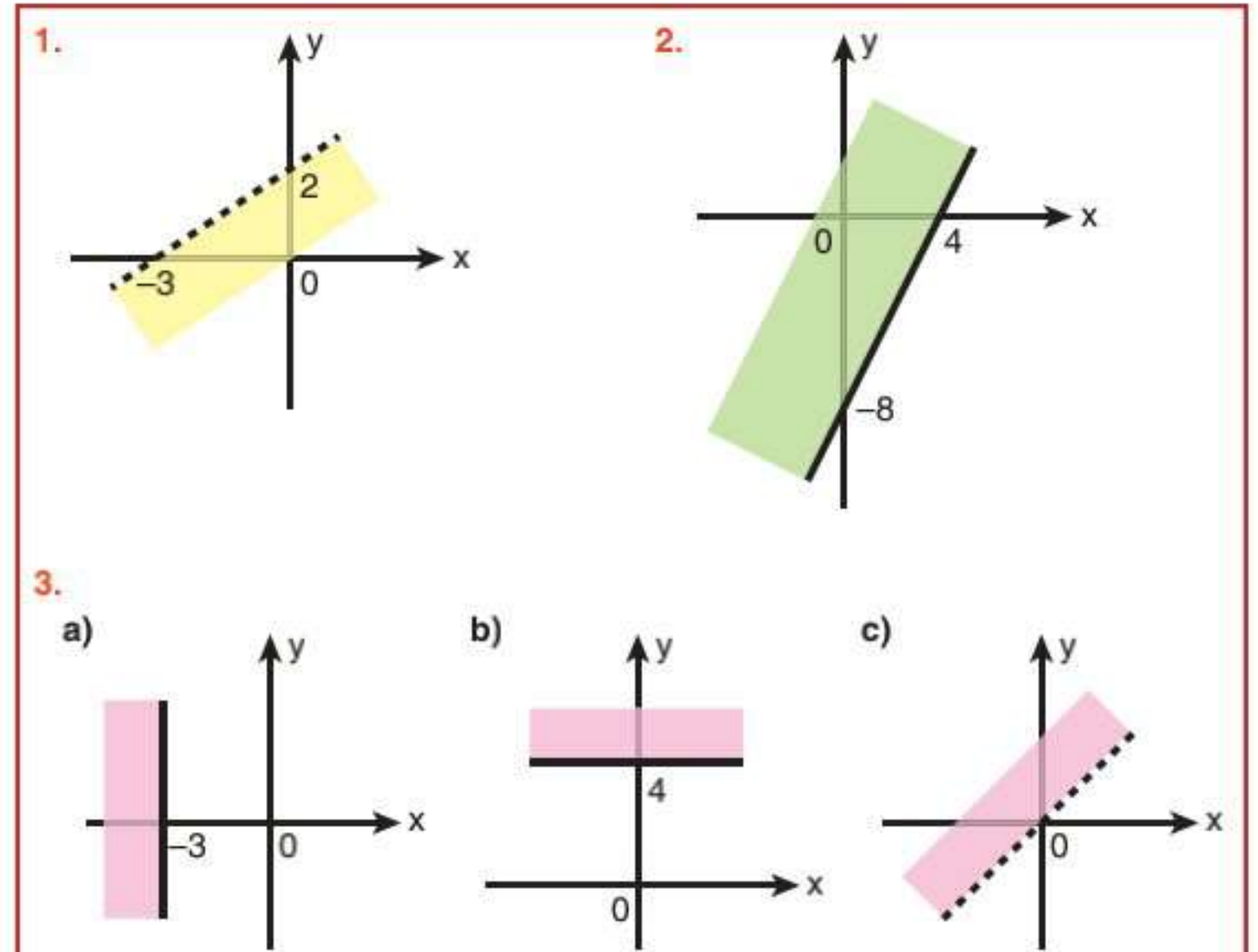
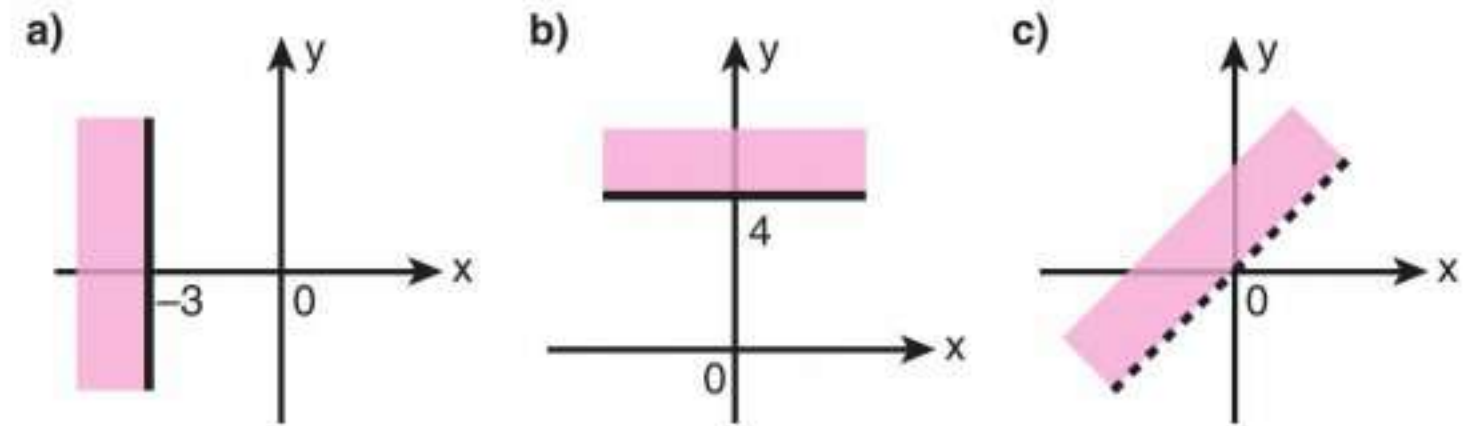
ÖRNEK 3.

- $x \leq -3$
- $y \geq 4$
- $y > 2x$

eşitsizliklerinin grafiklerini çiziniz.



