

11 .Sınıf



**TEMELİNİ SAĞLAM AT...**

**İLKBAHAR  
KİTABI**

**ACIL MATEMATİK**

- °Konu Özetleri
- °Çözümlü Sorular
- °Testler



Copyright ©

Bu kitabın her hakkı yayınevine aittir.

Hangi amaçla olursa olsun, bu kitabın tamamının ya da bir kısmının, kitabı yayınlayan ve yayınevinin önceden izni olmaksızın elektronik, mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılması, yayınlanması ve depolanması yasaktır.

**ISBN:** 978-625-7134-06-4

Editörler

**Hamza SİNCAR**

**Tuğba TOPCU AKKAŞ**

**Aslıhan KALENDER BOZKURT**

**İlker TOPBAŞTEKİN**

**Yılmaz Kemal YILDIZ**

**Abuzer AKBAŞ**

**Uğur CESUR**

## TEŞEKKÜR

Kitabımıza katkılarından dolayı Hamza SİNCAR, Yılmaz Kemal YILDIZ, Abuzer AKBAŞ ve Uğur CESUR hocalarımıza çok teşekkür ederiz.

## İÇİNDEKİLER

### ÜNİTE 7

Çemberin Temel Elemanları .....3

### ÜNİTE 8

Çemberde Açılar .....15

### ÜNİTE 9

Çemberde Teğet .....38

### ÜNİTE 10

Dairenin Çevresi.....53

### ÜNİTE 11

Dairede Alan .....60

### ÜNİTE 12

Silindir.....77

### ÜNİTE 13

Koni.....87

### ÜNİTE 14

Küre .....97

### ÜNİTE 15

Koşullu Olasılık.....103

### ACİL YAYINLARI

Ostim Mahallesi 1207. Sokak 3 / C-D Ostim / Yenimahalle /ANKARA

Tel: (0312) 386 00 26 Fax: (0850) 302 20 90

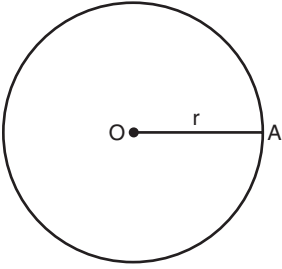


YANINDA BULUNSUN

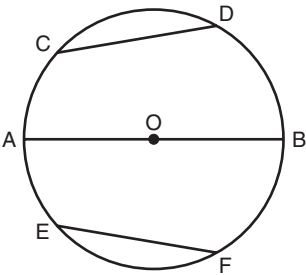
ÇEMBERİN TEMEL ELEMANLARI

Çemberde Teğet, Kiriş, Çap, Yay ve Kesen

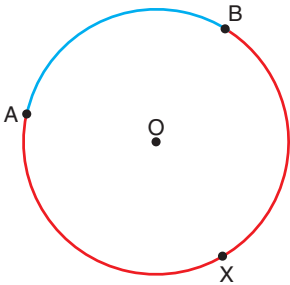
Düzlemde, sabit bir noktadan eşit uzaklıkta bulunan tüm noktaların kümesine "**Çember**" denir. Sabit olan noktaya "**Çemberin Merkezi**" (O), çemberin üzerindeki herhangi bir noktayı merkeze birleştiren doğru parçasına "**Çemberin Yarıçapı**" denir. Merkez ve yarıçap çemberin temel elemanlarıdır.



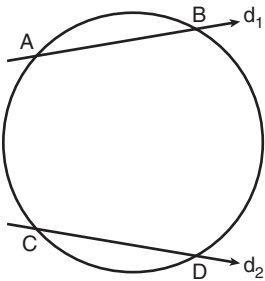
O merkezli çemberin üzerinde alınan tüm A noktaları için [OA] çemberin yarıçapı olur. Bir çemberin çizilebilmesi için merkezinin ve yarıçapının bilinmesi yeterlidir.



Çemberin farklı iki noktasını birleştiren doğru parçasına çemberin bir **kirişi**, merkezden geçen kirişe çemberin bir **çapı** denir. Yandaki şekilde [CD] ve [EF] çemberin birer kirişidir. [AB] çemberin merkezinden geçtiği için çemberin bir çapıdır, aynı zamanda bu çemberin en uzun kirişidir ve çemberi iki eş parçaya ayırır.

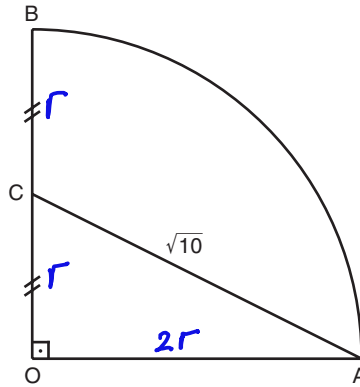


Çemberde farklı iki nokta arasında kalan parçaya çemberin **yayı** denir. Kısa olan mavi renkli yay için  $\widehat{AB}$ , uzun olan kırmızı renkli yay için  $\widehat{AXB}$  sembolleri kullanılır.



Çemberi farklı iki noktada kesen doğruya **çemberin keseni** denir. Yandaki şekilde  $d_1$  ve  $d_2$  doğruları çemberi iki farklı noktada kestiğinden bu doğrular çemberin kesenleridir.

ÖRNEK 1.



O merkezli çeyrek çemberde,  
 $|OC| = |CB|$   
 $|AC| = \sqrt{10}$  cm'dir.  
**Buna göre, çemberin yarıçapı kaç cm'dir?**

ÇÖZÜM

$$(r)^2 + (2r)^2 = (\sqrt{10})^2$$

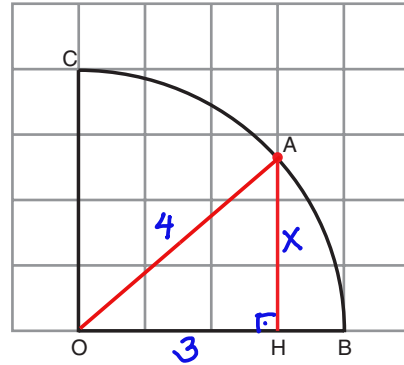
$$5r^2 = 10$$

$$r = \sqrt{2}$$

$$2r = 2\sqrt{2}$$

ÖRNEK 2.

Aşağıda verilen şekil birim karelerden oluşmuştur.



O noktası, çeyrek çemberin merkezidir.

**Buna göre, |AH| kaç birimdir?**

ÇÖZÜM

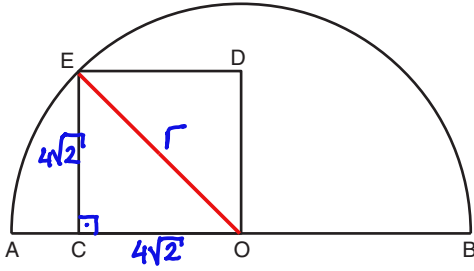
$$x^2 + 3^2 = 4^2$$

$$x^2 = 7$$

$$x = \sqrt{7}$$

ÇEMBERİN TEMEL ELEMANLARI

ÖRNEK 3.



[AB] çaplı yarım çemberde O noktası çemberin merkezi ve CODE bir karedir.

$$A(\text{CODE}) = 32 \text{ cm}^2 \text{ dir.}$$

Buna göre, çemberin çapı kaç cm'dir?

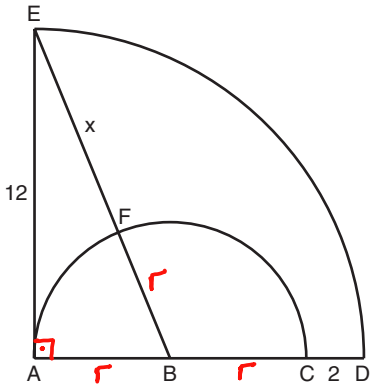
ÇÖZÜM

$$r = 4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$$

$$r = 8$$

$$\text{Çap} = 2 \cdot r = 2 \cdot 8 = 16$$

ÖRNEK 4.



A noktası çeyrek çemberin, B noktası yarım çemberin merkezidir.  
ABE bir üçgendir.  
A noktası teğet değme noktası,  
 $|AE| = 12 \text{ cm}$   
 $|CD| = 2 \text{ cm}$   
 $|EF| = x$ 'tir.

Buna göre, x kaç cm'dir?

ÇÖZÜM

$$2r + 2 = 12$$

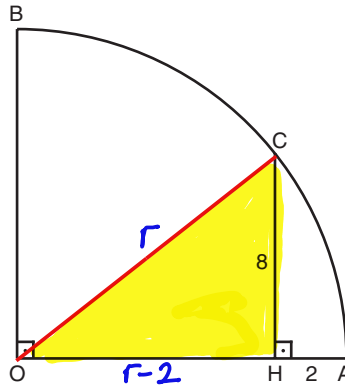
$$2r = 10 \Rightarrow r = 5$$

$r = 5$  ise 5-12-13 üçgeninden

$$x + 5 = 13$$

$$x = 8$$

ÖRNEK 5.



O merkezli çeyrek çemberde,  
 $CH \perp OA$   
 $|HA| = 2 \text{ cm}$   
 $|CH| = 8 \text{ cm}$   
Yandaki verilere göre, çemberin yarıçapı kaç cm'dir?

ÇÖZÜM

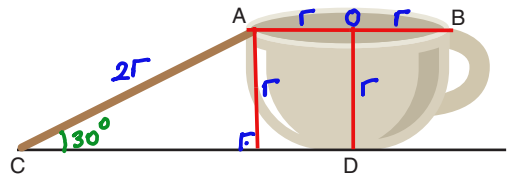
8-15-17 üçgeninden

$$r - 2 = 15$$

$$r = 17$$

ÖRNEK 6.

Şekilde yarım küre şeklindeki fincan D noktasında zemine teğettir.



Bir ucu zemindeki C noktasında olan çubuk, fincanın A noktasına değmektedir.

A ve B noktaları çapın uç noktalarıdır.

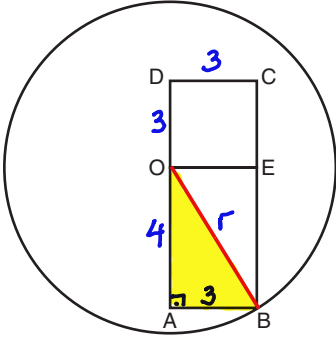
$$|AC| = |AB|$$

olduğuna göre, çubuğun zeminle yaptığı açı kaç derecedir?

ÇÖZÜM

$$m(\hat{ACD}) = 30^\circ$$

ÖRNEK 7.

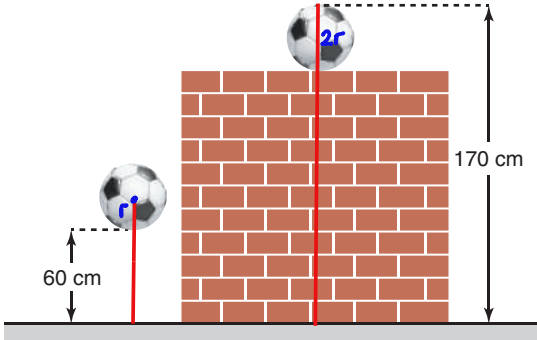


O merkezli çemberde, OECD bir kare ve ABCD bir dikdörtgendir.  
 $A(OECD) = 9 \text{ cm}^2$   
 $A(ABCD) = 21 \text{ cm}^2$  dir.  
 Buna göre, çemberin yarıçapı kaç cm'dir?

ÇÖZÜM

3-4-5 üçgeninden  
 $r = 5$

ÖRNEK 8.



Şekilde duvarın üzerinde bulunan topun zemine olan uzaklığı en fazla 170 cm olmaktadır. Top duvardan yere düşünce 60 cm yüksekliğe çıkıyor ve tam bu anda topun merkezinin zemine olan uzaklığı, duvarın yüksekliğinin yarısı kadar olmaktadır.

Buna göre, topun yarıçapı kaç cm'dir?

ÇÖZÜM

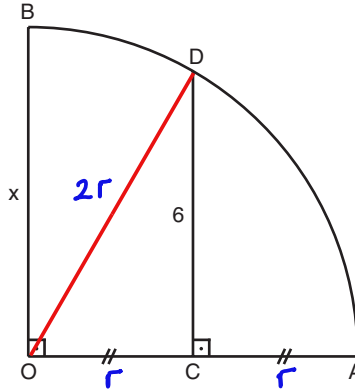
$$r + 60 = \frac{170 - 2r}{2}$$

$$2r + 120 = 170 - 2r$$

$$4r = 50$$

$$r = \frac{25}{2} = 12,5$$

ÖRNEK 9.



O merkezli çeyrek çemberde,  
 $DC \perp OA$   
 $|OC| = |CA|$   
 $|DC| = 6 \text{ cm}$   
 $|OB| = x$   
 Yukarıdaki verilere göre, x kaç cm'dir?

ÇÖZÜM

$$r^2 + 6^2 = (2r)^2$$

$$3r^2 = 36$$

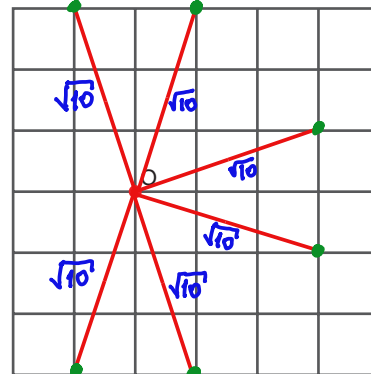
$$r^2 = 12 \Rightarrow r = 2\sqrt{3}$$

$$x = 2r \Rightarrow x = 4\sqrt{3}$$

ACIL MATEMATİK

ÖRNEK 10.

Aşağıda verilen şekil 36 tane birim kareden oluşmuştur.



Merkezi O noktası ve yarıçapı  $\sqrt{10}$  birim olan bir çember çizilecektir.

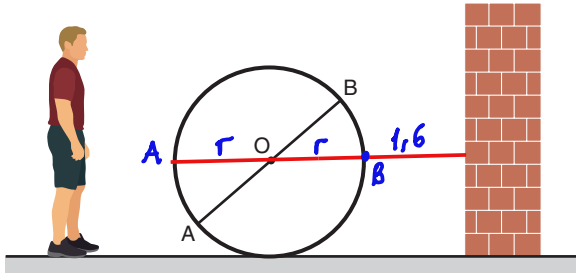
Buna göre, çember en fazla kaç tane köşe noktasından geçer?

ÇÖZÜM

6 tane

ÇEMBERİN TEMEL ELEMANLARI

ÖRNEK 11.



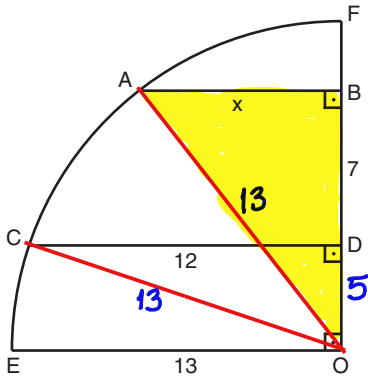
Şekilde düz bir zemin üzerinde zemine dik duran bir duvar ve çember biçimindeki lastiğini döndüren bir çocuk görülmektedir. [AB] çemberin çapı ve O noktası çemberin merkezidir. Lastiğin durduğu bir anda A ve B noktalarının duvara uzaklıkları sırasıyla 2,8 metre ve 1,6 metredir.

Buna göre, çemberin merkezinin duvara olan uzaklığı kaç cm'dir?

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} 2.r + 1,6 &= 2,8 \\ 2.r &= 1,2 \\ r &= 0,6 \text{ metre} \\ r + 1,6 &= 2,2 \text{ metre} \\ &= 220 \text{ cm} \end{aligned}$$

ÖRNEK 12.

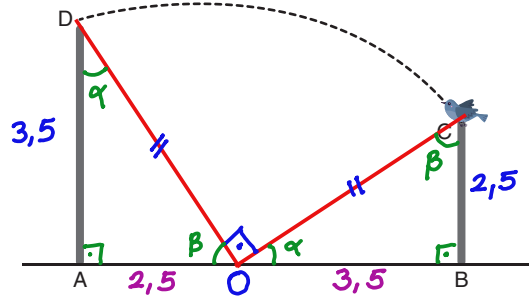


O merkezli çeyrek çemberde,  
 $CD \perp OF$ ,  $AB \perp OF$   
 $|EO| = 13 \text{ cm}$   
 $|CD| = 12 \text{ cm}$   
 $|AB| = x$   
 Yandaki verilere göre, x kaç cm'dir?

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} 5-12-13 \text{ üçgeninden} \\ x &= 5 \end{aligned}$$

ÖRNEK 13.



Şekilde birbirine paralel ve zemine dik [AD] ve [BC] direkleri görülüyor.

$|AD| = 3,5 \text{ metre}$ ,  $|BC| = 2,5 \text{ metredir}$ .

C noktasında bulunan bir kuş uçarak D noktasına ulaşıyor.

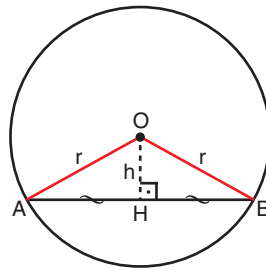
Kuşun uçarken çizdiği yol, merkezi [AB] üzerinde olan  $90^\circ$  lik bir yay olduğuna göre, iki direk arasındaki uzaklık kaç metredir?

ÇÖZÜM

$$2,5 + 3,5 = 6$$

ACİL MATEMATİK

YANINDA BULUNSUN



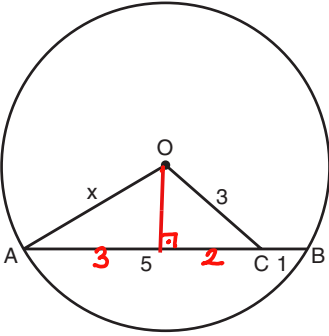
Bir çemberin merkezinden kirişe indirilen dikme, kirişi ortalar.

Yandaki şekilde  $|AO| = |OB|$  olduğundan AOB ikizkenar üçgendir. İkizkenar üçgenin tepe noktasından indirilen dikme aynı zamanda kenarortay olduğundan  $|AH| = |HB|$  olur.

**Sonuç 1:** Bir çemberde kirişin orta dikmesi çemberin merkezinden geçer.

**Sonuç 2:** Bir kirişin orta noktasını çemberin merkezine birleştiren doğru, kirişe dik olur.

? ÖRNEK 14.



O merkezli çember,  
 $C \in [AB]$   
 $|BC| = 1$  cm  
 $|AC| = 5$  cm  
 $|OC| = 3$  cm  
 $|AO| = x$   
 Yandaki verilere göre,  
 $x$  kaç cm'dir?

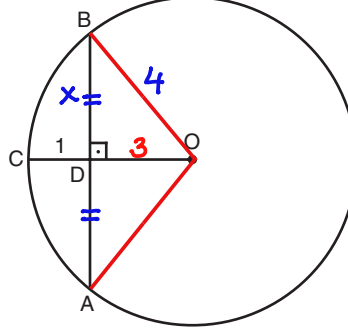
✓ ÇÖZÜM

$$x^2 - 3^2 = 3^2 - 2^2$$

$$x^2 = 14$$

$$x = \sqrt{14}$$

? ÖRNEK 16.



O merkezli çemberde,  
 $OC \perp AB$   
 $|CD| = 1$  cm'dir.  
 Çemberin yarıçap uzunlu-  
 ğu 4 cm'dir.  
 Buna göre,  $|AB|$  kaç  
 cm'dir?

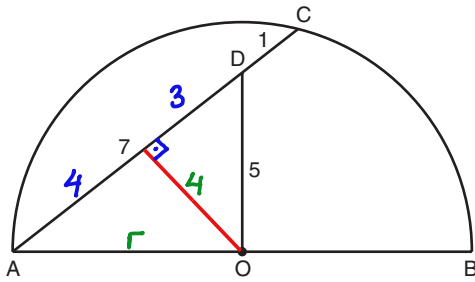
✓ ÇÖZÜM

$$x^2 + 3^2 = 4^2$$

$$x^2 = 7 \Rightarrow x = \sqrt{7}$$

$$|AB| = 2x = 2\sqrt{7}$$

? ÖRNEK 15.

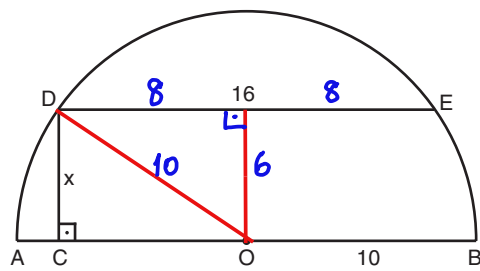


O merkezli yarım çemberde  $[AC]$  kiriş,  
 $|AD| = 7$  cm,  $|DC| = 1$  cm,  $|OD| = 5$  cm'dir.  
 Buna göre, çemberin yarıçapı kaç cm'dir?

✓ ÇÖZÜM

$$r = 4\sqrt{2}$$

? ÖRNEK 17.



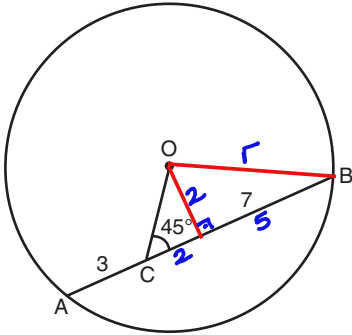
O merkezli yarım çemberde,  
 $DC \perp AB$ ,  $DE \parallel AB$   
 $|DE| = 16$  cm,  $|OB| = 10$  cm,  $|DC| = x$   
 Yukarıdaki verilere göre,  $x$  kaç cm'dir?

✓ ÇÖZÜM

$$x = 6$$

ÇEMBERİN TEMEL ELEMANLARI

ÖRNEK 18.



O merkezli çemberde,  
 $C \in [AB]$   
 $m(\widehat{OCB}) = 45^\circ$   
 $|AC| = 3$  cm  
 $|CB| = 7$  cm  
 Yandaki verilere göre,  
 çemberin yarıçapı kaç  
 cm'dir?

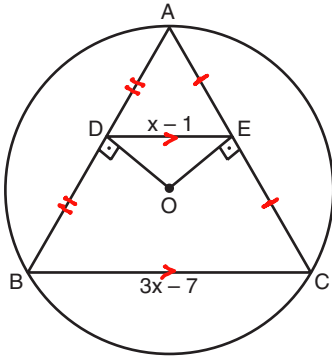
ÇÖZÜM

$$r^2 = 2^2 + 5^2$$

$$r^2 = 29$$

$$r = \sqrt{29}$$

ÖRNEK 19.



O merkezli çemberde,  
 $OD \perp AB$   
 $OE \perp AC$   
 $|DE| = (x - 1)$  birim  
 $|BC| = (3x - 7)$  birim  
 Buna göre, x kaçtır?

ÇÖZÜM

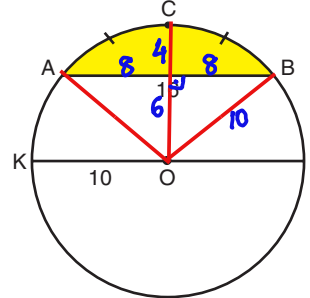
$$2 \cdot (x - 1) = 3x - 7$$

$$2x - 2 = 3x - 7$$

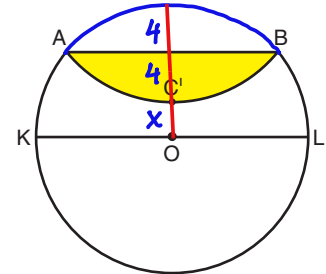
$$x = 5$$

ÖRNEK 20.

Şekil 1'deki sarı renkli bölge  $KL \parallel AB$  olacak biçimde AB doğrultusu boyunca katlandığında C noktasının yeni konumu C' olmaktadır.



Şekil 1



Şekil 2

O merkezli çemberde,  
 $|AB| = 16$  birim,  $|OK| = 10$  birim  
 Buna göre, Şekil 2'de  $|OC'|$  kaç birimdir?

ÇÖZÜM

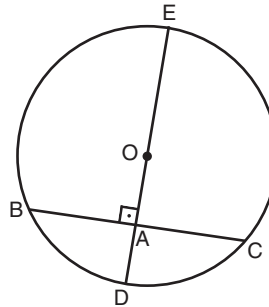
$$x + 8 = 10$$

$$x = 2$$

ACİL MATEMATİK



YANINDA BULUNSUN



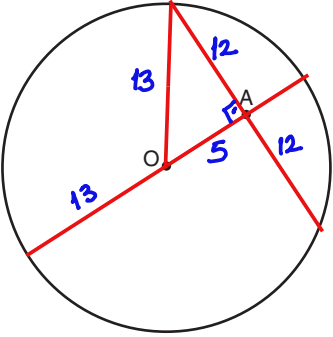
Bir çemberin içindeki herhangi bir noktadan geçen en kısa kiriş, o noktadan ve merkezden geçen doğruya dik olan kiriştir.

Yandaki O merkezli çemberde A noktasından geçen en kısa kiriş [BC] olur.

A noktasından geçen en uzun kiriş [DE] çapıdır.



? ÖRNEK 21.



O noktası çemberin merkezi olmak üzere, A noktasından geçen en uzun kirişin uzunluğu 26 cm, en kısa kirişin uzunluğu ise 24 cm'dir. Buna göre,  $|OA|$  kaç cm'dir?

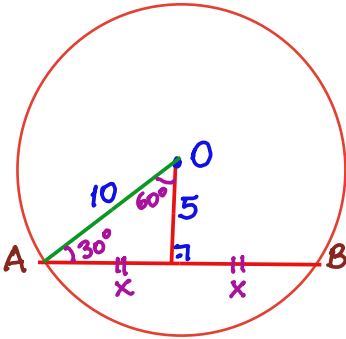
✓ ÇÖZÜM

$$|OA| = 5$$

? ÖRNEK 22.

Yarıçap uzunluğu 10 cm olan O merkezli bir çemberin merkezinden 5 cm uzaklıktaki bir noktadan geçen en kısa kirişin uzunluğu kaç cm'dir?

✓ ÇÖZÜM

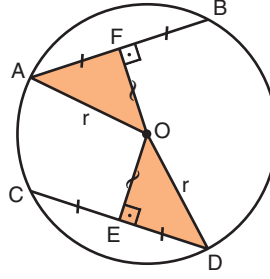


$$x = 5\sqrt{3}$$

$$|AB| = 2x = 10\sqrt{3}$$



YANINDA BULUNSUN



Bir çemberde eş kirişlerin merkeze uzaklıkları eşittir.

Yandaki O merkezli çemberde  $|AB| = |CD|$  olsun.

Çemberin merkezinden kirişlere indirilen dikme ayakları E ile F olmak üzere,

$|AF| = |FB| = |CE| = |ED|$  olur.

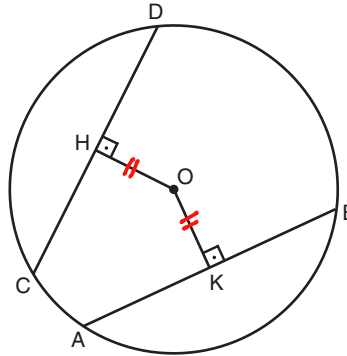
AFO ile DEO üçgenlerinin birer dik kenarları ve hipotenüsleri eşit olduğundan bu üçgenler birbirine eşittir.

O halde  $|OF| = |OE|$  olur.

Sonuç olarak bir çemberde merkeze eşit uzaklıkta bulunan kirişlerin uzunlukları birbirine eşittir.

ACIL MATEMATİK

? ÖRNEK 23.



O merkezli çemberde,

$OH \perp CD$

$OK \perp AB$

$|OH| = |OK|$

$|AB| = 24$  cm

$|CD| = (5x - 6)$  cm'dir.

Buna göre, x kaçtır?



ÇÖZÜM

$$5x - 6 = 24$$

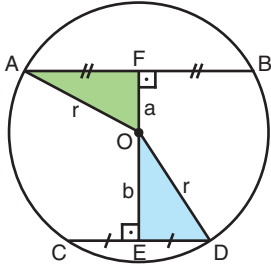
$$5x = 30$$

$$x = 6$$

ÇEMBERİN TEMEL ELEMANLARI



YANINDA BULUNSUN



Bir çemberde iki kiriş merkezden eşit uzaklıkta değilse uzun olan kiriş merkeze daha yakındır.

Yukarıdaki şekilde  $|OF| = a$  ve  $|OE| = b$  olsun.

$$|AB| > |CD| \Rightarrow |AF| > |ED| \quad (1)$$

$$|AF|^2 + a^2 = r^2 \text{ ve } |ED|^2 + b^2 = r^2$$

$$|AF|^2 = r^2 - a^2 \text{ ve } |ED|^2 = r^2 - b^2 \quad (2)$$

(1) ve (2) den

$$r^2 - a^2 > r^2 - b^2$$

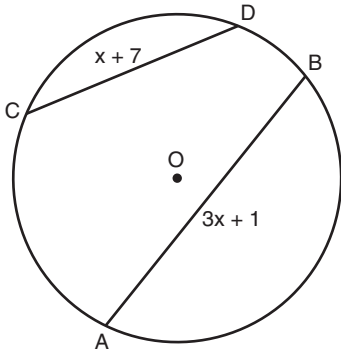
$$-a^2 > -b^2$$

$$a^2 < b^2 \text{ olur.}$$

Buradan  $a < b$  olur.



ÖRNEK 24.



Yarıçap uzunluğu 8 cm olan çemberde  $[AB]$  kirişi  $[CD]$  kirişine göre merkeze daha yakındır.

$$|AB| = (3x + 1) \text{ cm}$$

$$|CD| = (x + 7) \text{ cm}$$

olduğuna göre,  $x$ 'in alabileceği tam sayı değeri kaçtır?



ÇÖZÜM

$$3x + 1 < 16 \Rightarrow 3x < 15$$

$$x < 5$$

$$3x + 1 > x + 7 \Rightarrow 2x > 6$$

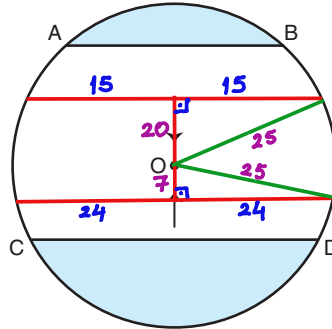
$$x > 3$$

$$3 < x < 5$$

$$x = 4$$



ÖRNEK 25.



$AB \parallel CD$

O merkezli daire şeklindeki bir camın üstten ve alttan çekilebilen iki perdesi bulunmaktadır.

Yarıçapı 25 birim olan camın üst perdesi aşağı doğru çekildiğinde perdenin cam içinde kalan  $[AB]$  uzunluğu 30 birim, alt perdesi yukarı doğru çekildiğinde perdenin cam içinde kalan  $[CD]$  uzunluğu 48 birim olmaktadır.

Buna göre, iki perde aynı anda çekildiğinde aralarındaki en kısa uzaklık kaç birim olur?

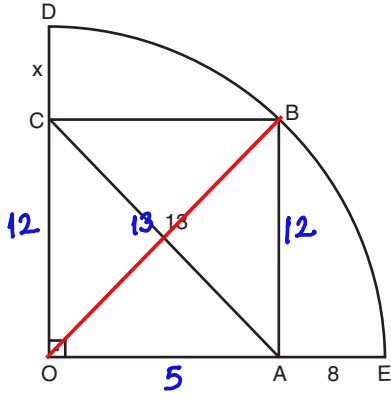
(Perdelerin her ikisinde buldukları yarım daire içerisinde hareket etmektedir.)



ÇÖZÜM

$$20 + 7 = 27$$

1.



O merkezli çeyrek çemberin içine OABC dikdörtgeni çizilmiştir.

$$|AC| = 13 \text{ cm}, |AE| = 8 \text{ cm}$$

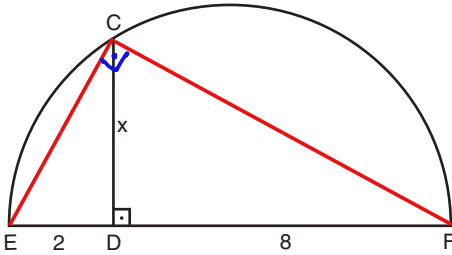
Buna göre,  $|DC| = x$  kaç cm'dir?

- A)  $\frac{1}{2}$     B) 1    C)  $\sqrt{2}$     D) 2    E)  $\sqrt{5}$

$$x + 12 = 13$$

$$x = 1$$

2.



[EF] çaplı yarım çemberde,

$$[CD] \perp [EF]$$

$$|ED| = 2 \text{ cm}, |DF| = 8 \text{ cm}$$

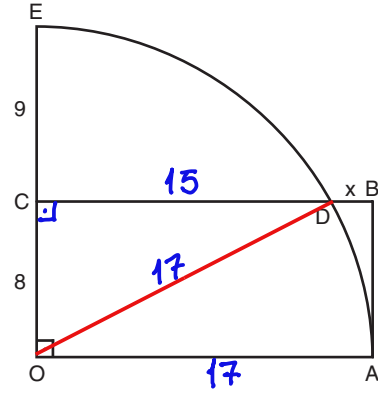
Buna göre,  $|CD| = x$  kaç cm'dir?

- A) 2    B) 3    C) 4    D) 5    E) 6

$$x^2 = 2 \cdot 8$$

$$x = 4$$

3.



Şekilde O merkezli çeyrek çember ve OABC dikdörtgeni verilmiştir.

$$|OC| = 8 \text{ cm}, |CE| = 9 \text{ cm}, |DB| = x$$

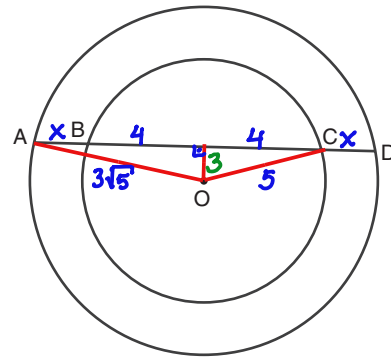
Yukarıdaki verilere göre,  $x$  kaç cm'dir?

- A) 1    B)  $\sqrt{2}$     C)  $\sqrt{3}$     D) 2    E) 3

$$x + 15 = 17$$

$$x = 2$$

4.



O merkezli çemberlerin yarıçapları 5 cm ve  $3\sqrt{5}$  cm ve  $|BC| = 8$  cm'dir.

Buna göre,  $|CD|$  kaç cm'dir?

- A) 1    B)  $\sqrt{2}$     C)  $\sqrt{3}$     D) 2    E) 3

$$(x+4)^2 + 3^2 = (3\sqrt{5})^2$$

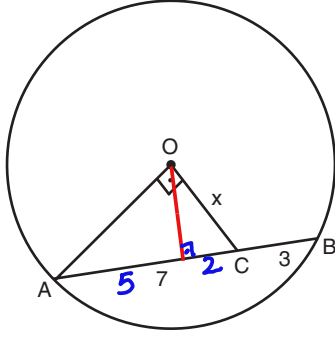
$$(x+4)^2 = 36$$

$$x+4 = 6$$

$$x = 2$$

ÇEMBERİN TEMEL ELEMANLARI - Test

5.



O merkezli çemberde,

$C \in [AB]$ ,  $AO \perp OC$

$|AC| = 7$  cm,  $|CB| = 3$  cm,  $|OC| = x$

Yukarıdaki verilere göre,  $x$  kaç cm'dir?

- A)  $\sqrt{13}$  B)   $\sqrt{14}$  C)  $\sqrt{15}$  D) 4 E)  $\sqrt{17}$

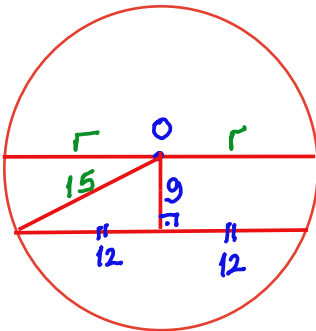
$$x^2 = 2 \cdot 7$$

$$x = \sqrt{14}$$

6. Bir çemberin merkezinin, uzunluğu 24 cm olan kirişe uzaklığı 9 cm'dir.

Buna göre, çemberin en uzun kirişi kaç cm uzunluğundadır?

- A) 24 B) 28 C)  30 D) 32 E) 34

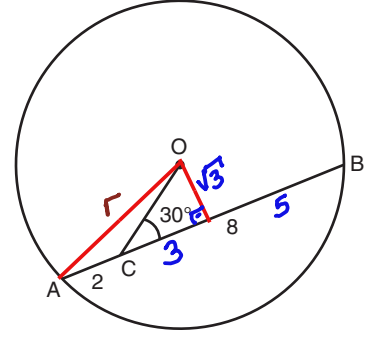


$$r = 15$$

$$\downarrow$$

$$2r = 30$$

7.



O merkezli çemberde,

$C \in [AB]$ ,  $m(\widehat{OCB}) = 30^\circ$

$|AC| = 2$  cm,  $|CB| = 8$  cm

Yukarıdaki verilere göre, çemberin yarıçapı kaç cm'dir?

- A)  $3\sqrt{2}$  B)  $2\sqrt{5}$  C)  $2\sqrt{6}$

$2\sqrt{7}$

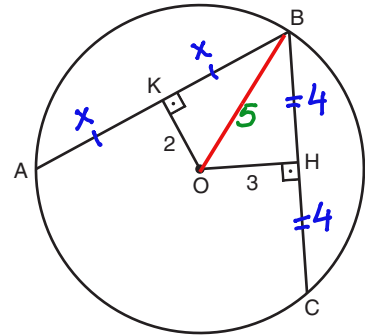
E)  $6\sqrt{2}$

$$r^2 = (\sqrt{3})^2 + 5^2$$

$$r^2 = 28$$

$$r = 2\sqrt{7}$$

8.



O merkezli çemberde,

$OK \perp AB$ ,  $OH \perp BC$

$|OK| = 2$  cm,  $|OH| = 3$  cm ve  $|BC| = 8$  cm'dir.

Buna göre,  $|AB|$  kaç cm'dir?

- A)  $6\sqrt{2}$  B)  $4\sqrt{5}$  C)   $2\sqrt{21}$

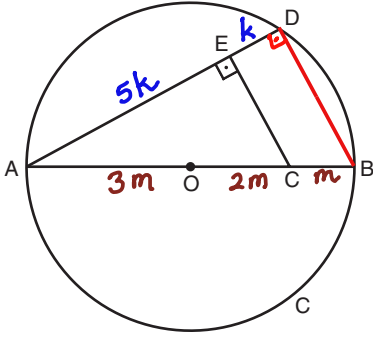
D)  $3\sqrt{10}$

E) 10

$$x^2 + 2^2 = 5^2 \Rightarrow x = \sqrt{21}$$

$$|AB| = 2\sqrt{21}$$

9.



O merkezli çemberde, [AB] çap,

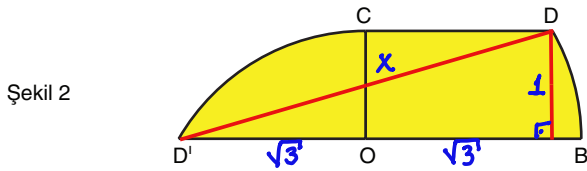
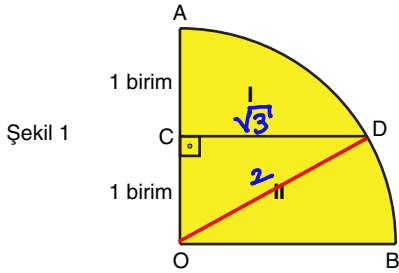
$$EC \perp AD, |AE| = 5 \cdot |ED|$$

Yukarıdaki verilere göre,  $\frac{|OC|}{|CB|}$  oranı kaçtır?

- A) 2      B)  $\frac{3}{2}$       C)  $\frac{4}{3}$       D)  $\frac{5}{3}$       E) 1

$$\frac{|OC|}{|CB|} = \frac{2m}{m} = 2$$

10.



Şekil 1'de O merkezli AB yaylı çeyrek çember şeklindeki kağıt CD doğrusu boyunca kesiliyor. Daha sonra I ve II numaralı bölgelerin eşit kenarları çıkışacak şekilde bu parçalar düzlemsel olarak Şekil 2'deki gibi birleştiriliyor.

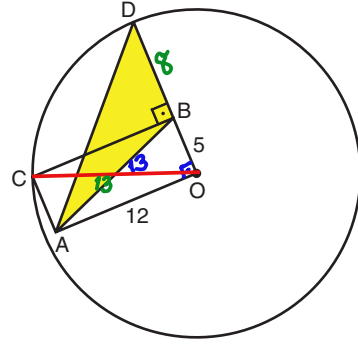
Buna göre, D ve D' noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

- A) 3      B)  $\sqrt{10}$       C)  $\sqrt{11}$       D)  $2\sqrt{3}$        E)  $\sqrt{13}$

$$x^2 = 1^2 + (2\sqrt{3})^2$$

$$x^2 = 13 \Rightarrow x = \sqrt{13}$$

11.



O merkezli çemberde, AOBC dikdörtgen,

$$B \in [OD]$$

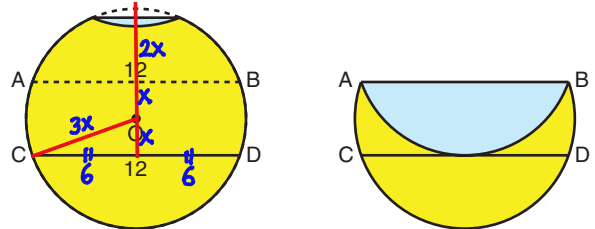
$$|BO| = 5 \text{ cm}, |AO| = 12 \text{ cm}$$

Buna göre,  $A(\widehat{ABD})$  kaç  $\text{cm}^2$  dir?

- A) 48      B) 45      C) 42      D) 40      E) 36

$$A(\widehat{ABD}) = \frac{12 \cdot 8}{2} = 48$$

12. Şekilde [AB] // [CD] ve |AB| = |CD| = 12 birim olmak üzere, O merkezli daire biçimindeki kağıt [AB] boyunca katlandığında [CD] ye teğet olmaktadır.



Buna göre, dairenin yarıçapı kaç birimdir?

- A)  $\frac{5}{\sqrt{2}}$       B)  $\frac{6}{\sqrt{2}}$       C)  $\frac{7}{\sqrt{2}}$       D)  $\frac{8}{\sqrt{2}}$        E)  $\frac{9}{\sqrt{2}}$

$$x^2 + 6^2 = (3x)^2$$

$$8x^2 = 36 \Rightarrow x = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

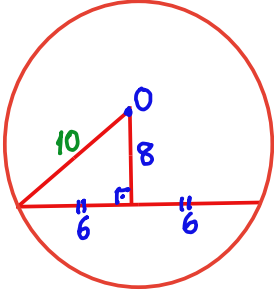
$$r = 3x = \frac{9}{\sqrt{2}}$$

ÇEMBERİN TEMEL ELEMANLARI - Test

13. O merkezli bir çemberin merkezinden 8 cm uzaklıktaki bir noktadan geçen en kısa kirişin uzunluğu 12 cm'dir.

Buna göre, çemberin çap uzunluğu kaç cm'dir?

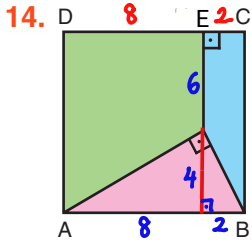
- A) 15 B) 18  C) 20 D) 24 E) 30



$$r = 10$$

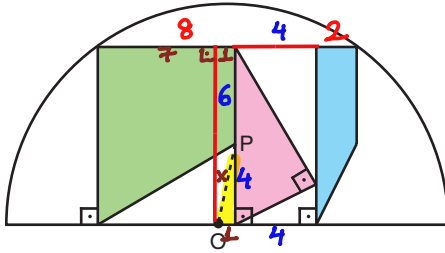
$$\downarrow$$

$$2r = 20$$



Kare şeklinde bir ABCD levhası aşağıdaki gibi kesilip bir yarım çember içine yerleştiriliyor.

$$4 \cdot |EC| = |DE| = 8 \text{ cm'dir.}$$



Üç parça da O merkezli yarım çemberin çapına dik konumda yerleştiriliyor.

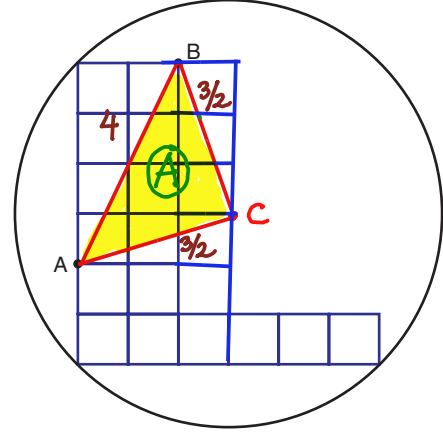
Buna göre, |OP| uzunluğu kaç cm'dir?

- A)  $\sqrt{17}$  B)  $3\sqrt{2}$  C)  $\sqrt{19}$  D)  $2\sqrt{5}$  E)  $\sqrt{21}$

$$x^2 = 4^2 + 1^2$$

$$x = \sqrt{17}$$

15. Aşağıda verilen şekilde çember içerisine 16 tane birim kare çizilmiştir.



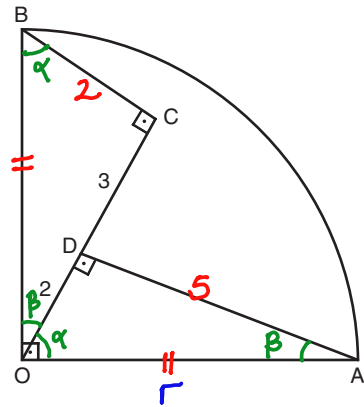
Çemberin merkezi C noktası olmak üzere,  $A(\widehat{ABC})$  kaç birimkaredir?

- A) 3 B) 4  C) 5 D) 6 E) 7

$$A + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} + 4 = 3 \cdot 4$$

$$A = 5$$

- 16.



O merkezli çeyrek çemberde,

$$BC \perp OC, AD \perp OC$$

$$|OD| = 2 \text{ cm}, |DC| = 3 \text{ cm}$$

Buna göre, çemberin yarıçap uzunluğu kaç cm'dir?

- A)  $2\sqrt{5}$  B)  $2\sqrt{6}$   C)  $\sqrt{29}$  D)  $\sqrt{30}$  E)  $\sqrt{33}$

$$r^2 = 2^2 + 5^2 \Rightarrow r = \sqrt{29}$$

1. B	2. C	3. D	4. D	5. B	6. C	7. D	8. C
9. A	10. E	11. A	12. E	13. C	14. A	15. C	16. C

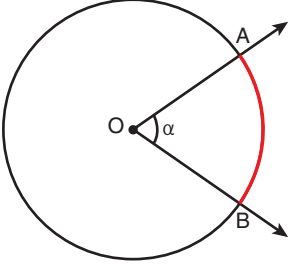
## YANINDA BULUNSUN

## ÇEMBERDE AÇI

## Merkez Açısı

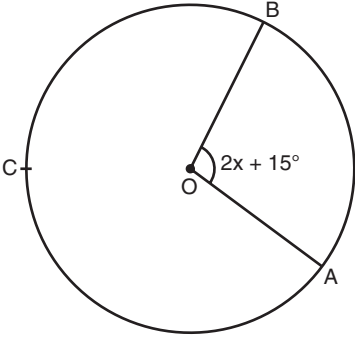
Köşesi çemberin merkezinde olan açığı çemberin bir "Merkez Açısı" denir.

Bir çemberde bir merkez açının ölçüsü bu merkez açının gördüğü yayın ölçüsüne eşittir.



Yandaki şekilde ölçüsü  $\alpha$  olan AOB açısı bir merkez açısıdır. AB yayı, AOB açısının gördüğü yaydır.

## ÖRNEK 1.



O merkezli çemberde,  $m(\widehat{ACB}) = 265^\circ$  ve  $m(\widehat{BOA}) = 2x + 15^\circ$  dir. Buna göre, x kaç derecedir?

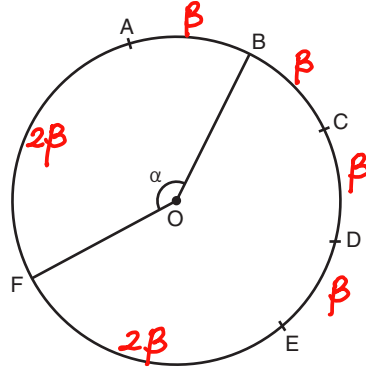
## ÇÖZÜM

$$2x + 15 + 265 = 360$$

$$2x = 80$$

$$x = 40$$

## ÖRNEK 2.



Şekilde gösterilen O merkezli çemberde,  $m(\widehat{AF}) = m(\widehat{FE}) = 2 \cdot m(\widehat{ED}) = 2 \cdot m(\widehat{DC}) = 2 \cdot m(\widehat{CB}) = 2 \cdot m(\widehat{BA})$   $m(\widehat{FOB}) = \alpha$  dir.

Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?

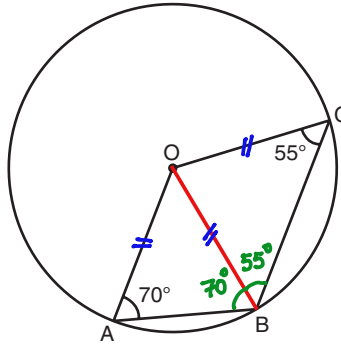
## ÇÖZÜM

$$8\beta = 360 \Rightarrow \beta = 45$$

$$\alpha = 3\beta \Rightarrow \alpha = 3 \cdot 45$$

$$\alpha = 135$$

## ÖRNEK 3.



O merkezli çemberde,

$$m(\widehat{OAB}) = 70^\circ$$

$$m(\widehat{OCB}) = 55^\circ \text{ dir.}$$

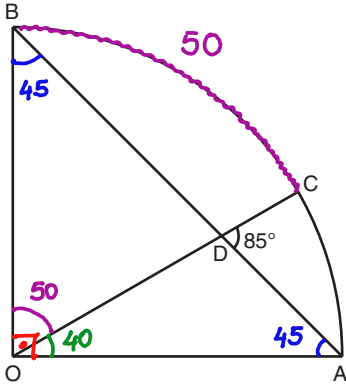
Buna göre,  $m(\widehat{ABC})$  kaç derecedir?

## ÇÖZÜM

$$m(\widehat{ABC}) = 70 + 55$$

$$= 125$$

**ÖRNEK 4.**

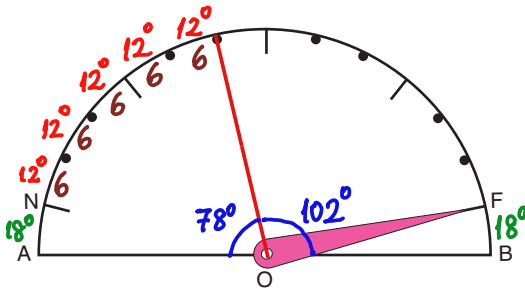


O noktası çeyrek çemberin merkezi,  
 $OC \cap AB = \{D\}$   
 $m(\widehat{CDA}) = 85^\circ$  dir.  
 Buna göre,  $m(\widehat{BC})$  kaç derecedir?

**ÇÖZÜM**

$$m(\widehat{BC}) = 50$$

**ÖRNEK 5.**



Şekilde deposu 72 litre yakıt alabilen bir aracın O merkezli yarım daire şeklindeki yakıt gösterge paneli verilmiştir.

Gösterge ibresi depo tamamen boşken N noktasında ve tam dolu iken F noktasındadır. O merkezli  $144^\circ$ lik NF yayı 12 tane eş bölmeden oluşmaktadır.

$$m(\widehat{AN}) = m(\widehat{BF})$$

Buna göre, tam dolu depo ile yola çıkan aracın deposunda 30 litre yakıt kaldığında ibrenin çap ile yaptığı geniş açı kaç derece olur?

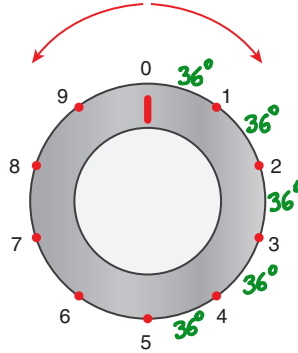
**ÇÖZÜM**

$$\frac{144}{12} = 12^\circ$$

Tamamı 72 litre ise her bölme  $\frac{72}{12} = 6$  litre

Geniş açı  $102^\circ$  dir.

**ÖRNEK 6.**



Şekilde bir kasanın kilidini açmak için kullanılan ve üzerinde rakamların eşit aralıklarla yerleştirildiği bir çevirmeli kilit sistemi verilmiştir.

Sistem her iki yönde de dönebilmektedir ve kasayı açmak için kırmızı çizginin tek tek rakamlar üzerine getirilmesi gerekmektedir.

Başlangıçta kırmızı çizgi "0" üzerinde iken, şifresi **2 8 5 6** olarak belirlenen kasayı açmak için mekanizmayı en az kaç derece döndürmek gereklidir?

**ÇÖZÜM**

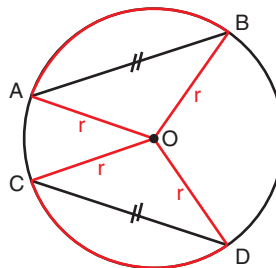


$$\begin{aligned} 2 &\rightarrow 2 \cdot 36^\circ \\ 8 &\rightarrow 4 \cdot 36^\circ \\ 5 &\rightarrow 3 \cdot 36^\circ \\ 6 &\rightarrow 1 \cdot 36^\circ \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} 2 &\rightarrow 2 \cdot 36^\circ \\ 8 &\rightarrow 4 \cdot 36^\circ \\ 5 &\rightarrow 3 \cdot 36^\circ \\ 6 &\rightarrow 1 \cdot 36^\circ \end{aligned}} \right\} 10 \cdot 36 = 360$$



**YANINDA BULUNSUN**

Çemberde eş kirişlerin belirlediği yaylar eşdir.

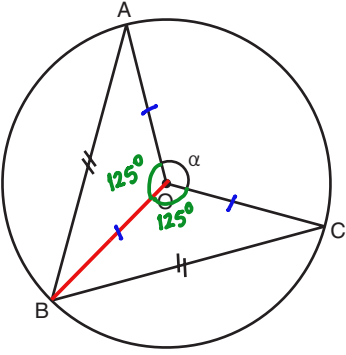


Yandaki çemberde  $|AB| = |CD|$  olsun. Çizilen yarıçaplarla oluşturulan AOB ve COD eş üçgenlerdir. (K.K.K.) Dolayısıyla iki üçgenin tepe açıları eşittir. Bir çemberde merkez açının ölçüsü, bu merkez açının gördüğü yayın ölçüsüne eşit olduğundan  $m(\widehat{AB}) = m(\widehat{CD})$  olur.

Sonuç olarak, çemberde eş kirişlerin belirlediği yaylar eşdir.



**ÖRNEK 7.**



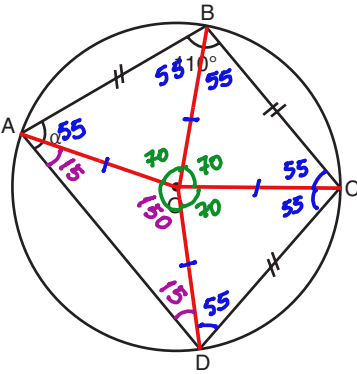
O noktası çemberin merkezi,  
 $|AB| = |BC|$   
 $m(\widehat{BC}) = 125^\circ$   
 $m(\widehat{AOC}) = \alpha$  dir.  
**Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?**

**ÇÖZÜM**

$$\alpha + 250 = 360$$

$$\alpha = 110$$

**ÖRNEK 8.**



Verilen çemberde,  
 $|AB| = |BC| = |CD|$   
 $m(\widehat{ABC}) = 110^\circ$   
 $m(\widehat{BAD}) = \alpha$  dir.  
**Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?**

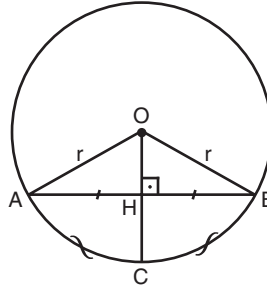
**ÇÖZÜM**

$$\alpha = 55 + 15$$

$$\alpha = 70$$



**YANINDA BULUNSUN**



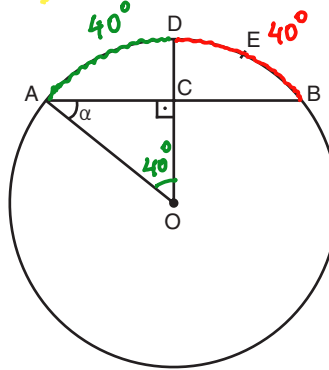
Bir çemberin merkezinden kirişe indirilen dikme bu kirişin gördüğü yayı ortalar.

Yandaki O merkezli çemberde  $\widehat{AOB}$  ikizkenar üçgen olduğundan merkezden AB kirişine indirilen dikme aynı zamanda üçgenin açıortayıdır.

AOC ve COB merkez açılarının ölçüleri eşit olduğundan,  
 $m(\widehat{AC}) = m(\widehat{CB})$  olur.

Sonuç olarak, bir çemberin merkezinden kirişe indirilen dikme bu kirişin gördüğü yayı ortalar.

**ÖRNEK 9.**



O merkezli çemberde,  
 $OD \perp AB$   
 $m(\widehat{DEB}) = 40^\circ$   
 $m(\widehat{BAO}) = \alpha$  dir.  
**Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?**

**ÇÖZÜM**

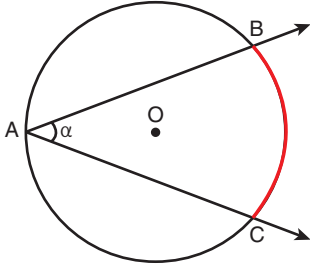
$$\alpha + 40 = 90$$

$$\alpha = 50$$

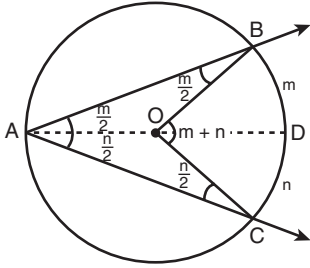


YANINDA BULUNSUN

ÇEVRE AÇI



Köşesi çemberin üzerinde olan ve kenarları çemberi kesen açığa çemberin bir "Çevre Açısı" denir. Yandaki şekilde ölçüsü  $\alpha$  olan  $\widehat{BAC}$  açısı bir çevre açısıdır.  $\widehat{BC}$ ,  $\widehat{BAC}$  açısının gördüğü yaydır.



Bir çemberde çevre açının ölçüsü, bu açının gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşittir. Yandaki şekilde O merkezli çemberde  $[AD]$  çap olmak üzere,  $m(\widehat{BD}) = m$  ve  $m(\widehat{DC}) = n$  olsun.

Buradan,

$$m(\widehat{BOD}) = m \text{ ve } (\widehat{DOC}) = n \text{ olur.}$$

$OAB$  ve  $OAC$  ikizkenar üçgen olduğundan,

$$m(\widehat{OAB}) = m(\widehat{OBA}) = \frac{m}{2} \text{ ve } m(\widehat{OAC}) = m(\widehat{OCA}) = \frac{n}{2} \text{ olur.}$$

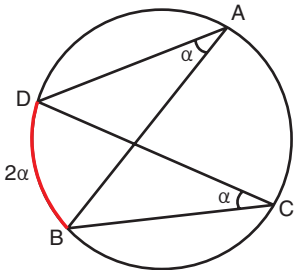
Buradan, A çevre açısının ölçüsü  $m(\widehat{A}) = \frac{m+n}{2} = \frac{m(\widehat{BC})}{2}$  olur.

Bir çemberde çevre açının ölçüsü aynı yayı gören merkez açının ölçüsünün yarısına eşittir.

Yukarıdaki şekilde,

$$m(\widehat{BAC}) = \frac{m(\widehat{BOC})}{2} = \frac{m+n}{2} \text{ olur.}$$

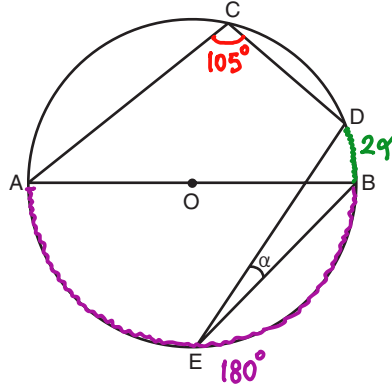
NOT



Aynı yayı gören çevre açılarının ölçüleri eşittir. Yandaki şekilde,  $m(\widehat{DAB}) = m(\widehat{DCB}) = \alpha$  olur.



ÖRNEK 10.



$[AB]$  çaplı O merkezli çemberde,  
 $m(\widehat{ACD}) = 105^\circ$   
 $m(\widehat{DEB}) = \alpha$  dir.  
Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?



ÇÖZÜM

$$2\alpha + 180 = 210$$

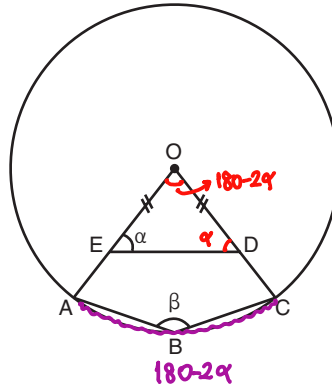
$$2\alpha = 30$$

$$\alpha = 15$$

ACİL MATEMATİK



ÖRNEK 11.



Şekilde verilen O merkezli çemberde,  
 $|OE| = |OD|$   
 $m(\widehat{OED}) = \alpha$  ve  
 $m(\widehat{ABC}) = \beta$  dir.  
Buna göre,  $\beta - \alpha$  farkı kaç derecedir?



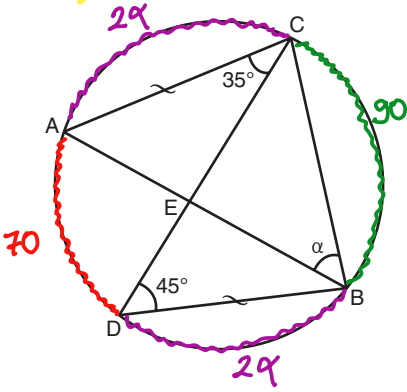
ÇÖZÜM

$$180 - 2\alpha + 2\beta = 360$$

$$2 \cdot (\beta - \alpha) = 180$$

$$\beta - \alpha = 90$$

**ÖRNEK 12.**



Verilen çemberde,  
 $AB \cap DC = \{E\}$   
 $|AC| = |DB|$   
 $m(\widehat{ACD}) = 35^\circ$   
 $m(\widehat{CDB}) = 45^\circ$   
 $m(\widehat{ABC}) = \alpha$  dir.  
**Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?**

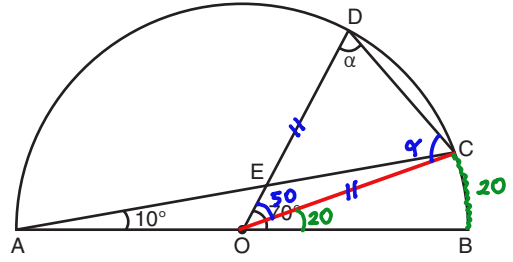
**ÇÖZÜM**

$$4\alpha + 160 = 360$$

$$4\alpha = 200$$

$$\alpha = 50$$

**ÖRNEK 14.**



O noktası,  $[AB]$  çaplı yarım çemberin merkezidir.  
 $AC \cap OD = \{E\}$   
 $m(\widehat{CAB}) = 10^\circ$ ,  $m(\widehat{DOB}) = 70^\circ$  ve  $m(\widehat{ODC}) = \alpha$  dir.  
**Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?**

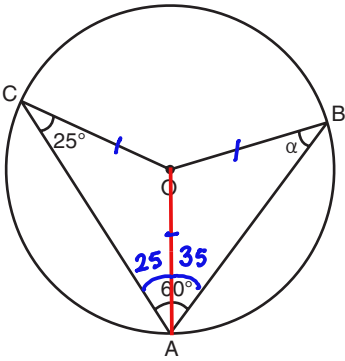
**ÇÖZÜM**

$$2\alpha + 50 = 180$$

$$2\alpha = 130$$

$$\alpha = 65$$

**ÖRNEK 13.**

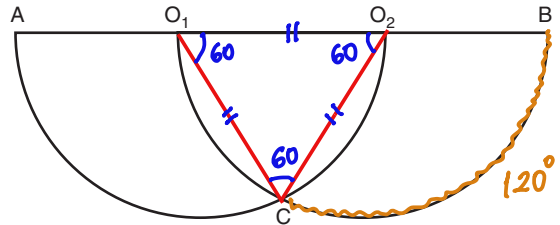


Şekilde O merkezli çemberde,  
 $m(\widehat{ACO}) = 25^\circ$   
 $m(\widehat{CAB}) = 60^\circ$   
 $m(\widehat{OBA}) = \alpha$  dir.  
**Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?**

**ÇÖZÜM**

$$\alpha = 35$$

**ÖRNEK 15.**

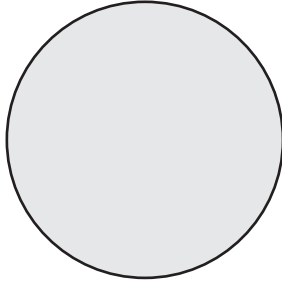


$O_1$  ve  $O_2$  yarım çemberlerin merkezleridir.  
**Buna göre,  $m(\widehat{BC})$  kaç derecedir?**

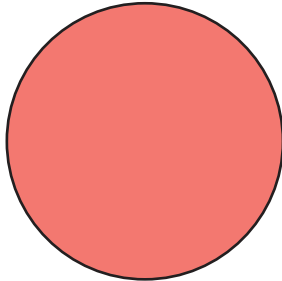
**ÇÖZÜM**

$$m(\widehat{BC}) = 120$$

**ÖRNEK 16.**

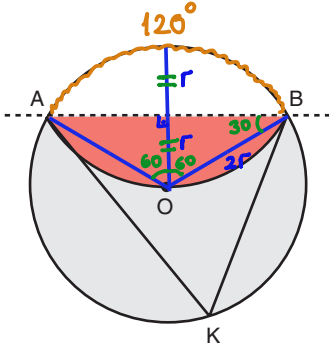


Ön yüzü



Arka yüzü

Şekilde ön ve arka yüzü gösterilen bir havlu aşağıdaki gibi katlanmıştır.



