

ACIL MATEMATİK

AYT

BÖLÜM - 7

LOGARİTMA

- Üstel Fonksiyonların Grafikleri
- Logaritma Fonksiyonunun Tanım Kümesi
- Üstel ve Logaritma Fonksiyonlarının Tersi
- Logaritma Fonksiyonunun Özellikleri
- Üstel-Logaritmik Denklem ve Eşitsizlikler
- Üstel-Logaritmik Eşitsizlikler
- Logaritmik Grafikler
- Logaritmanın Günlük Hayat Problemlerine Uygulanması
- Logaritma

Yazarın Notları

Sevgili Öğrencimiz,

Şimdi de sıra geldi kelime anlamına ödül konmuş konumuza; logaritmaya.

Üslü sayılarla dirsek teması olan logaritma konusu birçok öğrencinin sevdiği konulardandır. Müfredatta kapladığı geniş yer itibariyle de çok önemlidir.

Kuralları ilk öğrenildiğinde karışmaya müsait gibi görünse de anlamlandırarak yani gerektiğinde formülleri kendin kanıtlamaya çalışarak öğrenmelisin. "Yağız atın çiftesi pek olur" atasözü gereğince bazen şaşırtabilir veya sert tepkileri barındırabilir bazı sorular. Asla logaritmayı küçümseme. Zaten sen sen ol hiçbir konuyu küçümseme. Keyif alıyorsan, başarıyorsun demektir. Kolay gelsin.

Logaritma

Türkçe karşılığını bulana yüz lira ikramiye verilecek

Ankara 3 (A.A.) — Türk dili kurumu genel sekreterliğinden:

Logaritma sözünün Türkçe karşılığını bulanlardan en isabet edene yüz lira hediye edilecektir. Bu hediye şimdiden İş Bankasına tevdi edilmiştir. Cevaplar Nisan altı akşamına kadar verilmiş olmalıdır.

Genel sekreter adına
M. R. Tankut

1. I. $f(x) = x^3$ —
 II. $g(x) = (-5)^x$ —
 III. $h(x) = (\sqrt{2})^{x+1}$ ✓
 * $f(x) = a^x$ ise
 $a > 0$
 $a \neq 1$ olmalı. (D)

2. $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere,
 $f(x) = (m-5)^{x+2}$
 $g(x) = (12-m)^{2x-1}$
 $m-5 > 0$ $12-m > 0$
 $m > 5$ $12 > m$
 $m-5 \neq 1$ $12-m \neq 1$
 $m \neq 6$ $m \neq 11$
 $5 < m < 12$
 $7+8+9+10 = \frac{34}{7}$ (C)

3. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,
 $f(x) = 2^{-3x}$
 $f(1) = 2^{-3}$
 $f(-1) = 2^3$
 $f(1) + f(-1) = \frac{1}{8} + 8 = \frac{65}{8}$ (D)

4. $f(x) = 125^x$ ve $g(x) = 5^{x-1}$
 fonksiyonları veriliyor.
 $f(x) = 5^{3x}$
 $g(x) = \frac{5^x}{5} \Rightarrow 5^x = 5g(x)$
 $f(x) = (5g(x))^3 = 125g^3(x)$ (C)

5. $f(x) = 5^x$ fonksiyonu veriliyor.
 $5 \leq f(p) < 250$
 $5 \leq 5^p < 250$ $250 = 5^3 \cdot 2$
 $1 \leq p < 3, \dots$
 $1+2+3 = \frac{6}{7}$ (E)

6. $f(x-3) = x^2 - 6x + 11$
 $(x-3)^2 + 2$
 $f(x) = x^2 + 2$
 $f(2^x) = 2^{2x} + 2$
 $= 4^x + 2$ (B)

7. $f(x) = (0,5)^{x-1}$ $f^{-1} \circ g(3) = ?$
 $g(x+2) = 2^{x+2}$
 $g(3) = 2^5 = 8$
 $x = f^{-1} \left(\frac{(0,5)^{x-1}}{8} \right)$
 $0,5 = \frac{5}{10} = 2^{-1}$
 $-x+1 = \frac{3}{3}$
 $2 = 2$
 $x = -2$ (C)

8. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere,
 $f(x) = 2^x$ fonksiyonu veriliyor.
 I. (1-1)
 $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$
 I. Bire bir ve örtendir.
 II. Artandır. (örtün) $y \in \mathbb{R}^+$ için en az bir $x \in \mathbb{R}$ var
 III. $f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$ dir.
 II. $x=1 \Rightarrow f(x)=2$
 $x=2 \Rightarrow f(x)=4$ artan
 III. $f(x+y) = 2^{x+y} = 2^x \cdot 2^y = f(x) \cdot f(y)$ ✓ (E)

ACIL MATEMATİK

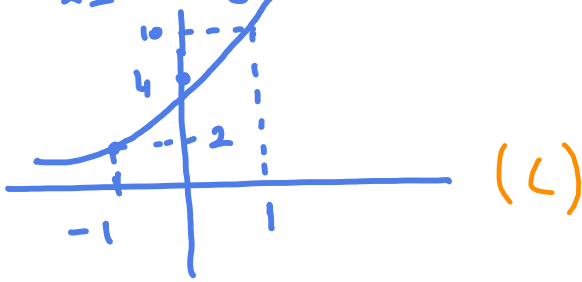
9. $f(x) = 3^{x+1} + 1$

$x=0 \Rightarrow y=4$

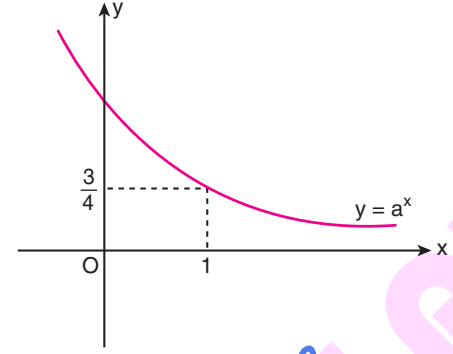
$y=0 \Rightarrow 3^{x-1} = -1$ olamaz
 $y \neq 0$ yani x eksenini kesmez

$x=-1 \Rightarrow y=3^0+1=2$

$x=1 \Rightarrow y=3^2+1=10$



11.

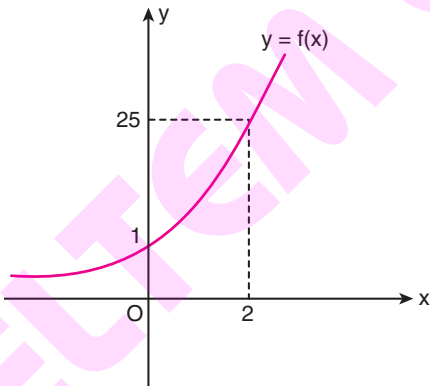


$f(1) = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{3}{4} = a$

$f(x) = \left(\frac{3}{4}\right)^x$

$f(-1) \cdot f(2) = \frac{4}{3} \cdot \frac{9}{16} = \frac{3}{4}$ (D)

10.



$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$,

$f(x) = \left(\frac{1}{a}\right)^x$

$x=0 \Rightarrow y=1$

$x=2 \Rightarrow y=25$

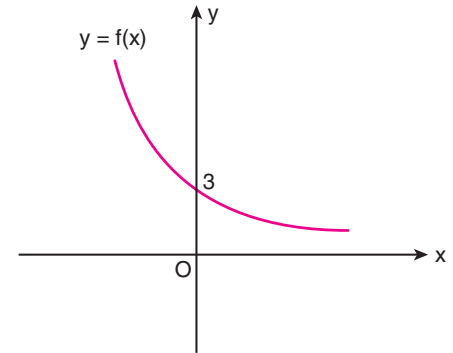
$\left(\frac{1}{a}\right)^0 = 1 \checkmark$

$\left(\frac{1}{a}\right)^2 = 25$

$a^2 = 5^2$

$a = \frac{1}{5}$ (E)

12.



Şekilde grafiği verilen fonksiyon,

$f(x) = 3^{a-x}$ dir.

$f^{-1}\left(\frac{3^{a-x}}{9}\right) = x$

$3^{a-x} = 3^2$

$a-x=2$

$1-x=2$

$x=-1$ (A)

$x=0 \Rightarrow y=3$

$3^a = 3 \Rightarrow a=1$

1. $x > 0$

$$5 - x > 0 \Rightarrow x < 5$$

$$x \neq 1$$

$$(0, 5) - \{1\}$$

$$2 + 3 + 4 = \frac{9}{7} \quad (C)$$

2. $f(x) = \log_x \left(\frac{3-x}{4+x} \right)$

$$x > 0$$

$$x \neq 1$$

$$\frac{3-x}{4+x} > 0 \rightarrow x \in (-4, 3)$$

$$x \in (0, 3) - \{1\} \quad (B)$$

$$\frac{2}{7}$$

3. $\log_a(9 - a^2)$

$$a > 0$$

$$a \neq 1$$

$$9 - a^2 > 0$$

$$a^2 < 9$$

$$|a| < 3$$

$$-3 < a < 3$$

$a \in (0, 3) - \{1\}$
yalnız 2 olı. 1 den
1 elemanı var

$$(A)$$

4. $\log_{(x-4)}(x^2 - x - 2)$

$$x - 4 > 0 \rightarrow x > 4$$

$$x - 4 \neq 1 \rightarrow x \neq 5$$

$$x^2 - x - 2 > 0$$

$$(x-2)(x+1) > 0$$

$$\begin{array}{c|cc} x & -1 & 2 \\ \hline & + & - & + \end{array}$$

$$x \in (4, \infty) - \{5\}$$

$$6 + 7 = \frac{13}{7} \quad (A)$$

5. $f(x) = \log_{0,1}(x^2 - 6x + 9)$

$$x^2 - 6x + 9 > 0$$

$$(x-3)^2 > 0$$

$$\begin{array}{c|c} x & 3 \\ \hline & + & - & + \end{array}$$

$$\mathbb{R} - \{3\} \quad (B)$$

6. $f(x) = \ln(8x - x^4)$

$$8x - x^4 > 0$$

$$x(8 - x^3) > 0$$

$$\begin{array}{c|cc} x & 0 & 2 \\ \hline & + & - & - \end{array}$$

$$x \in (0, 2) \Rightarrow \frac{1}{7} \quad (A)$$

7. $f(x) = \log(x^2 - 5ax + 25)$

fonsiyonu $\forall x \in \mathbb{R}$ için tanımlıdır.

$$x^2 - 5ax + 25 > 0$$

$$\Delta \leq 0$$

$$25a^2 - 4 \cdot 25 \leq 0$$

$$a^2 \leq 4$$

$$|a| \leq 2$$

$$-2 \leq a \leq 2$$

$$-2 - 1 + 0 + 1 + 2 = \frac{0}{7} \quad (A)$$

1. Tanımlı olduğu aralıkta,

$$f(x) = 3^{x-1}$$

$$\log_3 y = x-1$$

$$\log_3 y + 1 = x$$

$$\bar{f}'(x) = \log_3 x + 1 \quad (A)$$

2. Tanımlı olduğu aralıkta,

$$f(x) = \frac{e^{1-3x}}{2}$$

$$2y = e^{1-3x}$$

$$\ln 2y = 1-3x$$

$$3x = 1 - \ln 2y$$

$$x = \frac{1 - \ln 2y}{3}$$

$$\bar{f}'(x) = \frac{1 - \ln 2x}{3} \quad (A)$$

3. Tanımlı olduğu aralıkta,

$$f(x) = 2 - \log_3(x+1)$$

$$2-y = \log_3(x+1)$$

$$\frac{2-y}{3} = x+1 \Rightarrow 3^{\frac{2-y}{3}-1} = x$$

$$\bar{f}'(x) = 3^{\frac{2-x}{3}-1} - 1 \quad (A)$$

4. Tanımlı olduğu aralıkta,

$$f(x) = \ln(x+2) - 3$$

$$y+3 = \ln(x+2)$$

$$e^{y+3} = x+2$$

$$e^{y+3} - 2 = x \Rightarrow \bar{f}'(x) = e^{x+3} - 2$$

$$\bar{f}'(1) = \frac{e^4 - 2}{1} \quad (C)$$

5. $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere,

$$f(x) = \log_a(3x+1)$$

funksiyonu tanımlanıyor.