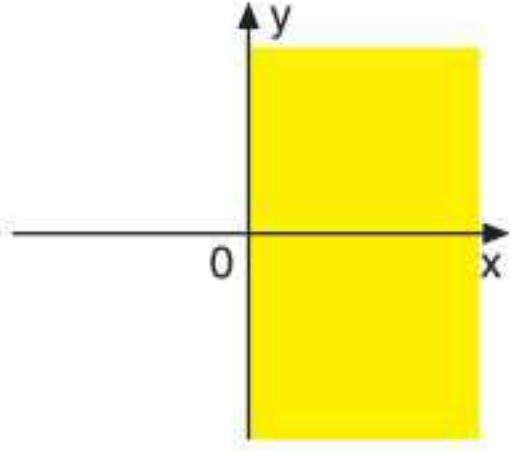
ÇÖZÜM



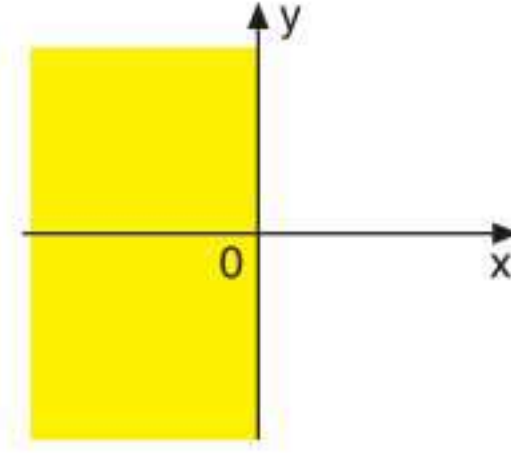


YANINDA BULUNSUN

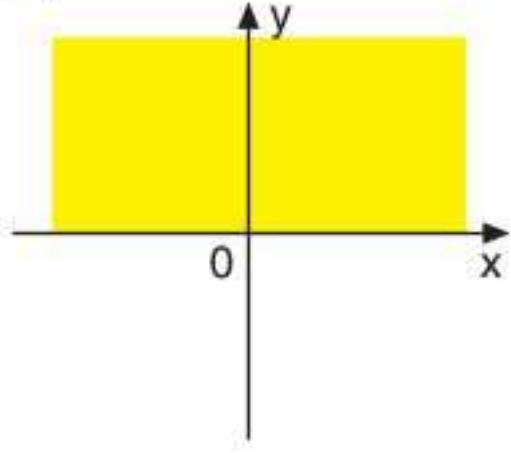
• $x \geq 0$



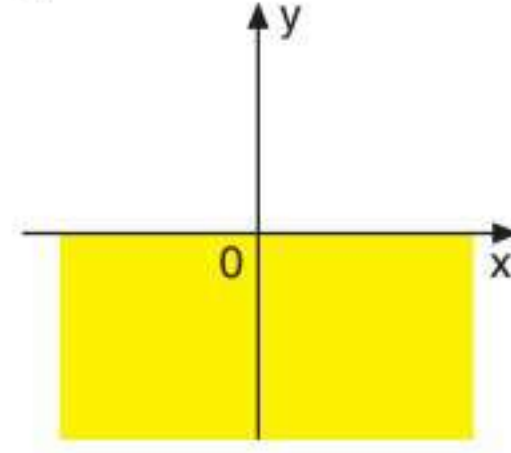
• $x \leq 0$



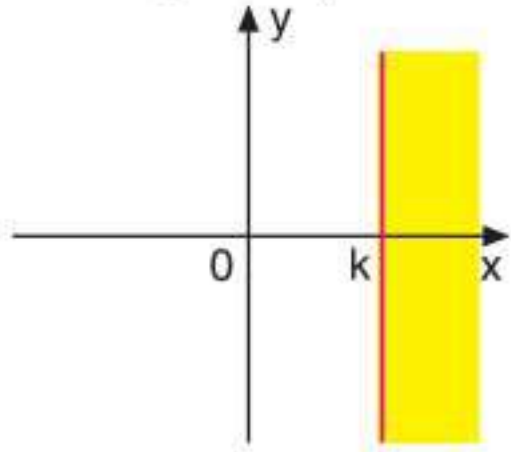
• $y \geq 0$



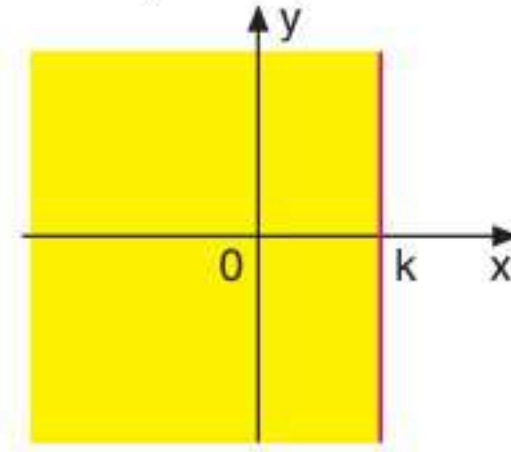
• $y \leq 0$



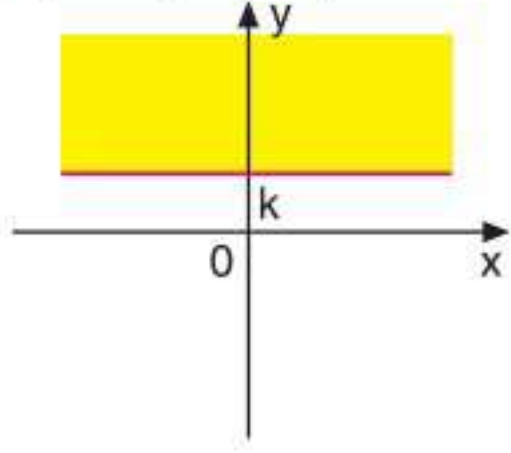
• $x \geq k$ ($k \in \mathbb{Z}^+$)



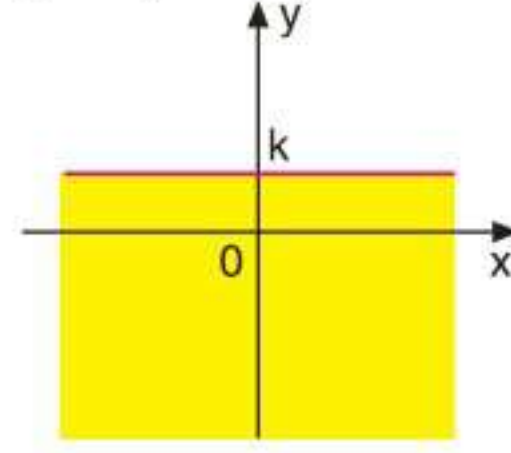
• $x \leq k$ ($k \in \mathbb{Z}^+$)



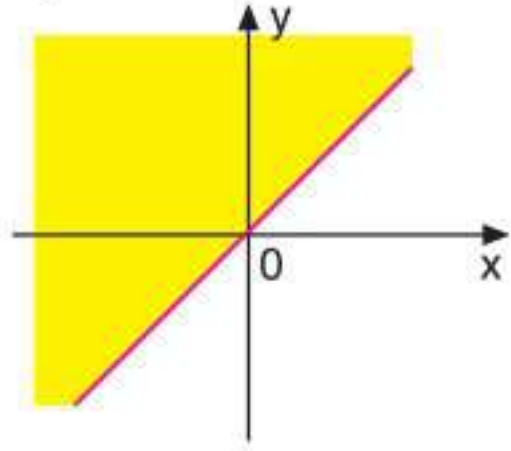
• $y \geq k$ ($k \in \mathbb{Z}^+$)



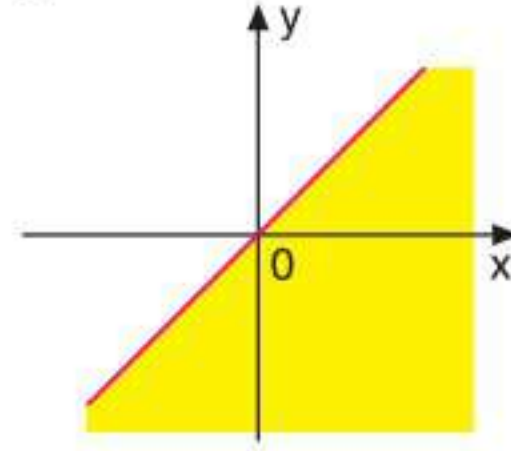
• $y \leq k$ ($k \in \mathbb{Z}^+$)



• $y \geq x$



• $y \leq x$



YANINDA BULUNSUN

Birinci Dereceden İki Bilinmeyenli Eşitsizlik Sistemleri

Birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizliklerden aynı anda, aynı değişkenlere bağlı olmak şartıyla iki veya daha fazla verilirse eşitsizlik sistemi elde edilir.

Eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulmak için her bir eşitsizliğin çözümü ayrı ayrı analitik düzlemde taranır. Sonra bu çözüm kümesinin arakesiti (kesişimi) alınır. Yani, ortak olarak taranan bölge alınır. Bu ortak taralı bölge eşitsizlik sisteminin çözüm kümesidir.

ÖRNEK 4.

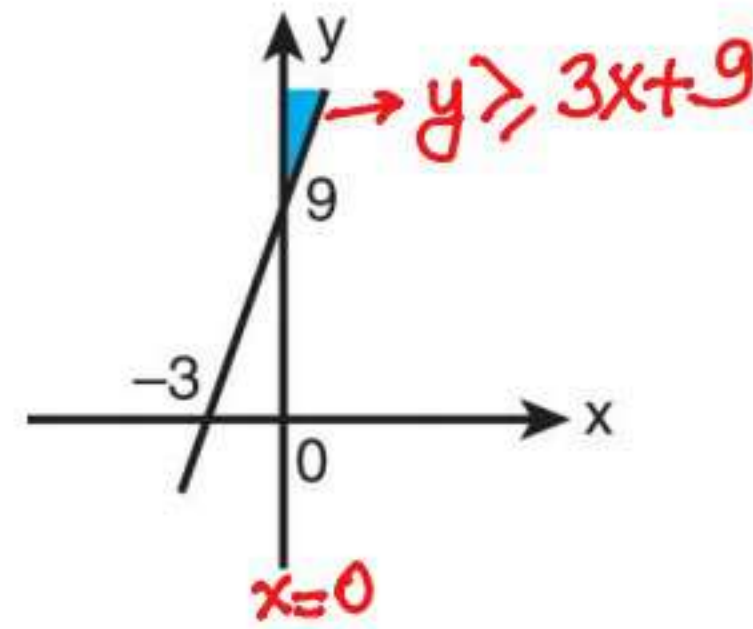
Dik koordinat sisteminde,

$y \geq 3x + 9$

$x \geq 0$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini grafikte gösteriniz.

ÇÖZÜM



ÖRNEK 5.