Bu katlama sonucunda katlanan parça havlunun merkezinden geçmektedir.

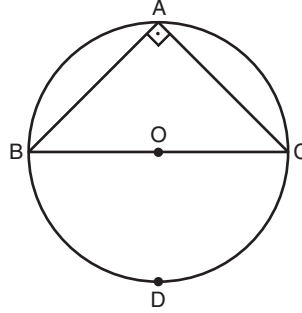
Buna göre,  $m(\widehat{AKB})$  açısı kaç derecedir?

**ÇÖZÜM**

$$m(\widehat{AKB}) = 60$$



**YANINDA BULUNSUN**



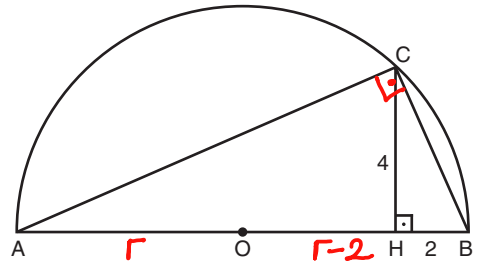
Bir çemberde çapı gören çevre açının ölçüsü  $90^\circ$  olur.

Yandaki şekilde [BC] çaplı ve O merkezli çemberde çapı gören çevre açısı A açısıdır. A açısı BDC çember yayını görmektedir.

O, çemberin merkezi olduğu için  $m(\widehat{BDC}) = 180^\circ$  olur.

A açısı çevre açısı olduğundan,  $m(\widehat{A}) = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$  olur.

**ÖRNEK 17.**



[AB] çaplı yarım çemberde,

$|CH| = 2 \cdot |HB| = 4$  cm'dir.

Buna göre, çemberin yarıçapı kaç cm'dir?

**ÇÖZÜM**

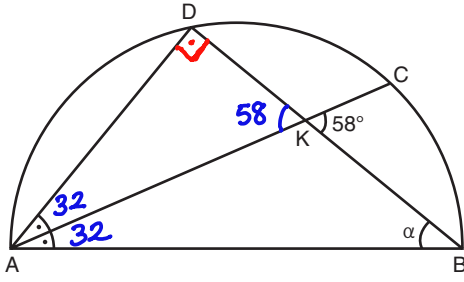
$$4^2 = (2r-2) \cdot 2$$

$$2r-2 = 8$$

$$2r = 10$$

$$r = 5$$

**ÖRNEK 18.**



[AB] çaplı yarım çemberde,  
 $m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{CAB})$   
 $m(\widehat{CKB}) = 58^\circ$ ,  $m(\widehat{ABD}) = \alpha$  dir.  
**Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?**

**ÇÖZÜM**

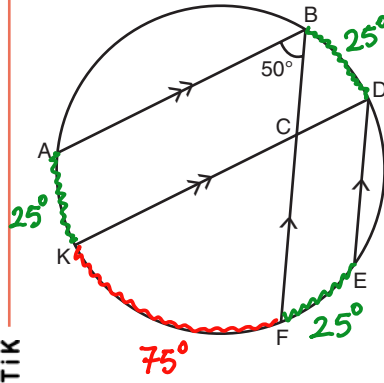
$$\alpha + 64 = 90$$

$$\alpha = 26$$

**ÇÖZÜM**

$$m(\widehat{AC}) = 24$$

**ÖRNEK 20.**



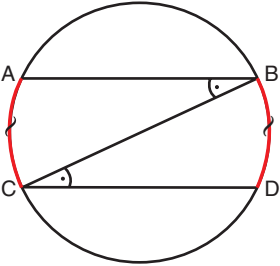
Verilen çemberde,  
 $AB \parallel KD$ ,  $BF \parallel DE$   
 $BF \cap KD = \{C\}$   
 $m(\widehat{ABF}) = 50^\circ$   
 $m(\widehat{KF}) = 75^\circ$   
**Buna göre,  $m(\widehat{FE})$  kaç derecedir?**

**ÇÖZÜM**

$$m(\widehat{FE}) = 25$$



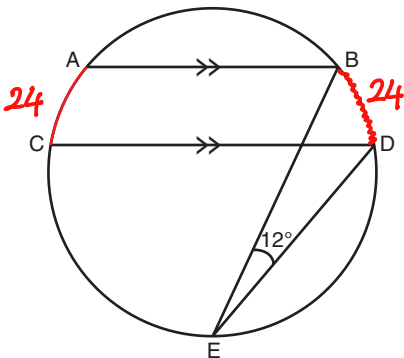
**YANINDA BULUNSUN**



Bir çemberde paralel iki kirişin arasında kalan yayların ölçüleri birbirine eşittir.  
 $[AB] \parallel [CD]$  olmak üzere, CBA ve DCB açıları iç ters açılar olur. Yani  $m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{BCD})$  olur.

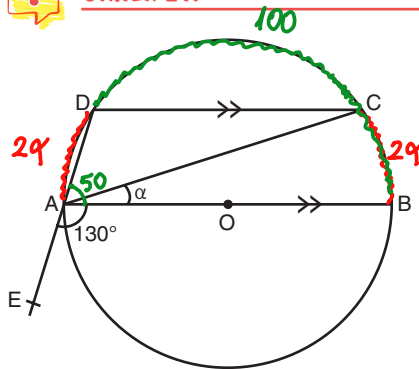
Aynı çevre açısının gördüğü yayların ölçüleri eşit olduğundan  $m(\widehat{AC}) = m(\widehat{BD})$  olur.

**ÖRNEK 19.**



Verilen çemberde,  
 $AB \parallel CD$   
 $m(\widehat{BED}) = 12^\circ$  dir.  
**Buna göre,  $m(\widehat{AC})$  kaç derecedir?**

**ÖRNEK 21.**



O noktası, [AB] çaplı çemberin merkezidir.  
 $AB \parallel DC$   
 $m(\widehat{BAE}) = 130^\circ$   
 $m(\widehat{CAB}) = \alpha$   
D, A ve E noktaları doğrusaldır.  
**Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?**

**ÇÖZÜM**

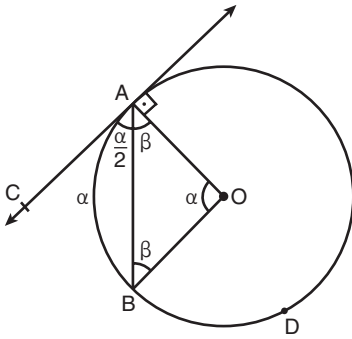
$$\begin{aligned} 2\alpha + 100 &= 180 \\ 2\alpha &= 80 \\ \alpha &= 40 \end{aligned}$$



**YANINDA BULUNSUN**

**TEĞET - KİRİŞ AÇI**

Köşesi çember üzerinde bulunan ve kenarlarından biri çemberin kirişi, diğeri çemberin teğeti olan açığa bu çemberin "Teğet-Kiriş Açısı" denir.



Yandaki şekilde CAB açısı çemberin bir teğet-kiriş açısıdır. CAB açısının gördüğü yay AB yayıdır. Çemberde OA ve OB doğru parçaları çizildiğinde OAB ikizkenar üçgeni elde edilir.

[OA]  $\perp$  [AC] olur. Merkez açının ölçüsü  $\alpha$  olsun.

Bu durumda  $m(\widehat{AB}) = \alpha$  olur.

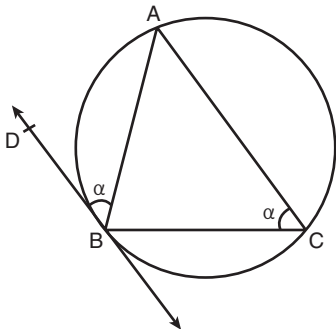
$$m(\widehat{BAO}) = m(\widehat{OBA}) = \beta \text{ olsun.}$$

Bu durumda OAB üçgeninde  $2\beta + \alpha = 180^\circ$  eşitliğinin her iki tarafı 2'ye bölündüğünde  $\beta + \frac{\alpha}{2} = 90^\circ$  olur.

Buna göre, CAB teğet-kiriş açısının ölçüsü  $m(\widehat{CAB}) = \frac{\alpha}{2}$  olur.

O halde teğet-kiriş açısının ölçüsü, bu açının gördüğü yay ölçüsünün yarısına eşittir.

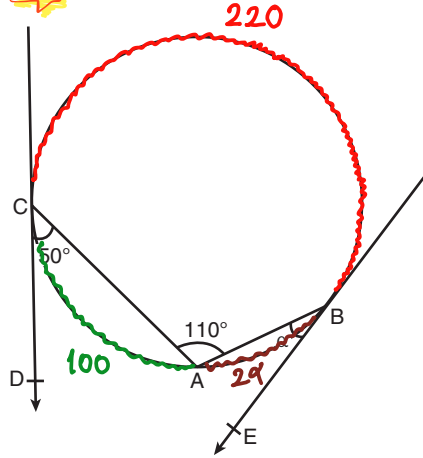
**NOT**



Bir çemberde aynı yayı gören teğet-kiriş açısı ile çevre açının ölçüleri eşittir.

Yandaki şekilde,  $m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{ACB}) = \alpha$  olur.

**ÖRNEK 22.**



CD ve BE doğruları çembere sırasıyla C ve B noktalarında teğettir.

$$m(\widehat{DCA}) = 50^\circ$$

$$m(\widehat{CAB}) = 110^\circ$$

$$m(\widehat{ABE}) = \alpha$$

Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?

**ÇÖZÜM**

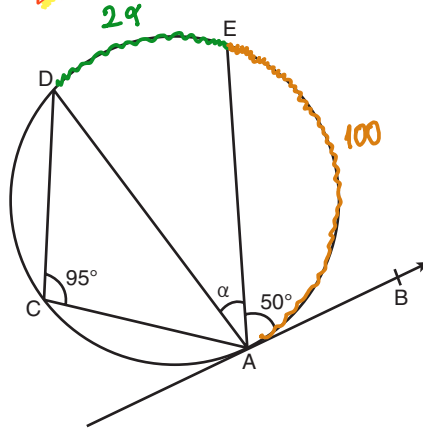
$$2\alpha + 320 = 360$$

$$2\alpha = 40$$

$$\alpha = 20$$

ACİL MATEMATİK

**ÖRNEK 23.**



AB doğrusu çembere A noktasında teğet,

$$m(\widehat{DCA}) = 95^\circ$$

$$m(\widehat{EAB}) = 50^\circ$$

$$m(\widehat{DAE}) = \alpha \text{ dir.}$$

Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?

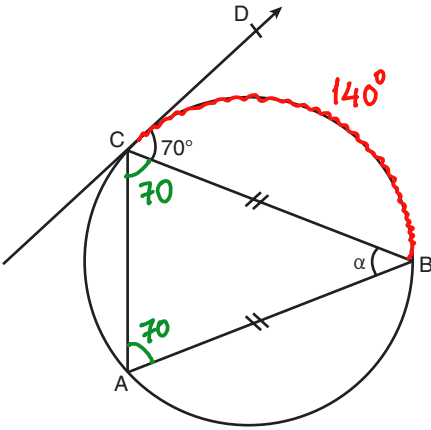
**ÇÖZÜM**

$$2\alpha + 100 = 190$$

$$2\alpha = 90$$

$$\alpha = 45$$

## ? ÖRNEK 24.



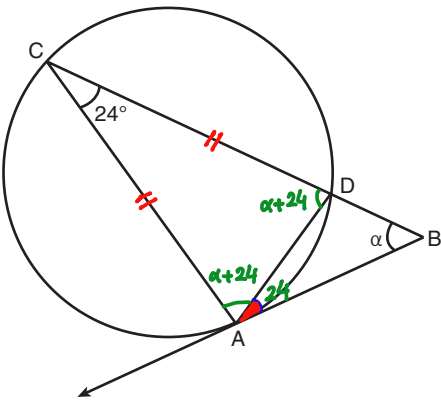
CD doğrusu C noktasında çembere teğet,  
 $|BC| = |BA|$   
 $m(\widehat{DCB}) = 70^\circ$   
 $m(\widehat{CBA}) = \alpha$   
**Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?**

## ✓ ÇÖZÜM

$$\alpha + 140 = 180$$

$$\alpha = 40$$

## ? ÖRNEK 25.



Şekilde ABC bir üçgen ve BA doğrusu çembere A noktasında teğettir. Çemberin merkezinin [AC] ve [DC] ye uzaklıkları eşittir.  
 $m(\widehat{ACB}) = 24^\circ$  ve  
 $m(\widehat{ABC}) = \alpha$  dir.  
**Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?**

## ✓ ÇÖZÜM

$$2\alpha + 72 = 180$$

$$2\alpha = 108$$

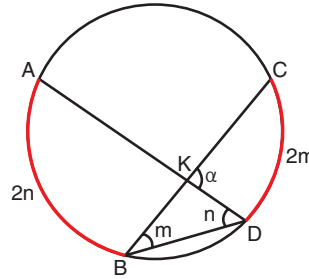
$$\alpha = 54$$



## YANINDA BULUNSUN

## İÇ AÇI

Çemberin içinde herhangi bir noktada kesişen iki kirişin oluşturduğu açılardan her birine bu çemberin bir "**İç Açısı**" denir.



Yandaki şekilde ölçüsü  $\alpha$  olan DKC açısı çemberin iç açılarından biridir. DKC açısının gördüğü yaylar CD ve AB yaylarıdır.

$$m(\widehat{DBC}) = m \text{ ve } m(\widehat{ADB}) = n \text{ olsun.}$$

Buna göre,

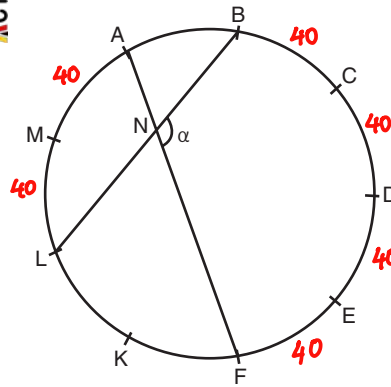
$$m(\widehat{DC}) = 2m \text{ ve } m(\widehat{AB}) = 2n \text{ olur.}$$

Buradan,

$$\alpha = m + n = \frac{m(\widehat{AB}) + m(\widehat{CD})}{2}$$

ACIL MATEMATİK

## ? ÖRNEK 26.



Şekilde verilen çember 9 eşit parçaya bölünerek her parçanın uçlarına harfler yazılmıştır.

$BL \cap AF = \{N\}$   
 $m(\widehat{BNF}) = \alpha$  dir.

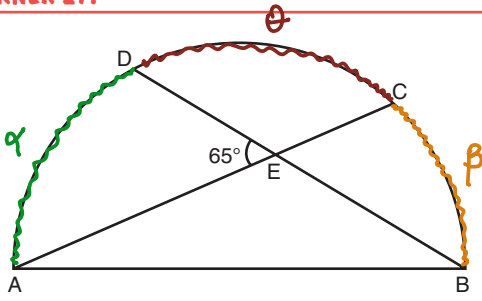
**Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?**

## ✓ ÇÖZÜM

$$\frac{360}{9} = 40$$

$$\alpha = \frac{160 + 80}{2} = 120$$

**ÖRNEK 27.**



[AB] çaplı yarım çemberde,

$$[AC] \cap [BD] = \{E\}$$

$$m(\widehat{AED}) = 65^\circ$$

Buna göre,  $m(\widehat{DC})$  kaç derecedir?

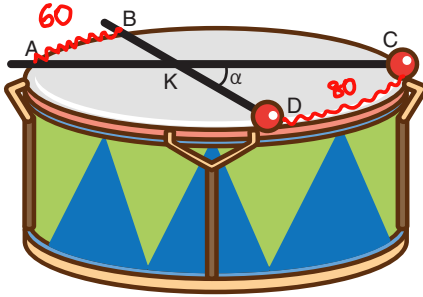
**ÇÖZÜM**

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = 65 \Rightarrow \alpha + \beta = 130$$

$$130 + \theta = 180$$

$$\theta = 50$$

**ÖRNEK 28.**



Şekildeki davulun üzerinde bulunan tokmaklar K noktasında kesişiyorlar. A, B, C ve D noktaları davul yüzeyini sınırlayan çember üzerindedir.

$$m(\widehat{AB}) = 60^\circ, m(\widehat{DC}) = 80^\circ, m(\widehat{CKD}) = \alpha \text{ dır.}$$

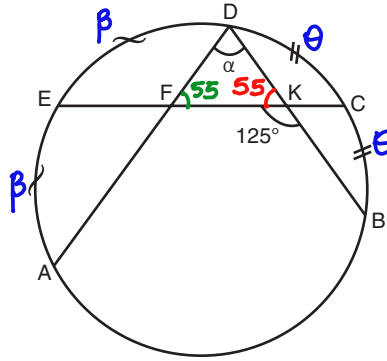
Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?

**ÇÖZÜM**

$$\alpha = \frac{80+60}{2}$$

$$\alpha = 70$$

**ÖRNEK 29.**



Verilen çemberde,

$$AD \cap EC = \{F\}$$

$$EC \cap DB = \{K\}$$

$$m(\widehat{AE}) = m(\widehat{ED})$$

$$m(\widehat{DC}) = m(\widehat{CB})$$

$$m(\widehat{EKB}) = 125^\circ$$

$$m(\widehat{ADB}) = \alpha$$

Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?

**ÇÖZÜM**

$$\frac{\beta + \theta}{2} = 55 \Rightarrow \beta + \theta = 110$$

$$\alpha + 110 = 180$$

$$\alpha = 70$$

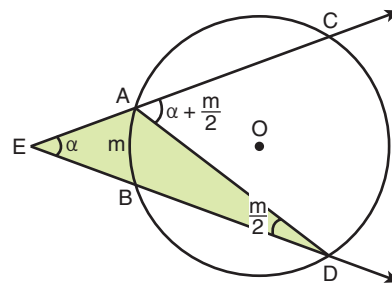
ACİL MATEMATİK



**YANINDA BULUNSUN**

**DIŞ AÇI**

Bir çembere dışındaki noktadan çizilen iki kesenin, iki teğetin veya bir teğetle bir kesenin çemberin dışında oluşturduğu açıya çemberin "Dış Açısı" denir.



Yandaki şekilde DEC açısı bu çemberin bir dış açısıdır. E açısının görmüş olduğu yaylar AB ve CD yaylarıdır.

A ve D noktaları birleştirilirse AB yayını gören çevre açısı elde edilir.

$$m(\widehat{CED}) = \alpha, m(\widehat{AB}) = m \text{ ve } m(\widehat{CD}) = n \text{ olsun.}$$

$$m(\widehat{AB}) = m \text{ olduğundan } m(\widehat{BDA}) = \frac{m}{2} \text{ olur.}$$

$$\text{AED üçgeninde } m(\widehat{CAD}) = \alpha + \frac{m}{2} \text{ olur.}$$

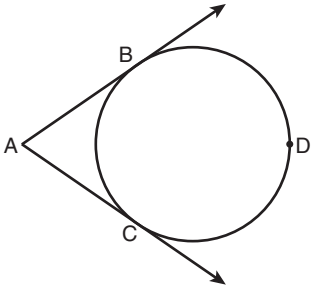
$\widehat{CAD}$  çevre açısı olduğundan gördüğü yay yarısına eşittir.

$$\text{Buradan, } \alpha + \frac{m}{2} = \frac{n}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{n-m}{2} \text{ olur.}$$

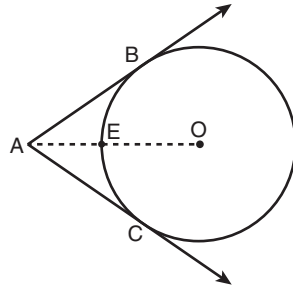
Sonuç olarak bir çemberde bir dış açının ölçüsü, gördüğü yaylardan büyük olan açı ile küçük olan açının ölçüsünün farkının yarısına eşittir.



NOT



Şekil I



Şekil II

[AB ve [AC çembere sırasıyla B ve C noktalarında teğet olsun.

$$m(\widehat{BAC}) = \frac{m(\widehat{BDC}) - m(\widehat{BC})}{2} \text{ (dış açı) eşitliğinde,}$$

$$m(\widehat{BDC}) = 360^\circ - m(\widehat{BC}) \text{ yazıldığında,}$$

$$m(\widehat{BAC}) = \frac{360^\circ - m(\widehat{BC}) - m(\widehat{BC})}{2} \text{ olur.}$$

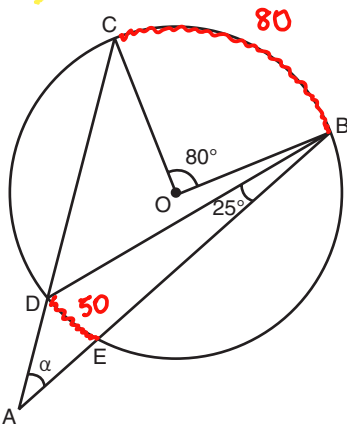
$$m(\widehat{BAC}) = 180^\circ - m(\widehat{BC}) \text{ olduğundan,}$$

$$m(\widehat{BAC}) + m(\widehat{BC}) = 180^\circ \text{ olur.}$$

Yukarıda Şekil II'de O merkezli çemberde OA doğru parçası A açısını ve BC yayını iki eş parçaya böler.

$m(\widehat{BAC}) + m(\widehat{BEC}) = 180^\circ$  eşitliğinin her iki tarafı 2 ile bölündüğünde  $m(\widehat{BAO}) + m(\widehat{BE}) = 90^\circ$  olur.

ÖRNEK 30.



O merkezli çemberde,  
 $m(\widehat{COB}) = 80^\circ$   
 $m(\widehat{ABD}) = 25^\circ$   
 $m(\widehat{CAB}) = \alpha$  dir.

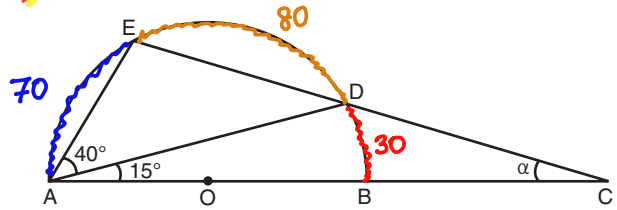
Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?

ÇÖZÜM

$$\alpha = \frac{80 - 50}{2}$$

$$\alpha = 15$$

ÖRNEK 31.



O noktası [AB] çaplı yarım çemberin merkezidir.

$m(\widehat{EAD}) = 40^\circ$ ,  $m(\widehat{DAC}) = 15^\circ$  ve  $m(\widehat{ACE}) = \alpha$  dir.

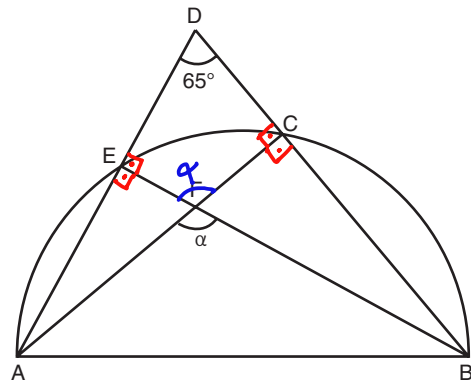
Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?

ÇÖZÜM

$$\alpha = \frac{70 - 30}{2}$$

$$\alpha = 20$$

ÖRNEK 32.



[AB] çaplı yarım çemberde,

$BE \cap AC = \{F\}$

$m(\widehat{ADB}) = 65^\circ$ ,  $m(\widehat{AFB}) = \alpha$  dir.

Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?

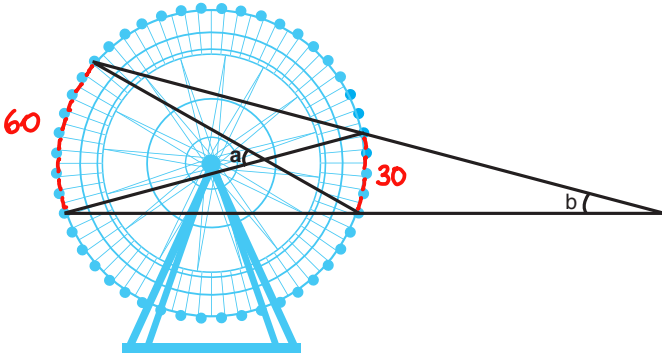
✓ ÇÖZÜM

$$\alpha + 65 + 90 + 90 = 360$$

$$\alpha + 245 = 360$$

$$\alpha = 115$$

? ÖRNEK 33.



Şekildeki dönme dolapta eşit aralıklarla 48 tane kabin yerleştirilmiştir.

Buna göre,  $a + b$  toplamı kaç derecedir?

✓ ÇÖZÜM

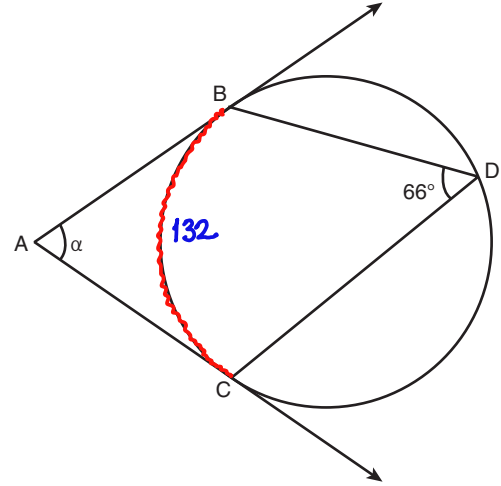
$$\frac{360}{48} = \frac{15}{2}$$

$$a = \frac{60 + 30}{2} = 45$$

$$b = \frac{60 - 30}{2} = 15$$

$$a + b = 45 + 15 = 60$$

? ÖRNEK 34.



Verilen çemberde B ve C noktaları teğet değme noktalarıdır.

$$m(\widehat{BDC}) = 66^\circ, m(\widehat{BAC}) = \alpha \text{ dır.}$$

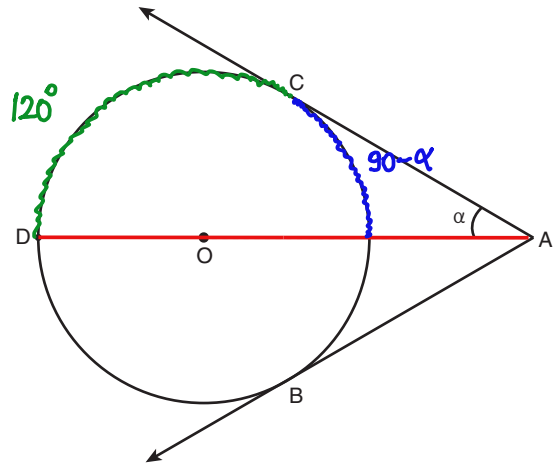
Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?

✓ ÇÖZÜM

$$\alpha + 132 = 180$$

$$\alpha = 48$$

? ÖRNEK 35.



O noktası çemberin merkezi, AC doğrusu C noktasında ve AB doğrusu B noktasında çembere teğettir.

$$m(\widehat{CDB}) = 120^\circ, m(\widehat{OAC}) = \alpha \text{ dır.}$$

Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?

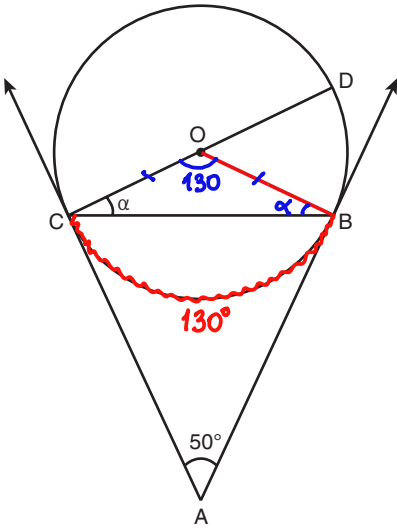
## ✓ ÇÖZÜM

$$120 + 90 - \alpha = 180$$

$$210 - \alpha = 180$$

$$\alpha = 30$$

## ? ÖRNEK 36.



[CD], O merkezli çemberin çapı, B ve C noktaları teğet değme noktalarıdır.

$m(\widehat{CAB}) = 50^\circ$  ve  $m(\widehat{DCB}) = \alpha$  dir.

Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?

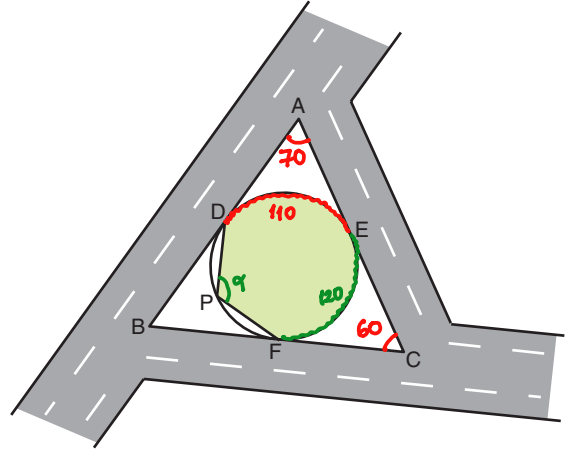
## ✓ ÇÖZÜM

$$2\alpha + 130 = 180$$

$$2\alpha = 50$$

$$\alpha = 25$$

## ? ÖRNEK 37.



Şekilde bir kavşakta ABC üçgeni şeklindeki kısmın içinde dairesel bir yeşil alan görülüyor. Dairesel alan D, E ve F noktalarında yola teğettir.

Kavşaktaki trafik durumlarını kaydetmek için çemberin üzerindeki P noktasına bir kamera monte edilmiştir.

$$m(\widehat{BAC}) = 70^\circ, m(\widehat{ACB}) = 60^\circ$$

Kameranın görüş alanı yeşil renkli bölge olduğuna göre, kameranın görüş açısı  $m(\widehat{DPF})$  kaç derecedir?

ACİL MATEMATİK

## ✓ ÇÖZÜM

$$2\alpha = 110 + 120$$

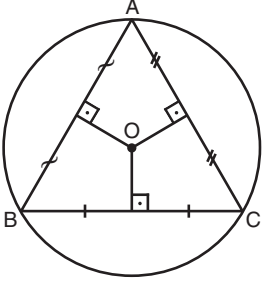
$$2\alpha = 230$$

$$\alpha = 115$$



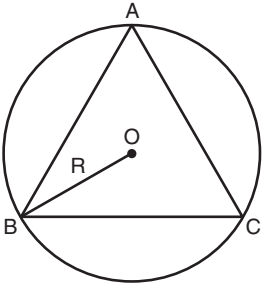
YANINDA BULUNSUN

ÇEVREL ÇEMBER VE SİNÜS TEOREMİ

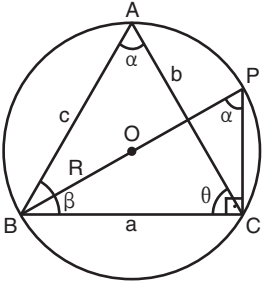


Bir üçgenin köşelerinden geçen çembere "**Üçgenin Çevrel Çemberi**" denir. Yanda verilen ABC üçgeninin kenar orta dikmelerinin kesim noktası O olsun.

Bu durumda  $|AO| = |BO| = |CO|$  olduğundan O, çevrel çemberin merkezidir. Bir üçgenin kenar orta dikmeleri çevrel çemberin merkezinden geçer.



Yandaki şekilde O merkezli ve R yarıçaplı çember, ABC üçgeninin çevrel çemberidir. Çevrel çemberin yarıçapı R ile gösterilsin. Üçgenin kenarları, iç açıları ve çevrel çemberin yarıçapı (R) arasındaki ilişki (sinüs teoremi) aşağıdaki gibi olur.



$m(\widehat{A}) = \alpha$ ,  $m(\widehat{B}) = \beta$ ,  $m(\widehat{C}) = \theta$ ;  $|BC| = a$ ,  $|AC| = b$ ,  $|AB| = c$  olsun. Çember üzerinde bir P noktası alındığında [BP] kenarı merkezden geçen PCB üçgeni yandaki gibi çizilir. [BP] çap olduğundan  $m(\widehat{PCB}) = 90^\circ$  olur.

PCB dik üçgeninde,

$$\sin \alpha = \frac{a}{2R} \Rightarrow 2R = \frac{a}{\sin \alpha} \text{ olur.}$$

Benzer şekilde,

$$2R = \frac{b}{\sin \beta} \text{ ve } 2R = \frac{c}{\sin \theta} \text{ eşitlikleri yazılır.}$$

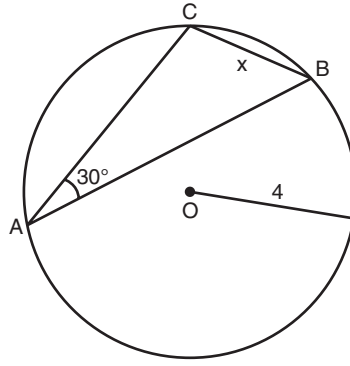
Buradan,

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \theta} = 2R \text{ yani,}$$

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R \text{ elde edilir.}$$



ÖRNEK 38.



O merkezli çemberde,  
 $m(\widehat{CAB}) = 30^\circ$   
 $|BC| = x$   
**Çemberin yarıçapı 4 cm olduğuna göre, x kaç cm'dir?**



ÇÖZÜM

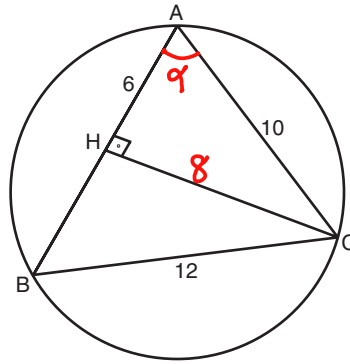
$$\frac{x}{\sin 30} = 2 \cdot 4$$

$$\frac{x}{\frac{1}{2}} = 8$$

$$x = 4$$



ÖRNEK 39.



Şekilde verilen çemberde,  
 $CH \perp AB$   
 $|AC| = 10 \text{ cm}$   
 $|BC| = 12 \text{ cm}$   
 $|AH| = 6 \text{ cm'dir.}$   
**Buna göre, çemberin yarıçap uzunluğu kaç cm'dir?**

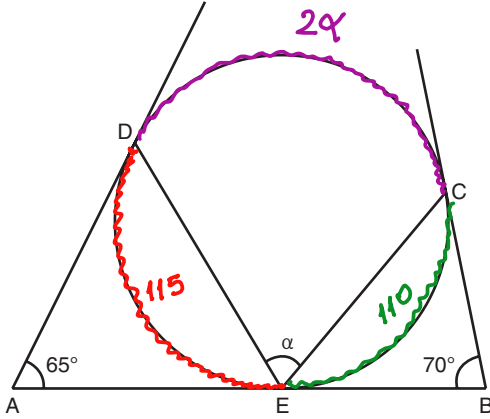


ÇÖZÜM

$$\frac{12}{\sin \alpha} = 2 \cdot R \quad \sin \alpha = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$15 = 2 \cdot R \Rightarrow R = \frac{15}{2}$$

1.



Şekilde verilen çemberde D, E ve C noktaları teğet değme noktalarıdır.

$$m(\widehat{DAB}) = 65^\circ, m(\widehat{CBA}) = 70^\circ, m(\widehat{DEC}) = \alpha \text{ dir.}$$

Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?

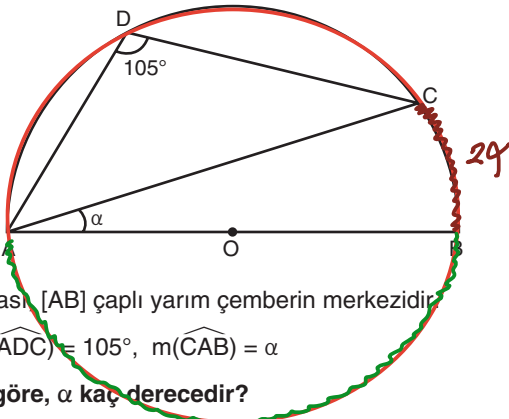
- A) 52,5 B) 57,5 C) 62,5  D) 67,5 E) 72,5

$$2\alpha + 110 + 115 = 360$$

$$2\alpha = 135$$

$$\alpha = 67,5$$

2.



O noktası [AB] çaplı yarım çemberin merkezidir.

$$m(\widehat{ADC}) = 105^\circ, m(\widehat{CAB}) = \alpha$$

Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?

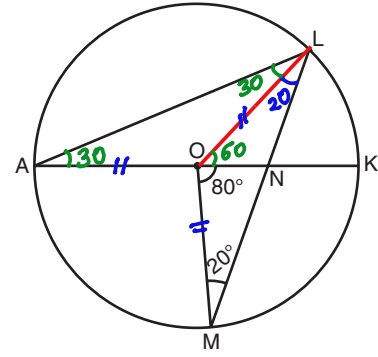
- A) 5 B) 10  C) 15  D) 20 E) 25

$$2\alpha + 180 = 210$$

$$2\alpha = 30$$

$$\alpha = 15$$

3.



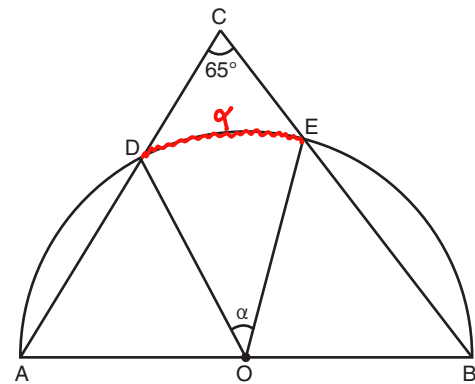
Şekilde O merkezli çemberde, [AK] çemberin çapı,

$$m(\widehat{KOM}) = 80^\circ, m(\widehat{OML}) = 20^\circ \text{ dir.}$$

Buna göre,  $m(\widehat{KAL})$  kaç derecedir?

- A) 15 B) 20 C) 25  D) 30 E) 35

4.



O noktası [AB] çaplı yarım çemberin merkezidir. ABC bir üçgen,

$$m(\widehat{ACB}) = 65^\circ, m(\widehat{DOE}) = \alpha \text{ dir.}$$

Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?

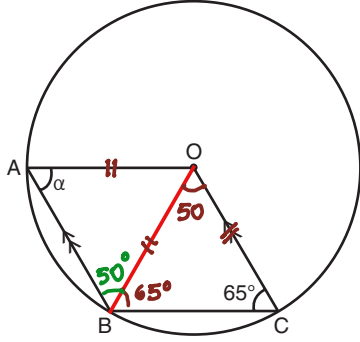
- A) 35 B) 40 C) 45  D) 50 E) 55

$$\frac{180 - \alpha}{2} = 65 \Rightarrow 180 - \alpha = 130$$

$$\alpha = 50$$

Test - I

5.



O merkezli çemberde,

$$AB \parallel OC$$

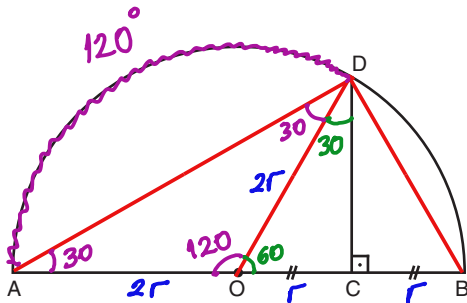
$$m(\widehat{BCO}) = 65^\circ, m(\widehat{BAO}) = \alpha$$

Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?

- A) 40    B) 45     C) 50    D) 55    E) 60

$$\alpha = 50$$

6.



O noktası [AB] çaplı yarım çemberin merkezidir.

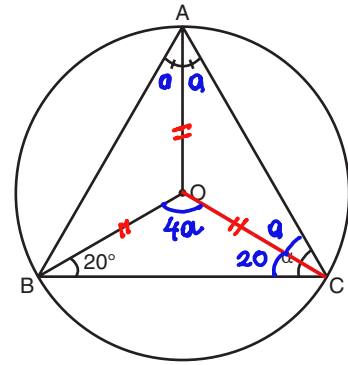
$$DC \perp AB$$

$$|OC| = |CB|$$

Buna göre,  $m(\widehat{AD})$  kaç derecedir?

- A) 100    B) 105     C) 120    D) 135    E) 150

7.



O merkezli çemberde,

$$m(\widehat{BAO}) = m(\widehat{CAO})$$

$$m(\widehat{OBC}) = 20^\circ, m(\widehat{BCA}) = \alpha$$

Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?

- A) 55    B) 50    C) 45    D) 40    E) 35

$$4\alpha + 40 = 180$$

$$4\alpha = 140$$

$$\alpha = 35$$

$$\alpha = 20 + \alpha$$

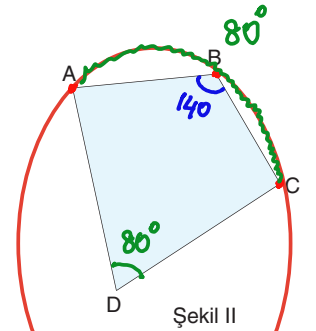
$$\alpha = 20 + 35$$

$$\alpha = 55$$

8.



Şekil I



Şekil II

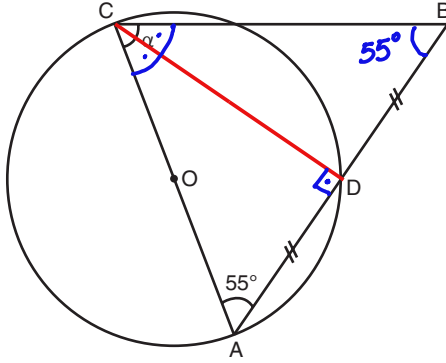
Şekil I'deki daire şeklindeki merceği, Şekil II'deki ABCD dörtgeni şeklindeki kağıdın üzerine konulduğunda, D noktası merceğin merkezi ile çakışmaktadır. Dörtgenin A, B, C noktaları merceği sınırlayan yayının üzerindedir.

$$m(\widehat{ABC}) = 140^\circ$$

olduğuna göre,  $m(\widehat{ADC})$  açısı kaç derecedir?

- A) 40    B) 60    C) 70     D) 80    E) 100

9.



O noktası  $[AC]$  çaplı çemberin merkezidir.  
 $ABC$  bir üçgen ve  $|AD| = |DB|$  dir.

$$m(\widehat{CAB}) = 55^\circ, m(\widehat{ACB}) = \alpha \text{ dir.}$$

Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?

- A) 55    B) 60    C) 65     D) 70    E) 75

$$\alpha + 110 = 180$$

$$\alpha = 70$$

10.



Şekildeki lastiğin jantları lastiği 10 eş bölgeye ayırmıştır.

Buna göre, verilen iki kiriş arasındaki dar açı kaç derecedir?

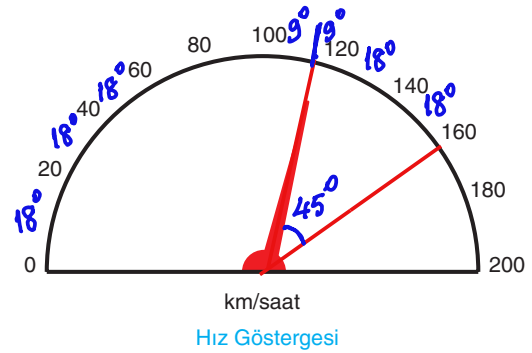
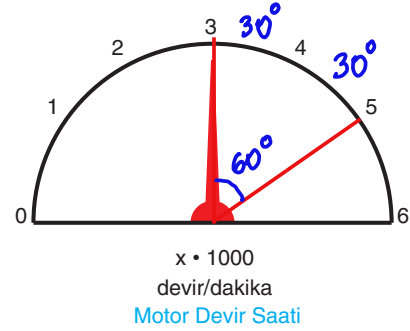
- A) 45    B) 50    C) 54    D) 65     E) 72

$$\frac{360}{10} = 36$$

$$\alpha = \frac{72 + 72}{2}$$

$$\alpha = 72$$

11. Aşağıda bir otomobilin gösterge panelindeki yarım daire şeklindeki motor devir saati ile hız göstergesi görülmektedir.



Otomobil 3000 devir/dakika ile çalışırken 110 km/sa hızla gitmektedir. Gösterge 5000 devir/dakikaya çıkınca otomobil 160 km/sa hızla ulaşmıştır.

Buna göre; bu değişikliklerin gerçekleştiği süre boyunca devir saati, hız göstergesinden kaç derece fazla dönmüştür?

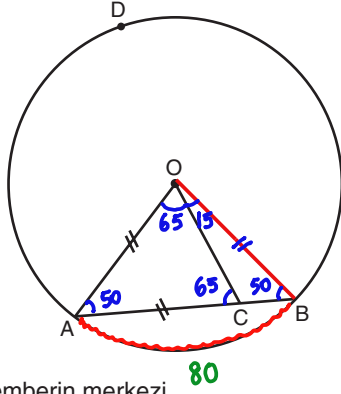
- A) 5    B) 8    C) 10     D) 15    E) 18

$$60 - 45 = 15$$

1. D	2. C	3. D	4. D	5. C	6. C
7. A	8. D	9. D	10. E	11. D	

Test - 2

1.



O noktası çemberin merkezi,

$$|AO| = |AC|$$

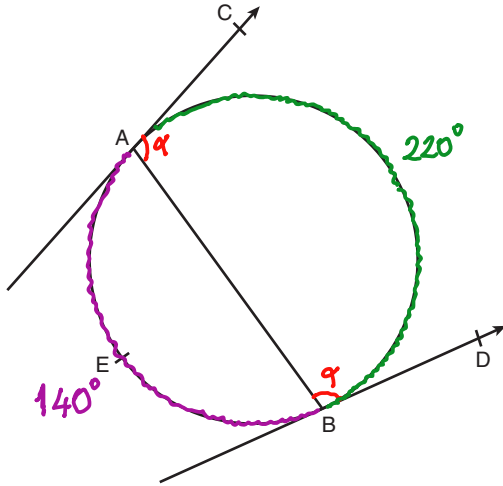
AOC üçgeninin iç açılarının ölçülerinin oluşturduğu küme,

$$E = \{50^\circ, 65^\circ\} \text{ dir.}$$

Buna göre,  $m(\widehat{ADB})$  kaç derecedir?

- A) 240 B) 250 C) 260 D) 270  E) 280

2.



AC ve BD doğruları çembere sırasıyla A ve B noktalarında teğettir.

$$m(\widehat{CAB}) + m(\widehat{ABD}) = 220^\circ \text{ dir.}$$

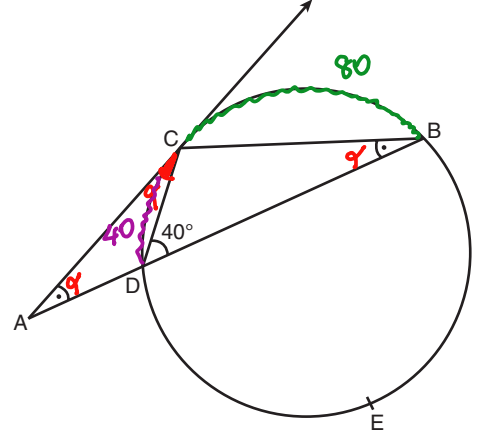
Buna göre,  $m(\widehat{AEB})$  kaç derecedir?

- A) 100 B) 110 C) 120 D) 130  E) 140

$$\alpha + \alpha = 220$$

$$\alpha = 110$$

3.



AC doğrusu çembere C noktasında teğet,

$$m(\widehat{CAB}) = m(\widehat{ABC}), m(\widehat{CDB}) = 40^\circ \text{ dir.}$$

Buna göre,  $m(\widehat{DEB})$  kaç derecedir?

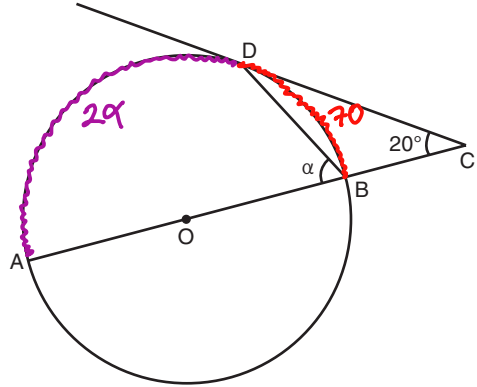
- A) 190 B) 200 C) 220 D) 230  E) 240

$$2\alpha = 40 \Rightarrow \alpha = 20$$

$$m(\widehat{DEB}) + 120 = 360$$

$$m(\widehat{DEB}) = 240$$

4.



O noktası, [AB] çaplı çemberin merkezidir.

$$m(\widehat{DCA}) = 20^\circ, m(\widehat{DBA}) = \alpha \text{ dir.}$$

Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?

- A) 45 B) 50  C) 55 D) 65 E) 70

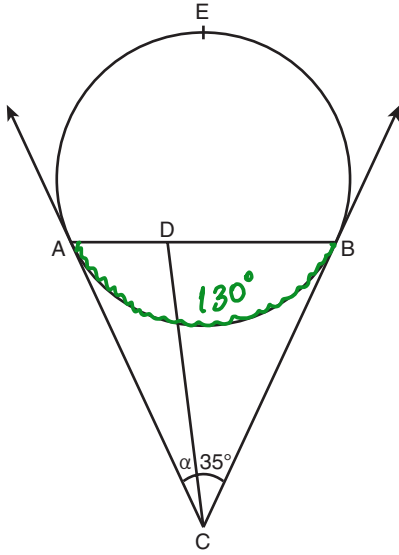
$$2\alpha + 70 = 180$$

$$2\alpha = 110$$

$$\alpha = 55$$



5.



CA ve CB doğruları çembere sırasıyla A ve B noktalarında teğet,

$$m(\widehat{AEB}) = 130^\circ, m(\widehat{DCB}) = 35^\circ, m(\widehat{ACD}) = \alpha \text{ dir.}$$

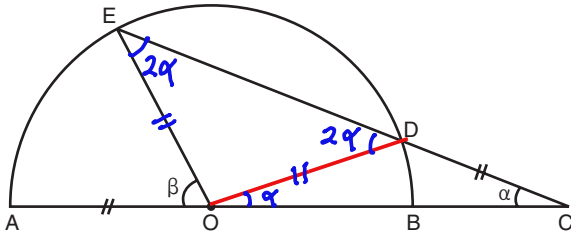
Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?

- A) 5 B) 10  C) 15 D) 20 E) 25

$$\alpha + 35 + 130 = 180$$

$$\alpha = 15$$

6.



O noktası, [AB] çaplı yarım çemberin merkezidir. EOC bir üçgen,

$$|AO| = |DC|$$

$$m(\widehat{AOE}) = \beta, m(\widehat{ACE}) = \alpha \text{ ve } \alpha + \beta = 80^\circ \text{ dir.}$$

Buna göre,  $\beta - \alpha$  farkı kaç derecedir?

- A) 20 B) 25 C) 30 D) 35  E) 40

$$2\alpha + 2\alpha = \alpha + \beta$$

$$\beta = 3\alpha$$

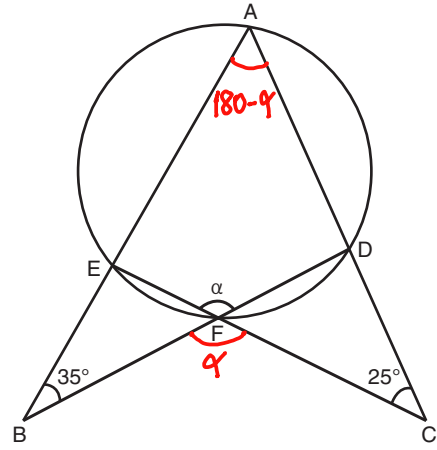
$$\alpha + \beta = 80 \Rightarrow 4\alpha = 80$$

$$\alpha = 20$$

$$\beta = 60$$

$$\beta - \alpha = 60 - 20 = 40$$

7.



Verilen çemberde,

$$m(\widehat{ABD}) = 35^\circ, m(\widehat{ACE}) = 25^\circ \text{ ve } m(\widehat{EFD}) = \alpha \text{ dir.}$$

Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?

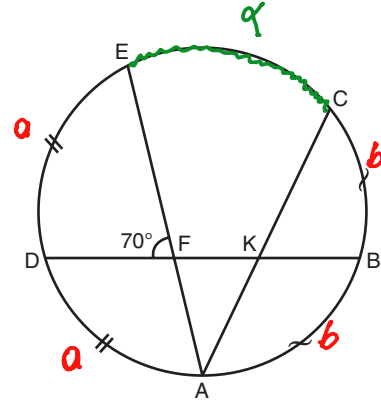
- A) 95 B) 100 C) 110 D) 115  E) 120

$$180 - \alpha + 35 + 25 = \alpha$$

$$2\alpha = 240$$

$$\alpha = 120$$

8.



Şekilde verilen çemberde,

$$DB \cap AE = \{F\}, AC \cap DB = \{K\}$$

$$m(\widehat{AD}) = m(\widehat{DE}), m(\widehat{AB}) = m(\widehat{BC}), m(\widehat{DFE}) = 70^\circ$$

Yukarıdaki verilere göre,  $m(\widehat{EC})$  kaç derecedir?

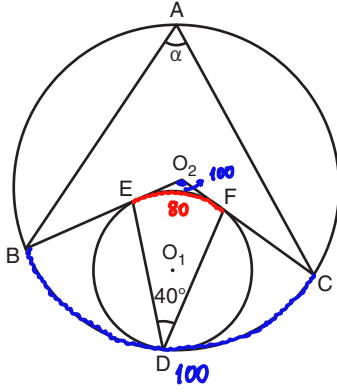
- A) 90 B) 85  C) 80 D) 70 E) 60

$$\frac{a+b}{2} = 70 \Rightarrow a+b = 140$$

$$\alpha + 2 \cdot \frac{140}{2} = 360 \Rightarrow \alpha = 80$$

Test - 2

9.



Şekilde verilen  $O_1$  ve  $O_2$  merkezli çemberler D noktasında birbirine teğettir. E ve F noktaları teğet değme noktalarıdır.

$$E \in [BO_2], F \in [CO_2]$$

$$m(\widehat{EDF}) = 40^\circ$$

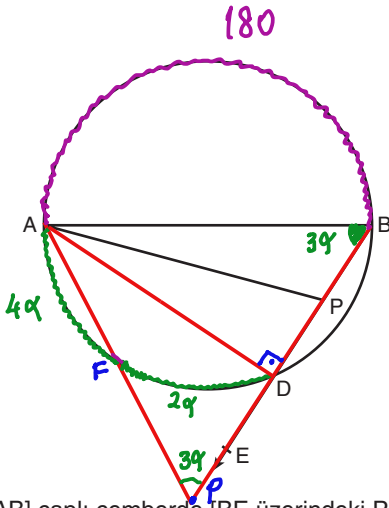
Buna göre,  $m(\widehat{BAC}) = \alpha$  kaç derecedir?

- A) 40    B) 45     C) 50    D) 55    E) 60

$$2\alpha = 100$$

$$\alpha = 50$$

10.



Şekilde  $[AB]$  çaplı çemberde  $[BE]$  üzerindeki P noktası hareketli bir noktadır. D çember üzerinde bir nokta B, P, D ve E noktaları doğrusaldır.

P noktası;  $[AP]$ , çemberi F noktasında kesecek şekilde hareket ettirildiğinde,

$$|AF| = 2 \cdot |FD| \text{ ve } |AB| = |AP|$$

olduğuna göre,  $m(\widehat{ABE})$  kaç derecedir?

- A) 80    B) 75     C) 67,5    D) 60    E) 52,5

$$\frac{180 - 2\alpha}{2} = 3\alpha \Rightarrow 8\alpha = 180$$

$$\alpha = 22,5$$

$$m(\widehat{ABE}) = 3 \cdot 22,5 = 67,5$$

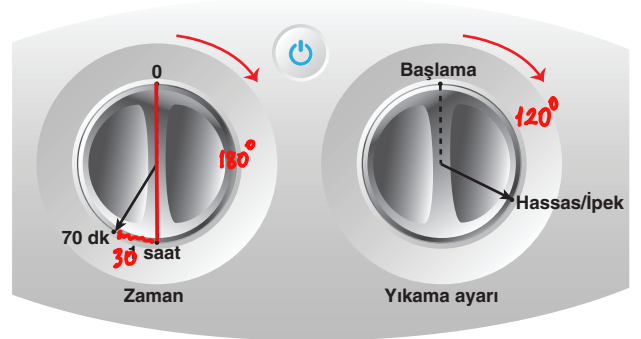
11. Aşağıda bir çamaşır makinesinin zaman ve yıkama ayarlarını gösteren eşit bölmeli göstergeler verilmiştir.



Şekil I

$$\frac{360}{6} = 60^\circ$$

$m_1$  ve  $m_2$  merkezli daire biçimindeki göstergelerin çubukları başlangıçta Şekil I'deki gibi sıfır ve başlama noktalarını göstermektedir.



Şekil II

Gösterge çubuklarını saat yönünde döndürerek 70 dk ve Hassas/İpek noktalarına getiren Rumeysa Hanım zaman gösterge çubuğunu a derece, yıkama ayarı gösterge çubuğunu b derece döndürmüştür.

Buna göre, a + b toplamı en az kaç derecedir?

- A) 290    B) 320     C) 330    D) 340    E) 360

$$\frac{60 \text{ dk } 180^\circ}{70 \text{ dk } a}$$

$$a = 210^\circ$$

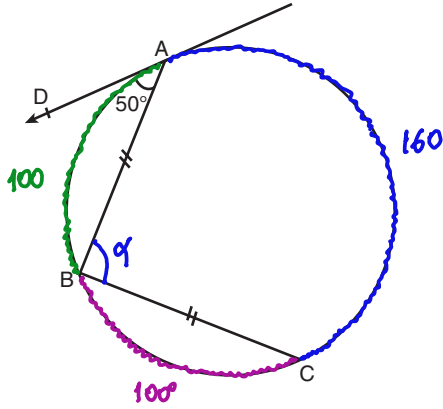
$$b = 120^\circ$$

$$a + b = 210 + 120$$

$$= 330$$

1. E	2. E	3. E	4. C	5. C	6. E
7. E	8. C	9. C	10. C	11. C	

1.



Verilen çemberde A noktası teğet değme noktası,

$$|AB| = |BC|$$

$$m(\widehat{DAB}) = 50^\circ \text{ dir.}$$

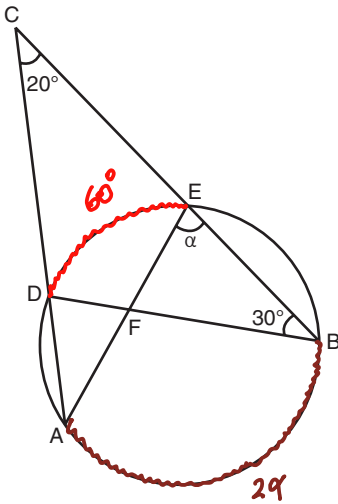
Buna göre,  $m(\widehat{ABC})$  kaç derecedir?

- A) 65    B) 70    C) 75     D) 80    E) 85

$$2\alpha = 160$$

$$\alpha = 80$$

2.



Yukarıda verilen çemberde,

$$DB \cap AE = \{F\}$$

ACE ve DCB birer üçgen,

$$m(\widehat{ACB}) = 20^\circ, m(\widehat{CBD}) = 30^\circ, m(\widehat{AEB}) = \alpha \text{ dir.}$$

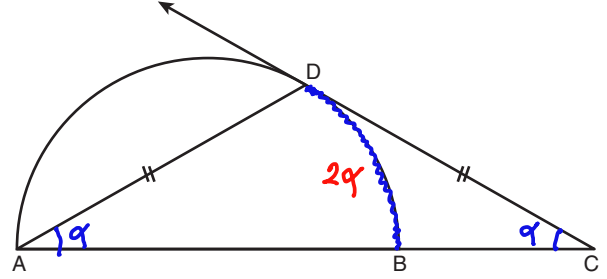
Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?

- A) 40    B) 45     C) 50    D) 55    E) 60

$$\frac{2\alpha - 60}{2} = 20 \Rightarrow 2\alpha = 100$$

$$\alpha = 50$$

3.



[AB] çaplı yarı çemberde, D noktası teğet değme noktası,

$$|AD| = |DC|$$

A, B ve C noktaları doğrusaldır.

Buna göre,  $m(\widehat{AD})$  kaç derecedir?

- A) 105     B) 120    C) 135    D) 150    E) 160

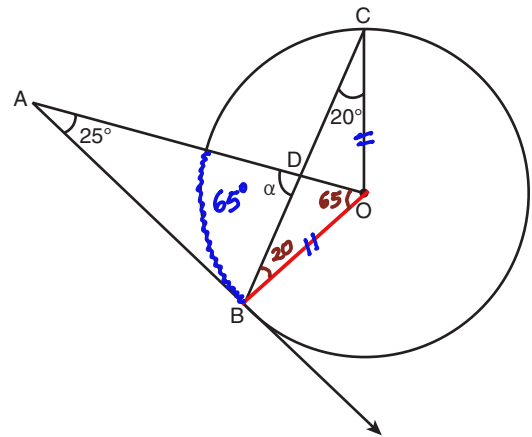
$$2\alpha + \alpha = 90$$

$$\alpha = 30$$

$$m(\widehat{AD}) = 180 - 60$$

$$= 120$$

4.



O merkezli çemberde, AB doğrusu çembere B noktasında teğet,

$$m(\widehat{BAO}) = 25^\circ, m(\widehat{BCO}) = 20^\circ, m(\widehat{ADB}) = \alpha$$

Yukarıdaki verilere göre,  $\alpha$  kaç derecedir?

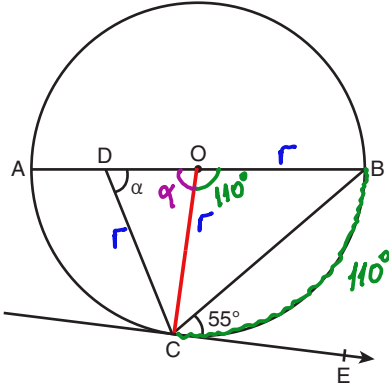
- A) 70    B) 75    C) 80     D) 85    E) 90

$$\alpha = 65 + 20$$

$$\alpha = 85$$

Test - 3

5.



O noktası,  $[AB]$  çaplı çemberin merkezi,  $CE$  doğrusu çembere  $C$  noktasında teğet,

$$|AB| = 2 \cdot |DC|$$

$$m(\widehat{BCE}) = 55^\circ, m(\widehat{BDC}) = \alpha \text{ dir.}$$

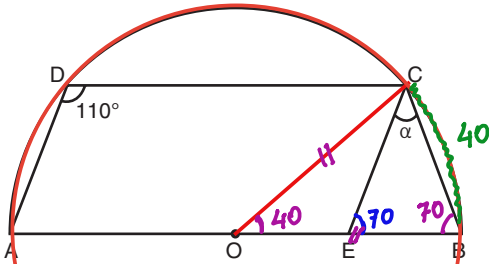
Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?

- A) 80    B) 75     C) 70    D) 65    E) 60

$$\alpha + 110 = 180$$

$$\alpha = 70$$

6.