$$\bar{f}'(3) = 21$$

$$a^y = 3x+1$$

$$\frac{a^y - 1}{3} = x$$

$$\bar{f}'(x) = \frac{a^x - 1}{3}$$

$$\bar{f}'(3) = \frac{a^3 - 1}{3} = 21$$

$$a^3 - 1 = 63$$

$$a^3 = 64$$

$$a = 4 \quad (C)$$

6. $f(x) = \log_3 x$

$$(g \circ f)(x) = x + 3$$

$$g(\log_3 x) = x + 3$$

$$x = 3^y \Rightarrow g(x) = 3^x + 3$$

$$g(2) = 3^2 + 3$$

$$g(2) = 12 \quad (D)$$

7. $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \ln(e^2 x)$$

$$e^y = e^2 x$$

$$e^{y-2} = x$$

$$\bar{f}'(x) = e^{x-2} \quad (B)$$

1. $2^{x-1} = 3$

$$\log_2 3 = x-1$$

$$\log_2 3 + 1 = x \quad (A)$$

—————

2. $\log_2 3 = a$

$$\frac{1}{4^{a-1}} = 4^{1-a} = 2^{2-2a} = \frac{2^2}{2^{2a}}$$

$$2^a = 3 \Rightarrow \frac{4}{9} \quad (A)$$

3. $\log_2(\log x) = 3$

$$\log x = 2^3 = 8$$

$$x = 10^8 \quad (A)$$

4. e, doğal logaritma tabanıdır.

$$\log_{\frac{1}{2}}(\ln x) = -1$$

$$\ln x = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2$$

$$x = e^2 \quad (A)$$

5. e, doğal logaritma tabanıdır.

$$\ln(\log_3 x) = 1$$

$$\log_3 x = e^1$$

$$x = 3^e \quad (C)$$

6. $\log_5(5 \cdot \log_3(\log_x 3)) = 1$

$$\cancel{\log_3(\log_x 3)} = 1$$

$$\log_x 3 = 3$$

$$x^3 = 3$$

$$x = \sqrt[3]{3} \quad (C)$$

7. m pozitif gerçek sayıdır.

$$\log_m(\log_2(1 + \log_3(x+1))) = 0$$

$$m^0 = 1$$

$$\log_3(x+1) = 1$$

$$x+1 = 3$$

$$x = 2 \quad (A)$$

8. $2a \cdot \log b = 1$

$$\log b = \frac{1}{2a}$$

$$b = 10^{\frac{1}{2a}}$$

$$b^a = 10^{\frac{1}{2a} \cdot a} = 10^{\frac{1}{2}} = \sqrt{10} \quad (C)$$

9. a ve b, 1'den farklı pozitif reel sayılardır.

$$3^{x^2-1} = a$$

$$3^x = 3b$$

$$\log_3 a = x^2 - 1$$

$$\log_3 3b = x = \log_3 3 + \log_3 b$$

$$\log_3 b = x - 1$$

$$\frac{\log_3 a}{\log_3 b} = \frac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1 \quad (D)$$

$$\log_3 a = x + 1 \Rightarrow x = -1 + \log_3 a$$

10. $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ olmak üzere,

$$\log(\tan x) = 0$$

$$\tan x = 10^0 = 1$$

$$x = \frac{\pi}{4} \quad (C)$$

11. $\log_2(\log_x 3) = 1$

$$\log_x 3 = 2$$

$$x^2 = 3$$

$$x = \sqrt{3} \quad (D)$$

12. $\log_2 16 - \log_5 \frac{1}{5^7} + \log_{\sqrt{2}} 4$

$$= \log_2 2^4 - \log_5 5^{-7} + \frac{2}{\frac{1}{2}} \log 2$$

$$= 4 + 7 + 4 = 15 \quad (E)$$

13. a ve b, 1'den farklı pozitif reel sayılardır.

$$\sqrt[3]{a} = b^5$$

$$a^{1/3} = b^5 \Rightarrow a = b^{15}$$

$$\log_a \sqrt{b} = \frac{1}{2} \log_a b = \frac{1}{2} \log_{b^{15}} b$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{15} \cdot \log_b b = \frac{1}{30} \quad (D)$$

14. $\sqrt{x\sqrt{x}} = e^6$

$$\sqrt{\sqrt{x^3}} = \sqrt[4]{x^3} = x^{3/4}$$

$$e^6 = x^{3/4}$$

$$e^{6 \cdot \frac{4}{3}} = x$$

$$e^8 = x \Rightarrow \ln x = \frac{8}{7} \quad (E)$$

15. $\sqrt{(\log 16)^2 + (\log \frac{1}{8})^2}$

$$= \sqrt{(\log 2^4)^2 + (\log 2^{-3})^2}$$

$$= \sqrt{16 \log^2 2 + 9 \log^2 2}$$

$$= \sqrt{25 \log^2 2}$$

$$= 5 \log 2$$

$$= \log 2^5 = \log 32 \quad (D)$$

1. $\log 2 = 0,3$ olmak üzere,

$$\begin{aligned} \log_{0,1} \sqrt[3]{16} \\ \log_{\frac{1}{10}} 2^{\frac{4}{3}} &= -\frac{4}{3} \log_{10} 2 \\ &= -\frac{4}{3} \log 2 \\ &= -\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{10} = -\frac{2}{5} \\ &= \underline{-0,4} \quad (B) \end{aligned}$$

2. $\log 2 = a$ olmak üzere,

$$\begin{aligned} \log(0,015) - \log(0,003) \\ \log \frac{15 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-3}} &= \log 5 \\ \log 5 &= 1 - \log 2 \\ &= \underline{1 - a} \quad (C) \end{aligned}$$

3. $\log(a + b) = 3\log a + \log b$

$$\begin{aligned} \log(a+b) &= \log a^3 + \log b \\ &= \log a^3 \cdot b \\ a+b &= a^3 b \\ a &= b(a^3 - 1) \\ \frac{a}{a^3 - 1} &= b \quad (A) \end{aligned}$$

4. $2\log x + \log \frac{3}{x} = 1$

$$\begin{aligned} 2\log x + \log 3 - \log x &= 1 \\ \log x + \log 3 &= 1 \\ \log 3x &= 1 \\ 3x &= 10 \\ x &= \frac{10}{3} \quad (B) \end{aligned}$$

5. $2\log_c a + \log_c b = 1$

$$\begin{aligned} \log_c a^2 b = 1 \quad c = a^2 b \\ \frac{c - 5c}{2c + 2c} = \frac{-4c}{4c} = \underline{-1} \quad (E) \end{aligned}$$

6. $\log_3(9!) = a + 1$

$$\begin{aligned} 9! &= 3^{a+1} \\ \log_9 9! &= \log_9 \frac{9!}{9} \\ &= \log_9 9! - \log_9 9 \\ &= \log_9 3^{a+1} - 1 \\ &= \frac{a+1}{2} \log_3 3 - 1 = \underline{\frac{a-1}{2}} \quad (B) \end{aligned}$$

7. $5^x = 3$ ve $5^y = \frac{25}{3}$

$$\begin{aligned} 3 \cdot 5^y &= 5^2 \\ 5^x \cdot 5^y &= 5^2 \\ x+y &= 2 \quad (E) \end{aligned}$$

8. a, b ve $c \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$\frac{a^3 b^2}{c\sqrt{c}} = 10^2$$

eşitliği veriliyor.

$$\begin{aligned} \log \frac{a^3 b^2}{c^{3/2}} &= 2 \\ 3 \log a + 2 \log b - \frac{3}{2} \log c &= 2 \quad (E) \end{aligned}$$

9. $a = \log 2$

$b = \log 3$

$c = \log 5!$

$$\begin{aligned} c &= \log 120 \\ c &= \log 3 \cdot 2^3 \cdot 5 \\ c &= \log 3 + 3 \log 2 + \log 5 \\ \log 5 &= c - b - 3a \quad (A) \end{aligned}$$

10. $a, b \in \mathbb{R}^+$ ve $a \cdot b = 81$ dir. $\rightarrow b = \frac{81}{a}$

$$\frac{\log_3 a}{2 - \sqrt{3}} = \frac{\log_3 b}{2 + \sqrt{3}} = x$$

$$\begin{aligned} \log_3 \frac{81}{a} &= \log_3 81 - \log_3 a \\ &= 4 - \log_3 a \end{aligned}$$

$$\log_3 b = (2 + \sqrt{3}) x = 4 - \log_3 a$$

$$+ \quad (2 - \sqrt{3}) x = \log_3 a$$

$$4x = 4$$

$$x = 1 \quad (B)$$

11. $\log 3 - \log 2 = a$

$$\rightarrow 1 - \log 5$$

$$\begin{aligned} a &= \log_3 + \log_5^{-1} \\ a+1 &= \log 15 \end{aligned}$$

$$225 = 15^2$$

$$\log 15^2 = 2 \log 15$$

$$= 2(a+1)$$

$$= 2a+2 \quad (E)$$

12. e, doğal logaritma tabanıdır.

$$10^{\log 3} + 4^{\log_2 5} - e^{\ln 2}$$

$$= 3 + 2^{2 \log_2 5} - 2$$

$$= 3 + 2^5 - 2$$

$$= 26 \quad (C)$$

13. $3^{\log_3 16 - \log_3 2}$

$$\log_3 16 - \log_3 2 = \log_3 8$$

$$3^{\log_3 8} = 8 \quad (C)$$

14. $(x-1) \cdot 5^{\log_5(x+1)} = 8$

$$(x-1)(x+1) = 8$$

$$x^2 - 1 = 8$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

$$x+1 > 0 \text{ o.l.d. den } \underline{x=3} \quad (B)$$

15. $(\sqrt{3})^{\log_9 10} = \sqrt{2x}$

$$3^{\frac{1}{2} \log_3 10} = 3^{\frac{1}{4} \log_3 16}$$

$$= 10^{\frac{1}{4}}$$

$$(2x)^{\frac{1}{2}} = 10^{\frac{1}{4}}$$

$$(2x)^2 = 10$$

$$2x = \sqrt{10} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{10}}{2} \quad (B)$$

16. e, doğal logaritma tabanıdır.

$$\sqrt{10^{\log 40} + e^{\ln 9}}$$

$$\sqrt{40+9} = \underline{7} \quad (C)$$

17. $49 \log_7 \sqrt{x^2 - x} = 2$

$$2 \log_7 \sqrt{x^2 - x} = 2$$

$$\left(\sqrt{x^2 - x}\right)^2 = 2$$

$$x^2 - x = 2$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$a = \underline{-2} \quad (E)$$

18. $a = \frac{\log_2 7}{\log_2 3}$

$$a = \log_3 7$$

$$3^a = 7 \Rightarrow 9^a = 7^2$$

$$= 49 \quad (A)$$

1. $\log_3 8 = x$

$$\log_{24} 9 = \frac{\log_3 9}{\log_3 24} = \frac{2}{\log_3 3 + \log_3 8} = \frac{2}{1+x}$$

(B)

2. $\frac{\ln 2}{\ln 3} = m = \log_3 2$

$$\log_6 12 = \frac{\log_3 12}{\log_3 6} = \frac{\log_3 3 \cdot 2}{\log_3 3 \cdot 2}$$

$$= \frac{1 + 2 \log_3 2}{1 + \log_3 2} = \frac{1 + 2m}{1 + m}$$

(D)

3. $\log_{20} 2 = a$ ve $\log_3 2 = b$

$$\log_{20} 15 = \frac{\log 15}{\log 20} = \frac{\log 3 + \log 5}{a}$$

$$\log 5 = \log \frac{100}{20} = \frac{\log 100 - \log 20}{a} = \frac{2 - a}{a}$$

(A)

4. $\ln 2 = a$ ve $\ln 3 = b$

$$\log_6 12 = \log_6 6 \cdot 2 = 1 + \log_6 2$$

$$= 1 + \frac{\ln 2}{\ln 6} = \frac{1 + \ln 2}{\ln 2 + \ln 3}$$

$$= 1 + \frac{a}{a+b} = \frac{2a+b}{a+b}$$

(A)

5. $\log_4 3 = a$ ve $\log_8 2 = b$

$$\log_3 20 = \frac{\log_4 20}{\log_4 3} = \frac{\log_4 4 + \log_4 5}{a} = \frac{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{3-b}{b} \right)}{a}$$

$$\frac{\log_2 3}{\log_2 10} = \frac{3}{1 + \log_2 5} = b = \frac{2b + 3 - b}{2ab}$$

$$\log_2 5 = \frac{3}{b} - 1 = \frac{3-b}{b} = \frac{b+3}{2ab}$$

(A)

6. a sayısı 1'den farklı pozitif reel sayıdır.

$$\frac{1}{\log_2 a} + \frac{1}{\log_3 a} + \dots + \frac{1}{\log_{10} a}$$

$$\log_a 2 + \log_a 3 + \dots + \log_a 10 = \log_a 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 10 = \log_a 10!$$

(D)