Dik koordinat sisteminde

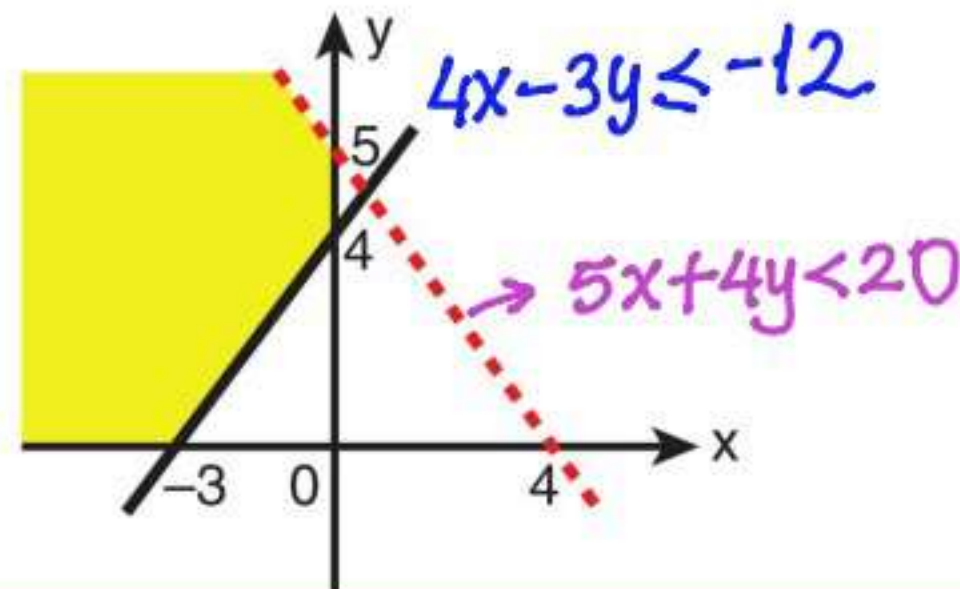
• $5x + 4y < 20$

• $4x - 3y \leq -12$

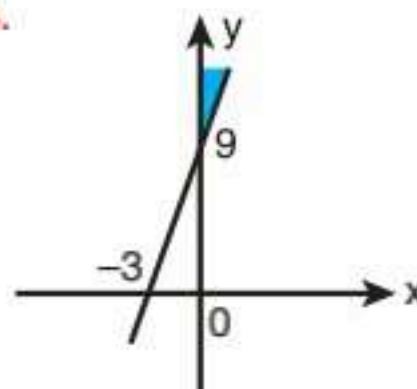
• $x \cdot y \leq 0$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini grafikte gösteriniz.

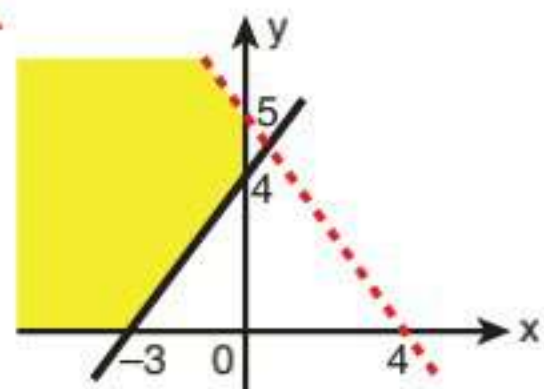
ÇÖZÜM



4.

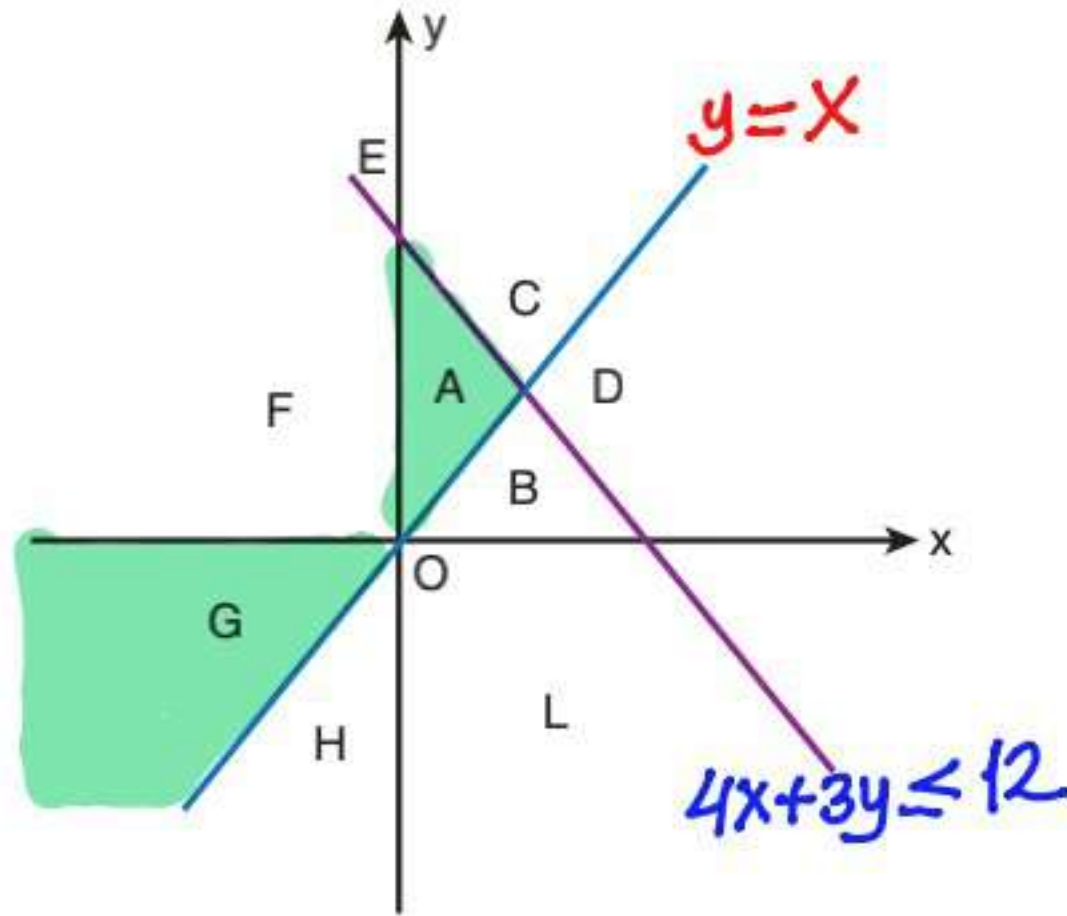


5.



Denklem ve Eşitsizlik Sistemlerinin Analitik Düzlemde Gösterilmesi

1. Aşağıdaki dik koordinat sisteminde, $2x + 3y = 12$ ve $y = x$ doğrularının grafikleri çizilmiştir.



Buna göre,

$$2x + 3y \leq 12$$

$$y \geq x$$

$$x \cdot y \geq 0$$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi hangi harflerin olduğu bölgelerin birleşimidir?

