

10⁹ Sınıf



TEMELİNİ SAĞLAM AT...

**SONBAHAR
KİTABI**

ACİL MATEMATİK

- °Konu Özetleri
- °Çözümlü Sorular
- °Testler



Editörler

Hamza SİNCAR

Kadir YİĞİT

Büşra GÜNKAYA

Koray ÖZTÜRK

İÇİNDEKİLER

ÜNİTE 1

Sayma ve Olasılık.....3

ÜNİTE 2

Permütasyon.....12

ÜNİTE 3

Tekrarlı Permütasyon.....23

ÜNİTE 4

Kombinasyon31

ÜNİTE 5

Pascal Üçgeni.....50

ÜNİTE 6

Olasılık.....59

ÜNİTE 7

Fonksiyonlar77

ÜNİTE 8

Grafik Yorumlama100





YANINDA BULUNSUN

EŞLEME YOLUYLA SAYMA

Bir kümenin eleman sayısını, kümenin elemanları ile sayma sayılarını birebir eşleyerek bulma işlemidir.



ÖRNEK 1.

Yusuf'un kalem kutusunda 2 tane kurşun kalem, 3 tane tükenmez kalem ve 1 tane dolma kalem vardır.

Buna göre, Yusuf'un kalem kutusunda toplam kaç kalemi vardır?



ÇÖZÜM

$$2 + 3 + 1 = 6$$



YANINDA BULUNSUN

TOPLAMA YOLUYLA SAYMA

A ve B ayrık iki küme olmak üzere,

$$s(A \cup B) = s(A) + s(B)$$

işlemlerle $A \cup B$ kümesinin eleman sayısını bulma işlemine "Toplama Yoluyla Sayma" denir.

Ayrık iki olaydan biri a yolla, diğeri b yolla gerçekleşebiliyorsa, bu olaylardan biri veya diğeri a + b yolla gerçekleşir.



ÖRNEK 2.

6 doktor ve 4 mühendis arasından bir doktor veya bir mühendis kaç farklı şekilde seçilebilir?



ÇÖZÜM

$$6 + 4 = 10$$



ÖRNEK 3.

A şehirden B şehrine 4 farklı karayolu, 2 farklı deniz yolu ve 2 farklı hava yolu ile gidilebilmektedir.

Buna göre, A şehirden B şehrine gidecek bir kişi kaç farklı yoldan gidebilir?



ÇÖZÜM

$$4 + 2 + 2 = 8$$



YANINDA BULUNSUN

SAYMANIN TEMEL İLKESİ
(ÇARPMA YOLUYLA SAYMA)

İki ayrık olaydan birincisi a farklı yolla, ikincisi b farklı yolla gerçekleşiyorsa, bu iki olay birlikte a • b farklı yolla gerçekleşir.

İkiden fazla olay için de benzer biçimde olayların gerçekleşme sayısını çarparak tüm olayın gerçekleşme sayısını buluruz.



ÖRNEK 4.

3 pantolon ve 2 tişörtü olan bir kişi 1 pantolon ve 1 tişörtü kaç farklı şekilde giyebilir?



ÇÖZÜM

$$3 \cdot 2 = 6$$



ÖRNEK 5.

4 farklı yemek ve 5 farklı tatlının bulunduğu bir menüden 1 yemek ve 1 tatlı kaç farklı şekilde seçilebilir?

✓ ÇÖZÜM

$$4 \cdot 5 = 20$$

? ÖRNEK 6.

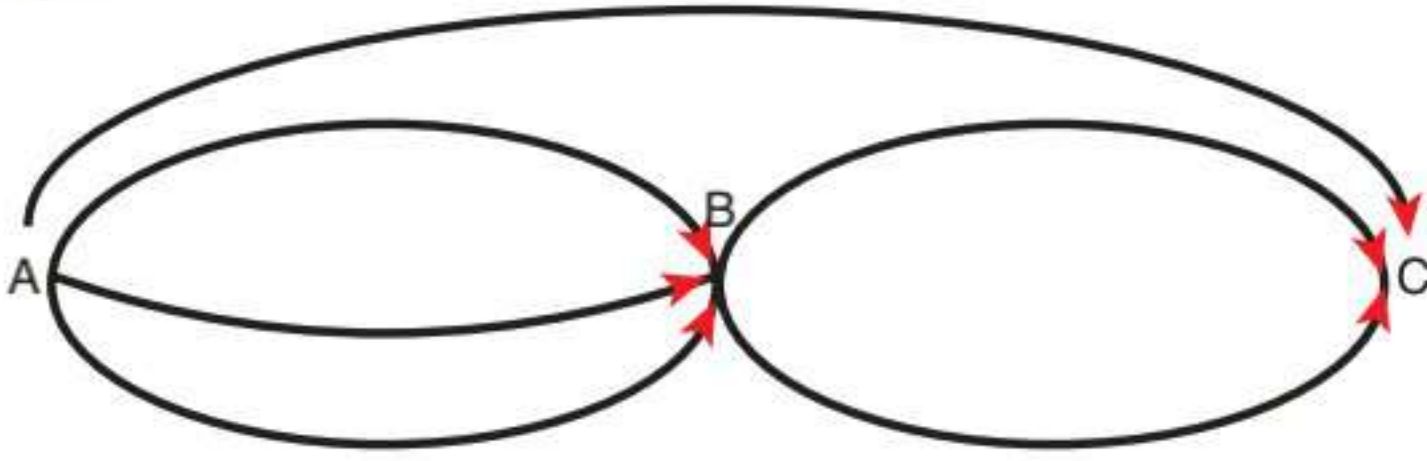
A şehrinden B şehrine 4, B şehrinden C şehrine 5 farklı yol vardır.

A şehrinden C şehrine gitmek isteyen bir kişi, B kentinden geçmek koşuluyla A'dan C'ye kaç farklı yoldan gidilebilir?

✓ ÇÖZÜM

$$4 \cdot 5 = 20$$

? ÖRNEK 7.



A şehrinden B şehrine 3, B şehrinden C şehrine 2 ve A şehrinden C şehrine 1 yol vardır.

A'dan C'ye gitmek isteyen bir kişi kaç farklı şekilde gidebilir? (Hareketli geriye doğru gitmemektedir.)

✓ ÇÖZÜM

$$3 \cdot 2 + 1 = 7$$

? ÖRNEK 8.



Şekildeki dört arkadaş, verilen kapıları kullanarak dışarı çıkacaktır.

Buna göre, bu dört kişi kaç farklı şekilde dışarı çıkabilir?

✓ ÇÖZÜM

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4 = 81$$

? ÖRNEK 9.



Yanda birbirinin aynısı 3 tane ahşap yön levhası gösterilmiştir. Yön levhaları sağ ve solu göstermektedir.

Bu levhalarla kaç farklı görüntü oluşturabilir?

✓ ÇÖZÜM

$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8$$



ÖRNEK 10.



Yukarıda 4 arkadaşın sağ ellerini, avuç içleri aşağı bakacak şekilde kullanarak oluşturdukları bir görüntü verilmiştir.

Buna göre, verilen şartlara uygun olarak bu 4 kişiyle kaç farklı görüntü oluşturulabilir?

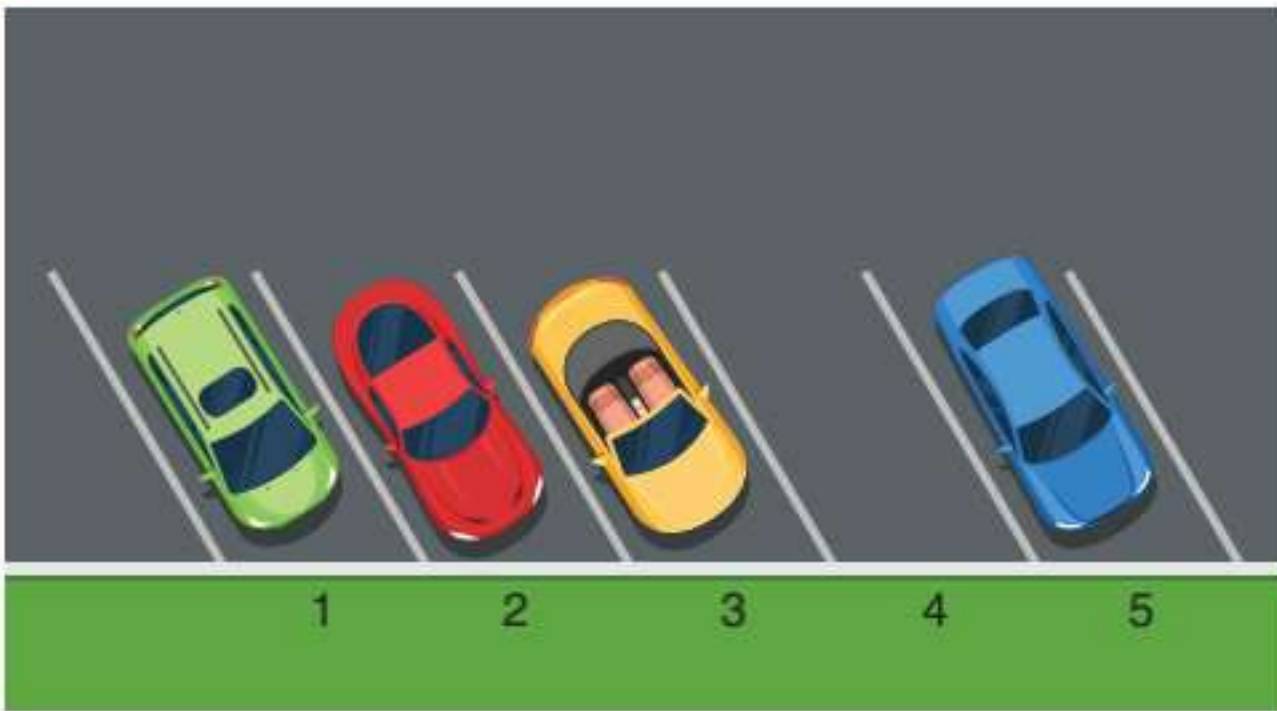


ÇÖZÜM

$$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$



ÖRNEK 11.



Şekilde gösterilen 4 araba, 5 park yerine bütün arabaların önü yeşil alana dönük olmak şartıyla kaç farklı şekilde park edilebilir?