ACIL MATEMATİK

7. $\frac{2}{\log_x y} - \frac{2}{\log_y z} = \log_y z$

$$2(\log_y x - \log_y z) = 2 \log_y \frac{x}{z}$$

$$\left(\frac{x}{z} \right)^2 = z \quad \log_x z^3 = \log_x x^2 = 2$$

(B)

8. $\log_{\sqrt{5}} 3 \cdot \log_3 25$

$$\frac{2}{\frac{1}{2}} \log_5 3 \cdot \log_3 5 = \frac{4}{1} = 4$$

(B)

9. $\log_2 27 \cdot \log_3 25 \cdot \log_5 7$

$$= 2 \cdot 3 \log_2 3 \log_3 5 \cdot \log_5 7$$

$$= 6 \cdot \log_2 7 \quad (A)$$

10. $\frac{\log 5 \cdot \log_7 10}{\log_7 25} = \frac{\log 5 \cdot \log 10}{\log 25}$

$$= \frac{\log 5 \cdot 1}{2 \log 5} = \frac{1}{2} \quad (C)$$

11. $\frac{2}{3^{\log_4 9}} = 3^{2 \log_9 4}$

$$= 3^{2 \log_3 2}$$

$$= 3^{\log_3 4}$$

$$= 4 \quad (D)$$

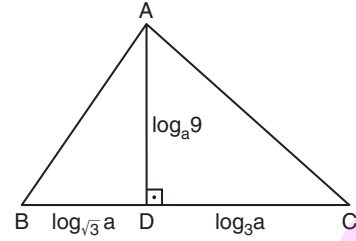
12. $\frac{5^x = 45^y}{5^y \cdot 5^y} / 5^{2y}$

$$\frac{5^{x-y}}{5^{2y}} = \frac{9^y}{15^{2y}}$$

$$= \frac{\log_5 9^y}{\log_5 15^{2y}} = \frac{2/y \log_5 3}{2/y \log_5 15}$$

$$= \frac{\log_5 3}{\log_5 15} \quad (B)$$

13. a sayısı 1'den farklı pozitif reel sayıdır.



ABC üçgeninde,

$$AD \perp BC, |AD| = \log_a 9, |BD| = \log_{\sqrt{3}} a$$

$$|DC| = \log_3 a$$

olduğuna göre, $A(\widehat{ABC})$ kaç birimkaredir?

$$= (2 \log_3 a + \log_3 a) \log_3 a^2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$= (3 \log_3 a) (2 \cdot \log_3 a) \cdot \frac{1}{2} = 3 \quad (B)$$

ACIL MATEMATİK

14. $a = \log 5 + \log 3 = \log 15$

$$b = \frac{1 + \log 3}{\log 3} = \frac{\log 30}{\log 3} = \log_3 30$$

$$c = \frac{\ln 5}{\ln 2} = \log_2 5$$

$$1 < a < 2$$

$$3 < b < 4$$

$$2 < c < 3$$

$$\underline{a < c < b} \quad (B)$$

15. $\log 4 = x$ olduğuna göre,

$$\log_4 6 - \log_4 3 + \log_4 5$$

$$\log_4 \frac{6 \cdot 5}{3} = \log_4 10$$

$$= \frac{\log 10}{\log 4} = \frac{1}{x} \quad (C)$$

1. a ve b ardışık iki tam sayıdır.

$$a < \log_3 200 < b$$

$$3^a < 200 < 3^b$$

$$3^4 < 200 < 3^5$$

$$4+5=9 \quad (C)$$

2. a ve b ardışık iki tam sayıdır.

$$a < \log_2 25 + \log_4 5 < b$$

$$\log_4 25^2 + \log_4 5 = \log_4 25^2 \cdot 5 = \log_4 5^5$$

$$a < \log_4 5^5 < b$$

$$4^a < 5^5 < 4^b$$

$$4^5 < 3125 < 4^6$$

$$a=5 \quad b=6$$

$$a+b=11 \quad (C)$$

3. $\log_{\frac{1}{2}} 20$

$$a < \log_{\frac{1}{2}} 20 < b$$

$$\frac{-a}{2} < 20 < \frac{-b}{2}$$

$$\frac{-(-4)}{2} < 20 < \frac{-(-5)}{2}$$

$$\frac{-5}{2} \text{ ile } \frac{-4}{2} \quad (E)$$

4. a = log₂7

b = log₃8

c = log₄3

$$2 < a < 3$$

$$1 < b < 2$$

$$0 < c < 1$$

$$c < b < a \quad (A)$$

5. x = lnπ

$$y = \log_7 6$$

$$z = \log_{\frac{1}{3}} 9$$

$$\left(\begin{array}{l} \pi \approx 3.14 \\ e \approx 2.71 \end{array} \right)$$

$$1 < x < 2$$

$$0 < y < 1$$

$$z = -2$$

$$z < y < x \quad (B)$$

6. log5 ≅ 0,69897

$$\begin{aligned} \log 50^{100} &= 100 \log 5 \cdot 10 \\ &= 100 (\log 5 + \log 10) \\ &= 100 (0,69897 + 1) \\ &= 100 (1,69897) \\ &= 169,897 \end{aligned}$$

$$169 + 1 = 170 \quad (C)$$

7. log2 ≅ 0,301

log3 ≅ 0,477

24⁴⁰ kaç bas?

$$\begin{aligned} \log 24^{40} &= 40 \log 24 \\ &= 40 \log 2^3 \cdot 3 \\ &= 40 (3 \log 2 + \log 3) \\ &= 40 (0,903 + 0,477) \\ &= 40 (1,380) \\ &= 55,2 \\ 55 + 1 &= 56 \quad (D) \end{aligned}$$

1. $\log_{(x+1)}(\log_4 24) = 1$

$$\begin{aligned} x+1 &= \log_4 24 \\ x &= -1 + \log_4 24 \\ &= -\log_4 4 + \log_4 24 \\ &= \log_4 \frac{1}{4} \cdot 24 = \log_4 6 \quad (B) \end{aligned}$$

2. $25^x - 7 \cdot 5^x + 12 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 < x_2$ $x_1 - x_2 = ?$

$$\begin{aligned} 5^x = k \Rightarrow k^2 - 7k + 12 = 0 \\ (k-4)(k-3) = 0 \\ k_1 = 4 \quad k_2 = 3 \\ 5^x = 4 \quad 5^x = 3 \\ \log_5 4 = x_1 \quad \log_5 3 = x_2 \\ x_1 - x_2 = \log_5 3 - \log_5 4 \\ = \log_5 \frac{3}{4} \quad (D) \end{aligned}$$

3. e, doğal logaritma tabanı olmak üzere,

$e^x + 16e^{-x} - 8 = 0$

$$\begin{aligned} e^x = k \Rightarrow k + \frac{16}{k} - 8 = 0 \\ k^2 - 8k + 16 = 0 \\ (k-4)^2 = 0 \\ k = 4 \\ e^x = 4 \\ \ln 4 = x \quad (B) \end{aligned}$$

4. $\log_2 x - \log_x 8 = 2$

$$\begin{aligned} \log_2 x - 3 \log_x 2 = 2 \\ k - \frac{3}{k} = 2 \\ k^2 - 2k - 3 = 0 \\ (k-3)(k+1) = 0 \\ k = 3 \quad k = -1 \\ \log_2 x = 3 \Rightarrow x = 2^3 = 8 \\ \log_2 x = -1 \Rightarrow x = 2^{-1} = \frac{1}{2} \\ 8 + \frac{1}{2} = \frac{17}{2} \quad (A) \end{aligned}$$

5. $\log_3 \sqrt[3]{x} = \sqrt{\log_3 x}$

denkleminin kökler çarpımı kaçtır?

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \log_3 x = \sqrt{\log_3 x} \\ \frac{k}{3} = \sqrt{k} \\ \frac{k^2}{9} = k \\ k^2 = 9k \\ k^2 - 9k = 0 \\ k(k-9) = 0 \\ k_1 = 0 \quad k_2 = 9 \\ \log_3 x = 0, \log_3 x = 9 \\ x_1 = 3^0 = 1 \quad x_2 = 3^9 \\ 1 \cdot 3^9 = \frac{3^9}{1} \quad (C) \end{aligned}$$

6. $x^{\log_3 x} = 9x$

$$\begin{aligned} \log_3 x^{\log_3 x} = \log_3 9x \\ \log_3 x \cdot \log_3 x = \log_3 9 + \log_3 x \\ (\log_3 x)^2 = \frac{\log_3 9}{2} + \frac{\log_3 x}{2} \\ k^2 - k - 2 = 0 \\ (k-2)(k+1) = 0 \\ k_1 = 2, k_2 = -1 \\ \log_3 x = 2 \Rightarrow x = 9 \\ \log_3 x = -1 \Rightarrow x = \frac{1}{3} \\ x_1 + x_2 = 9 + \frac{1}{3} = \frac{28}{3} \quad (B) \end{aligned}$$

ACIL MATEMATİK

7. $\log(2x)^2 = 2$

$$\begin{aligned} (2x)^2 = 10^2 \\ |2x| = 10 \\ 2x = 10 \quad \checkmark \quad 2x = -10 \\ x = 5 \quad \checkmark \quad x = -5 \\ -\frac{25}{1} \quad (C) \end{aligned}$$

8. $\frac{-3}{\log x} - 2 \log y = 3$

$3 \log x + 5 \log y = 20$

$$\begin{aligned} 11 \log y = 11 \\ \log y = 1 \\ y = 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log x - 2 \log 10 = 3 \\ \log x = 5 \\ x = 10^5 \end{aligned}$$

$$xy = 10 \cdot 10^5 = \frac{10^6}{1} \quad (D)$$

9. $2^{\log_x 9} + 3^{\log_x 4} = 8$

$$9^{\log_x 2} + 3^{2 \log_x 2} = 8$$

$$2 \cdot 9^{\log_x 2} = 8$$

$$\log_x 9^{\log_x 2} = \log_x 4$$

$$\log_x 9 \cdot \log_x 2 = 2 \log_x 2$$

$$\log_x 9 = 2$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

$x > 0$ olması

$$\underline{x=3} \quad (B)$$

10. $\log_x 4 = 2 \log_{\frac{1}{x}} 5 + 2$

$$\log_x 4 = -2 \log_x 5 + \log_x x^2$$

$$\log_x 4 = \log_x 5^{-2} \cdot x^2$$

$$4 = \frac{x^2}{25}$$

$$100 = x^2$$

$$\underline{x=10} \quad (B)$$

11. $a \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$x^2 - x \cdot \log_5 100 + a = 0$$

$$x = \log_5 4$$

$$\log_5 100 = \log_5 4 \cdot 25 = \log_5 4 + \log_5 5^2$$

$$\log_5 100 = x + 2$$

$$x^2 - x(x+2) + a = 0$$

$$x^2 - x^2 - 2x + a = 0$$

$$2x = a$$

$$a = 2 \log_5 4$$

$$a = \log_5 16 \quad (D)$$

12. x ve y sıfırdan büyük gerçel sayılardır.

$$\log_9 x = \log_{12} y = \log_{15} (x+y) = k$$

$$x = 9^k, \quad y = 12^k, \quad x+y = 15^k$$

$$9^k + 12^k = 15^k$$

$$3^k (3^k + 4^k) = 5^k \cdot 3^k \quad k \neq 0$$

$$k = 2$$

$$x = 9^2 = 81$$

$$y = 12^2 = 144$$

$$\frac{x}{y} = \frac{81}{144} = \frac{9}{16} \quad (B)$$

13. $\log_4(\log_2 x) + \log_2(\log_4 x) = 2$

eşitliği veriliyor.