- A) B ve H B) A ve G C) L ve F
D) C ve E E) F ve G

2. Analitik düzlemde,

$$-x + 2y \leq 4 \text{ ve}$$

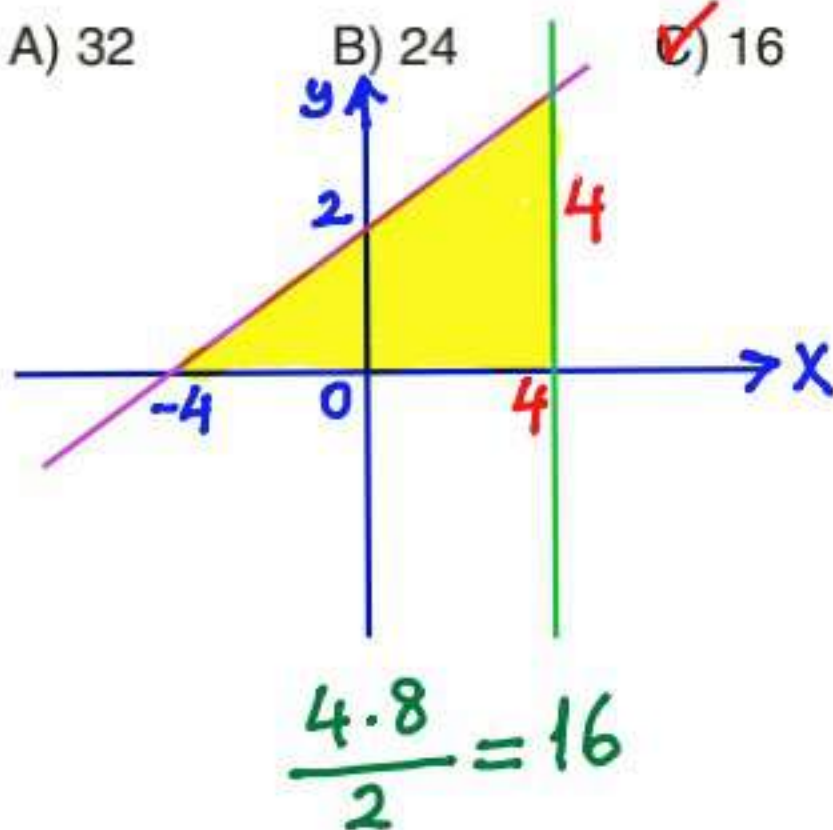
$$x \leq 4, y \geq 0$$

$$-x + 2y = 4$$

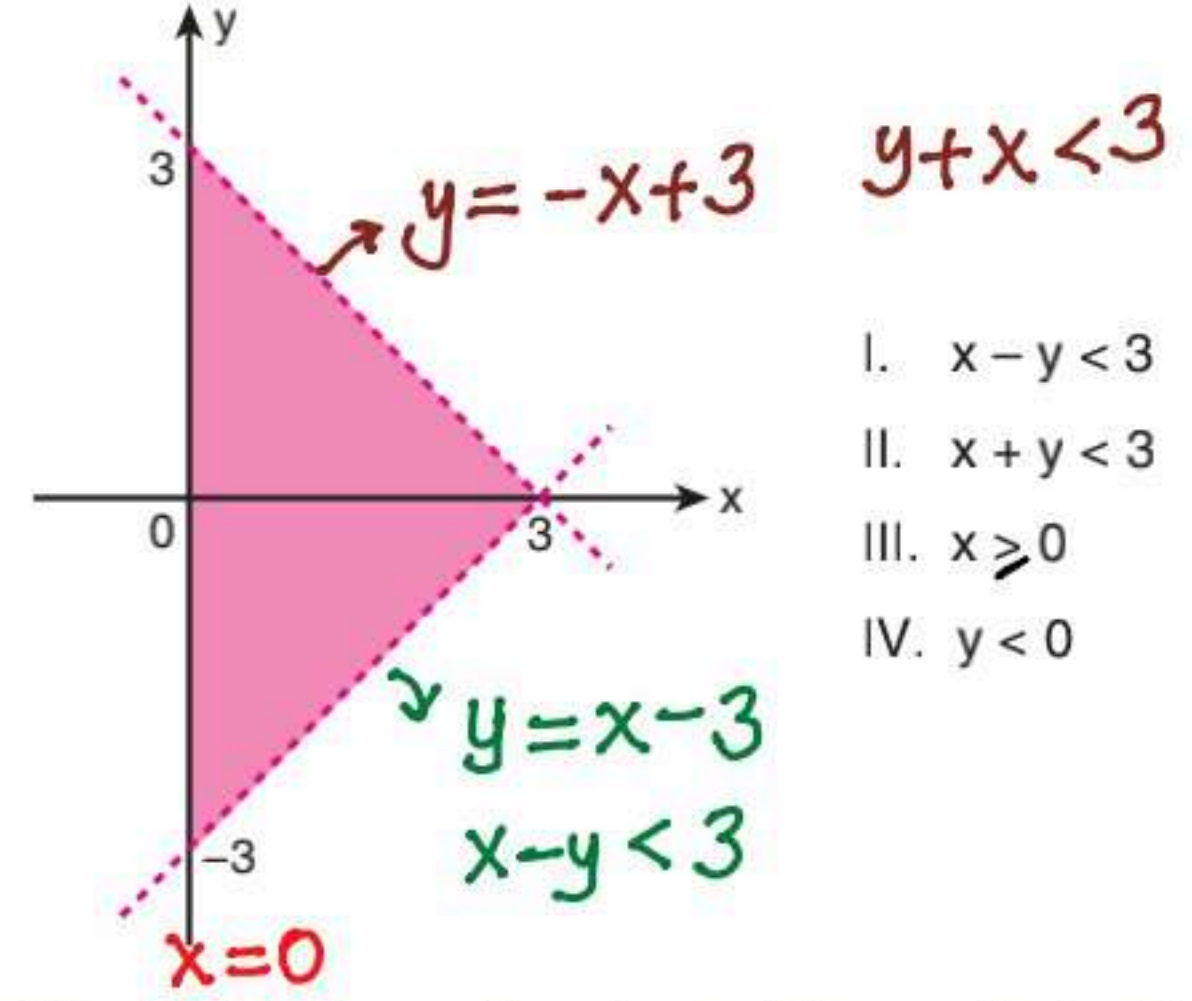
$x = 0$ için $y = 2$
 $y = 0$ için $x = -4$

eşitsizliklerini sağlayan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 32 B) 24 C) 16 D) 8 E) 4



- 3.



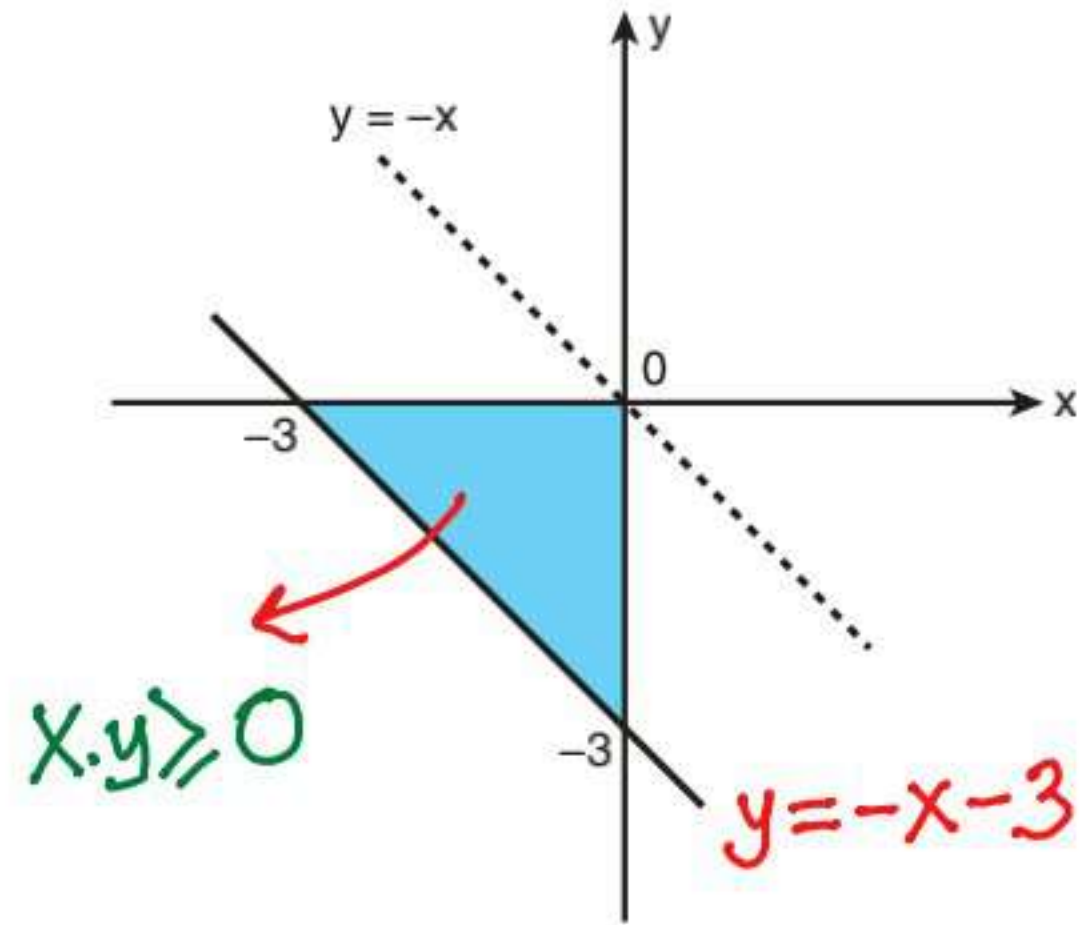
- I. $x - y < 3$
II. $x + y < 3$
III. $x \geq 0$
IV. $y < 0$

Analitik düzlemde verilen taralı bölgeyi ifade etmek için yukarıdaki eşitsizliklerin hangileri birlikte sağlanmalıdır?

- A) I ve IV B) I ve III C) II ve IV
D) II ve III E) I, II ve III

$$\left. \begin{array}{l} x - y < 3 \\ x + y < 3 \\ x \geq 0 \end{array} \right\} \text{I, II ve III sağlanmalı}$$

- 4.



Yukarıdaki analitik düzlemde verilen boyalı bölge eşitsizlik sistemlerinden hangisi ile ifade edilebilir?