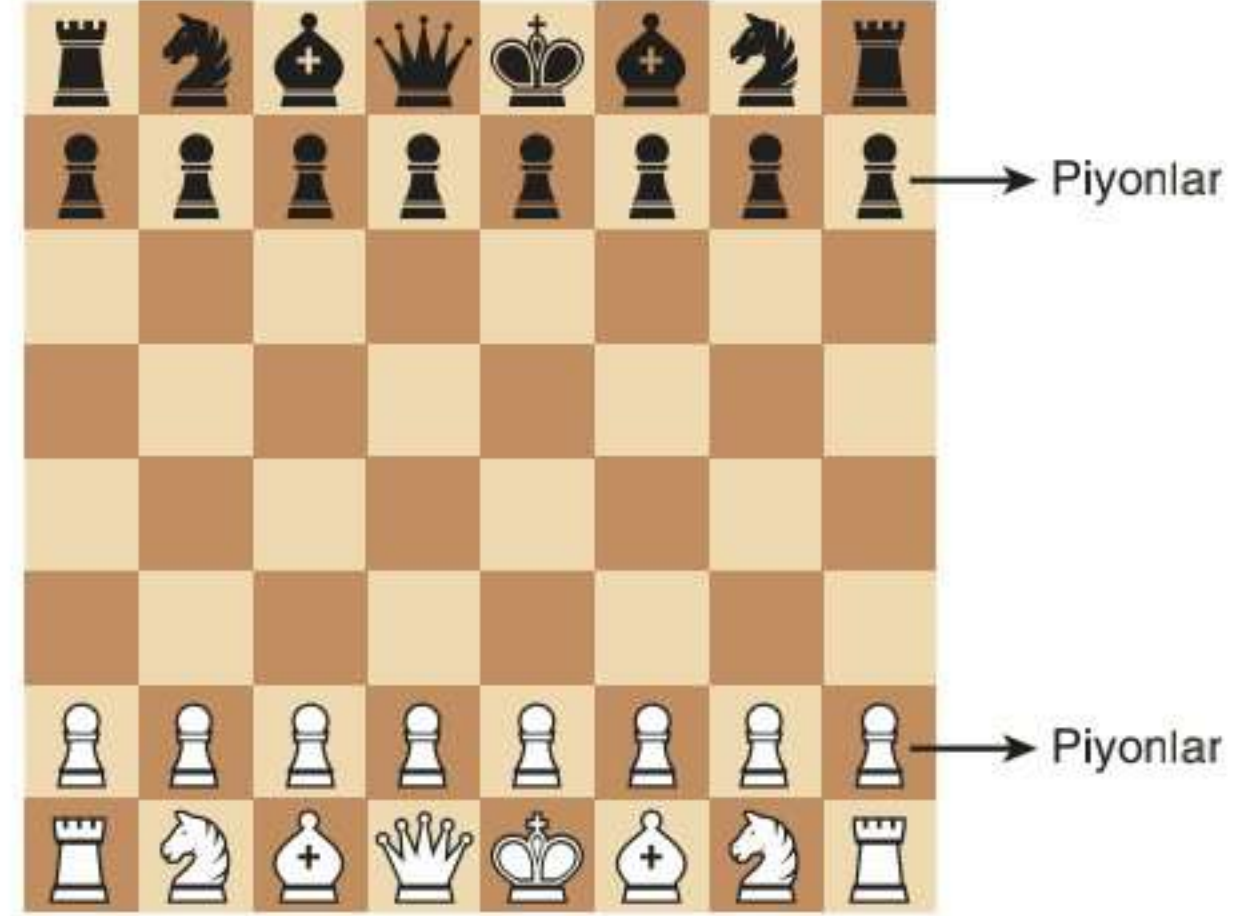


ÇÖZÜM

$$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$



ÖRNEK 12.



Yukarıda bir satranç tahtası ve taşları gösterilmiştir. Her iki oyuncunun da ön sırada dizdiği taşlar "Piyon" olarak adlandırılır.

Piyonlar, sadece bir üst komşu kareye hareket ettirilebilen taşlardır. Piyonlar, oyuna başlayacak oyuncunun isteğine bağlı ve sadece açılış hamlesi olarak iki üst kareye de hareket ettirilebilir.

Bir satranç oyununda oyun, piyon hamlesi ile başlayacağına göre kaç farklı açılış hamlesi vardır?

(Oyuna ilk başlayacak oyuncu kura ile belirlenecektir.)



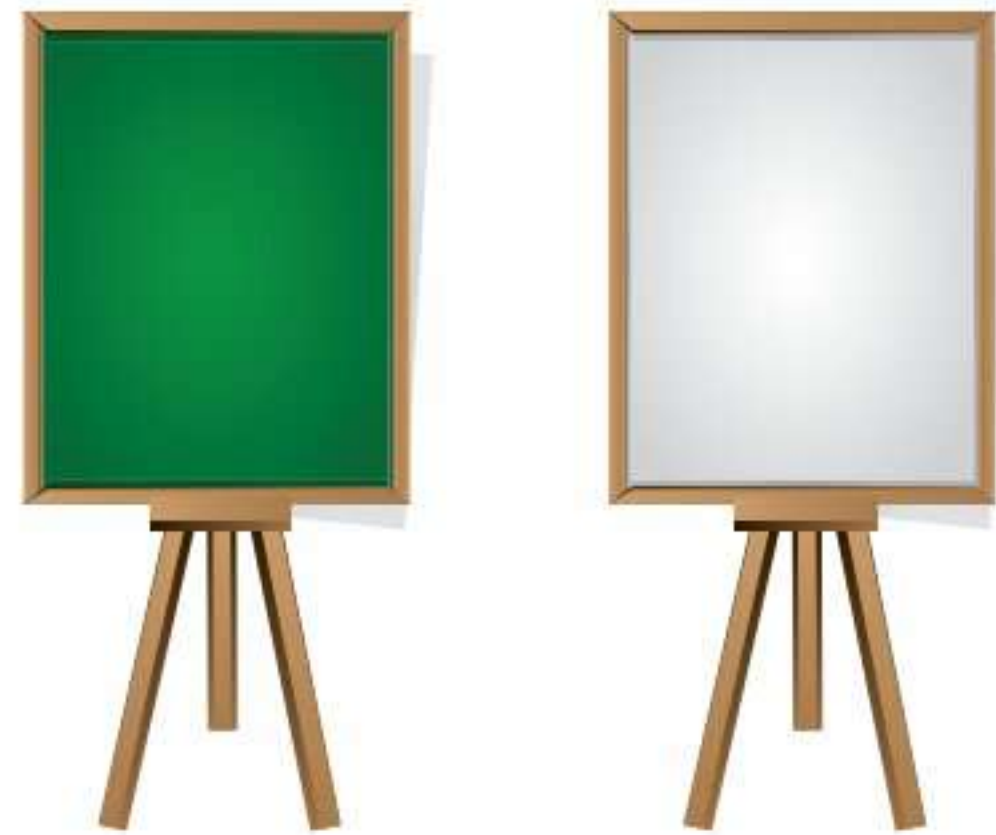
ÇÖZÜM

$$2 \cdot (2 + 2 + 2 + \dots + 2) = 32$$

↓
siyah ya da beyaz 8 tane



ÖRNEK 13.



Bir sınıf başkanı, sınıfından belirli 5 kişinin isimlerini yeşil ya da beyaz tahtaya yazacaktır.

Başkan herhangi bir tahtayı boş bırakmamak üzere bu isimleri kaç farklı şekilde yazabilir?

Sayma Yöntemleri

✓ ÇÖZÜM

$$2^5 - 1 - 1 = 30$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 Yeşil Beyaz
 tahta baş

? ÖRNEK 14.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

kümesinin elemanları ile üç basamaklı ve birbirinden farklı en fazla,

- Kaç sayı yazılabilir?
- Kaç çift sayı yazılabilir?
- 300'den büyük kaç sayı yazılabilir?
- Rakamları birbirinden farklı kaç sayı yazılabilir?
- Rakamları birbirinden farklı kaç tek sayı yazılabilir?

✓ ÇÖZÜM

- $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$
- $6 \cdot 6 \cdot 3 = 108$
- $4 \cdot 6 \cdot 6 = 144$
- $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$
- $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$

? ÖRNEK 15.

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

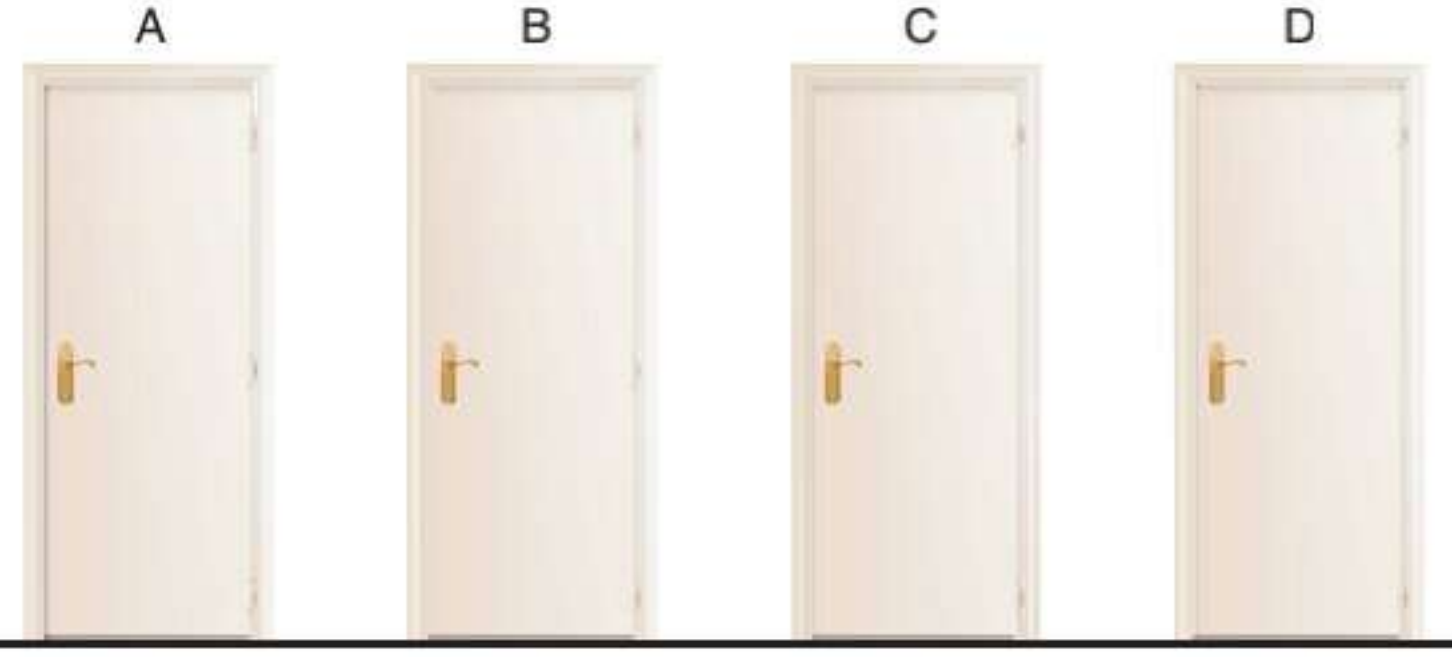
kümesinin elemanlarıyla üç basamaklı ve birbirinden farklı en fazla,

- Kaç sayı yazılabilir?
- Kaç çift sayı yazılabilir?
- Rakamları birbirinden farklı kaç sayı yazılabilir?
- Rakamları birbirinden farklı kaç çift sayı yazılabilir?