$$\frac{1}{2} \log_2(\log_2 x) + \log_2\left(\frac{1}{2} \log_2 x\right) = 2$$

$$\log_2(\log_2 x)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{2} \log_2 x\right) = 2$$

$$\sqrt{k} \cdot \frac{k}{2} = 4$$

$$\log_2 x = 4 \quad (E)$$

$$k^{3/2} = 8$$

$$k^{1/2} = 2 \Rightarrow k = 4$$

14. $\log(x^2 - 2x - 2) = 0$

$$x^2 - 2x - 2 = 10^0 = 1$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x-3)(x+1) = 0$$

$$x = 3, \quad x = -1 \quad (D)$$

1. $\left(\frac{1}{3}\right)^x < \left(\frac{1}{9}\right)^{x-1}$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x < \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-2}$$

$$x > 2x - 2$$

$$2 > x$$

$$\underline{(-\infty, 2)} \quad (A)$$

2. $\log_3(x-2) \leq 2$

$$x-2 > 0$$

$$x > 2$$

$$x-2 \leq 3^2$$

$$x \leq 11$$

$$2 < x \leq 11$$

$$\underline{9 \text{ tane}} \quad (B)$$

3. $\log_2(x-14) + \log_2 x < 5$

$$\log_2(x-14)x < 5$$

$$x^2 - 14x < 32$$

$$x^2 - 14x - 32 < 0$$

$$(x-16)(x+2) < 0$$

x	-2	16
	-	+

$$x-14 > 0$$

$$x > 14$$

$$x > 0$$

$$(14, 16)$$

$$\underline{1 \text{ tane}} \quad (A)$$

4. $\log_4(\log_5(x-3)) \leq 0$

$$\log_5(x-3) \leq 4^0$$

$$x-3 \leq 5$$

$$x \leq 8$$

$$x-3 > 0$$

$$x > 3$$

$$\log_5(x-3) > 0$$

$$x-3 > 1$$

$$x > 4$$

$$5, 6, 7, 8$$

$$\underline{4 \text{ tane}} \quad (C)$$

5. $\log_{\frac{1}{2}}(7x-3) < -5$

$$7x-3 > 0$$

$$x > \frac{3}{7}$$

$$-\log_2(7x-3) < -5$$

$$\log_2(7x-3) > 5$$

$$7x-3 > 32$$

$$x > 5$$

$$6+7 = \underline{13} \quad (B)$$

6. $\log_{\frac{1}{3}}(x+24) + 2 > 0$

$$-\log_3(x+24) > -2$$

$$\log_3(x+24) < 2$$

$$x+24 < 9$$

$$x < -16$$

$$x+24 > 0$$

$$x > -24$$

$$(-24, -16)$$

$$\underline{8} \quad (B)$$

ACIL MATEMATİK

7. $|-1 + \log_2 x| < 3$ $x > 0$

$$-3 < -1 + \log_2 x < 3$$

$$-2 < \log_2 x < 4$$

$$\frac{1}{4} < x < 16$$

15 tane (C)

8. $f(x) = 3 - 2^x$ olmak üzere,

$$f^{-1}(x) < 3$$

$$2^x = 3 - y$$

$$\log_2(3-x) = f^{-1}(x)$$

$$\log_2(3-x) < 3$$

$$3-x < 8$$

$$-5 < x$$

$$3-x > 0$$

$$3 > x$$

(-5, 3)
7 tane (B)

9. $|1 + \log_2(x-3)| < 2$

$$-2 < 1 + \log_2(x-3) < 2$$

$$-3 < \log_2(x-3) < 1$$

$$\frac{1}{8} < x-3 < 2$$

$$\frac{25}{8} < x < 5$$

$$x-3 > 0$$

$$x > 3$$

(3, 5)
1 tane

(A)

10. $\log(|x| - x) < 1$

$$|x| - x < 10$$

$$-2x < 10$$

$$x > -5$$

$$|x| - x > 0$$

$$x < 0$$

(-5, 0)
4 tane (C)

11. $f(x) = \log_2(x-4)$

$$g(x) = \sqrt{x-1}$$

$$g \circ f(x) = \sqrt{\log_2(x-4) - 1}$$

$$= \sqrt{\log_2(x-4) - \log_2 2} = \sqrt{\log_2 \frac{x-4}{2}}$$

$$x-4 > 0$$

$$x > 4$$

$$\log_2 \frac{x-4}{2} \geq 0$$

$$\frac{x-4}{2} \geq 1$$

$$x-4 \geq 2$$

$$x \geq 6$$

[6, ∞)
min = 6
(B)

12. $\log_2(x+1) - \log_2 x < \log_4 9$

$$\log_2 \frac{x+1}{x} < \log_2 3$$

$$\frac{x+1}{x} < 3$$

$$x+1 < 3x$$

$$+1 < 2x$$

$$\frac{+1}{2} < x$$

$$x+1 > 0$$

$$x > -1$$

$$x > 0$$

(\frac{1}{2}, ∞) (A)

13. $\log_{\frac{1}{2}}(\log x) < -1$

$$-\log_2(\log x) < -1$$

$$\log_2(\log x) > 1$$

$$\log x > 2$$

$$x > 100$$

$$\log x > 0$$

$$x > 1$$

$$x > 0$$

x = 101
min (E)

1. $f(x) = \log_5(x - 1)$

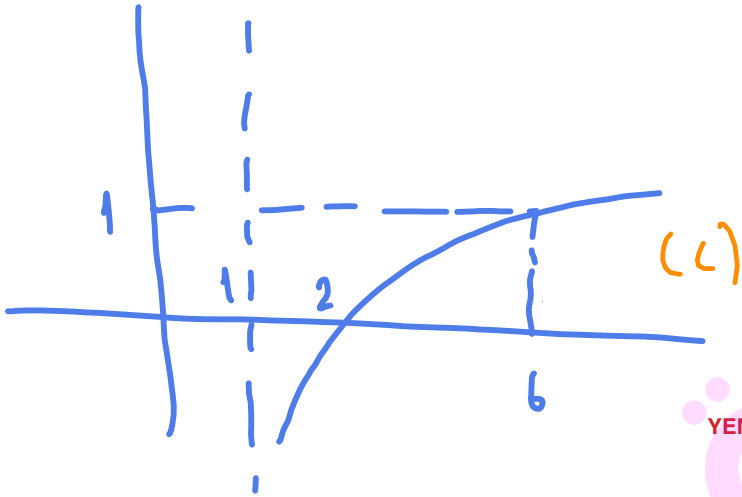
$x - 1 \neq 0$
 $x \neq 1$

$x - 1 = 5 \Rightarrow y = 1$
 $x = 6$

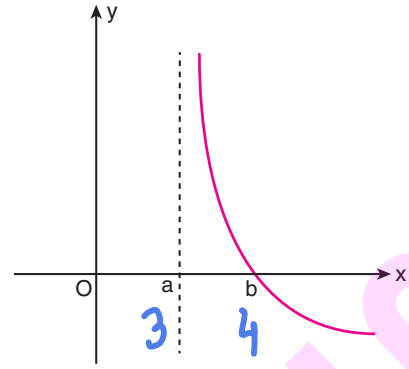
$x - 1 = 25 \Rightarrow y = 2$
 $x = 26$

$0 = \log_5(x - 1)$

$x - 1 = 1$
 $x = 2$



3.



Şekilde verilen grafik,

$f(x) = \log_c(x - 3)$

fonksiyonuna aittir.

$x - 3 \neq 0$
 $x \neq 3$

$y = 0 \Rightarrow \log_c(x - 3) = 0$
 $x - 3 = 1$
 $x = 4$

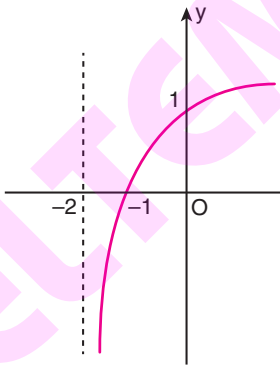
$a + b = 3 + 4 = 7$ (C)

YENİ
ACIL MATEMATİK

4.

2.

$x \neq -2$
 $x + b \neq 0$
 $x \neq -b$
 $b = 2$



$f(x) = \log_2(x + 2)$

$2^y = x + 2$

$2^y - 2 = x$

$f^{-1}(x) = 2^x - 2$

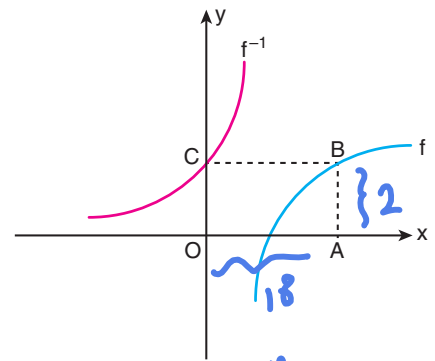
$f(b) + f^{-1}(2) =$
 $= \log_2 8 + 2^2 - 2$
 $= 3 + 4 - 2$
 $= 5$ (E)

Yukarıdaki grafik,

$f(x) = \log_a(x + b)$

fonksiyonuna aittir.

$x = 0 \Rightarrow y = 1$
 $\log_a(b) = 1$
 $a = b = 2$



Grafikler,

$f(x) = \log_3 \frac{x}{2}$ ve f^{-1}

fonksiyonlarına aittir.

$3^y = \frac{x}{2} \Rightarrow 2 \cdot 3^y = x$
 $f^{-1}(x) = 2 \cdot 3^x$

$x = 0 \Rightarrow f^{-1}(x) = C$

$\log_3 \frac{x}{2} = 2$

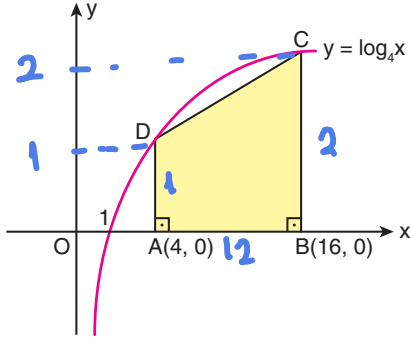
$f(A) = C$

$\frac{x}{2} = 9 \Rightarrow x = 18$
 $A = 18$

$C = 2 \cdot 3^0 = 2 = C$

$C = 2(18 + 2) = 40$ (D)

5.

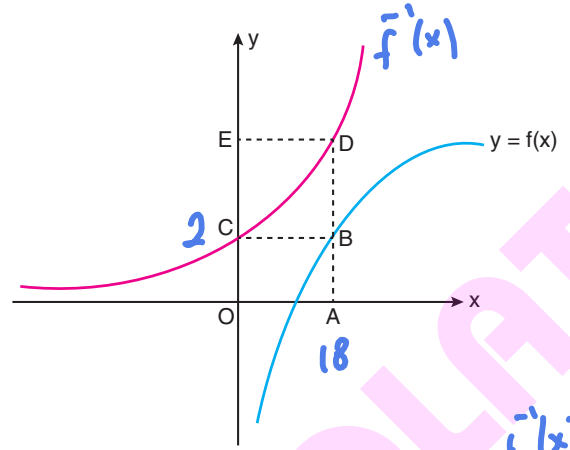


$$f(4) = \log_4 4 = 1$$

$$f(16) = \log_4 16 = 2$$

$$A = \frac{(1+2)12}{2} = \frac{18}{1} = 18 \quad (D)$$

7.



$f(x) = \log_3\left(\frac{x}{2}\right)$ fonksiyonu ile $y = x$ doğrusuna göre simetrijinin grafiği verilmiştir.

$$y = \log_3 \frac{x}{2}$$

$$3^y = \frac{x}{2}$$

$$x = 2 \cdot 3^y$$

$$f^{-1}(x) = 2 \cdot 3^x$$

$$x = 0 \Rightarrow C = 2$$

$$f(A) = 2$$

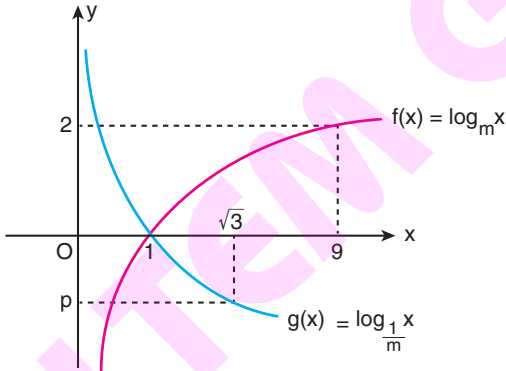
$$\log_3 \frac{A}{2} = 2$$

$$\frac{A}{2} = 9 \quad A = 18$$

$$f^{-1}(18) = E$$

$$2 \cdot 3^{18} = E \quad (C)$$

6.



Yukarıda, f ve g fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

$$\log_{\frac{1}{m}} \sqrt{3} = p$$

$$\log_m 9 = 2$$

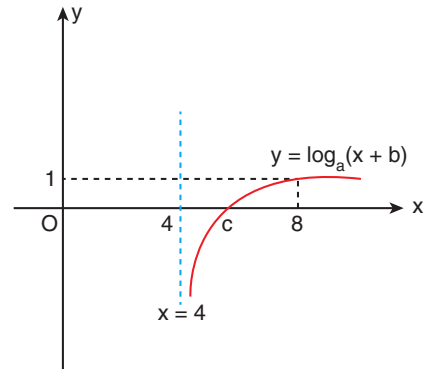
$$m^2 = 9$$

$$m = 3$$

$$\log_{\frac{1}{3}} 3^{1/2} = p$$

$$-\frac{1}{2} = p \quad (D)$$

8.