O merkezli yarım çemberde,  $AECD$  bir paralelkenar,

$$m(\widehat{ADC}) = 110^\circ, m(\widehat{ECB}) = \alpha$$

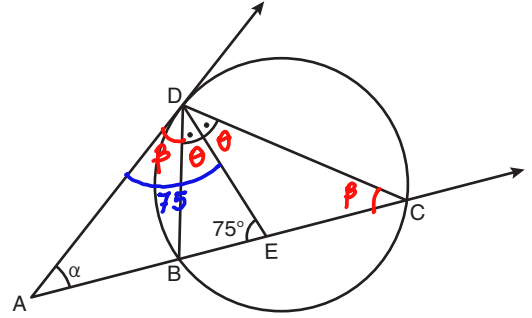
Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?

- A) 40    B) 45    C) 50    D) 55    E) 60

$$\alpha + 140 = 180$$

$$\alpha = 40$$

7.



$[AD]$  çembere teğet,

$$m(\widehat{BDE}) = m(\widehat{EDC})$$

$A, B, E, C$  noktaları doğrusal ve  $m(\widehat{AED}) = 75^\circ$  dir.

Buna göre,  $m(\widehat{DAC}) = \alpha$  kaç derecedir?

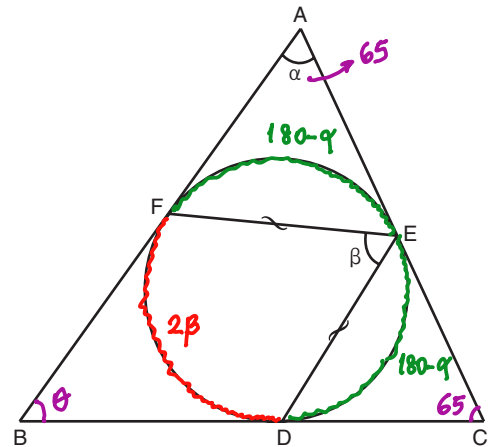
- A) 20    B) 25     C) 30    D) 35    E) 40

$$\beta + \theta = 75$$

$$\alpha + 150 = 180$$

$$\alpha = 30$$

8.



$ABC$  üçgeni çembere;  $D, E$  ve  $F$  noktalarında teğettir.

$$|FE| = |ED|$$

$$m(\widehat{BAC}) = \alpha, m(\widehat{FED}) = \beta, \alpha + \beta = 130^\circ \text{ dir.}$$

Buna göre,  $m(\widehat{ABC})$  kaç derecedir?

- A) 45     B) 50    C) 55    D) 60    E) 65

$$2\beta + 360 - 2\alpha = 360$$

$$\beta = \alpha$$

$$\alpha + \beta = 130$$

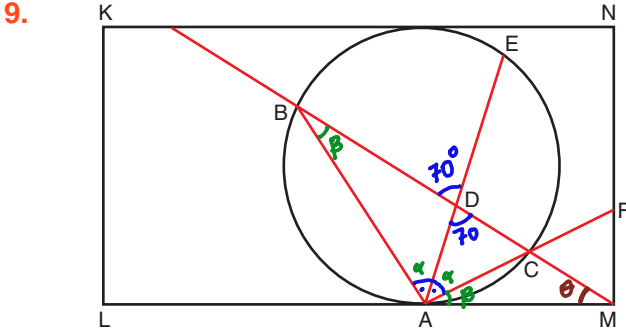
$$2\alpha = 130$$

$$\alpha = 65$$

$$\beta = 65$$

$$\theta + 130 = 180$$

$$\theta = 50$$



Şekilde KLMN dörtgeni şeklindeki süngerin üzerine, kırılmasın diye yuvarlak cam bir parça konmuştur. Cam parçanın sabit kalması için kırmızı çizgiler boyunca bantla yapıştırılmıştır.

B, E, C noktaları camı sınırlayan çemberin üzerindedir. Cam parça [LM] ye A noktasında teğettir.

$$m(\widehat{BAE}) = m(\widehat{EAC}), m(\widehat{BDE}) = 70^\circ$$

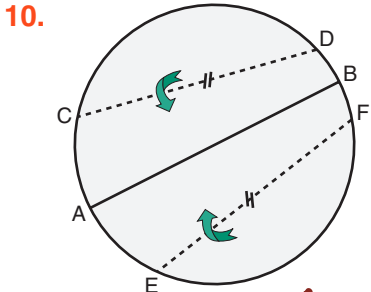
olduğuna göre,  $m(\widehat{BMA})$  kaç derecedir?

- A) 70    B) 60    C) 50     D) 40    E) 35

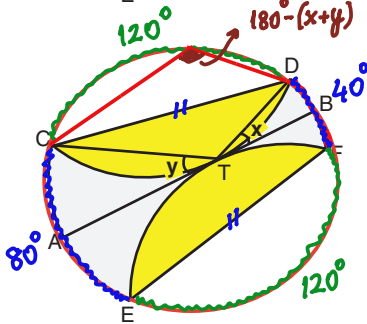
$$\alpha + \beta = 70$$

$$\theta + 140 = 180$$

$$\theta = 40$$



Şekilde,  
 $m(\widehat{DF}) = 40^\circ$   
 $m(\widehat{CE}) = 80^\circ$   
 $|CD| = |EF|$  dir.



CD ve EF boyunca katlanan parçalar AB doğrusu üzerinde T noktasında teğettir.

$$m(\widehat{CTA}) = y \text{ ve } m(\widehat{DTB}) = x \text{ tir.}$$

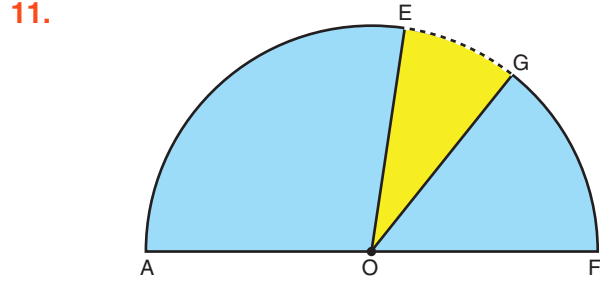
Buna göre,  $x + y$  toplamı kaç derecedir?

- A) 30    B) 45     C) 60    D) 75    E) 90

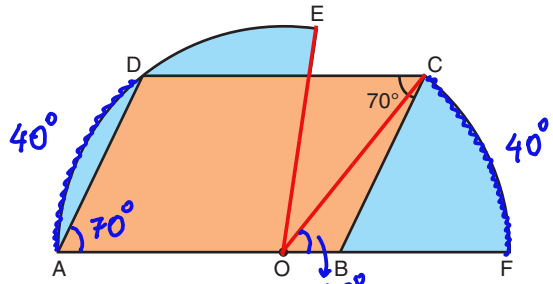
$$2[180 - (x+y)] = 240$$

$$2(x+y) = 120$$

$$x+y = 60$$



Şekil I



Şekil II

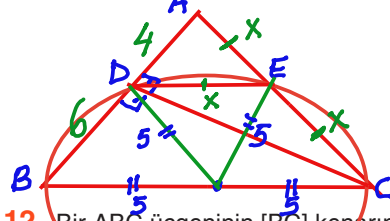
Şekil I'deki O merkezli yarım daire biçimindeki kağıdın sarı renkli bölgesi kesilip atılıyor. Yarım daire üzerine ABCD paralelkenarı biçimindeki bant Şekil II'deki gibi yapıştırılıyor.

Kesilen kısmın G noktası, bantın C köşesi ile çakışır. A, D, E, C, F çember üzerinde noktalar.

$$m(\widehat{BCD}) = 70^\circ$$

olduğuna göre, Şekil I'deki  $m(\widehat{GOF})$  kaç derecedir?

- A) 60    B) 65    C) 50    D) 45     E) 40



$$\triangle BDC \text{ inde } |BC| = 8$$

$$4^2 + 8^2 = (2x)^2$$

$$4x^2 = 80$$

$$x = 2\sqrt{5}$$

12. Bir ABC üçgeninin [BC] kenarının orta noktasına pergelin bir ayağı konuyor. Diğer ayağı C köşesi kadar açılıp bir çember yayı çiziliyor.

Çizilen çember yayı üçgenin [AC] ve [AB] kenarlarını sırasıyla E ve D noktalarında kesiyor.

$$|AE| = |EC|, |AD| = 4 \text{ birim}, |BD| = 6 \text{ birim}$$

olduğuna göre,  $|DE|$  uzunluğu kaç birimdir?

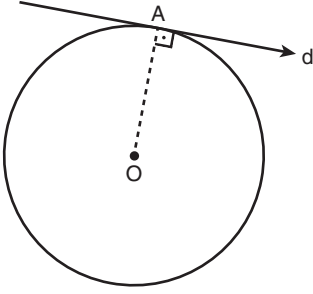
- A) 4    B) 5     C)  $2\sqrt{5}$     D) 6    E)  $3\sqrt{5}$

1. D	2. C	3. B	4. D	5. C	6. A
7. C	8. B	9. D	10. C	11. E	12. C



YANINDA BULUNSUN

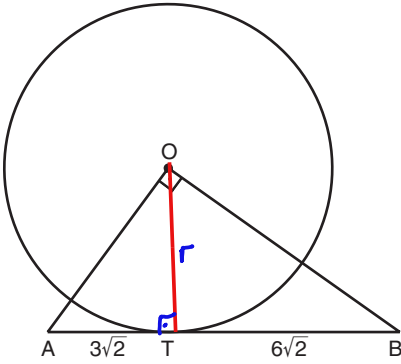
ÇEMBERDE TEĞETİN ÖZELLİKLERİ



Çemberin merkezi ile teğetin değme noktasını birleştiren doğru, teğete diktir. Başka bir deyişle teğete değme noktasından çizilen dikme çemberin merkezinden geçer.



ÖRNEK 1.



O merkezli çemberde AB doğrusu çembere T noktasında teğettir.

$$2 \cdot |AT| = |TB| = 6\sqrt{2} \text{ cm'dir.}$$

Buna göre, çemberin yarıçapı kaç cm'dir?

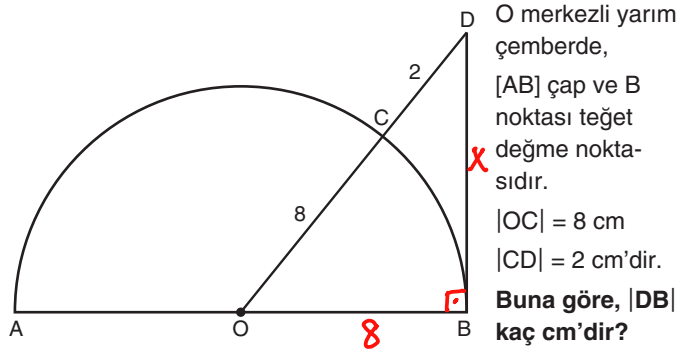


ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} r^2 &= 3\sqrt{2} \cdot 6\sqrt{2} \\ r^2 &= 36 \\ r &= 6 \end{aligned}$$



ÖRNEK 2.



O merkezli yarım çemberde, [AB] çap ve B noktası teğet değme noktasıdır.  $|OC| = 8$  cm  $|CD| = 2$  cm'dir. Buna göre,  $|DB|$  kaç cm'dir?



ÇÖZÜM

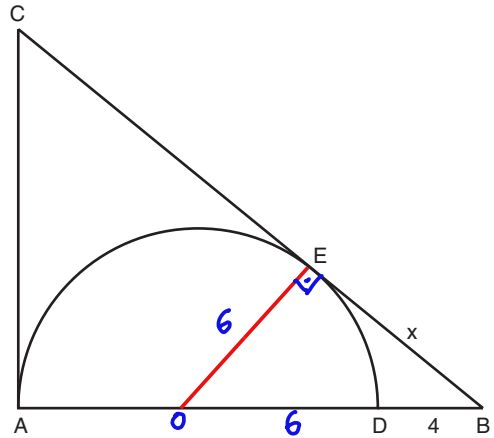
6-8-10 üçgeninden

$$x = 6$$

ACİL MATEMATİK



ÖRNEK 3.



Yarıçap uzunluğu 6 cm olan [AD] çaplı yarım çember, ABC üçgenine A ve E noktalarında teğettir.

$$|DB| = 4 \text{ cm, } |EB| = x$$

Buna göre, x kaç cm'dir?

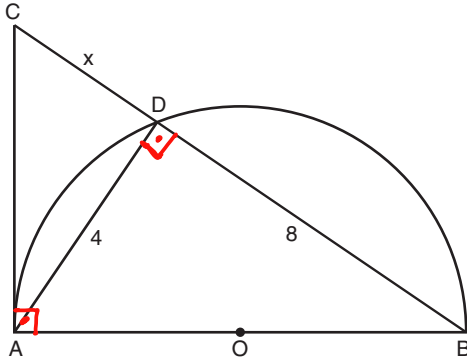


ÇÖZÜM

6-8-10 üçgeninden

$$x = 8$$

## ? ÖRNEK 4.



O merkezli yarı çemberde,  $[AB]$  çap ve A noktası teğet değme noktasıdır.

$$|BD| = 2 \cdot |AD| = 8 \text{ cm'dir.}$$

$$|CD| = x$$

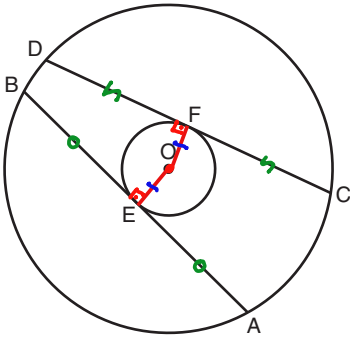
Buna göre,  $x$  kaç cm'dir?

## ✓ ÇÖZÜM

$$4^2 = 8 \cdot x$$

$$x = 2$$

## ? ÖRNEK 5.



Şekilde gösterilen çemberlerin merkezleri ortak ve O noktasıdır.  $[AB]$  ve  $[CD]$  kirişleri küçük çembere E ve F noktalarında teğettir.

$$|AB| = (3x + 5) \text{ cm ve}$$

$$|DF| = (x + 6) \text{ cm'dir.}$$

Buna göre,  $x$  kaçtır?

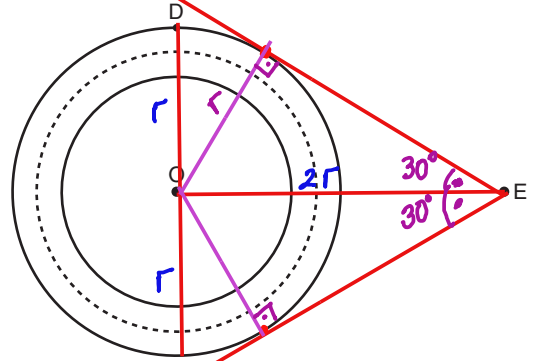
## ✓ ÇÖZÜM

$$3x + 5 = 2 \cdot (x + 6)$$

$$3x + 5 = 2x + 12$$

$$x = 7$$

## ? ÖRNEK 6.



Şekilde verilen O merkezli pistin çevresi üzerindeki D noktasında Ali, dışındaki E noktasında Burak bulunuyor.

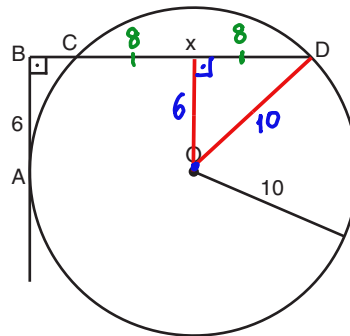
Ali bulunduğu noktadan pistin en uzak noktasına, Burak ise bulunduğu noktadan pistin merkezine doğru doğrusal bir şekilde hareket ediyor ve vardıklarında aldıkları yolun eşit olduğunu görüyorlar.

Buna göre, Burak E noktasından doğrusal bir şekilde hareket ederek ilk gittiği  $[OE]$  yoluyla kaç derecelik açı yaparsa ve bir doğru boyunca yürürse pisti teğet geçer?

## ✓ ÇÖZÜM

30

## ? ÖRNEK 7.



O merkezli çemberde, A noktası teğet değme noktası,

$AB \perp BD$

$$|AB| = 6 \text{ cm}$$

$$|CD| = x$$

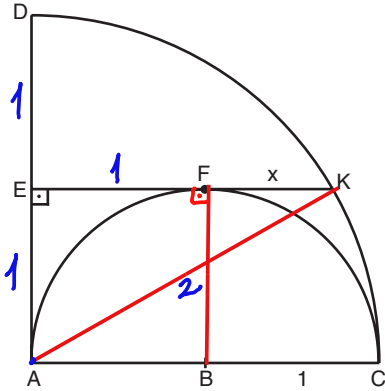
Çemberin yarıçapı 10 cm'dir.

Buna göre,  $x$  kaç cm'dir?

## ✓ ÇÖZÜM

$$x = 16$$

**ÖRNEK 8.**



Şekilde A merkezli çeyrek çember ve B merkezli yarım çember gösterilmiştir. A, C ve F noktaları teğet değme noktalarıdır.  $F \in [EK]$   
 $|BC| = 1 \text{ cm}$   
 $|FK| = x$   
**Buna göre, x kaç cm'dir?**

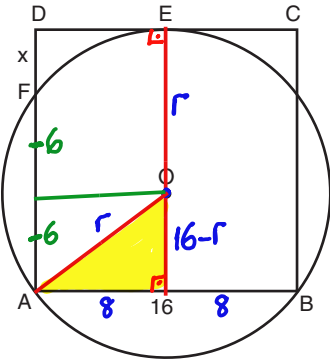
**ÇÖZÜM**

$$(x+1)^2 + 1^2 = 2^2$$

$$(x+1)^2 = \sqrt{3}$$

$$x = \sqrt{3} - 1$$

**ÖRNEK 9.**



Şekilde O merkezli çember ABCD karesine E noktasında teğettir.  $|AB| = 16 \text{ cm}$   
 $|DF| = x$   
**Buna göre, x kaç cm'dir?**

**ÇÖZÜM**

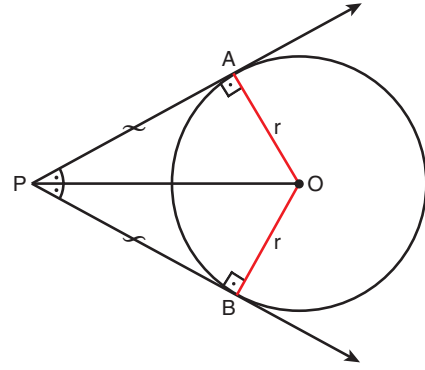
6-8-10 üçgeninden

$$x = 10$$

$$x + 12 = 16$$

$$x = 4$$

**YANINDA BULUNSUN**



Bir çemberde çemberin dışındaki bir noktadan çizilen teğet parçalarının uzunlukları eşittir.

Yukarıdaki şekilde çemberin dışındaki bir P noktasından O merkezli çembere A ve B noktalarında teğet olan [PA] ve [PB] çizilirse [PA] ve [PB] birer teğet parçası olur.

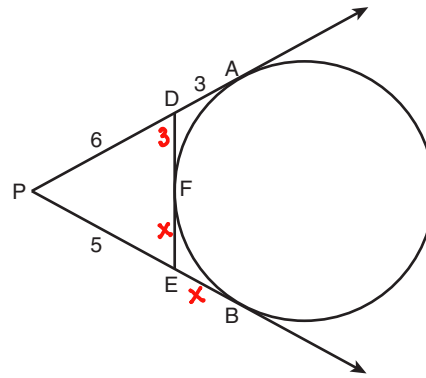
A, B, P noktaları O merkezi ile birleştirilerek  $\widehat{AOP}$  ve  $\widehat{BPO}$  elde edilir. Teğet, değme noktasında yarıçapa diktir ve bu dik üçgenlerin hipotenüsleri ortaktır. Her iki üçgende Pisagor teoremi uygulandığında,

$$|AP|^2 + r^2 = |OP|^2$$

$$|BP|^2 + r^2 = |OP|^2 \Rightarrow |AP| = |BP| \text{ olur.}$$

Sonuç olarak, bir çembere çemberin dışındaki bir noktadan çizilen teğet parçalarının uzunlukları eşittir.

**ÖRNEK 10.**



Yandaki çemberde A, B, F teğetlerin değme noktalarıdır. P, D, A noktaları ve P, E, B noktaları doğrusaldır.  $|PD| = 6 \text{ cm}$   
 $|DA| = 3 \text{ cm}$   
 $|PE| = 5 \text{ cm}$   
**olduğuna göre, |DE| kaç cm'dir?**

**ÇÖZÜM**

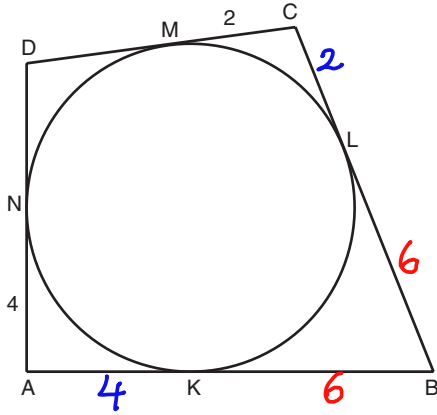
$$x + 5 = 6 + 3$$

$$x = 4$$

$$|DE| = 4 + 3 = 7$$



## ? ÖRNEK 11.



ABCD dörtgeninin iç teğet çemberinde K, L, M, N teğet değme noktalarıdır.

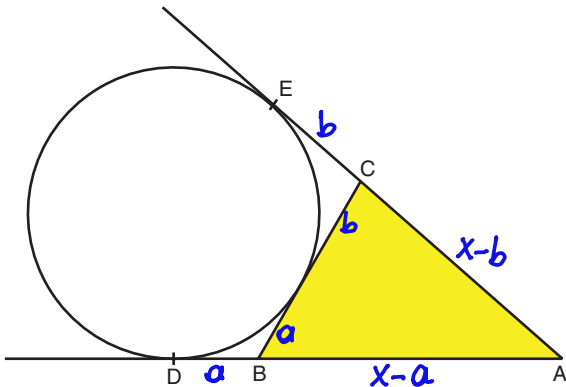
$$|MC| = 2 \text{ cm}, |BC| = 8 \text{ cm}, |AN| = 4 \text{ cm}$$

olduğuna göre,  $|AB|$  kaç cm'dir?

## ✓ ÇÖZÜM

$$|AB| = 4 + 6 = 10$$

## ? ÖRNEK 12.



Şekilde  $[AE]$ , E noktasında;  $[AD]$ , D noktasında çembere teğettir.

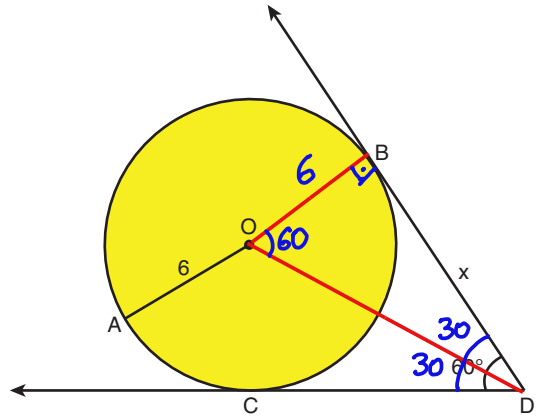
A, C, E ve A, B, D noktaları doğrusaldır.

ABC üçgeninin çevresi 36 cm olduğuna göre,  $|EA|$  kaç cm'dir?

## ✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} a + b + x - b + x - a &= 36 \\ 2x &= 36 \\ x &= 18 \end{aligned}$$

## ? ÖRNEK 13.



O merkezli çemberde B ve C teğet noktaları,

$$m(\widehat{BDC}) = 60^\circ$$

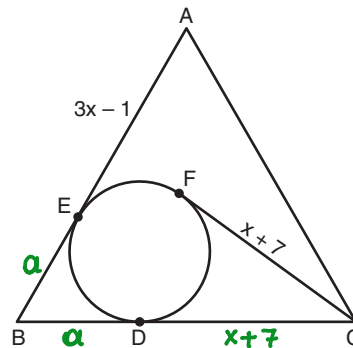
$$|OA| = 6 \text{ birim}, |BD| = x$$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç birimdir?

## ✓ ÇÖZÜM

$$x = 6\sqrt{3}$$

## ? ÖRNEK 14.



Şekildeki ABC eşkenar üçgeninde; D, E, F teğetlerin değme noktalarıdır.

$$|AE| = (3x - 1) \text{ cm}$$

$$|FC| = (x + 7) \text{ cm}$$

Buna göre, x kaçtır?



ÇÖZÜM

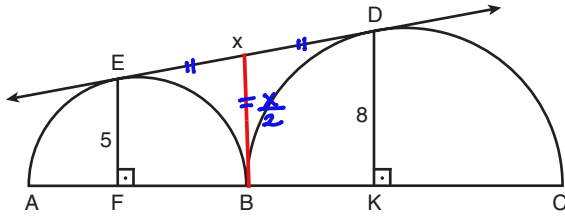
$$3x - 1 + 0 = 0 + x + 7$$

$$2x = 8$$

$$x = 4$$



ÖRNEK 15.



[AB] ve [BC] çaplı yarım çemberler B noktasında birbirlerine teğettir.

D, E teğet noktalar,

$$[EF] \perp [AC], [DK] \perp [AC]$$

$$|EF| = 5 \text{ cm}, |DK| = 8 \text{ cm}, |ED| = x$$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç cm'dir?



ÇÖZÜM

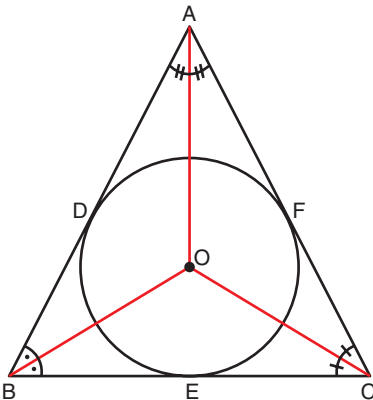
$$\frac{5+8}{2} = \frac{x}{2}$$

$$x = 13$$



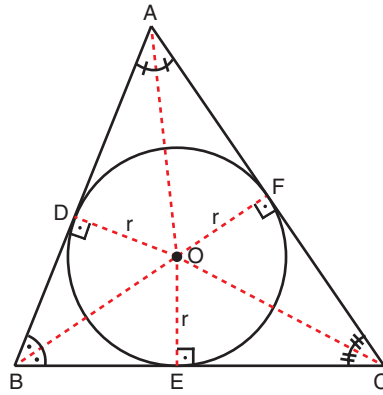
YANINDA BULUNSUN

ÜÇGENİN İÇ TEĞET ÇEMBERLERİ



Şekildeki çember ABC üçgenine D, E, F noktalarında teğettir.

Bir üçgenin üç kenarına da teğet olan çembere "**Üçgenin İç Teğet Çemberi**" denir.



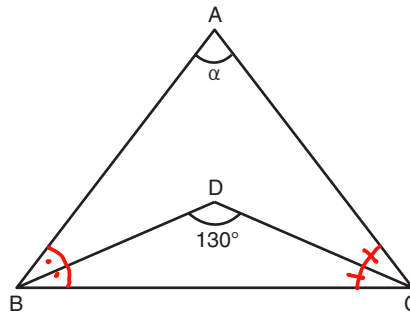
Şekilde çizilen açıortaylar O noktasında kesişir. Açıortay üzerinden kenarlara indirilen dikme uzunlukları birbirine eşit olduğundan,  
 $|OD| = |OE| = |OF| = r$  olur.

İç teğet çemberinin merkezi üçgenin iç açıortaylarının kesim noktasıdır.

$$|AD| = |AF|, |BD| = |BE|, |CE| = |CF| \text{ olur.}$$



ÖRNEK 16.



D noktası, ABC üçgeninin iç teğet çemberinin merkezidir.

$$m(\widehat{BDC}) = 130^\circ$$

$$m(\widehat{BAC}) = \alpha$$

Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?



ÇÖZÜM

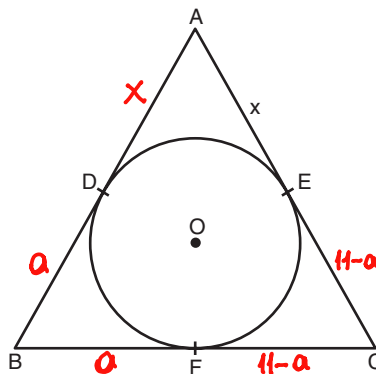
$$90 + \frac{\alpha}{2} = 130$$

$$\frac{\alpha}{2} = 40$$

$$\alpha = 80$$



ÖRNEK 17.



ABC üçgeni, O merkezli çembere D, E ve F noktalarında teğettir.

$$\text{Çevre}(\widehat{ABC}) = 36 \text{ cm}$$

$$|BC| = 11 \text{ cm}$$

$$|AE| = x$$

Buna göre, x kaç cm'dir?

## ✓ ÇÖZÜM

$$2x + 22 = 36$$

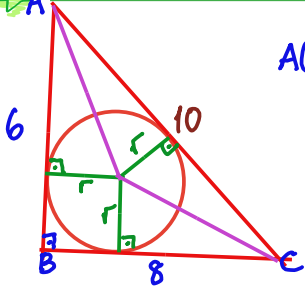
$$2x = 14$$

$$x = 7$$

## ? ÖRNEK 18.

Dik kenar uzunlukları 6 cm ve 8 cm olan bir dik üçgenin iç teğet çemberinin yarıçap uzunluğu kaç cm'dir?

## ✓ ÇÖZÜM

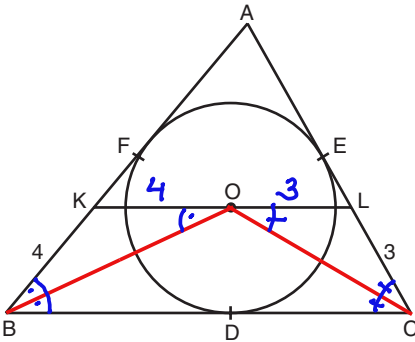


$$A(\triangle ABC) = \frac{6 \cdot 8}{2} = \frac{(6+8+10) \cdot r}{2}$$

$$48 = 24 \cdot r$$

$$r = 2$$

## ? ÖRNEK 19.



ABC üçgeni,  
O merkezli çembere  
D, E ve F noktala-  
rında teğettir.

KL // BC

|BK| = 4 cm

|CL| = 3 cm'dir.

Buna göre, |KL|  
kaç cm'dir?

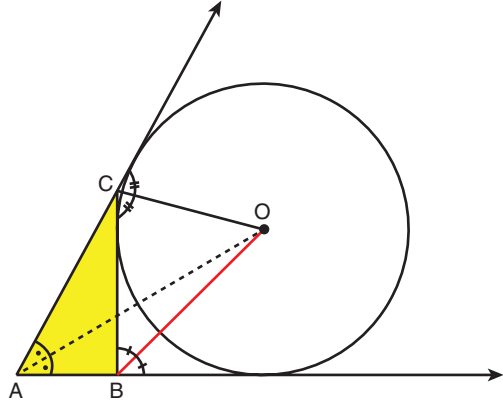
## ✓ ÇÖZÜM

$$|KL| = 4 + 3 = 7$$



## YANINDA BULUNSUN

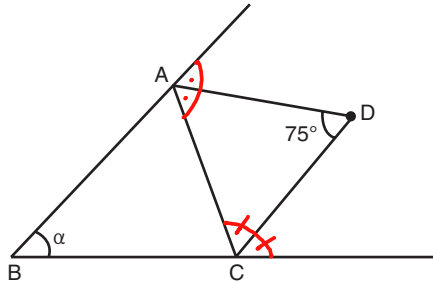
## ÜÇGENİN DIŞ TEĞET ÇEMBERLERİ



Üçgenin bir kenarına ve diğer iki kenarının uzantısına teğet olan çembere bu üçgenin bir "Dış Teğet Çemberi" denir.

Bir üçgenin herhangi bir açısının iç açıortayı ile diğer iki açısının dış açıortayı aynı noktada kesişir ve bu nokta üçgenin dış teğet çemberinin merkezidir.

## ? ÖRNEK 20.



D noktası, ABC  
üçgeninin dış teğet  
çemberinin  
merkezidir.

$$m(\widehat{ADC}) = 75^\circ$$

$$m(\widehat{ABC}) = \alpha$$

Buna göre,  $\alpha$  kaç  
derecedir?

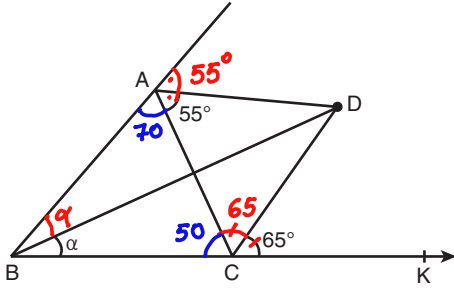
## ✓ ÇÖZÜM

$$90 - \frac{\alpha}{2} = 75$$

$$\frac{\alpha}{2} = 15$$

$$\alpha = 30$$

**ÖRNEK 21.**

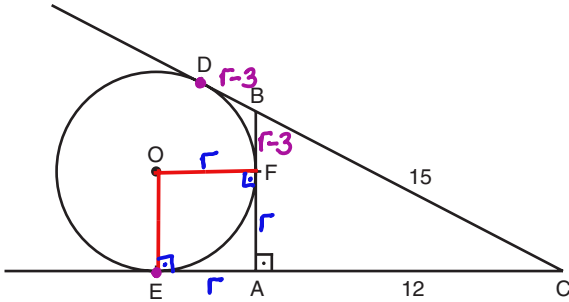


D noktası, ABC üçgeninin dış teğet çemberinin merkezidir.  
 $m(\widehat{DCK}) = 65^\circ$ ,  $m(\widehat{CAD}) = 55^\circ$ ,  $m(\widehat{DBK}) = \alpha$   
 Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?

**ÇÖZÜM**

$$\begin{aligned} 2\alpha + 120 &= 180 \\ 2\alpha &= 60 \\ \alpha &= 30 \end{aligned}$$

**ÖRNEK 22.**

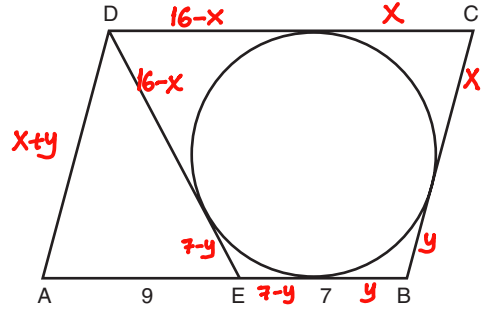


O noktası, ABC dik üçgeninin dış teğet çemberinin merkezi,  
 D, E ve F teğet değme noktaları,  
 $|BC| = 15$  cm,  $|AC| = 12$  cm'dir.  
 Buna göre, çemberin yarıçap uzunluğu kaç cm'dir?

**ÇÖZÜM**

$$\begin{aligned} 2r - 3 &= 9 \\ 2r &= 12 \\ r &= 6 \end{aligned}$$

**ÖRNEK 23.**



Yukarıdaki şekilde EBCD dörtgeninin kenarları çembere teğettir. ABCD paralelkenar,  
 $|EB| = 7$  cm ve  $|AE| = 9$  cm  
 olduğuna göre, DAE üçgeninin çevresinin uzunluğu kaç cm'dir?

**ÇÖZÜM**

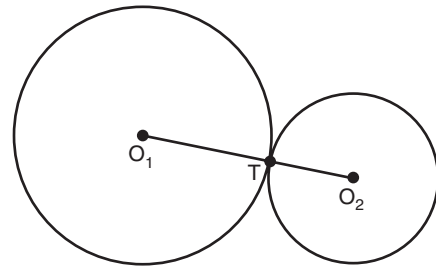
$$\begin{aligned} x + y + 16 - x + 7 - y + 9 \\ 32 \end{aligned}$$

ACİL MATEMATİK



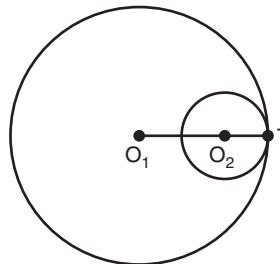
**YANINDA BULUNSUN**

**TEĞET ÇEMBERLER**



$O_1$  ve  $O_2$  merkezli çemberler T noktasında birbirine teğet olmak üzere,

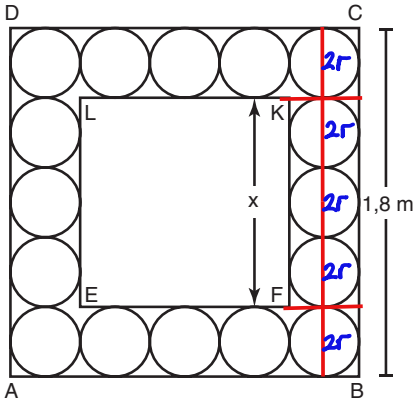
$T \in [O_1O_2]$  olur.



$O_1$  ve  $O_2$  merkezli çemberler birbirine T noktasında teğet olmak üzere,

$O_2 \in [O_1T]$  olur.

## ? ÖRNEK 24.



Şekilde 16 eş çember, ABCD ve EFKL karelerinin kenarlarına teğet olacak biçimde yerleştirilmiştir.  
 $|BC| = 1,8$  metre  
 $|KF| = x$   
 Buna göre,  $x$  kaç cm'dir?

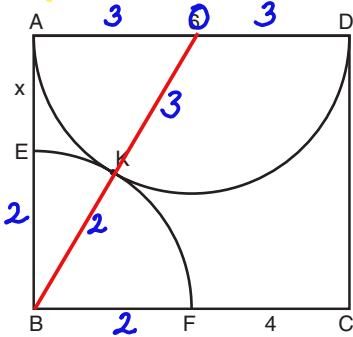
## ✓ ÇÖZÜM

$$10r = 1,8 \Rightarrow r = 0,18$$

$$x = 6r \Rightarrow x = 1,08 \text{ metre}$$

$$1,08 \text{ metre} = 108 \text{ cm}$$

## ? ÖRNEK 25.



ABCD dikdörtgeninin içine çizilmiş olan çeyrek ve yarım çemberler K noktasında teğettir.  
 $|AD| = 6$  cm ve  
 $|FC| = 4$  cm  
 Buna göre,  $|AE| = x$  kaç cm'dir?

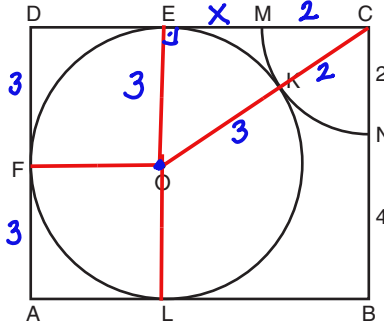
## ✓ ÇÖZÜM

$$(x+2)^2 + 3^2 = 5^2$$

$$x+2=4$$

$$x=2$$

## ? ÖRNEK 26.



O merkezli çember ABCD dikdörtgeninin üç kenarına ve C merkezli çeyrek çembere K'da teğettir.  
 $2 \cdot |CN| = |NB| = 4$  cm  
 Buna göre,  $|EM|$  kaç cm'dir?

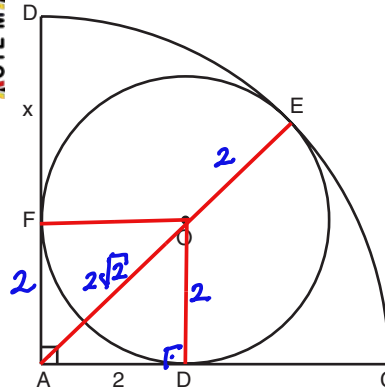
## ✓ ÇÖZÜM

$$(x+2)^2 + 3^2 = 5^2$$

$$x+2=4$$

$$x=2$$

## ? ÖRNEK 27.



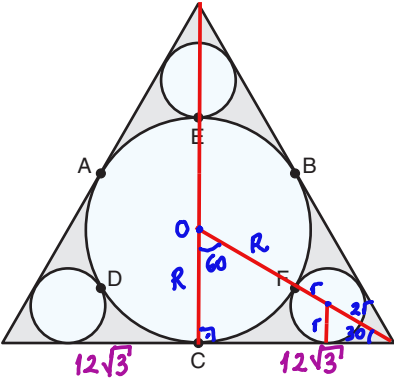
Şekilde O merkezli çember ve A merkezli çeyrek çember E noktasında teğettir.  
 F ve D noktaları teğet değme noktaları,  
 $|AD| = 2$  cm ve  
 $|FD| = x$  tir.  
 Buna göre,  $x$  kaç cm'dir?

## ✓ ÇÖZÜM

$$x+2 = 2\sqrt{2} + 2$$

$$x = 2\sqrt{2}$$

**ÖRNEK 28.**



Şekilde eşkenar üçgen şeklindeki kutuda, daire şeklinde tabaklar bulunuyor. Birbirine eş küçük tabakların her biri kutunun iki kenarına ve büyük tabağa D, E, F noktalarında teğettir. Büyük tabak kutuya A, B, C noktalarında teğettir.

Kutunun taban çevresi  $72\sqrt{3}$  birim olduğuna göre, büyük tabağın yarıçapı ile küçük tabaklardan birinin yarıçapı toplamı kaç birimdir?

**ÇÖZÜM**

$$\frac{72\sqrt{3}}{3} = 24\sqrt{3} \quad 2R = R + 3r$$

$$R = 3r$$

$$R = 12 \quad 3r = 12$$

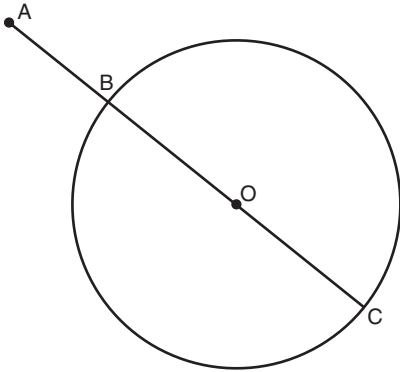
$$r = 4$$

$$R + r = 16$$



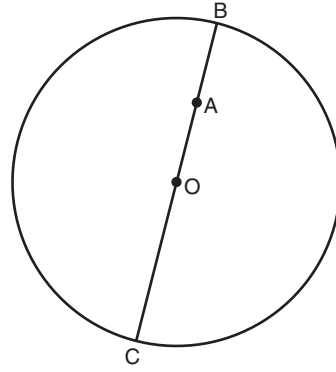
**YANINDA BULUNSUN**

**ÇEMBER DIŞINDA VEYA İÇİNDE ALINAN BİR NOKTANIN ÇEMBERE EN KISA VE EN UZUN UZAKLIĞI**



O çemberin merkezi; A, B, O ve C noktaları doğrusal olmak üzere, çember dışında alınan bir A noktasının çembere en kısa uzaklığı  $|AB|$  dir.

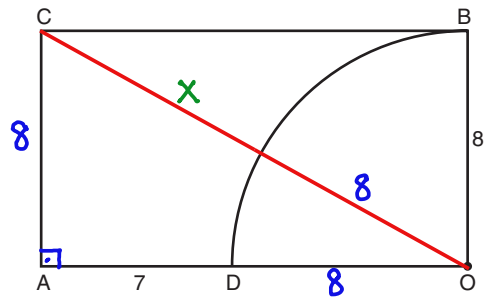
A noktasının çembere en uzun uzaklığı ise  $|AC|$  dir.



O çemberin merkezi; B, A O ve C noktaları doğrusal olmak üzere, çember içinde alınan bir A noktasının çembere en kısa uzaklığı  $|AB|$  dir.

A noktasının çembere en uzun uzaklığı ise  $|AC|$  dir.

**ÖRNEK 29.**



AOBC dikdörtgen, O noktası çeyrek çemberin merkezi,  $|BO| = 8$  cm,  $|AD| = 7$  cm'dir.

Buna göre, C noktasının çembere en kısa uzaklığı kaç cm'dir?

**ÇÖZÜM**

$$8-15-17 \text{ üçgeninden}$$

$$x+8=17$$

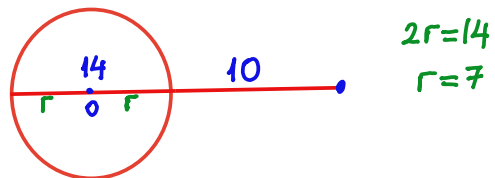
$$x=9$$

**ÖRNEK 30.**

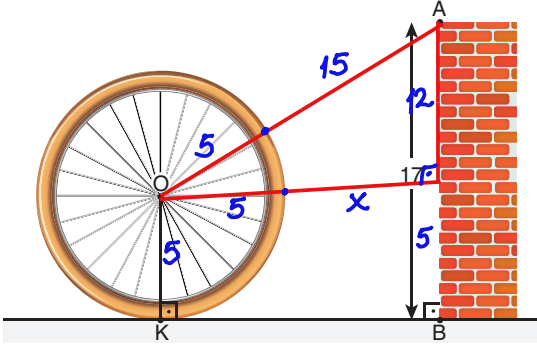
Bir çemberin dışında alınan A noktasının çembere en kısa uzaklığı 10 cm ve en uzun uzaklığı 24 cm'dir.

Buna göre, çemberin yarıçap uzunluğu kaç cm'dir?

**ÇÖZÜM**



## ? ÖRNEK 31.



Şekilde dış çemberinin yarıçap uzunluğu 5 birim olan bir tekerlek zemine dik bir şekilde durmaktadır.

A noktasının tekerleğe en kısa mesafesi 15 birim ve duvarın yüksekliği 17 birim olduğuna göre, tekerleğin duvara değmesi için tekerlek kaç birim ilerletilmelidir?

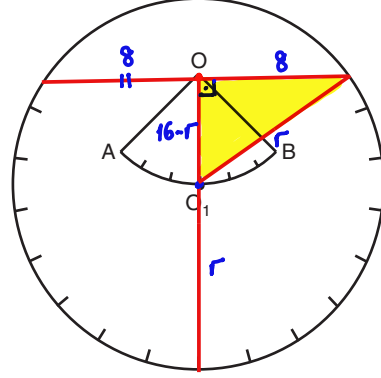
## ✓ ÇÖZÜM

$$(x+5)^2 + 12^2 = 15^2$$

$$x+5=9$$

$$x=4$$

## ? ÖRNEK 32.



Şekilde  $O_1$  merkezli çember biçimindeki göstergesi ve O merkezli AB çember yayı gösterilmiştir. Çember yayı  $O_1$  noktasından geçmektedir. O noktasının büyük göstergenin çevresine olan en büyük uzaklığı 16 birimdir.

$O_1$  merkezli göstergenin, O noktasından geçen en kısa kirişinin uzunluğu 16 birim olduğuna göre, O merkezli çember yayının yarıçapı kaç birimdir?

## ✓ ÇÖZÜM

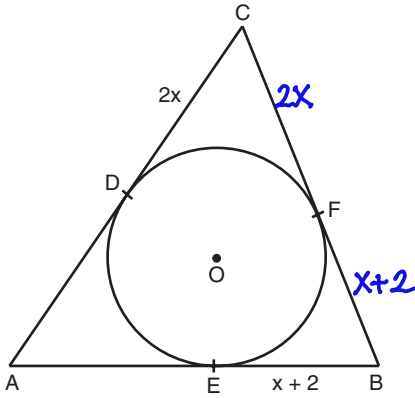
6-8-10 üçgeninden

$$r=10$$

16-r=6 bulunur.

Test

1.



ABC üçgeni O merkezli çembere D, E ve F noktalarında teğettir.

$|BC| = 20$  cm,  $|DC| = 2x$  cm,  $|EB| = (x + 2)$  cm'dir.

Buna göre, x kaçtır?

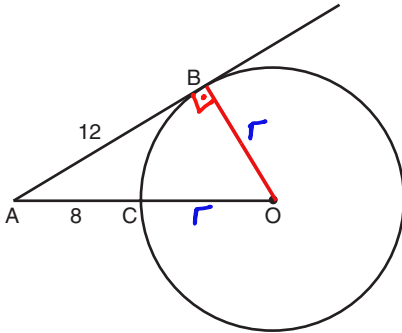
- A) 4      B) 5       C) 6      D) 7      E) 8

$$2x + x + 2 = 20$$

$$3x = 18$$

$$x = 6$$

2.



Şekilde AB doğrusu, O merkezli çembere B noktasında teğettir.

$|AB| = 12$  cm,  $|AC| = 8$  cm'dir.

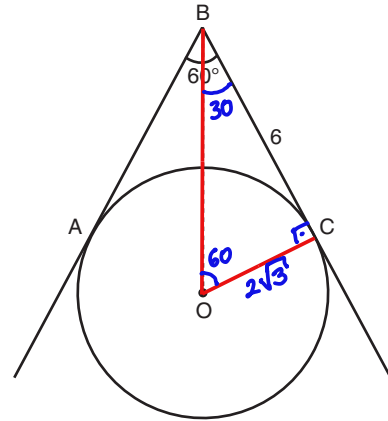
Buna göre, çemberin yarıçapı kaç cm'dir?

- A) 3      B) 4       C) 5      D) 6      E) 8

$$5-12-13 \text{ üçgeninden}$$

$$r = 5$$

3.



Şekilde O merkezli çemberde A ve C noktaları teğet değme noktaları,

$$m(\widehat{ABC}) = 60^\circ$$

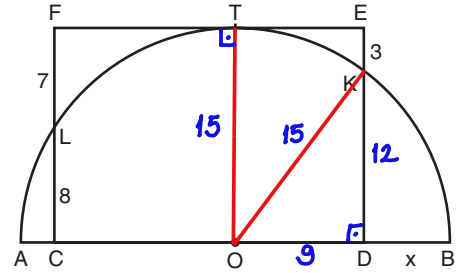
$|BC| = 6$  cm'dir.

Buna göre, çemberin yarıçapı kaç cm'dir?

- A) 1      B)  $\sqrt{3}$       C) 2      D) 3       E)  $2\sqrt{3}$

ACİL MATEMATİK

4.



O merkezli yarım çember, CDEF dikdörtgen, T teğet değme noktası,

$$|CL| = 8$$
 cm,  $|LF| = 7$  cm

$$|EK| = 3$$
 cm,  $|DB| = x$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç cm'dir?

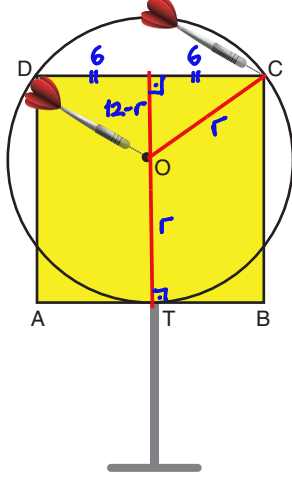
- A) 4      B) 5       C) 6      D) 7      E) 8

$$x + 9 = 15$$

$$x = 6$$



5. Aşağıda O merkezli bir daire ile ABCD karesinden oluşturulmuş bir dart tahtası verilmiştir. O merkezli daire T noktasında [AB] kenarına teğettir.



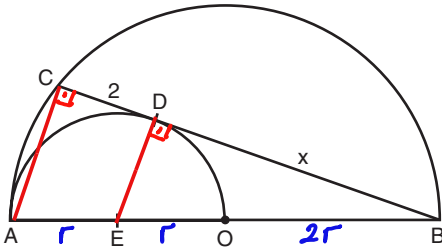
Karenin bir kenarı 12 birim olup, üst üste iki atış yapan bir kişi ilk atışını O noktasına ikinci atışını C noktasına yapmıştır.

Buna göre, |OC| kaç birimdir?

- A) 10 B)  $\frac{19}{2}$  C) 9 D)  $\frac{17}{2}$   E)  $\frac{15}{2}$

$$\begin{aligned} 6^2 + (12-r)^2 &= r^2 \\ 36 + 144 - 24r &= 0 \\ 24r &= 180 \\ r &= \frac{15}{2} \end{aligned}$$

6.



Şekilde, O ve E merkezli yarım çemberler gösterilmiştir. [BC], küçük çembere D noktasında teğettir.

$$|CD| = 2 \text{ cm}, |DB| = x$$

Buna göre, x kaç cm'dir?

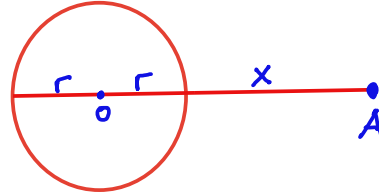
- A) 4 B) 5  C) 6 D) 7 E) 8

$$\begin{aligned} \frac{3r}{r} &= \frac{x}{2} \\ x &= 6 \end{aligned}$$

7. Bir çemberin dışında alınan A noktasının çembere en kısa uzaklığı ile en uzun uzaklığının toplamı 24 cm'dir.

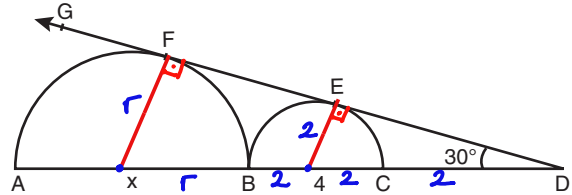
Buna göre, A noktasının çemberin merkezine olan uzaklığı kaç cm'dir?

- A) 8 B) 9  C) 12 D) 15 E) 18



$$\begin{aligned} x + x + 2r &= 24 \\ 2x + 2r &= 24 \\ x + r &= 12 \end{aligned}$$

8.



[AB] ve [BC] çaplı yarım çemberler, [DG ışınına E ve F noktalarında teğettir.

$$m(\widehat{ADG}) = 30^\circ, |BC| = 4 \text{ cm}$$

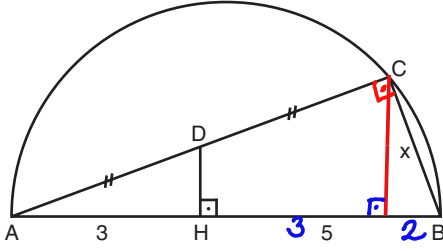
Buna göre, |AB| = x kaç cm'dir?

- A) 6 B) 8 C) 10  D) 12 E) 16

$$\begin{aligned} 2r &= r + 4 \\ r &= 4 \\ x &= 2r = 8 \end{aligned}$$

Test

9.



[AB] çaplı yarım çemberde,

$DH \perp AB$

$|AD| = |DC|$ ,  $|AH| = 3$  cm

$|HB| = 5$  cm,  $|BC| = x$

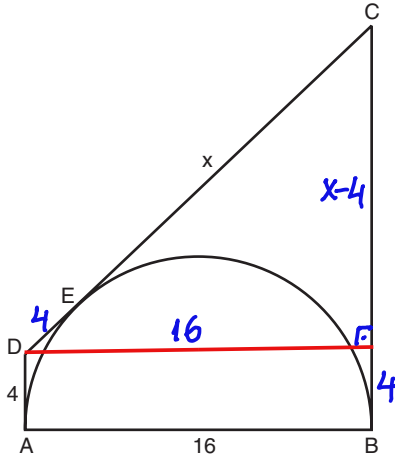
Buna göre, x kaç cm'dir?

- A) 3    B) 4    C) 5    D) 6    E) 8

$$x^2 = 2 \cdot 8$$

$$x = 4$$

10.



Şekilde [AB] çaplı yarım çemberde A, B ve E noktaları teğet değme noktalarıdır.

$E \in [CD]$

$|AB| = 16$  birim

$|AD| = 4$  birim

$|EC| = x$

Yukarıdaki verilere göre, x kaç birimdir?

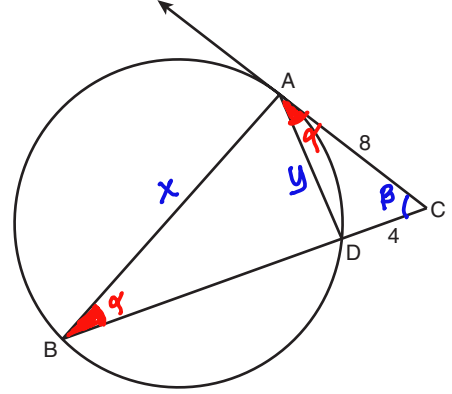
- A) 9    B) 12    C) 15    D) 16    E) 18

12-16-20 üçgeninden

$$x-4=12$$

$$x=16$$

11.



ABC bir üçgen, [CA] çembere A noktasında teğet,

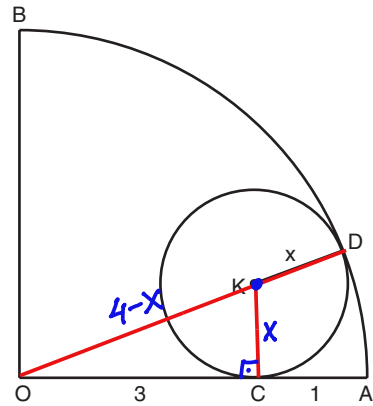
$|AC| = 8$  cm,  $|DC| = 4$  cm

Yukarıdaki verilere göre,  $\frac{|AB|}{|AD|}$  oranı kaçtır?

- A)  $\frac{3}{2}$     B)  $\frac{4}{3}$     C)  $\frac{5}{3}$     D) 2    E) 3

$$\frac{8}{4} = \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{x}{y} = 2$$

12.



Şekilde O merkezli çeyrek çember ve K merkezli çember verilmiştir.

D ve C noktaları teğet değme noktaları,

$|OC| = 3$  cm,  $|CA| = 1$  cm ve  $|KD| = x$  tir.

Buna göre, x kaç cm'dir?

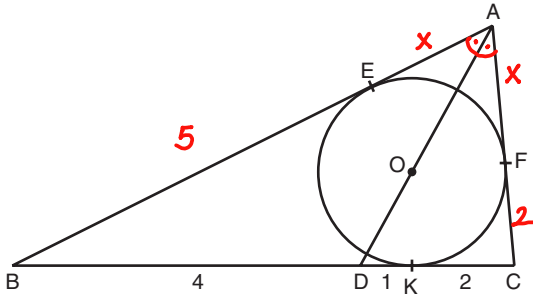
- A)  $\frac{3}{4}$     B)  $\frac{4}{5}$     C)  $\frac{7}{8}$     D)  $\frac{2}{3}$     E)  $\frac{1}{2}$

$$x^2 + 3^2 = (4-x)^2$$

$$x^2 + 9 = 16 - 8x + x^2$$

$$8x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{8}$$

13.



O noktası ABC üçgeninin iç teğet çemberinin merkezi, E, F ve K noktaları teğet değme noktalarıdır.

$|BD| = 4$  cm,  $|DK| = 1$  cm,  $|KC| = 2$  cm'dir.

Buna göre,  $|AB|$  kaç cm'dir?

- A) 8      B) 9      C) 10       D) 12      E) 15

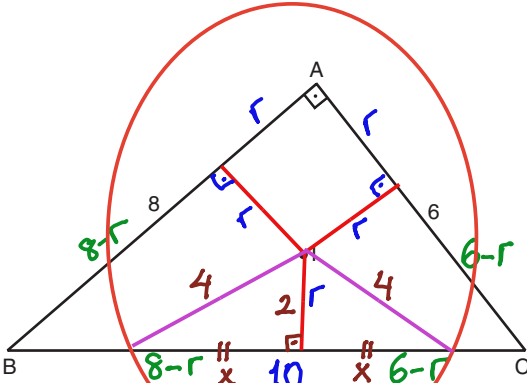
$$\frac{x+5}{4} = \frac{x+2}{3}$$

$$3x+15 = 4x+8$$

$$x=7$$

$$|AB| = 5+7 = 12$$

14.



Şekilde ABC dik üçgeninin iç teğet çemberinin merkezi I noktasıdır.

$|AB| = 8$  birim,  $|AC| = 6$  birim

$[BA] \perp [AC]$

Pergel yardımıyla üçgenin iç teğet çemberini çizmeye çalışan bir öğrenci, pergelini açması gereken uzunluğun iki katı kadar açıyor.

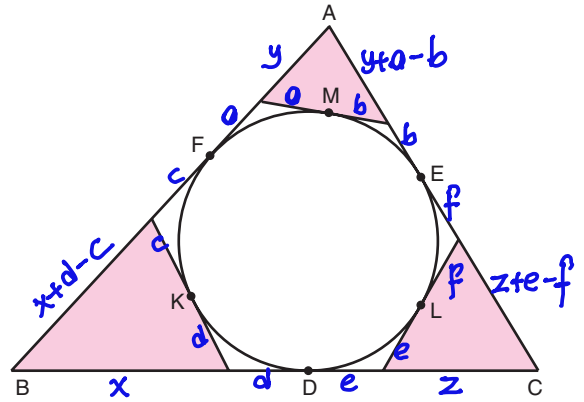
Buna göre, öğrencinin çizdiği çemberin hipotenüs üzerinde ayırdığı kirişin uzunluğu kaç birimdir?

- A) 4      B) 6       C)  $4\sqrt{3}$       D)  $2\sqrt{13}$       E) 8

$$14-2r = 10 \quad x = 2\sqrt{3} \Rightarrow 2x = 4\sqrt{3}$$

$$r = 2$$

15.



Şekilde ABC bir üçgen; D, E, F, K, L ve M teğet noktalarıdır. Boyalı üçgenlerin çevreleri 5 birim, 6 birim ve 7 birimdir.

Buna göre, ABC üçgeninin en uzun kenarı kaç birim uzunluğundadır?

- A)  $\frac{9}{2}$       B)  $\frac{11}{2}$       C) 6       D)  $\frac{13}{2}$       E) 7

$$2y+2o = 5 \Rightarrow o+y = \frac{5}{2}$$

$$2x+2d = 6 \Rightarrow d+x = 3$$

$$2z+2e = 7 \Rightarrow e+z = \frac{7}{2}$$

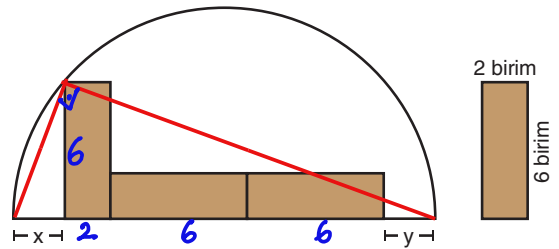
$$o+d+x+y = \frac{11}{2}$$

$$o+e+y+z = 6$$

$$d+e+x+z = \frac{13}{2}$$

en uzun kenar  $\frac{13}{2}$

16. Şekilde gösterilen dikdörtgenlerden üç tanesi yarım çember içine aşağıdaki gibi yerleştiriliyor.



$$\frac{x}{y} = \frac{1}{2} \text{ dir.}$$

$$y = 2x$$

Buna göre,  $x + y$  toplamı kaç birimdir?

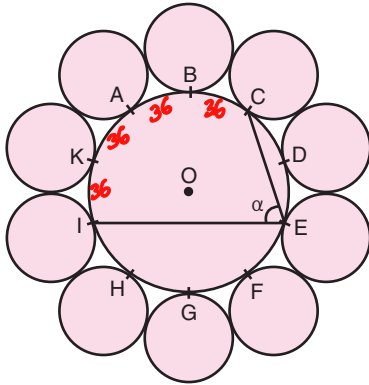
- A) 2      B) 3       C) 6      D) 9      E) 12

$$6^2 = x \cdot (y+14) \Rightarrow x \cdot (x+7) = 18$$

$$x = 2 \quad y = 4 \quad \left. \begin{array}{l} x = 2 \\ y = 4 \end{array} \right\} x+y = 6$$

Test

17.



Yağmur, oluşturacağı bir desen için O merkezli bir çember ve etrafına bu çembere teğet olacak şekilde 10 tane eş çember yerleştiriyor.

$$m(\widehat{CEI}) = \alpha \text{ dir.}$$

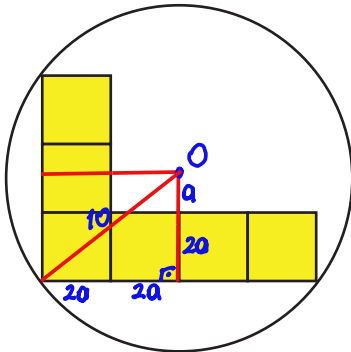
Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?

- A) 54    B) 60    C) 66     D) 72    E) 75

$$\frac{360}{10} = 36 \quad 2\alpha = 144$$

$$\alpha = 72$$

18.



Şekilde yarıçapı 10 cm olan çemberin içine altı eş kare çizilmiştir.

Buna göre, karelerden birinin alanı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

- A) 4    B) 8    C) 9     D) 16    E) 25

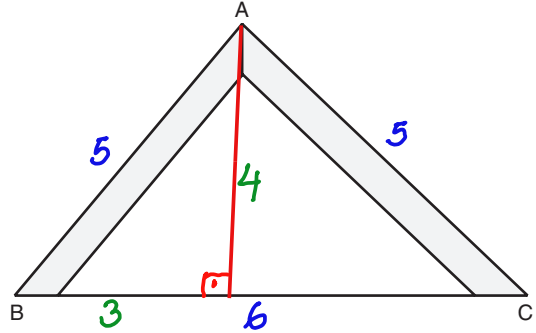
3a-4a-5a üçgeni

$$5a = 10$$

$$a = 2$$

$$\text{Alan} = (4)^2 = 16$$

19.