✓ ÇÖZÜM

- $5 \cdot 6 \cdot 6 = 180$
- $5 \cdot 6 \cdot 3 = 90$
- $5 \cdot 5 \cdot 4 = 100$
- $\begin{array}{r} 54 \\ 10 \end{array} + \begin{array}{r} 44 \\ 24 \end{array} = 52$

? ÖRNEK 16.



Bir okul koridorunda yan yana bulunan A, B, C ve D sınıflarının kapıları mavi, yeşil, sarı ve turuncu renklerinden biri ile boyanacaktır.

Yan yana olan iki sınıfın kapısı aynı renge boyanmayacağına göre, bu boyama işlemi kaç farklı şekilde yapılabilir? (Her sınıfın kapısı mutlaka boyanacaktır.)

✓ ÇÖZÜM

$$4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 108$$

? ÖRNEK 17.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

kümesi veriliyor.

İsmail, A kümesinin elemanlarını kullanarak 4 basamaklı, rakamları farklı bir sayı yazacaktır. İsmail'in yazacağı sayının birler basamağı tek ise onlar basamağı da tek olmalıdır.

Buna göre, İsmail'in yazabileceği en fazla kaç sayı vardır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{array}{r} 5434 \\ + 6543 \\ \hline 2406 \end{array}$$

$\downarrow$
 1357
 240 + 360 = 600



YANINDA BULUNSUN

FAKTÖRİYEL (ÇARPANSAL)

$n \in \mathbb{N}$ olmak üzere, 1'den n 'ye kadar olan ardışık tam sayıların çarpımına "**n Faktöriyel**" denir ve $n!$ şeklinde gösterilir.

- $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$,
 $n! = n \cdot (n-1)!$
 $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2)!$
- $0! = 1, 1! = 1$
- $(n+1)! + n! = (n+1) \cdot n! + n!$
 $= n! \cdot (n+1+1)$
 $= n! \cdot (n+2)$



ÖRNEK 18.

$$\frac{6! - 5!}{6! + 5!}$$

ifadesinin sonucu kaçtır?



ÇÖZÜM

$$\frac{6 \cdot 5! - 5!}{6 \cdot 5! + 5!} = \frac{6-1}{6+1} = \frac{5}{7}$$



ÖRNEK 19.

$$\frac{(n+1)!}{(n-2)!} = 3! \cdot (n^2 - 1)$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, n kaçtır?



ÇÖZÜM

$$\cancel{(n+1)} \cdot n \cdot \cancel{(n-1)} = 6 \cdot \cancel{(n-1)} \cdot \cancel{(n+1)}$$

$$n = 6$$



ÖRNEK 20.

$n \in \mathbb{N}$ olmak üzere,

$$7! + 8! + 9! = n^2 \cdot 7!$$

olduğuna göre, n kaçtır?



ÇÖZÜM

$$7! + 8 \cdot 7! + 9 \cdot 8 \cdot 7! = n^2 \cdot 7!$$

$$81 \cdot \cancel{7!} = n^2 \cdot \cancel{7!}$$

$$n^2 = 81$$

$$n = 9$$



ÖRNEK 21.

n bir tek doğal sayı ise $\boxed{n} = (n-1) \cdot (n-3) \cdot (n-5) \cdot \dots \cdot 2$

n bir çift doğal sayı ise $\boxed{n} = (n+1)!$

olarak tanımlanıyor.

Buna göre, $\frac{\boxed{11}}{\boxed{4}}$ ifadesinin sonucu kaçtır?



ÇÖZÜM

$$\frac{10 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2}{5!} = \frac{4 \cdot 8}{1} = 32$$

Sayma Yöntemleri



ÖRNEK 22.

$$\frac{(n+3)!}{(n+1)! + (n+2)!} = 10$$

olduğuna göre, n kaçtır?



ÇÖZÜM

$$\frac{(n+3) \cdot (n+2) \cdot (n+1)!}{(n+1)! \cdot (1+n+2)} = 10$$

$$n+2=10$$

$$n=8$$



ÖRNEK 23.

n farklı kişi düz bir hizada duran n tane sandalyeye 120 farklı şekilde oturabilmektedir.

Buna göre, n kaçtır?



ÇÖZÜM

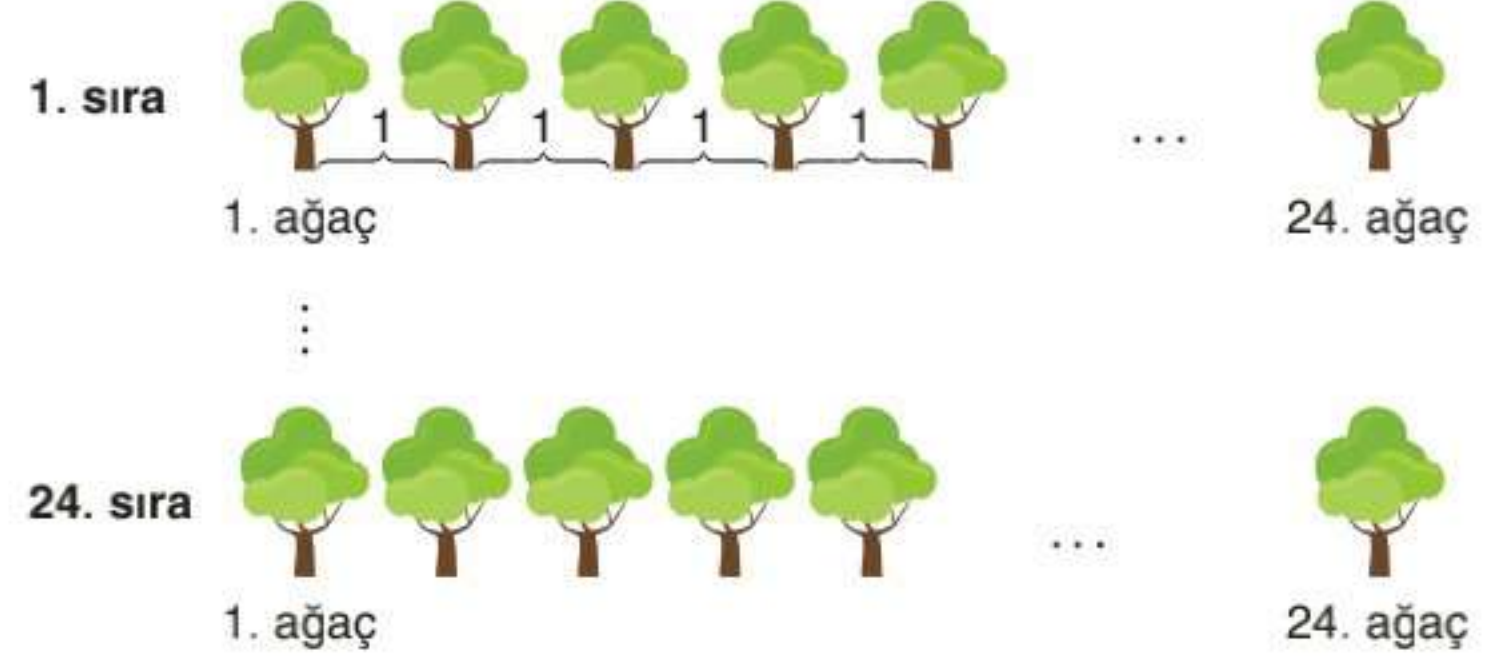
$$n! = 120$$

$$n = 5$$



ÖRNEK 24.

Aşağıda ardışık her iki ağaç arasının 1 birim olduğu 24 tane ağaç verilmiştir. Bu şekilde 24 sıra ağaç dizilmiştir.



Her sıradaki 1. ağacın 2. ağaca olan uzaklığı, 1. ağacın 3. ağaca olan uzaklığı ve bu düzende devam edilerek 1. ağacın 24. ağaca olan uzaklığı çarpılıyor. Her sıra için bu işlem yapılarak bulunan sonuçlar toplanıyor.

Buna göre, bu toplamın sonucu kaçtır?



ÇÖZÜM

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 23$$

24 sıra olduğu için

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 23 \cdot 24$$

$$24!$$

1. 20 katlı bir binada, her katta 10 daire ve her dairede 4 tane pencere vardır.

Buna göre, binada toplam kaç tane pencere vardır?

- A) 400 B) 600 ☒ C) 800 D) 1000 E) 1200

$$20 \cdot 10 \cdot 4 = 800$$

2. Elinde renkli bir afiş taslağı bulunan Seda, bu taslağı çoğaltmak istemiştir. Fotokopiciye giden Seda'ya görevli,

- A2 - A3 - A4 kağıtlarından hangisine basalım?
- Renkli mi yoksa siyah-beyaz mı olsun?

diye sormuştur.

Buna göre, Seda bu afişi kaç farklı şekilde bastırabilir?

- A) 3 ☒ B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

$$3 \cdot 2 = 6$$

3.
$$\frac{(0! + 1! + 2!)!}{(2! + 1)!}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 6 ☒ B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

$$\frac{(1+1+2)!}{(2+1)!} = \frac{4!}{3!} = 4$$

4. Aydınlatma ürünleri satan bir mağazada 3 farklı güçte tasarruflu ampul ve 4 farklı güçte led ampul bulunmaktadır.

1 tasarruflu ve 1 led ampul alacak olan Canfeda kaç farklı seçim yapabilir?