- A) $x + y \geq -3$
 $y < -x$
 $x < 0$
- B) $x + y \geq -3$
 $y < -x$
 $x \cdot y \geq 0$
- C) $x + y \leq -3$
 $y > -x$
 $y < 0$
- D) $x + y > -3$
 $y \geq -x$
- E) $x + y \leq -3$
 $y > -x$
 $x < 0$

1. B 2. C 3. E 4. B



YANINDA BULUNSUN

Reel sayı doğrusu üzerinde herhangi bir sayının sifira olan uzaklığına o sayının "Mutlak Değeri" denir.

$$|x| = \begin{cases} x, & x > 0 \text{ ise} \\ 0, & x = 0 \text{ ise} \\ -x, & x < 0 \text{ ise} \end{cases}$$

şeklinde ifade edilir.

ÖRNEK 1.

Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

a) $|-5| + |4| =$

b) $|\sqrt{3} - 2| + \sqrt{3} =$



ÇÖZÜM

a) $|-5| + |4| = 5 + 4 = 9$

b) $|\sqrt{3} - 2| + \sqrt{3} = -\sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} = 2$

ÖRNEK 2.

"Sayı doğrusu üzerinde a sayısının sifir sayısına uzaklığı 2 birimdir."

Bu ifadeyi matematiksel olarak ifade ediniz.



ÇÖZÜM

$$|a - 0| = 2 \Rightarrow |a| = 2$$



ÖRNEK 3.

$a < 0 < b$ olmak üzere,

$$|a| + |b - a|$$

işleminin sonucunu bulunuz.



ÇÖZÜM

$$-a + b - a = b - 2a$$



ÖRNEK 4.

$a < b$ ve $a \cdot c > b \cdot c$ olmak üzere,

$$|a - b| + |a - b + c|$$

işleminin sonucunu bulunuz.



ÇÖZÜM

$$a < b \text{ ve } c < 0$$

$$|a - b| + |a - b + c| = -a + b - a + b - c = 2b - 2a - c$$



ÖRNEK 5.

$x > 2$ olmak üzere,

$$|2x - |2x - 4|| + x$$

işleminin sonucunu bulunuz.



ÇÖZÜM

$$|2x - |2x - 4|| + x = |2x - 2x + 4| + x = 4 + x$$

Mutlak Değer

? ÖRNEK 6.

Aşağıda Yunus, Kadir ve Barış'ın doğum yılları verilmiştir.

	Doğum Yılı
Yunus	x
Kadir	y
Barış	z

$x < y < z$ olmak üzere; Yunus, Kadir ve Barış'ın yaşlarının belli bir yıl sonra sırasıyla a, b ve c olduğu bilinmektedir.

Buna göre,

$$|a - b| + |c - b|$$

toplamlarının sonucunu bulunuz.

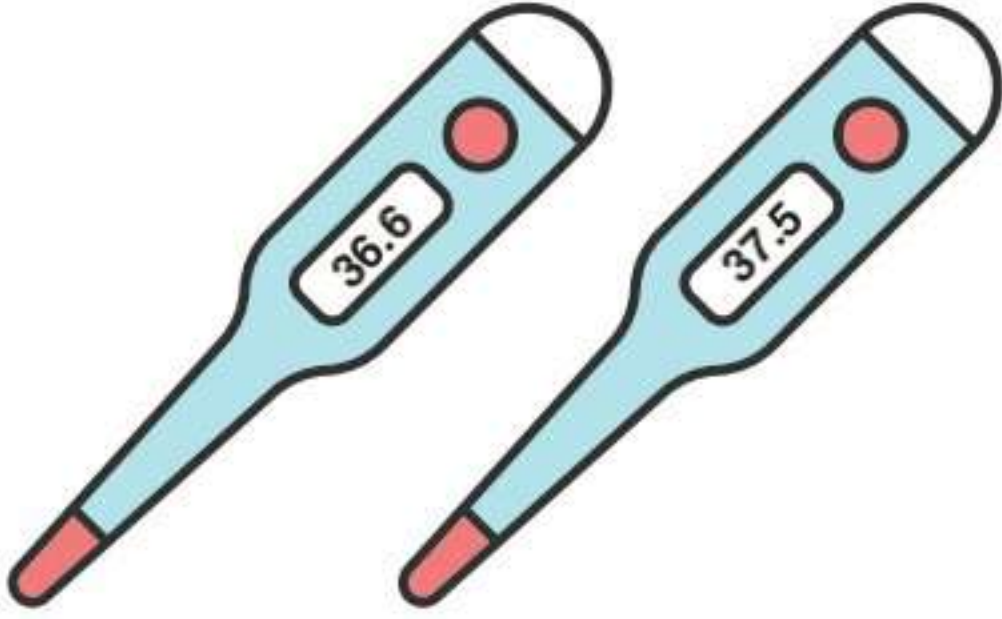
✓ ÇÖZÜM

Yaşlar $a > b > c$ olur.

$$|a - b| + |c - b| = a - b - c + b = a - c$$

? ÖRNEK 7.

Aşağıda, dijital bir ateş ölçerle farklı saatlerde ateşi ölçülen Teoman'ın vücut ısı değerleri gösterilmiştir.



Teoman'ın vücut ısısı, herhangi bir ölçümde m, diğer ölçümde ise n derecedir.

Buna göre,

- I. $n > m$
- II. $m + n = 74,1$
- III. $|m - n| = 0,9$

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

✓ ÇÖZÜM

$$m = 36,6 \quad \checkmark$$

$$n = 37,5$$

$$m = 37,5$$

$$n = 36,6$$

$$I. m < n$$

$$m > n$$

$$II. m + n = 74,1$$

$$m + n = 74,1 \quad \checkmark$$

$$III. |m - n| = 0,9$$

$$|m - n| = 0,9 \quad \checkmark$$



YANINDA BULUNSUN

- x bir reel sayı olmak üzere, $|x|$ in sonucu negatif olamaz. Buna göre, her x reel sayısı için $|x| \geq 0$ dir.
- $|x|$ in en küçük değeri sıfırdır.

? ÖRNEK 8.

$$|x - 2| + |y + 3| = 0$$

denklemini sağlayan x ve y gerçekte sayılarının çarpımı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$x - 2 = 0$$

$$y + 3 = 0$$

$$x = 2$$

$$y = -3$$

$$x \cdot y = 2 \cdot (-3) = -6$$

? ÖRNEK 9.

$$A = |x - 7| - |x + 2|$$

farkının en küçük değeri kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$x = 7 \text{ için } A = -9$$

$$x = -2 \text{ için } A = 9$$

$$-9 \leq A \leq 9$$

? ÖRNEK 10.

$$A = \frac{20}{|x-2|+|x+3|}$$

ifadesinin en büyük değeri kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} x=2 \text{ için } A &= 5 \\ x=-3 \text{ için } A &= 5 \end{aligned}$$

$$\frac{20}{5} = 4$$

! YANINDA BULUNSUN (MUTLAK DEĞERİN ÖZELLİKLERİ)

x ve y birer gerçekte sayıdır.

- $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$
- $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}$ ($y \neq 0$)
- $|-x| = |x|$
- $|x - y| = |y - x|$
- c pozitif bir gerçekte sayıdır.
 $|c \cdot x| = c \cdot |x|$ dir.
- $\forall n \in \mathbb{N}^+$ için $|x^n| = |x|^n$ dir.

? ÖRNEK 11.

- I. $|-3 \cdot x| = 3 \cdot |x|$
- II. $|2 - 3x| = |3x - 2|$
- III. $|1 - x^2| = |x - 1| \cdot |x + 1|$

Yukarıda verilen öncüllerden hangileri doğrudur?

✓ ÇÖZÜM

$$I. |-3 \cdot x| = 3 \cdot |x|$$

$$II. |2 - 3x| = |3x - 2|$$

$$III. |1 - x^2| = |x - 1| \cdot |x + 1|$$

Hepsi doğrudur.

? ÖRNEK 12.

a ve b birer gerçekte sayıdır.

$$||a - b| - 7 - |b - a||$$

işleminin sonucunu bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} ||\cancel{a-b} - 7 - \cancel{|b-a}|| &= |-7| \\ &= 7 \end{aligned}$$

? ÖRNEK 13.

x < 0 olmak üzere,

$$|-x| - |x| + |10 \cdot x|$$

ifadesinin eşitini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$\cancel{|x|} - \cancel{|x|} + 10 \cdot |x| = -10 \cdot x$$

? ÖRNEK 14.

x < 0 olmak üzere,

$$|x^2| = |x|^2 + |3x| - 6$$

denklemini sağlayan x değerini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \cancel{|x|^2} &= \cancel{|x|^2} + 3 \cdot |x| - 6 \\ 3 \cdot |x| &= 6 \Rightarrow |x| = 2 \\ x &= -2 \end{aligned}$$

Mutlak Değer

? ÖRNEK 15.