Yukarıdaki şekilde $f(x) = \log_a(x+b)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$$x+b \neq 0$$

$$x \neq -b$$

$$x \neq 4$$

$$b = -4$$

$$\log_a(8+b) = 1$$

$$a = 8+b = 4$$

$$x = c \Rightarrow y = 0$$

$$\log_4(x-4) = 0$$

$$x-4 = 1$$

$$x = 5 = c \quad (D)$$

$$a+b+c = 5$$

1. Moore Yasası

Moore yasası, her iki senede bir öncekinin iki katı güçlü bir işlemci yapılabileceğini savunan bir yasadır.

I_0 : Başlangıçtaki transistör sayısı $2,4 \cdot 10^6$

n : Aradan geçen zaman (yıl) 2016

I_n : n yıl sonraki transistör sayısı olmak üzere; 4

$$I_n = I_0 \cdot 2^{\frac{n}{2}}$$

şeklinde ifade edilir.

$$\begin{aligned} I_4 &= 2,4 \cdot 10^6 \cdot 2^{\frac{4}{2}} \\ &= 2,4 \cdot 10^6 \cdot 4 \\ &= 9,6 \cdot 10^6 \Rightarrow \frac{9,6 \text{ milyar}}{1} \quad (D) \end{aligned}$$

2. Ses Şiddeti (Desibel)

Uluslararası referans ses şiddeti $I_0 = 10^{-12}$ saat/m^2 kabul edilmiştir.

Ses şiddeti I olan bir ses kaynağının ses gücü düzeyi,

$$I = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \text{ (dB)}$$

$$I_d = 10 \cdot \log(I \cdot 10^{12}) \text{ (dB)} = 10^2$$

şeklinde tanımlanır.

Ölçü birimi desibeldir.

$$\begin{aligned} 10 \cdot \log(I \cdot 10^{12}) &= 10^2 \\ I \cdot 10^{12} &= 10^{10} \\ I &= 10^{-2} \quad (D) \end{aligned}$$

3. Deprem Şiddeti

Richter ölçeği meydana gelen bir depremin şiddetini ölçme-de kullanılan logaritmik bir ölçüdür.

Bir depremin şiddeti biliniyorsa, deprem sonucunda açığa çıkan son derece büyük olan enerji hesaplanabilir.

Deprem şiddeti (R),

$$R = 0,67 \cdot \log(0,37 \cdot E) + 1,46 = 2,8 - 1,46 = 1,34$$

biçiminde modellenmiştir.

E_n deprem meydana geldiğinde ortaya çıkan enerjidir ve birimi kilovat saattir.

$$0,67 \cdot \log(0,37 E) = 1,34 - 1,46$$

$$0,37 E = 10^2$$

$$E = \frac{100}{0,37} = \frac{10^4}{37} \quad (D)$$

4. Okyanus Bilimi; Oşinografiye göre bir sahilin eğimi m , sahilde bulunan kum taneciklerinin ortalama çapı r (mm) olmak üzere,

$$m = 0,159 + 0,118 \cdot \log r = 0,277$$

bağıntısı vardır.

$$0,118 \cdot \log r = 0,277 - 0,159$$

$$r = 10 \quad (D)$$

1.

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \log_2 5}} \} \log_{10} 2$$

$$\log_2 2 + \log_2 5 = \log_2 10$$

$$1 + \log_{10} 2 = \log_{10} 10 + \log_{10} 2 = \log_{10} 20$$

$$\frac{1}{\log_{10} 20} = \log_{20} 10 \quad (A)$$

2. a ve b pozitif reel sayılar,

$$\ln(\ln a) - \ln(\ln b) = 2$$

$$a = b^x$$

$$\ln\left(\frac{\ln a}{\ln b}\right) = 2$$

$$\frac{\ln a}{\ln b} = e^2$$

$$\frac{\ln b^x}{\ln b} = \frac{x \ln b}{\ln b} = e^2$$

$$x = e^2 \quad (C)$$

3. $f(x) = \log_2 x$ ve $g(x) = x^2 - 2x$

fonksiyonları veriliyor.

 $a > 0$ olmak üzere, $(f \circ g)(2a) = 3$ tür.

$$\log_2(x^2 - 2x) = f \circ g(x)$$

$$\log_2(4a^2 - 4a) = 3$$

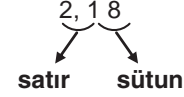
$$4a(a-1) = 8$$

$$a(a-1) = 2$$

$$a = 2$$

$$f(a) = \log_2 2 = 1 \quad (E)$$

4.

a, b ve c birer rakam ve $a > 1$ olmak üzere, $\log(a, bc)$ ifadesinin değeri logaritma cetvelinde a, b'nin bulunduğu satıra, c'nin bulunduğu sütunun kesişimindeki değerdir. $\log(2, 18)$ in değerini bulalım:

SAYI	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2,0	0,3010	0,3032	0,3054	0,3075	0,3096	0,3118	0,3139	0,3160	0,3181	0,3201
2,1	0,3222	0,3243	0,3263	0,3284	0,3304	0,3324	0,3345	0,3365	0,3385	0,3404
2,2	0,3424	0,3444	0,3464	0,3483	0,3502	0,3522	0,3541	0,3560	0,3579	0,3598
2,3	0,3617	0,3636	0,3655	0,3674	0,3692	0,3711	0,3729	0,3747	0,3766	0,3784
2,4	0,3802	0,3820	0,3838	0,3856	0,3874	0,3892	0,3909	0,3927	0,3945	0,3962

 $\log(2, 18) = 0,3385$ tir.

$$\log 236 = ?$$

$$\log 236 = \log(2,36) \cdot 10^2$$

$$= \log 2,36 + 2$$

2,3. satır 6. sütun

$$= 0,3729 + 2 = 2,3729 \quad (C)$$

5. $\log_5(\sqrt{32} + \sqrt{7}) = x$ olmak üzere,

$$\log_5(\sqrt{32} - \sqrt{7}) = y$$

$$\log_5 \left(\frac{(\sqrt{32} + \sqrt{7})(\sqrt{32} - \sqrt{7})}{25} \right) = x + y$$

$$\log_5 25 = 2 = x + y$$

$$y = 2 - x \quad (E)$$

6. $\log_3 2 \cdot \log_4 5 = a$

$$\frac{1}{2} \log_3 2 \log_2 5 = a$$

$$\log_3 5 = 2a \quad \log_{15} 9 = ?$$

$$\frac{\log_3 9}{\log_3 15} = \frac{2}{\log_3 3 + \log_3 5} = \frac{2}{1 + 2a}$$

(D)

7. $f: \mathbb{R} \rightarrow (-5, \infty), f(x) = 2^{x+4} - 5$

fonksiyonunun ters fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f^{-1}: (-5, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f^{-1}(x) = \log_2(x-4) + 5$
 B) $f^{-1}: (-5, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f^{-1}(x) = \log_2(x+5) - 4$
 C) $f^{-1}: (-5, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f^{-1}(x) = \log_5(x+5) + 4$
 D) $f^{-1}: (-5, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f^{-1}(x) = \log_5(x+5) - 4$
 E) $f^{-1}: (-5, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f^{-1}(x) = \log_2(x+1)$

$$y+5 = 2^{x+4}$$

$$\frac{y+5}{16} = 2^x$$

$$\log_2 \left(\frac{y+5}{16} \right) = f^{-1}(x)$$

$$\log_2(x+5) - \log_2 16 = f^{-1}(x)$$

$$\log_2(x+5) - \frac{4}{1} = f^{-1}(x)$$

(B)

8. Patlama büyüklüğüne göre ortaya çıkan enerji miktarı,

B : Patlama büyüklüğü,

E : Enerji (kwh) olmak üzere,

$$B = 0,1 \cdot \log(2E) + 2,4 = 3$$

formülüyle hesaplanmaktadır.

$$0,1 \log 2E = 0,6$$

$$2E = 10^6$$

$$E = \frac{10^6}{2} = 5 \cdot 10^5 \quad (D)$$

9. Birbirine paralel olarak yere çizilmiş olan 30 tane doğru parçası üzerinde uzun atlama oyunu oynanmaktadır. Bu doğru parçaları soldan sağa doğru 1, 2, 3, ..., 29, 30 biçiminde numaralandırılmıştır.

$1 \leq n \leq 30$ olmak üzere, her n doğal sayısı için, n numaralı doğru parçası, 1 nolu doğru parçasına (ln n) metre uzaktadır.



Bu oyun alanında, Erdem 3 nolu çizgiden 24 nolu çizgiye, Onur ise 5 nolu çizgiden 10 nolu çizgiye atlamıştır.

$$\frac{\ln 24 - \ln 3}{\ln 10 - \ln 5} = \frac{\ln 8}{\ln 2} = 3 \quad (B)$$

10. $\log 2 \cong 0,301$

$\log 3 \cong 0,477$

yaklaşık değerlerini bilen bir öğrenci bu bilgilerle aşağıdaki tabloyu dolduracaktır.

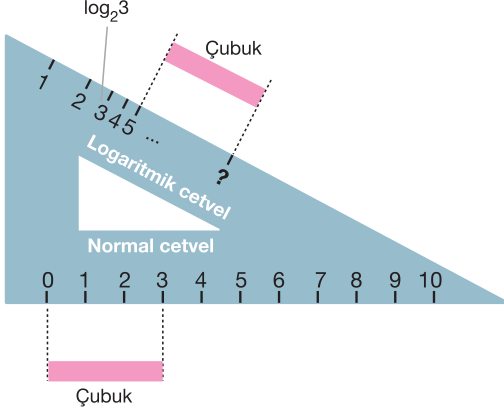
Sayı	Yaklaşık Değer
log4	A
log5	B
log6	C
log9	D
log12	E

$2 \log 2 \checkmark$
 $1 - \log 2 \checkmark$
 $\log 2 + \log 3 \checkmark$
 $2 \log 3 \checkmark$
 $2 \log 2 + \log 3 \checkmark$

hepsi (E)

11. Aşağıdaki gönyenin bir tarafı normal cetvel, diğer tarafı logaritmik cetvel olup her iki taraf da cm birimine göre ölçüm yapmaktadır. Logaritmik cetvel kısmında bulunan 1, 2, 3, 4, ... sayılarından her birinin önünde, cetvelde yazmasa da "2 tabanında logaritma" vardır.

Örneğin, bu kısımdaki 3 sayısı $\log_2 3$ demektir.



Gönyenin normal cetvel kısmıyla ölçülen şekildeki çubuk gönyenin logaritmik kısmıyla da ölçülmek isteniyor ve çubuğun bir ucu 5 sayısıyla hizalanıyor.

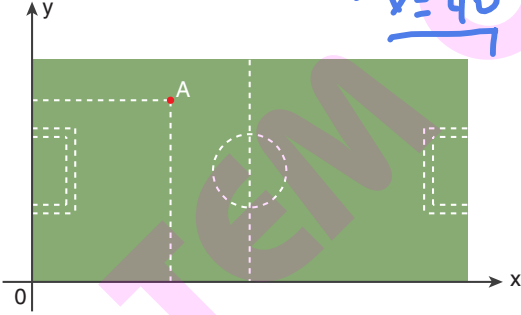
$$\log_2 x - \log_2 5 = 3$$

$$\log_2 \frac{x}{5} = 3$$

$$\frac{x}{5} = 8$$

$$x = 40 \quad (\Delta)$$

12.



Şekildeki dik koordinat düzleminde bir minyatür futbol sahası çizilmiştir. Sahanın içindeki, A $(\log_2(17-x), 3)$ noktasında bulunan bir futbolcu x eksenine y ekseninden daha uzaktadır.

$$\log_2(17-x) > 0$$

$$17-x > 1$$

$$x < 16$$

$$\log_2(17-x) < 3$$

$$17-x < 8$$

$$9 < x$$

$$(9, 16)$$

$$10+11+12+13+14+15$$

$$\approx 3 \cdot 75 = 225 \quad (\text{C})$$

13. $x, y \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $|x - y|$ ifadesi x ve y sayılarının sayı doğrusunda, aralarındaki uzaklığı ifade etmektedir.