- A) 6 B) 9 ☒ C) 12 D) 15 E) 18

$$3 \cdot 4 = 12$$

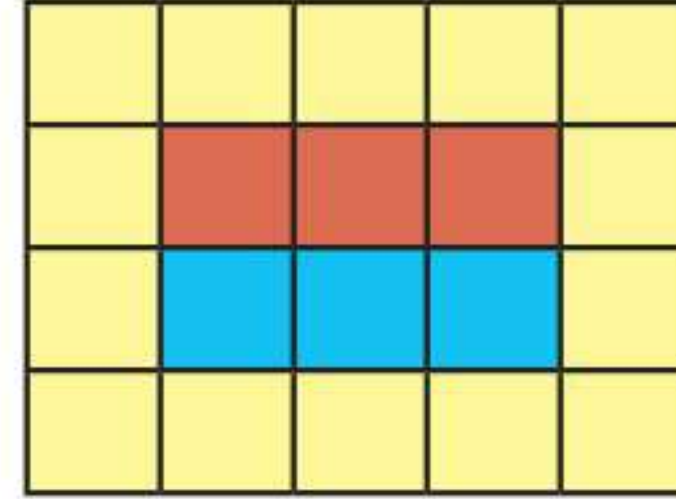
5. ACİL

kelimesinin harfleri yer değiştirilerek 4 harfli anlamlı ya da anlamsız kaç farklı kelime oluşturulabilir?

- A) 9 B) 12 C) 18 ☒ D) 24 E) 30

$$4! = 24$$

6. Şekilde gösterilen 4x5'lik bir dikdörtgenin içi sarı, kırmızı, yeşil ve mavi renklerle boyanacaktır.



Örnek bir boyama modeli.

- En dışta bulunan birim kareler aynı renge boyanacaktır.
- Geri kalan birim karelerden üst satırdakiler aynı renge fakat dıştaki karelerden farklı bir renge boyanacaktır.
- Son olarak geriye kalan birim kareler aynı renge fakat dıştaki ve üst satırdaki karelerden farklı bir renge boyanacaktır.

Buna göre, bu boyama işlemi kaç farklı şekilde yapılabilir?

- A) 12 B) 15 C) 18 ☒ D) 24 E) 30

$$4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$$

Çarpma Yoluyla Sayma-Faktöriyel - Test

7. $A = \{a, b, c, 1, 2\}$

kümesinin elemanları ile 3 haneli şifreler yazılacaktır.

Şifrelerin ilk iki hanesi harflerden, son hanesi rakamdan oluşmaktadır.

Örneğin; $\boxed{a a 3}$, $\boxed{b c 1}$

iki farklı şifredir.

Buna göre, A kümesinin elemanlarıyla kaç farklı şifre yazılabilir?

A) 9 B) 12 C) 15 ☒ D) 18 E) 24

$$3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$$

8.

3	3	3
2	2	2

Şekilde gösterilen 6 bölümün her birine 1, 2 veya 3 sayılarından biri yazılacaktır.

Üst üste gelen bölümlerde aynı sayı olmayacaktır.

Buna göre, bu sayılar kaç farklı şekilde yerleştirilebilir?

A) 196 B) 200 C) 208 ☒ D) 216 E) 256

$$6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$$

9. $(n-2)! = 24$ olduğuna göre, $n-2=4$

$$\frac{(n+1)!}{\left(3+\frac{n}{2}\right)!}$$

$$n=6$$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) 5 B) 6 ☒ C) 7 D) 8 E) 9

$$\frac{7!}{6!} = \frac{7 \cdot 6!}{6!} = 7$$

10. $M = \{0, 1, 2, 3, 4, 6\}$

kümesinin elemanları ile rakamları farklı 3 basamaklı kaç farklı çift sayı yazılır?

A) 44 B) 52 ☒ C) 68 D) 75 E) 83

$$\begin{array}{r} 541 \\ + 443 \\ \hline 984 \end{array}$$

$$20 + 48 = 68$$

11. $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

kümesindeki elemanlar birer defa kullanılarak 3 basamaklı 5'in katı olan kaç sayı yazılabilir?

A) 42 B) 48 C) 50 D) 52 ☒ E) 55

$$\begin{array}{r} 651 \\ + 551 \\ \hline 1202 \end{array}$$

$$30 + 25 = 55$$

12.



Yukarıda üç bölmeli bir tahta parçasının ön yüzü gösterilmiştir. Bu tahta parçası mavi, kırmızı, sarı ve turuncu renklerle boyanacaktır.

Tahtanın A harfli bölgesi mavi ile boyanacaksa, mavi renk bir daha kullanılmayacaktır.

Buna göre, bu tahta parçası kaç farklı şekilde boyanabilir?

(Her bölme mutlaka boyanacaktır.)

☒ A) 57 B) 55 C) 52 D) 50 E) 48

$$\begin{array}{l} A \text{ mavi ise } 1 \cdot 3 \cdot 3 = 9 \\ A \text{ mavi değil } 3 \cdot 4 \cdot 4 = 48 \\ 9 + 48 = 57 \end{array}$$

13.



Mehmet Bey, 4 farklı renkten dörder adet tahta parçası ile kırık olan ABCD bölgesini geçici olarak kapatmıştır.

Bu kapatma işleminde, aynı renkten tahta parçalarının tamamı, ya üst üste ya da yan yana monte edilmiştir.

Tüm tahta parçaları renkleri dışında özdeştir.

Buna göre, Mehmet Bey ABCD bölgesini kapatma işlemini kaç farklı şekilde yapabilir?

- A) 312 B) 324 C) 348 D) 364 ☒ E) 384

$$2^4 \cdot 4! = 384$$

14.



Şekilde gösterilen 3 tane kareden her biri; mavi, yeşil, kırmızı veya sarı renklerinden biri ile boyanacaktır.

Karelerin tamamı aynı renk ile boyanmayacağına göre, bu boyama işlemi kaç farklı şekilde yapılabilir?

- A) 80 B) 76 C) 64 ☒ D) 60 E) 56

$$4 \cdot 4 \cdot 4 - 4 = 60$$

↓
Aynı renk

15. 1'den 80'e kadar olan sayıların sırasıyla kapı numarası olarak yazıldığı 80 dairelik bir apartmanda kapı numaralarının 1, 2, 3, 4, 5, 6 ve 7 rakamları dışındaki tüm rakamlar silinmiştir.

Buna göre, kaç dairenin kapı numarasında değişiklik olmuştur?

- A) 16 B) 18 C) 20 ☒ D) 24 E) 36

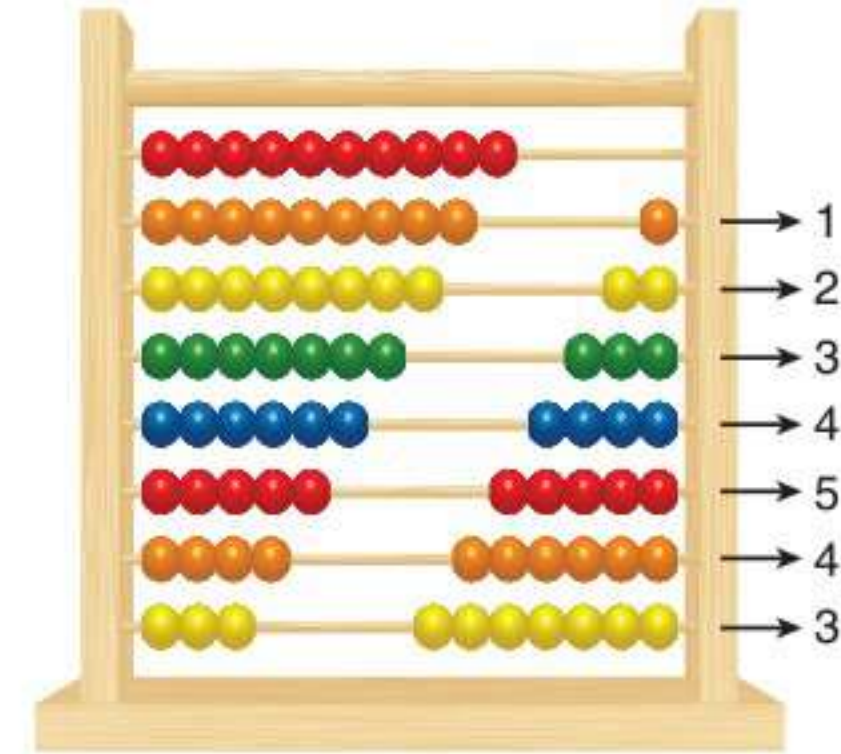
0, 8, 9 → silinen

$$\downarrow \frac{1}{0} + \downarrow \frac{1}{8} + \downarrow \frac{1}{9}$$

8 tane 8 tane 8 tane

$$3 \cdot 8 = 24 \text{ tane}$$

16. Aşağıda 8 adet bölmesi ve her bölmesinde 10 adet boncuk bulunan bir abaküs gösterilmiştir.



Tuğçe, abaküste bazı bölümlerdeki boncukları sağa doğru kaydırmış, her bölmede sağ ve sol diye iki grup oluşturmuştur.

Tuğçe, her bölmede oluşan grupların boncuk sayılarından daha az olanını, o bölmenin yanına not almıştır.

Örneğin;

4 boncuk 6 boncuk → 4 yazmıştır.

5 boncuk 5 boncuk → 5 gruplarda boncuk sayısı eşit ise iki gruptan birinin, boncuk sayısını yazmıştır.

Buna göre, Tuğçe'nin not aldığı sayıların çarpımı 6! olduğunda not aldığı bu sayıların toplamı en çok kaçtır?

- A) 27 B) 25 ☒ C) 22 D) 21 E) 19

$$6! = 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$$

$$= 1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$$

$$= 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 5$$

1. C	2. B	3. B	4. C	5. D	6. D	7. D	8. D
9. C	10. C	11. E	12. A	13. E	14. D	15. D	16. C

$$1+1+1+3+3+4+4+5=22$$



YANINDA BULUNSUN

n ve r birer doğal sayı ve $n \geq r$ olmak üzere, n tane elemanın r 'li sıralanışına " **n 'nin r 'li Permütasyonu**" denir ve $P(n, r)$ şeklinde gösterilir.

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-r+1)$$



ÖRNEK 1.

3 öğrenci yan yana duran 7 koltuğa kaç farklı şekilde oturabilir?



ÇÖZÜM

$$P(7, 3) = 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$$



YANINDA BULUNSUN

- $P(n, 0) = 1$
- $P(n, n) = n!$
- $P(n, 1) = n$
- $P(n, 2) = n \cdot (n-1)$
- $P(n, n-1) = n!$

Pratik olarak;

$$P(7, 3) = \overbrace{7 \cdot 6 \cdot 5}^{3 \text{ sayı}}$$

$$P(10, 2) = \overbrace{10 \cdot 9}^{2 \text{ sayı}}$$

$$P(9, 4) = \overbrace{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}^{4 \text{ sayı}}$$

şeklinde yazılabilir.



ÖRNEK 2.

$$P(n+1, 2) = 42$$

olduğuna göre, n kaçtır?



ÇÖZÜM

$$(n+1) \cdot n = 42$$

$$n = 6$$



ÖRNEK 3.

$$P(n+1, 4) = 9 \cdot P(n, 3)$$

olduğuna göre, n kaçtır?