$3 - 4x \neq 0$ olmak üzere,

$$\frac{|24x - 18|}{|3 - 4x|}$$

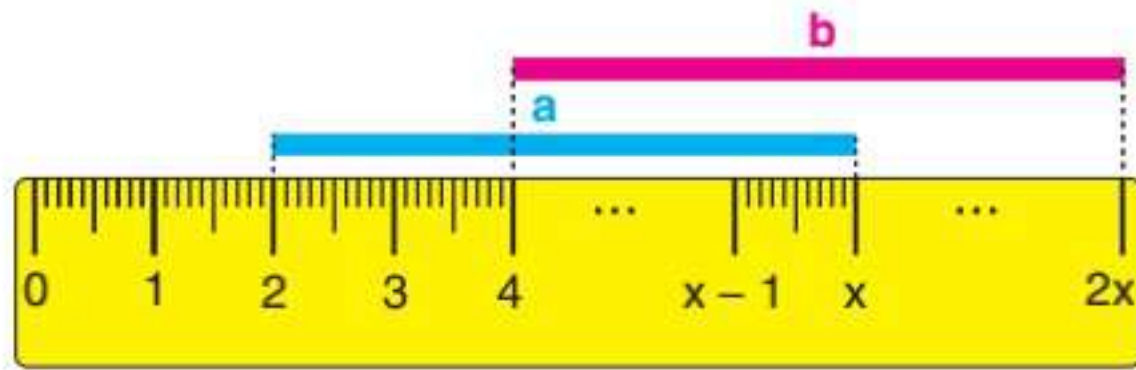
ifadesinin eşitini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$\frac{6 \cdot |4x - 3|}{|4x - 3|} = 6$$

? ÖRNEK 16.

Aşağıda iki adet çubuğun uzunluğu $2x$ cm'lik bir cetvelde ölçülmüştür.



Mavi çubuğun uzunluğu a cm, kırmızı çubuğun uzunluğu b cm'dir.

Buna göre, $\frac{|b - a|}{|-b|}$ oranı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$a = x - 2 \quad b = 2x - 4$$

$$b - a = 2x - 4 - x + 2 = x - 2$$

$$\frac{|x - 2|}{|2x - 4|} = \frac{1}{2}$$



YANINDA BULUNSUN

Mutlak Değerli Denklemler

a bir gerçektek sayı olmak üzere,

$$|x| = a$$

denkleminde,

- $a < 0$ ise $\mathcal{C} = \emptyset$ dir.
- $a = 0$ ise $x = 0$ dir.
- $a > 0$ ise $x = a$ veya $x = -a$ dir.

? ÖRNEK 17.

$$|x + 1| + 2 = 0$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$|x + 1| = -2$$

$$\mathcal{C} \cdot \mathcal{K} = \emptyset$$

? ÖRNEK 18.

$$|2x - 3| = 0$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$2x - 3 = 0$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$\mathcal{C} \cdot \mathcal{K} = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$$

? ÖRNEK 19.

$$|x - 2| = 3$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} x-2=3 & \quad \checkmark & x-2=-3 \\ x=5 & \quad \checkmark & x=-1 \end{aligned}$$

$$C.K = \{-1, 5\}$$

? ÖRNEK 20.

$$||x| - 2| = 5$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} |x|-2=5 & \quad \checkmark & |x|-2=-5 \\ |x|=7 & & |x|=-3 \\ \swarrow & \searrow & \\ x=7 & \quad \checkmark & x=-7 & & C.K = \emptyset \end{aligned}$$

$$C.K = \{-7, 7\}$$

? ÖRNEK 21.

$$|-x| + |3x| = 12$$

olduğuna göre, x'in alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} |x| + 3|x| &= 12 \\ 4|x| &= 12 \Rightarrow |x| = 3 \\ x &= 3 \quad \checkmark \quad x = -3 \\ 3 \cdot (-3) &= -9 \end{aligned}$$

? ÖRNEK 22.

x bir gerçekte sayıdır.

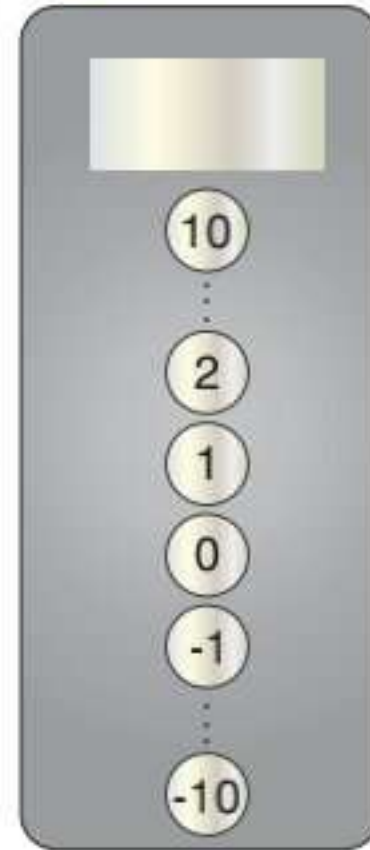
$$|2 - x| \cdot |x + 2| = 1$$

denklemini sağlayan x değerlerini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} |x^2 - 4| &= 1 \\ x^2 - 4 = 1 & \quad \checkmark & x^2 - 4 = -1 \\ x^2 = 5 & & x^2 = 3 \\ x = \pm\sqrt{5} & & x = \pm\sqrt{3} \\ C.K &= \{-\sqrt{5}, -\sqrt{3}, \sqrt{3}, \sqrt{5}\} \end{aligned}$$

? ÖRNEK 23.



Yandaki şekilde asansörün kat göstergesi verilmiştir. Daire içindeki sayılar asansörle gidilebilen katların numaralarını göstermektedir.

Buna göre, -2. kata olan uzaklığı 6 kat olan bir kişinin bulabileceği katların numaraları toplamı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} |x+2| &= 6 \\ x+2=6 & \quad \checkmark & x+2=-6 \\ x=4 & & x=-8 \\ -8+4 &= -4 \end{aligned}$$

Mutlak Değer

? ÖRNEK 24.

Roma rakamlarına dayalı sayma düzenine göre,

$$I \rightarrow 1$$

$$V \rightarrow 5$$

$$X \rightarrow 10$$

- Küçük değerli rakamlar, büyük değerli rakamların soluna yazılırsa, büyük rakamdan küçük rakam çıkarılarak fark bulunur.

Örneğin; $IV = V - I = 5 - 1 = 4$ tür.

- Büyük rakamın sağına yazılan küçük rakamlar yan yana toplanarak bu toplama karşılık gelen sayı bulunur.

Örneğin; $VI = V + I = 5 + 1 = 6$ dir.

Buna göre, $|a - XI| = VII$ denklemini sağlayan a değerlerinin toplamını roma rakamıyla gösteriniz.

✓ ÇÖZÜM

$$|a - 11| = 7$$

$$a - 11 = 7 \quad a - 11 = -7$$

$$a = 18 \quad a = 4$$

$$18 + 4 = 22 = XXII$$

? ÖRNEK 25.

$$|9 - x^2| = |3 - x|$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$|x-3| \cdot |x+3| = |x-3|$$

$$|x-3|=0 \vee |x+3|=1$$

$$x=3 \quad x+3=1 \quad x+3=-1$$

$$x=-2 \quad x=-4$$

$$G.K = \{-4, -2, 3\}$$



YANINDA BULUNSUN

x ve y birer gerçektektir.

- $|x| = |y|$ ise $x = y$ veya $x = -y$ dir.
- $|x| = y$ ise $y \geq 0$ olmak üzere, $x = y$ veya $x = -y$ dir.

? ÖRNEK 26.

$$|2x - 1| = |x + 5|$$

denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$2x - 1 = x + 5 \vee 2x - 1 = -x - 5$$

$$x = 6 \quad 3x = -4$$

$$x = -\frac{4}{3}$$

$$6 - \frac{4}{3} = \frac{14}{3}$$

? ÖRNEK 27.

Aşağıda reel sayı doğrusunda a , b ve c sayıları gösterilmiştir.



$$|a - b| = 2|b - c|$$

olduğuna göre, b kaçtır? $-3 < b < 12$

✓ ÇÖZÜM

$$|-3 - b| = 2 \cdot |b - 12|$$

$$b + 3 = -2b + 24$$

$$3b = 21$$

$$b = 7$$

? ÖRNEK 28.

$$|2x - 1| = x + 1$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$2x - 1 = x + 1 \vee 2x - 1 = -x - 1$$

$$x = 2 \quad 3x = 0$$

$$x = 0$$

$$G.K = \{0, 2\}$$

? ÖRNEK 29.

$$|x + 2| = 3x - 2 \quad 3x - 2 > 0 \Rightarrow x > \frac{2}{3}$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} x + 2 &= 3x - 2 & \checkmark & & x + 2 &= -3x + 2 \\ 2x &= 4 & & & 4x &= 0 \\ x &= 2 & & & x &= 0 \rightarrow \text{olamaz} \end{aligned}$$

$$G.K = \{2\}$$



NOT

Verilen kuralların dışında mutlak değerli denklemler kritik nokta (mutlak değer için sıfır yapan) yardımıyla da çözülür.