$k \in \mathbb{R}^+$ için,

$$\triangle_k = \log k$$

şeklinde tanımlanıyor.

$$\triangle_a = \log a \quad \triangle_3 = \log 3$$

$$|\log 3 - \log a| = 4 \quad \log a - \log 3 = 4$$

$$\log \frac{3}{a} = 4 \quad \log \frac{a}{3} = 4$$

$$\frac{3}{a} = 10^4 \quad 10^4 \cdot 3 = a_2$$

$$a = \frac{3}{10^4} \quad \frac{3}{10^4} \cdot 3 \cdot 10^4 = 9$$

$$(B) 7$$

ACIL MATEMATİK

14. Murat trafik yoğunluğunun olduğu bir yolda aracıyla değişken bir hızla ilerlemektedir. Murat t. saniyede yolun n. kilometresindedir ve t ile n arasında,

$$n = \log(t^3 + 3t^2 + 3t + 1)$$

bağıntısı vardır. Murat bu yolun 12. kilometresindeki işyerine gidecektir.

$$12 = \log(t^3 + 3t^2 + 3t + 1)$$

$$(t+1)(t^2 + 2t + 1)$$

$$10^{12} = (t+1)(t^2 + 2t + 1)$$

$$(t+1)^2$$

$$10^{12} = (t+1)^3$$

$$10^4 = t+1$$

$$\frac{10^4}{3600} \approx 2,7$$

$$1,7 = t$$

$$1,5 \text{ ile } 2 \text{ arası} \quad (\Delta)$$

1. A	2. C	3. E	4. C	5. E	6. D	7. B
8. D	9. B	10. E	11. D	12. C	13. B	14. D

$$1. \quad A = \frac{1}{\log_3 \pi} + \frac{1}{\log_4 \pi} + 1$$

$$\begin{aligned} A &= \log_{\pi} 3 + \log_{\pi} 4 + \log_{\pi} \pi \\ &= \log_{\pi} 3 \cdot 4 \cdot \pi \\ &= \log_{\pi} 12\pi = \log_{\pi} 12 + \log_{\pi} \pi \\ &= \log_{\pi} 12 + 1 \end{aligned}$$

($\pi \approx 3,14$)

(3,4) (E)

$$2. \quad 3^x = 15^y \text{ olmak üzere,}$$

$$\frac{2x-y}{5^{x-y}}$$

$$3^x = 3^y \cdot 5^y$$

$$3^{x-y} = 5^y$$

$$3^{\frac{x-y}{y}} = 5$$

$$3^{\frac{x}{y}-1} = 5$$

$$3^{\frac{x}{y}} = 15$$

$$\begin{aligned} &= \left(3^{\frac{x-y}{y}}\right)^{\frac{2x-y}{x-y}} \\ &= 3^{\frac{2x-y}{y}} = 3^{2\frac{x}{y}-1} \\ &= \frac{15^2}{3} = \frac{75}{1} \quad (C) \end{aligned}$$

$$3. \quad \frac{\log a - \log b}{\ln a - \ln b} = \frac{\frac{\ln a}{\ln 10} - \frac{\ln b}{\ln 10}}{\ln a - \ln b}$$

$$= \frac{\ln a - \ln b}{\ln 10 (\ln a - \ln b)} = \frac{1}{\ln 10} = \frac{\log e}{1} \quad (A)$$

$$4. \quad \log a = 10$$

$$\log b = 9$$

$$a = 10^{10}$$

$$b = 10^9$$

$$a^2 = 10^{20}$$

$$b^2 = 10^{18}$$

$$\begin{aligned} \log(a^2 + b^2) &= \log(10^{20} + 10^{18}) \\ &= \log 10^{18}(10^2 + 1) \\ &= 18 \log 10 + \log 101 \\ &= 18 + \log 101 = 20 \dots (C) \end{aligned}$$

(2,3) $\frac{20}{1}$

$$5. \quad b > 0 \text{ ve } b \neq 1 \text{ olmak üzere,}$$

$$\log_b 2 = X \text{ ve } \log_b 3 = Y$$

olduğuna göre,

$$\log_b \frac{32}{8,1} - \log_b 20$$

$$\begin{aligned} &= \log_b \frac{32}{8,1 \cdot 20} = \log_b \frac{16}{81} = 4 \log_b \frac{2}{3} \\ &= 4(\log_b 2 - \log_b 3) \\ &= 4(x - y) = \frac{4x - 4y}{1} \quad (D) \end{aligned}$$

$$6. \quad |2 - \log_2 x| \leq 1$$

$$-1 \leq 2 - \log_2 x \leq 1$$

$$-3 \leq -\log_2 x \leq -1$$

$$1 \leq \log_2 x \leq 3$$

$$2 \leq x \leq 8 \quad (E)$$

7. $x \in \mathbb{R}^+$ ve P asal sayı olmak üzere, bir sayının logaritması $x \cdot \log P$ şeklinde yazılabiliyorsa "**Asil Logaritma**" denir.

$$72 = 2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 = 2^3 \cdot 3^2$$

$$\log 2^3 = 3 \log 2 \rightarrow 3 \text{ tane}$$

$$\log 3^2 = 2 \log 3 \rightarrow 2 \text{ tane}$$

$$\frac{5 \text{ tane}}{\downarrow}$$

Yani: $\left. \begin{array}{l} 1 \rightarrow \log 2 \\ 2 \rightarrow 2 \log 2 \\ 3 \rightarrow 3 \log 2 \\ 4 \rightarrow \log 3 \\ 5 \rightarrow 2 \log 3 \end{array} \right\} (B)$

8. Bir mağazada satılan her ürünün satış fiyatı,
 $y = x + \log(x - 1)$

kuralına göre belirlenmektedir. Bu eşitlikte, x ürünün maliyet fiyatı, y ise ürünün satış fiyatıdır. x ile y'nin birimi TL'dir.

Örneğin, maliyet fiyatı 11 TL olan bir ürünün satış fiyatı, $y = 11 + \log(11 - 1) = 12$ TL'dir. $x \geq 1,1$ olmak üzere bu mağazada,

- her ürünün satışından kâr edilir.
- maliyet fiyatı 2 TL'den düşük olan her ürünün satışından zarar edilir.
- maliyet fiyatı 101 TL olan ürünün satışından %2'den az kâr edilir.

$$S = m + \log(m - 1) \quad m > 1$$

- I. $S - m = \log(m - 1)$
 $m = 2$ ise $S - m = 0$
 $S = m$
Ne kâr ne zarar

+ II. $m < 2$ ise
 $\log(0, \dots) = (-1, 0)$
 $S - m < 0$
 $S < m$ zarar (E)

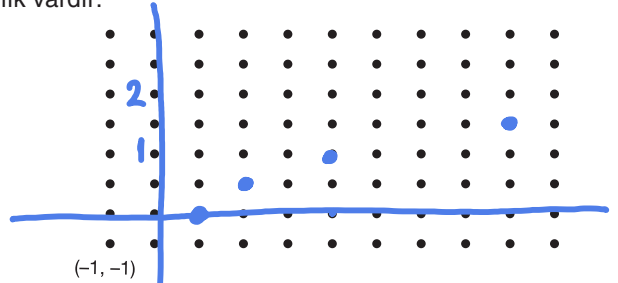
9. $\frac{1}{\log_x e} + \ln y + 1 = x$

$$\ln x + \ln y + \ln e = x$$

$$x y e = e^x$$

$$y = \frac{e^x}{x e} = \frac{e^{x-1}}{x} \quad (A)$$

10. Aşağıda bir zeminin köşe noktaları verilmiştir. Aynı yatay sıradaki her komşu iki nokta arasında 1 birim uzaklık, aynı düşey sıradaki her komşu iki nokta arasında 0,5 birim uzaklık vardır.



En alt sıradaki soldan ilk nokta $(-1, -1)$ noktasıdır.

$$\log_k x \quad x = 4 \Rightarrow y = 1 \quad x = 8 \Rightarrow \frac{2}{k} = 1$$

$$x = 1 \Rightarrow y = 0 \quad k = 3$$

$$(0, 5) k = \log_4 x \Rightarrow 4^{\frac{1}{2}} = x \quad x = 2 \quad (B)$$

+ III. $S = 101 + \log \frac{101-1}{2}$

$$S = 103$$

$$2 = 101 \cdot \frac{x}{100} \Rightarrow x = \frac{200}{101} < 2$$

11. Bir ortamda birden fazla ses kaynağı varsa, toplam ses şiddeti,

$$dB_T = 10 \cdot \log \left(10^{\frac{dB_1}{10}} + 10^{\frac{dB_2}{10}} + \dots + 10^{\frac{dB_n}{10}} \right)$$

şeklinde hesaplanır.

$$\begin{aligned} dB_T &= 10 \cdot \log \left(10^{\frac{100}{10}} + 10^{\frac{100}{10}} \right) \\ &= 10 \log \left(10^{\frac{100}{10}} + 10^{\frac{100}{10}} \right) \\ &= 10 \log 2 \cdot 10^{10} \\ &= 10 \left(\underbrace{\log 2}_{0,301} + \frac{\log 10^{10}}{10} \right) \\ &= 3,01 + 100 = 103,01 \quad (\Delta) \end{aligned}$$

- 12.

log1,50	0,176
log1,52	0,181
log1,54	0,187
log1,56	0,193
log1,58	0,198
log2	0,301
log3	0,477
log4	0,602
log5	0,699
log6	0,778
log7	0,845
log8	0,903
log9	0,954

Yukarıdaki tabloda bazı sayıların logaritmalarının yaklaşık değerleri verilmiştir.

$$\begin{aligned} \sqrt[8]{35} &= \log 35^{\frac{1}{8}} = \frac{1}{8} (\log 7 + \log 5) \\ &= \frac{1}{8} (0,845 + 0,699) \\ &= 0,193 \end{aligned}$$

logaritması 0,193 den
sarıya $\frac{1,56}{7}$ (Δ)

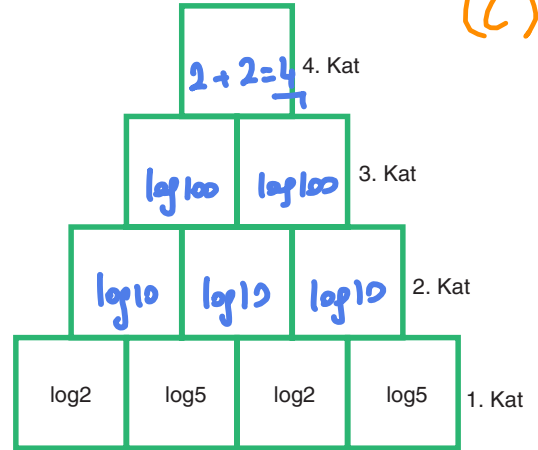
13. Aşağıda dört işlemin yanı sıra trigonometrik ve logaritmik hesaplamalar da yapabilen bir hesap makinesi gösterilmiştir. Hesap makinesinde bulunan tuşlar a, b, c, ... harfleriyle isimlendirilmiştir.



Örneğin; bu hesap makinesinde log10'un değerini hesaplamak için sırasıyla e-a-i-d tuşlarına basılır.

$$\begin{aligned} \ln 3 &=? \\ \frac{\log 3}{\log e} &= \text{gicjid} \quad (\Delta) \end{aligned}$$

14. Aşağıdaki şekil 10 tane kareden oluşmuştur.



2. Kattan itibaren her karedeki sayı hemen altında bulunan iki karede temsil edilen sayıların toplamıdır.

1. E	2. C	3. A	4. C	5. D	6. E	7. B
8. E	9. A	10. B	11. D	12. D	13. D	14. C

- 1.
- $a \in \mathbb{R}^+$
- olmak üzere,

$$g(x) = \log_a x$$

$$\begin{aligned} g(a \cdot x) &= \log_a a x \\ &= \log_a a + \log_a x \\ &= 1 + \log_a x \\ &= 1 + g(x) \quad (A) \end{aligned}$$

- 2.
- x
- bir dar açıdır.

$$\log_2(\sin x) + \log_2(2\cos x) = -1$$

$$\begin{aligned} \log_2(\sin x \cdot 2\cos x) &= -1 \\ 2\sin x \cos x &= \frac{1}{2} \\ \sin 2x &= \frac{1}{2} \\ 2x &= 30 + 2k\pi \\ x &= 15 + k\pi \\ x &= 15 \quad (A) \end{aligned}$$

3. $2^x = k$

$$x=1 \Rightarrow 2 \text{ asal}$$

$$2^x = 3 \Rightarrow \log_2 3 = x$$

$$\begin{aligned} 1 + \log_2 3 &= \log_2 2 + \log_2 3 \\ &= \log_2 6 \quad (A) \end{aligned}$$

- 4.
- e
- , doğal logaritma tabanı olmak üzere,

$$\frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} = 2$$

$$\frac{e^x + \frac{1}{e^x}}{e^x - \frac{1}{e^x}} = \frac{(e^x)^2 + 1}{(e^x)^2 - 1} = 2$$

$$\begin{aligned} (e^x)^2 + 1 &= 2 \cdot (e^x)^2 - 2 \\ 3 &= (e^x)^2 \Rightarrow e^x = \sqrt{3} \\ x &= \ln \sqrt{3} \quad (C) \end{aligned}$$

5. $\frac{x^3 - 5x^2 + 6x}{\ln(x-1)} = 0$

$$x(x^2 - 5x + 6) = 0$$

$$x(x-2)(x-3) = 0$$

$$\underbrace{x_1=0, x_2=2, x_3=3}_{\text{olmaz}} = (B)$$

$$\begin{aligned} x &> 1 \\ \ln(x-1) &\neq 0 \\ x-1 &\neq 1 \\ x &\neq 2 \end{aligned}$$