ÇÖZÜM

$$(n+1) \cdot n \cdot (n-1) \cdot (n-2) = 9 \cdot n \cdot (n-1) \cdot (n-2)$$

$$n+1 = 9$$

$$n = 8$$



ÖRNEK 4.

n elemanlı bir kümenin üçlü permütasyonlarının sayısı ile ikili permütasyonlarının sayısı toplamı 80'dir.

Buna göre, n kaçtır?



ÇÖZÜM

$$P(n, 3) + P(n, 2) = 80$$

$$n = 5$$

? ÖRNEK 5.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

kümesinin 3'lü permütasyonlarının kaç tanesinde 2 elemanı bulunur?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} P(6, 3) - P(5, 3) \\ 6 \cdot 5 \cdot 4 - 5 \cdot 4 \cdot 3 \\ 120 - 60 = 60 \end{aligned}$$

? ÖRNEK 6.

$$A = \{a, b, c, d, e, f\}$$

$$B = \{c, d, e, f, k, l, m\}$$

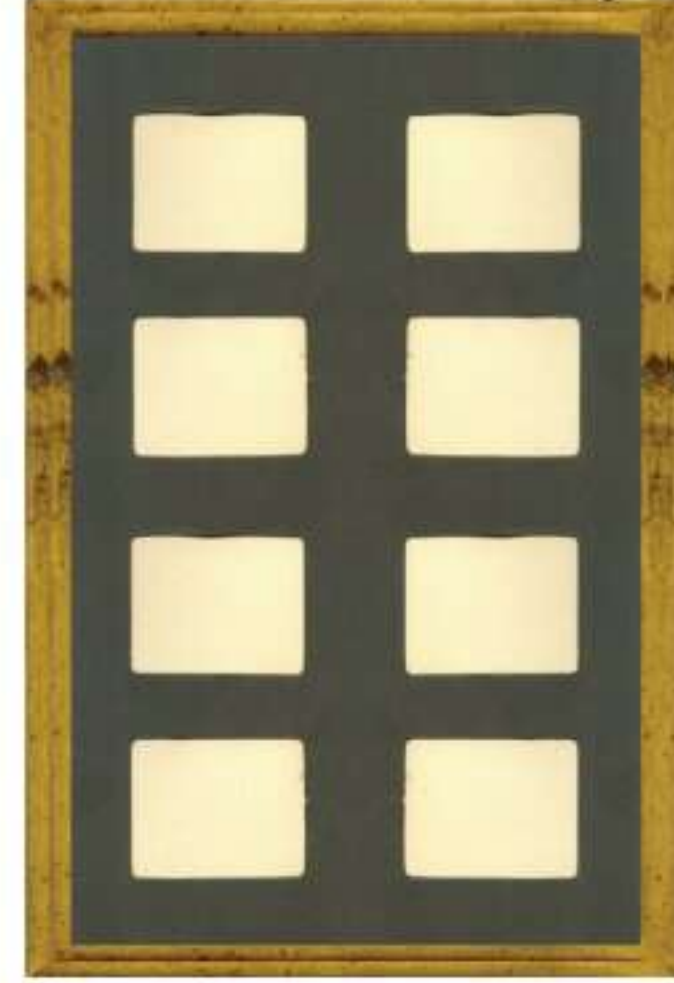
kümeleri veriliyor.

Buna göre, A ve B kümelerinin 3'lü permütasyonlarının kaç tanesi ortaktır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} A \cap B &= \{c, d, e, f\} \\ P(4, 3) &= 4 \cdot 3 \cdot 2 \\ &= 24 \end{aligned}$$

? ÖRNEK 7.



Murat, elinde bulunan 3 farklı fotoğrafı yukarıda gösterilen 8 fotoğraflık albüme, her boş yere en fazla bir fotoğraf koymak şartıyla kaç farklı şekilde yerleştirilebilir?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} P(8, 3) &= 8 \cdot 7 \cdot 6 \\ &= 336 \end{aligned}$$

? ÖRNEK 8.



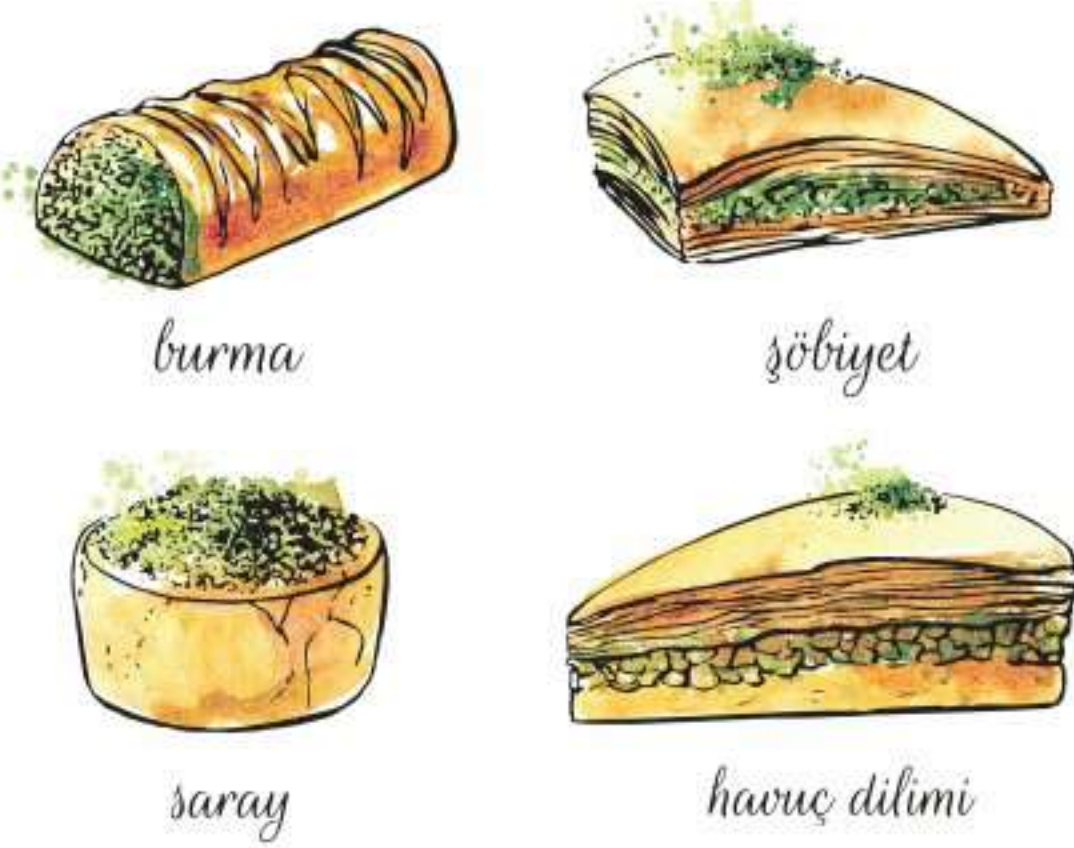
Bir spor mağazası, 12 farklı spor dalına ait farklı 12 topu, dörderli üç sıra halinde sergileyecektir.

Buna göre, bu toplar kaç farklı şekilde sergilenebilir?

✓ ÇÖZÜM

$$P(12, 12) = 12!$$

? ÖRNEK 9.



Şekilde burma, şöbiyet, saray ve havuç dilimi olmak üzere 4 farklı baklava çeşidi gösterilmiştir.

Bu baklavalardan üçünü sipariş eden biri, siparişini kaç farklı sırayla yiyebilir?

✓ ÇÖZÜM

$$P(4, 3) = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$$

? ÖRNEK 10.



Şekilde gösterilen 5 arkadaş fotoğraf çekilecektir. İsteyen kişi sırtını dönebilmektedir.

Buna göre, bu kişiler kaç farklı şekilde fotoğraf çekilebilirler?

✓ ÇÖZÜM

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5! \\ 2^5 \cdot 5!$$

? ÖRNEK 11.

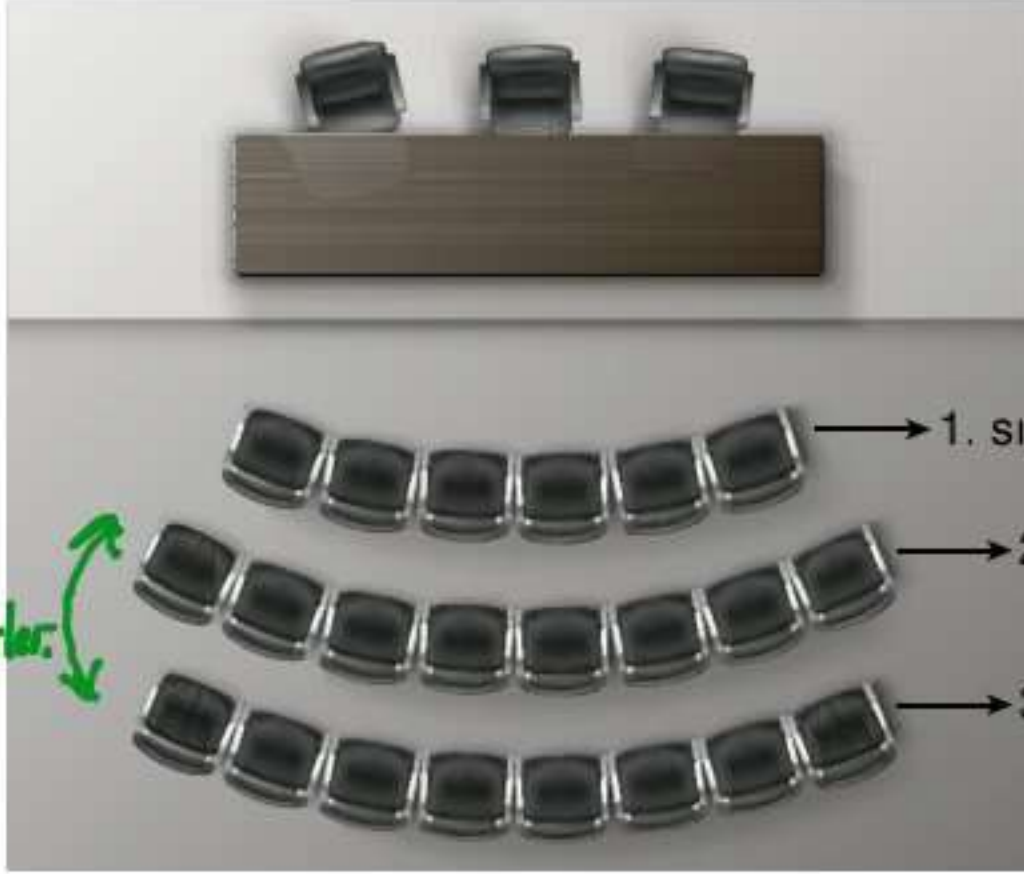
3 doktor, 2 mühendis ve 2 öğretmen yan yana duran 7 koltuğa oturacaklardır.