Bu durumu aşağıdaki örnekle açıklayalım.

$$x + 2 \cdot |x| = 4$$

denklemini sağlayan x gerçekteki sayıların toplamını bulalım.

Mutlak değer için sıfır yapan yani kritik nokta $x = 0$ dir.

- $x < 0$ için $x - 2x = 4 \Rightarrow x = -4$ ($x < 0$) olduğundan çözüm kümesinin elemanıdır.
- $x = 0$ için $0 \neq 4$ olduğundan çözüm kümesinin elemanı değildir.
- $x > 0$ için $3x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$ ($x > 0$) olduğundan çözüm kümesinin elemanıdır.

$$\text{Buradan } -4 + \frac{4}{3} = \frac{-8}{3} \text{ olur.}$$

? ÖRNEK 30.

$$|x - 2| + x = 8$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

- $x > 2$ $x - 2 + x = 8$
 $2x = 10$
 $x = 5$
- $x < 2$ $-x + 2 + x = 8$
 $2 = 8$

$$G.K = \{5\}$$

? ÖRNEK 31.

$$|x| + |x - 4| = 8$$

denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

- $x < 0$ $-x - x + 4 = 8 \Rightarrow x = -2$
 - $0 \leq x < 4$ $x - x + 4 = 8 \Rightarrow 4 = 8$
 - $x \geq 4$ $x + x - 4 = 8 \Rightarrow x = 6$
- $$-2 + 6 = 4$$

! YANINDA BULUNUN (MUTLAK DEĞERLİ EŞİTSİZLİKLER)

a pozitif bir gerçekteki sayıdır.

- $|x| \leq a$ ise $-a \leq x \leq a$ dir.
- $|x| \geq a$ ise $x \geq a$ veya $x \leq -a$ dir.

Örneğin; $|x| < 2$ eşitsizliğini sağlayan tüm gerçekteki sayıları sayı doğrusu üzerinde gösterelim.

$|x| < 2$ ise $-2 < x < 2$ olur.



şeklinde gösterilir.

? ÖRNEK 32.

$$|x - 3| \leq 5$$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane tam sayı vardır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} -5 &\leq x - 3 \leq 5 \\ -2 &\leq x \leq 8 \\ 8 - (-2) + 1 &= 11 \end{aligned}$$

Mutlak Değer

? ÖRNEK 33.

$|2x - 1| < 3$ olmak üzere,

$$|x - 2| + |x + 3|$$

ifadesinin sonucunu bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$-3 < 2x - 1 < 3$$

$$-1 < x < 2$$

$$|x-2| + |x+3| = -x+2+x+3 = 5$$

? ÖRNEK 34.

$$\left| \frac{2}{x-2} \right| \geq 4$$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane x doğal sayısı vardır?

✓ ÇÖZÜM

$$x \neq 2 \quad |x-2| \leq \frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{2} + 2 \leq x \leq \frac{1}{2} + 2$$

$$\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}$$

2 → sağlamaz 0 tane

? ÖRNEK 35.

a bir gerçek sayı olmak üzere, sayı doğrusu üzerinde a'nın 1'e olan uzaklığı 3 birimden büyüktür.

Buna göre, a'nın alabileceği en küçük pozitif tam sayı değeri ile en büyük negatif tam sayı değerini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$|a-1| > 3$$

$$a-1 > 3$$

$$a > 4$$

5

$$a-1 < -3$$

$$a < -2$$

-3

? ÖRNEK 36.

$$\left| \frac{5x-3}{-3} \right| - 4 > 0$$

eşitsizliğin çözüm aralığını bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$|5x-3| > 12$$

$$5x-3 > 12$$

$$x > 3$$

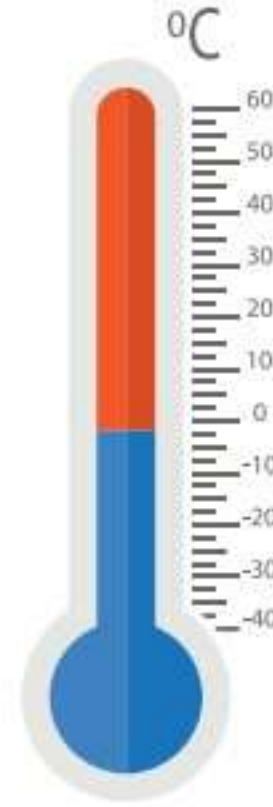
$$5x-3 < -12$$

$$x < -\frac{9}{5}$$

$$x < -\frac{9}{5} \quad \checkmark \quad x > 3$$

? ÖRNEK 37.

Aşağıda, santigrad cinsinden bir termometre verilmiştir.



Termometreyle farklı zamanlarda farklı odaların sıcaklıkları ölçülmüş ve odalardan birinin sıcaklığı m santigrad derece, diğerinin n santigrad derece olduğu gözlemlenmiştir.

$$m + n < 0 \text{ ve } |n| < |m|$$

olduğuna göre,

- I. Her iki odanın sıcaklığı da sıfır derecenin altında olabilir. ✓
- II. Sıcaklığı m santigrad derece olan odanın sıcaklığı sıfır derecenin üzerinde olabilir. —
- III. Odalardan birinin sıcaklığı sıfır derecenin altında, diğerinin sıcaklığı sıfır derecenin üzerinde olabilir. ✓

ifadelerinden hangileri doğrudur?

✓ ÇÖZÜM

$$\rightarrow m+n < 0 \text{ ve } |n| < |m|$$

- $m < 0, n > 0$ $n < -m \Rightarrow n+m < 0$
- $m < 0, n < 0$ $-n < -m \Rightarrow n > m$
- $m > 0, n < 0$ $-n < m \Rightarrow n+m > 0$ olamaz.



YANINDA BULUNSUN

a ve b birer pozitif gerçel sayıdır.

$$a < |x| < b$$

ise $a < x < b$ veya $a < -x < b$ dir.



ÖRNEK 38.

$$3 < |x - 1| < 5$$

eşitsizliğini sağlayan tam sayıların toplamı kaçtır?



ÇÖZÜM

$$\begin{array}{l} 3 < x - 1 < 5 \\ 4 < x < 6 \\ \quad \quad \quad 5 \end{array} \quad \begin{array}{l} 3 < -x + 1 < 5 \\ 2 < -x < 4 \\ -4 < x < -2 \\ \quad \quad \quad -3 \end{array}$$

$$5 - 3 = 2$$



ÖRNEK 39.

$$9 < |2x - 7| < 13$$

eşitsizliğinin çözüm kümesindeki tam sayıların toplamı kaçtır?



ÇÖZÜM

$$\begin{array}{l} 9 < 2x - 7 < 13 \\ 8 < x < 10 \\ \quad \quad \quad 9 \end{array} \quad \begin{array}{l} -13 < 2x - 7 < -9 \\ -3 < x < -1 \\ \quad \quad \quad -2 \end{array}$$

$$9 - 2 = 7$$



YANINDA BULUNSUN

Her $x, y \in \mathbb{R}$ için $|x + y| \leq |x| + |y|$ dir.

Her $x, y \in \mathbb{R}$ için $||x| - |y|| \leq |x| + |y|$ dir.



ÖRNEK 40.

x ve y sıfırdan farklı sayılardır.

$$|x + y| = |x| + |y|$$

eşitsizliğini sağlaması için x ve y arasındaki bağıntı ne olmalıdır?



ÇÖZÜM

$$\begin{array}{l} \bullet x < 0, y < 0 \\ \bullet x > 0, y > 0 \\ \quad \quad \quad x \cdot y > 0 \end{array}$$



ÖRNEK 41.

Sıfırdan farklı a, b ve c gerçel sayıları için,

$$|a + b| = |a| - |b|$$

$$|b + c| = |b| + |c|$$

eşitlikleri sağlanmaktadır.

a > 0 olduğuna göre, b ve c sayılarının işaretlerini bulunuz.



ÇÖZÜM

$$\begin{array}{l} |a + b| = a - |b| \Rightarrow a + b = a + b \\ |b + c| = -b + |c| \Rightarrow -b - c = -b - c \\ \quad \quad \quad b < 0 \text{ ve } c < 0 \end{array}$$



ÖRNEK 42.

$$|a| = a \text{ ve } b < |b|$$

olduğuna göre, a · b çarpımının hangi aralıkta olduğunu bulunuz.