Şekilde üstten görünümü  $\widehat{ABC}$  üçgeni biçiminde olan bir çukur, daire biçimindeki bir kapakla kapatılacaktır.

$|AC| = |AB| = 5$  birim,  $|BC| = 6$  birim dir.

Buna göre, çukuru tamamen kapatacak kapağın yarıçapı en az kaç birimdir?

- A) 3     B)  $\frac{25}{8}$     C)  $\frac{17}{4}$     D)  $\frac{21}{5}$     E) 5

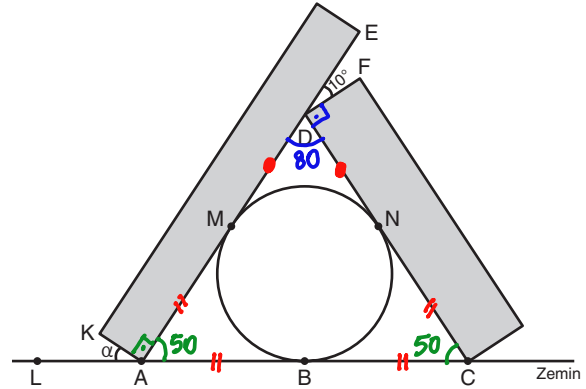
$$A(\triangle ABC) = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}$$

$$\frac{4 \cdot 6}{2} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 6}{4R}$$

$$48R = 6 \cdot 25$$

$$R = \frac{25}{8}$$

20. Aşağıda bir çember ve çembere teğet iki dikdörtgen blok gösterilmiştir.



Şekil düzlemseldir ve M, N ve B noktaları teğet değme noktalarıdır.

$$m(\widehat{EDF}) = 10^\circ, \quad m(\widehat{KAL}) = \alpha$$

$$|AB| = |BC|$$

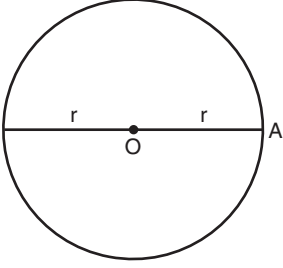
Yukarıdaki verilere göre,  $\alpha$  kaç derecedir?

- A) 20    B) 30     C) 40    D) 50    E) 60

$$\alpha + 140 = 180 \Rightarrow \alpha = 40$$

1. C	2. C	3. E	4. C	5. E	6. C	7. C
8. D	9. B	10. D	11. D	12. C	13. D	14. C
15. D	16. C	17. D	18. D	19. B	20. C	

YANINDA BULUNSUN



Bir çemberin kendisi ile iç bölgesinin birleşimine "**Daire**" denir. Yandaki şekilde verilen O merkezli ve r yarıçaplı bir dairenin çevre uzunluğunun dairenin çap uzunluğuna (2r) oranı  $\pi$  sabit sayısını verir.

$$\frac{\text{Dairenin Çevre Uzunluğu}}{\text{Dairenin Çap Uzunluğu}} = \frac{\text{Ç}}{2r} = \pi \Rightarrow \text{Ç} = 2\pi r \text{ olur.}$$

ÖRNEK 1.

Bir dairenin çevre uzunluğu 12 cm'dir.

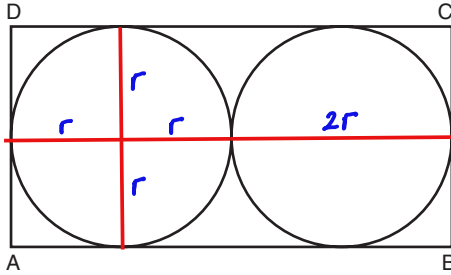
Buna göre, dairenin yarıçap uzunluğu kaç cm'dir?

ÇÖZÜM

$$2\pi r = 12$$

$$r = \frac{6}{\pi}$$

ÖRNEK 2.



ABCD dikdörtgeninin içine, birbirine ve dikdörtgenin kenarlarına teğet olacak biçimde iki özdeş daire çizilmiştir.

$$A(\text{ABCD}) = 72 \text{ cm}^2 \text{ dir.}$$

Buna göre, dairelerden birinin çevre uzunluğu kaç cm'dir?

ÇÖZÜM

$$4r \cdot 2r = 72$$

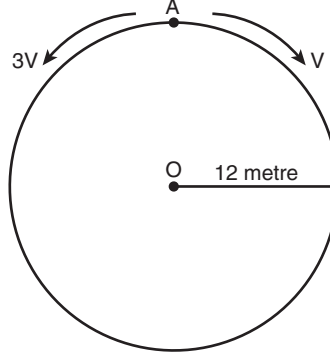
$$r^2 = 9$$

$$r = 3$$

$$\text{Çevre} = 2\pi r$$

$$= 6\pi$$

ÖRNEK 3.



Hızları 3V ve V olan iki hareketli A noktasından aynı anda ve zıt yönlerde doğru harekete başlıyor. Yarıçapı 12 metre olan dairesel bir pist üzerinde hareket eden bu kişiler karşılaştıkları anda hareketlerine son vermişlerdir.

Buna göre, hızı fazla olan hareketli yavaş olandan kaç metre fazla hareket etmiştir?

ÇÖZÜM

$$\text{Çevre} = 2\pi \cdot 12 = 24\pi$$

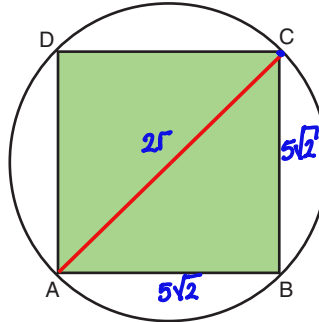
$$(3v + v) \cdot t = 24\pi$$

$$v \cdot t = 6\pi$$

$$3vt - vt = 2vt$$

$$= 12\pi$$

ÖRNEK 4.



Şekilde yuvarlak masanın üzerine serilmiş ABCD karesi şeklindeki masa örtüsü görülüyor.

Örtünün alanı 50 cm<sup>2</sup> olduğuna göre, masanın çevre uzunluğu kaç cm'dir?

ÇÖZÜM

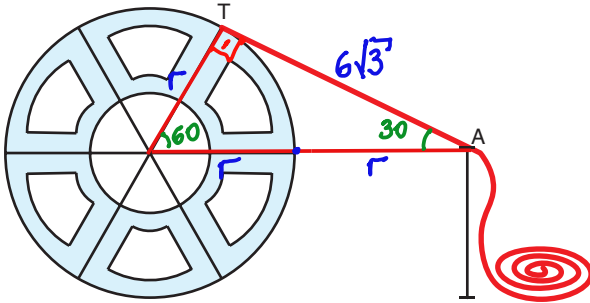
$$2r = 5\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$$

$$r = 5$$

$$\text{Çevre} = 2\pi \cdot 5$$

$$= 10\pi$$

## ? ÖRNEK 5.



Şekilde A noktasından itibaren dağınık biçimde bulunan ip, kasnak yardımıyla sarılarak düzgün hale getirilecektir. İpin kasnağa temas ettiği ilk nokta T'dir. A noktasının kasnağa en yakın uzaklığı, kasnağın yarıçap uzunluğuna eşittir. T noktası teğet değme noktasıdır.

$$|AT| = 6\sqrt{3} \text{ birim}$$

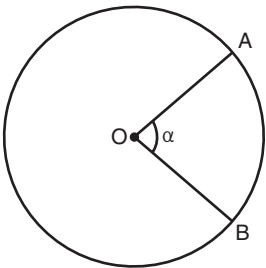
olduğuna göre, kasnak kendi eksenini etrafında bir tam tur döndürüldüğünde kaç birim ip sarmış olur?

## ✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} r &= 6 \\ \text{Çevre} &= 2\pi \cdot r \\ &= 12\pi \end{aligned}$$



## YANINDA BULUNSUN

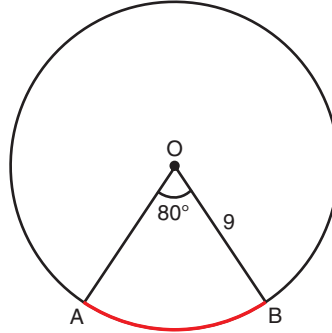


Yandaki O merkezli, r yarıçaplı dairede AOB merkez açısının gördüğü yay uzunluğu  $|\widehat{AB}|$  ile gösterilir.  $|\widehat{AB}|$  uzunluğunu aşağıda gösterilen orantı yardımıyla bulabiliriz.

$360^\circ$  nin gördüğü yay uzunluğu  $2\pi r$  birim olduğuna göre  $\alpha$ 'nın gördüğü yay uzunluğu  $x$  birim olur.

$$x \cdot 360^\circ = 2\pi r \cdot \alpha \Rightarrow x = |\widehat{AB}| = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi r \text{ olur.}$$

## ? ÖRNEK 6.



O noktası dairenin merkezi,  
 $m(\widehat{AOB}) = 80^\circ$

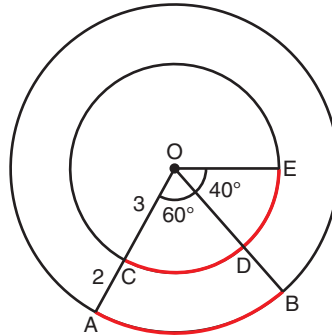
$$|OB| = 9 \text{ cm}$$

Buna göre,  $|\widehat{AB}|$  kaç cm'dir?

## ✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} |\widehat{AB}| &= 2\pi \cdot 9 \cdot \frac{80}{360} \\ &= 4\pi \end{aligned}$$

## ? ÖRNEK 7.



Şekilde O merkezli daireler gösterilmiştir.

$$|OC| = 3 \text{ cm}$$

$$|AC| = 2 \text{ cm}$$

$$m(\widehat{AOB}) = 60^\circ$$

$$m(\widehat{BOE}) = 40^\circ \text{ dir.}$$

Buna göre,  $\frac{|\widehat{CE}|}{|\widehat{AB}|}$  oranı kaçtır?

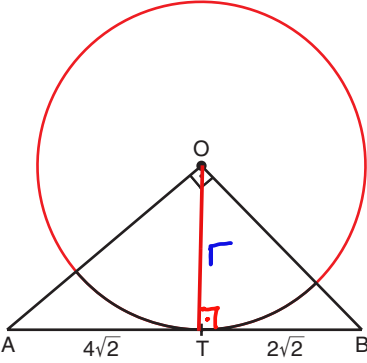
## ✓ ÇÖZÜM

$$|\widehat{CE}| = 2\pi \cdot 3 \cdot \frac{100}{360} = \frac{5\pi}{3}$$

$$|\widehat{AB}| = 2\pi \cdot 5 \cdot \frac{60}{360} = \frac{5\pi}{3}$$

$$\frac{|\widehat{CE}|}{|\widehat{AB}|} = 1 \text{ bulunur.}$$

? ÖRNEK 8.



O merkezli daire, ABO dik üçgenine T noktasına teğettir.

$AO \perp OB$

$$|AT| = 2 \cdot |TB| = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

Buna göre, kırmızı renkli daire yayının uzunluğu kaç cm'dir?

✓ ÇÖZÜM

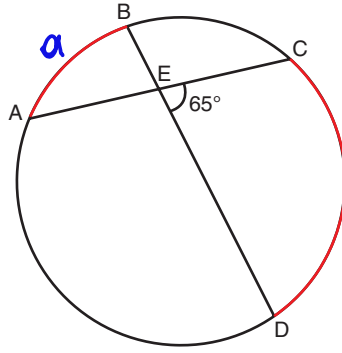
$$r^2 = 4\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2}$$

$$r^2 = 16$$

$$r = 4$$

$$2\pi \cdot 4 \cdot \frac{270}{360} = 6\pi$$

? ÖRNEK 10.



Şekilde verilen çemberde,

$$AC \cap BD = \{E\}$$

$$m(\widehat{CED}) = 65^\circ \text{ dir.}$$

b Kırmızı renkli yayların uzunlukları toplamı  $26\pi$  cm'dir.

Buna göre, çemberin yarıçap uzunluğu kaç cm'dir?

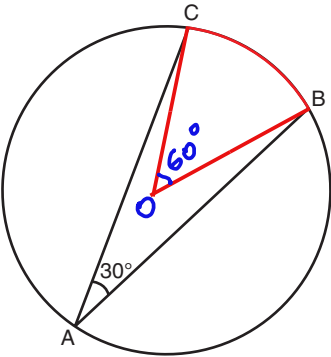
✓ ÇÖZÜM

$$\frac{a+b}{2} = 65 \Rightarrow a+b = 130$$

$$2\pi \cdot r \cdot \frac{130}{360} = 26\pi$$

$$r = 36$$

? ÖRNEK 9.



Şekilde verilen dairede,

$$m(\widehat{CAB}) = 30^\circ$$

$$|\widehat{CB}| = 5\pi \text{ cm'dir.}$$

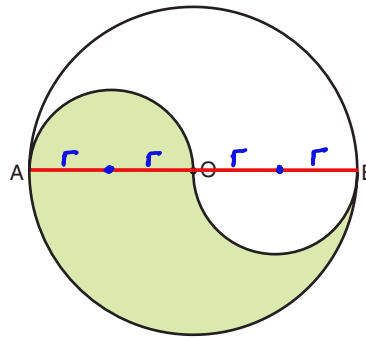
Buna göre, dairenin yarıçap uzunluğu kaç cm'dir?

✓ ÇÖZÜM

$$2\pi \cdot r \cdot \frac{60}{360} = 5\pi$$

$$r = 15$$

? ÖRNEK 11.



Şekilde [AB] çaplı ve O merkezli büyük daire,

[AO] ve [OB] çaplı yarım daireler gösterilmiştir. Boyalı bölgenin çevresi  $36\pi$  cm'dir.

Buna göre, yarım dairelerden birinin yarıçap uzunluğu kaç cm'dir?

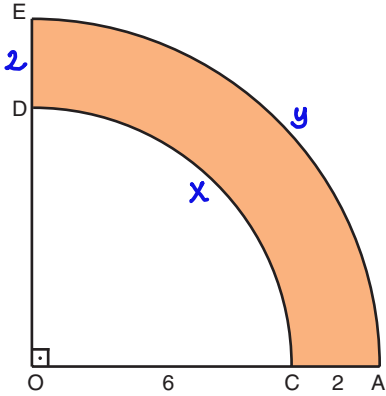
✓ ÇÖZÜM

$$2\pi \cdot r + \pi \cdot (2r) = 36\pi$$

$$4\pi r = 36\pi$$

$$r = 9$$

## ? ÖRNEK 12.



Şekilde O merkezli çeyrek çemberler gösterilmiştir.  
|OC| = 3 • |CA| = 6 cm'dir.  
**Buna göre, boyalı bölgenin çevresi kaç cm'dir?**

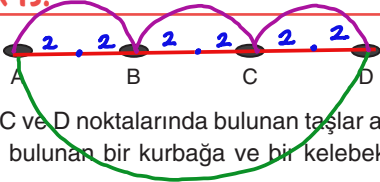
## ✓ ÇÖZÜM

$$x = \frac{2\pi \cdot 6}{4} = 3\pi$$

$$y = \frac{2\pi \cdot 8}{4} = 4\pi$$

$$\text{Çevre} = 7\pi + 4$$

## ? ÖRNEK 13.



Şekilde A, B, C ve D noktalarında bulunan taşlar aynı hizadadır. A noktasında bulunan bir kurbağa ve bir kelebek D noktasına gideceklerdir.

- Kurbağa; D noktasına, A'dan B'ye, B'den C'ye ve C'den D'ye sıçrayarak ulaşıyor.
- Kurbağa sıçrama hareketini, iki taş arasındaki mesafeyi çap kabul eden, yarım çember yayı boyunca yapıyor.
- Kelebek ise D noktasına, A'dan D'ye uçarak ulaşıyor.
- Kelebek uçuş hareketini, [AD] yi çap kabul eden, yarım çember yayı boyunca yapıyor.

$$|AB| = |BC| = |CD| = 4 \text{ birimdir.}$$

**Buna göre, kurbağanın gittiği yolun, kelebeğin gittiği yola oranı kaçtır?**  
(Taşların büyüklüğü ihmal edilecektir.)

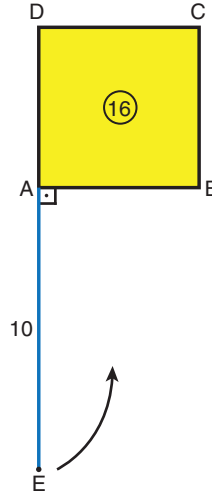
## ✓ ÇÖZÜM

$$\text{Kurbağa} : 3 \cdot \left(\frac{2\pi \cdot 2}{2}\right) = 6\pi$$

$$\text{Kelebek} : \frac{2\pi \cdot 6}{2} = 6\pi$$

$$\frac{6\pi}{6\pi} = 1$$

## ? ÖRNEK 14.



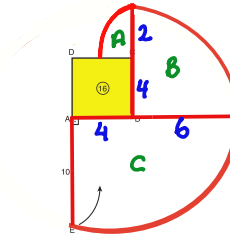
Şekilde 10 cm uzunluğundaki [AE] ipi ok yönünde hareket ettirilerek ABCD karesinin etrafına sarılacaktır.

$$DE \perp AB$$

$$A(ABCD) = 16 \text{ cm}^2 \text{ dir.}$$

**Buna göre, ipin tamamı karenin etrafına sarıldığında E noktası toplam kaç cm yol alır?**

## ✓ ÇÖZÜM



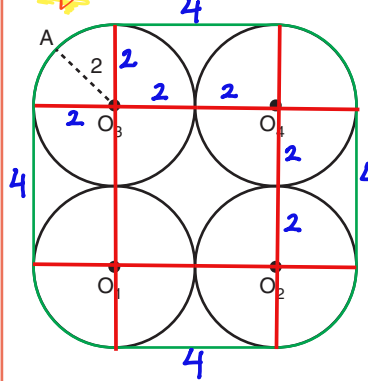
$$A = \frac{2\pi \cdot 2}{4} = \pi$$

$$B = \frac{2\pi \cdot 6}{4} = 3\pi$$

$$C = \frac{2\pi \cdot 10}{4} = 5\pi$$

$$A+B+C = 9\pi$$

## ? ÖRNEK 15.



$O_1, O_2, O_3$  ve  $O_4$  merkezli eş daireler birbirine teğet ve yarıçapları 2 cm'dir.

**Buna göre, şekli saran ipin uzunluğu kaç cm'dir?**

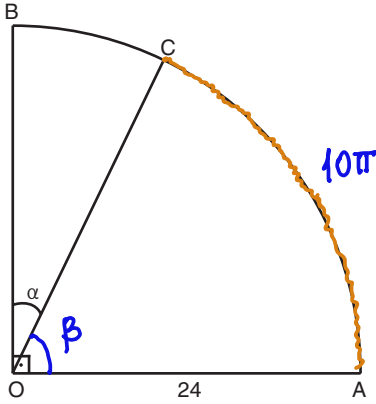
## ✓ ÇÖZÜM

$$4 \cdot 4 + 2\pi \cdot 2$$

$$16 + 4\pi$$



1.



Şekilde O merkezli çeyrek çemberde,

$$|OA| = 24 \text{ cm}$$

$$|\widehat{CA}| = 10\pi \text{ cm'dir.}$$

Buna göre,  $m(\widehat{BOC}) = \alpha$  kaç derecedir?

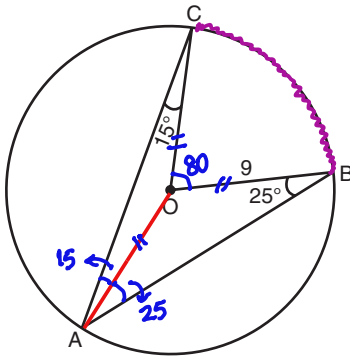
- A) 10     B) 15    C) 20    D) 25    E) 30

$$2\pi \cdot 24 \cdot \frac{\beta}{360} = 10\pi$$

$$\beta = 75^\circ$$

$$\alpha + 75 = 90 \Rightarrow \alpha = 15$$

2.



Şekilde O merkezli çemberin yarıçap uzunluğu 9 cm'dir.

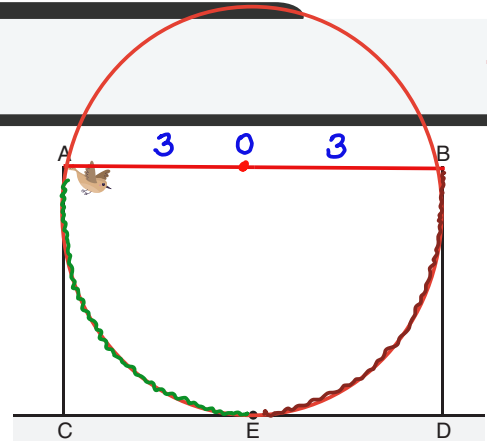
$$m(\widehat{ACO}) = 15^\circ, m(\widehat{ABO}) = 25^\circ \text{ dir.}$$

Buna göre,  $|\widehat{CB}|$  kaç cm'dir?

- A)  $\pi$     B)  $2\pi$     C)  $3\pi$      D)  $4\pi$     E)  $5\pi$

$$2\pi \cdot 9 \cdot \frac{80}{360} = 4\pi$$

3.



Şekilde A noktasında bulunan bir kuş, uçarak E noktasındaki yemi alıp [BD] direğindeki B noktasına konuyor.

[AC] ve [BD] direkleri zemine dik,

C, E, D noktaları doğrusaldır.

$|AB| = 6$  metre,  $|AC| = |BD|$  dir.

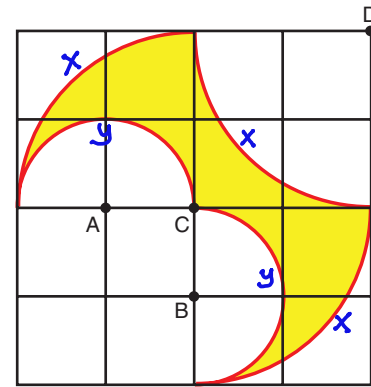
Kuşun A'dan B'ye giderken, gittiği yol [AB] çaplı bir çember yayı olduğuna göre, gittiği yol kaç metredir?

- A)  $6\pi$     B)  $5\pi$     C)  $4\pi$      D)  $3\pi$     E)  $2\pi$

$$\frac{2\pi \cdot 3}{2} = 3\pi$$

ACİL MATEMATİK

4. Aşağıda verilen şekil birim karelerden oluşmuştur.



A ve B noktaları yarım çember yaylarının, C ve D ise çeyrek çember yaylarının merkezidir.

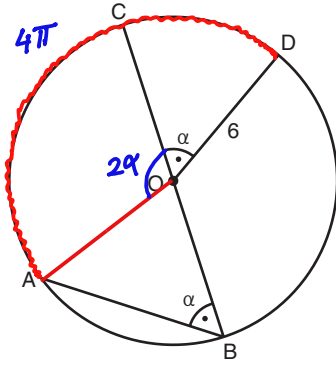
Buna göre, boyalı bölgenin çevresi kaç birimdir?

- A)  $3\pi$     B)  $4\pi$      C)  $5\pi$     D)  $6\pi$     E)  $8\pi$

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{2\pi \cdot 2}{4} = \pi \\ y &= \frac{2\pi \cdot 1}{2} = \pi \end{aligned} \right\} 3x + 2y = 5\pi$$

## Test

5.



O noktası [BC] çaplı dairenin merkezi,

$$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{COD}) = \alpha$$

$$|OD| = 6 \text{ cm}, |\widehat{ACD}| = 4\pi \text{ cm}$$

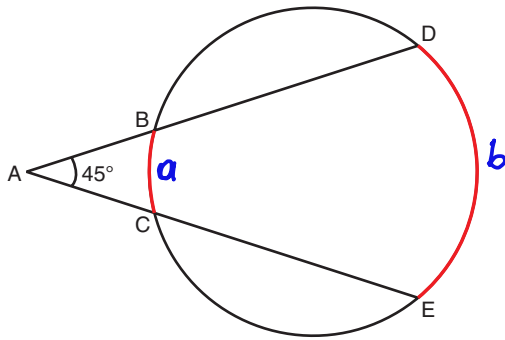
Buna göre,  $\alpha$  kaç derecedir?

- A) 40    B) 45    C) 50    D) 55    E) 60

$$2\pi \cdot 6 \cdot \frac{3\alpha}{360} = 4\pi$$

$$\alpha = 40$$

6.



Şekilde verilen çemberde,

$$m(\widehat{DAE}) = 45^\circ \text{ dir.}$$

Kırmızı renkli yayların uzunlukları farkı  $5\pi$  cm'dir.

Buna göre, çemberin yarıçap uzunluğu kaç cm'dir?

- A) 5    B) 8     C) 10    D) 12    E) 15

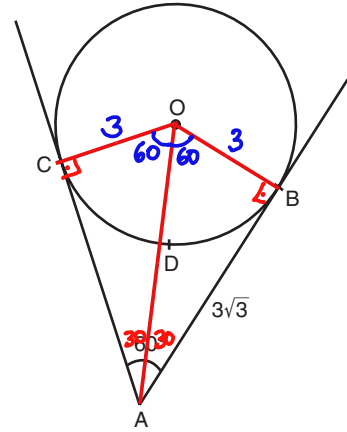
$$\frac{b-a}{2} = 45^\circ$$

$$b-a = 90^\circ$$

$$2\pi \cdot r \cdot \frac{b}{360} - 2\pi \cdot r \cdot \frac{a}{360} = 5\pi$$

$$\frac{2\pi r \cdot (b-a)}{360} = 5\pi \Rightarrow r = 10$$

7.



AB ve AC doğruları O merkezli daireye B ve C noktalarında teğettir.

$$m(\widehat{BAC}) = 60^\circ$$

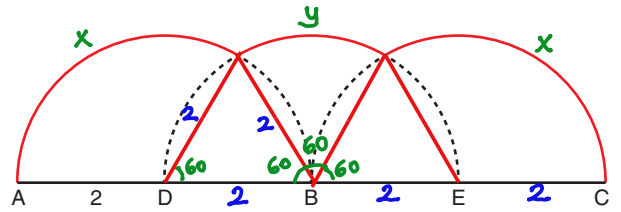
$$|AB| = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$

Buna göre,  $|\widehat{BDC}|$  kaç cm'dir?

- A)  $\frac{\pi}{2}$     B)  $\pi$     C)  $\frac{3\pi}{2}$      D)  $2\pi$     E)  $3\pi$

$$2\pi \cdot 3 \cdot \frac{120}{360} = 2\pi$$

8.



Şekilde verilen [AB], [DE] ve [BC] çaplı yarıçemberlerin merkezleri sırasıyla; D, B ve E noktalarıdır.

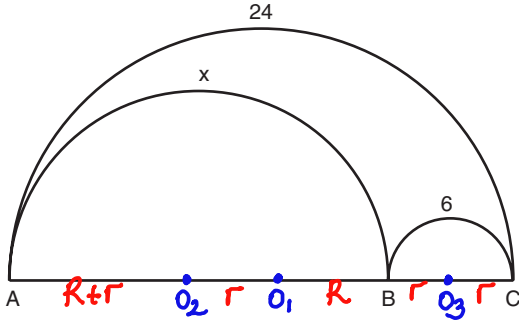
$$|AD| = 2 \text{ cm'dir.}$$

Buna göre, kırmızı renkli yayların uzunlukları toplamı kaç cm'dir?

- A)  $3\pi$      B)  $\frac{10\pi}{3}$     C)  $4\pi$     D)  $\frac{14\pi}{3}$     E)  $\frac{16\pi}{3}$

$$\left. \begin{aligned} x &= 2\pi \cdot 2 \cdot \frac{120}{360} = \frac{4\pi}{3} \\ y &= 2\pi \cdot 2 \cdot \frac{60}{360} = \frac{2\pi}{3} \end{aligned} \right\} 2x + y = \frac{10\pi}{3}$$

9.



Şekilde [AB], [BC] ve [AC] çaplı yarım çemberlerin yay uzunlukları cm cinsinden gösterilmiştir.

Buna göre, x kaçtır?

- A) 12    B) 13    C) 15    D) 16     E) 18

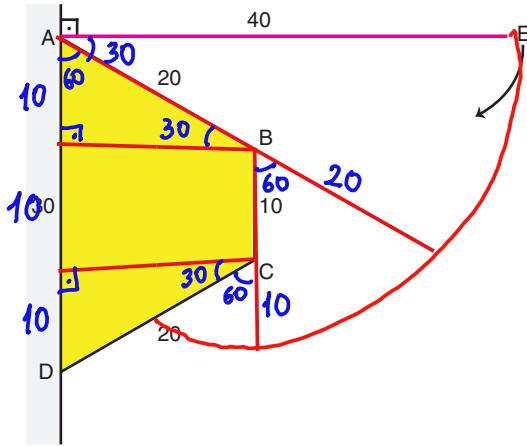
$$x = \pi \cdot (R+r), \quad 6 = \pi \cdot r, \quad \pi \cdot (R+2r) = 24$$

$$x+6 = \pi(R+2r), \quad \pi \cdot (R+2r) = 24$$

$$x+6 = 24$$

$$x = 18$$

10.



Şekilde gösterilen 40 cm uzunluğundaki ip ok yönünde hareket ettirilerek kenar uzunlukları cm cinsinden verilen yamuğun etrafına sarılacaktır.

AD // BC, AE ⊥ AD

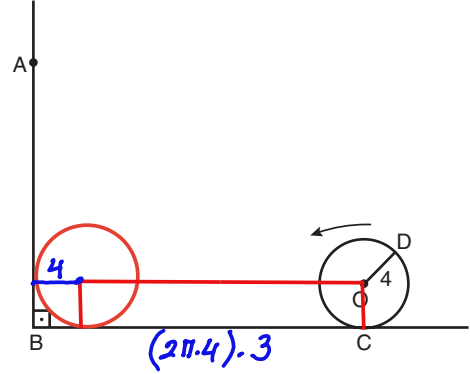
Buna göre, ip yamuğa tamamen dolandığında E noktasının aldığı toplam yol kaç cm olur?

- A)  $10\pi$     B)  $\frac{40\pi}{3}$      C)  $\frac{50\pi}{3}$     D)  $20\pi$     E)  $\frac{65\pi}{3}$

$$2\pi \cdot \frac{40 \cdot 30}{360} + 2\pi \cdot \frac{20 \cdot 60}{360} + 2\pi \cdot \frac{10 \cdot 60}{360}$$

$$\frac{20\pi}{3} + \frac{20\pi}{3} + \frac{10\pi}{3} = \frac{50\pi}{3}$$

11.



O merkezli 4 cm yarıçaplı çember C noktasında teğettir. Çember [BC] üzerinde ok yönünde döndürüldüğünde 3 tur sonunda [AB] duvarına çarpıyor.

Buna göre, |BC| kaç cm'dir?

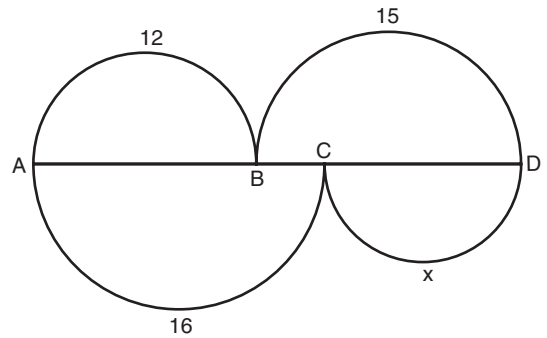
- A)  $18\pi + 4$     B)  $20\pi + 6$      C)  $24\pi + 4$   
D)  $28\pi - 4$     E)  $24\pi + 8$

$$(2\pi \cdot 4) \cdot 3 + 4$$

$$24\pi + 4$$

ACİL MATEMATİK

12.



Şekilde [AB], [BD], [AC] ve [CD] çaplı yarım çemberler verilmiştir.

$$|\widehat{AB}| = 12 \text{ cm}, \quad |\widehat{BD}| = 15 \text{ cm} \text{ ve } |\widehat{AC}| = 16 \text{ cm}$$

Yukarıdaki verilere göre, |CD| = x kaç cm'dir?

- A) 6    B) 8    C) 10     D) 11    E) 12

$$12 + 15 = x + 16 \text{ veya } 9. \text{ sorudaki gibi ispat yapılabilir.}$$

$$x = 11$$

1. B	2. D	3. D	4. C	5. A	6. C
7. D	8. B	9. E	10. C	11. C	12. D



## YANINDA BULUNSUN

Yarıçap uzunluğu  $r$  birim olan bir dairenin alanı  $A = \pi r^2$  birim-kare olur.



## ÖRNEK 1.

Alanı sayıca çevre uzunluğunun 5 katı olan dairenin yarıçap uzunluğu kaç birimdir?



## ÇÖZÜM

$$\pi r^2 = 5 \cdot 2\pi r$$

$$r = 10$$



## ÖRNEK 2.

Alanı  $9 \text{ cm}^2$  olan bir dairenin yarıçap uzunluğu kaç  $\text{cm}$ 'dir?



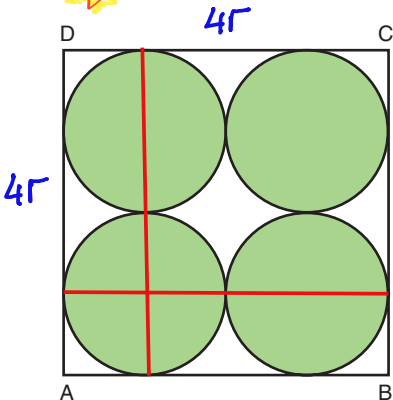
## ÇÖZÜM

$$\pi r^2 = 9$$

$$r^2 = \frac{9}{\pi} \Rightarrow r = \frac{3}{\sqrt{\pi}}$$



## ÖRNEK 3.



Şekilde ABCD karesinin kenarlarına ve birbirlerine teğet olan 4 tane eş daire gösterilmiştir.

$A(ABCD) = 20 \text{ cm}^2$  dir.

Buna göre, boyalı bölgelerin alanları toplamı kaç  $\text{cm}^2$  dir?



## ÇÖZÜM

$$16r^2 = 20 \Rightarrow r^2 = \frac{5}{4}$$

$$A_{\text{olan}} = 4 \cdot \pi r^2$$

$$= 4\pi \cdot \frac{5}{4}$$

$$= 5\pi$$



## ÖRNEK 4.

Yarıçap uzunluğu  $5 \text{ cm}$  olan bir dairenin yarıçapı  $x \text{ cm}$  uzatılınca alanı %96 artmaktadır.

Buna göre,  $x$  kaçtır?



## ÇÖZÜM

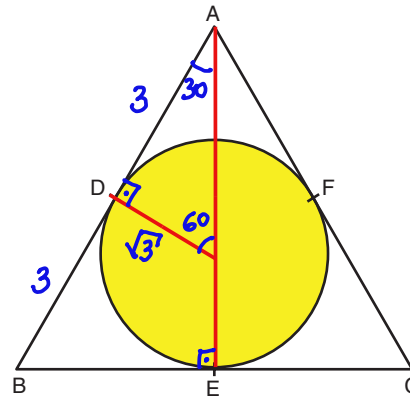
$$\pi \cdot (5+x)^2 = \pi \cdot 5^2 \cdot \frac{196}{100}$$

$$x+5 = \frac{5 \cdot 14}{10}$$

$$x+5 = 7 \Rightarrow x = 2$$



## ÖRNEK 5.



ABC eşkenar üçgen, D, E ve F noktaları teğet değme noktalarıdır.

$|AB| = 6 \text{ cm}$

Buna göre, boyalı bölgenin alanı kaç  $\text{cm}^2$  dir?



## ÇÖZÜM

$$\pi \cdot (\sqrt{3})^2 = 3\pi$$

**ÖRNEK 6.**

Tarik, yarıçap uzunlukları  $x \in \mathbb{N}$  olmak üzere; 2 cm, 4 cm, 1 cm, x cm ve 6 cm olan beş farklı daire çiziyor.

Tarik'ın çizdiği dairelerden herhangi biri çizdiği başka bir dairenin alanının 4 katı oluyorsa büyük olan daireyi kırmızı renge boyamaktadır.

Tarik, toplam 3 daireyi kırmızı renge boyamıştır.

**Buna göre, x'in alabileceği değerler toplamı kaçtır?**

**ÇÖZÜM**

$$1, x \rightarrow \pi x^2 = \pi 1^2 \cdot 4 \Rightarrow x = 2 \text{ olamaz}$$

$$4, x \rightarrow \pi x^2 = \pi 4^2 \cdot 4 \Rightarrow x = 8$$

$$2, x \rightarrow \pi x^2 = \pi 2^2 \cdot 4 \Rightarrow x = 4 \text{ olamaz}$$

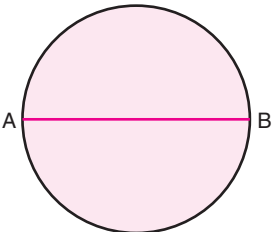
$$6, x \rightarrow \pi x^2 = \pi 6^2 \cdot 4 \Rightarrow x = 12$$

$$4 \cdot \pi x^2 = \pi 6^2 \Rightarrow x = 3$$

$$8 + 12 + 3 = 23$$

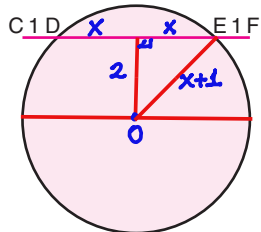
Farklı daire dediği için  $x = 1, 2, 4$  ve  $6$  olamaz.

**ÖRNEK 7.**



Şekil I

Ömer, [AB] çaplı daire biçimindeki bir kumaşın [AB] çapı üzerine gelecek şekilde bir çubuk yerleştiriyor. (Şekil I)



Şekil II

Ömer daha sonra çubuğu 2 cm yukarı doğru hareket ettirdiğinde çubuğun 1'er cm uzunlukları kumaşın dışına taşmıştır. (Şekil II)

**Buna göre, kumaşın alanı kaç  $\text{cm}^2$  dir?**

**ÇÖZÜM**

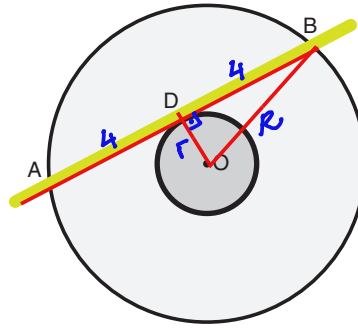
$$x^2 + 2^2 = (x+1)^2$$

$$x^2 + 4 = x^2 + 2x + 1$$

$$x = \frac{3}{2} \Rightarrow r = \frac{5}{2}$$

$$\text{Alan} = \pi \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25\pi}{4}$$

**ÖRNEK 8.**



Şekilde silindir biçimindeki meyve suyu kutusunun üstten görüntüsü verilmiştir. Kutunun üst yüzeyi ve pipetin gireceği delik daire şeklinde olup, O noktası bu dairelerin merkezidir.

Pipetin şekildeki kutunun üstünde kalan |AB| uzunluğu 8 birimdir.

**Pipet deliğe D noktasında teğet olduğuna göre, kutunun üst yüzeyinde ve deliğin dışında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?**

**ÇÖZÜM**

$$R^2 = r^2 + 16$$

$$R^2 - r^2 = 16$$

Daire halkasının alanı

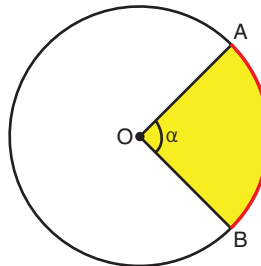
$$\pi R^2 - \pi r^2 = \pi \cdot \frac{(R^2 - r^2)}{16} = 16\pi$$

ACİL MATEMATİK



**YANINDA BULUNSUN**

**DAİRE DİLİMİNİN ALANI**

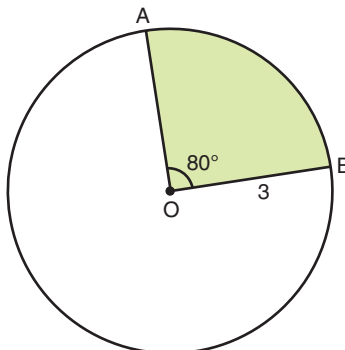


Bir dairede herhangi bir yayın ve yayın uç noktalarını dairenin merkeziyle birleştiren iki yarıçapın sınırladığı bölgeye "**Daire Dilimi**" denir.

Yandaki şekilde boyalı alan bir daire dilimidir.

AOB merkez açısı  $\alpha$  ise daire diliminin alanı  $= \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi r^2$  olur.

**ÖRNEK 9.**



O merkezli dairede,

$$m(\widehat{AOB}) = 80^\circ$$

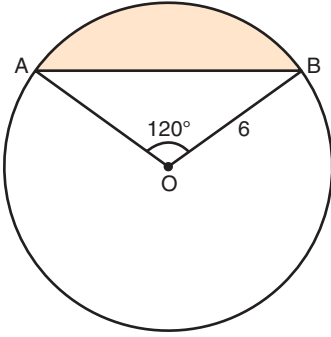
$$|OB| = 3 \text{ cm'dir.}$$

**Buna göre, boyalı bölgenin alanı kaç  $\text{cm}^2$  olur?**

## ✓ ÇÖZÜM

$$\pi \cdot \frac{3^2 \cdot 80}{360} = 2\pi$$

## ? ÖRNEK 10.



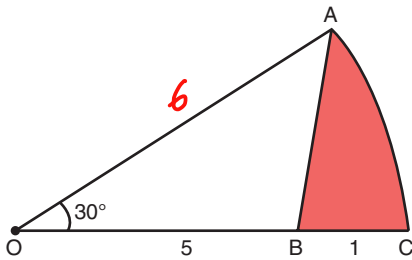
Şekilde O merkezli dairede,  
 $m(\widehat{AOB}) = 120^\circ$   
 $|OB| = 6$  cm'dir.  
 Buna göre, boyalı bölgenin alanı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

## ✓ ÇÖZÜM

$$\pi \cdot 6^2 \cdot \frac{120}{360} - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \frac{\sin 120^\circ}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$12\pi - 9\sqrt{3}$$

## ? ÖRNEK 11.



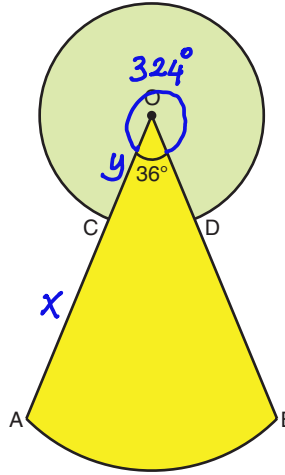
Şekilde O merkezli daire diliminde,  
 $m(\widehat{AOC}) = 30^\circ$   
 $|OB| = 5$  cm,  $|BC| = 1$  cm'dir.  
 Buna göre, boyalı bölgenin alanı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

## ✓ ÇÖZÜM

$$\pi \cdot 6^2 \cdot \frac{30}{360} - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5 \cdot \frac{\sin 30^\circ}{\frac{1}{2}}$$

$$3\pi - \frac{15}{2} = 3 \cdot \left(\pi - \frac{5}{2}\right)$$

## ? ÖRNEK 12.



Yanda O merkezli daire dilimleri gösterilmiştir.  
 $m(\widehat{AOB}) = 36^\circ$  dir.  
 Yeşil renkli bölgenin alanı, sarı renkli bölgenin alanına eşit olduğuna göre,  $\frac{|AC|}{|CO|}$  oranı kaçtır?

## ✓ ÇÖZÜM

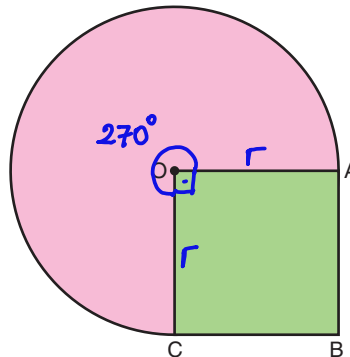
$$\pi \cdot y^2 \cdot \frac{324}{360} = \pi \cdot (x+y)^2 \cdot \frac{36}{360}$$

$$9y^2 = (x+y)^2$$

$$3y = x+y \Rightarrow x = 2y$$

$$\frac{x}{y} = 2$$

## ? ÖRNEK 13.



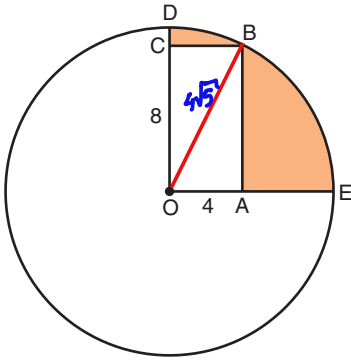
Şekilde O merkezli çember yayı ve OCBA karesi gösterilmiştir.  
 Buna göre, pembe renkli bölgenin alanı yeşil renkli bölgenin alanının kaç katıdır?

✓ ÇÖZÜM

$$\pi \cdot r \cdot \frac{270^\circ}{360^\circ} = r \cdot x$$

$$x = \frac{3\pi}{4}$$

? ÖRNEK 14.



O merkezli daire,  
OABC dikdörtgen,  
 $C \in [OD]$   
 $A \in [OE]$   
 $|OC| = 8 \text{ cm}$   
 $|OA| = 4 \text{ cm}$

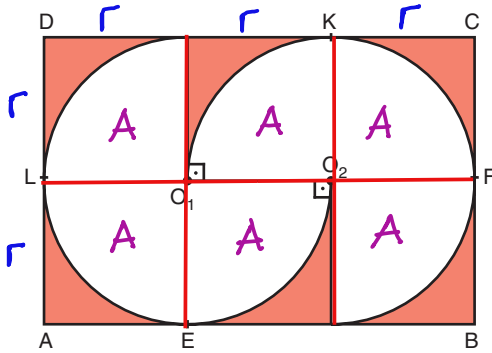
Yukarıdaki verilere göre,  
boyalı bölgelerin alanları  
toplamı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

✓ ÇÖZÜM

$$\frac{\pi \cdot (4\sqrt{5})^2}{4} - 4 \cdot 8$$

$$20\pi - 32 = 4 \cdot (5\pi - 8)$$

? ÖRNEK 15.



ABCD dikdörtgeninin içine  $O_1$  ve  $O_2$  merkezli daire dilimleri şekildedeki gibi çiziliyor. E, F, K ve L noktaları teğet değme noktalarıdır.

$$A(ABCD) = 96 \text{ cm}^2 \text{ dir.}$$

Buna göre, boyalı bölgelerin alanları toplamı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

✓ ÇÖZÜM

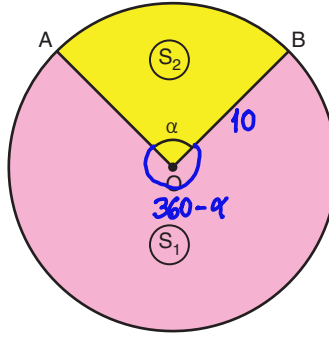
$$3r \cdot 2r = 96$$

$$6r^2 = 96 \Rightarrow r = 4$$

$$A = \frac{\pi \cdot 4^2}{4} = 4\pi \Rightarrow 6A = 24\pi$$

$$96 - 24\pi = 24 \cdot (4 - \pi)$$

? ÖRNEK 16.



O merkezli dairede  $S_1$  ve  $S_2$   
buldukları kapalı bölgelerin  
alanlarıdır.

Dairenin yarıçapı 10 cm'dir.  
Pembe bölgenin alanı, sarı  
bölgenin alanından  $60\pi \text{ cm}^2$   
fazladır.

Buna göre,  $m(\widehat{AOB}) = \alpha$  kaç  
derecedir?

✓ ÇÖZÜM

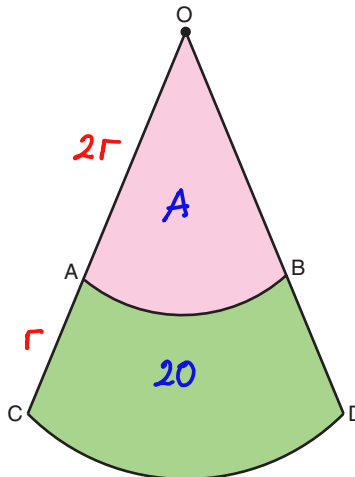
$$\frac{\pi \cdot 10^2 \cdot (360 - \alpha)}{360} - \frac{\pi \cdot 10^2 \cdot \alpha}{360} = 60\pi$$

$$360 - \alpha - \alpha = 216$$

$$2\alpha = 144$$

$$\alpha = 72$$

? ÖRNEK 17.



Şekilde O merkezli AB  
ve CD çember yayları  
gösterilmiştir.

$$|AO| = 2 \cdot |AC|$$

Yeşil renkli bölgenin ala-  
nı  $20 \text{ cm}^2$  dir.

Buna göre, pembe  
renkli bölgenin alanı  
kaç  $\text{cm}^2$  dir?

## ✓ ÇÖZÜM

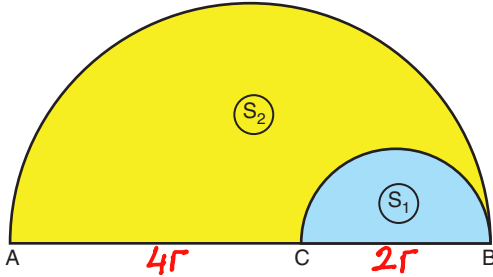
$$\frac{A}{A+20} = \left(\frac{2r}{3r}\right)^2$$

$$9A = 4A + 80$$

$$5A = 80$$

$$A = 16$$

## ? ÖRNEK 18.



Şekilde [AB] ve [CB] çaplı yarım daireler B noktasında teğettir.

$$|AC| = 2 \cdot |BC|$$

$S_1$  ve  $S_2$  buldukları kapalı bölgelerin alanlarını göstermektedir.

Buna göre,  $\frac{S_1}{S_2}$  oranı kaçtır?

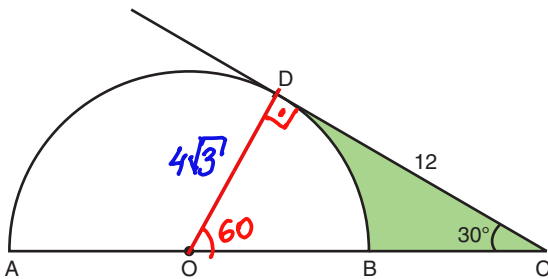
## ✓ ÇÖZÜM

$$\frac{S_1}{S_1 + S_2} = \left(\frac{2r}{6r}\right)^2$$

$$S_1 + S_2 = 9S_1 \Rightarrow S_2 = 8S_1$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{8}$$

## ? ÖRNEK 19.



Şekilde O merkezli yarım daire gösterilmiştir.

$$m(\widehat{ACD}) = 30^\circ, |DC| = 12 \text{ cm}$$

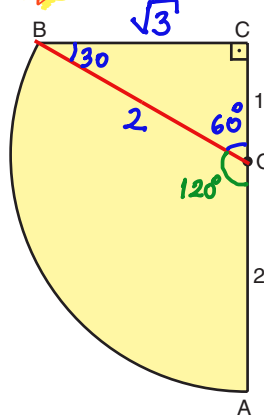
D noktası, teğet değme noktası olduğuna göre, boyalı bölgenin alanı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

## ✓ ÇÖZÜM

$$\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 4\sqrt{3} - \pi(4\sqrt{3})^2 \frac{60}{360}$$

$$24\sqrt{3} - 8\pi = 8 \cdot (3\sqrt{3} - \pi)$$

## ? ÖRNEK 20.



Şekilde O merkezli AB çember yayı gösterilmiştir.

$$|OA| = 2 \cdot |OC| = 2 \text{ cm}$$

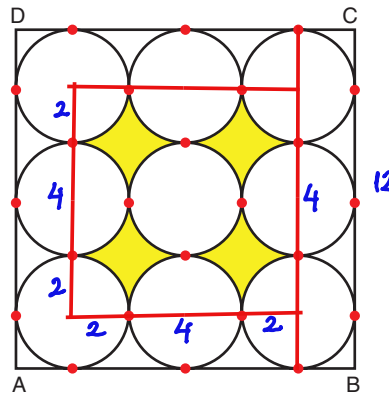
Buna göre, boyalı bölgenin alanı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

## ✓ ÇÖZÜM

$$\pi \cdot 2^2 \cdot \frac{120}{360} + \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{4\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

## ? ÖRNEK 21.



Şekilde ABCD karesinin içine 9 tane özdeş daire çizilmiştir.

Kırmızı renkle gösterilen noktalar teğet değme noktalarıdır.

$$A(ABCD) = 144 \text{ cm}^2 \text{ dir.}$$

Buna göre, sarı renkli bölgelerin alanları toplamı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

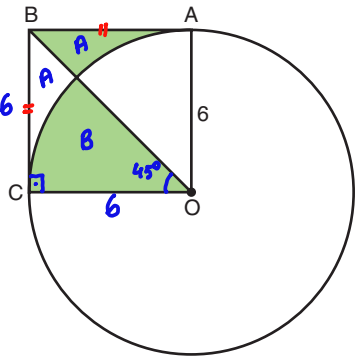


✓ ÇÖZÜM

$$8^2 - 4(\pi 2^2)$$

$$64 - 16\pi = 16(4 - \pi)$$

? ÖRNEK 22.



Şekilde O merkezli daire ve COAB karesi gösterilmiştir.

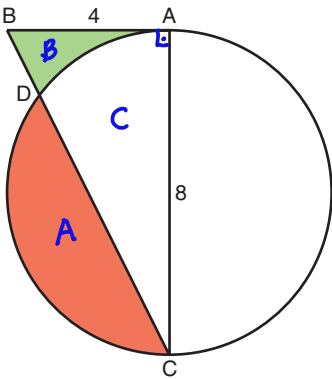
Dairenin yarıçapı 6 cm olduğuna göre, boyalı bölgelerin alanları toplamı kaç cm<sup>2</sup> dir?

✓ ÇÖZÜM

$$A+B = \frac{6 \cdot 6}{2}$$

$$A+B = 18$$

? ÖRNEK 23.



Şekilde [AC] çaplı dairede, BA doğrusu daireye A noktasında teğettir.

$$|AB| = 4 \text{ cm}$$

$$|AC| = 8 \text{ cm}$$

Buna göre, kırmızı renkli bölgenin alanı yeşil renkli bölgenin alanından kaç cm<sup>2</sup> fazladır?

✓ ÇÖZÜM

$$A+C = \frac{\pi \cdot 4^2}{2}$$

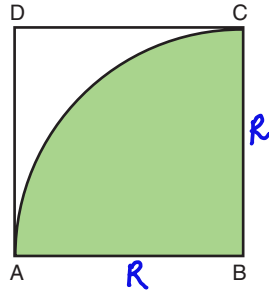
$$- / B+C = \frac{4 \cdot 8}{2}$$


---

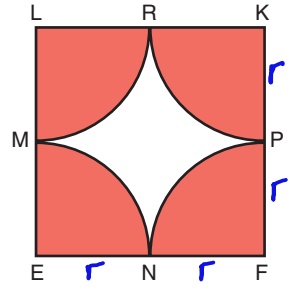

$$A-B = 8\pi - 16$$

$$= 8(\pi - 2)$$

? ÖRNEK 24.



Şekil I



Şekil II

Şekil I'de ABCD karesinin içine B merkezli çeyrek daire, Şekil II'de ise EFKL karesinin içine E, F, K ve L merkezli özdeş çeyrek daireler çizilmiştir.

Yeşil renkli bölgenin alanı, kırmızı renkli bölgelerin alanları toplamından  $\pi$  cm<sup>2</sup> fazladır.

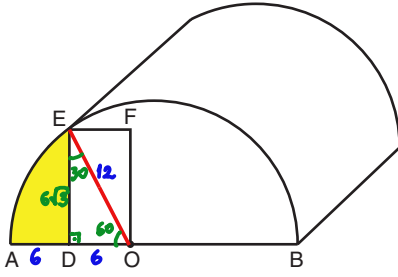
Buna göre, ABCD karesinin alanı EFKL karesinin alanından kaç cm<sup>2</sup> fazladır?

✓ ÇÖZÜM

$$\frac{\pi R^2}{4} - 4 \cdot \frac{\pi r^2}{4} = \pi$$

$$R^2 - (2r)^2 = 4$$

## ? ÖRNEK 25.



Şekilde giriş kısmı yarım daire şeklindeki çadır görülmektedir. DOFE dikdörtgen şeklindeki kapının O köşesi yarım dairenin merkezidir.

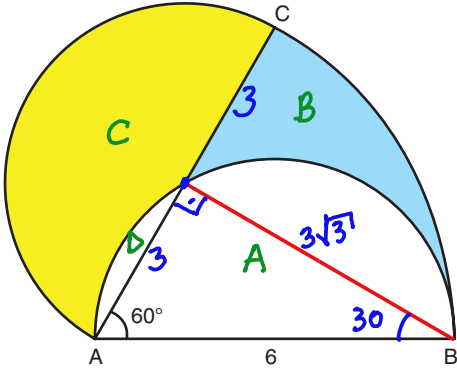
$$|AD| = |DO| = 6 \text{ birim}$$

olduğuna göre, boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

## ✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \frac{\pi \cdot 12^2 \cdot 60}{360} - \frac{6\sqrt{3} \cdot 6}{2} \\ 24\pi - 18\sqrt{3} = 6 \cdot (4\pi - 3\sqrt{3}) \end{aligned}$$

## ? ÖRNEK 26.



Şekilde  $[AB]$  ve  $[AC]$  çaplı yarım daireler ve A merkezli BC yayı gösterilmiştir.

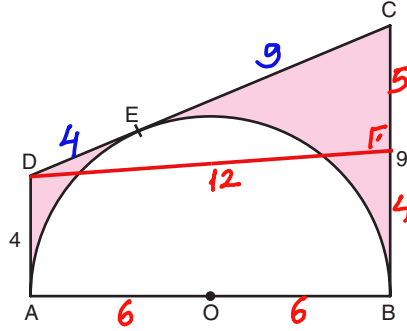
$$m(\widehat{CAB}) = 60^\circ \text{ ve } |AB| = 6 \text{ cm'dir.}$$

Buna göre, boyalı bölgelerin alanları toplamı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

## ✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} -/A + D &= \frac{\pi \cdot 3^2}{2} = \frac{9\pi}{2} \\ A + B &= \pi \cdot \frac{6^2 \cdot 60}{360} = 6\pi \\ c + D &= \frac{\pi \cdot 3^2}{2} = \frac{9\pi}{2} \\ \hline B + C &= 6\pi \end{aligned}$$

## ? ÖRNEK 27.

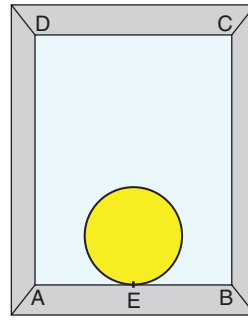


ABCD dörtgeni O merkezli yarım daireye A, B ve E noktalarında teğettir.  $|AD| = 4 \text{ cm}$  ve  $|BC| = 9 \text{ cm}$ 'dir. Buna göre, boyalı bölgelerin alanları toplamı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

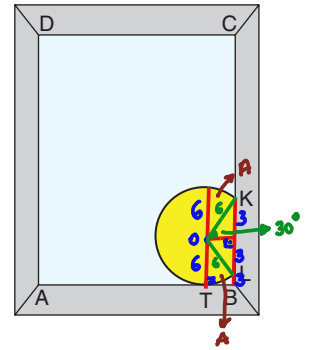
## ✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \frac{4+9}{2} \cdot 12 - \frac{\pi \cdot 6^2}{2} \\ 78 - 18\pi \end{aligned}$$

## ? ÖRNEK 28.



Şekil I



Şekil II

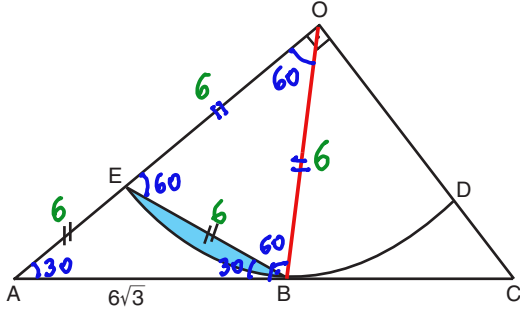
Şekil I'de ABCD dikdörtgeni şeklindeki bir aynada daire şeklindeki bir cismin görüntüsü görülüyor. Daire  $[AB]$  kenarına E noktasında teğet ve yarıçapı 6 birimdir. Cisim ok yönünde hareket ettirildiğinde görüntüsü Şekil II'deki gibi oluyor.

$|BK| = 9$  birim ve T noktası, görüntünün  $[AB]$  kenarına teğet noktası olduğuna göre, Şekil II'de cismin aynada görünen kısmının alanı kaç birimkaredir?

## ✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \frac{\pi \cdot 6^2}{2} + 2 \cdot \pi \cdot \frac{6^2 \cdot 60}{360} + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \frac{\sin 60^\circ}{2} \\ 18\pi + 12\pi + 9\sqrt{3} \\ 30\pi + 9\sqrt{3} \end{aligned}$$

ÖRNEK 29.



AOC dik üçgen,

$AO \perp OC$ ,  $|AE| = |EB|$ ,  $|AB| = 6\sqrt{3}$  birim

[AC] kenarı O merkezli daire dilimine B noktasında teğettir.

Buna göre, boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

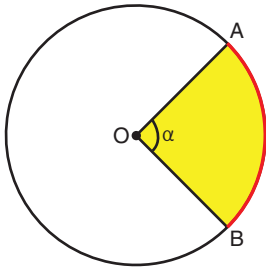
ÇÖZÜM

$$\pi \cdot 6^2 \cdot \frac{60}{360} - \frac{6^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$6\pi - 9\sqrt{3}$$



YANINDA BULUNSUN



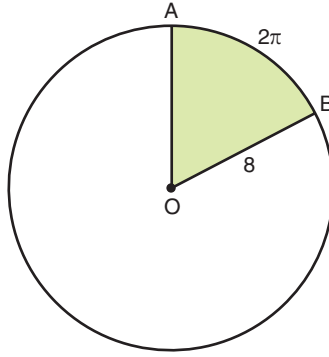
Yukarıda verilen O merkezli dairede,

$$|\widehat{AB}| = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi r \Rightarrow \frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{|\widehat{AB}|}{2\pi r} \text{ olur.}$$

$$\text{Boyalı bölgenin alanı} = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi r^2$$

$$= \frac{|\widehat{AB}|}{2\pi r} \cdot \pi r^2 = \frac{|\widehat{AB}| \cdot r}{2} \text{ olur.}$$

ÖRNEK 30.



Şekilde O merkezli dairede,

$|\widehat{AB}| = 2\pi$  cm

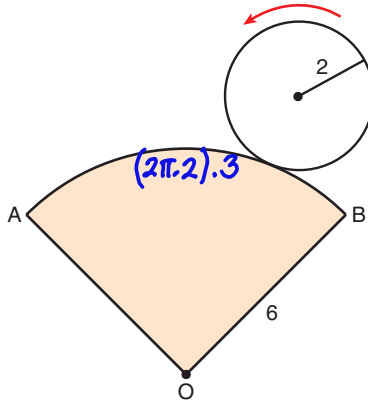
$|OB| = 8$  cm'dir.

Buna göre, boyalı bölgenin alanı kaç cm<sup>2</sup> dir?

ÇÖZÜM

$$\frac{8 \cdot 2\pi}{2} = 8\pi$$

ÖRNEK 31.



Şekilde kesit görünüşü verilmiş O merkezli daire dilimi biçimindeki tümsek üzerinde yarıçapı 2 birim olan bir teker görülüyor.

Teker B'den A'ya varıncaya kadar 3 tur yaptığına göre, yarıçapı 6 birim olan daire dilimi şeklindeki tümseğin kesit alanı kaç birimkaredir?

ÇÖZÜM

$$|\widehat{AB}| = 12\pi$$

$$\frac{6 \cdot 12\pi}{2} = 36\pi$$

## Test - I

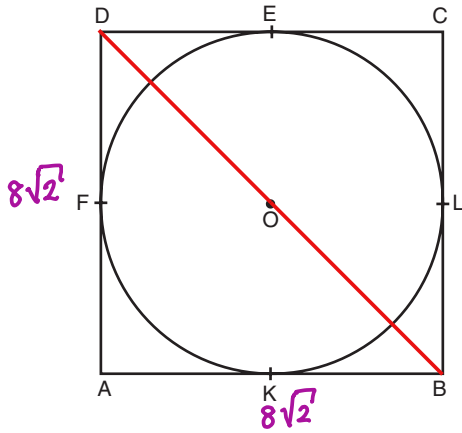
1. Çevre uzunluğu  $12\pi$  cm olan dairenin alanı kaç  $\pi$  cm<sup>2</sup> dir?  
A) 16 B) 20 C) 25  D) 36 E) 48

$$2\pi \cdot r = 12\pi$$

$$r = 6$$

$$\pi \cdot 6^2 = 36\pi$$

2.