- 6.

$$x \cdot \log_3 5 = \log_2 5 \Rightarrow x = \log_2 5 \cdot \log_5 2 = \log_2 3$$

$$y \cdot \log_7 3 = \log_2 3 \Rightarrow y = \log_2 3 \cdot \log_3 7 = \log_2 7$$

$$x + y = \log_2 3 + \log_2 7 = \log_2 21$$

$$\frac{2^{x+y} - 1}{2^{2x} - 2^{2y}} = \frac{2^{\log_2 21} - 1}{3^2 - 7} = \frac{20}{2} = 10$$

$$\begin{aligned} (x = \log_2 3 \Rightarrow 2^x &= 3) \\ (y = \log_2 7 \Rightarrow 2^y &= 7) \end{aligned} \quad (D)$$

7. $\log 24 - \log 3 = m$

$$\log \frac{24}{3} = \log 8 = m$$

$$\log 640 = \log 8^2 \cdot 10 = 2 \log 8 + \log 10$$

$$= 2m + 1 \quad (A)$$

8.

$$f(x) = \frac{\log(x-3)}{\ln(15-x)}$$

$$\ln(15-x) \neq 0$$

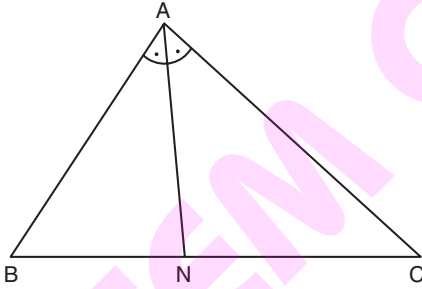
$$15-x \neq e^0 \neq 1$$

$$x \neq 14$$

$$(3, 15) - \{14\}$$

10 tane (C)

9.



ABC üçgeninde [AN] iç açıortaydır.

$$\frac{|AC|}{|AB|} = \frac{\log_{16} 9}{\log_2 3} = \frac{x}{x+10}$$

$$|BN| = \frac{|NC|}{x} + 10$$

$$\frac{1}{2} = \frac{x}{x+10} \Rightarrow x+10 = 2x$$

$$x = 10 \quad (A)$$

10. Aşağıda ismi verilen iki öğrenciden her biri, isminin karşısındaki sayıları defterine yazmıştır.

Vildan: 1, 2, 3, ..., 8

Nalan: $\log_2 1, \log_2 2, \log_2 3, \dots, \log_2 200$

Vildan'ın yazdığı sayılar birer birer artmakta, Nalan'ın yazdığı sayılarda ise logaritması alınan sayılar birer birer artmaktadır.

- I. Vildan'ın yazdığı her sayıyı Nalan'da yazmıştır.
- + II. Nalan'ın yazdığı sayılardan 8 tanesi tam sayıdır.
- + III. Nalan'ın yazdığı sayıların toplamı $\log_2(200!)$ dir.

I. $8 = \log_2 256$ yazmamış.

II. $\log_2 1, \log_2 2, \dots, \log_2 8$
8 tane

III. $\log_2 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 200 = \log_2 200! \quad (0)$

ACIL MATEMATİK

11. $g(x), h(x) > 0$ ve $h(x) \neq 1$ olmak üzere,

$$3^{f(x)} = x - 1$$

$$\log_2(g(x)) = x + 1$$

$$\log_{h(x)} 8 = x - 29$$

$$f'(x) = 3^x + 1$$

$$f'(1) = 4$$

$$2^{x+1} = g(x)$$

$$g(4) = 2^5$$

$$[h(x)]^{x-29} = 8$$

$$(h(2^5))^{32-29} = (h(2^5))^3 = 8 \quad (B)$$

$$\log_2 f'(1) = ?$$

$$\frac{4}{4} = 1$$

$$\frac{2^5}{2} = 7$$

1. D	2. A	3. A	4. C	5. B	6. D
7. A	8. C	9. D	10. D	11. B	

1. $A = \log 5 + \log 25 = \log 5 \cdot 5^2 = \log 5^3 = 3 \log 5$
 $+ B = \log_{\sqrt{x}} \sqrt{x^3} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} \log_x x = 4,5 \quad (0,3)$
 $+ C = 2^{\log_4 12}$
 $+ D = \frac{\ln 12}{\ln 2}$
 $- E = \log_5 3 \cdot \log_3 6$

$C = 2^{\log_2 12} = \sqrt{12} \quad (3,4)$

$D = \log_2 12 \rightarrow (3,4)$

$E = \log_5 6 \rightarrow (1,2)$

İkinci
(C)

2. x ve y sıfırdan farklı reel sayılardır.

$3^x \cdot 5^y = 1$

$\log_9 15 = \frac{\log 3 + \log 5}{2 \log 3} = \frac{-y+x}{-2y}$

$\log 3^x \cdot 5^y = \log 1$

$x \log 3 + y \log 5 = 0$

$\frac{x \log 3}{-y} = -\frac{y \log 5}{x}$

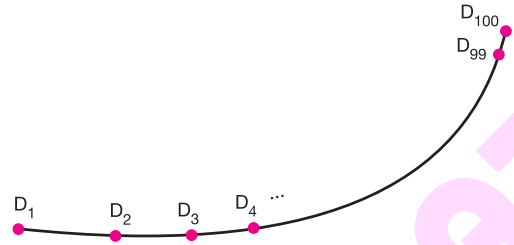
$= \frac{y-x}{2y}$
(A)

3. $[\ln(\ln x) - \ln(\log_e 10)] \cdot \log_{10} e$

$\frac{\ln(\frac{\ln x}{\ln 10})}{e} \cdot \log_{10} e = \log_{10} e \cdot \log_e \left(\frac{\ln x}{\ln 10}\right)$
 $= \log \frac{\ln x}{e \cdot 10}$

$= \log(\log_{10} x)$
 $= \log(\log x) \quad (A)$

4. Bir minibüs hattında aşağıdaki gibi $D_1, D_2, D_3, \dots, D_{100}$ durakları vardır.



Her $0 < n < 100$ doğal sayısı için, D_n ile D_{n+1} durakları arasındaki mesafe,

$\log \frac{n^2 + 2n + 1}{n^2 + n}$ km'dir.

$\log \frac{(n+1)^2}{n(n+1)} = \log \frac{n+1}{n} \quad (D_n \text{ ile } D_{n+1})$

$D_1 - D_2 \quad D_2 - D_3 \quad D_3 - D_4 \quad \dots \quad D_{99} - D_{100}$
 $= \log 2 + \log \frac{3}{2} + \log \frac{4}{3} \dots \dots \rightarrow \log \frac{100}{99}$

$= \log 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \dots \frac{100}{99} = \log 100$
 $= \frac{2}{1} \quad (B)$

ACIL MATEMATİK

5. **Desibel (dB)** : Ses seviyesini ölçmek için kullanılan bir birimdir.

Ses Yeğİnliği : Bir sesin kulağımıza yaptığı etki.

A : Ortamdaki ses yeđinliđi olmak üzere,

$dB = 10 \cdot \log \left(\frac{A}{10^{-12}} \right)$

$A = a \Rightarrow dB = 70$
 $A = a^2 \Rightarrow dB = ?$

şeklinde hesaplanır.

Buna göre, bir ortamda a w/m² olan ses yeğinliği ile ortamın ses şiddeti 70 (dB) olarak hesaplanıyor.

$dB = 10 \cdot (\log a - \log 10^{-12})$

$70 = 10 (\log a + 12)$

$\log a = -5$

$dB = 10 (\log a^2 - \log 10^{-12})$

$= 10 (2 \cdot \log a + 12)$
 $= 10 (2 \cdot (-5) + 12) = \frac{20}{1} \quad (E)$

6. $\ln 5 = p$ ve $\ln 7 = q$

$$\begin{aligned} \log_{49} 245 &= \frac{\ln 245}{\ln 49} = \frac{\ln 5 \cdot 49}{\ln 49} \\ &= \frac{\ln 5 + 2 \ln 7}{2 \ln 7} = \frac{p + 2q}{2q} \\ &= 1 + \frac{p}{2q} \quad (C) \end{aligned}$$

7. $\ln 2 = t \Rightarrow \log_5 5 = 1 - \log_2 2$

$$\begin{aligned} &= 1 - \frac{\ln 2}{\ln 10} \\ &= 1 - t \cdot \frac{1}{\ln 10} \\ &= 1 - t \cdot \log_5 e \quad (A) \end{aligned}$$

8. $\frac{x^2 - 6x - 16}{\log_{0.1}(x^2 + 1)} \geq 0$

$$\frac{(x-8)(x+2)}{-\log(x^2+1)} \geq 0$$

x	-2	8
	-	+
	+	-
	10 tane	

(C)

9. $\frac{\log^2 99 - \log^2 11}{4 \log 3} = \log(x-1)$

$$\begin{aligned} (\log 99 - \log 11)(\log 99 + \log 11) &= \\ = \underbrace{\log \frac{99}{11}}_{2 \log 3} (\log 9 + 2 \log 11) &= 4 \log 3 \log(x-1) \\ 2(\log 3 + \log 11) &= 2 \log(x-1) \quad (D) \\ \log 33 &= \log(x-1) \quad \begin{matrix} x-1=33 \\ x=34 \end{matrix} \end{aligned}$$

10. $a \in A, b \in A, c \in B$ ve $d \in B$ olmak üzere,

$A = \{\ln 4, \ln 5, \ln 6, \ln 7, \ln 8, \ln 9\}$

$B = \{\log 3, \log 4, \log 5, \log 6, \log 7, \log 8, \log 9\}$

kümeleri veriliyor.

$$\begin{aligned} \frac{b}{a} - \frac{c}{d} &= ? \quad 2^{a/b}, 3^{c/d} \in \mathbb{Z} \\ a &= \ln 9 \quad 2^{\frac{\ln 9}{\ln 6}} = 2^{\log_2 3} = 3 \in \mathbb{Z} \quad c = \log 6 \\ b &= \ln 4 \quad d = \log 3 \\ \frac{\log 6}{3} - \frac{\log 3}{6} &= \frac{\log 3 \log 3}{6} - \frac{\log 3}{6} = 0 \in \mathbb{Z} \\ \frac{\ln 4}{\ln 9} - \frac{\log 6}{\log 3} &= \log_9 4 - \log_3 6 = \log_3 2 - \log_3 6 \\ &= \log_3 \frac{2}{6} = -\frac{1}{3} \quad (B) \end{aligned}$$

11. $3^x = 13$
 $13^y = 81$

$$\begin{aligned} 3^{xy} &= 81 \\ xy &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log_{16} x + \log_{16} y &= \log_{16} xy \\ &= \log_{16} 4 \\ &= \frac{1}{2} \log_4 4 = \frac{1}{2} \quad (C) \end{aligned}$$

ACIL MATEMATİK

1. $\log_{\sqrt{x}} 27 - \log_3 x = 5$

$$2 \log_x 27 - \log_3 x = 5 \quad k = -1/6 \text{ ise}$$

$$6 \log_x 3 - \frac{1}{\log_x 3} = 5 \quad \log_x 3 = -\frac{1}{6}$$

$$6k^2 - 5k - 1 = 0 \quad x^{-1/6} = 3$$

$$(6k+1)(k-1) = 0 \quad |x = 3^{-6}|$$

$$k=1 \Rightarrow \log_x 3 = 1 \quad |x = 3|$$

2. $\ln^2 x - 3 \ln x + 1 = 0$
denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$k^2 - 3k + 1 = 0$$

$$\Delta = 9 - 4 = 5$$

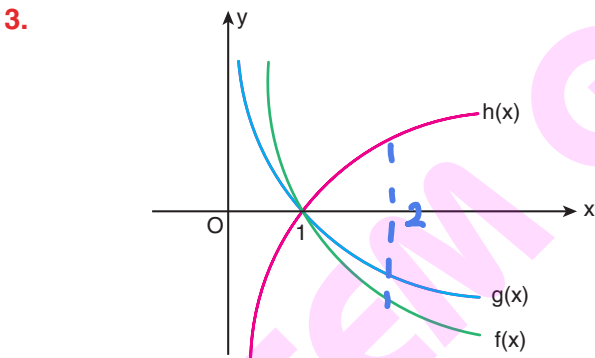
$$k_1 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} = \ln x_1$$

$$k_2 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} = \ln x_2$$

$$3^{-k} \cdot 3^{-k} = 3^{-5} \quad |x = 3|$$

$$= e^{\frac{3+\sqrt{5}}{2}} \cdot e^{\frac{3-\sqrt{5}}{2}}$$

$$= e^{\frac{6}{2}} = e^3 \quad (D)$$



Şekilde,
 $f(x) = \log_c x$, $g(x) = \log_b x$, $h(x) = \log_a x$
fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

$$\frac{1}{f(x)} = \log_x c, \quad \frac{1}{g(x)} = \log_x b, \quad \frac{1}{h(x)} = \log_x a$$

$$x=2 \Rightarrow a = 2^{1/8}, \quad b = 2^{-1/2}, \quad c = 2^{-1/4}$$

$$b < c < 1 < a \quad (A)$$

4. $\log_{54} 2 = a$ ve $\log_3 54 = b$

$$ab = \log_{54} 2 \log_3 54 = \log_3 2$$

$$b = \log_3 3^2 + \log_3 2 = 2 + \frac{\log_3 2}{ab}$$

$$b = 2 + ab$$

$$b(1-a) = 2 \quad (B)$$

5. $7^x = 81$
 $9^y = 7$

$$\frac{x}{1} = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{1}$$

$$xy = 2$$

$$\log_8 2 = \frac{1}{3} \log_2 2 = \frac{1}{3} \quad (A)$$

6. Aşağıda kâğıt havlu rulo görseli verilmiştir. Kâğıt havlu rulosunun uzunluğu 270 birimden azdır.



Rulo havlunun kopabilen tek kullanımlik kısmının uzunluğu $\log_2(x+1)$ birim olup rulodan 45 kez havlu koparıldığında rulodaki havlu bitmektedir.