- Kaç farklı şekilde oturabilirler?
- Doktorların tamamı yan yana oturmak şartıyla kaç farklı şekilde oturabilirler?
- Aynı branştan olanlar yan yana oturmak şartıyla kaç farklı şekilde oturabilirler?
- Başta ve sonda birer mühendis oturmak şartıyla kaç farklı şekilde oturabilirler?
- Her iki doktor arasına bir mühendis ve bir öğretmen gelecek şekilde kaç farklı biçimde oturabilirler?
- Herhangi iki doktor yan yana gelmemek şartıyla kaç farklı şekilde oturabilirler?

✓ ÇÖZÜM

- a) $7!$
 b) $3! \cdot 5!$
 c) $3! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 3! = 144$
 d) $2! \cdot 5! = 240$
 e) $\textcircled{D} m \textcircled{ö} \textcircled{D} m \textcircled{ö} \textcircled{D} \quad \underline{3! \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2! \cdot 2!}$
 96
 f) $_m_m_ö_ö_ \quad 4! \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3$
 1440

? ÖRNEK 12.



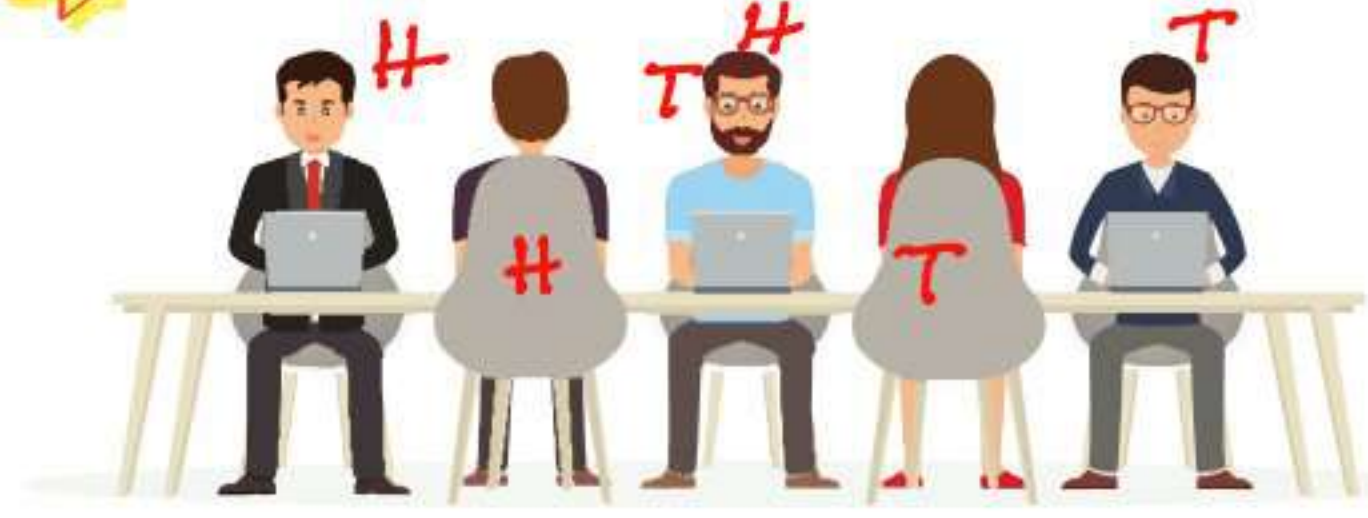
Yukarıda bir seminer salonunun üstten görünümü verilmiştir. 6 kişilik bir sınıf ve sekizer kişilik 2 sınıf seminer salonuna getirilip şekilde verilen koltuklara yerleştirilecektir.

Her sınıfın öğrencileri aynı sırada yan yana oturacağına göre, bu yerleştirme işlemi kaç farklı şekilde yapılabilir?

✓ ÇÖZÜM

$$2 \cdot 8! \cdot 8! \cdot 6!$$

? ÖRNEK 13.



Bir tarafında 3 koltuk, diğer tarafında 2 koltuk olan bir masanın etrafına, şekilde gösterildiği gibi 5 kişi oturacaktır.

Bu kişilerden ikisi Halil ve Turan'dır.

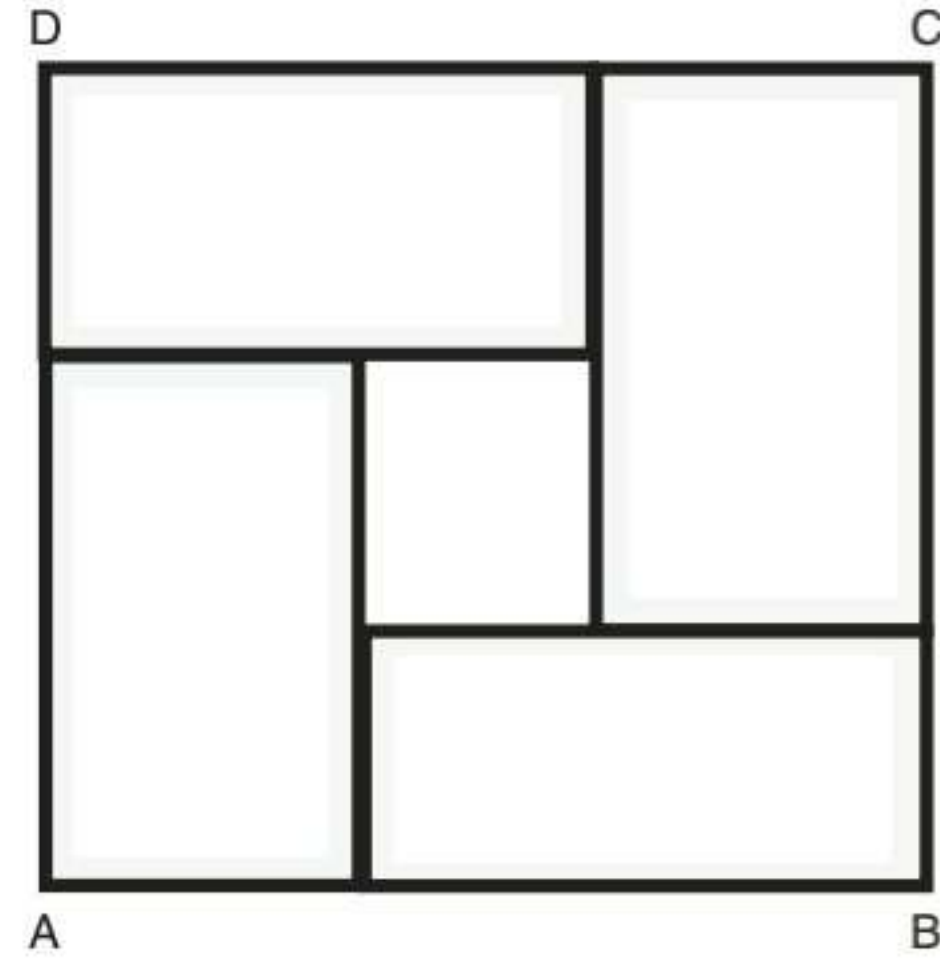
Halil ve Turan yan yana oturmak koşuluyla bu beş kişi kaç farklı şekilde oturabilir?

✓ ÇÖZÜM

$$2 \cdot 2! \cdot 3! + 2! \cdot 3!$$

$$24 + 12 = 36$$

? ÖRNEK 14.

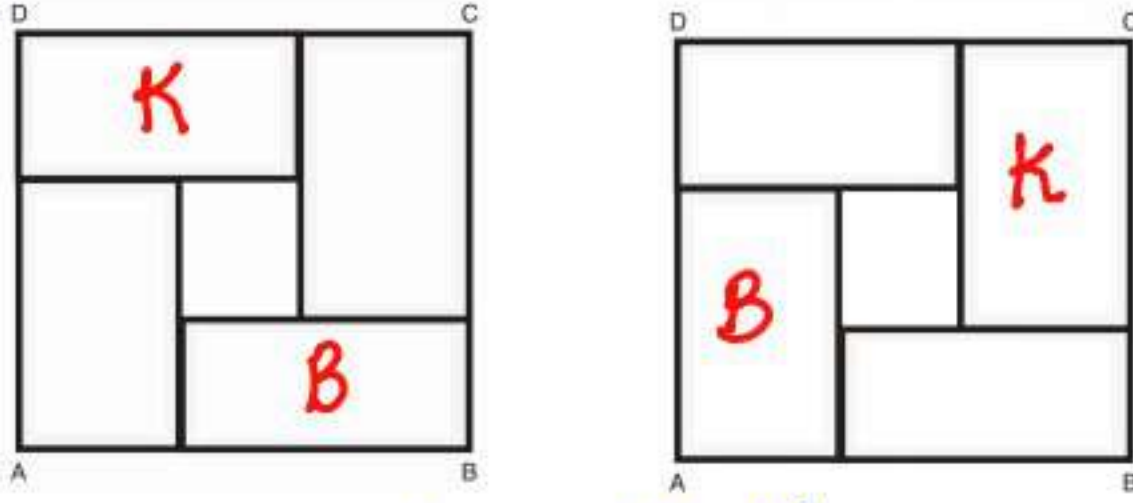


Şekilde 5 farklı evin üstten görünümü verilmiştir.

Barış ve Kadir beyler birbirine komşu olan herhangi iki evde oturmak istememektedir.

Buna göre, içlerinde Barış ve Kadir beylerin de ailelerinin olduğu 5 aile bu evlere kaç farklı şekilde yerleştirilebilir?

✓ ÇÖZÜM



$$2! \cdot 3! + 2! \cdot 3! \\ 12 + 12 = 24$$

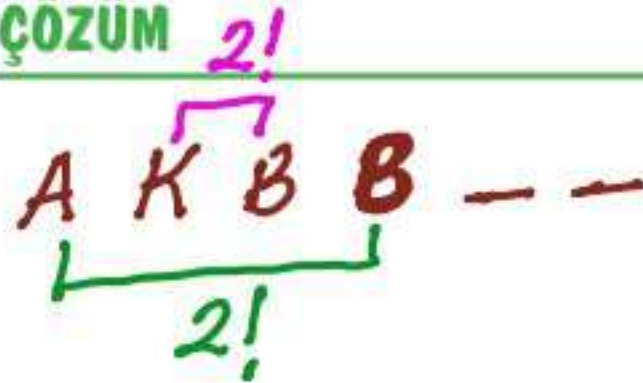
? ÖRNEK 15.