Şekilde ABCD karesinin içine karenin kenarlarına teğet olacak biçimde O merkezli bir daire çiziliyor.

Dairenin alanı  $32\pi$  cm<sup>2</sup> dir.

Buna göre, karenin bir köşegen uzunluğu kaç cm'dir?

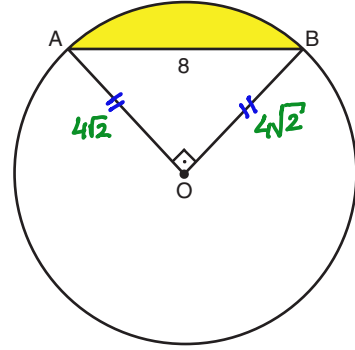
- A) 8 B) 12  C) 16 D) 24 E) 32

$$\pi \cdot r^2 = 32\pi \Rightarrow r = 4\sqrt{2}$$

$$|AB| = 2r = 8\sqrt{2}$$

$$|BD| = 8\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 16$$

3.



O merkezli dairede,

$$m(\widehat{AOB}) = 90^\circ$$

$$|AB| = 8 \text{ cm'dir.}$$

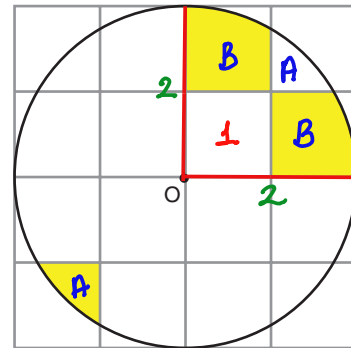
Buna göre, boyalı bölgenin alanı kaç cm<sup>2</sup> dir?

- A)  $8(\pi - 2)$  B)  $4(\pi + 1)$  C)  $16(\pi - 1)$   
D)  $8(\pi - 1)$  E)  $4(\pi - 2)$

$$\frac{\pi \cdot (4\sqrt{2})^2}{4} - \frac{4\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2}}{2}$$

$$8\pi - 16 = 8 \cdot (\pi - 2)$$

4. Aşağıda birim kareler üzerine çizilmiş O merkezli 2 birim yarıçaplı daire verilmiştir.

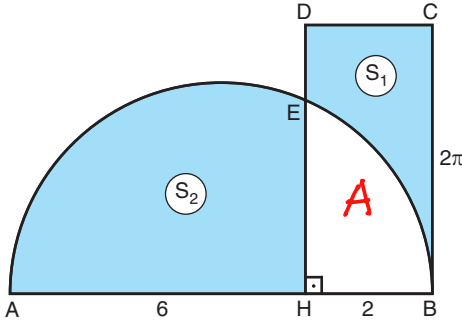


Buna göre, boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A)  $\pi - 1$  B)  $2(\pi - 1)$  C)  $4(\pi - 1)$   
D)  $\pi - 2$  E)  $2(2\pi - 1)$

$$\frac{\pi \cdot 2^2}{4} - 1 = \pi - 1$$

5.



HBCD dikdörtgen, [AB] yarım dairenin çapı,

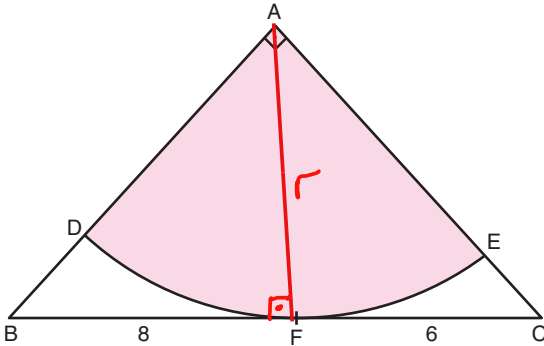
$|AH| = 6$  cm,  $|HB| = 2$  cm,  $|BC| = 2\pi$  cm

Buna göre,  $S_2 - S_1$  farkı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

- A)  $2\pi$     B)  $3\pi$      C)  $4\pi$     D)  $5\pi$     E)  $6\pi$

$$\begin{aligned} A + S_2 &= \frac{\pi \cdot 6^2}{2} = 8\pi \\ - / A + S_1 &= 2 \cdot 2\pi = 4\pi \\ \hline S_2 - S_1 &= 4\pi \end{aligned}$$

6.



Şekilde ABC dik üçgeninin içine üçgene F noktasında teğet olacak biçimde A merkezli daire dilimi çiziliyor.

$|BF| = 8$  cm,  $|FC| = 6$  cm

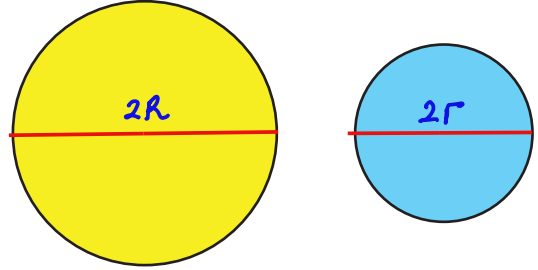
Buna göre, boyalı bölgenin alanı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

- A)  $6\pi$     B)  $9\pi$      C)  $12\pi$     D)  $15\pi$     E)  $18\pi$

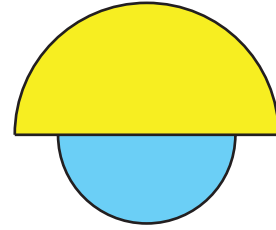
$$\begin{aligned} r^2 &= 8 \cdot 6 \Rightarrow r = 4\sqrt{3} \\ \frac{\pi \cdot (4\sqrt{3})^2}{4} &= 12\pi \end{aligned}$$

7.

Aşağıda, yarıçapları farklı olan sarı ve mavi renkte 2 daire gösterilmiştir.



Her iki daire de eşit iki parçaya ayrılarak birer parçaları aşağıdaki gibi konumlandırılıyor.



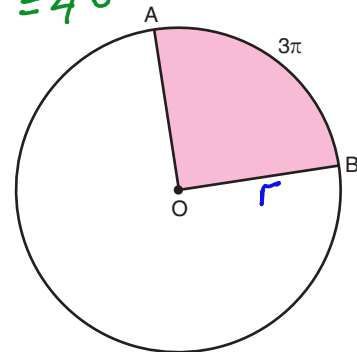
Oluşan şeklin çevresi  $6 + 11\pi$  birimdir.

Buna göre, başlangıçta verilen dairelerin alanları toplamı kaç birimkaredir?

- A)  $25\pi$     B)  $39\pi$     C)  $47\pi$      D)  $65\pi$     E)  $72\pi$

$$\begin{aligned} \pi R^2 + \pi r^2 + 2R - 2r &= 6 + 11\pi \\ (R+r)\pi + 2(R-r) &= 11\pi + 6 \\ \underbrace{R+r}_{11} \pi + 2 \cdot \underbrace{(R-r)}_3 &= 11\pi + 6 \\ R=7 \quad r=4 \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} R+r \\ R-r \end{matrix}} \right\} \pi \cdot 7^2 + \pi \cdot 4^2 &= 65\pi \end{aligned}$$

8.



Şekilde O merkezli dairede,  $|\widehat{AB}| = 3\pi$  cm ve boyalı bölgenin alanı  $9\pi \text{ cm}^2$  dir.

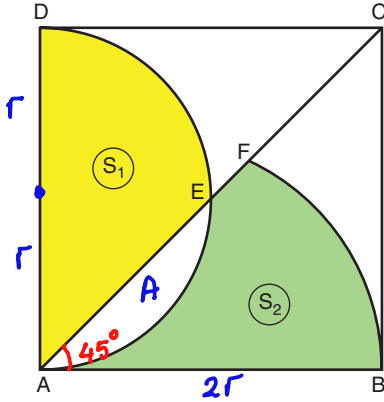
Buna göre, dairenin yarıçapı kaç cm'dir?

- A) 3    B) 4    C) 5     D) 6    E) 8

$$\frac{r \cdot 3\pi}{2} = 9\pi \Rightarrow r = 6$$

## Test - I

9. ABCD karesinin içine, [AD] çaplı yarımdaire ve A merkezli daire dilimi çizilmiştir.



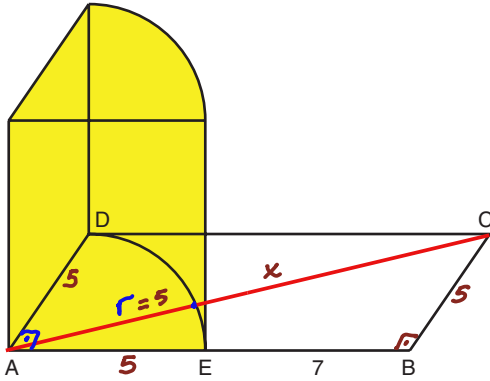
$S_1$  ve  $S_2$  buldukları kapalı bölgelerin alanlarını göstermektedir.

Buna göre,  $\frac{S_1}{S_2}$  oranı kaçtır?

- A)  $\frac{1}{2}$  B)  $\frac{2}{3}$  C)  $\frac{3}{4}$   D) 1 E)  $\frac{4}{3}$

$$\left. \begin{aligned} A + S_1 &= \frac{\pi r^2}{2} \\ A + S_2 &= \pi (2r)^2 \cdot \frac{45}{360} = \frac{\pi r^2}{2} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} S_1 &= S_2 \\ \frac{S_1}{S_2} &= 1 \end{aligned}$$

10.



Şekilde ABCD dikdörtgeni biçimindeki yüzey bir banyonun zemindir. Banyonun A köşesine bir duşakabin monte edilmiştir. A merkezli duşakabin  $\widehat{DE}$  yayı boyunca açılıp kapanıyor.

$$|EB| = 7 \text{ birim}$$

Duşakabinin zeminde kapladığı alan  $\frac{25\pi}{4}$  birimkare

olduğuna göre, C köşesinin duşakabine olan en kısa uzaklığı kaç birimdir?

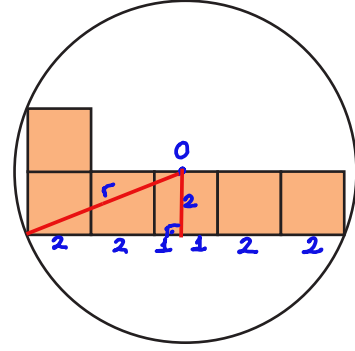
- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

$$\frac{\pi r^2}{4} = \frac{25\pi}{4} \quad 5^2 + 12^2 = (x+5)^2$$

$$r = 5 \quad x + 5 = 13$$

$$x = 8$$

11.



Bir kenarı 2 cm olan özdeş karelerden 6 tanesi şekildeki gibi bir daire içine çizilmiştir.

Buna göre, dairenin alanı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

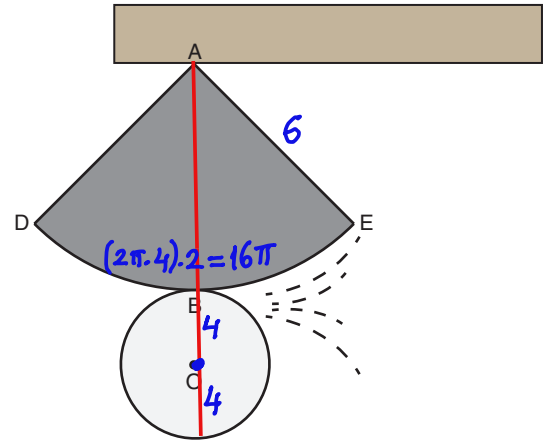
- A)  $21\pi$  B)  $23\pi$  C)  $25\pi$  D)  $27\pi$   E)  $29\pi$

$$r^2 = 2^2 + 5^2$$

$$r^2 = 29$$

$$\text{Alan} = \pi \cdot r^2 = 29\pi$$

12.



Şekilde O merkezli silindirik bileme taşında bilenen bir balta görülmektedir. Balta, A merkezli bir daire dilimi şeklindedir. Baltanın  $\widehat{DE}$  yayı şeklindeki yüzeyi silindirik taşla temas ettirilerek bileniyor.

Silindirik taşın yarıçapı 4 birim ve  $|AE| = 6$  birimdir.

Bileme sırasında, bileme yüzeyi D noktasından E noktasına kadar taşla sürtüldüğünde, taş iki tur yaptığına göre, baltanın daire dilimi şeklindeki yüzeyinin alanı kaç birimkaredir?

- A)  $16\pi$  B)  $24\pi$  C)  $32\pi$  D)  $36\pi$   E)  $48\pi$

$$\frac{6 \cdot 16\pi}{2} = 48\pi$$

1. D	2. C	3. A	4. A	5. C	6. C
7. D	8. D	9. D	10. A	11. E	12. E

1. Yarıçapı  $\frac{5}{\sqrt{\pi}}$  cm olan bir dairenin alanı ile bir karenin alanını eşittir.

Buna göre, karenin çevresi kaç cm'dir?

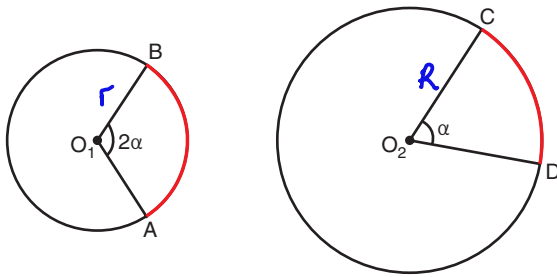
- A) 16 B) 18  C) 20 D) 24 E) 25

$$\pi \cdot \left(\frac{5}{\sqrt{\pi}}\right)^2 = x^2 \Rightarrow \pi \cdot \frac{25}{\pi} = x^2$$

$$x = 5$$

$$\text{Çevre} = 4 \cdot x = 20$$

2.



Şekilde  $O_1$  ve  $O_2$  merkezli dairelerde kırmızı renkle gösterilen AB ve CD yay uzunlukları birbirine eşittir.

$$m(\widehat{BO_1A}) = 2 \cdot m(\widehat{CO_2D}) = 2\alpha \text{ dir.}$$

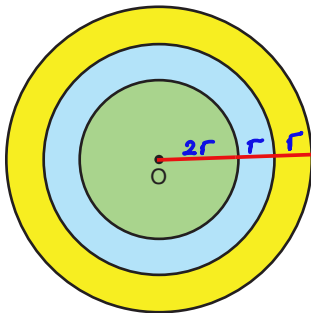
Buna göre,  $O_2$  merkezli dairenin alanı  $O_1$  merkezli dairenin alanının kaç katıdır?

- A) 2 B) 3  C) 4 D) 6 E) 8

$$2\pi \cdot r \cdot \frac{2\alpha}{360} = 2\pi \cdot R \cdot \frac{\alpha}{360} \Rightarrow R = 2r$$

$$\frac{\pi \cdot R^2}{\pi \cdot r^2} = \frac{(2r)^2}{r^2} = 4$$

3.



Şekilde O merkezli 3 daire gösterilmiştir. Dairelerin yarıçapları 2, 3, 4 sayıları ile orantılıdır. Şeklin alanı 96 birimkaredir.

Buna göre, mavi renkli bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 18 B) 24  C) 30 D) 36 E) 48

$$\pi \cdot (4r)^2 = 96$$

$$16\pi r^2 = 96$$

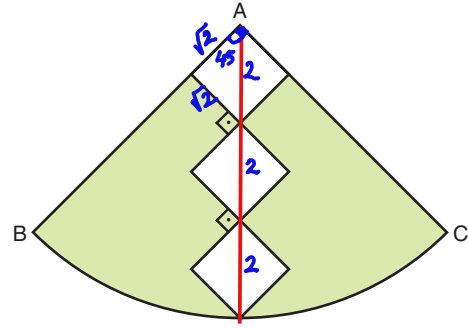
$$r^2 = \frac{6}{\pi}$$

$$\text{mavi alan} = \pi \cdot (3r)^2 - \pi \cdot (2r)^2$$

$$= 5\pi \cdot r^2$$

$$= 5\pi \cdot \frac{6}{\pi} = 30$$

4.



A merkezli yarıçapı 6 cm olan çeyrek çember içine birbirine eş üç adet kare çizilmiştir.

Buna göre, taralı bölgelerin alanları toplamı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

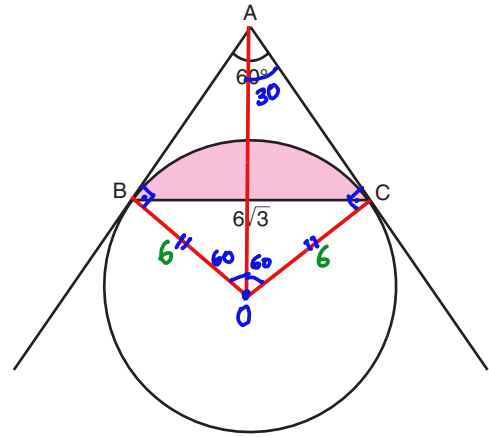
- A)  $9\pi - 6$  B)  $8\pi + 3$  C)  $6\pi + 5$

- D)  $12\pi - 8$  E)  $10\pi - 6$

$$\frac{\pi \cdot 6^2}{4} - 3 \cdot (\sqrt{2} \cdot \sqrt{2})$$

$$9\pi - 6$$

5.



AB ve AC doğruları çembere B ve C noktalarında teğet,

$$m(\widehat{BAC}) = 60^\circ$$

$$|BC| = 6\sqrt{3} \text{ cm'dir.}$$

Buna göre, boyalı bölgenin alanı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

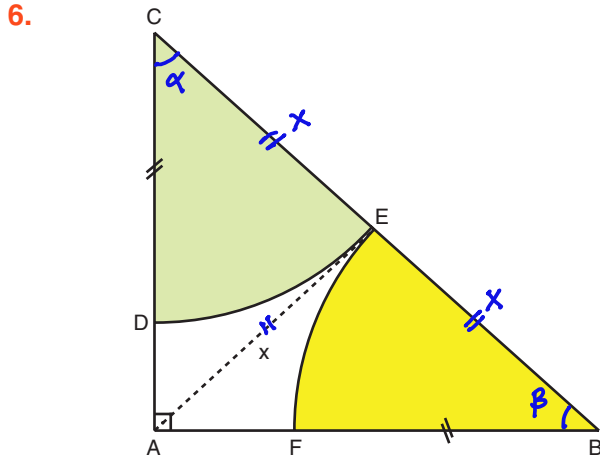
- A)  $8\pi + 6\sqrt{3}$   B)  $12\pi - 9\sqrt{3}$  C)  $18\pi - 12\sqrt{3}$

- D)  $16\pi - 12\sqrt{3}$  E)  $9\pi + 6\sqrt{3}$

$$\pi \cdot 6^2 \cdot \frac{120}{360} - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \frac{\sin 120^\circ}{2}$$

$$12\pi - 9\sqrt{3}$$

## Test - 2



ABC dik üçgeninin içine B ve C merkezli daire dilimleri çizilmiştir.

$$CA \perp AB$$

$$|DC| = |BF|, |AE| = x$$

Boyalı bölgelerin alanları toplamı  $16\pi \text{ cm}^2$  dir.

Buna göre, x kaç cm'dir?

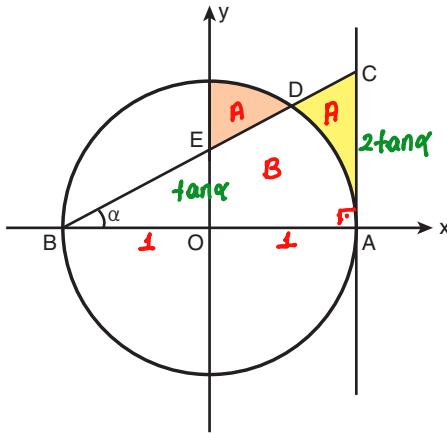
- A) 5      B) 6      C) 8      D) 9      E) 12

$$\pi x^2 \cdot \frac{90^\circ}{360} = 16\pi$$

$$x^2 = 64 \Rightarrow x = 8$$

7. Aşağıda verilen birim çemberde boyalı bölgelerin alanı birbirine eşittir.

$$m(\widehat{CBA}) = \alpha \text{ dir.}$$



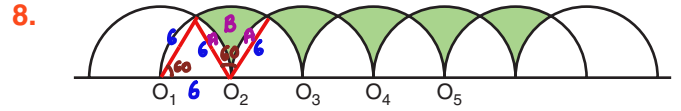
Buna göre,  $\tan \alpha$  değeri kaçtır?

- A)  $\frac{\pi}{4}$       B)  $\frac{3}{\pi}$       C)  $\frac{\pi}{2}$       D)  $\frac{\pi}{3}$       E)  $\frac{\pi}{6}$

$$A+B = \frac{\pi \cdot 1^2}{4} = \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{\tan \alpha + 2 \cdot \tan \alpha}{2} = \frac{\pi}{4}$$

$$\tan \alpha = \frac{\pi}{6}$$



Şekilde bir kumaşın kenarına örülmüş desen görülmektedir.

$$O_1, O_2, O_3, O_4, \dots, O_n$$

noktaları doğrusal ve yarım dairelerin merkezleridir.

$$|O_1 O_2| = 6 \text{ birim}$$

olduğuna göre, yeşil renkli bölgelerden birinin alanı kaç birimkaredir?

- A)  $18\sqrt{3} - 6\pi$       B)  $9\sqrt{3} - 3\pi$       C)  $12\pi$

D)  $15\pi$

E)  $24\pi$

$$A = \pi \cdot 6^2 \cdot \frac{60}{360} - \frac{6^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$2A+B = \pi \cdot 6^2 \cdot \frac{60}{360}$$

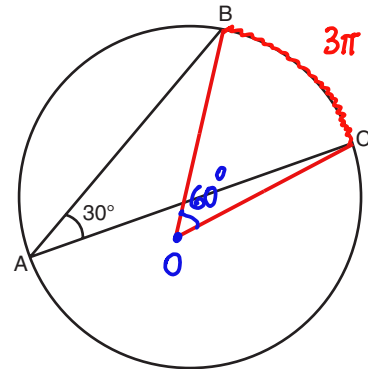
$$A = 6\pi - 9\sqrt{3}$$

$$2A+B = 6\pi$$

$$12\pi - 18\sqrt{3} + B = 6\pi$$

$$B = 18\sqrt{3} - 6\pi$$

9.



Şekilde verilen dairede,

$$m(\widehat{BAC}) = 30^\circ$$

$$|\widehat{BC}| = 3\pi \text{ cm'dir.}$$

Buna göre, dairenin alanı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

- A)  $36\pi$       B)  $48\pi$       C)  $64\pi$       D)  $81\pi$       E)  $144\pi$

$$2 \cdot \frac{\pi \cdot r^2}{4} = 3\pi \Rightarrow r = 9$$

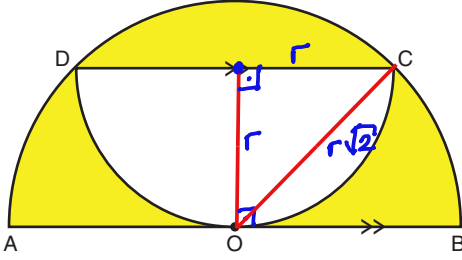
$$\text{Alan} = \pi \cdot r^2$$

$$= \pi \cdot 9^2$$

$$= 81\pi$$



10.



Şekilde O merkezli ve [DC] çaplı yarım daireler gösterilmiştir.

[DC] // [AB]

Boyalı bölgelerin alanları toplamı  $18\pi \text{ cm}^2$  dir.

Buna göre, |DC| kaç cm'dir?

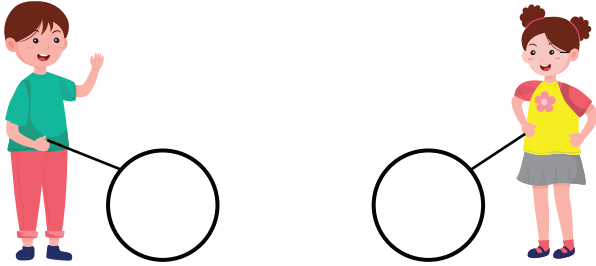
- A) 6 B) 8 C) 9  D) 12 E) 16

$$\pi \cdot \frac{(r\sqrt{2})^2}{2} - \frac{\pi r^2}{2} = 18\pi$$

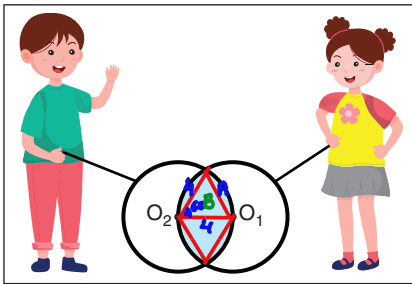
$$r^2 = 36 \Rightarrow r = 6$$

$$|DC| = 2r = 12$$

11.



Yeliz ve Mert ellerindeki daire şeklindeki halkaları birbirine doğru itiyorlar. İki halkanın biri önden diğeri arkadan geçerken fotoğraf çekiliyor ve aşağıdaki görüntü oluşuyor.



$O_1$  ve  $O_2$ , yarıçap uzunlukları 4 cm olan dairelerin merkezleridir.

Buna göre, fotoğrafta meydana gelen mavi renkli bölgenin alanı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

- A)  $\frac{32\pi}{3} - 8\sqrt{3}$  B)  $\frac{32\pi}{3} - 6\sqrt{3}$  C)  $\frac{16\pi}{3} - 8\sqrt{3}$

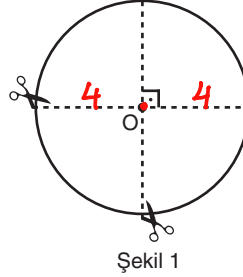
$$A = \pi \cdot 4^2 \cdot \frac{60}{360} - \frac{4\sqrt{3}}{4}$$

$$A = \frac{8\pi}{3} - 4\sqrt{3}$$

$$4A + 2B = \frac{32\pi}{3} - 16\sqrt{3} + 2 \cdot \frac{4\sqrt{3}}{4}$$

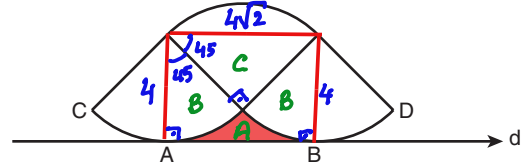
$$= \frac{32\pi}{3} - 8\sqrt{3}$$

12.



Şekil 1

Mehmet elindeki daire biçimindeki kartonu 4 eş parçaya ayırıp bu parçalardan üçünü düz bir zemin üzerine aşağıdaki gibi yerleştiriyor.



Şekil 2

Dairenin yarıçap uzunluğu 4 cm ve A ile B noktaları teğet değme noktalarıdır.

Buna göre, Şekil II'deki boyalı bölgenin alanı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

- A)  $18 - 4\pi$  B)  $8 + \pi - \sqrt{2}$   C)  $16\sqrt{2} - 8 - 4\pi$   
D)  $8\sqrt{2} - 4 - \pi$  E)  $12\sqrt{2} - 6 + \pi$

$$B = \pi \cdot 4^2 \cdot \frac{45}{360} = 2\pi$$

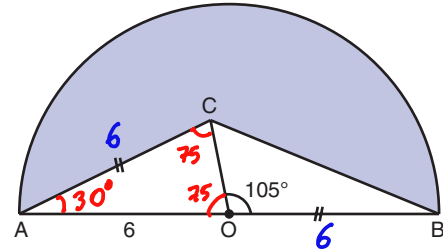
$$C = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8$$

$$A + 2B + C = 4 \cdot 4\sqrt{2}$$

$$A + 4\pi + 8 = 16\sqrt{2}$$

$$A = 16\sqrt{2} - 8 - 4\pi$$

13. O noktası [AB] çaplı yarım dairenin merkezidir.



$m(\widehat{COB}) = 105^\circ$

$|AC| = |OB|$ ,  $|AO| = 6$  birim

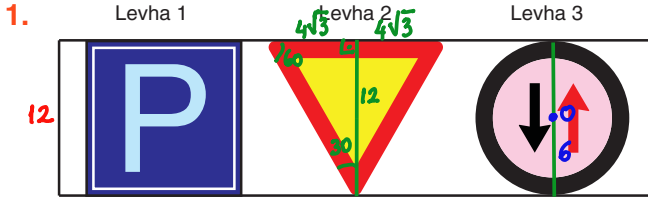
Buna göre, taralı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A)  $18\pi - 18$  B)  $18\pi - 16$  C)  $18\pi - 12$   
D)  $12\pi - 18$  E)  $12\pi - 9$

$$\frac{\pi \cdot 6^2}{2} - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 12 \cdot \sin 30^\circ = 18\pi - 18$$

1. C	2. C	3. C	4. A	5. B	6. C	7. E
8. A	9. D	10. D	11. A	12. C	13. A	

## Test - 3



Kare, eşkenar üçgen ve daire şeklinde trafik ikaz levhaları kısa kenarı 12 birim olan dikdörtgen bir panoya asılacaktır.

Bu şekillerin dikdörtgen pano içinde kapladıkları alanlar sırasıyla  $L_1$ ,  $L_2$  ve  $L_3$  olduğuna göre, bu alanların sıralaması aşağıdakilerden hangisidir?

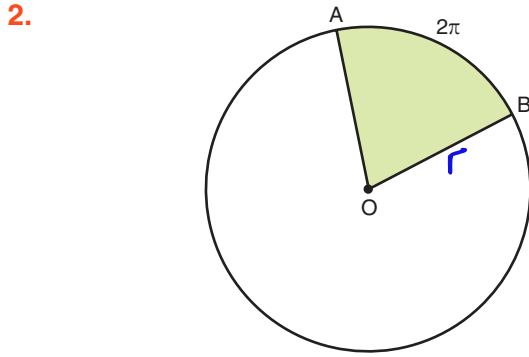
- A)  $L_1 = L_2 = L_3$   B)  $L_1 > L_3 > L_2$    
 C)  $L_1 > L_2 > L_3$   D)  $L_2 = L_1 < L_3$    
 E)  $L_1 < L_2 < L_3$

$$L_1 = 12^2 = 144$$

$$L_2 = \frac{12 \cdot 8\sqrt{3}}{2} = 48\sqrt{3} \quad \sqrt{3} \approx 1,7$$

$$L_3 = \pi \cdot 6^2 = 36\pi \quad \pi \approx 3,14$$

$$L_2 < L_3 < L_1$$



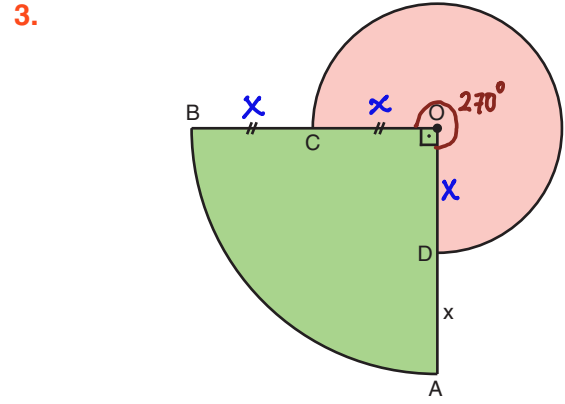
Şekilde O merkezli dairede,  $\widehat{AB} = 2\pi$  cm ve boyalı bölgenin alanı  $4\pi$  cm<sup>2</sup> dir.

Buna göre, dairenin çevresi kaç cm'dir?

- A)  $4\pi$  B)  $5\pi$  C)  $6\pi$   D)  $8\pi$  E)  $12\pi$

$$\frac{r \cdot 2\pi}{2} = 4\pi \Rightarrow r = 4$$

$$\text{Çevre} = 2\pi \cdot 4 = 8\pi$$



Şekilde O merkezli daire dilimleri gösterilmiştir.

$$m(\widehat{BOA}) = 90^\circ$$

$$|BC| = |CO|, |DA| = x$$

Yeşil renkli bölgenin alanı, pembe renkli bölgenin alanından  $9\pi$  cm<sup>2</sup> daha fazladır.

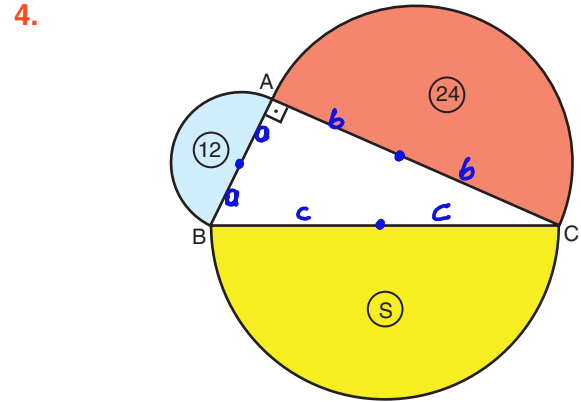
Buna göre, x kaç cm'dir?

- A) 3 B) 4  C) 6 D) 9 E) 12

$$\frac{\pi \cdot (2x)^2}{4} - \pi \cdot x^2 \cdot \frac{270}{360} = 9\pi$$

$$x^2 - \frac{3x^2}{4} = 9 \Rightarrow x^2 = 36$$

$$x = 6$$



Şekilde ABC dik üçgeni ve  $[AB]$ ,  $[AC]$  ve  $[BC]$  çaplı yarım daireler gösterilmiştir.

Yarım dairelerin alanları cm<sup>2</sup> cinsinden içlerine yazılmıştır.

Buna göre, S kaç cm<sup>2</sup> dir?

- A) 30 B) 32  C) 36 D) 40 E) 48

$$(2a)^2 + (2b)^2 = (2c)^2$$

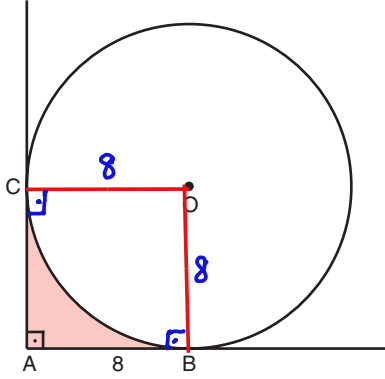
$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$\pi \cdot a^2 + \pi \cdot b^2 = \pi \cdot c^2$$

$$12 + 24 = S$$

$$S = 36$$

5.



AC ve AB doğruları, O merkezli daireye C ve B noktalarında teğettir.

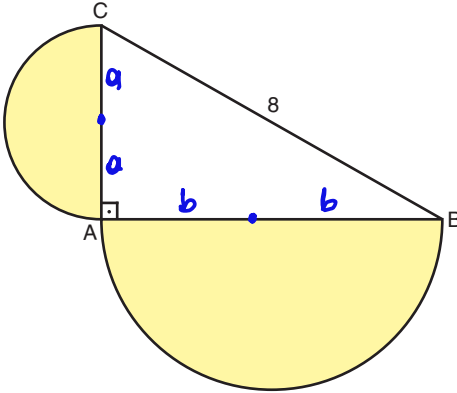
$CA \perp AB$ ,  $|AB| = 8$  cm'dir.

Buna göre, boyalı bölgenin alanı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

- A)  $6(8 - \pi)$     B)  $16(4 - \pi)$     C)  $8\left(8 - \frac{\pi}{2}\right)$   
D)  $12(6 - \pi)$     E)  $4(16 - 3\pi)$

$$64 - \frac{\pi \cdot 8^2}{4} = 64 - 16\pi = 16 \cdot (4 - \pi)$$

6.



ABC dik üçgeninin [AC] ve [AB] kenarlarına iki yarım daire çizilmiştir.

$|BC| = 8$  cm

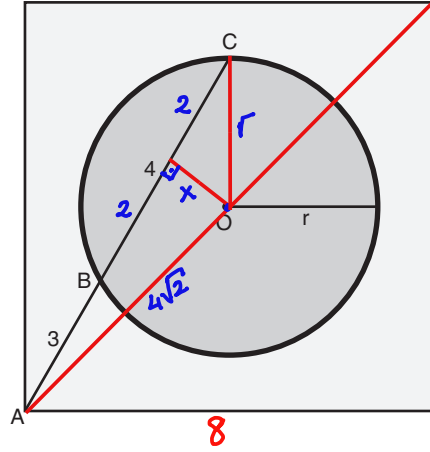
Buna göre, taralı alanlar toplamı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

- A)  $4\pi$     B)  $6\pi$     C)  $8\pi$     D)  $10\pi$     E)  $12\pi$

$$(2a)^2 + (2b)^2 = 8^2 \Rightarrow a^2 + b^2 = 16$$

$$\frac{\pi a^2}{2} + \frac{\pi b^2}{2} = \frac{\pi \cdot 16}{2} = 8\pi$$

7.



Şekilde küp biçimindeki konserve kutusunun üstten görünüşü verilmiştir. Kutunun üst yüzey köşegenlerinin kesişim noktasını merkez kabul eden, r yarıçaplı bir daire kesiliyor.

A, B, C noktaları doğrusal ve kutunun taban ayrıtı 8 birimdir.

$|AB| = 3$  birim ve  $|BC| = 4$  birim

olduğuna göre, kesilen dairenin alanı kaç birimkaredir?

- A)  $6\pi$     B)  $9\pi$     C)  $11\pi$     D)  $12\pi$     E)  $15\pi$

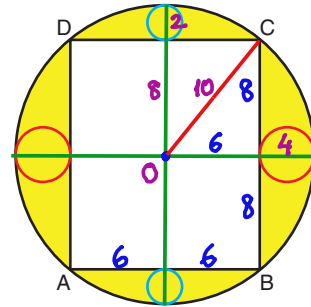
$$x^2 + 5^2 = (4\sqrt{2})^2 \Rightarrow x^2 = 7$$

$$x^2 + 2^2 = r^2 \Rightarrow r^2 = 11$$

$$\text{Alan} = \pi \cdot r^2 = 11\pi$$

8.

Aşağıda, ABCD dikdörtgeni ve bu dikdörtgenin köşelerinden geçen bir daire gösterilmiştir.



$|AB| = 12$  birim

$|BC| = 16$  birimdir.

Şekilde verilen boyalı bölgelere, büyük çembere ve dikdörtgenin kenarlarına teğet olan ve alanı en büyük olacak şekilde 4 daire çizilmiştir.

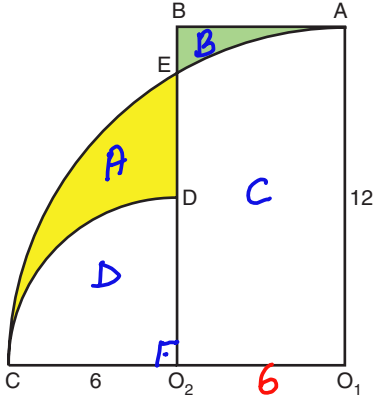
Buna göre, boyalı bölgelere çizilen dairelerin alanları toplamı kaç birimkaredir?

- A)  $6\pi$     B)  $8\pi$     C)  $10\pi$     D)  $12\pi$     E)  $14\pi$

$$2(\pi \cdot 1^2) + 2(\pi \cdot 2^2) = 2\pi + 8\pi = 10\pi$$

## Test - 3

9.



Şekilde  $O_1$  ve  $O_2$  merkezli çeyrek daireler ve  $O_2O_1AB$  dik-dörtgeni gösterilmiştir.

$$|O_1A| = 2 \cdot |CO_2| = 12 \text{ cm}$$

Buna göre, sarı renkli bölgenin alanı yeşil renkli bölgenin alanından kaç  $\text{cm}^2$  fazladır?

- A)  $6(2\pi - 3)$  B)  $8(4\pi - 9)$  C)  $9(3\pi - 8)$  D)  $6(3\pi - 4)$  E)  $9(4\pi - 3)$

$$D = \frac{\pi 6^2}{4} = 9\pi$$

$$B + C = 72$$

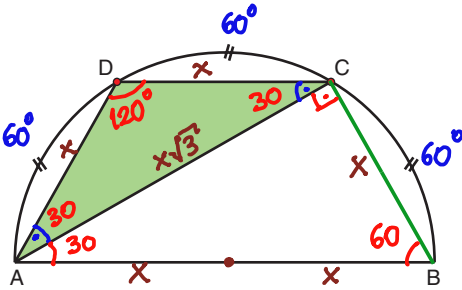
$$A + D + C = \frac{\pi 12^2}{4} = 36\pi$$

$$\downarrow 9\pi$$

$$A + C = 27\pi$$

$$\begin{aligned} A + C &= 27\pi \\ - B + C &= 72 \\ \hline A - B &= 27\pi - 72 \\ &= 9(3\pi - 8) \end{aligned}$$

10.



Şekildeki  $[AB]$  çaplı yarımdairede,

$$|\widehat{AD}| = |\widehat{DC}| = |\widehat{BC}|$$

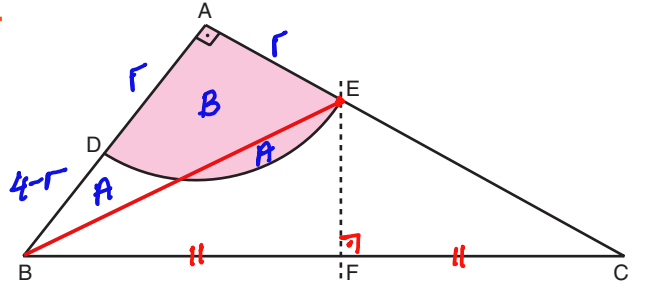
olacak şekilde C ve D noktaları alınmıştır.

Yukarıdaki verilere göre,  $ADC$  üçgeninin alanının yarımdairenin alanına oranı kaçtır?

- A)  $\frac{1}{\pi}$  B)  $\frac{\sqrt{2}}{\pi}$  C)  $\frac{\sqrt{3}}{\pi}$  D)  $\frac{1}{2\pi}$  E)  $\frac{\sqrt{3}}{2\pi}$

$$\frac{\frac{1}{2} \cdot x \cdot x \cdot \sin 120^\circ}{\frac{\pi \cdot x^2}{2}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\pi} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi}$$

11.



Şekilde  $\widehat{ABC}$  dik üçgeninde A merkezli  $\widehat{DE}$  yayı çizilmiştir.  $EFC$  üçgeni  $[EF]$  boyunca katlandığında, C noktası B ile çakışıyor.

Katlama sonucunda katlanan kısmın altında kalan pembe alan ile tek katlı beyaz alan eşittir.

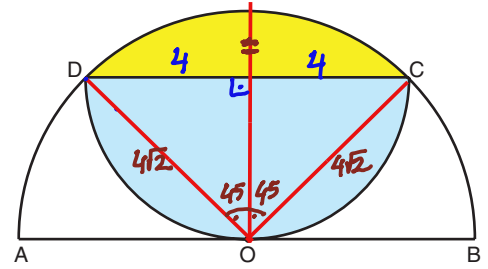
$$|AB| = 4 \text{ birim}$$

olduğuna göre,  $|AD|$  kaç birimdir?

- A)  $\frac{5}{\pi}$  B)  $\frac{6}{\pi}$  C)  $\frac{8}{\pi}$  D)  $\frac{5\pi}{4}$  E)  $\frac{9}{\pi}$

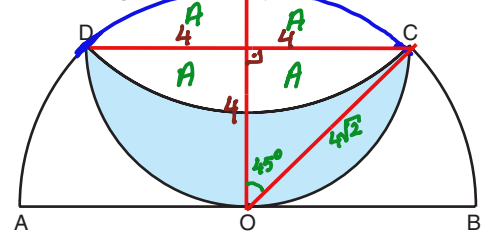
$$A + B = \frac{4 \cdot r}{2} = \frac{\pi r^2}{4} \Rightarrow r = \frac{8}{\pi}$$

12.



$$[CD] \parallel [AB], |DC| = 8 \text{ cm}$$

olmak üzere, O merkezli  $[AB]$  çaplı yarımdaire içine O noktasında teğet olacak biçimde  $[DC]$  çaplı yarımdaire çizilmiştir. Sarı renkli bölge  $[DC]$  boyunca katlanarak meydana gelen iki katlı bölge kesilip atılıyor.



Buna göre, son durumda oluşan mavi bölgenin alanı kaç  $\text{cm}^2$  dir?  $A = \pi \cdot (4\sqrt{2})^2 \cdot \frac{45}{360} - \frac{4 \cdot 4}{2} = 4\pi - 8$

- A) 8 B)  $8 - \pi$  C)  $8 - 2\pi$

$$D) 16 - \pi \quad E) 16$$

$$\frac{\pi \cdot 4^2}{2} - 2(4\pi - 8) = 8\pi - 8\pi + 16 = 16$$

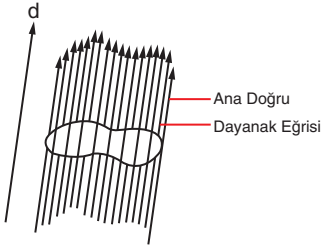
1. B	2. D	3. C	4. C	5. B	6. C
7. C	8. C	9. C	10. E	11. C	12. E



YANINDA BULUNSUN

SİLİNDİR

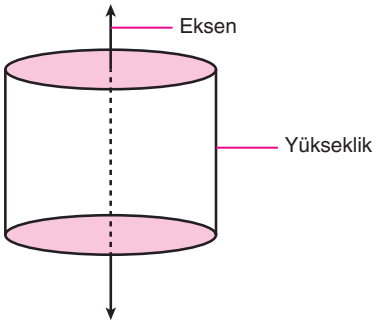
Uzaydaki bir düzlemden bir kapalı eğri ile bu düzleme paralel olmayan bir  $d$  doğrusu verilmiş olsun. Eğriyi kesen ve  $d$  doğrusuna paralel olan doğruların kümesine "**Silindirik Yüzey**" denir. Kapalı eğriye "**Silindirik Yüzeyin Dayanak Eğrisi**",  $d$  doğrusuna paralel olan doğruların her birine "**Silindirik Yüzeyin Ana Doğrusu**" denir.



Silindirik Yüzey

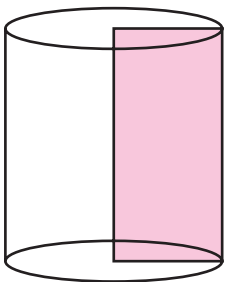
Silindirik yüzey ile bu yüzeyi kesen paralel iki düzlemin sınırladığı cisme "**Silindir**" denir. Düzlem ile oluşan kesitlerin her birine "**Silindirin Tabanı**" denir.

Ana doğrunun tabanı kestiği noktada, tabandan geçen bütün doğrulara dik olan silindire "**Dik Silindir**", tabanları daire olan dik silindire "**Dik Dairesel Silindir**" denir.



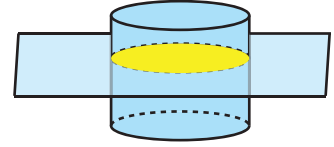
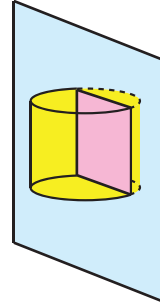
Silindirin tabanlarının merkezinden geçen doğruya "**Silindirin Ekseni**" denir. Silindirin tabanları arasındaki uzaklığa "**Silindirin Yüksekliği**" denir. Silindirin yüksekliği aynı zamanda ana doğru parçasının uzunluğudur.

NOT



Dikdörtgensel bölgenin  $360^\circ$  döndürülmesi ile dönel silindir elde edilir.

Dik dairesel silindire "**Dönel Silindir**" de denir.



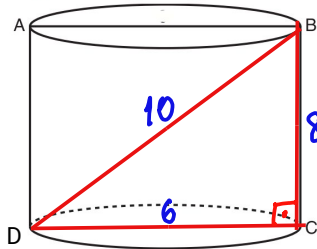
Silindir ile silindirin tabanlarına dik bir düzlemin kesişimi dikdörtgendir.

Silindir ile silindirin tabanlarına paralel bir düzlemin kesişimi dairedir.

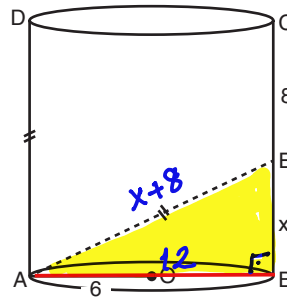
ÖRNEK 1.

Taban yarıçapı 3 birim, yüksekliği 8 birim olan bir dik silindir üzerinde birbirine en uzak iki nokta arasındaki uzaklık kaç birimdir?

ÇÖZÜM



ÖRNEK 2.



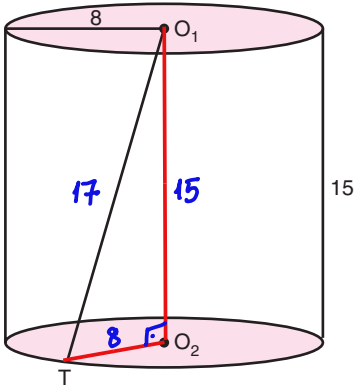
Taban yarıçapı 6 cm olan dik silindirde,  
 $|AD| = |AE|$   
 $|CE| = 8$  cm  
Buna göre,  $x$  kaç cm'dir?

ÇÖZÜM

5-12-13 üçgeninden

$$x = 5$$

## ? ÖRNEK 3.



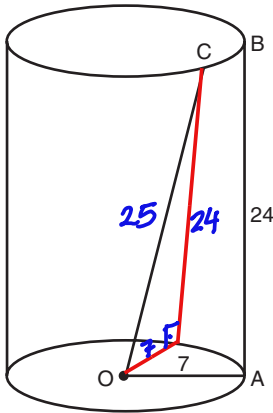
$O_1$  ve  $O_2$  taban merkezleri olmak üzere yanda verilen silindirin yüksekliği 15 birim, taban yarıçapı 8 birimdir.

$T$ , taban dairesinin çevresi üzerinde bir nokta olduğuna göre,  $O_1T$  uzunluğu kaç birimdir?

## ✓ ÇÖZÜM

$$|O_1T| = 17$$

## ? ÖRNEK 4.



Şekildeki silindirin taban yarıçapı 7 birim ve yüksekliği 24 birimdir.

Buna göre,  $|OC|$  kaç birimdir?

## ✓ ÇÖZÜM

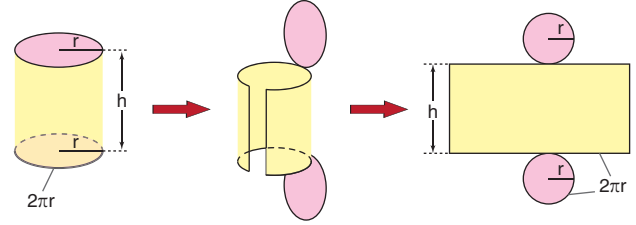
$$|OC| = 25$$



## YANINDA BULUNSUN

## SİLİNDİRİN YÜZEY ALANI

Aşağıda taban yarıçapı  $r$ , yüksekliği  $h$  olan silindirin açılımı görülmektedir.



Açınımında görüldüğü gibi silindirin yan yüzeyi bir dikdörtgen; tabanları, birbirine eş dairelerdir. Silindirin yüzey alanı, oluşan dikdörtgenin alanı ve iki taban dairesinin alanları toplamıdır.

Dikdörtgenin bir kenar uzunluğu silindirin yüksekliğine, bu kenara dik olan kenar uzunluğu dairenin çevre uzunluğuna eşittir.

Aşağıda bazı ifadelerin sembolleri verilmiştir.

$$\text{Yanal yüzey alanı} = Y_A$$

$$\text{Taban alanı} = T_A$$

$$\text{Tüm silindirin yüzey alanı} = S_A$$

$$\text{Taban dairesinin yarıçapı} = r$$

Buradan;

$$\text{Yanal yüzey alanı} = \text{Taban çevresi} \cdot \text{Yükseklik} \Rightarrow Y_A = 2\pi r \cdot h$$

$$T_A = \pi \cdot r^2 \Rightarrow \text{Taban alanları toplamı} = 2 \cdot T_A = 2\pi \cdot r^2 \text{ olur.}$$

$$\text{Tüm silindirin yüzey alanı} = \text{Yanal yüzey alanı} + 2 \cdot \text{Taban alanı}$$

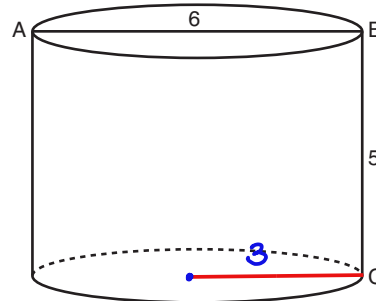
olduğundan,

$$S_A = Y_A + 2 \cdot T_A$$

$$S_A = 2\pi r \cdot h + 2\pi \cdot r^2 \text{ olur.}$$



## ? ÖRNEK 5.



Şekildeki dik silindirde  $[AB]$  tabanın çapıdır.

$|AB| = 6$  birim

$|BC| = 5$  birim

Buna göre, silindirin yüzey alanının, yanal alanına oranı kaçtır?



## ✓ ÇÖZÜM

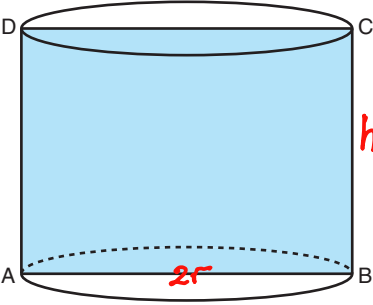
$$S_A = 2 \cdot \pi \cdot 3^2 + 2 \pi \cdot 3 \cdot 5$$

$$S_A = 18\pi + 30\pi = 48\pi$$

$$Y_A = 2\pi \cdot 3 \cdot 5 = 30\pi$$

$$\frac{48\pi}{30\pi} = \frac{8}{5}$$

ÖRNEK 6.



Şekildeki dik silindirde [AB] ve [DC] taban çaplarıdır.

ABCD dikdörtgeninin alanı  $6 \text{ cm}^2$  dir.

Buna göre, silindirin yanal alanı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

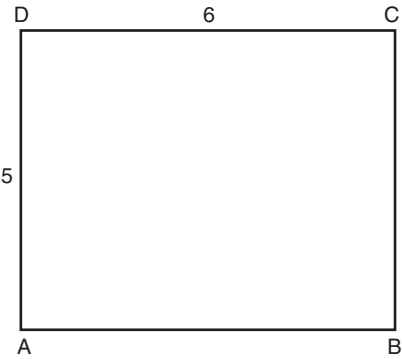
ÇÖZÜM

$$2r \cdot h = 6 \Rightarrow r \cdot h = 3$$

$$Y_A = 2\pi r \cdot h$$

$$Y_A = 6\pi$$

ÖRNEK 7.



ABCD dikdörtgen, |AD| = 5 birim |DC| = 6 birim

Şekildeki ABCD dikdörtgeni, [BC] kenarı etrafında  $360^\circ$  döndürüldüğünde oluşan cismin alanı kaç birimkare olur?

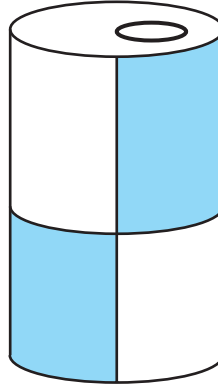
ÇÖZÜM

$$S_A = 2 \cdot \pi \cdot 6^2 + 2\pi \cdot 6 \cdot 5$$

$$S_A = 72\pi + 60\pi$$

$$S_A = 132\pi$$

ÖRNEK 8.



Şekildeki taban yarıçapı 4 birim ve yüksekliği 8 birim olan silindir şeklindeki içecek kutusunun yan yüzünün yarısı mavi ve diğer yarısı beyaz renklidir.

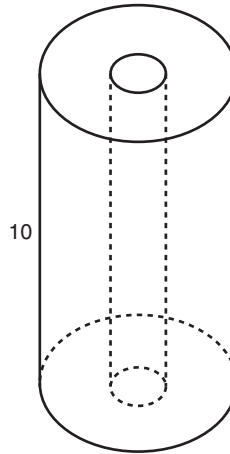
Buna göre, mavi renkli kısımların alanları toplamı kaç birimkaredir?

ÇÖZÜM

$$2\pi \cdot 4 \cdot 8 = 64\pi$$

$$\frac{64\pi}{2} = 32\pi$$

ÖRNEK 9.



Yanda gösterilen dik silindirin içinden yarıçapı 1 birim, yüksekliği 10 birim olan bir dik silindir çıkarılıyor.

Buna göre, geriye kalan cismin alanı kaç birimkare artar?

ÇÖZÜM

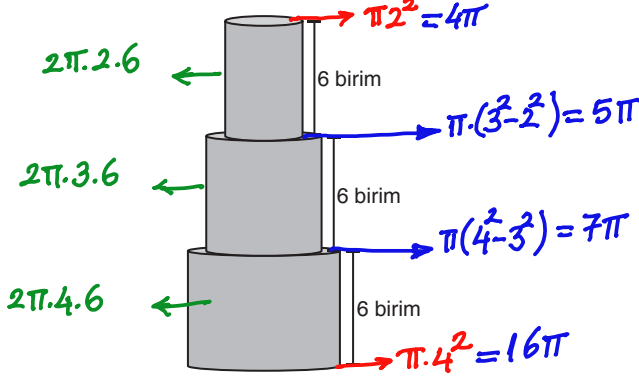
$$2\pi \cdot 1 \cdot 10 - 2 \cdot (\pi \cdot 1^2)$$

$$20\pi - 2\pi$$

$$18\pi$$

## ? ÖRNEK 10.

Yarıçapları 2 birim, 3 birim ve 4 birim olan ve yükseklikleri 6 birim olan üç adet metal silindir taban merkezleri çakışacak biçimde üst üste konularak aşağıdaki cisim oluşturulmuştur.



Buna göre, oluşan cismin yüzey alanı kaç birimkaredir?

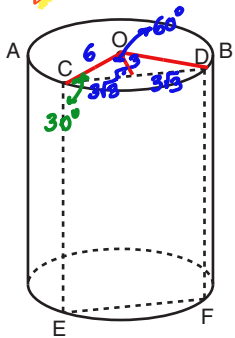
## ✓ ÇÖZÜM

$$48\pi + 36\pi + 24\pi + 16\pi + 7\pi + 5\pi + 4\pi$$

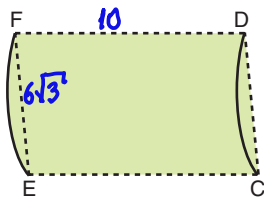
$$108\pi + 32\pi$$

$$140\pi$$

## ? ÖRNEK 11.



Şekilde yarıçapı 6 cm ve yüksekliği 10 cm olan bir silindir gösterilmiştir. Silindir merkezden 3 cm uzakta olan CD doğrusu boyunca zemine dik düzlemsel olarak kesiliyor ve aşağıdaki cisim oluşuyor.



Buna göre, oluşan cismin yüzey alanı kaç cm<sup>2</sup> dir?

## ✓ ÇÖZÜM

$$2\pi \cdot 6 \cdot 10 \cdot \frac{120}{360} = 40\pi \quad \tau.A = \pi \cdot 6^2 \cdot \frac{120}{360} - \frac{3 \cdot 6\sqrt{3}}{2}$$

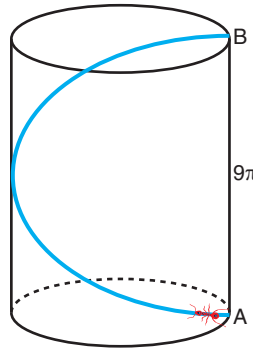
$$10 \cdot 6\sqrt{3} = 60\sqrt{3} \quad \tau.A = 12\pi - 9\sqrt{3}$$

$$Y.A = 60\sqrt{3} + 40\pi$$

$$S_A = 60\sqrt{3} + 40\pi + 24\pi - 18\sqrt{3}$$

$$= 42\sqrt{3} + 64\pi$$

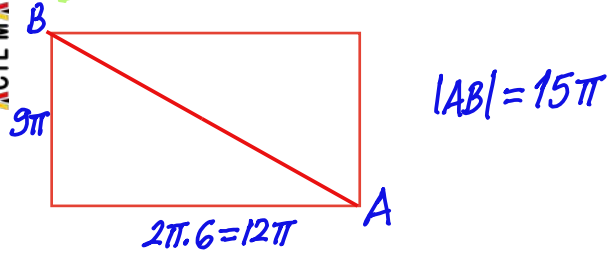
## ? ÖRNEK 12.



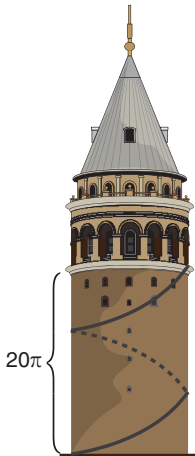
Yandaki dik silindirin A noktasından harekete başlayan bir karınca silindirin yüzeyi üzerinde şekildeki yolu izleyerek ve bir tam tur atarak B noktasına gidiyor.

Silindirin taban yarıçapı 6 birim ve yüksekliği  $9\pi$  birim olduğuna göre, karıncanın aldığı yolun uzunluğu en az kaç birimdir?

## ✓ ÇÖZÜM



## ? ÖRNEK 13.

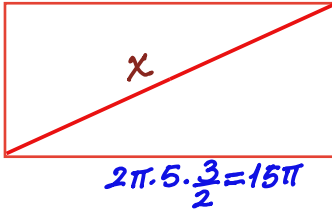


Galata kulesinin dış yüzeyi, etrafını şekildeki gibi zeminden terasa kadar dolanacak bir ipe sarılıyor.

Silindir biçimindeki gövdenin yerden terasa kadar olan uzunluğu  $20\pi$  metre, kulenin taban çapı 10 metre olduğuna göre, ipin uzunluğu en az kaç metre olur?



✓ ÇÖZÜM



15-20-25  
üçgeninden  
 $X = 25\pi$



YANINDA BULUNSUN

SİLİNDİRİN HACMI

Silindirin hacmi, taban alanı ile yüksekliğinin çarpımıdır.

Taban dairesinin yarıçapı  $r$ , yüksekliği  $h$  olan bir silindirin taban alanı  $\pi r^2$  olduğundan hacmi  $\pi r^2 \cdot h$  olur.

O hâlde silindirin hacmi,

$$V = \pi r^2 \cdot h \text{ olur.}$$

? ÖRNEK 14.

Hacmi  $108\pi \text{ cm}^3$  olan bir silindirin yüksekliği taban yarıçapının dört katıdır.

Buna göre, silindirin yanal alanı kaç  $\pi \text{ cm}^2$  dir?

✓ ÇÖZÜM

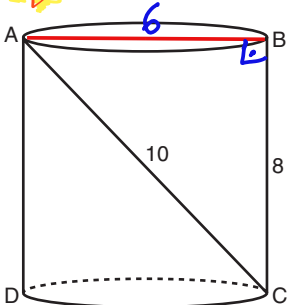
$$h = 4r \quad \pi \cdot r^2 \cdot (4r) = 108\pi$$

$$r^3 = 27 \Rightarrow r = 3$$

$$YA = 2\pi \cdot 3 \cdot 12$$

$$= 72\pi$$

? ÖRNEK 15.



Şekildeki dik silindirde  $[AB]$  taban çapıdır.

$$|BC| = 8 \text{ birim}$$

$$|AC| = 10 \text{ birim}$$

Buna göre, silindirin hacmi kaç  $\pi$  birimküptür?

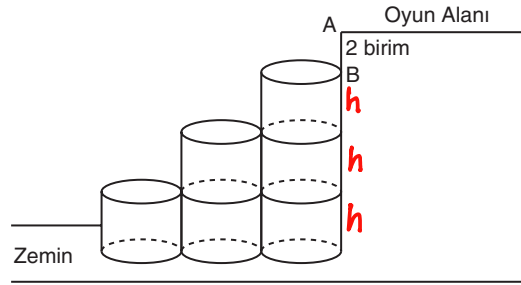
✓ ÇÖZÜM

$$V = \pi \cdot 3^2 \cdot 8$$

$$V = 72\pi$$

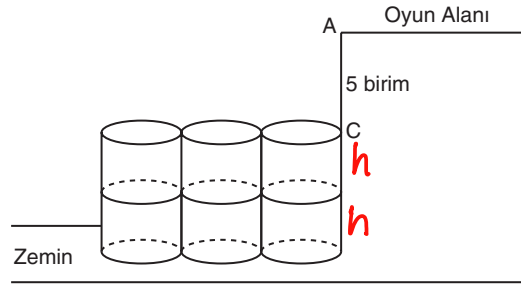
? ÖRNEK 16.

Aşağıda oyun alanına girmeye çalışan çocuklar için 6 tane özdeş silindir şeklindeki oturaklarla yapılan merdiven basamakları gösterilmiştir.