$$\frac{270}{\log_2(x+1)} > 45$$

$$\log_2(x+1) < 6$$


$$x+1 < 64$$

$$x < 63$$

$$\downarrow$$

$$62 \quad (D)$$

7. n kenarlı düzgün çokgenin içine yazılan bir m sayısı;
 $\log_n m$
 şeklinde tanımlansın.

Örneğin;  ifadesi $\log_5 3$ şeklinde gösterilir.

$$A = \log_4 6 \cdot \log_6 9 = \log_4 9 = \log_2 3$$

$$8^{\log_2 3} = 2^{3 \log_2 3} = \frac{2^7}{7} \quad (C)$$

8. $\log(p - q) = A$ ve
 $\log(p^2 - q^2) = B$
 eşitlikleri veriliyor.

$$B - A = \log(p^2 - q^2) - \log(p - q)$$

$$= \log \frac{p^2 - q^2}{p - q} = \log(p + q)$$

$$\log \left(\frac{p - q}{p + q} \right) = \log(p - q) - \log(p + q)$$

$$= A - (B - A)$$

$$= \frac{2A - B}{1} \quad (A)$$

9. Kanser tedavisi için kullanılması planlanan bir ilaç deney faresine enjekte ediliyor.

İlacın enjekte edilmesinden sonra geçen süre t saat ve ilacın etki ettiği kanserli hücre $H(t)$, arasındaki ilişki aşağıdaki fonksiyonla modellenmiştir.

$$H(t) = 2^{1,2 \cdot t}$$

$$5^{10} = 2^{1,2t}$$

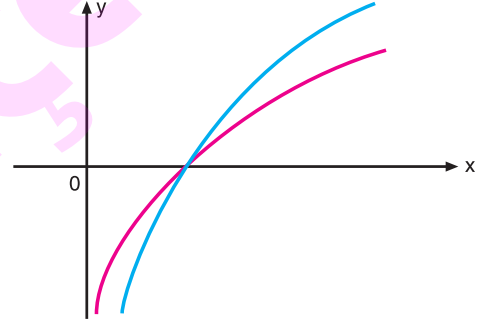
$$\log_2 5^{10} = \log_2 2^{1,2t}$$

$$10 \log_2 5 = 1,2t$$

$$\frac{10 \cdot 2,4}{1,2} = t$$

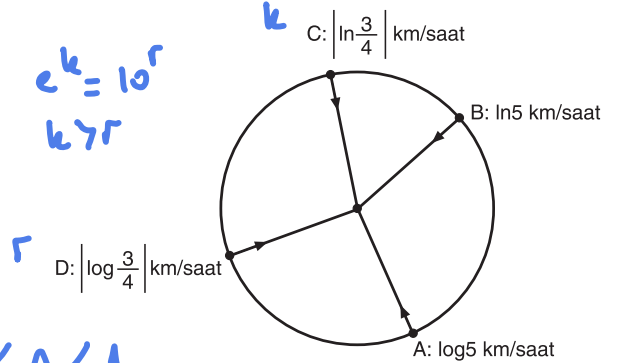
$$t = 20 \quad (B)$$

10. Aşağıda, $y = \ln x$ ve $y = \log x$ eğrileri verilmiştir.



Verilen bu eğriler aşağıdaki sorunun çözümünde yardımcı bilgi olarak kullanılacaktır.

Aşağıda dairesel bir pistin üzerindeki farklı noktalarda bulunan ve yarıçaplar üzerinden pistin merkez noktasına gidecek olan dört hareketlinin hızları verilmiştir.



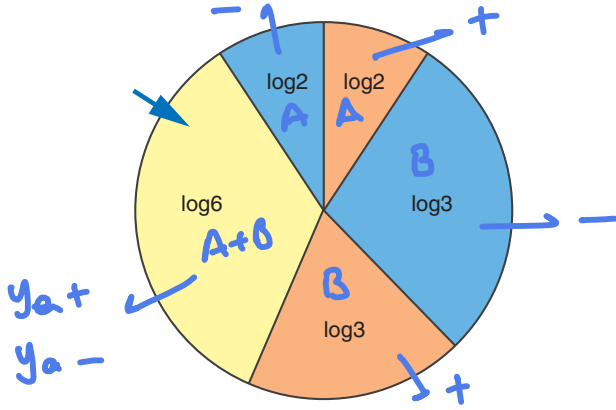
$$0 < A < 1$$

$$1 < B < 2$$

$$C > D$$

$$B < A < C < D \quad (D)$$

11. Aşağıda verilen şans çarkı bölmelere ayrılmıştır. Her bölmenin alanı içindeki sayı ile orantılıdır.



Yarışmacının, en fazla iki kez çevirme hakkı vardır.

- Yarışmacı, ok maviye geldiğinde oyunu kaybeder ve oyun biter.
- Yarışmacı, ok turuncuya geldiğinde kazanır ve oyun biter.
- Yarışmacı, ok sarıya geldiğinde varsa ikinci çevirme hakkını kullanır. Çevirme hakkı yoksa kaybeder oyun biter.

T, ST da kazanır

$$T = \frac{\log_3 + \log_3^2}{\log_3 + 2\log_3 + 2\log_3^2} = \frac{\log_3 b}{3\log_3 b} = \frac{1}{3}$$

$$TS = \frac{1}{3} \cdot \frac{\log_3 b}{3\log_3 b} = \frac{1}{9} \quad \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{4}{9} \quad (D)$$

12. n pozitif tam sayı olmak üzere,

$$A_n = \log_5 \left(\frac{2n+1}{2n-1} \right)$$

şeklinde tanımlanmaktadır.

$$B = \{A_n : 1 \leq n \leq 12\}$$

$$\left. \begin{array}{l} A_1 = \log_5 \frac{3}{1} \\ A_2 = \log_5 \frac{5}{3} \\ A_3 = \log_5 \frac{7}{5} \\ \vdots \\ A_n = \log_5 \frac{25}{23} \end{array} \right\} = \log_5 \frac{3}{1} \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{7}{5} \cdot \dots \cdot \frac{25}{23} = \log_5 25 = 2 \quad (B)$$

13. m ve n birer gerçel sayıdır.

$$m - 1 > \log_3 8$$

$$n + 1 < \log_3 \left(\frac{1}{2} \right)$$

$$\begin{aligned} m &> \log_3 8 + 1 & n &< -\log_3 2 + \log_3 \frac{1}{2} \\ m &> \log_3 24 & n &< \log_3 \frac{1}{6} \\ + \quad -n &> \log_3 b \\ \hline m-n &> \log_3 6 \cdot 24 \\ m-n &> \log_3 144 & (C) \\ \downarrow & & \\ 5 & & \\ \downarrow & & \end{aligned}$$

14. a ve b birer tam sayıdır.

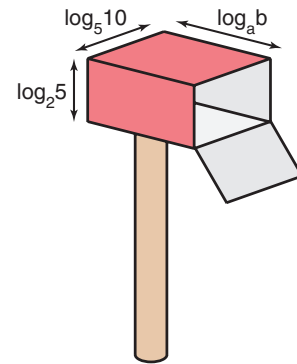
$$a < \log_3 100 < b < \log_2 150$$

eşitsizlikleri veriliyor.

$$\begin{array}{l} \downarrow \\ (4, 5) \end{array} \quad \begin{array}{l} \downarrow \\ (7, 8) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a=4 \\ b=7 \\ \hline 11 \\ 7 \end{array} \quad (D)$$

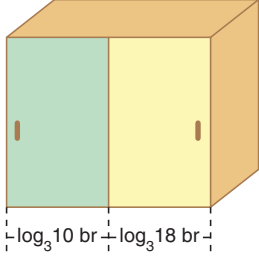
- 15.



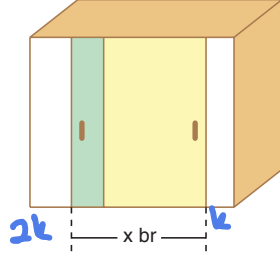
Yukarıdaki dikdörtgenler prizması şeklindeki posta kutusunun birer ayrıntı uzunlukları $\log_2 5$, $\log_5 10$ ve $\log_a b$ birimdir. a ve b iki basamaklı doğal sayılardır.

$$\begin{aligned} \log_2 5 \cdot \log_5 10 \cdot \log_a b &= 4 \\ \log_2 10 \cdot \log_a b &= 4 \\ a=10 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} a+b &= \frac{2b}{7} \quad (B) \\ b=10 & \end{aligned}$$

16. Aşağıda dikdörtgenler prizması biçiminde, raylı bir gardırop verilmiştir. Gardırobun birbirine paralel iki rayı ve her rayda birer kapağı vardır. Bu kapaklar kendi raylarında sağa sola kayarak açılıp kapanmaktadır.



Şekil 1



Şekil 2

Gardırop Şekil 1'deki gibi kapakları kapalıyken kapaklar sağa ve sola doğru kaydırılacaktır. Yeşil kapak sağa, sarı kapak sola kaydırılmış ve Şekil 2'deki görünüm elde edilmiştir. Bu işlemden yeşil kapak, sarı kapağın kaydığı mesafenin 2 katı kadar kaymıştır.

$$k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{\log_3 3}{k}, \frac{\log_3 9}{2k} \text{ ise } k=1$$

$$3+k = \log_3 10 + \log_3 18$$

$$k = \log_3 180 - 3$$

$$k = \log_3 180 - \log_3 27$$

$$k = \log_3 \frac{180}{27} = \log_3 \frac{20}{3} \quad (C)$$

17. $f(x) = \begin{cases} x, & x \in \mathbb{Z} \\ x\text{'ten küçük en büyük tam sayı}, & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$

şeklinde bir f fonksiyonu tanımlanıyor.

$$f(\log_2 a) = 6 \text{ ve } f(\log_3 b) = 4$$

$$6 < \log_2 a < 7$$

$$b = 81$$

$$a = 127$$

$$127 - 81 = 46 \quad (D)$$

18. a ve b pozitif birer reel sayı olmak üzere,

$$|\log_2 a| = |\log_4 b|$$

eşitliği veriliyor.

$$\log_{ra} b = ? \text{ (cevap)}$$

$$\log_2 a = \log_4 b \vee \log_2 a = -\log_4 b$$

$$\log_2 a = \frac{1}{2} \log_2 b$$

$$a = b^{1/2}$$

$$\log_2 a = -\frac{1}{2} \log_2 b$$

$$a = b^{-1/2}$$

$$2 \log_2 ab \Rightarrow 2 \cdot \log_2 b^{1/2} \cdot 2 \log_2 b^{-1/2}$$

$$= 4 \cdot 2 \cdot (-2) = -16 \quad (D)$$

ACIL MATEMATİK

19. P(x), üçüncü dereceden başkatsayısı 1 olan bir polinomdur.

$$P(1) = P(2) = P(-1) = \frac{\ln 3}{\ln 2} \text{ dir.}$$

$$P(x) = (x-1)(x-2)(x+1) + \log_2 3$$

$$P(0) = 2 + \log_2 3$$

$$= \log_2 4 + \log_2 3$$

$$= \log_2 12 \quad (D)$$