6 kişilik bir aile düz bir sıra şeklinde aşağıda verilen koşullara uygun bir biçimde sıralanacaktır.

- Anne ile baba arasında yalnızca 2 çocuk olacaktır.
- Anne ile baba arasındaki çocuklar en küçük ve en büyük çocuklardır.

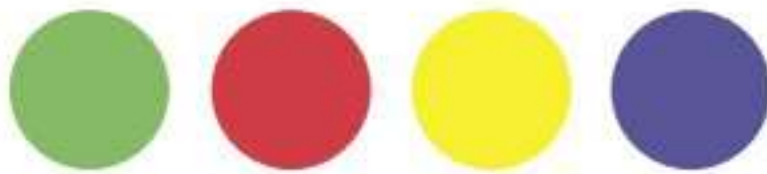
Buna göre, bu aile kaç farklı şekilde sıralanır?

✓ ÇÖZÜM



$$2! \cdot 2! \cdot 3! = 24$$

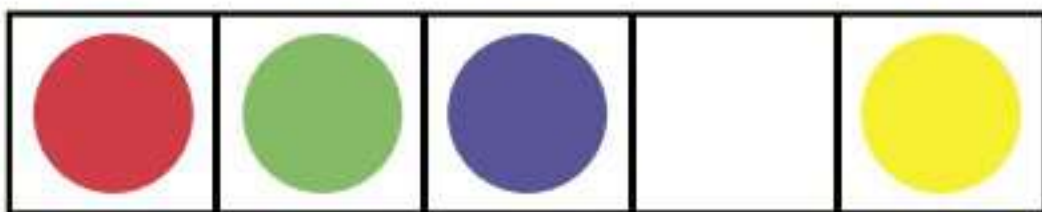
? ÖRNEK 16.



Şekilde yeşil, kırmızı, sarı ve mavi renkli toplar 5 farklı bölmeye, her bölmeye en fazla bir top gelecek şekilde yerleştirilecektir.

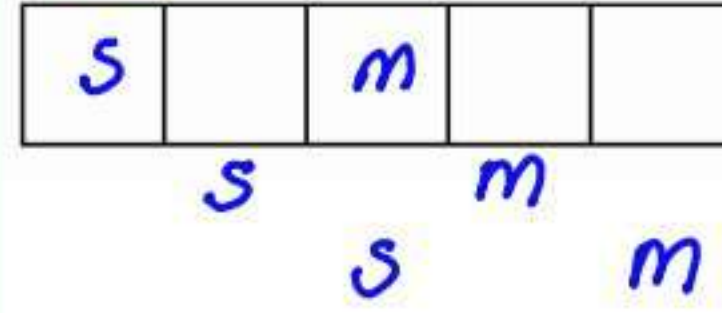
Bu yerleştirmede sarı ve mavi toplar arasındaki bölme boş kalacaktır.

Aşağıda örnek bir yerleştirme gösterilmiştir.



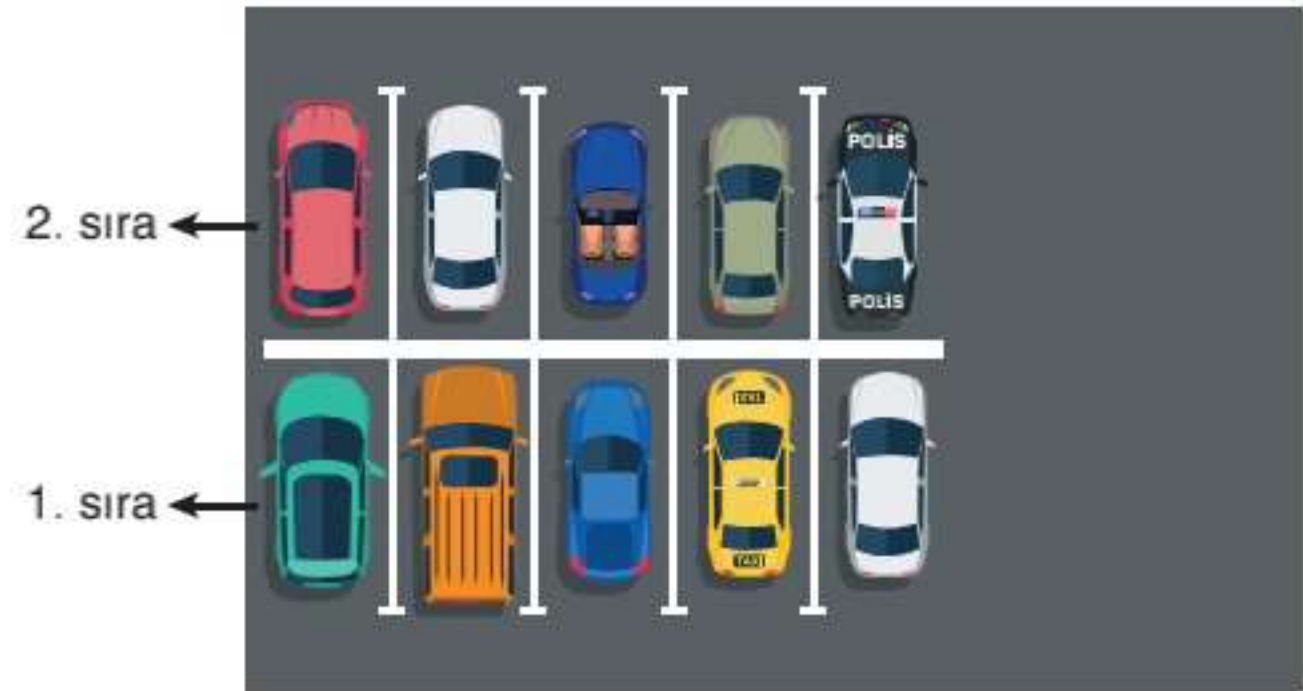
Buna göre, yerleştirme işlemi kaç farklı şekilde yapılabilir?

✓ ÇÖZÜM



$$3 \cdot 2! \cdot 2! = 12$$

? ÖRNEK 17.



Şekilde 10 araç ve 10 araçlık bir park yeri gösterilmiştir. Bu park yeri iki sıradan oluşmaktadır. Park yerinde birbirinden farklı 2 tane beyaz renkli araç bulunmaktadır.

Beyaz renkli araçlar aynı sırada park edilemeyeceğine göre bu araçlar kaç farklı şekilde park edilebilir?

✓ ÇÖZÜM

$$5 \cdot 5 \cdot 2! \cdot 8! \\ 50 \cdot 8!$$

? ÖRNEK 18.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

kümesinin elemanları ile rakamları birbirinden farklı 6 basamaklı sayılar yazılacaktır.

Çift sayılar yan yana olmak üzere, kaç tane tek sayı yazılabilir?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & & & & 1 \\
 & & & & & & 3 \\
 & & & & & & 5 \\
 2 & 4 & 6 & & & & \\
 & 2 & 4 & 6 & & & \\
 & & 2 & 4 & 6 & &
 \end{array}$$

$$3 \cdot 3! \cdot 2 \cdot 3 = 108$$

? ÖRNEK 19.

Bir sayıda rakamların soldan sağa sıralanışıyla, sağdan sola sıralanışı aynı ise o sayıya "Palindrom Sayı" denir.

Örneğin; 21312 beş basamaklı palindrom bir sayıdır.

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

kümesindeki elemanlar istenilen sayıda kullanılarak 5 basamaklı palindrom sayılar yazılacaktır.

Buna göre, kaç tane çift palindrom sayı yazılabilir?

✓ ÇÖZÜM

$abc bca \rightarrow$ gibi

$$\begin{array}{ccccccc}
 3 & 7 & 7 & 1 & 1 & & \\
 \hline
 2 & & & & & & \\
 4 & & & & & & \\
 6 & & & & & &
 \end{array}$$

$$3 \cdot 7 \cdot 7 = 147$$

? ÖRNEK 20.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

kümesindeki her eleman aşağıda verilen bölmelere yazılacaktır.

Üst üste gelen bölmelere yazılan rakamların toplamı 7 dir.

Buna göre, verilen rakamlar kaç farklı şekilde yazılabilir?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{array}{ccc}
 2! & 2! & 2! \\
 \hline
 \begin{array}{|c|c|c|}
 \hline
 1 & 2 & 3 \\
 \hline
 6 & 5 & 4 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}$$

$$(2!)^3 \cdot 3! = 48$$

? ÖRNEK 21.

Aşağıda 9 öğrenciye ait bir sınıfın içi resmedilmiştir.



Bu sınıftaki öğrencilerden Kerem ve Efe, yan yana veya arka arkaya oturmak istememektedir.

Buna göre, Kerem ve Efe'nin bu isteklerini yerine getiren bir öğretmen, öğrenci yerleşimini kaç farklı şekilde yapabilir?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned}
 9! - (2 \cdot 2! \cdot 3 \cdot 7! \cdot 2) \\
 9! - 3 \cdot 8! = 6 \cdot 8! \\
 = 48 \cdot 7!
 \end{aligned}$$

? ÖRNEK 22.

Bir toplulukta 3 evli çift ve 3 bekar olmak üzere toplam 9 kişi vardır.

Bu topluluktaki kişiler düz bir sıra halinde sıralanacaklardır.

- Evli olan çiftlerdeki kişiler birbirinden ayrılmayacaktır.
- Herhangi iki bekar yan yana gelmeyecektir.

Buna göre, bu kişiler kaç farklı şekilde sıralanabilir?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{array}{ccc}
 \text{AA} & \text{BB} & \text{CC} \\
 \hline
 2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 3! \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \\
 48 \cdot 24 = 1152
 \end{array}$$

Bekarlar

ÖRNEK 23.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

kümesinin elemanlarından birbirinden farklı A, B, C ve D elemanları ile ABCD dört basamaklı sayıları yazılacaktır.

$A \cdot D = B \cdot C$ şartını sağlayan kaç tane ABCD dört basamaklı sayısı yazılabilir?

ÇÖZÜM

$$A \cdot D = B \cdot C$$

1	8	2	4
1	6	2	3
2	6	3	4
2	9	3	6
3	8	4	6

$$2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 5!$$

$$8 \cdot 5 = 40$$

ÖRNEK 24.



Şekilde birbirine komşu 7 bina gösterilmiştir. Binalar soldan itibaren 1, 2, 3, ..., 7 rakamları ile numaralandırılmıştır.