Şekil I

Basamaklar Şekil I'deki gibi yerleştirildiğinde en üstteki basamakta duran bir çocuğun oyun alanına ulaşmasına 2 birimlik bir mesafe kalıyor.



Şekil II

Basamaklar Şekil II'deki gibi yerleştirilirse bu sefer 5 birimlik bir mesafe kalmaktadır.

Silindirden birinin taban yarıçapı 2 birim olduğuna göre, bir oturağın hacmi kaç birimküptür?

✓ ÇÖZÜM

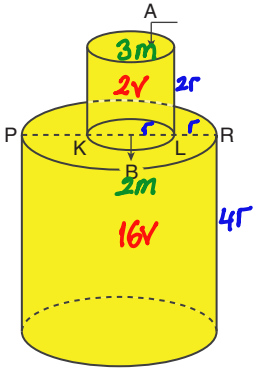
$$3h + 2 = 2h + 5$$

$$h = 3$$

$$V = \pi \cdot 2^2 \cdot 3$$

$$V = 12\pi$$

## ? ÖRNEK 17.



Şekilde çapları yüksekliklerine eşit iki silindirik kap üst üste monte edilmiştir. Üstteki silindiri A musluğu 6 saatte doldururken altındaki B musluğu 9 saatte boşaltmaktadır.

$$|BL| = |LR|$$

Düzenekte A musluğu üstteki silindir dolunca otomatik olarak kapanmakta, B musluğundan akan su alttaki silindiri doldurmaktadır.

Yukarıdaki bilgilere göre, iki silindir tamamen boşken iki musluk birlikte açılırsa, A musluğu kapandığı anda alttaki silindirin kaçta kaçta doludur?

## ✓ ÇÖZÜM

$$V_A = \pi r^2 \cdot 2r = 2\pi r^3$$

$$V_B = \pi (2r)^2 \cdot 4r = 16\pi r^3$$

$$2r = 18 \cdot m$$

$$r = 9 \cdot m$$

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{9} = \frac{1}{t} \Rightarrow t = 18$$

$$\text{Altteki } 16 \cdot 9 \cdot m = 144 \cdot m$$

$$\text{Dolan } 2 \cdot m \cdot 18 = 36 \cdot m$$

Üstteki 18 saatte dolar  
2m girer 3m boşalır.

$$\frac{36 \cdot m}{144 \cdot m} = \frac{1}{4}$$

## ? ÖRNEK 18.



ABCD dikdörtgen,  
|AB| = 3π birim  
|CB| = 8 birim

Şekildeki ABCD dikdörtgeni biçimindeki karton, [AD] kenarı ile [BC] kenarı çakışacak biçimde kıvrılarak tabanları olmayan bir dik silindir elde ediliyor.

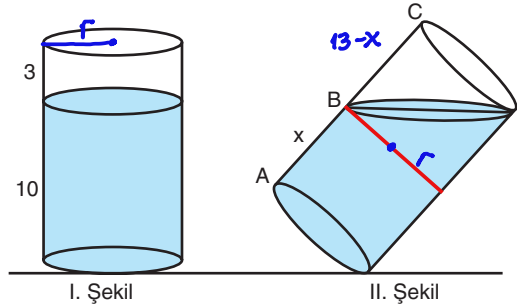
Buna göre, elde edilen silindirin hacmi kaç π birimküptür?

## ✓ ÇÖZÜM

$$2\pi r = 3\pi \Rightarrow r = \frac{3}{2}$$

$$V = \pi \left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot 8 = 18\pi$$

## ? ÖRNEK 19.



I. Şekilde toplam yüksekliği 13 birim olan dik silindir şeklindeki kap 10 birim yüksekliğine kadar sıvı ile doludur.

Kap II. Şekildeki gibi sıvı dökülme sınırına gelecek kadar eğildiğinde |AB| = x uzunluğu kaç birim olur?

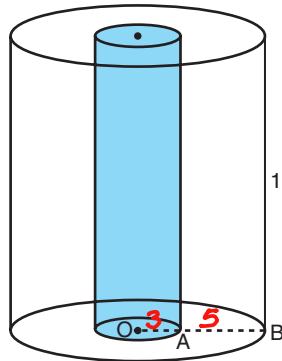
## ✓ ÇÖZÜM

$$\pi \cdot r^2 \cdot 3 = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot (13-x)}{2}$$

$$13-x = 6$$

$$x = 7$$

## ? ÖRNEK 20.



Şekildeki yükseklikleri 16 cm olan silindirlerin taban merkezleri aynıdır.

$$|OA| = 3 \text{ cm}$$

$$|AB| = 5 \text{ cm}$$

olmak üzere, içteki silindir su ile doludur.

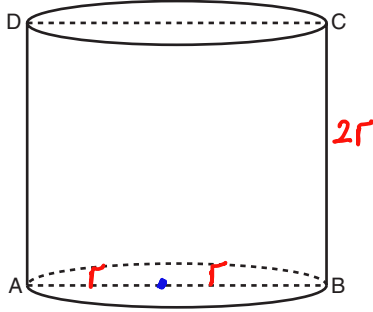
A noktasından bir delik açılarak suyun dıştaki silindire akması sağlanırsa, su kaç cm yükselir?

## ✓ ÇÖZÜM

$$\pi \cdot 3^2 \cdot 16 = \pi \cdot 8^2 \cdot h$$

$$h = \frac{9}{4}$$

1.



Şekilde ABCD dik kesiti kare olan dik silindirin hacmi  $16\pi \text{ cm}^3$  tür.

Buna göre, silindirin yanal alanı kaç  $\pi \text{ cm}^2$  dir?

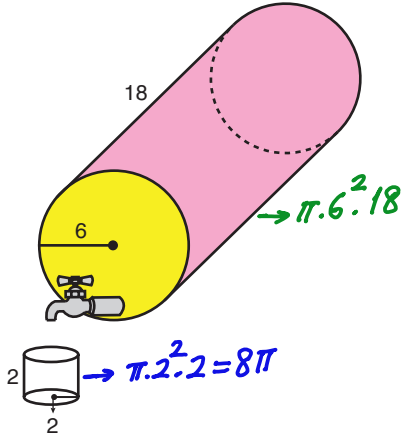
- A) 8 B) 12  C) 16 D) 18 E) 24

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot 2r = 16\pi$$

$$r^3 = 8 \Rightarrow r = 2$$

$$Y.A = 2\pi \cdot 2 \cdot 4 = 16\pi$$

2.



Şekilde taban yarıçapı 6 cm ve yüksekliği 18 cm olan dik silindir şeklindeki kap su ile doludur.

Yarıçapı 2 cm ve yüksekliği 2 cm olan dik silindir şeklindeki bardak kabın alt tarafında açılan musluktan doldurulduğunda en çok kaç bardak su çıkar?

- A) 64 B) 68 C) 72  D) 81 E) 90

$$\frac{\pi \cdot 6^2 \cdot 18}{\pi \cdot 8} = 81$$

3.

Taban çevresi  $12\pi \text{ cm}$ , yanal alanı  $96\pi \text{ cm}^2$  olan dik silindirin yüksekliği kaç cm'dir?

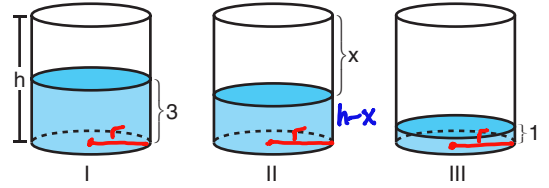
- A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 16

$$2\pi r = 12\pi \Rightarrow r = 6$$

$$2\pi \cdot 6 \cdot h = 96\pi$$

$$h = 8$$

4.



Şekilde birbirine eş üç silindirin taban yarıçapı r ve yüksekliği h'dir. Her silindirde belli miktarda su vardır. Su bulunan kısımların yükseklikleri cm cinsinden I. ve III. silindirin üzerine yazılmıştır.

I. ve II. silindirdeki suyun tamamı III. silindire boşaltılırsa III. silindirden başlangıçta içinde bulunan suyun iki katı kadar su taşmaktadır.

Buna göre, x kaçtır?

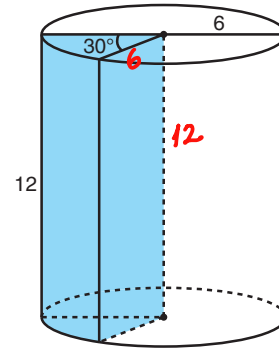
- A) 1 B)  $\frac{3}{2}$   C) 2 D)  $\frac{5}{2}$  E) 3

$$3 \cdot r + (h-x) \cdot r + 1 \cdot r = h \cdot r + 2r$$

$$4 + h - x = h + 2$$

$$x = 2$$

5.



Yarıçap uzunluğu 6 cm, yüksekliği 12 cm olan bir silindirden  $30^\circ$  lik bir dilim kesilip çıkarıldıktan sonra çıkarılan kısım boyanıyor.

Buna göre, boyanacak yüzeyin alanı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

- A)  $6\pi + 72$  B)  $12\pi + 96$  C)  $18\pi + 72$   
D)  $24\pi + 48$   E)  $18\pi + 144$

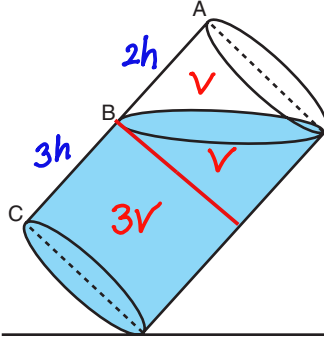
$$2\pi \cdot 6 \cdot 12 \cdot \frac{30}{360} + 2 \cdot \pi \cdot 6^2 \cdot \frac{30}{360} + 2 \cdot 6 \cdot 12$$

$$12\pi + 6\pi + 144$$

$$18\pi + 144$$

## Test

6.



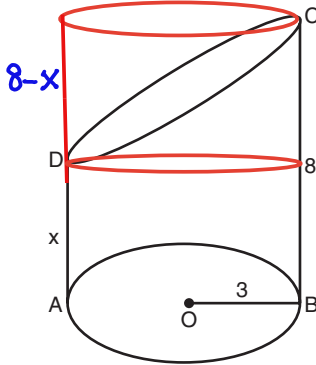
Şekilde içi su dolu silindirik kap, şekildedeki gibi  $2 \cdot |BC| = 3 \cdot |AB|$  oranına kadar boşaltılıyor.

Bu durumda dökülen suyun hacminin, kalan suyun hacmine oranı kaçtır?

- A)  $\frac{2}{9}$  B)  $\frac{3}{8}$  C)  $\frac{1}{4}$  D)  $\frac{1}{6}$  E)  $\frac{1}{8}$

$$\frac{V}{4V} = \frac{1}{4}$$

7.



Şekilde taban yarıçapı 3 birim ve hacmi  $63\pi$  birimküp olan kesik dik silindir verilmiştir.

$$|BC| = 8 \text{ birim}$$

Buna göre,  $|AD| = x$  kaç birimdir?

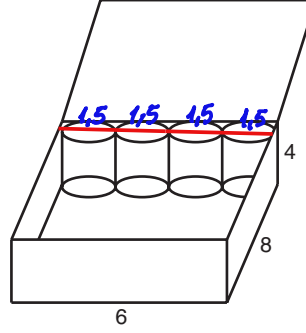
- A) 7 B)  $\frac{13}{2}$  C) 6 D)  $\frac{11}{2}$  E) 5

$$\pi \cdot 3^2 \cdot x + \frac{\pi \cdot 3^2 \cdot (8-x)}{2} = 63\pi$$

$$x+8=14$$

$$x=6$$

8.



Şekilde boyutları  $8 \times 6 \times 4$  cm olan dikdörtgen prizma biçimindeki kutunun içine yerleştirilmiş dört adet eş silindirik mum görülüyor.

Mumlar birbirine teğet ve şekildedeki gibi yerleştirildiğinde kutu kapanabiliyor.

Buna göre, bir tane mumun hacmi en fazla kaç  $\text{cm}^3$  olur?

- A)  $\pi$  B)  $2\pi$  C)  $\frac{5\pi}{2}$  D)  $\frac{9\pi}{4}$  E)  $\frac{15\pi}{4}$

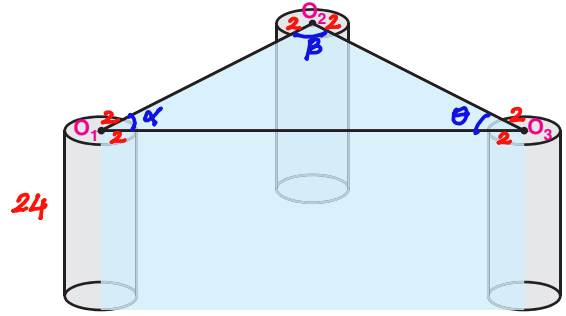
$$2r = 1,5$$

$$r = \frac{3}{4}$$

$$V = \pi \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot 4$$

$$V = \frac{9\pi}{4}$$

9.



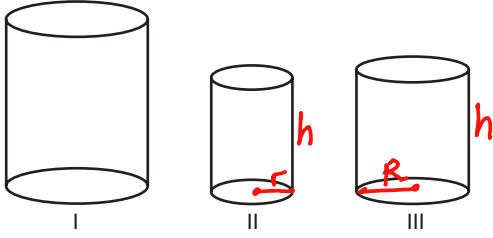
Şekilde birbirine eş silindirik biçimindeki üç tane direğin üst yüzeylerinin merkezleri birleştirilerek üçgen prizma biçiminde kapalı bir bölge oluşturuluyor. Silindirin yüksekliği 24 birim, taban yarıçapı 2 birimdir.

Silindirler yer düzlemine dik olduğuna göre, silindirlerin üçgen prizma içinde kalan parçalarının toplam hacmi kaç birimküpür?

- A)  $24\pi$  B)  $36\pi$  C)  $48\pi$  D)  $54\pi$  E)  $96\pi$

$$\pi \cdot 2^2 \cdot 24 \cdot \frac{180^\circ}{360} = 48\pi$$

10.



Şekilde görünen dik silindirlere II. silindir 3 kez dolu şekilde boş olan I. silindire boşaltılırsa, I. silindiri dolduruyor.

III. silindir ise tam dolu iken 2 kez boşaltıldığında I. silindiri doldurabiliyor.

II. ve III. silindirlerin yükseklikleri eşit olduğuna göre, yarıçapları oranı kaç olabilir?

- A)  $\frac{2}{3}$  B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  C)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$  D)  $\frac{1}{2}$  E)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

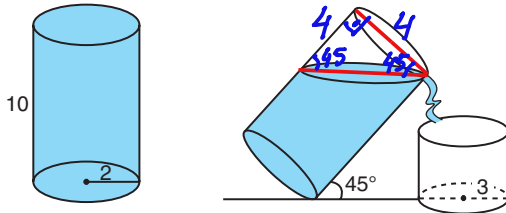
$$3 \cdot \pi r^2 h = 2 \cdot \pi R^2 h$$

$$3r^2 = 2R^2$$

$$\left(\frac{R}{r}\right)^2 = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{R}{r} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\frac{r}{R} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

11.



Taban yarıçapı 2 birim, yüksekliği 10 birim olan dik silindir şeklindeki kap tamamen su ile doludur. Su dolu kap 45° eğik konuma getirildiğinde içinden bir miktar su taban yarıçapı 3 birim olan, yeterince yüksek içi boş silindir şeklindeki bir kaba dökülmektedir.

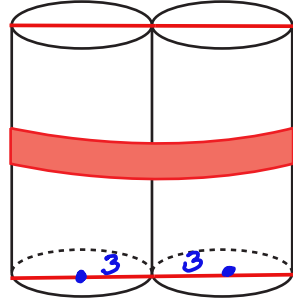
Buna göre, dökülen suyun bu kaptaki yüksekliği kaç birim olur?

- A)  $\frac{8}{9}$  B)  $\frac{5}{6}$  C)  $\frac{3}{4}$  D)  $\frac{3}{2}$  E)  $\frac{4}{3}$

$$\frac{\pi \cdot 2^2 \cdot 4}{2} = \pi 3^2 \cdot h$$

$$h = \frac{8}{9}$$

12.

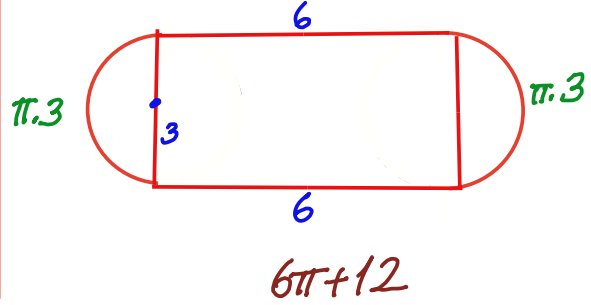


Şekilde yarıçapları eşit ve 3 birim olan iki silindir birbirlerine teğet olacak biçimde kırmızı bir şerit ile tam bir tur atılarak birarada tutulmaktadır.

Şerit zemine paraleldir.

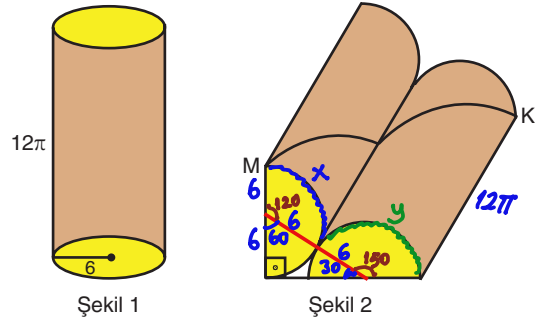
Buna göre, şeritin uzunluğu kaç birimdir?

- A)  $4\pi + 6$  B)  $4\pi + 8$  C)  $6\pi + 12$  D)  $6\pi + 8$  E)  $6\pi + 10$



ACIL MATEMATİK

13.



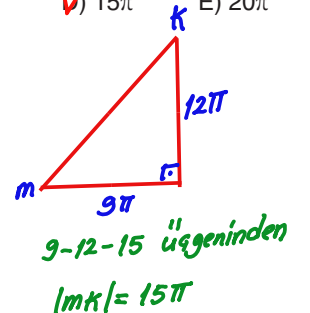
Şekil 1'de taban yarıçapı 6 birim ve yüksekliği 12π birim olan dik silindir verilmiştir. Dik silindir taban düzlemine dik bir düzlemlerle kesilerek elde edilen iki eş parça Şekil 2'deki gibi yüksekliği boyunca teğet olacak biçimde yerleştirilmiştir.

Yukarıdaki verilere göre, oluşan cisim üzerinde M noktasından K noktasına yüzeyler üzerinden ilerleyen bir karıncanın alacağı yol en az kaç birimdir?

- A) 12π B) 13π C) 14π D) 15π E) 20π

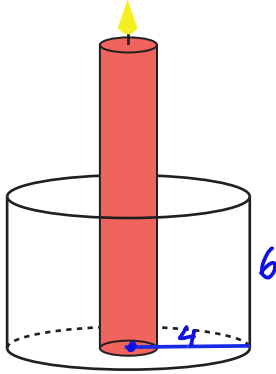
$$x = 2\pi \cdot 6 \cdot \frac{120^\circ}{360^\circ} = 4\pi$$

$$y = 2\pi \cdot 6 \cdot \frac{150^\circ}{360^\circ} = 5\pi$$



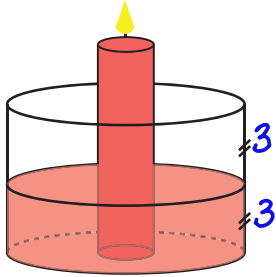
## Test

14.



Yanda üstü açık silindir biçiminde bir kabın içine taban yüzeylerinin merkezleri çakışacak şekilde kırmızı bir mum yerleştiriliyor.

Kabın taban yarıçapı 4 birim ve yüksekliği 6 birimdir.



Mum bir süre yakılıyor ve eriyen mum; yüksekliği, kabın yüksekliğinin yarısı kadar olan bir silindir şeklini alıyor.

Eriyen mumun hacmi  $36\pi$  birimküp olduğuna göre, mumun taban yarıçapı kaç birimdir?

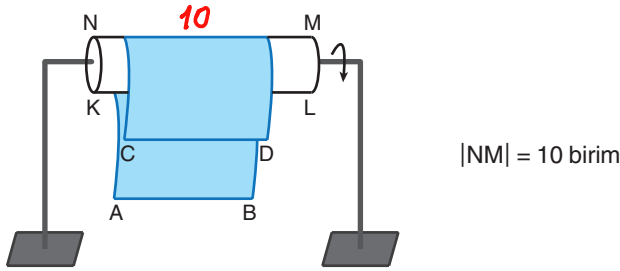
- A)  $\frac{1}{2}$  B) 1 C)  $\frac{3}{2}$   D) 2 E)  $\frac{5}{2}$

$$\pi \cdot 4^2 \cdot 3 - \pi r^2 \cdot 3 = 36\pi$$

$$3r^2 = 12 \Rightarrow r^2 = 4$$

$$r = 2$$

15. Şekilde mavi bir halı ve silindir biçiminde halı kurutma askısı gösterilmiştir. Silindir, kollar etrafında dönebilmektedir.



ABCD dikdörtgeni biçimindeki halı askıya asıldığında [AB] kenarı zemine paralel durmaktadır.

Silindir merkezi etrafında ok yönünde  $30^\circ$  döndürüldüğünde [CD] kenarı zemine  $\frac{3\pi}{2}$  birim kadar yaklaşmaktadır.

Buna göre, silindirin hacmi kaç birimküpür?

- A)  $720\pi$  B)  $750\pi$  C)  $790\pi$  D)  $800\pi$   E)  $810\pi$

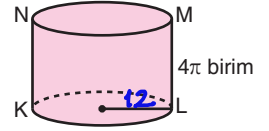
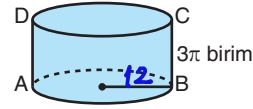
$$\frac{2\pi \cdot r \cdot 30}{360} = \frac{3\pi}{2}$$

$$r = 9$$

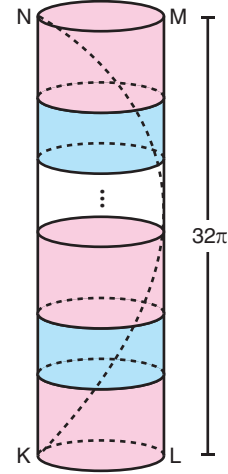
$$V = \pi \cdot 9^2 \cdot 10$$

$$V = 810\pi$$

16. Şekilde taban yarıçapları eşit ve 12 birim olan iki farklı silindir gösterilmiştir.

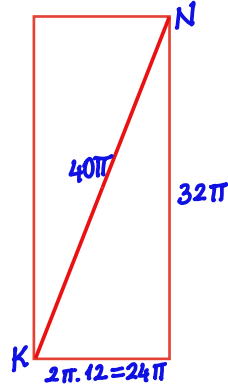


Mavi ve pembe renkli silindirlerin yükseklikleri sırası ile  $3\pi$  birim ve  $4\pi$  birimdir. Silindirler aşağıdaki şekilde olduğu gibi bir pembe bir mavi şekilde üst üste konularak yeni bir silindir elde ediliyor.



Yüksekliği  $32\pi$  birim olan silindirin K noktasından N noktasına şekildeki gibi yüzey üzerinden ve en kısa yoldan giden bir karınca, pembe ve mavi bölgelerde kaç birim yol almıştır?

- | Mavi                                           | Pembe   |
|------------------------------------------------|---------|
| <input checked="" type="checkbox"/> A) $15\pi$ | $25\pi$ |
| B) $15\pi$                                     | $20\pi$ |
| C) $10\pi$                                     | $30\pi$ |
| D) $20\pi$                                     | $20\pi$ |
| E) $25\pi$                                     | $15\pi$ |



P	4k	4π
m	3k	3π
P	4k	4π
m	3k	3π
P	4k	4π
m	3k	3π
P	4k	4π
m	3k	3π
P	4k	4π

$$32 \cdot h = 40$$

$$h = \frac{5}{4}$$

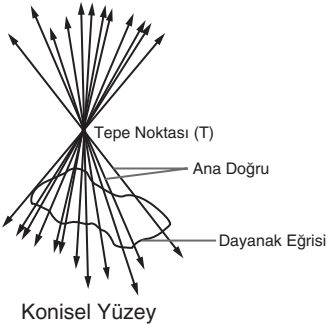
$$\text{mavi} = 20k = 25$$

$$\text{Pembe} = 12 \cdot k = 15$$

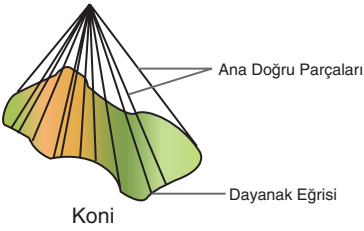
1. C	2. D	3. A	4. C	5. E	6. C	7. C	8. D
9. C	10. C	11. A	12. C	13. D	14. D	15. E	16. A

YANINDA BULUNSUN

KONİ



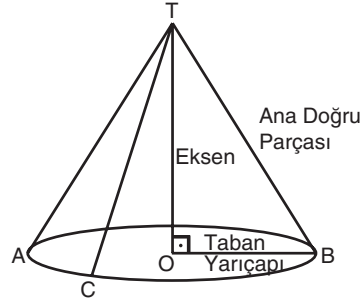
Bir düzlem üzerinde kapalı bir eğri ve düzlemin dışında bir T noktası verilmiş olsun. T noktasından geçen ve eğriyi kesen doğruların kümesine "**Konisel Yüzey**" denir. Kapalı eğriye "**Konisel Yüzeyin Dayanak Eğrisi**", T noktasına "**Konisel Yüzeyin Tepe Noktası**" denir. T noktasından geçen doğruların her birine "**Konisel Yüzeyin Ana Doğrusu**" denir.



Konisel yüzey bir düzlemlle kesildiğinde tepe noktası ile kesit arasında kalan cisme "**Koni**" denir. Düzlemsel kesite "**Koninin Tabanı**", tepenin tabana olan uzaklığına "**Koninin Yüksekliği**" denir. Tepeden tabana indirilen dikme, tabanın ağırlık merkezinden geçiyorsa bu tür konilere "**Dik Koni**", tabanı daire olan dik koniye "**Dik Dairesel Koni**" denir.

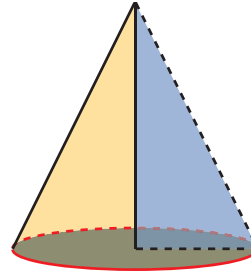


YANINDA BULUNSUN

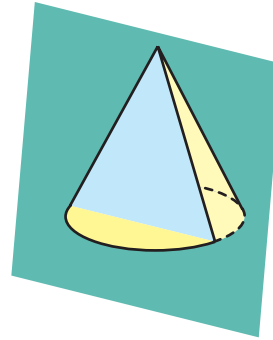


Yandaki koni, [AB] tabanın bir çapı olmak üzere, (T, AB) biçiminde gösterilir. Koninin tepe noktasından ve tabanın ağırlık merkezinden geçen doğruya "**Koninin Ekseni**" denir.

Koninin ana doğru parçalarının uzunlukları eşittir.  $(|TA| = |TB| = |TC|)$



Dik dairesel koniye "**Dönel Koni**" de denir. Dönel koni, bir dik üçgenin bir dik kenarı etrafında  $360^\circ$  döndürülmesiyle oluşan konidir.



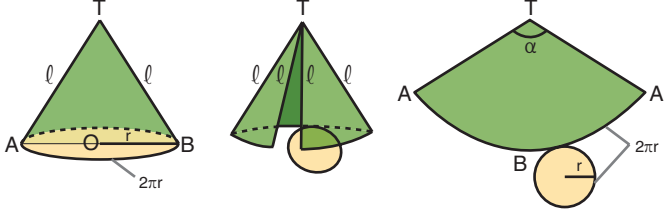
Yandaki şekilde görüldüğü gibi bir koni, tepe noktasından ve tabandan geçen bir düzlemlle kesildiğinde oluşan kesit ikizkenar üçgendir.



## YANINDA BULUNSUN

## KONİNİN YÜZEY ALANI

Koni yüzeyi, yanal yüzey ve taban yüzeyi olmak üzere iki bölümden oluşur. Taban yarıçapı  $r$ , ana doğru parçasının uzunluğu  $\ell$  olan bir koninin açılımını aşağıda verilmiştir.



Buna göre,

- Koninin yanal yüzeyi, merkez açısı  $\alpha$  ve yarıçapı  $\ell$  olan bir daire dilimidir.
- Koninin tabanı, yarıçapı  $r$  olan bir dairedir.



## YANINDA BULUNSUN

KONİNİN YANAL YÜZEY ALANI  
(DAİRE DİLİMİNİN ALANI)

Koninin taban yarıçapı  $r$ , ana doğru parçasının uzunluğu  $\ell$  olmak üzere  $r$  ile  $\ell$  arasındaki bağıntı aşağıdaki gibidir.

Yukarıdaki koninin açılımında merkez açısı  $\alpha$ , yarıçapı  $\ell$  olan daire diliminde  $\widehat{ABA'}$  yayının uzunluğu  $|\widehat{ABA'}| = \frac{2\pi \cdot \ell \cdot \alpha}{360^\circ}$  olur.

$\widehat{ABA'}$  yayının uzunluğu aynı zamanda O merkezli dairenin çevresinin uzunluğuna eşittir.

O halde,  $|\widehat{ABA'}| = 2\pi r$  olur.

Buradan,

$\frac{2\pi \cdot \ell \cdot \alpha}{360^\circ} = 2\pi \cdot r$  olduğuna göre, koninin taban yarıçapı ve ana doğru parçasının uzunluğu arasındaki bağıntı  $\frac{r}{\ell} = \frac{\alpha}{360^\circ}$  olur.

Daire diliminin alanı, yarıçap uzunluğu ile merkez açıyı gören yay uzunluğunun çarpımı şeklinde yazılırsa koninin yanal alanı  $Y_A = \frac{2\pi \cdot r \cdot \ell}{2} = \pi \cdot r \cdot \ell \Rightarrow Y_A = \pi \cdot r \cdot \ell$  olur.

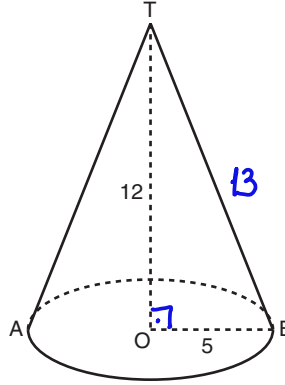
Koninin tüm yüzey alanı, yanal alan ile taban alanının toplamıdır.

Buradan koninin tüm yüzey alanı,

$$A = Y_A + T_A = \pi \cdot r \cdot \ell + \pi \cdot r^2 \text{ olur.}$$



## ÖRNEK 1.



$$|TO| = 12 \text{ birim}$$

$$|OB| = 5 \text{ birim}$$

Yandaki dik konide O noktası tabanın merkezidir.

Buna göre, koninin yanal alanı kaç  $\pi$  birimkaredir?



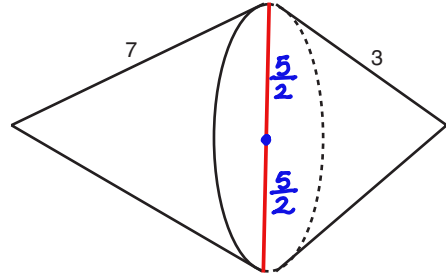
## ÇÖZÜM

$$Y.A = \pi \cdot 5 \cdot 13$$

$$Y.A = 65\pi$$



## ÖRNEK 2.



Şekilde tabanları eş olan iki dik koniden oluşan cismin taban çapı 5 birim, konilerin ana doğrularının uzunlukları 3 birim ve 7 birimdir.

Buna göre, bu cismin yüzey alanı kaç  $\pi$  birimkaredir?



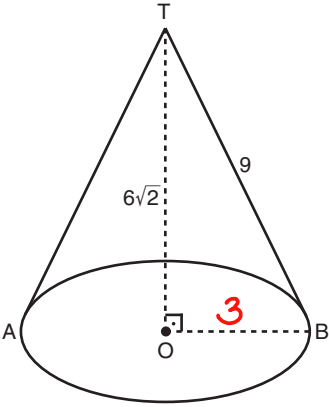
## ÇÖZÜM

$$\pi \cdot \frac{5}{2} \cdot 7 + \pi \cdot \frac{5}{2} \cdot 3$$

$$\frac{50\pi}{2} = 25\pi$$



? ÖRNEK 3.



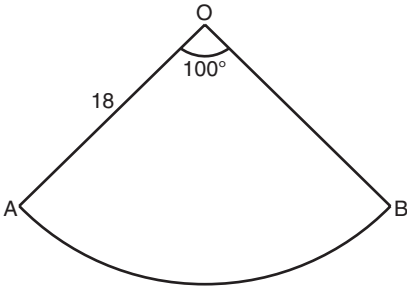
Yandaki dik konide  
O taban merkezi,  
 $|TB| = 9$  birim  
 $|TO| = 6\sqrt{2}$  birim  
Buna göre, koninin açını yapıldığında yanal alana ait daire diliminin merkez açısı kaç derecedir?

✓ ÇÖZÜM

$$\frac{r}{l} = \frac{\alpha}{360}$$

$$\frac{3}{9} = \frac{\alpha}{360} \Rightarrow \alpha = 120$$

? ÖRNEK 4.



O merkezli daire dilimi şeklindeki karton kıvrılarak dik koni oluşturuluyor.

$$m(\widehat{AOB}) = 100^\circ, |AO| = 18 \text{ cm}$$

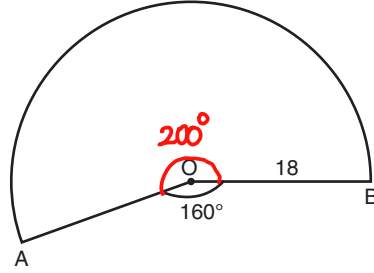
Buna göre, oluşan dik koninin taban yarıçapı kaç cm'dir?

✓ ÇÖZÜM

$$\frac{r}{l} = \frac{\alpha}{360}$$

$$\frac{r}{18} = \frac{100}{360} \Rightarrow r = 5$$

? ÖRNEK 5.



Yarıçap uzunluğu 18 cm olan daire dilimi biçimindeki kağıt A ve B noktaları üst üste gelecek şekilde kıvrılarak bir dik döne koni oluşturuluyor.

$$m(\widehat{AOB}) = 160^\circ$$

Buna göre, bu koninin taban alanı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

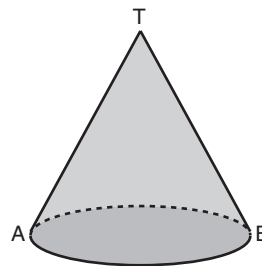
✓ ÇÖZÜM

$$\frac{r}{18} = \frac{200}{360} \Rightarrow r = 10$$

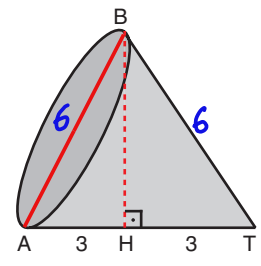
$$\pi \cdot 10^2 = 100\pi$$

? ÖRNEK 6.

Şekil 1'de verilen dik koni, Şekil 2'deki bir ana doğrusu üzerine yatırıldığında  $|AH| = 3$  birim,  $|HT| = 3$  birim olarak ölçülmüştür.



Şekil 1



Şekil 2

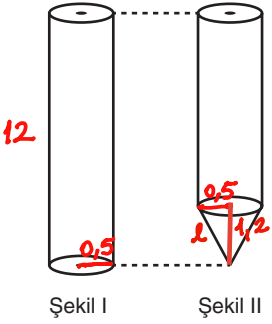
Buna göre, koninin yüzey alanı kaç  $\pi$  birimkaredir?

✓ ÇÖZÜM

$$\pi \cdot 3 \cdot 6 + \pi \cdot 3^2$$

$$18\pi + 9\pi = 27\pi$$

## ? ÖRNEK 7.



Şekil I'de silindirik biçimindeki kuruşun kalem boyu 12 cm, yarıçapı 0,5 cm'dir. Kalemtraş yardımıyla Şekil II'deki gibi ucu sivriltilmiştir.

Sivriltilen kısmın boyu 1,2 cm olduğuna göre, sivriltilen yüzeyin alanı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

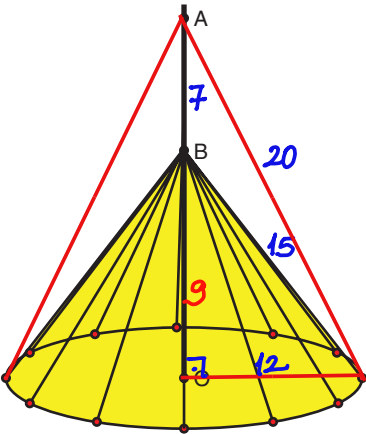
## ✓ ÇÖZÜM

$$l^2 = (0,5)^2 + (1,2)^2 \quad (5-12-13 \text{ üçgeni})$$

$$l^2 = (1,3)^2 \Rightarrow l = 1,3$$

$$\begin{aligned} Y.A &= \pi \cdot r \cdot l \\ &= \pi \cdot (0,5) \cdot (1,3) \\ &= \frac{13\pi}{20} \end{aligned}$$

## ? ÖRNEK 8.



Şekilde taban yarıçapı 12 birim ve merkezi O noktası olan dairesel bir zemin üzerine tepesi B noktası olan koni biçiminde bir çadır kurulacaktır.

$$|OB| = 9 \text{ birim}$$

$$|AB| = 7 \text{ birimdir.}$$

Çadır bezi, tabanı aynı kalmak koşuluyla tepe noktası A olacak şekilde gerdirilerek başka bir koni oluşturuluyor.

Buna göre, son durumda çadır bezinin alanı kaç birimkare büyümüştür?

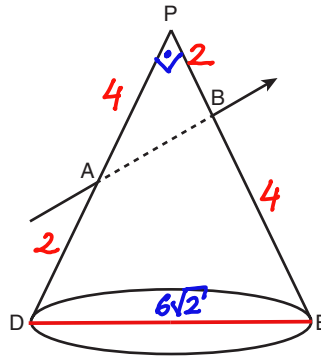
## ✓ ÇÖZÜM

$$\pi \cdot 12 \cdot 15 = 180\pi \quad \text{ilk durum}$$

$$\pi \cdot 12 \cdot 20 = 240\pi \quad \text{son durum}$$

$$240\pi - 180\pi = 60\pi$$

## ? ÖRNEK 9.



Şekilde dik koni biçimindeki çadıra, A noktasından saplanan ok B noktasından çıkıp doğrusal bir hareketle ilerliyor.

$$|PA| = 4 \text{ birim}$$

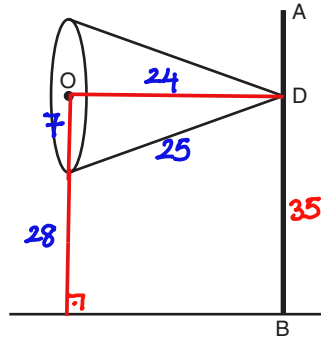
$$|AD| = |PB| = 2 \text{ birim}$$

Çadırın taban çapı  $6\sqrt{2}$  birim olduğuna göre, okun çadır içinde aldığı en kısa yol kaç birimdir?

## ✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} |AB|^2 &= 2^2 + 4^2 \\ |AB| &= 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

## ? ÖRNEK 10.



Şekilde [AB] direğine D noktasında monte edilmiş dik koni biçiminde bir hoparlör görülmektedir. Taban yüzeyinin merkezi O noktası olmak üzere,

$$[OD] \perp [AB]$$

$$|BD| = 35 \text{ birim}$$

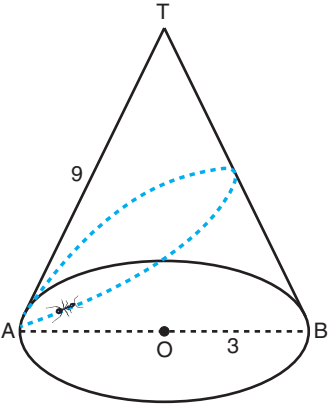
$$|OD| = 24 \text{ birim}$$

[AB] direği, yer düzlemine dik ve hoparlörün yere en yakın uzaklığı 28 birim olduğuna göre, hoparlörün yan alını kaç birimkaredir?

## ✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} Y.A &= \pi \cdot 7 \cdot 25 \\ &= 175\pi \end{aligned}$$

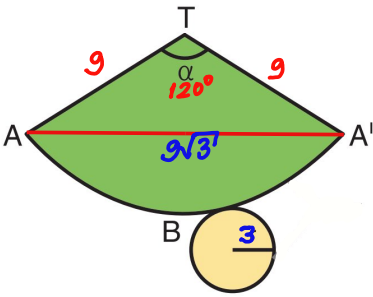
**ÖRNEK 11.**



Yandaki dik konide O taban merkezi,  
|OB| = 3 birim  
|TA| = 9 birim  
A noktasından harekete başlayan bir karınca koninin yan yüzeyi üzerinden şekildeki yolu izleyerek tekrar A noktasına varıyor.

Buna göre, karınca en az kaç birim yol almıştır?

**ÇÖZÜM**



$$\frac{r}{l} = \frac{\alpha}{360}$$

$$\frac{3}{9} = \frac{\alpha}{360} \Rightarrow \alpha = 120$$

$$|AA'| = 9\sqrt{3}$$

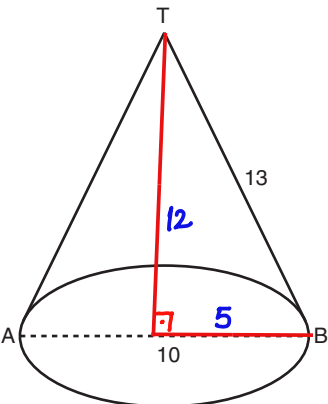
**YANINDA BULUNSUN**

**KONİNİN HACMİ**

Koninin hacmi taban alanı ile yüksekliğinin çarpımının  $\frac{1}{3}$ 'üdür.

Koninin taban yarıçapı r, yüksekliği h ise hacmi;  $\frac{\pi r^2 h}{3}$  olur.

**ÖRNEK 12.**



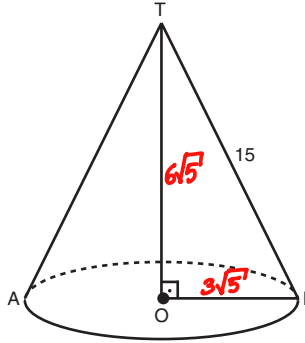
Yandaki dik konide [AB] taban çapı 10 birim, ana doğruların uzunluğu 13 birimdir.  
**Buna göre, koninin hacmi kaç  $\pi$  birimküptür?**

**ÇÖZÜM**

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot 5^2 \cdot 12$$

$$V = 100\pi$$

**ÖRNEK 13.**



Yanda verilen dik koninin taban alanı  $45\pi \text{ cm}^2$  ve ana doğruların uzunluğu 15 cm'dir.

**Buna göre, koninin hacmi kaç  $\pi \text{ cm}^3$  tür?**

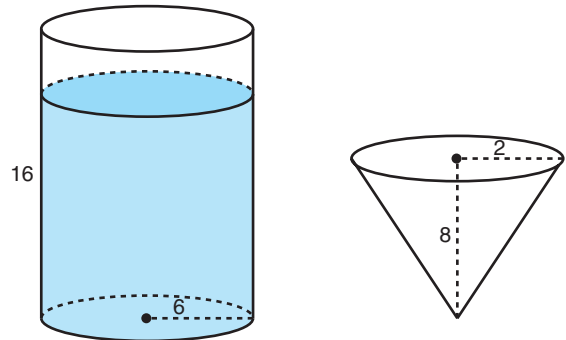
**ÇÖZÜM**

$$\pi r^2 = 45\pi \quad V = \frac{1}{3} \pi \cdot 45 \cdot 6\sqrt{5}$$

$$r^2 = 45 \quad V = 90\sqrt{5} \cdot \pi$$

ACİL MATEMATİK

**ÖRNEK 14.**



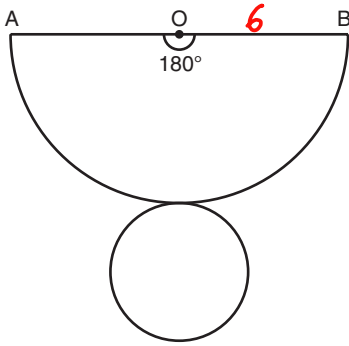
Yarıçap uzunluğu 6 cm olan silindir şeklindeki bir kabın içerisinde 16 cm yüksekliğinde su bulunmaktadır. Bu suyun tamamı yarıçapının uzunluğu 2 cm ve yüksekliği 8 cm olan koni şeklindeki boş kablara doldurulacaktır.

**Bunun için en az kaç kap gereklidir?**

## ✓ ÇÖZÜM

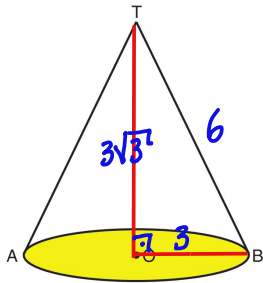
$$\frac{\pi \cdot 6^2 \cdot 16}{\frac{1}{3} \pi \cdot 2^2 \cdot 8} = 54$$

## ? ÖRNEK 15.



Şekilde bir dik koninin açısını verilmiştir.  
|AB| = 12 birim  
Buna göre, bu koninin hacmi kaç birimküptür?

## ✓ ÇÖZÜM

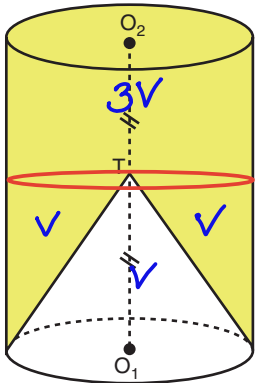


$$\frac{r}{6} = \frac{180}{360} \Rightarrow r = 3$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot 3\sqrt{3}$$

$$V = 9\sqrt{3} \cdot \pi$$

## ? ÖRNEK 16.



Şekilde tabanları çakışık dik koni ile dik silindir verilmiştir.

$$|O_1T| = |O_2T|$$

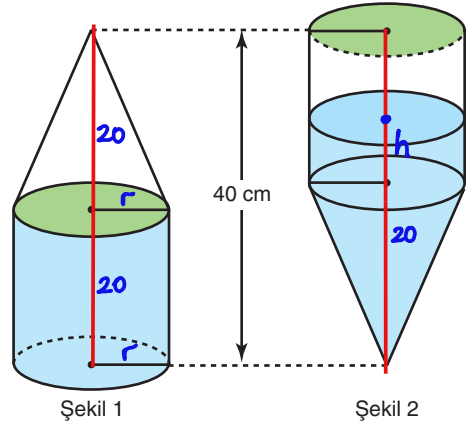
Boyalı bölge silindirden koninin çıkarılmasıyla elde edildiğine göre, boyalı bölgenin hacminin koninin hacmine oranı kaçtır?

## ✓ ÇÖZÜM

$$\frac{5V}{V} = 5$$

## ? ÖRNEK 17.

Aşağıda Şekil I'de verilen cismin yüksekliği 40 cm'dir.



Bu cisim yükseklikleri birbirine eşit dik koni ve dik silindirden oluşturulmuştur. Şekil 1'de silindirin içi tamamen su ile doludur. Buna göre, cisim Şekil II'deki gibi ters çevrilirse suyun yüksekliği kaç cm olur?

## ✓ ÇÖZÜM

$$\pi r^2 \cdot 20 = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot 20 + \pi r^2 \cdot h$$

$$h = \frac{40}{3}$$

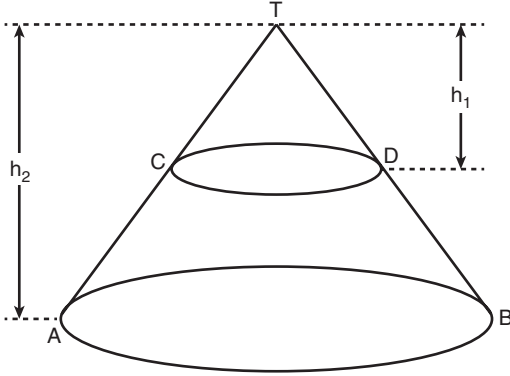
Suyun yüksekliği

$$\frac{40}{3} + 20 = \frac{100}{3}$$



**NOT**

Benzerlik oranları  $k$  olan iki koninin hacimleri oranı  $k^3$  tür.



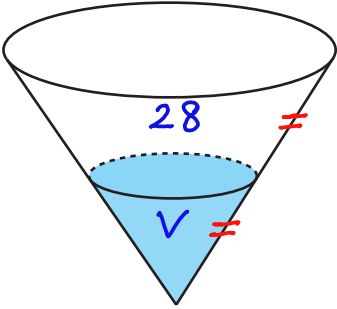
Yukarıdaki şekilde, (T, CD) konisinin yüksekliği  $h_1$  ve hacmi  $V_1$ , (T, AB) konisinin yüksekliği  $h_2$  ve hacmi  $V_2$  olsun.

Bu durumda,

$$\left(\frac{h_1}{h_2}\right)^3 = \frac{V_1}{V_2} \text{ olur.}$$



**ÖRNEK 18.**



Şekildeki koni yüksekliğinin yarısına kadar su doludur. Boş kısmın hacmi  $28 \text{ cm}^3$  tür. Buna göre, dolu kısmının hacmi kaç  $\text{cm}^3$  tür?



**ÇÖZÜM**

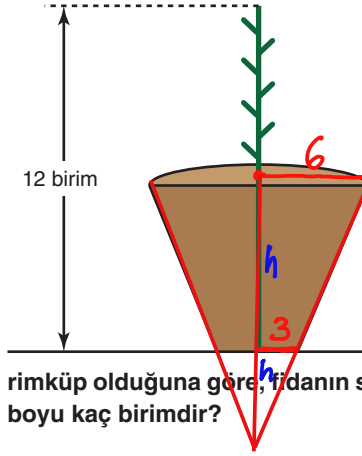
$$\frac{V}{V+28} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$7 \cdot V = 28$$

$$V = 4$$



**ÖRNEK 19.**



Şekilde kesik koni şeklindeki saksının taban yüzeyine dik olacak şekilde bir fidan dikilmiştir. Fidanın boyu 12 birimdir. Saksının taban yüzeyi ile üst yüzeyinin yarıçapları sırasıyla 3 birim ve 6 birimdir.

Saksının hacmi  $84\pi$  birimküp olduğuna göre, fidanın saksı dışında kalan kısmının boyu kaç birimdir?



**ÇÖZÜM**

$$\frac{1}{3} \pi \cdot 6^2 \cdot 2h - \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot h = 84\pi$$

$$24h - 3h = 84$$

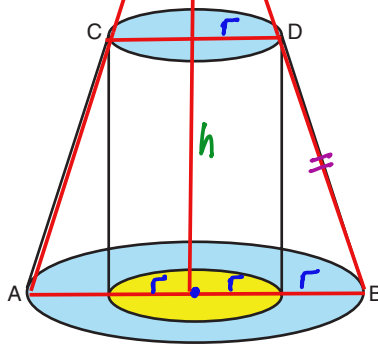
$$21 \cdot h = 84 \Rightarrow h = 4$$

$12 - 4 = 8$  bulunur.

ACIL MATEMATİK



**ÖRNEK 20.**



Şekilde kesik koni içine yerleştirilmiş silindir gösterilmiştir. Silindir ile kesik koninin taban merkezleri aynıdır.  $|AB| = 2 \cdot |CD|$

Buna göre, kesik koninin hacminin silindirin hacmine oranı kaçtır?



**ÇÖZÜM**

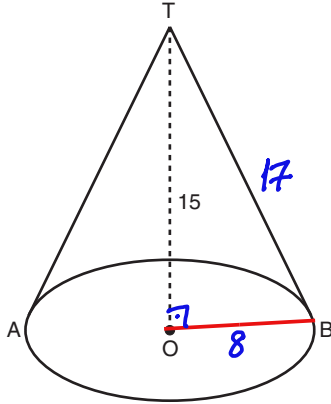
$$\text{Kesik koninin hacmi} = \frac{1}{3} \pi (2r)^2 \cdot 2h - \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{7\pi r^2 h}{3}$$

$$\text{Silindirin hacmi} = \pi r^2 h$$

$$\text{İstenen} = \frac{7}{3}$$

## Test

1.



Yukarıdaki O merkezli dik koninin yüksekliği 15 birim, hacmi  $320\pi$  birimküptür.

Buna göre, koninin yanal alanı kaç  $\pi$  birimkaredir?

- A) 100 B) 120 C) 124  D) 136 E) 144

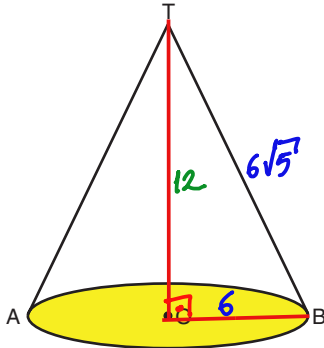
$$\frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot 15 = 320\pi$$

$$r^2 = 64$$

$$r = 8$$

$$Y.A = \pi \cdot 8 \cdot 17 = 136\pi$$

2.



Şekildeki dik koninin ana doğrusunun uzunluğu  $6\sqrt{5}$  cm ve taban çevresi  $12\pi$  cm'dir.

Buna göre, hacmi kaç  $\pi$  cm<sup>3</sup> tür?

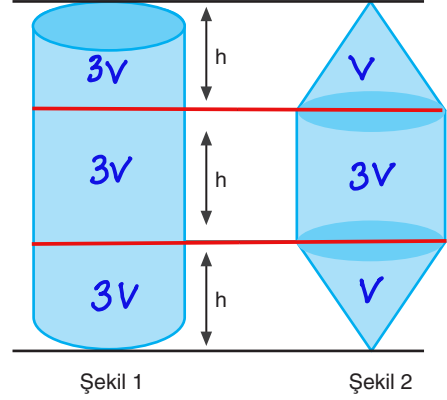
- A) 100 B) 108 C) 120 D) 132  E) 144

$$2\pi r = 12\pi \quad V = \frac{1}{3} \pi \cdot 6^2 \cdot 12$$

$$r = 6$$

$$V = 144\pi$$

3.



Şekil 1'de dik silindir biçiminde bir silgi verilmiştir. Bu silgi bir süre kullanılınc Şekil 2'deki gibi olmuştur.

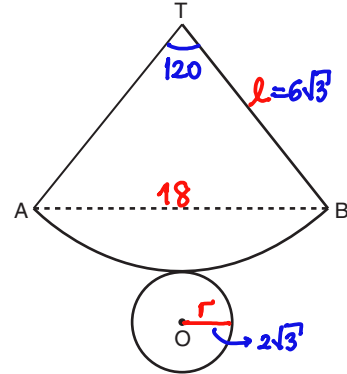
Şekil 2'deki silginin iki ucu dik koni biçiminde olduğuna göre, silginin kaçta kaçı kullanılmıştır?

- A)  $\frac{1}{3}$   B)  $\frac{4}{9}$  C)  $\frac{2}{5}$  D)  $\frac{3}{5}$  E)  $\frac{4}{5}$

$$\frac{4V}{9V} = \frac{4}{9}$$

ACİL MATEMATİK

4.



Şekilde bir dik koninin açık hali verilmiştir.

$|AB| = 18$  birim olmak üzere, dik koninin yanal alanı taban alanının 3 katıdır.

Buna göre, kapalı halde koninin hacmi kaç  $\pi$  birimküptür?

- A)  $8\sqrt{3}$  B)  $8\sqrt{6}$  C) 12

D)  $12\sqrt{6}$  E)  $16\sqrt{6}$ 

$$\pi \cdot r \cdot l = 3\pi r^2$$

$$h^2 + r^2 = l^2$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot (2\sqrt{3})^2 \cdot 4\sqrt{6}$$

$$l = 3r$$

$$h^2 + 12 = 108$$

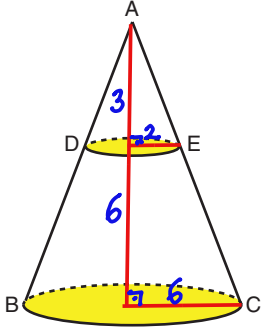
$$V = 16\sqrt{6} \cdot \pi$$

$$\frac{r}{2} = \frac{\pi}{360}$$

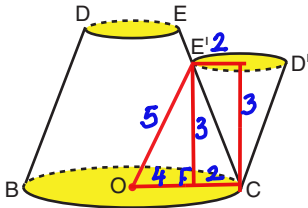
$$h = 4\sqrt{6}$$

$$\alpha = 120$$

5.



Taban yarıçapı 6 birim, yüksekliği 9 birim olan koni DE boyunca zemine paralel düzlem ile kesiliyor. Oluşan arakesit düzleminin yarıçapı 2 birimdir.



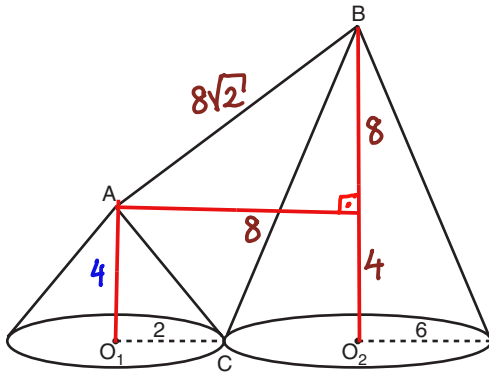
Kesilen koni, ana doğrusu [EC] ile çakışacak şekilde yapıştirılıyor. O noktası kesik koninin taban merkezidir.

Buna göre,  $|OE'|$  uzunluğu kaç birimdir?

- A) 3 B) 4  C) 5 D) 6 E) 7

$$|OE'| = 5$$

6.



Şekilde düz bir zeminde bulunan dik koni biçimindeki iki tepe C noktasında birbirine teğettir. Tepelerin hacimleri oranı 27'dir.

Büyük tepenin taban yarıçapı 6 birim, küçük tepenin yerden yüksekliği 4 birim ve taban yarıçapı 2 birim olduğuna göre, tepelerin zirveleri arasındaki  $|AB|$  uzaklığı kaç birimdir?

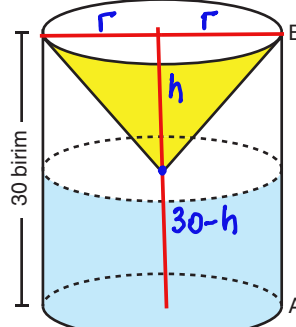
- A) 6 B) 8  C)  $8\sqrt{2}$  D) 12 E) 14

$$\frac{1}{3} \pi 6^2 \cdot h = 27 \cdot \frac{1}{3} \pi 2^2 \cdot 4$$

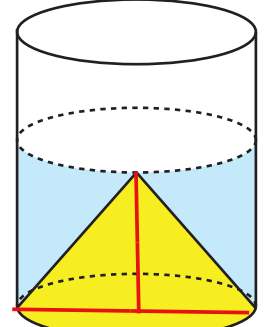
$$h = 12$$

$$|AB| = 8\sqrt{2}$$

7.



Şekil I



Şekil II

Şekil I'de bir dik silindir ile tepesi aşağıya doğru bakan bir dik koni gösterilmiştir. Silindirin içinde koninin tepe noktasına kadar su bulunmaktadır. Cisim Şekil II'deki gibi ters çevrildiğinde silindir içindeki su yine koninin tepe noktasına kadar yükselmektedir.

$$|AB| = 30 \text{ birim}$$

Buna göre, koninin yüksekliği kaç birimdir?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16  E) 18

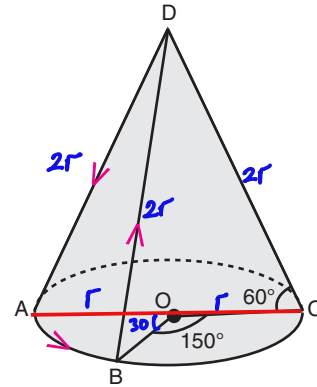
$$\pi r^2 (30-h) = \pi r^2 h - \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$30-h = \frac{2h}{3} \Rightarrow 90 = 5h$$

$$h = 18$$

ACİL MATEMATİK

8.



$$|AB| = 2\pi r \cdot \frac{30}{360}$$

$$= \frac{\pi r}{6}$$

Bir dağ dik koni biçiminde yukarıdaki gibi modellenmiştir. Bir dağcı A noktasından başlayarak oklar yönünde yol almıştır. Dağcı bu yolculukta dağ eteğinde yol alarak önce B'ye ulaşmış sonra oradan tırmanışa geçip D zirvesine çıkmış ve en sonunda da zirveden A'ya inmiştir.

A, O, C doğrusaldır.

Dağcı bu yolculukta  $2\pi + 48$  birim yol aldığına göre, dağ eteğini temsil eden dairenin yarıçapı kaç birimdir?

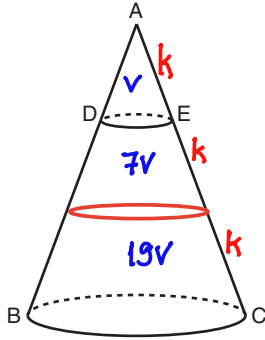
- A) 6 B) 8  C) 12 D) 16 E) 20

$$\frac{\pi r}{6} + 4r = 2\pi + 48$$

$$r = 12$$

## Test

9.

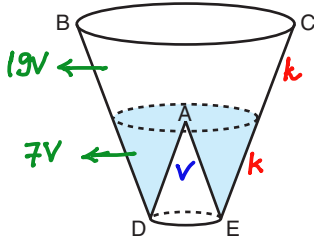


Şekil 1

Şekilde içi boş bir koni D ve E noktalarından geçen tabana paralel bir düzlem boyunca kesiliyor.

Altta ki cisim ters çevirilip üstteki koni Şekil II'deki gibi yapıştırılıyor.

$$|EC| = 2 \cdot |AE|$$



Şekil 2

Cismin içine içindeki koninin tepesine kadar su dolduruluyor.

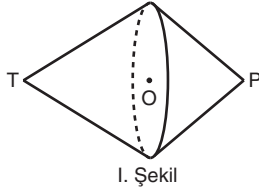
Kullanılan su 24 birimküp olduğuna göre, Şekil 1'deki koninin hacmi kaç birimküptür?

- A) 72 B) 96 C) 108 D) 118 E) 124

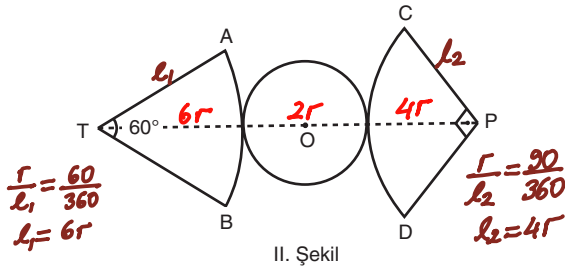
$$\begin{aligned} 7v - v &= 24 \\ 6v &= 24 \\ v &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 27 \cdot v &= 27 \cdot 4 \\ &= 108 \end{aligned}$$

10.



I. Şekil



II. Şekil

I. Şekilde verilen taban daireleri aynı olan iki dik koninin açısını II. Şekilde verilmiştir.

$$m(\widehat{ATB}) = 60^\circ, DP \perp PC$$

$$\text{II. Şekilde } |TP| = 24 \text{ cm}$$

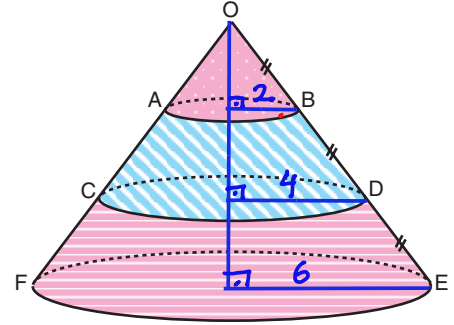
Buna göre, I. Şekilde gösterilen cismin yüzey alanı kaç  $\pi \text{ cm}^2$  dir?

- A) 24 B) 28 C) 32 D) 36 E) 40

$$\begin{aligned} 12r &= 24 \\ r &= 2 \\ l_1 &= 12 \\ l_2 &= 8 \end{aligned}$$

$$\pi \cdot 2 \cdot 12 + \pi \cdot 2 \cdot 8 = 40\pi$$

11.



Şekilde koni biçimindeki hasır şapka üç farklı desenden oluşmuş ve taban yarıçapı 6 birimdir. Koninin yan yüzü eşit aralıklarla çizilen çembersel çizgilerle üç parçaya bölünmüştür.