ÇÖZÜM

$$\begin{array}{l} a \geq 0 \quad b < 0 \\ \quad \quad \quad a \cdot b \leq 0 \end{array}$$

Test

1. a ve b birer gerçekte sayıdır.

$$b = a + 3 \Rightarrow b - a = 3$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $|b - a| + |a - b|$ toplamının sonucu kaçtır?

- A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

$$|3| + |-3| = 6$$

2. $\frac{2 + 2 \cdot |1 - \sqrt{2}|}{4\sqrt{2}}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{-1}{2}$ B) $\frac{-\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ E) $\sqrt{2}$

$$\frac{2 + 2(\sqrt{2} - 1)}{4\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

3. $||x| - 3| = 2$

denklemini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

- A) 36 B) 25 C) 16 D) -25 E) -36

$$|x| - 3 = 2 \quad \checkmark \quad |x| - 3 = -2$$

$$|x| = 5$$

$$|x| = 1$$

$$x = 5, \quad x = -5$$

$$x = 1, \quad x = -1$$

$$-5 \cdot 5 \cdot 1 \cdot -1 = 25$$

4. x bir gerçekte sayıdır.

Buna göre,

$$|3x - 6| + |x + 1|$$

toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) 0 B) 3 C) 6 D) 8 E) 9

$$x = 2 \text{ için } 3 \checkmark$$

$$x = -1 \text{ için } 9$$

5. $\left| \frac{10 - x}{3} \right| < 1$

eşitliğini sağlayan kaç tane x tam sayı değeri vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$|x - 10| < 3$$

$$-3 < x - 10 < 3$$

$$7 < x < 13$$

$$13 - 7 - 1 = 5$$

6. **Antifriz;** araçların motorunda donmayı ve kaynamayı önleyen bir maddedir.

Aracın soğutma sistemine yeterli miktarda antifriz eklenecek donma noktası celsius cinsinden -35°C ye düşürebilir veya kaynama noktası 125°C ye yükseltilebilir.

$-35 < C < 125$ eşitsizliğini sağladığı sürece soğutucu sistemindeki karışım sıvı olarak kalacaktır.

Buna göre,

$$-35 < C < 125$$

eşitsizliği mutlak değerli bir eşitsizlik olarak $|C - a| < b$ şeklinde gösterildiğine göre, a + b toplamı kaçtır?

- A) 135 B) 130 C) 125 D) 120 E) 115

$$-b < C - a < b$$

$$a - b = -35$$

$$a - b < C < a + b$$

$$a + b = 125$$

7. $|a| = 2$ ve $|b| = 7$ dir.

$$b < a \text{ ve } a \cdot b < 0 \rightarrow b < 0, a > 0$$

olduğuna göre, $(a - b) \cdot a$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) -63 B) -10 C) 10 D) 18 E) 63

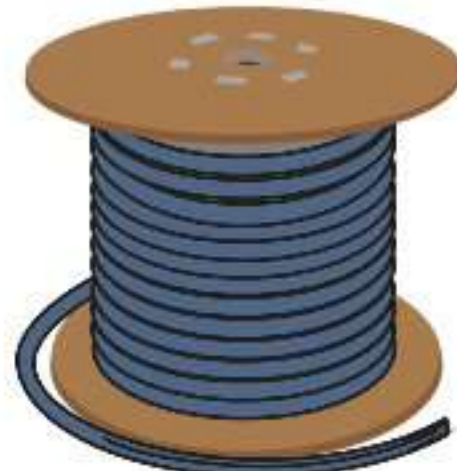
$$a = 2 \quad b = -7$$

$$(a - b) \cdot a = (2 + 7) \cdot 2 = 18$$

8. Aşağıda, mavi ve kırmızı renkli olmak üzere iki çeşit elektrik kablosu verilmiştir.



a metre



b metre

Bu elektrik kablolarından biri diğerinden 3 metre daha uzundur.

Buna göre,

$$|a \cdot c - b \cdot c| = 15$$

denkleminde c 'nin alacağı değerler çarpımı kaçtır?

- A) -81 B) -64 C) -48 D) -36 E) -25

$$|a - b| = 3$$

$$|c| \cdot \underbrace{|a - b|}_3 = 15 \Rightarrow |c| = 5$$

$$c = 5 \vee c = -5$$

9. a ve b birer gerçekte sayıdır.

$$a - b = 3 \text{ ve}$$

$$a - |b - a| = 7$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 20 B) 17 C) 13 D) 10 E) 7

$$a - |-3| = 7 \Rightarrow a = 10$$

$$a = 10 \text{ ise } b = 7$$

$$a + b = 10 + 7 = 17$$

10. $|3 - 2x| > 7$

eşitsizliğin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x < -2$ veya $x > 5$ B) $x < -5$ veya $x > 2$
C) $-2 < x < 5$ D) $-5 < x < 2$
E) $x < -5$ veya $x > -2$

$$|2x - 3| > 7$$

$$2x - 3 > 7$$

$$2x > 10$$

$$x > 5$$

$$2x - 3 < -7$$

$$2x < -4$$

$$x < -2$$

11. $|x - 4| = |2x + 1|$

denklemini sağlayan x değerinin toplamı kaçtır?

- A) -4 B) $\frac{-4}{3}$ C) -1 D) $\frac{4}{3}$ E) 4

$$x - 4 = 2x + 1 \quad \checkmark$$

$$x = -5$$

$$x - 4 = -2x - 1$$

$$3x = 3$$

$$x = 1$$

$$-5 + 1 = -4$$

12. $q > 0$ ve $p \cdot q \cdot r < 0$

$$p \cdot r < 0$$

olmak üzere,

$$|p \cdot q| + |q \cdot r| + |p \cdot r|$$

toplamının alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) $-2 \cdot p \cdot r$ B) $-2 \cdot p \cdot q$ C) 0
D) $2 - p \cdot r$ E) $2 \cdot p \cdot q$

$$p > 0, r < 0 \text{ ise } p \cdot q - q \cdot r - p \cdot r$$

$$p < 0, r > 0 \text{ ise } -p \cdot q + q \cdot r - p \cdot r$$

$$0 + 0 - 2 \cdot p \cdot r$$

$$-2 \cdot p \cdot r$$

Test

13. $|a - 2| = a - 2$

$|a - 5| = 5 - a$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, a'nın alabileceği tam sayı değerleri toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 9 C) 11
-
- D) 14 E) 16

$$\begin{aligned} a-2 &\geq 0 & a-5 &\leq 0 \\ a &\geq 2 & a &\leq 5 \end{aligned}$$

$$2 \leq a \leq 5$$

$$2+3+4+5=14$$

14. Döner bir stres çarkı dairelerin altına 2'den 17'ye kadar olan sayma sayıları aralarında 3 fark olacak şekilde yazılmıştır.



Stres çarkı döndürüldüğünde sayılar her defasında dairelerin altına gelmekte ve sayıların yerlerinde bir değişiklik olmamaktadır.

Ela bu stres çarkını döndürdüğünde sarıya boyalı dairelerden birinin altına a, birinin altına b sayısı gelmiştir.

Buna göre, 9

$|x - 2| > |a - b|$

eşitsizliğini sağlayan en küçük pozitif tam sayı ile en büyük negatif tam sayının çarpımı kaçtır?

- A) -112 B) -108
-
- C) -96 D) -92 E) -84

$|x-2| > 9$

$x-2 > 9 \quad \checkmark \quad x-2 < -9$

$x > 11 \quad x < -7$

$12 \cdot -8 = -96$

15. a ve b birer gerçektektir.

- $|a| > a$ ve $a < 0$
- $|b| > -b$ $b > 0$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre,

- $a + b < 0$ \checkmark
- $a - b < 0$ \checkmark
- $a \cdot b < 0$ \checkmark

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III

 D) II ve III

E) I, II ve III

$$\left. \begin{array}{l} a < 0 \\ b > 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} a < 0 \\ -b < 0 \\ \hline a - b < 0 \end{array}$$

$a \cdot b < 0$

16. ab ve ba iki basamaklı birer sayıdır.

$|a - b| + |ab - ba| = 40$

olduğuna göre, a + b toplamının en büyük değeri kaçtır?

- A) 17 B) 16 C) 15
-
- D) 14 E) 13

$|a-b| + 9 \cdot |a-b| = 40$

$|a-b| = 4$

$$\begin{array}{l} \swarrow \quad \searrow \\ a-b=4 \quad \checkmark \quad a-b=-4 \\ \begin{array}{cc} 9 & 5 \\ 5 & 9 \end{array} \quad \begin{array}{cc} 5 & 9 \\ 9 & 5 \end{array} \end{array}$$

$a+b = 5+9 = 14$

1. B	2. C	3. B	4. B	5. E	6. C	7. D	8. E
9. B	10. A	11. A	12. A	13. D	14. C	15. D	16. D