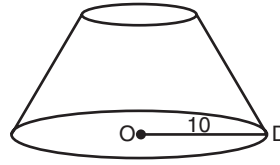
$$|OB| = |BD| = |DE|$$

olduğuna göre, mavi renkli deseni sınırlayan çemberlerin çevre uzunlukları toplamı kaç birimdir?

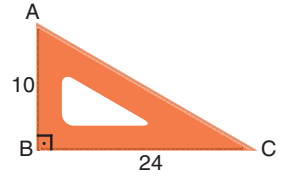
- A)  $6\pi$  B)  $8\pi$  C)  $10\pi$  D)  $12\pi$  E)  $16\pi$

$$2\pi \cdot 2 + 2\pi \cdot 4 = 12\pi$$

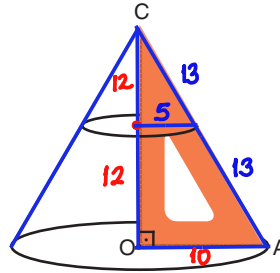
12.



Şekil I



Şekil II



Şekil III

Şekil I'deki cam kalemlik kesik dik koni biçimindedir. Şekil II'deki dik üçgen şeklindeki cetvel, kalemlığe Şekil III'teki gibi yerleştirilirse, cetvelin B köşesi koninin taban merkezine gelmektedir.

Cetvelin [AC] kenarının kalemlik içinde kalan kısmı yan yüzeye temas ediyor.

Kalemlığın taban yarıçapı 10 birim, yüksekliği 12 birim olduğuna göre, yan yüzeyinin alanı kaç birimkaredir?

- A)  $100\pi$  B)  $110\pi$  C)  $135\pi$

$$D) 165\pi$$

$$E) 195\pi$$

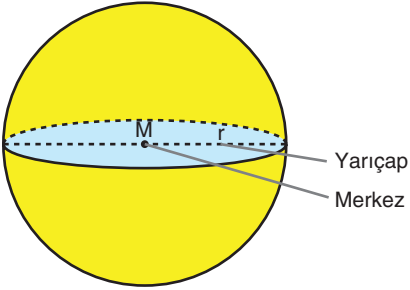
$$\begin{aligned} Y.A &= \pi \cdot 10 \cdot 26 - \pi \cdot 5 \cdot 13 \\ &= 260\pi - 65\pi \\ &= 195\pi \end{aligned}$$

1. D	2. E	3. B	4. E	5. C	6. C
7. E	8. C	9. C	10. E	11. D	12. E



YANINDA BULUNSUN

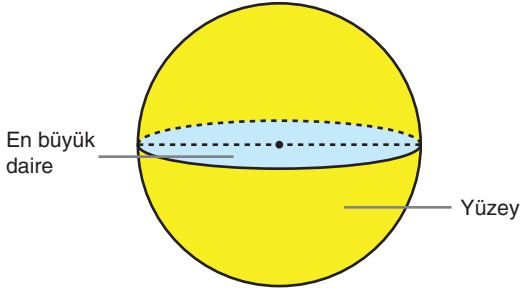
KÜRE



Uzayda sabit bir noktadan eşit uzaklıktaki tüm noktaların kümesine "**Küre Yüzeyi**", küre yüzeyi ile sınırlı cisme "**Küre**" denir.

Sabit noktaya "**Kürenin Merkezi**", kürenin üzerindeki herhangi bir noktanın merkeze uzaklığına "**Kürenin Yarıçapı**" denir.

NOT



Bir küre ile kürenin merkezinden geçen bir düzlemin ara kesiti kürenin en büyük dairesidir.

YANINDA BULUNSUN

KÜRENİN YÜZEY ALANI

Bir kürenin yüzey alanı, kürenin en büyük dairesinin alanının 4 katıdır.

Kürenin en büyük dairesinin alanı  $\pi r^2$  olduğundan kürenin yüzey alanı,

$$A = 4\pi r^2 \text{ olur.}$$

ÖRNEK 1.

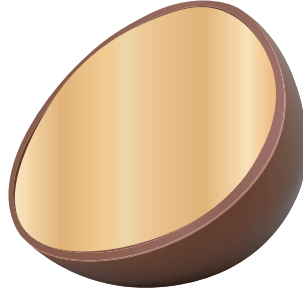
Yarıçapı 6 birim olan kürenin alanı kaç  $\pi$  birimkaredir?

ÇÖZÜM

$$A = 4\pi \cdot 6^2$$

$$A = 144\pi$$

ÖRNEK 2.



Yandaki yarım küre şeklindeki çikolatanın yarıçapı 3 birimdir. Buna göre, çikolatanın yüzey alanı kaç  $\pi$  birimkaredir?

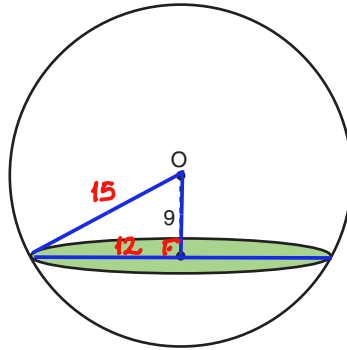
ÇÖZÜM

$$A = \frac{1}{2} \cdot 4\pi \cdot 3^2 + \pi \cdot 3^2$$

$$A = 18\pi + 9\pi$$

$$A = 27\pi$$

ÖRNEK 3.



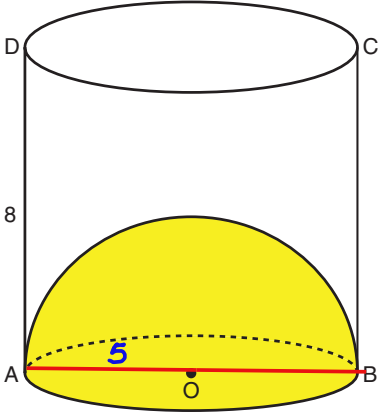
Yandaki O merkezli ve 15 birim yarıçaplı küre, merkezinden 9 birim uzaklıkta bir düzlemlle kesiliyor.

Buna göre, oluşan kesit dairenin alanı kaç birimkaredir?

ÇÖZÜM

$$\pi \cdot 12^2 = 144\pi$$

## ? ÖRNEK 4.



Şekilde taban düzlemleri çakışık yarım küre ile dik silindir verilmiştir. Yüksekliği 8 cm olan silindirin hacmi  $200\pi \text{ cm}^3$  tür.

Sarı renkli yarım küre silindirden oyularak çıkarılıyor.

Buna göre, geriye kalan cismin yüzey alanı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

## ✓ ÇÖZÜM

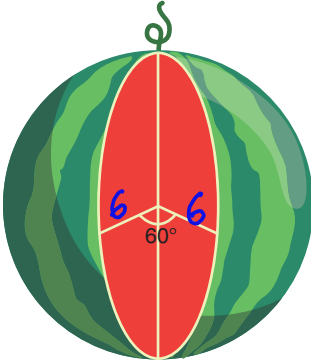
$$\begin{aligned}\pi \cdot r^2 \cdot 8 &= 200\pi \\ r^2 &= 25 \\ r &= 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Y.A. &= 2\pi \cdot 5 \cdot 8 + 2 \cdot \pi \cdot 5^2 \\ &= 130\pi\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Eksilen} &= \pi \cdot 5^2 = 25\pi \\ \text{Artan} &= \frac{1}{2} \cdot 4\pi \cdot 5^2 = 50\pi\end{aligned}$$

$$130\pi - 25\pi + 50\pi = 155\pi$$

## ? ÖRNEK 5.



Çapı 12 cm olan küre biçimindeki bir karpuzdan şekildeki gibi  $60^\circ$  lik bir karpuz dilimi kesiliyor.

Buna göre, kalan karpuzun yüzey alanı kaç  $\pi \text{ cm}^2$  olur?

## ✓ ÇÖZÜM

$$4\pi \cdot 6^2 \cdot \frac{300}{360} + \pi \cdot 6^2$$

$$120\pi + 36\pi = 156\pi$$



## YANINDA BULUNSUN

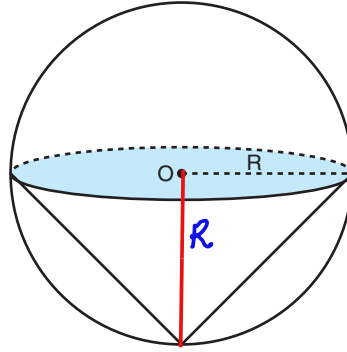
## KÜRENİN HACMI

Yarıçapı  $r$  olan bir kürenin hacmi;

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \text{ tür.}$$



## ÖRNEK 6.



Yandaki O merkezli ve R yarıçaplı kürenin içinde taban yarıçapı R olan bir koni görülmektedir.

Koninin hacmi  $10\pi \text{ cm}^3$  tür.

Buna göre, kürenin hacmi kaç  $\pi \text{ cm}^3$  tür?



## ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}\frac{1}{3} \pi \cdot R^2 \cdot R &= 10\pi \\ R^3 &= 30\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}V_{\text{küre}} &= \frac{4}{3}\pi R^3 \\ &= \frac{4}{3}\pi \cdot 30 \\ &= 40\pi\end{aligned}$$



## ÖRNEK 7.

Yarıçapı 2 birim olan 12 tane özdeş demir küre eritilerek, yarıçapı 4 birim olan bir dik silindir haline getiriliyor.

Bu silindirin yüksekliği kaç birim olur?



## ÇÖZÜM

$$12 \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3 = \pi \cdot 4^2 \cdot h$$

$$h = 8$$

**ÖRNEK 8.**

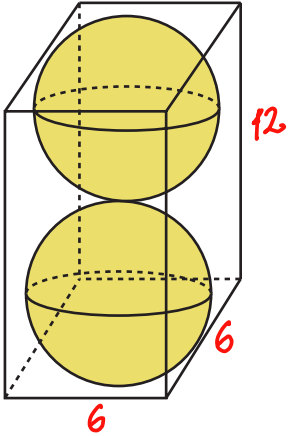
Yüzey alanları oranı  $\frac{9}{25}$  oran iki kürenin hacimleri oranı kaçtır?

**ÇÖZÜM**

$$\left(\frac{r}{R}\right)^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{r}{R}\right)^3 = \frac{27}{125}$$

**ÖRNEK 9.**



Şekildeki eş küreler birbirlerine ve kare dik prizmanın yüzeylerine teğettir.

Kürelerin hacimleri toplamı  $72\pi$  birimküp olduğuna göre, kare dik prizmanın yüzey alanı kaç birimkaredir?

**ÇÖZÜM**

$$2 \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = 72\pi$$

$$r^3 = 27$$

$$r = 3$$

$$2 \cdot (6 \cdot 6 + 6 \cdot 12 + 6 \cdot 12)$$

$$2 \cdot (36 + 72 + 72) = 360$$

**ÖRNEK 10.**

Yarıçap uzunluğu 6 cm olan bir küre yarısına kadar su ile doludur. Bu suyun tamamı yarıçapının uzunluğu 3 cm olan boş bir silindirin içine boşaltılıyor.

Boşaltma esnasında su taşmadığına göre, silindirdeki suyun yüksekliği kaç cm olur?

**ÇÖZÜM**

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi 6^3 = \pi \cdot 3^2 \cdot h$$

$$h = 16$$

**ÖRNEK 11.**



Şekilde musluktan bardağa damlayan bir su damlası görülmektedir. Su damlası Şekil II'deki gibi koni ve yarım küreden oluşmaktadır. Yüksekliği 5 birim olarak belirlenen damlanın küre kısmının yarıçapı 2 birimdir.

Bardağa Şekil II'deki damlalardan 30 tane damladığında bardak tam olarak dolduğuna göre, bardağın hacmi kaç birimküptür?

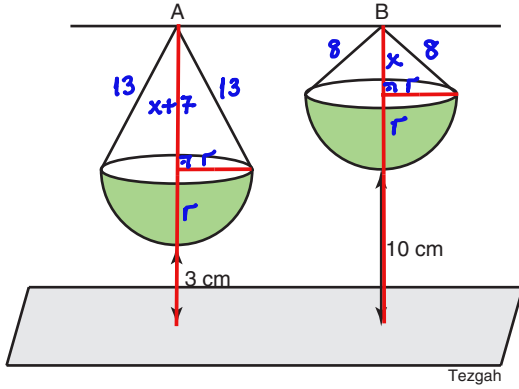
**ÇÖZÜM**

$$\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 2^3 + \frac{1}{3} \pi \cdot 2^2 \cdot 3\right) \cdot 30$$

$$\left(\frac{16\pi}{3} + \frac{12\pi}{3}\right) \cdot 30 = 28\pi \cdot 10 = 280\pi$$

## ? ÖRNEK 12.

Özdeş iki yarım küre şeklindeki yemek kapları 26 cm ve 16 cm ipler ile aşağıdaki gibi aynı yükseklikten asılıyor.



A ve B noktalarından asılan kapların tezgah yüzeyine en yakın uzaklıkları sırası ile 3 cm ve 10 cm'dir.

Her iki durumda ipler orta noktalarından asıldıklarına göre, herhangi bir kabın hacmi kaç  $\text{cm}^3$  tür?

## ✓ ÇÖZÜM

$$- / x^2 + r^2 = 64$$

$$(x+7)^2 + r^2 = 169$$

$$14x + 49 = 105$$

$$14x = 56$$

$$x = 4$$

$$16 + r^2 = 64$$

$$r^2 = 48$$

$$r = 4\sqrt{3}$$

$$V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$$

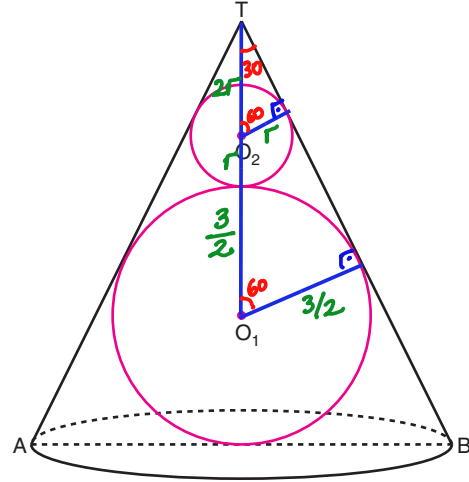
$$V = \frac{4}{3} \pi \cdot 64 \cdot 3\sqrt{3}$$

$$V = 256\sqrt{3} \cdot \pi$$

Yarım Kürenin Hacmi

$$\frac{V}{2} = 128\sqrt{3} \cdot \pi$$

## ? ÖRNEK 13.



Şekilde ATB kesiti eşkenar üçgen olan dik koninin içine birbirine ve koninin yüzeylerine teğet olacak biçimde  $O_1$  ve  $O_2$  merkezli küreler yerleştirilmiştir.

$O_1$  merkezli kürenin alanı  $9\pi \text{ cm}^2$  olduğuna göre,  $O_2$  merkezli kürenin hacmi kaç  $\text{cm}^3$  tür?

## ✓ ÇÖZÜM

$$4\pi \cdot r^2 = 9\pi$$

$$r = \frac{3}{2}$$

$$3r + \frac{3}{2} = 3$$

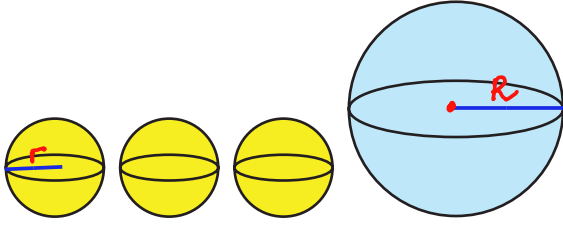
$$r = \frac{1}{2}$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$V = \frac{4}{3} \pi \cdot \frac{1}{8}$$

$$V = \frac{\pi}{6}$$

1.



Şekilde üç tane özdeş sarı küre ve bir tane mavi küre gösterilmiştir. Sarı renkli kürelerin hacimleri toplamı, mavi renkli kürenin hacmine eşittir.

Buna göre, mavi renkli kürenin yarıçap uzunluğu sarı renkli kürelerden birinin yarıçap uzunluğunun kaç katıdır?

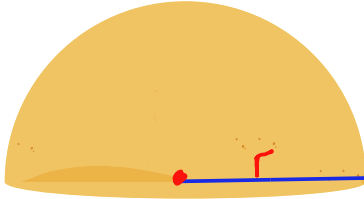
- A)  $\sqrt[3]{2}$  B)  $\sqrt[3]{3}$  C)  $\sqrt{2}$  D)  $\sqrt{3}$  E) 2

$$3 \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$R^3 = 3r^3$$

$$R = \sqrt[3]{3} \cdot r$$

2.



Şekilde yarım küre şeklinde istif edilmiş kumun zeminde kapladığı alan  $16\pi$  birimkaredir. Bu kum kullanılarak bir duvar yüzeyinin sıvası yapılacaktır. Duvarın bir birimkarelik yüzeyi için 2 birimküp kum kullanılmaktadır.

Bu işlem için kumun tamamı kullanıldığına göre, duvar yüzeyinin alanı kaç  $\pi$  birimkaredir?

- A) 48 B) 40 C)  $\frac{110}{3}$  D)  $\frac{100}{3}$  E)  $\frac{64}{3}$

$$\pi \cdot r^2 = 16\pi \Rightarrow r = 4$$

$$V = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 4^3 = \frac{128}{3} \pi$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ br}^2 \\ x \end{array} \right\} \frac{128}{3} \pi \quad \left. \begin{array}{l} 2 \text{ br}^3 \text{ ise} \\ x \end{array} \right\} x = \frac{64}{3}$$

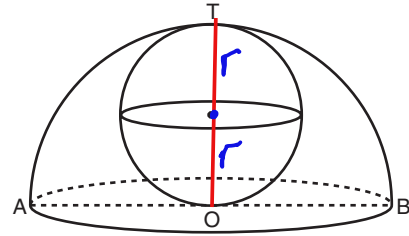
3. Alanı sayıca hacmine eşit olan kürenin yarıçapı kaç birimdir?

- A) 1 B)  $\frac{3}{2}$  C) 3 D)  $\frac{9}{2}$  E) 6

$$4\pi r^2 = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$r = 3$$

4.



Şekilde [AB] çaplı yarım kürenin iç bölgesine yerleştirilebilecek en büyük küre verilmiştir.

Buna göre, yarım kürenin hacminin içteki kürenin hacmine oranı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D)  $\frac{9}{2}$  E) 6

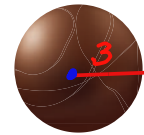
$$\frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot (2r)^3}{\frac{4}{3} \pi \cdot r^3} = \frac{4r^3}{r^3} = 4$$

ACIL MATEMATİK

5.



Şekil I



Şekil II

Şekil I'de koni şeklindeki dondurma külahının içerisine, Şekil II'deki küre biçimindeki çikolatalardan iki tane eritilerek külahı aktarıldığında, külah tamamen doluyor.

Çikolata toplarının yarıçapı 3 birim, külahın taban yarıçapı 2 birim olduğuna göre, külahın yüksekliği kaç birimdir?

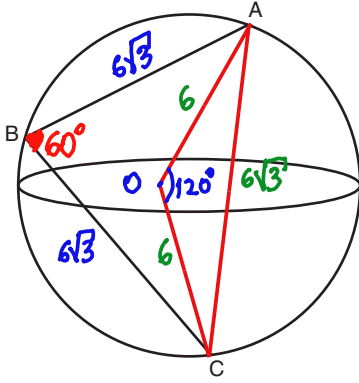
- A) 72 B) 64 C) 54 D) 48 E) 27

$$2 \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 3^3 = \frac{1}{3} \pi \cdot 2^2 \cdot h$$

$$h = 54$$

## Test

6.



Şekilde küre biçiminde olan bir kavanozun içinde [AB] ve [BC] çubukları bulunuyor. A, B, C noktaları içi boş kavanozun yüzeyinde bulunan noktalarıdır.

$$m(\widehat{ABC}) = 60^\circ \text{ ve } |AB| = |BC| = 6\sqrt{3} \text{ birim}$$

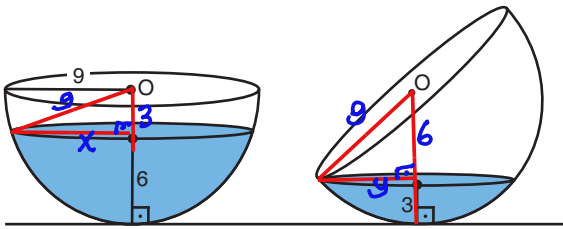
olduğuna göre, kürenin hacmi kaç birimküptür?

- A)  $426\pi$  B)  $360\pi$  C)  $290\pi$   D)  $288\pi$  E)  $144\pi$

$$V = \frac{4}{3} \pi \cdot 6^3$$

$$V = 288\pi$$

7.



Yarıçapı 9 birim olan yarım küre şeklindeki kaptaki 6 birim yüksekliğinde sıvı bulunmaktadır. II. konumda kap sıvı yüksekliği 3 birim oluncaya kadar eğiliyor.

Buna göre, sıvıların üst yüzey alanları farkı kaç  $\pi$  birimkaredir?

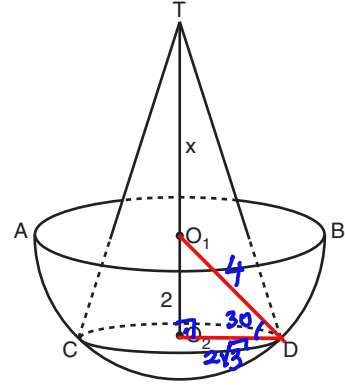
- A) 18 B) 21 C) 24 D) 25  E) 27

$$x^2 + 3^2 = 9^2 \Rightarrow x^2 = 72$$

$$y^2 + 6^2 = 9^2 \Rightarrow y^2 = 45$$

$$\pi \cdot x^2 - \pi \cdot y^2 = 72\pi - 45\pi = 27\pi$$

8.



Şekilde  $O_1$  merkezli 4 birim yarıçaplı yarım küre ile merkezinden 2 birim uzaklıktaki  $O_2$  merkezli kesit yüzeyini taban kabul eden dik koni verilmiştir.  $O_1$  ve  $O_2$  merkezli dairesel yüzeyler paralel ve T,  $O_1$ ,  $O_2$  noktaları doğrusaldır.

Yarım küre ve dik koninin hacimleri eşit olduğuna göre,  $|TO_1|$  kaç birimdir?

- A)  $\frac{16}{3}$  B)  $\frac{19}{3}$  C)  $\frac{22}{3}$   D)  $\frac{26}{3}$  E)  $\frac{28}{3}$

$$\frac{1}{3} \pi \cdot 12 \cdot (x+2) = \frac{4}{3} \pi \cdot 64 \cdot \frac{1}{2}$$

$$3x + 6 = 32$$

$$x = \frac{26}{3}$$

9.

Bir kürenin yarıçap uzunluğu %20 küçültüldüğünde kürenin yüzey alanı  $81\pi \text{ cm}^2$  azalmaktadır.

Buna göre, başlangıçtaki kürenin yarıçap uzunluğu kaç cm'dir?

- A) 5 B)  $\frac{11}{2}$  C)  $\frac{13}{2}$   D)  $\frac{15}{2}$  E) 8

$$10r \text{ olsun. } \rightarrow 8r$$

$$4\pi \cdot (10r)^2 - 4\pi \cdot (8r)^2 = 81\pi$$

$$144r^2 = 81 \Rightarrow r = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$10r = \frac{15}{2} \text{ bulunur.}$$

1. B	2. E	3. C	4. C	5. C	6. D	7. E	8. D	9. D
------	------	------	------	------	------	------	------	------

YANINDA BULUNSUN



E örnek uzayında A ve B iki olay olsun. B olayının gerçekleşmiş olması halinde A olayının gerçekleşme olasılığına "**A Olayının B Olayına Bağlı Koşullu Olasılığı**" denir ve bu olasılık  $P(A|B)$  şeklinde gösterilir.

A olayının B olayına bağlı koşullu olasılığı,  $P(B) \neq 0$  olmak üzere,

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

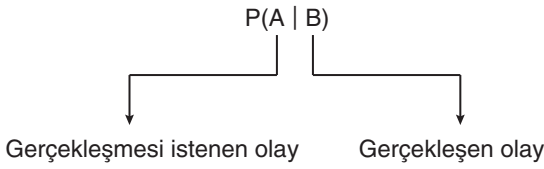
şeklindedir.

$$P(A \cap B) = \frac{s(A \cap B)}{s(E)}, P(B) = \frac{s(B)}{s(E)}$$

ve  $s(B) \neq 0$  olmak üzere,

$$P(A|B) = \frac{s(A \cap B)}{s(B)}$$

şeklindedir.



ÖRNEK 1.

E örnek uzayında A ve B olayları için,

$$P(A) = \frac{1}{4} \text{ ve } P(A \cap B) = \frac{1}{6} \text{ veriliyor.}$$

Buna göre, B olayının A olayına bağlı koşullu olasılığı  $P(B|A)$  kaçtır?

ÇÖZÜM

$$P(B|A) = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{4}} = \frac{2}{3}$$

ÖRNEK 2.

Bir zar atma deneyinde zarın üst yüzüne 4'ten küçük bir sayı geldiği bilindiğine göre, bu sayının asal sayı olma olasılığı kaçtır?



ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \text{Tüm Durum} &= \{1, 2, 3\} \\ \text{İstenen Durum} &= \{2, 3\} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$



ÖRNEK 3.

40 kişilik bir sınıfta her öğrenci İngilizce ve Almanca dillerinden en az birini konuşabilmektedir.

İngilizce konuşabilen 30, Almanca konuşabilen 16 kişi vardır.

Sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin Almanca konuşabildiği bilindiğine göre, bu öğrencinin İngilizce de konuşabiliyor olma olasılığı kaçtır?



ÇÖZÜM

ACIL MATEMATİK



$$\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$



ÖRNEK 4.

İçinde 3 mavi, 3 kırmızı ve 2 beyaz top bulunan bir torbadan rastgele 2 top seçiliyor.

Seçilen bu toplardan birinin kırmızı olduğu bilindiğine göre, diğerinin de kırmızı olma olasılığı kaçtır?



ÇÖZÜM

$$\frac{\binom{3}{2}}{\binom{3}{2} + \binom{3}{1} \cdot \binom{5}{1}} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$$

## ? ÖRNEK 5.

Bir çift zarın atılması deneyinde üst yüze gelen sayıların çarpımının çift sayı olduğu biliniyor.

Buna göre, bu sayılardan birinin tek sayı olma olasılığı kaçtır?

## ✓ ÇÖZÜM

$$G = \{2, 4, 6\} \quad T = \{1, 3, 5\}$$

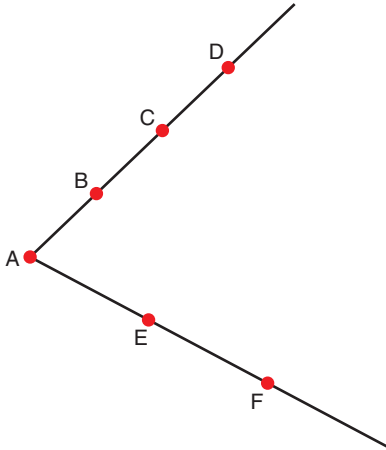
$$G \cdot G + T \cdot G + G \cdot T$$

$$T \cdot D = 3 \cdot 3 + 3 \cdot 3 + 3 \cdot 3 = 27$$

$$i \cdot D = 3 \cdot 3 + 3 \cdot 3 = 18$$

$$\frac{18}{27} = \frac{2}{3}$$

## ? ÖRNEK 6.



Yukarıda 6 farklı nokta gösterilmiştir. Köşeleri bu noktalardan oluşan tüm üçgenlerden biri rastgele seçiliyor.

Seçilen bu üçgenin bir köşesinin A noktası olduğu bilindiğine göre, bir köşesinin C noktası olma olasılığı kaçtır?

## ✓ ÇÖZÜM

$$T \cdot D = \binom{3}{1} \cdot \binom{2}{1} = 6$$

$$i \cdot D = \binom{2}{1} = 2$$

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

## ? ÖRNEK 7.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Şekilde gösterilen 10'a kadar çarpım tablosunda, sonuçların olduğu kısımdan rastgele bir sayı seçiliyor.

Seçilen bu sayının 7'nin tam katı olduğu bilindiğine göre, bu sayının aynı zamanda 5'in de bir tam katı olma olasılığı kaçtır?

## ✓ ÇÖZÜM

$$T \cdot D = 19 \quad i \cdot D = 4$$

$$\frac{4}{19}$$

## ? ÖRNEK 8.

1, 2, 3, 4, 5, 6

rakamlarından istenilenlerle yazılacak üç basamaklı bir sayıda her rakam hemen sağında bir rakam varsa o rakamdan büyük olacaktır.

Örneğin; 531 böyle bir sayıdır.

Mehmet'in bu şartlara bağlı kalarak yazdığı üç basamaklı bir sayıda yüzler basamağındaki rakamın birler basamağındaki rakamdan 3 fazla olduğu bilinmektedir.

Buna göre, Mehmet'in yazdığı sayının tek sayı olma olasılığı kaçtır?

## ✓ ÇÖZÜM

4b1 → b yerine 2 ve 3  
5b2 → b yerine 3 ve 4  
6b3 → b yerine 4 ve 5 } 6 sayı

$$T \cdot D = 6 \quad i \cdot D = 4$$

$$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$



**ÖRNEK 9.**

Bariş, bir zarı art arda iki kez atıyor.

1. atışta çift sayı gelmediği, 2. atışta asal sayı gelmediği bilindiğine göre, bu iki atış sonunda gelen sayıların toplamının çift sayı olma olasılığı kaçtır?

**ÇÖZÜM**

$$1. \text{ atışta} = \{1, 3, 5\}$$

$$2. \text{ atışta} = \{1, 4, 6\}$$

$$T.D = 3 \cdot 3 = 9 \quad i.D = 3 \cdot 1 = 3$$

$$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

**ÖRNEK 10.**

$P(x)$  polinomu için,

- İkinci derecedendir.
- Katsayıları doğal sayılardır.
- Katsayıları toplamı 4'tür.

ifadelerinin doğru olduğu bilindiğine göre,  $P(x)$  polinomu-  
nun sabit teriminin 2 olma olasılığı kaçtır?

**ÇÖZÜM**

$$a \neq 0, P(x) = ax^2 + bx + c$$

$$a + b + c = 4$$

4	0	1	3
3	1	2	1
2	2	4	0
1	3	3	0
		2	1
		1	2
		1	1
		2	0
		1	0

$$T.D = 10 \quad i.D = 2$$

$$\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

**ÖRNEK 11.**

3 evli çift ve 2 bekar kişinin bulunduğu 8 kişi arasından rastgele 2 kişi seçiliyor.

Seçilen bu kişilerin evli çift olmadıkları bilindiğine göre, bi-  
rinin evli diğerinin bekar olma olasılığı kaçtır?

**ÇÖZÜM**

$$\frac{\binom{6}{1} \cdot \binom{2}{1}}{\binom{3}{2} \cdot 2 \cdot 2 + \binom{6}{1} \binom{2}{1} + \binom{2}{2}} = \frac{12}{25}$$

2 side evli      Bir evli  
bir bekar      ikiside  
bekar



**YANINDA BULUNSUN**

**BAĞIMLI VE BAĞIMSIZ OLAYLAR**

E örnek uzayında A ve B olayları için  $P(A) > 0$ ,  $P(B) > 0$  olmak üzere, B olayının gerçekleşme olasılığı A olayının gerçekleşmesini etkilemiyorsa "**A Olayı B Olayından Bağımsız**" denir.

A ve B olayları bağımsız ise  $P(A|B) = P(A)$  olur.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \text{ olduğundan, } P(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \text{ olur.}$$

Buradan,  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$  bulunur.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B) \text{ olur.}$$

A olayının gerçekleşmesi B olayının gerçekleşmesini etkiliyorsa A ve B olaylarına "**Bağımlı Olaylar**" denir.

Buna göre, A ile B bağımlı olaylar ise  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$  olur.

ACIL MATEMATİK

**ÖRNEK 12.**

E örnek uzayında A ve B bağımsız iki olaydır.

$$P(A) = \frac{1}{2} \text{ ve } P(B) = \frac{2}{5}$$

Buna göre,  $P(A \cup B)$  değeri kaçtır?

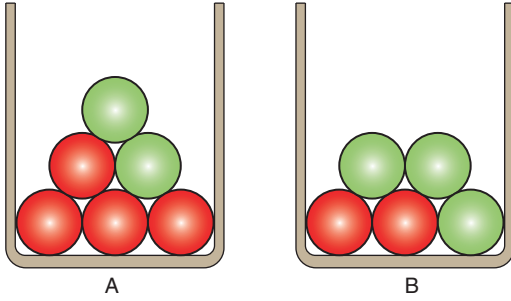
**ÇÖZÜM**

$$P(A \cup B) = \frac{1}{2} + \frac{2}{5} - \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{2}{5} - \frac{1}{5}$$

$$= \frac{7}{10}$$

## ? ÖRNEK 13.



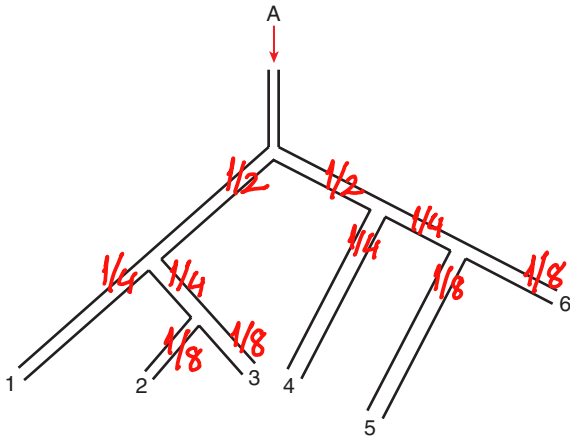
Şekilde A kutusunda 4 kırmızı ve 2 yeşil bilye, B kutusunda 3 yeşil ve 2 kırmızı bilye vardır. A ve B kutularından birer top alınıyor.

Buna göre, alınan topların aynı renkte olma olasılığı kaçtır?

## ✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} & KK + YY \\ & \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{14}{30} \\ & = \frac{7}{15} \end{aligned}$$

## ? ÖRNEK 14.



Şekilde A noktasından bırakılan bir top 1, 2, 3, 4, 5 veya 6 numaralı deliklerden dışarı çıkacaktır.

Topun herhangi bir yol ayırımında takip edebileceği yollardan gitme olasılığı eşittir.

Buna göre, topun 2 numaralı delikten çıkma olasılığı, 6 numaralı delikten çıkma olasılığının kaç katıdır?

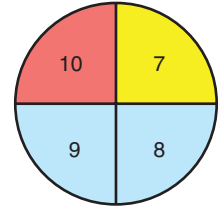
## ✓ ÇÖZÜM

$$\frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{8}} = 1$$

## ? ÖRNEK 15.

1	2	3
4	5	6

Şekil I



Şekil II

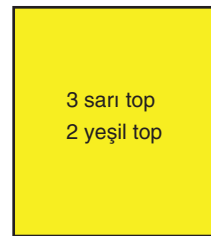
Esmâ adında bir öğrenci birinci ve ikinci şekilden birer sayı seçiyor.

Buna göre, Esmâ'nın seçtiği sayıların aynı renkli bölgeden olma olasılığı kaçtır?

## ✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} & KK + MM + SS \\ & \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{4} + \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{4} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4} = \frac{8}{24} \\ & = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

## ? ÖRNEK 16.



Sarı Kutu



Yeşil Kutu

Yukarıda gösterilen sarı kutuda 3 sarı top ve 2 yeşil top, yeşil kutuda ise 3 yeşil top ve 2 sarı top vardır. Rastgele seçilen bir kutudan bir top çekiliyor.

Buna göre, seçilen kutunun rengi ile çekilen topun renginin farklı olma olasılığı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM



$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$$

? ÖRNEK 17.

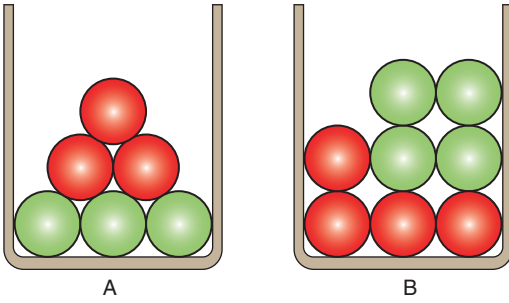
Bir zar ve 2 özdeş madeni para havaya atılıyor.

Buna göre, zarın üst yüzünde görünen sayının 2'den büyük ve paraların görünen yüzlerinin aynı olma olasılığı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\frac{4}{6} \cdot \frac{2}{4} = \frac{1}{3}$$

? ÖRNEK 18.



Şekilde A kutusunda 3 yeşil ve 3 kırmızı top, B kutusunda 4 kırmızı ve 4 yeşil top vardır. A kutusundan bir top alınıp B kutusuna sonra B kutusundan bir top alınıp A kutusuna atılıyor.

Buna göre, son durumda A kutusundaki kırmızı top sayısının yeşil top sayısının iki katı olma olasılığı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\frac{3}{6} \cdot \frac{4}{9} = \frac{2}{9}$$

? ÖRNEK 19.

Bir kilidi 5 anahtardan iki tanesi açabilmektedir. Anahtarlar teker teker deniyor ve denenen anahtar kilidi açamıyorsa, o anahtar tekrar denenmiyor.

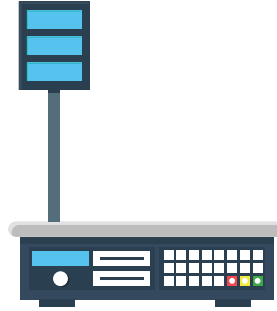
Buna göre, kilidin üçüncü denemede açılma olasılığı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{5}$$

↓ Açılmadı    ↓ Açılmadı    ↓ Açıldı

? ÖRNEK 20.



Şekil I



Şekil II

Şekilde iki farklı terazi gösterilmiştir.

Şekil I'deki terazi ağırlıkları,

- %40 olasılıkla 1 kg fazla
- %30 olasılıkla 1 kg eksik ve
- %30 olasılıkla tam ölçmektedir.

Şekil II'deki terazi ağırlıkları,

- %30 olasılıkla 1 kg fazla
- %20 olasılıkla 1 kg eksik ve
- %50 olasılıkla tam ölçmektedir.

Mehmet Bey, 8 kg ve 10 kg'lık iki ağırlığı rastgele bu iki teraziye her teraziye biri gelecek şekilde bırakıyor.

Buna göre, terazilerin ölçüm sonucunda aynı değeri gösterme olasılığı yüzde kaçtır?

## ✓ ÇÖZÜM

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{40}{100} \cdot \frac{20}{100} + \frac{1}{2} \cdot \frac{30}{100} \cdot \frac{30}{100}$$

$\downarrow$  8 kg fazla     $\downarrow$  10 kg eksik     $\downarrow$  10 kg eksik     $\downarrow$  8 kg fazla

$$\frac{1}{2} \left( \frac{8}{100} + \frac{9}{100} \right) = \frac{8,5}{100} \rightarrow \% 8,5$$

## ? ÖRNEK 21.



Bir mağazaya giren Esmâ ve Zeynep, alt ve üst rafın olduğu iki bölümden oluşan kıyafet reyonunun önünde durmuşlardır.

Raflarda duran kıyafetlerden ikisi pembe, üçü mavi, ikisi sarı ve biri mor renklidir. Kıyafetlerin raflardaki görüntüsü görselde verildiği gibidir.

Esmâ üst raftan, Zeynep ise alt raftan birer kıyafet beğenmiştir.

**Buna göre, beğendikleri kıyafetlerin aynı renkte olma olasılığı kaçtır?**

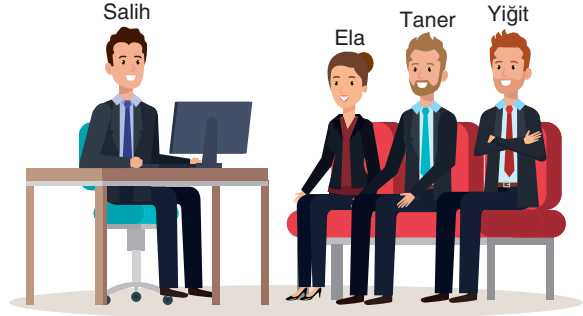
## ✓ ÇÖZÜM

$$MM + SS + PP$$

$$\frac{2}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}$$

$$\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

## ? ÖRNEK 22.



Şekilde bir iş başvurusuna gelen Ela, Taner ve Yiğit adında üç kişi ve mülakatı yapan Salih Bey gözükmektedir.

Salih Bey, bir soru soracak ve bu soruya oturma düzenine göre sırasıyla Ela, Taner ve Yiğit cevap vereceklerdir. Eğer soruyu Ela bilemezse aynı soru Taner'e o da bilemezse aynı soru Yiğit'e sorulacaktır.

İlk doğru yanıtı veren mülakatı kazanacaktır. Ela'nın sorulacak soruya doğru yanıtı verme olasılığı %40, Taner'in %50 ve Yiğit'in %60'tır.

**Buna göre, mülakatı Yiğit'in kazanma olasılığı kaçtır?** (Sırası gelen kişinin sadece bir cevap hakkı vardır.)

## ✓ ÇÖZÜM

$$\frac{60}{100} \cdot \frac{50}{100} \cdot \frac{60}{100} = \frac{180}{1000}$$

$$= \frac{9}{50}$$



YANINDA BULUNSUN

BİLEŞİK OLAYLAR

Bir deneyin tüm çıktıklarına "**Olay**", sadece bir çıktısından oluşan kümeye "**Basit Olay**", birden çok çıktısından oluşan kümeye "**Bileşik Olay**" denir.

Bir zar atma deneyinde zarın üst yüzeyindeki sayının 4 olması basit olay, çift sayı olması bileşik olaydır.

## ? ÖRNEK 23.

40 kişilik bir sınıftaki öğrencilerin 16'sı kızdır. Kızların 6'sı ve erkeklerin 10'u gözlüklüdür.

**Buna göre, sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin erkek veya gözlüklü olma olasılığı kaçtır?**

✓ ÇÖZÜM

	G. lü	G. süz
Kız	6	10
Erkek	10	14

$$\frac{30}{40} = \frac{3}{4}$$

? ÖRNEK 24.

İki zar ve bir madeni para atılıyor.

Zarların üst yüzeyine gelen sayıların toplamının 5 veya madeni paranın yazı gelme olasılığı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

(1,4), (4,1), (2,3), (3,5)

$$\frac{4}{36} + \frac{1}{2} - \frac{4}{36} \cdot \frac{1}{2} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$$

? ÖRNEK 25.

Bir hedefi Elif ve Yunus'un vurma olasılıkları sırasıyla

$\frac{1}{2}$  ve  $\frac{1}{3}$  tür.

Buna göre, birer atış sonunda hedefin Elif veya Yunus tarafından vurulma olasılığı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

? ÖRNEK 26.

1, 2, 3, 4, 5 ve 6 sayılarının tümü altı tane beyaz kartın her birine, her kartta bir sayı olacak şekilde; 2, 3 ve 4 sayılarının tümü üç kırmızı kartın her birine, her kartta bir sayı olacak şekilde yazılarak tüm kartlar bir kutuya atılıyor.

Buna göre, kutudan rastgele seçilen bir kartın kırmızı renkli veya asal sayı numaralı olma olasılığı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\frac{3}{9} + \frac{5}{9} - \frac{2}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

? ÖRNEK 27.

Bir sınıf listesinde 1, 2, 3, ..., 20 no'lu yirmi öğrencinin adı vardır. Tek numaralı öğrenciler erkek, çift numaralı öğrenciler kızdır.

Buna göre, bir öğretmenin bu listeye bakarak rastgele seçtiği bir öğrencinin erkek veya 5'in tam katı numaralı bir öğrenci olma olasılığı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

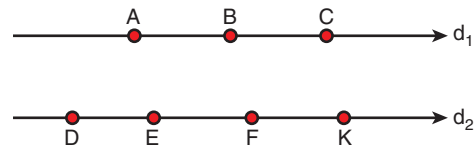
1, 3, 5, ..., 19 → 10 erkek

5, 10, 15, 20 → 5'in katı

5, 15 → hem erkek hem 5'in katı

$$\frac{10}{20} + \frac{4}{20} - \frac{2}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

? ÖRNEK 28.



Şekilde  $d_1$  ve  $d_2$  doğruları üzerinde yedi nokta gösterilmiştir. Köşeleri bu noktalardan seçilecek bir üçgen çiziliyor.

Buna göre, çizilen üçgenin bir köşesinin A veya E olma olasılığı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\binom{7}{3} - \binom{3}{3} - \binom{4}{3} = 30$$

Bir köşesi A :  $\binom{4}{2} + \binom{4}{1} \cdot \binom{2}{1} = 14$

Bir köşesi E :  $\binom{3}{2} + \binom{3}{1} \cdot \binom{3}{1} = 12$

Bir köş A, bir köşe E :  $\binom{2}{2} + \binom{3}{1} = 5$

$$\frac{14}{30} + \frac{12}{30} - \frac{5}{30} = \frac{21}{30} = \frac{7}{10}$$



## YANINDA BULUNSUN

## DENEYSSEL OLASILIK İLE TEORİK OLASILIĞIN İLİŞKİLENDİRİLMESİ

Bir deneyde ortaya çıkabilecek tüm sonuçlar göz önünde bulundurulmuş olarak yapılan matematiksel hesaplama "Teorik Olasılık" denir.

Bir olayın olma olasılığını yapılan denemelerin sonuçlarına göre bulmaya "Deneysel Olasılık" denir. Olayın gerçekleşme sayısının deney sayısına oranına "Olayın Deneysel Olasılığı" denir.

Örneğin, Tarık bir zarı 10 kere havaya attığında zarın üst yüzüne gelen sonuçlar; 1, 4, 3, 3, 5, 1, 2, 5, 3 ve 6 olsun. Tarık'ın zarı havaya 11. kez attığında zarın üst yüzüne bir tek sayı gelme olasılığı teorik olarak değişmez ve  $\frac{1}{2}$ 'dir.

Tarık'ın zarı havaya 11. kez attığında zarın üst yüzüne bir tek sayı gelmesinin deneysel olasılığı daha önce yaptığı 10 denemeden 7'si tek sayı olduğundan  $\frac{7}{10}$  olur.



## NOT

Bir örnek uzayda deneysel olasılık değeri, deneme sayısı arttıkça teorik olasılık değerine yaklaşır.



## ÖRNEK 29.

Bir sinemada A, B ve C filmleri aynı saatte başlamaktadır. Sinemaya gelen ilk 60 kişiden 25'i A filmini, 20'si B filmini izlemeyi tercih etmektedir.

Buna göre, sinemaya gelen bir kişinin C filmini tercih etme olasılığı deneysel ve teorik olarak kaçtır?



## ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} A &\rightarrow 25 & \text{Deneysel olasılık} &= \frac{15}{60} = \frac{1}{4} \\ B &\rightarrow 20 & \text{Teorik olasılık} &= \frac{1}{3} \\ C &\rightarrow 15 \end{aligned}$$



## ÖRNEK 30.

Hilesiz bir zar 40 kez atılıyor ve zarın üst yüzüne 1'den büyük bir sayı gelme olasılığı deneysel olarak 0,9 hesaplanıyor.

Buna göre, 40 atışın kaç tanesinde zarın üst yüzüne 1 sayısı gelmiştir?



## ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} x \text{ defa } 1 \text{ gelsin} \\ \frac{x}{40} = 1 - 0,9 \Rightarrow \frac{x}{40} = 0,1 \\ x = 4 \end{aligned}$$



## ÖRNEK 31.

	Yazı	Tura
Burhan	15	25
Kemal	20	30
Cansu	25	35

Burhan, Kemal ve Cansu adında üç arkadaş madeni bir parayı sırayla 40, 50 ve 60 kez havaya atıp gelen sonuçları not etmişlerdir. Üç arkadaşın not ettiği bilgiler yanda verilen tablodaki gibidir.

Buna göre, verilen sonuçların deneysel olasılıkları hesaplandığında sonucu teorik olasılığa en yakın olandan en uzağa olan kişi sıralamasını bulunuz.



## ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \text{Yazı gelmesinin teorik olasılığı} & \frac{1}{2} \rightarrow \frac{60}{120} \\ \text{Burhan deneysel olasılık} &= \frac{15}{40} = \frac{1}{8} \rightarrow \frac{15}{120} \\ \text{Kemal deneysel olasılık} &= \frac{20}{50} = \frac{2}{5} \rightarrow \frac{48}{120} \\ \text{Cansu deneysel olasılık} &= \frac{25}{60} = \frac{5}{12} \rightarrow \frac{50}{120} \\ & \text{Cansu, Kemal, Burhan} \end{aligned}$$



## ÖRNEK 32.

Bir futbolcu 2017-2018 sezonunda oynadığı 25 maçta toplam 12 gol, 2018-2019 sezonunda oynadığı 15 maçta toplam 8 gol ve 2019-2020 sezonunda oynadığı 20 maçta toplam 5 gol atmıştır.

Buna göre, bu futbolcunun 2020-2021 sezonunun ilk maçında gol atma olasılığının deneysel sonucu kaçtır?



## ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \text{Maç sayısı} &= 25 + 15 + 20 = 60 \\ \text{Gol sayısı} &= 12 + 8 + 5 = 25 \\ \frac{25}{60} &= \frac{5}{12} \end{aligned}$$

1. Bir zar atma deneyinde zarın üst yüzüne çift veya asal sayı gelme olasılığı kaçtır?

A)  $\frac{1}{3}$  B)  $\frac{1}{2}$  C)  $\frac{2}{3}$   D)  $\frac{5}{6}$  E) 1

$$\frac{3}{6} + \frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

$\downarrow$  Çift       $\downarrow$  Asal       $\downarrow$  Hem çift hem asal

2. İki zar atma deneyinde zarların üst yüzüne gelen sayıların toplamının 8 olduğu bilinmektedir.

Buna göre, bu sayıların çarpımının tek sayı olma olasılığı kaçtır?

A)  $\frac{1}{3}$  B)  $\frac{1}{2}$   C)  $\frac{2}{5}$  D)  $\frac{3}{7}$  E)  $\frac{1}{6}$

(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)

$$\frac{2}{5}$$

- 3.

	A Sınıfı	B Sınıfı
Kız	10	8
Erkek	6	12

Yukarıdaki tabloda bir kurs merkezindeki 36 kişilik bir öğrenci grubunun dağılımı gösterilmiştir.

Buna göre, seçilen bir öğrencinin B sınıfından veya kız öğrenci olma olasılığı kaçtır?

A)  $\frac{2}{3}$  B)  $\frac{3}{4}$  C)  $\frac{4}{5}$   D)  $\frac{5}{6}$  E)  $\frac{5}{8}$

$$\frac{30}{36} = \frac{5}{6}$$

4. 2, 2, 3, 3, 3

rakamlarının tümü yan yana sıralanarak 5 basamaklı bir sayı yazılacaktır.

Yazılan bu sayının ilk ve son rakamının aynı olduğu bilindiğine göre, ortasındaki rakamın 3 olma olasılığı kaçtır?

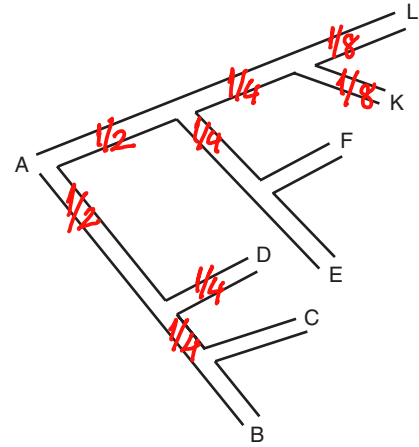
A)  $\frac{4}{5}$  B)  $\frac{3}{4}$  C)  $\frac{2}{3}$   D)  $\frac{1}{2}$  E)  $\frac{1}{3}$

$\boxed{2} 333 \boxed{2} \rightarrow 1$        $\boxed{2} 3\boxed{3}3\boxed{2}$

$\boxed{3} 223 \boxed{3} \rightarrow \frac{3!}{2!} = 3$        $\boxed{3} 2\boxed{3}2\boxed{3}$

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

- 5.



Şekilde verilen labirentte A noktasından yürümeye başlayan bir kişi yol ayrımlarının tümünde rastgele bir yol seçmektedir.

Seçtiği hiçbir yoldan dönüş yapmayan bu kişinin K veya D noktasından çıkmış olma olasılığı kaçtır?

(Herhangi bir yol ayrımında takip edilebilecek yollardan gidilme olasılığı eşittir.)

A)  $\frac{1}{4}$  B)  $\frac{2}{5}$   C)  $\frac{3}{8}$  D)  $\frac{1}{2}$  E)  $\frac{5}{8}$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

(2)      (1)

6. Bir torbada 2 yeşil, 3 kırmızı ve 1 beyaz top vardır.

Çekilen top geri konulmak şartıyla art arda 2 top çekiliyor.

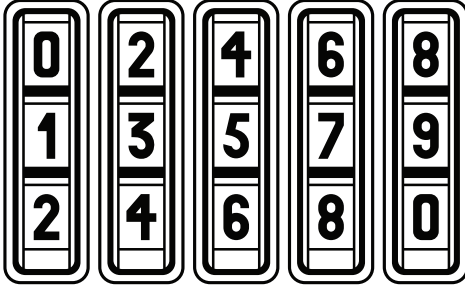
Buna göre, çekilen topların ikisinin de kırmızı olma olasılığı kaçtır?

A)  $\frac{1}{6}$  B)  $\frac{1}{5}$   C)  $\frac{1}{4}$  D)  $\frac{1}{3}$  E)  $\frac{2}{3}$

$$\frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{1}{4}$$

## Test - I

7.



Kübra adında bir öğrenci yukarıdaki şekilde verilen tuşlardan herhangi birine basıyor.

Sonra Berna adında bir öğrenci de Kübra'nın bastığı tuşu görmeden herhangi bir tuşa basıyor.

**Buna göre, Berna'nın bastığı tuştaki sayının Kübra'nın bastığı tuştaki sayı ile aynı olma olasılığı kaçtır?**

- A)  $\frac{1}{6}$     B)  $\frac{1}{7}$     C)  $\frac{1}{8}$      D)  $\frac{1}{9}$     E)  $\frac{1}{10}$

*Çift rakamların her biri için*

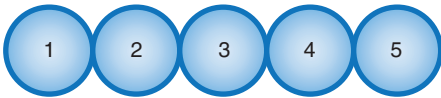
*2 durum.  $10 \cdot 2 = 20$*

*Tek rakamların her biri için*

*1 durum.  $5 \cdot 1 = 5$*

$$\frac{25}{15 \cdot 15} = \frac{1}{3 \cdot 3} = \frac{1}{9}$$

8.



Şekilde gösterilen özdeş toplara 1, 2, 3, 4 ve 5 numaraları yazıldıktan sonra bir torbaya atılıyor.

Ömer, torbadan rastgele bir top çektikten sonra topun numarasını kaydedip topu tekrar torbaya atmaktadır.

Ömer, bu işlemi 40 kez yaptıktan sonra çektiği topun 4 numaralı bir top olma olasılığının deneysel sonucunun teorik olasılık ile aynı olduğunu görüyor.

**Buna göre, Ömer kaç defa 4 numaralı topu çekmiştir?**

- A) 5    B) 6     C) 8    D) 9    E) 10

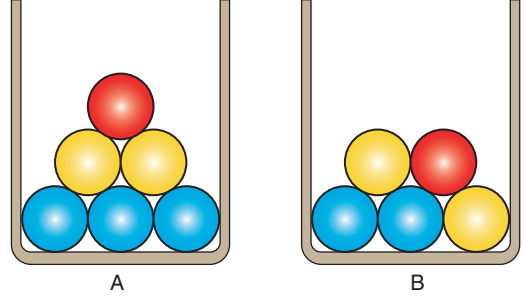
*Teorik olasılık =  $\frac{1}{5}$*

*x defa 4 gelsin.*

*Deneysel olasılık =  $\frac{x}{40}$*

$$\frac{x}{40} = \frac{1}{5} \Rightarrow x = 8$$

9.



Şekilde gösterilen A ve B kutularında mavi, sarı ve kırmızı toplar vardır.

A kutusunda; 3 mavi, 2 sarı ve 1 kırmızı

B kutusunda; 2 mavi, 2 sarı ve 1 kırmızı

top bulunmaktadır.

A ve B kutularından aynı anda birer top alınarak karşılıklı olarak bu topların yerleri değiştiriliyor.

**Buna göre, son durumda kutuların herhangi birinde kırmızı top olmama olasılığı kaçtır?**

- A)  $\frac{1}{3}$     B)  $\frac{2}{9}$      C)  $\frac{3}{10}$     D)  $\frac{5}{12}$     E)  $\frac{8}{15}$

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{4}{5} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{5}$$

$$\frac{4}{30} + \frac{5}{30} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$$

10. A = {1, 2, 3, 4} → (1,2), (2,3), (3,4) → 3durum

B = {a, b, c, d}

A ve B kümelerinden ikişer eleman seçen İlker, bu elemanlarla 4 karakterli bir şifre oluşturacaktır.

**Örneğin;** 1ac3 oluşturulabilecek şifrelerden biridir.

**İlker'in oluşturduğu şifredeki rakamların ardışık rakamlar olduğu bilindiğine göre, 1 ve a karakterlerinin şifrede birlikte bulunma olasılığı kaçtır?**

- A)  $\frac{1}{3}$     B)  $\frac{1}{4}$     C)  $\frac{1}{5}$      D)  $\frac{1}{6}$     E)  $\frac{2}{15}$

$$(\overline{3}) \cdot (\overline{4}) = 18 \quad 1 \cdot (\overline{3}) = 3$$

$$\frac{3}{18} = \frac{1}{6}$$



11.  $A = \{a, b\}$   
 $B = \{a, b, c, 1, 2, 3, 4\}$

kümeleri veriliyor.

$A \subseteq K \subseteq B$  olmak üzere, K kümesinin 4 elemanlı olduğu biliniyor.

Buna göre, c elemanının K kümesinde bulunma olasılığı kaçtır?

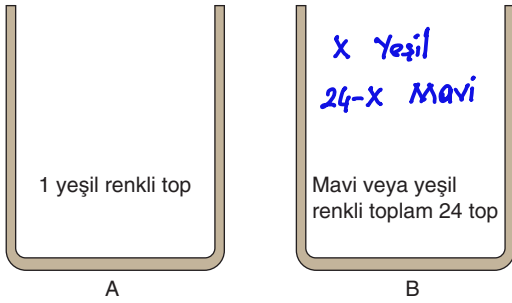
- A)  $\frac{2}{5}$  B)  $\frac{1}{2}$  C)  $\frac{4}{9}$  D)  $\frac{3}{10}$  E)  $\frac{5}{16}$

$$K = \{a, b, -, -\} \rightarrow \binom{5}{2} = 10$$

$$K = \{a, b, c, -\} \rightarrow \binom{4}{1} = 4$$

$$\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

12.



Şekilde gösterilen A ve B kutularından,

A kutusunda 1 yeşil renkli top,

B kutusunda bazıları mavi diğerleri yeşil olan toplam 24 top vardır.

Torbalardan rastgele biri seçiliyor.

Seçilen bu torbadan çekilen bir topun yeşil olma olasılığı  $\frac{13}{16}$  olduğuna göre, B torbasında kaç tane mavi top vardır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

$$\frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{24} = \frac{13}{16}$$

$$\frac{x}{48} = \frac{5}{16} \Rightarrow x = 15 \text{ yeşil}$$

$$24 - 15 = 9 \text{ mavi}$$

13. Kadir, "MARMARA" sözcüğündeki harflerden sadece iki tanesinin yerini birbiriyle değiştiriyor.

Buna göre, Kadir'in yeni bir sözcük elde etme olasılığı kaçtır?

- A)  $\frac{13}{18}$  B)  $\frac{14}{23}$  C)  $\frac{3}{7}$  D)  $\frac{16}{21}$  E)  $\frac{4}{7}$

Aklar M'ler R'ler in yer değişimi

$$1 - \frac{\binom{3}{2} + \binom{2}{2} + \binom{2}{2}}{\binom{7}{2}}$$

$$1 - \frac{5}{21} = \frac{16}{21}$$

14. Bir tatil köyünde bulunan bir otel 30 günlük bir ayın ilk 5 gün ve son 5 gününde konaklama ücretlerine indirim yapmıştır. Barış, bu ayın arka arkaya gelen herhangi 5 gününde bu tatil köyüne gelecek ve bu otelde konaklayacaktır.

Buna göre, Barış'ın kalacağı sürenin sadece 3 gününün indirimli konaklama süresine denk gelme olasılığı kaçtır?

- A)  $\frac{1}{17}$  B)  $\frac{1}{13}$  C)  $\frac{1}{9}$  D)  $\frac{1}{6}$  E)  $\frac{1}{4}$



30 gün içerisinde toplam 26 hamle olur.

İstenen durum 2 hamle

$$\frac{2}{26} = \frac{1}{13}$$

1. D	2. C	3. D	4. D	5. C	6. C	7. D
8. C	9. C	10. D	11. A	12. D	13. D	14. B

## Test - 2

1. Bir düzgün dörtyüzlünün iki yüzü beyaza, bir yüzü yeşile ve bir yüzü pembeye boyanıyor.

Bu düzgün dört yüzlü ile bir madeni para birlikte atıldığında düzgün dört yüzlünün tabanının yeşil veya paranın üste gelen kısmının yazı olma olasılığı kaçtır?

- A)  $\frac{1}{4}$  B)  $\frac{3}{8}$  C)  $\frac{4}{7}$   D)  $\frac{5}{8}$  E)  $\frac{6}{11}$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}$$

(2) (4) (1)

$$\frac{2}{8} + \frac{4}{8} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$$

2.



Şekilde gösterilen çarkı önce Beyza, sonra da Özgür birer kez döndürüyorlar.

Buna göre, siyah renkle gösterilen okun bu döndürmeler sonucunda farklı renklerde durma olasılığı kaçtır?

- A)  $\frac{1}{2}$  B)  $\frac{2}{3}$   C)  $\frac{3}{4}$  D)  $\frac{4}{5}$  E)  $\frac{7}{8}$

$$\left( \frac{1}{8} \cdot \frac{6}{8} \cdot 2! \right) \cdot 4 = \frac{3}{4}$$

Turuncu olsun. Turuncu olmasın. Yer değişimi 4 renk

3.  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

kümesinin elemanları kullanılarak yazılan rakamları farklı 3 basamaklı sayılardan rastgele biri seçiliyor.

Buna göre, seçilen bu sayıda 1 veya 3 rakamının bulunma olasılığı kaçtır?

- A)  $\frac{2}{5}$  B)  $\frac{3}{5}$   C)  $\frac{4}{5}$  D)  $\frac{5}{8}$  E)  $\frac{9}{10}$

$$6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$$

$$1 \text{ ve } 3 \text{ yok } (4) \cdot 3! = 24$$

$$1 - \frac{24}{120} = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

4. Yazı gelme olasılığı  $\frac{2}{3}$  olan hileli bir madeni para ile hilesiz bir madeni para ikişer kez havaya atılıyor.

Buna göre, üç kere yazı ve bir kere tura gelme olasılığı kaçtır?

- A)  $\frac{3}{10}$  B)  $\frac{4}{13}$  C)  $\frac{1}{3}$   D)  $\frac{2}{3}$  E)  $\frac{3}{4}$

Hileli

$$Y \rightarrow \frac{2}{3}$$

$$T \rightarrow \frac{1}{3}$$

Hilesiz

$$Y \rightarrow \frac{1}{2}$$

$$T \rightarrow \frac{1}{2}$$

$$YYYT \rightarrow \frac{4!}{3!} = 4$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 = \frac{16}{36}$$

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 = \frac{8}{36}$$

$$\frac{16}{36} + \frac{8}{36} = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$$

5. Bir okuldaki 100 kişilik onikinci sınıf öğrencilerine 1'den 100'e kadar numaralar verildikten sonra öğrenciler aşağıda verilen kuralları ile A, B ve C şubelerine yollanacaktır.

- Numarası tek olanlar A şubesine yollanacaktır.
- Numarası 4'ün katı olanlar B şubesine yollanacaktır.
- Geri kalan öğrenciler C şubesine yollanacaktır.

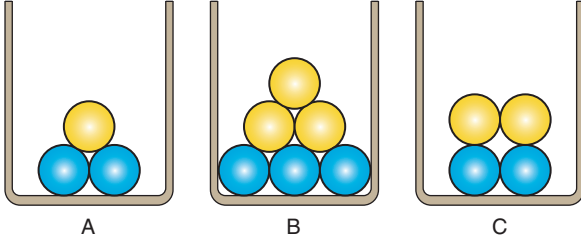
Hilal Öğretmen, bu şubelerden rastgele birine girerek rastgele bir öğrenci seçmiştir.

Buna göre, Hilal Öğretmenin seçtiği öğrencinin numarasının 25'in tam katı olma olasılığı kaçtır?

- A)  $\frac{1}{15}$  B)  $\frac{2}{19}$  C)  $\frac{3}{20}$   D)  $\frac{1}{25}$  E)  $\frac{2}{75}$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{50} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{25} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{25} = \frac{1}{25}$$

6.



Şekilde gösterilen A, B ve C kutularında mavi ve sarı top- lar bulunmaktadır.

A kutusunda; 2 mavi 1 sarı

B kutusunda; 3 mavi 3 sarı

C kutusunda; 2 mavi 2 sarı top bulunmaktadır.

A, B ve C kutularından rastgele biri seçilerek bu kutudan rastgele bir top alınıyor.

Buna göre, alınan bu topun mavi renkli olma olasılığı kaçtır?

- A)  $\frac{3}{5}$  B)  $\frac{2}{9}$  C)  $\frac{4}{15}$   D)  $\frac{5}{9}$  E)  $\frac{5}{12}$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4}$$

$$\frac{2}{9} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{9} + \frac{1}{3} = \frac{5}{9}$$

7. Bir madeni para art arda 5 kez havaya atılıyor.

En az iki kez yazı geldiği bilindiğine göre, en çok iki kere tura gelme olasılığı kaçtır?

- A)  $\frac{6}{11}$  B)  $\frac{7}{12}$   C)  $\frac{8}{13}$  D)  $\frac{17}{26}$  E)  $\frac{10}{13}$

$$\frac{\binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5}}{\binom{5}{2} + \binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5}} = \frac{16}{26} = \frac{8}{13}$$

8.  $n \in \mathbb{N}$  ve  $2 < n < 20$  olmak üzere,

$(2x + 1)^n$  *n tek olmalı*

açılımında ortanca terimin bulunmadığı bilinmektedir.

Buna göre, n sayısının 3'ün bir tam katı olma olasılığı kaçtır?

- A)  $\frac{4}{9}$  B)  $\frac{3}{8}$  C)  $\frac{1}{4}$   D)  $\frac{1}{3}$  E)  $\frac{1}{2}$

3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19

$$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

9.

Aşağıda üzerlerinde 1'den 100'e kadar doğal sayıların yazılı olduğu 100 tane kart gösterilmiştir.



Zeynep, gösterilen kartlardan herhangi birini kartlara bakmadan çekecektir. Seçtiği karttaki sayı 3'ün veya 5'in tam katı olan bir sayı ise hediye kazanacaktır.

Zeynep'in çektiği karttaki sayının 2'nin bir tam katı olduğu bilindiğine göre, Zeynep'in hediye kazanma olasılığı yüzde kaçtır?

- A) 40 B) 44 C) 45  D) 46 E) 51

2, 4, 6, 8, ..., 100 → 50 durum

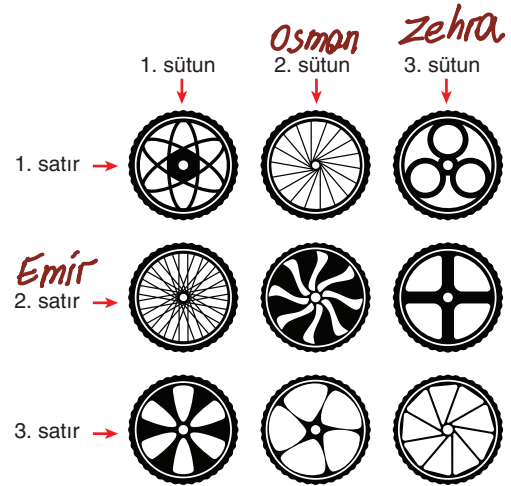
3'ün katı → 6, 12, ..., 96 → 16 durum

5'in katı → 10, 20, ..., 100 → 10 durum

3 ve 5'in katı → 30, 60, 90

$$\frac{16}{50} + \frac{10}{50} - \frac{3}{50} = \frac{23}{50} = \frac{46}{100}$$

10.



9 farklı bisiklet jantının sergilendiği bir bisikletçiye gelen Emir, Osman ve Zehra adındaki üç arkadaş, birer jant beğenip satın alıyorlar.

Emir'in beğendiği jant 2. satırda, Osman'ın beğendiği jant 2. sütunda ve Zehra'nın beğendiği jant 3. sütunda bulunmaktadır.

Buna göre, bu kişilerden herhangi ikisinin aynı jantı satın alma olasılığı kaçtır?

- A)  $\frac{1}{18}$  B)  $\frac{1}{9}$   C)  $\frac{2}{9}$  D)  $\frac{1}{3}$  E)  $\frac{4}{9}$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$$

Emir ve Osman aynı  
Emir ve Zehra aynı

## Test - 2

11.

1	3	5

1, 2, 3, 4 ve 5 rakamları yukarıda gösterilen 9 tane özdeş karenin beşine her rakam birer kez yazılacaktır.

Tek rakamların aynı satıra yazılacağı bilindiğine göre, bir satırın tamamen boş kalma olasılığı kaçtır?

- A)  $\frac{3}{25}$  B)  $\frac{2}{27}$  C)  $\frac{2}{5}$  D)  $\frac{3}{8}$  E)  $\frac{5}{12}$

$$\text{Tüm Durum} = \binom{3}{1} \cdot \binom{6}{2} = 45$$

*3 satırdan biri* *çiftler için 6 yerden 2 si*

$$\text{İstenen Durum} = \binom{3}{1} \cdot \binom{2}{1} \cdot \binom{3}{2} = 18$$

*3 satırdan biri (tekler için)* *2 satırdan biri çiftleri için* *3 boş ger den ikisi (çiftler için)*

$$\frac{18}{45} = \frac{2}{5}$$

12.

	Kadın	Erkek
Öğretmen	1	4
Doktor	3	2

Yukarıdaki mesleklerde çalışan 10 kişilik bir gruptan 4 kişilik bir jüri seçilecektir.

Seçilen jüride her meslekten en az bir kişi olduğu biliniyor.

Buna göre, jürinin 3 kadın 1 erkekten oluşuyor olma olasılığı yüzde kaçtır?

- A) 24 B) 18 C) 15 D) 11 E) 10

$$\binom{10}{4} - \binom{5}{4} \cdot 2 = 200$$

$$\binom{1}{1} \cdot \binom{4}{1} \cdot \binom{3}{2} + \binom{4}{1} \cdot \binom{3}{3} + \binom{3}{2} \cdot \binom{2}{1} \cdot \binom{1}{1}$$

$$12 + 4 + 6 = 22$$

$$\frac{22}{200} = \frac{11}{100} \rightarrow \% 11$$

13.

1	2	3	→ 3
4	5	6	→ 2
7	8	9	→ 1

Can dolabının şifresini oluşturmak için şekildeki tuşları kullanarak her biri farklı satır ve sütunda olacak şekilde 3 sayıyı rastgele seçiyor.

Buna göre, Can'ın seçtiği sayıların çarpımının tek sayı olma olasılığı kaçtır?

- A)  $\frac{1}{6}$  B)  $\frac{1}{4}$  C)  $\frac{1}{3}$  D)  $\frac{2}{3}$  E)  $\frac{3}{4}$

$$(1, 5, 9), (3, 5, 7) \rightarrow \text{istenen Durum}$$

$$3 \cdot 2 \cdot 1 = 6 \rightarrow \text{Tüm Durum}$$

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

14. E örnek uzayında A ve B olayları verilsin.

$$P(A) = \frac{2}{5}, P(B) = \frac{1}{3} \text{ ve } P(A \cup B) = \frac{14}{15}$$

olduğuna göre,  $P(A \setminus B)$  kaçtır?

- A)  $\frac{5}{6}$  B)  $\frac{3}{5}$  C)  $\frac{2}{3}$  D)  $\frac{1}{2}$  E)  $\frac{2}{7}$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{14}{15} = \frac{2}{5} + \frac{1}{3} - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{3}$$

$$P(A \setminus B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$$

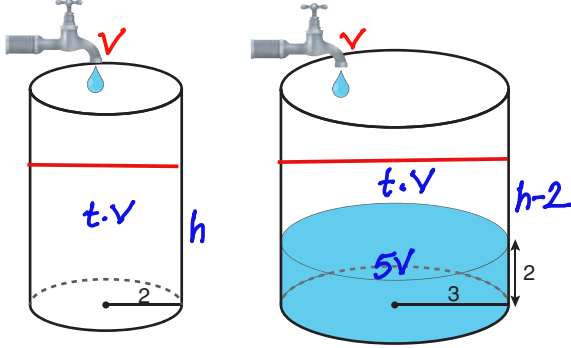
15. Bir madeni para düzgün bir zemine dört kez atıldığında iki kez tura ve iki kez yazı geldiği biliniyor.

Buna göre, birinci atışın tura ve dördüncü atışın yazı gelmiş olma olasılığı kaçtır?

- A)  $\frac{1}{3}$  B)  $\frac{2}{5}$  C)  $\frac{1}{2}$  D)  $\frac{3}{5}$  E)  $\frac{3}{4}$
- $T T Y Y \rightarrow \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$   $T T Y Y \rightarrow 2! = 2$
- $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$  bulunur.

1. D	2. C	3. C	4. D	5. D	6. D	7. C	8. D
9. D	10. C	11. C	12. D	13. C	14. D	15. A	

1. Yükseklikleri eşit, taban yarıçapları sırasıyla 2 metre ve 3 metre olan dik dairesel silindir biçimindeki iki depo başlangıçta boştur. Birim zamanda aynı miktarda su akıtan iki ayrı musluktan büyük depoya ait musluk açıldıktan 5 dakika sonra küçük deponun musluğu da açılıyor. Küçük deponun musluğu açıldığı anda büyük depodaki suyun yüksekliği 2 metredir.



Buna göre, küçük depoya su verilmeye başlandıktan kaç dakika sonra depolardaki suyun yüksekliği eşit olur?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$\pi \cdot 2^2 \cdot h = t \cdot v$$

$$\pi \cdot 3^2 \cdot h = t \cdot v + 5v$$

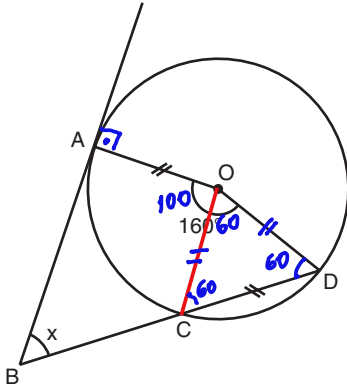
$$\frac{4}{9} = \frac{t}{t+5} \Rightarrow 4t+20=9t$$

$$5t=20$$

$$t=4$$

2013 YGS

2.



O merkezli çember,

$$|AO| = |CD|$$

$$m(\widehat{AOD}) = 160^\circ, m(\widehat{ABD}) = x$$

Yukarıdaki şekilde A, C ve D noktaları O merkezli çember üzerindedir ve AB doğrusu çembere A noktasında teğettir.

Buna göre, x kaç derecedir?

- A) 40 B) 45 C) 50 D) 60 E) 70

$$x+100=90+60$$

$$x=50$$

2012 LYS

3. Ege'nin çantasında boyutları aynı olan kimlik kartı, öğrenci kartı, yemek kartı ve otobüs kartı olmak üzere dört kart bulunmaktadır. Ege, otobüs kartını bulmak için çantasından rastgele bir kart çıkartıyor. Yanlış kartı çıkartmışsa onu elinde tutarak çantasından rastgele bir kart daha çıkartıyor ve otobüs kartını bulana kadar bu şekilde devam ediyor.

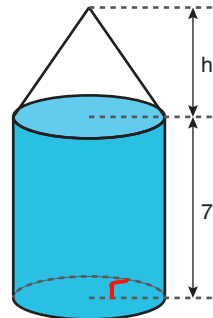
Ege'nin otobüs kartını üçüncü denemede bulma olasılığı kaçtır?

- A)  $\frac{1}{4}$  B)  $\frac{1}{8}$  C)  $\frac{3}{8}$  D)  $\frac{1}{16}$  E)  $\frac{3}{16}$

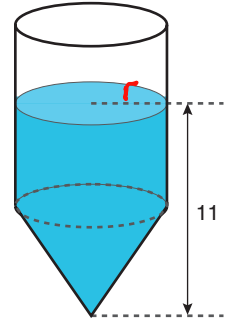
2019 AYT

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

4. Yüksekliği 7 cm ve tamamı suyla dolu olan bir dik dairesel silindir ile aynı tabanlı ve yüksekliği h cm olan boş bir dik koni Şekil 1'deki gibi birleştirilmiştir.



Şekil 1



Şekil 2

Bu cisim Şekil 2'deki gibi ters çevrildiğinde cismin içindeki suyun yüksekliği 11 cm olduğuna göre, h kaç cm'dir?

- A) 5 B) 5,5 C) 6 D) 6,5 E) 7

$$\pi r^2 \cdot 7 = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h + \pi r^2 \cdot (11-h)$$

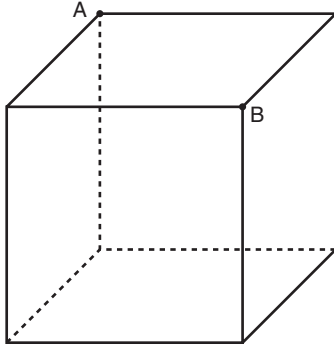
$$7 = \frac{h}{3} + 11-h \Rightarrow \frac{2h}{3} = 4$$

$$h = 6$$

2015 YGS

ÖSYM ÇIKMIŞ SORULAR - Karma Test I

5.



Yukarıda gösterilen küp biçimindeki hilesiz zar atılıyor ve bir yüzünün zeminle temas ettiği biliniyor.

Buna göre, zarın A ve B köşelerinden yalnızca birinin zeminle temas etme olasılığı kaçtır?

- A)  $\frac{1}{2}$  B)  $\frac{1}{3}$  C)  $\frac{2}{3}$  D)  $\frac{1}{6}$  E)  $\frac{5}{6}$

2014 YGS

$$\frac{2}{6} + \frac{2}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

↓ Sadece A      ↓ Sadece B

6. Deniz, bir karenin köşe noktaları olan aşağıdaki dört noktadan rastgele ikisini kırmızıya, diğer ikisini ise maviye boyamış ve aynı renge boyadığı noktaları birleştiren doğru parçalarını çizmiştir.



Bu doğru parçalarının kesişme olasılığı kaçtır?

- A)  $\frac{1}{3}$  B)  $\frac{3}{4}$  C)  $\frac{1}{4}$  D)  $\frac{1}{6}$  E)  $\frac{2}{3}$

2015 YGS



$$\frac{2}{\binom{4}{2}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

7.

Pelin'in hesap makinesi "3" tuşuna her basıldığında bunu

$\frac{1}{6}$  Olasılıkla 3

$\frac{1}{3}$  Olasılıkla 4

$\frac{1}{2}$  Olasılıkla 6

olarak algılamaktadır.

Pelin sadece "3" numaralı tuşu bozuk olan bu hesap makinesiyle,

$$23 - \left(\frac{12}{3}\right)$$

işlemini yapacaktır.

Buna göre, Pelin'in bu işlemin sonucunu 22 bulma olasılığı kaçtır?

- A)  $\frac{1}{3}$  B)  $\frac{1}{4}$  C)  $\frac{1}{9}$  D)  $\frac{5}{12}$  E)  $\frac{7}{24}$

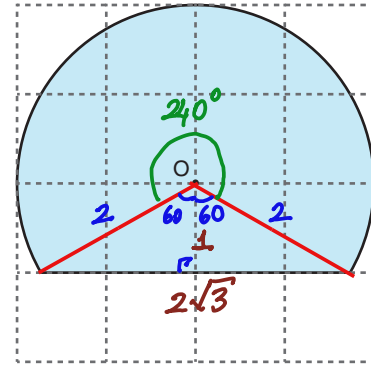
2017 LYS

$$24 - \frac{12}{6} \quad \checkmark \quad 26 - \frac{12}{3}$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

(2)                      (1)

8.



Birim kareler üzerine çizilen O merkezli 2 birim yarıçaplı dairenin bir kısmı şekildeki gibi boyanmıştır.

Buna göre, boyalı bölgenin çevresi kaç birimdir?

- A)  $\frac{8\pi}{3} + \sqrt{3}$  B)  $\frac{8\pi}{3} + 2\sqrt{3}$  C)  $3\pi + 2\sqrt{3}$

D)  $3\pi + 4\sqrt{3}$

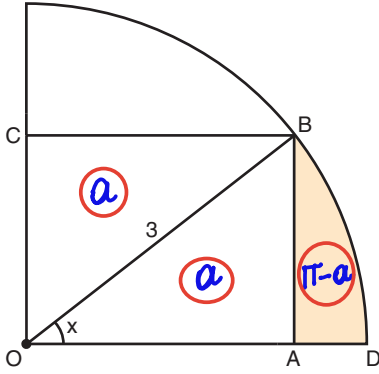
E)  $\frac{10\pi}{3} + \sqrt{3}$

2014 LYS

$$2\sqrt{3} + 2\pi \cdot 2 \cdot \frac{240}{360}$$

$$2\sqrt{3} + \frac{8\pi}{3}$$

9.



O merkezli çeyrek çember, OABC bir dikdörtgen,

$$|OB| = 3 \text{ cm}$$

$$m(\widehat{AOB}) = x$$

Şekildeki OABC dikdörtgeninin alanı  $2a \text{ cm}^2$  ve boyalı bölgenin alanı  $\pi - a \text{ cm}^2$  olduğuna göre,  $x$ 'in radyan cinsinden ölçüsü kaçtır?

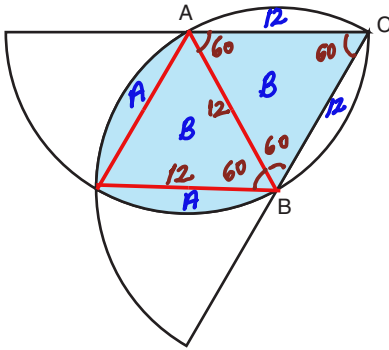
- A)  $\frac{\pi}{3}$     B)  $\frac{\pi}{5}$     C)  $\frac{\pi}{6}$     D)  $\frac{3\pi}{8}$      E)  $\frac{2\pi}{9}$

2012 LYS

$$\frac{\pi \cdot 3^2 \cdot x}{2\pi} = \pi - a$$

$$x = \frac{2\pi}{9}$$

10.



$$|AC| = |BC| = 12 \text{ birim}$$

Yukarıdaki şekilde A merkezli [AC] yarıçaplı yarım çember ve B merkezli [BC] yarıçaplı yarım çember verilmiştir. B noktası A merkezli çemberin, A noktası ise B merkezli çemberin üzerindedir.

Buna göre, boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

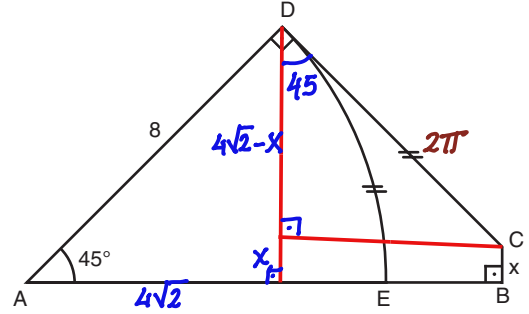
- A)  $36\pi$     B)  $42\pi$      C)  $48\pi$     D)  $54\pi$     E)  $60\pi$

2020 AYT

$$A+B = \pi \cdot 12^2 \cdot \frac{60}{360} = 24\pi$$

$$2 \cdot (A+B) = 48\pi$$

11.



$$m(\widehat{BAD}) = 45^\circ$$

$$AB \perp BC, AD \perp DC$$

$$|AD| = 8 \text{ cm}, |BC| = x$$

Şekildeki A merkezli DE çember yayı ile DC doğru parçasının uzunlukları eşittir.

Buna göre,  $x$  kaç cm'dir?

- A)  $\pi - \sqrt{2}$     B)  $4 - \pi$     C)  $\sqrt{2} \cdot (\pi - 2)$   
 D)  $\sqrt{2} \cdot (4 - \pi)$     E)  $2 \cdot (\pi - \sqrt{2})$

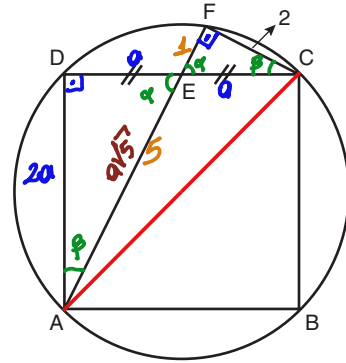
$$|\widehat{DE}| = 2\pi \cdot \frac{8 \cdot 45}{360} = 2\pi$$

$$4\sqrt{2} - x = \pi \cdot \sqrt{2}$$

$$x = \sqrt{2} \cdot (4 - \pi)$$

2013 LYS

12.



$$\frac{0}{\sqrt{5}} = \frac{2}{2a}$$

$$a = \sqrt{5}$$

Şekilde, ABCD karesi ile çevrel çemberi gösterilmiştir.

Çevrel çemberin AF kirişi, DC kenarını bu kenarın orta noktasında kesmektedir.

$|FC| = 2$  birim olduğuna göre,  $|AF|$  uzunluğu kaç birimdir?

- A) 6    B) 7    C) 8    D) 9    E) 10

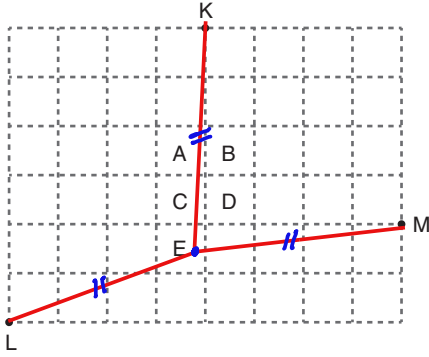
$$|AF| = 6$$

2015 LYS

1. C	2. C	3. A	4. C	5. C	6. A
7. B	8. B	9. E	10. C	11. D	12. A

ÖSYM ÇIKMIŞ SORULAR - Karma Test 2

1.



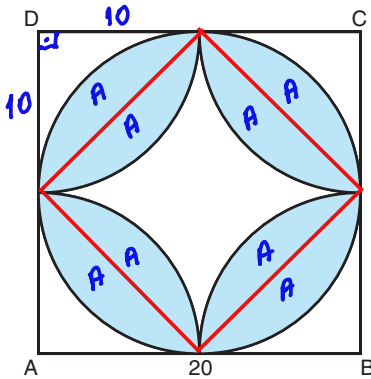
Birim karelerin bulunduğu şekildeki kağıt üzerine K, L ve M noktalarından geçen çember çizilecektir.

Bu çemberin merkezi, hangi kare içinde yer alır?

- A) A      B) B      C) C      D) D       E

2013 LYS

2.



Yukarıda bir kenar uzunluğu 20 cm olan ABCD karesi, karenin her bir köşesini merkez kabul eden 10 cm yarıçaplı dört çeyrek çember ve kareye içten teğet olan çember verilmiştir.

Buna göre, taralı bölgenin alanı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

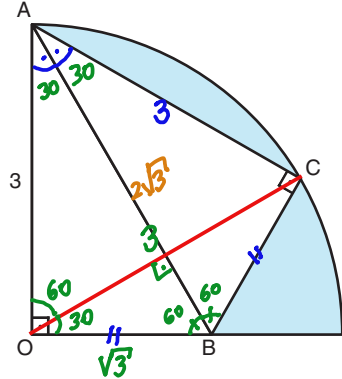
- A)  $100\pi - 100$       B)  $100\pi - 200$        C)  $200\pi - 400$   
D)  $400\pi - 100$       E)  $400\pi - 50$

2013 LYS

$$A = \frac{\pi \cdot 10^2}{4} - \frac{10 \cdot 10}{2} = 25\pi - 50$$

$$8 \cdot A = 200\pi - 400$$

3.



O merkezli çeyrek çember, AOCB bir deltoid,

$[AO] \perp [OB]$ ,  $[BC] \perp [CA]$

$|AO| = 3 \text{ cm}$

Yukarıdaki verilere göre, boyalı bölgenin alanı kaç  $\text{cm}^2$  dir?

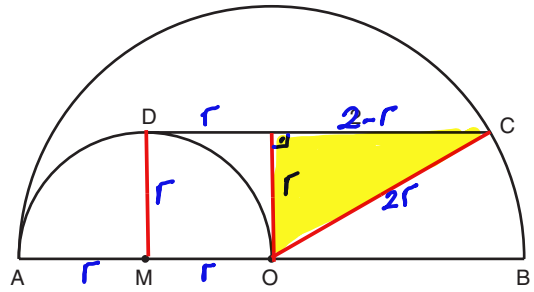
- A)  $\frac{9\pi}{4} - \sqrt{3}$       B)  $\frac{9\pi}{4} - 3\sqrt{2}$       C)  $\frac{9\pi}{4} - 3$   
D)  $\frac{9\pi}{4} - \frac{9}{2}$        E)  $\frac{9\pi}{4} - 3\sqrt{3}$

2014 LYS

$$\frac{\pi \cdot 3^2}{4} - \frac{3 \cdot 2\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{9\pi}{4} - 3\sqrt{3}$$

4.



O ve M merkezli yarım çemberler,

$DC \parallel AB$ ,  $|DC| = 2 \text{ cm}$

Şekildeki DC doğru parçası, M merkezli yarım çembere D noktasında teğettir.

Buna göre, M merkezli yarım çemberin yarıçapı kaç  $\text{cm}$ 'dir?

- A)  $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$       B)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$       C)  $\frac{1+\sqrt{2}}{3}$   
D)  $\sqrt{2}$        E)  $\sqrt{3}-1$

2014 LYS

$$r^2 + (2-r)^2 = (2r)^2$$

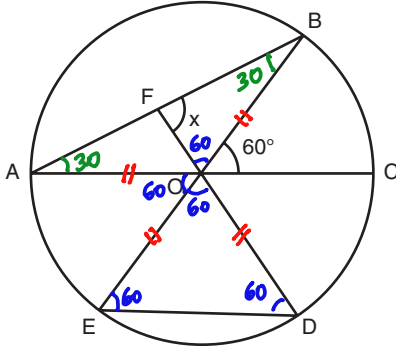
$$2r^2 - 4r + 4 = 4r^2 \Rightarrow r^2 + 2r = 2$$

$$(r+1)^2 = 3$$

$$r = \sqrt{3} - 1$$



5.



O merkezli çember,

$$AC \parallel ED, AC \cap FD = \{O\}$$

$$m(\widehat{BOC}) = 60^\circ, m(\widehat{DFB}) = x$$

Yukarıdaki şekilde [AC] ve [BE], O merkezli çemberin çaplarıdır.

Buna göre, x kaç derecedir?

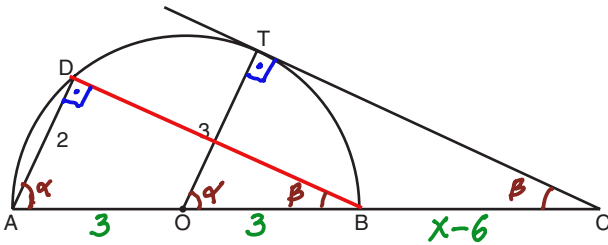
- A) 75 B) 80  C) 90 D) 105 E) 120

2017 LYS

$$x + 30 + 60 = 180$$

$$x = 90$$

6.



[AB] çaplı yarım çember,

$$AD \parallel OT,$$

$$|OT| = 3 \text{ birim}, |AD| = 2 \text{ birim}$$

Şekildeki O merkezli yarım çembere T noktasından çizilen teğet doğrusu, AB doğrusunu C noktasında kesiyor.

Buna göre, [AC] uzunluğu kaç birimdir?

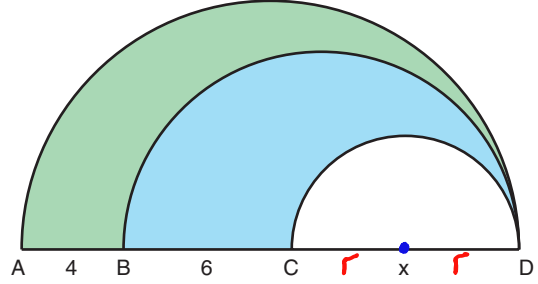
- A) 9 B) 10  C) 12 D) 14 E) 15

2016 LYS

$$\frac{6}{x-3} = \frac{2}{3} \Rightarrow x-3 = 9$$

$$x = 12$$

7.



$$|AB| = 4 \text{ birim}, |BC| = 6 \text{ birim}, |CD| = x$$

Yukarıdaki şekilde verilen [AD], [BD] ve [CD] çaplı yarım çemberler D noktasında birbirine teğettir.

Yeşil ve mavi ile boyalı bölgelerin alanları birbirine eşit olduğuna göre, x kaç birimdir?

- A) 4 B) 5 C) 6  D) 7 E) 8

2017 LYS

$$\text{mavi Alan} = \text{Yeşil Alan}$$

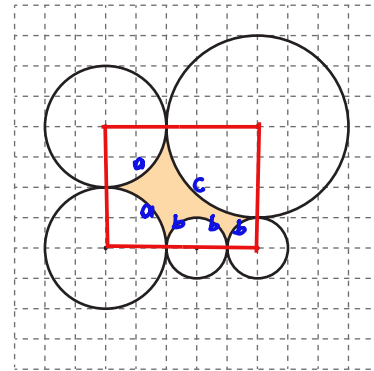
$$\frac{1}{2} \pi (r+3)^2 - \frac{1}{2} \pi r^2 = \frac{1}{2} \pi (r+5)^2 - \frac{1}{2} \pi (r+3)^2$$

$$r^2 + 6r + 9 - r^2 = r^2 + 10r + 25 - r^2 - 6r - 9$$

$$6r + 9 = 4r + 16$$

$$2r = 7 \Rightarrow x = 7$$

8.



Şekildeki birim kareler üzerine, merkezleri gösterilen beş adet çember çiziliyor. Sonra bu çemberlerin arasında kalan bölge boyanıyor.

Buna göre, boyalı bölgenin çevresi kaç birimdir?

- A)  $4\pi$   B)  $5\pi$  C)  $6\pi$  D)  $7\pi$  E)  $8\pi$

$$a = \frac{2\pi \cdot 2}{4} = \pi$$

$$b = \frac{2\pi \cdot 1}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$c = \frac{2\pi \cdot 3}{4} = \frac{3\pi}{2}$$

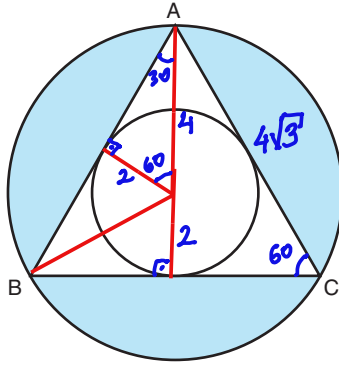
$$2a + 3b + c$$

$$2\pi + \frac{3\pi}{2} + \frac{3\pi}{2} = 5\pi$$

2016 LYS

ÖSYM ÇIKMIŞ SORULAR - Karma Test 2

9.



Yukarıda ABC eşkenar üçgeni ve bu üçgenin iç teğet çemberi ile çevrel çemberi verilmiştir.

İç teğet çemberin yarıçapı 2 cm olduğuna göre, boyalı bölgenin alanı kaç cm'dir?

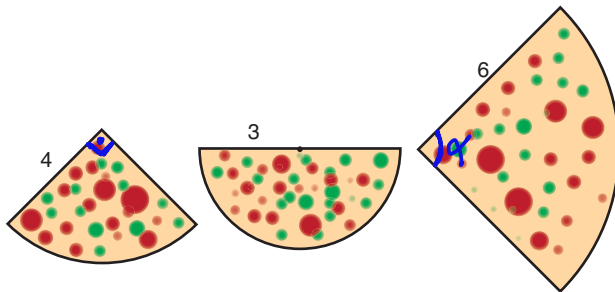
- A)  $16\pi - 12\sqrt{3}$  B)  $16\pi - 18\sqrt{3}$  C)  $25\pi - 15\sqrt{3}$   
D)  $25\pi - 18\sqrt{3}$  E)  $25\pi - 24\sqrt{3}$

2012 LYS

$$\pi \cdot 4^2 - \frac{(4\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$16\pi - 12\sqrt{3}$$

10. Bir restoranda satılan daire şeklindeki pizzalar, daire dilimleri olarak alanları ile doğru orantılı olacak şekilde fiyatlandırılıyor.



Şekil 1

Şekil 2

Şekil 3

Şekil 1'deki 4 birim yarıçaplı çeyrek pizza dilimi ile Şekil 2'deki 3 birim yarıçaplı yarım pizzanın toplam fiyatı Şekil 3'teki 6 birim yarıçaplı pizza diliminin fiyatına eşittir.

Buna göre, Şekil 3'teki 6 birim yarıçaplı pizza diliminin merkez açısı kaç derecedir?

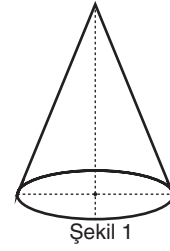
- A) 70 B) 75 C) 80 D) 85 E) 90

$$\frac{\pi \cdot 4^2}{4} + \frac{\pi \cdot 3^2}{2} = \frac{\pi \cdot 6^2 \cdot \alpha}{360}$$

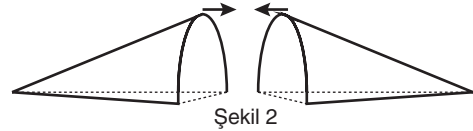
$$\frac{17}{2} = \frac{\alpha}{10} \Rightarrow \alpha = 85$$

2019 MSÜ

11. Taban yarıçapı 5, yüksekliği 12 birim olan Şekil 1'deki dik dairesel koni, tepe noktasından geçen tabana dik bir düzlem boyunca kesilerek özdeş iki parçaya ayrılıyor.

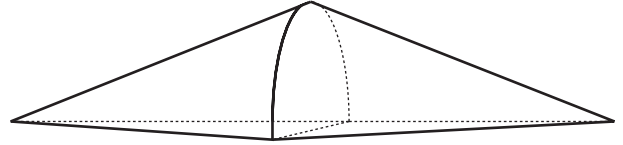


Şekil 1



Şekil 2

Bu iki eş parça döndürülüp Şekil 2'deki gibi yarım çemberler boyunca birbirine yapıştırılarak bir cisim oluşturuluyor ve bu cisim Şekil 3'teki gibi düz bir masa üzerine konuluyor.

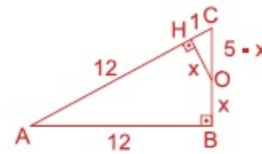
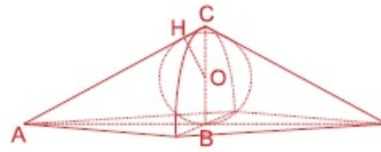


Şekil 3

Buna göre, bu cismin içine sığabilecek küre biçimindeki en büyük topun yarıçapı kaç birimdir?

- A)  $\frac{3}{2}$  B)  $\frac{4}{3}$  C)  $\frac{5}{4}$  D)  $\frac{12}{5}$  E)  $\frac{13}{5}$

2017 LYS



$$\frac{x}{1} = \frac{12}{5}$$

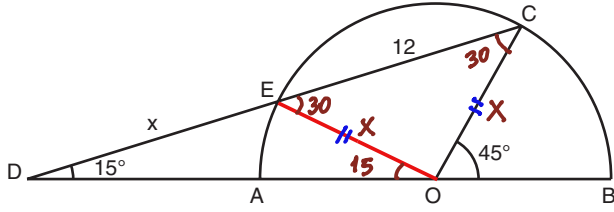
$$x = \frac{12}{5}$$

1. E	2. C	3. E	4. E	5. C	6. C
7. D	8. B	9. A	10. D	11. D	

1. [CE] kiriş,

$$m(\widehat{COB}) = 45^\circ, m(\widehat{EDA}) = 15^\circ$$

$$|EC| = 12 \text{ birim}, |DE| = x$$



Şekilde O merkezli [AB] çaplı yarım çember verilmiştir. AB doğrusu ve CE doğrusu çemberin dışındaki D noktasında kesişmektedir.

Buna göre, x kaç birimdir?

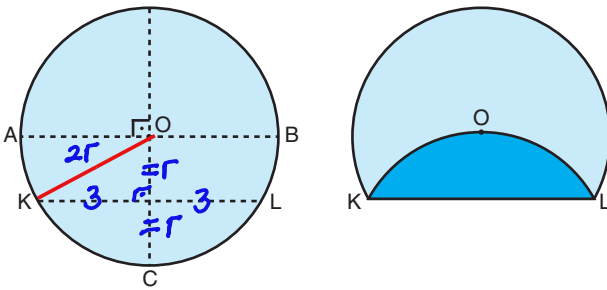
- A) 4 B) 6 C) 8  D)  $4\sqrt{3}$  E)  $6\sqrt{3}$

2019 MSÜ

$$x\sqrt{3} = 12$$

$$x = 4\sqrt{3}$$

2. Şekilde, O merkezli [AB] çaplı daire biçimde bir kağıt verilmiştir. Bu kağıt, AB doğru parçasına paralel ve 6 birim uzunluğundaki [KL] kirişi boyunca şekildeki gibi katlandığında C noktası O noktasının üzerine geliyor.



Buna göre, O merkezli dairenin alanı kaç birimkaredir?

- A)  $12\pi$  B)  $15\pi$  C)  $18\pi$  D)  $21\pi$  E)  $24\pi$

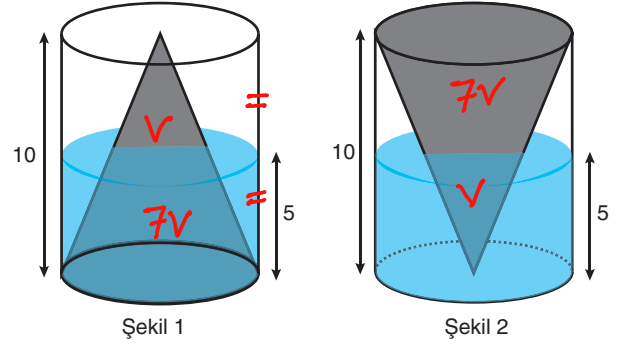
2019 MSÜ

$$(2r)^2 = r^2 + 3^2$$

$$3r^2 = 9 \Rightarrow r = \sqrt{3}$$

$$Alan = \pi \cdot (2\sqrt{3})^2 = 12\pi$$

3.



Yüksekliği 10 birim olan içi boş bir dik dairesel silindirin içine Şekil 1'deki gibi yüksekliği 10 birim olan bir dik koni yerleştirilmiştir. Bu silindirle koninin arasına hacmi  $V_1$  birimküp olan su doldurulmuş ve suyun yüksekliği 5 birim olmuştur. Sonra bu cisim, Şekil 2'deki gibi ters çevrilmiş ve bir miktar daha su eklendikten sonra suyun hacmi  $V_2$  birimküp ve yüksekliği 5 birim olmuştur.

Buna göre,  $\frac{V_1}{V_2}$  oranı kaçtır?

(Bu işlem sırasına koniye su girışı olmamaktadır.)

- A)  $\frac{3}{7}$   B)  $\frac{5}{11}$  C)  $\frac{8}{15}$  D)  $\frac{10}{21}$  E)  $\frac{15}{31}$

Silindirin hacmi  $24V$  olur. 2017 YGS

$$\left. \begin{array}{l} V_1 = 12V - 7V = 5V \\ V_2 = 12V - V = 11V \end{array} \right\} \frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{11}$$

4. Arda, Berk ve Can'ın oynadığı bir körebe oyununda ebe olan kişi diğerlerinden birini yakalamakta ve yakaladığı bu kişi yeni ebe olmaktadır. Sonra, oyun yeni ebe için de benzer şekilde devam etmektedir. Bu üç kişinin diğerlerini yakalama olasılıkları ile ilgili bilgiler aşağıda verilmiştir.

- Arda ebe ise % 60 olasılıkla, Berk'i % 40 olasılıkla Can'ı yakalar.
- Berk ebe ise % 80 olasılıkla Arda'yı, % 20 olasılıkla Can'ı yakalar.
- Can ebe ise % 40 olasılıkla Arda'yı, % 60 olasılıkla Berk'i yakalar.

Bu oyunda ilk ebe Arda olduğuna göre, 3. ebein tekrar Arda olma olasılığı yüzde kaçtır?

- A) 50 B) 54 C) 58  D) 64 E) 70

2017 YGS

$$\frac{60}{100} \cdot \frac{80}{100} + \frac{40}{100} \cdot \frac{40}{100}$$

$$\frac{48}{100} + \frac{16}{100} = \frac{64}{100}$$

ÖSYM ÇIKMIŞ SORULAR - Karma Test 3

5. Bir elektronik tartı; her ölçümde, üzerine konulan ağırlığı % 20 olasılıkla gerçek ağırlığından 1 kilogram fazla, % 30 olasılıkla gerçek ağırlığından 1 kilogram az % 50 olasılıkla da doğru tartmaktadır.

Gerçek ağırlıkları sırasıyla 80 ve 81 kilogram olan Ali ile Mehmet bu tartıda birer kere tartılacaktır.

Buna göre, ölçüm sonunda Ali ile Mehmet'in ağırlıklarının eşit çıkma olasılığı yüzde kaçtır?

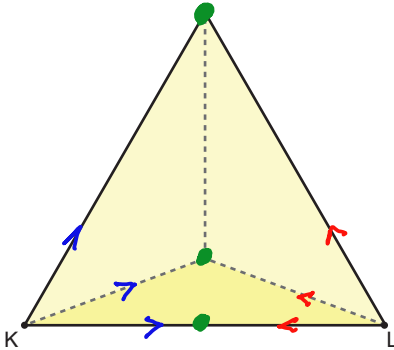
- A) 40 B) 35 C) 30  D) 25 E) 20

2018 TYT

$$\frac{20}{100} \cdot \frac{50}{100} + \frac{50}{100} \cdot \frac{30}{100}$$

$$\frac{10}{100} + \frac{15}{100} = \frac{25}{100} \rightarrow \%25$$

6. Bir düzgün dörtyüzlünün K ve L köşelerinde birer karınca bulunmaktadır.



Bu karıncalardan her biri buldukları köşelerden çıkan ayrıtlardan birini rastgele seçip bu ayrıtlar boyunca yürümeye başlıyor, ayrıntın diğer köşesine ulaştığında ise duruyor.

Buna göre, karıncaların karşılaşma olasılığı kaçtır?

- A)  $\frac{1}{3}$  B)  $\frac{2}{3}$  C)  $\frac{1}{4}$  D)  $\frac{3}{4}$  E)  $\frac{1}{9}$

2018 AYT

$$\frac{3}{3 \cdot 3} = \frac{1}{3}$$

7. Bir torbada 1'den 10'a kadar numaralandırılmış 10 top bulunmaktadır.

Bu torbadan rastgele çekilen iki topun numaralarının toplamının 15 olduğu bilindiğine göre, 7 numaralı topun çekilmiş olma olasılığı kaçtır?

- A)  $\frac{2}{3}$  B)  $\frac{2}{5}$  C)  $\frac{2}{7}$  D)  $\frac{1}{2}$   E)  $\frac{1}{3}$

2013 YGS

$$(5,10), (6,9), (7,8)$$

$$\frac{1}{3}$$

8. Taban yarıçapı r birim, yüksekliği h birim olan bir dik dairesel silindirin hacmi,

$$V_{\text{silindir}} = \pi r^2 h$$

Yarıçapı r birim olan bir kürenin hacmi,

$$V_{\text{küre}} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

formülleri ile hesaplanır.

Taban yarıçapı 4 birim, yüksekliği 18 birim olan dik dairesel silindirin içinde 12 birim yüksekliğinde su bulunmaktadır. Betül bu silindirin içine yarıçapı 3 birim olan küre biçimindeki özdeş demir bilyeleri teker teker atmaya başlıyor. Silindirdeki su taşınca, Betül bilye atmaya bırakıyor.

Buna göre, silindirden taşan suyun hacmi kaç birim-küptür?

- A)  $6\pi$   B)  $12\pi$  C)  $18\pi$  D)  $24\pi$  E)  $30\pi$

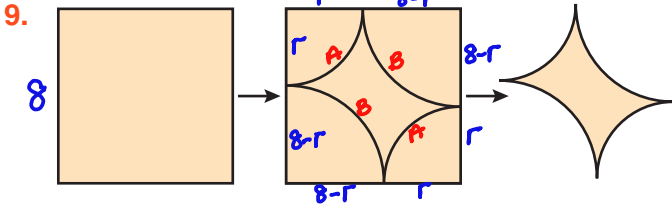
2018 MSÜ

$$\text{Baş} = \pi \cdot 4^2 \cdot 18 - \pi \cdot 4^2 \cdot 12 = 96\pi$$

$$\text{Kısımın Hacmi} \quad V_{\text{KÜRE}} = \frac{4}{3} \pi \cdot 3^3 = 36\pi$$

$$3 \text{ tane atsa } 108\pi$$

$$108\pi - 96\pi = 12\pi$$



Elif çevre uzunluğu 32 birim olan kare biçimindeki kağıdın üzerine, merkezleri bu kağıdın köşelerinde yer alan ve birbirine teğet olan dört çeyrek daireyi şekildeki gibi belirliyor. Sonra bu çeyrek daireleri kesip atarak şekildeki kalan parçayı elde ediyor.

Buna göre, kalan parçanın çevresi kaç birimdir?

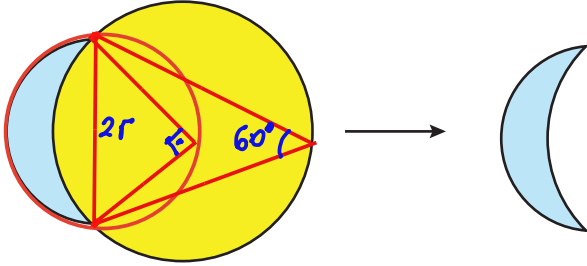
- A)  $6\pi$  B)  $7\pi$  C)  $8\pi$  D)  $9\pi$  E)  $10\pi$

2018 MSÜ

$$A+B = \frac{2\pi \cdot r}{4} + \frac{2\pi \cdot (8-r)}{4} = 4\pi$$

$$2 \cdot (A+B) = 8\pi$$

10. Bulut mavi ve sarı renkli daire biçimindeki iki kartondan sarı olanı mavi olanın üstüne şekildeki gibi koyuyor. Sonra, mavi kartonun sarı kartonun altında kalmayan kısmını keserek kartondan mavi bir hilal elde ediyor.



Bulut, bu hilali çevreleyen iki çember yayının ölçülerini  $120^\circ$  ve  $180^\circ$  olarak ölçüyor.

Buna göre, başlangıçtaki mavi kartonun yarıçapının sarı kartonun yarıçapına oranı kaçtır?

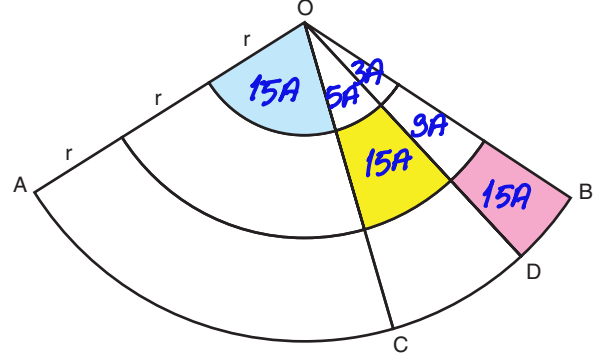
- A)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$  B)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  C)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  D)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  E)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2020 MSÜ

$$\frac{2r}{\sin 60} = 2R \Rightarrow R = \frac{2r}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{r}{R} = \frac{r}{\frac{2r}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

11. Aşağıda, AOB açısının ölçüsü  $115^\circ$  olmak üzere; O merkezli  $r$ ,  $2r$  ve  $3r$  yarıçaplı daire dilimleri gösterilmiştir. Şekildeki mavi, sarı ve pembe renge boyalı bölgelerin alanları birbirine eşittir.



Buna göre, COD dar açısının ölçüsü kaç derecedir?

- A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

2020 MSÜ

$$\pi r^2 \cdot \frac{115}{360} = 23A$$

$$\pi r^2 \cdot \frac{\alpha}{360} = 5A$$

oranlanırsa

$$\frac{115}{\alpha} = \frac{23}{5}$$

$$\alpha = 25$$

12. Düzlemde çizilen ABC üçgeninin AB, BC ve AC kenarlarının uzunlukları sırasıyla 7, 16 ve 13 birimdir.

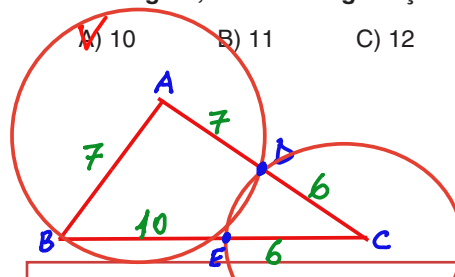
A merkezli ve B noktasından geçen çember çizildiğinde AC kenarını D noktasında kesiyor.

C merkezli ve D noktasından geçen çember çizildiğinde BC kenarını E noktasında kesiyor.

Buna göre, |BE| uzunluğu kaç birimdir?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

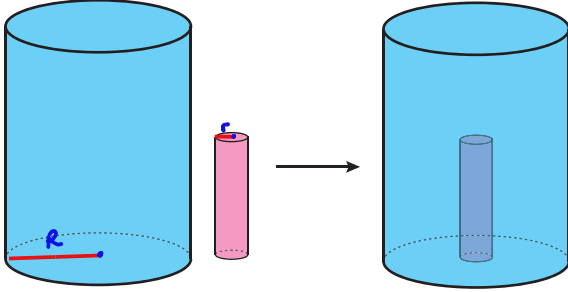
2016 LYS



1. D	2. A	3. B	4. D	5. D	6. A
7. E	8. B	9. C	10. E	11. B	12. A

ÖSYM ÇIKMIŞ SORULAR - Karma Test 4

1. İçi tamamen su dolu silindir biçimindeki bir kap ile yüksekliği bu kabın yüksekliğinin yarısına eşit olan silindir biçimindeki bir mermer blok aşağıda verilmiştir.



Mermer blok, tamamı suya batacak biçimde kabın içine konduğunda kaptaki suyun  $\frac{1}{32}$ 'si taşmaktadır.

Buna göre, kabın taban yarıçapının mermer bloğun taban yarıçapına oranı kaçtır?

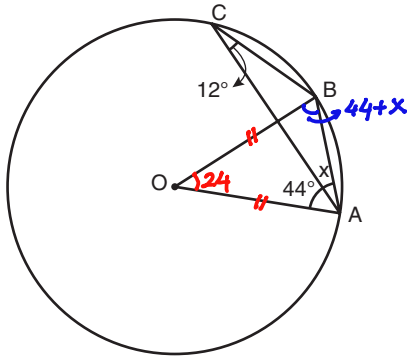
- A) 2 B) 3 C) 4 D)  $2\sqrt{2}$  E)  $4\sqrt{2}$

$$\pi \cdot R^2 \cdot 2h \cdot \frac{1}{32} = \pi r^2 \cdot h$$

$$\frac{R^2}{r^2} = 16 \Rightarrow \frac{R}{r} = 4$$

2020 AYT

2.



O merkezli çember,

$$m(\widehat{ACB}) = 12^\circ, m(\widehat{OAC}) = 44^\circ, m(\widehat{CAB}) = x$$

Şekilde verilen A, B ve C noktaları O merkezli çemberin üzerindedir.

Buna göre, x kaç derecedir?

- A) 22 B) 24 C) 28 D) 32 E) 34

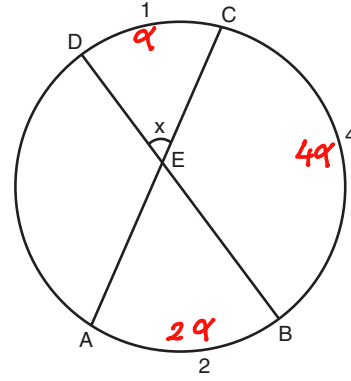
$$2 \cdot (44+x) + 24 = 180$$

$$112 + 2x = 180$$

$$2x = 68 \Rightarrow x = 34$$

2015 LYS

3.



[BD] çaplı çember,

$$[AC] \cap [BD] = \{E\}$$

$$m(\widehat{DEC}) = x$$

Şekildeki çemberin AB, BC ve CD yaylarının uzunlukları sırasıyla 2, 4 ve 1 birimdir.

Buna göre, x kaç derecedir?

- A) 42 B) 45 C) 48 D) 51 E) 54

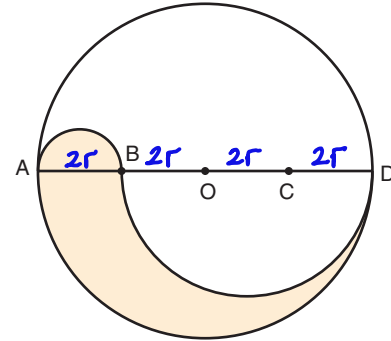
2016 LYS

$$x = \frac{\alpha + 2\alpha}{2} = \frac{3\alpha}{2}$$

$$5\alpha = 180 \Rightarrow \alpha = 36$$

$$x = \frac{3}{2} \cdot 36 = 54$$

4.



Şekildeki O merkezli çemberin çapı 4 eşit parçaya bölünmüş ve [AB] ile [BD] çaplı yarım çemberler çizilip boyalı bölge oluşturulmuştur.

Boyalı bölgenin alanı  $20\pi \text{ cm}^2$  olduğuna göre, O merkezli çemberin yarıçapı kaç cm'dir?

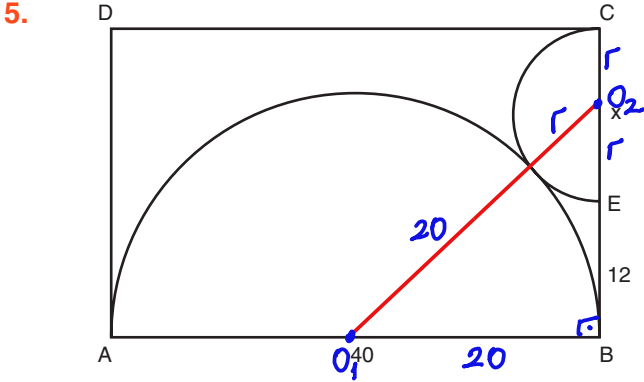
- A)  $4\sqrt{2}$  B)  $5\sqrt{2}$  C)  $6\sqrt{3}$  D)  $3\sqrt{5}$  E)  $4\sqrt{5}$

$$\frac{\pi \cdot r^2}{2} + \frac{\pi (4r)^2}{2} - \frac{\pi (3r)^2}{2} = 20\pi$$

$$4r^2 = 20 \Rightarrow r = \sqrt{5}$$

$$4 \cdot r = 4\sqrt{5}$$

2014 LYS



ABCD dikdörtgen,

$E \in [BC]$

$|AB| = 40$  birim,  $|BE| = 12$  birim,  $|EC| = x$

Şekilde verilen  $[AB]$  ve  $[EC]$  çaplı yarım çemberler birbirine teğettir.

Buna göre,  $x$  kaç birimdir?

- A) 12    B) 14    C) 16     D) 18    E) 20

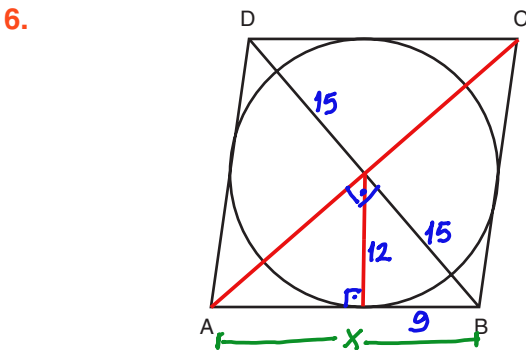
$$20^2 + (12+r)^2 = (20+r)^2 \quad \text{2016 LYS}$$

$$\cancel{20^2} + 12^2 + 24r + r^2 = \cancel{20^2} + 40r + r^2$$

$$16r = 144$$

$$r = 9$$

$$x = 2r = 18$$



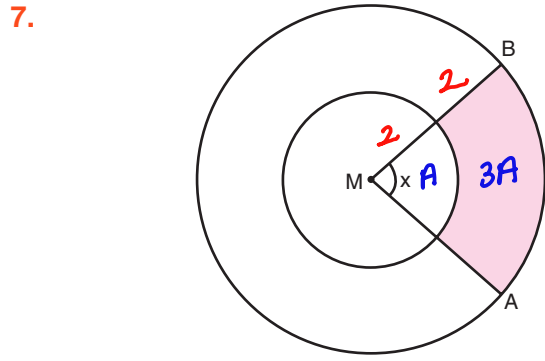
Yukarıda verilen ABCD eşkenar dörtgeninin tüm kenarlarına teğet olan çemberin çapı 24 birimdir.

Eşkenar dörtgenin  $[BD]$  köşegeninin uzunluğu 30 birim olduğuna göre, bir kenar uzunluğu kaç birimdir?

- A) 20     B) 25    C) 27    D) 30    E) 32

$$15^2 = 9 \cdot x$$

$$x = 25 \quad \text{2015 LYS}$$



Şekilde, yarıçapları 2 birim ve 4 birim olan M merkezli iki daire ile  $\widehat{BMA}$  açısı gösterilmiştir.

Küçük dairenin alanı boyalı bölgenin alanına eşit olduğuna göre,  $m(\widehat{BMA}) = x$  kaç derecedir?

- A) 120    B) 108    C) 100    D) 90    E) 72

2015 LYS

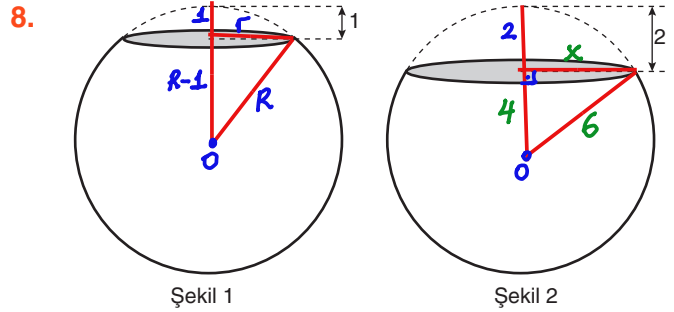
$$3A = \pi \cdot 2^2 \Rightarrow 3A = 4\pi$$

$$A = \pi \cdot 2^2 \cdot \frac{x}{360}$$

$$3 \cdot \frac{4\pi \cdot x}{360} = 4\pi \Rightarrow 3x = 360$$

$$x = 120$$

ACİL MATEMATİK



Küre biçimindeki bir mum tepesinden 1 birim uzaklıktaki yatay düzlemde Şekil 1'deki gibi kesiliyor ve üst kısmı atılıyor.

Daha sonra, kalan mum üst yüzünden 1 birim uzaklıktaki yatay düzlemde Şekil 2'deki gibi tekrar kesiliyor ve üst kısmı atılıyor.

Şekil 1'de oluşan dairesel kesitin alanı  $11\pi$  birimkare olduğuna göre, Şekil 2'de oluşan dairesel kesitin alanı kaç birimkaredir?

- A)  $14\pi$     B)  $15\pi$     C)  $16\pi$     D)  $18\pi$      E)  $20\pi$

$$\pi \cdot r^2 = 11\pi \quad (R-1)^2 + r^2 = R^2$$

$$r^2 = 11 \quad 2R = 12$$

$$R = 6$$

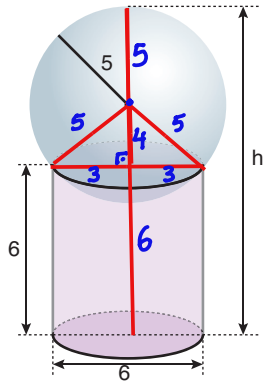
$$x^2 + 4 = 6^2$$

$$x^2 = 20$$

$$\text{Alan} = \pi \cdot x^2 = 20\pi$$

ÖSYM ÇIKMIŞ SORULAR - Karma Test 4

9. Zeminde bulunan ve taban çapı ile yüksekliği 6 birim olan dairesel dik silindir biçimindeki bardağın üzerine yarıçapı 5 birim olan bir küre şeklindeki gibi yerleştiriliyor.



Buna göre, kürenin tepe noktasının zeminden yüksekliği  $h$  kaç birimdir?

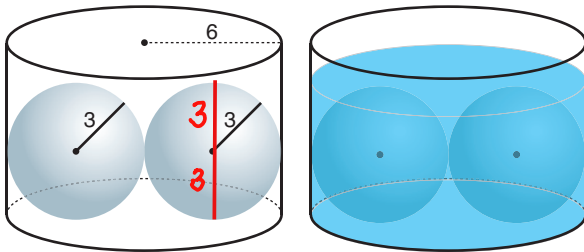
- A) 13,5 B) 14 C) 14,5  D) 15 E) 15,5

2016 LYS

$$h = 5 + 4 + 6$$

$$h = 15$$

10. Yarıçapı 6 birim olan dik dairesel silindirin içine yerleştirilen 3 birim yarıçaplı küre biçimindeki iki adet demir bilyenin konumu Şekil 1'de gösterilmiştir.



Şekil 1

Şekil 2

Bilyelerin tamamı su içinde kalana kadar silindir suyla dolduruluyor ve Şekil 2'deki görünüm elde ediliyor.

Buna göre, Şekil 2'de silindirde bulunan suyun hacmi kaç birimküptür?

- A)  $96\pi$  B)  $108\pi$  C)  $120\pi$  D)  $132\pi$   E)  $144\pi$

2016 YGS

$$\pi \cdot 6^2 \cdot 6 - 2 \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 3^3$$

$$216\pi - 72\pi = 144\pi$$

11. Yarıçapı  $r$  ve yüksekliği  $h$  olan bir dik dairesel silindirin hacmi  $V = \pi r^2 h$  formülüyle hesaplanır.

Yükseklikleri eşit, içleri boş ve tabanları birbirine paralel olacak şekilde iç içe bulunan iki dik dairesel silindirin üzerinde iki musluk bulunmaktadır. Bu musluklardan biri içteki silindire, diğeri ise silindirler arasında kalan bölgeye birim zamanda aynı miktarda su doldurmaktadır.

Bu musluklar aynı anda açılıp içteki silindirin tamamı dolduğu an musluklar kapatılıyor. Son durumda içteki silindirde bulunan suyun yüksekliği, silindirler arasında kalan bölgedeki suyun yüksekliğinin 4 katı oluyor.

Buna göre, dıştaki silindirin yarıçapının içteki silindirin yarıçapına oranı kaçtır?

- A)  $\sqrt{3}$   B)  $\sqrt{5}$  C)  $\sqrt{7}$  D) 2 E) 3

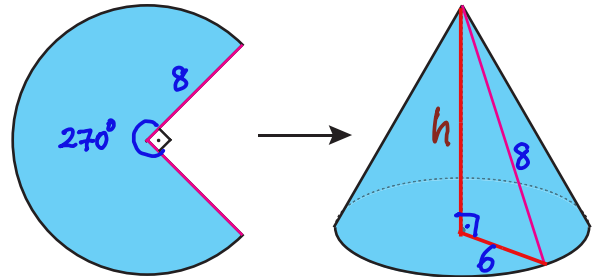
2018 TYT

$$\pi r^2 \cdot 4h = \pi R^2 \cdot h - \pi r^2 \cdot h$$

$$5r^2 = R^2$$

$$\frac{R}{r} = \sqrt{5}$$

12. Yarıçapı 8 birim olan daire biçimindeki bir kağıttan çeyrek daire biçiminde bir dilim kesilerek çıkartılıyor. Kalan kısım, kırmızı çizgiler çakışacak biçimde şekilde gösterildiği gibi birleştirilerek bir dik dairesel koni oluşturuluyor.



Buna göre, oluşturulan koninin yüksekliği kaç birimdir?

- A)  $2\sqrt{3}$  B)  $2\sqrt{5}$   C)  $2\sqrt{7}$

D)  $3\sqrt{2}$

E)  $3\sqrt{3}$

$$\frac{r}{l} = \frac{\alpha}{360}$$

$$\frac{r}{8} = \frac{270}{360} \Rightarrow r = 6$$

$$h^2 + 6^2 = 8^2$$

$$h^2 = 28$$

$$h = 2\sqrt{7}$$

2019 AYT

1. C	2. E	3. E	4. E	5. D	6. B
7. A	8. E	9. D	10. E	11. B	12. C