Orhan, Zeynep ve Ferah bu binalardan farklı birinde oturmaktadırlar. Orhan ve Zeynep birbirine komşu binalarda oturmakta, Ferah ise her ikisine de komşu olmayan bir binada oturmaktadır.

Orhan'ın oturduğu bina numarası	Zeynep'in oturduğu bina numarası	Ferah'ın oturduğu bina numarası
2	3	7
⋮	⋮	⋮

Buna göre, yukarıda verilen tablonun satırları kaç farklı şekilde doldurulabilir?

ÇÖZÜM

$$2! \cdot 4 + 2! \cdot 3 + 2! \cdot 3 + 2! \cdot 3 + 2! \cdot 3 + 2! \cdot 4$$

$$2! \cdot (4 + 4 \cdot 3 + 4)$$

$$2! \cdot 20 = 40$$

ÖRNEK 25.



Yukarıda yan yana oturan 7 kişi gösterilmiştir. Bu kişilerden Orhan ve Fatih yan yana oturacaklardır.

Buna göre bu 7 kişi,

- Kaç farklı şekilde oturabilirler?
- Ela ve Melis yan yana olmamak üzere kaç farklı şekilde oturabilirler?

ÇÖZÜM

$$a) 2! \cdot 6!$$

$$b) 2! \cdot 6! - 2! \cdot 2! \cdot 5!$$

$$12 \cdot 5! - 4 \cdot 5!$$

$$8 \cdot 5!$$

ÖRNEK 26.

NADİR kelimesindeki harfler birer kez kullanılarak beş harfli anlamlı ya da anlamsız kelimeler yazılacaktır.

Buna göre, yazılan kelimelerin kaç tanesinde sesli harfler alfabetik sırada olur?

ÇÖZÜM

— A — İ —

$$N \text{ için } 3 \text{ yer}$$

$$D \text{ için } 4 \text{ yer}$$

$$R \text{ için } 5 \text{ yer}$$

$$3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$$

1. $\frac{P(6, 2) - 2 \cdot P(4, 3)}{3!}$

işleminin sonucu kaçtır?

- ☒ A) -3 B) -2 C) 1 D) 2 E) 3

$$\frac{6 \cdot 5 - 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{6}$$

$$\frac{30 - 48}{6} = \frac{-18}{6} = -3$$

2. $P(n, 3) = n \cdot P(5, 2)$

eşitliğini sağlayan n değeri kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 7 ☒ D) 6 E) 5

$$n \cdot (n-1) \cdot (n-2) = n \cdot 5 \cdot 4$$

$$(n-1) \cdot (n-2) = 20$$

$$n = 6$$

3. 6 elemanlı bir kümenin ikili permütasyonlarının sayısı k ve üçlü permütasyonlarının sayısı l'dir.

Buna göre, l - k farkının sonucu kaçtır?

- A) 40 B) 60 ☒ C) 90 D) 120 E) 180

$$P(6, 3) - P(6, 2)$$

$$6 \cdot 5 \cdot 4 - 6 \cdot 5 = 90$$

4. 4 kız ve 3 erkek öğrenci, düz bir sırada kızlar yan yana olacak şekilde diziliyorlar.

Buna göre, bu öğrenciler kaç farklı biçimde dizilebilirler?

- A) $2! \cdot 4!$ B) $3! \cdot 4!$ ☒ C) $4! \cdot 4!$

- D) $5! \cdot 3!$ E) $4! \cdot 5!$

KKKK EEE

$$4! \cdot 4!$$

5.



Şekilde gösterilen dört farklı spor dalının topları yatay bir zeminde, yan yana sergilenecektir.

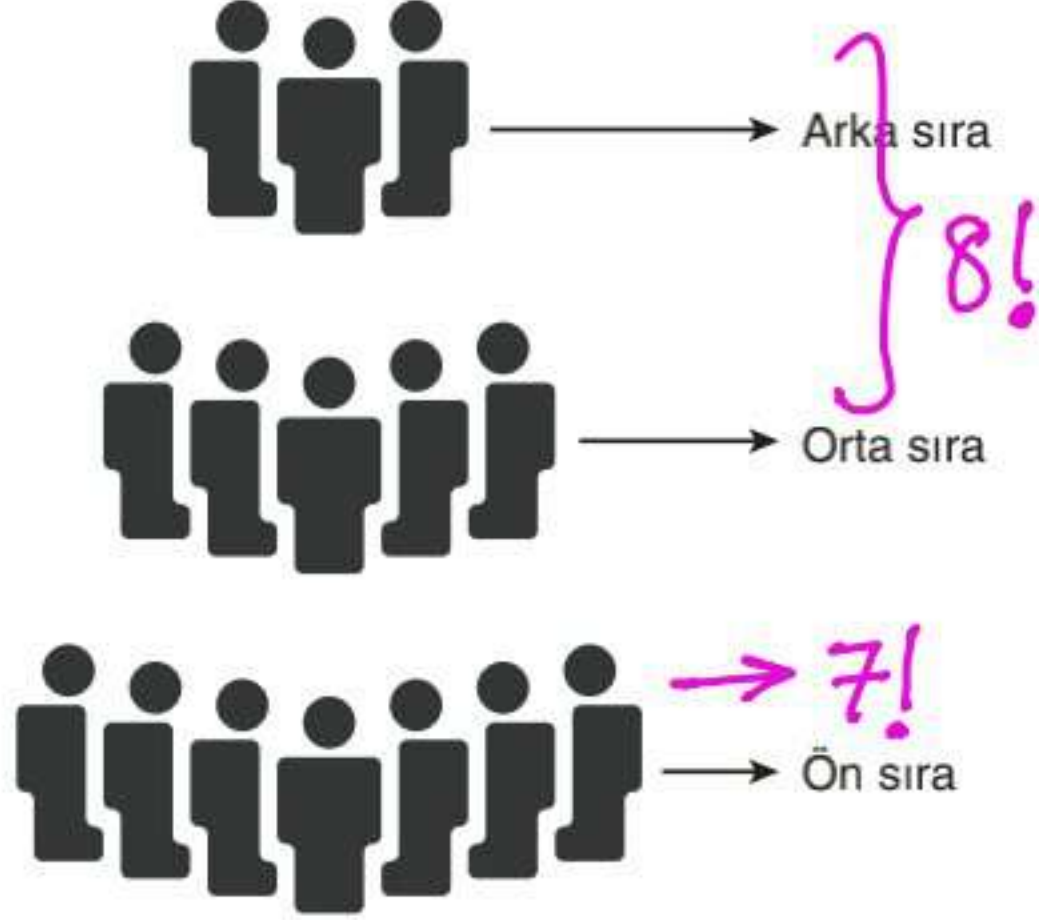
Basketbol topu uçlardan birinde olacağına göre, bu toplar kaç farklı biçimde sergilenebilir?

- A) 6 B) 9 ☒ C) 12 D) 15 E) 18

$$2 \cdot 3! = 12$$

Permütasyon - Test

6.



15 kişilik bir sınıftaki öğrenciler beden eğitimi dersinde şöyle sıralanacaktır.

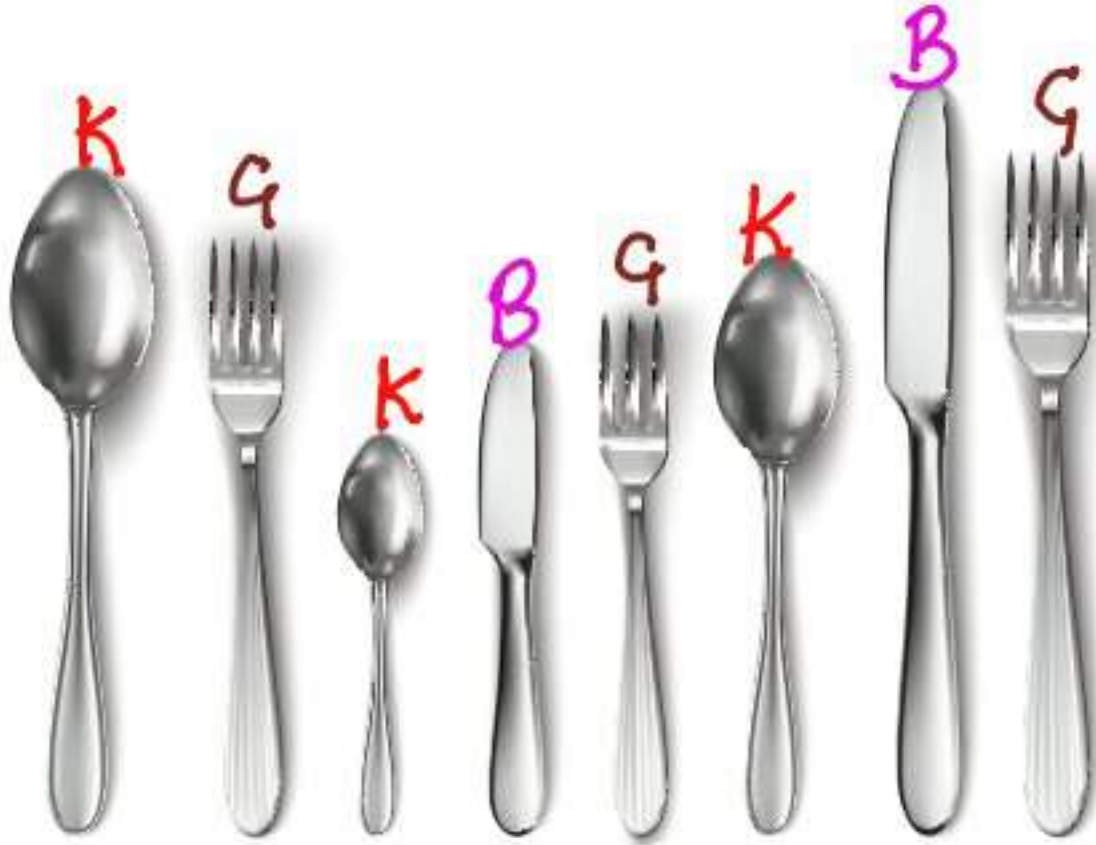
- Sınıfta bulunan 7 erkek öğrenci ön sıraya dizilecektir.
- Sınıfta bulunan 8 kız öğrenciden 5'i orta sıraya ve geriye kalan 3'ü arka sıraya dizilecektir.

Buna göre, sınıftaki öğrenciler kaç farklı şekilde dizilebilir?

- A) $4! \cdot 5!$ B) $5! \cdot 6!$ C) $6! \cdot 7!$
 D) $7! \cdot 8!$ E) $8! \cdot 9!$

$7! \cdot 8!$

7.



Şekilde 3 farklı kaşık, 3 farklı çatal ve 2 farklı bıçak gösterilmiştir.

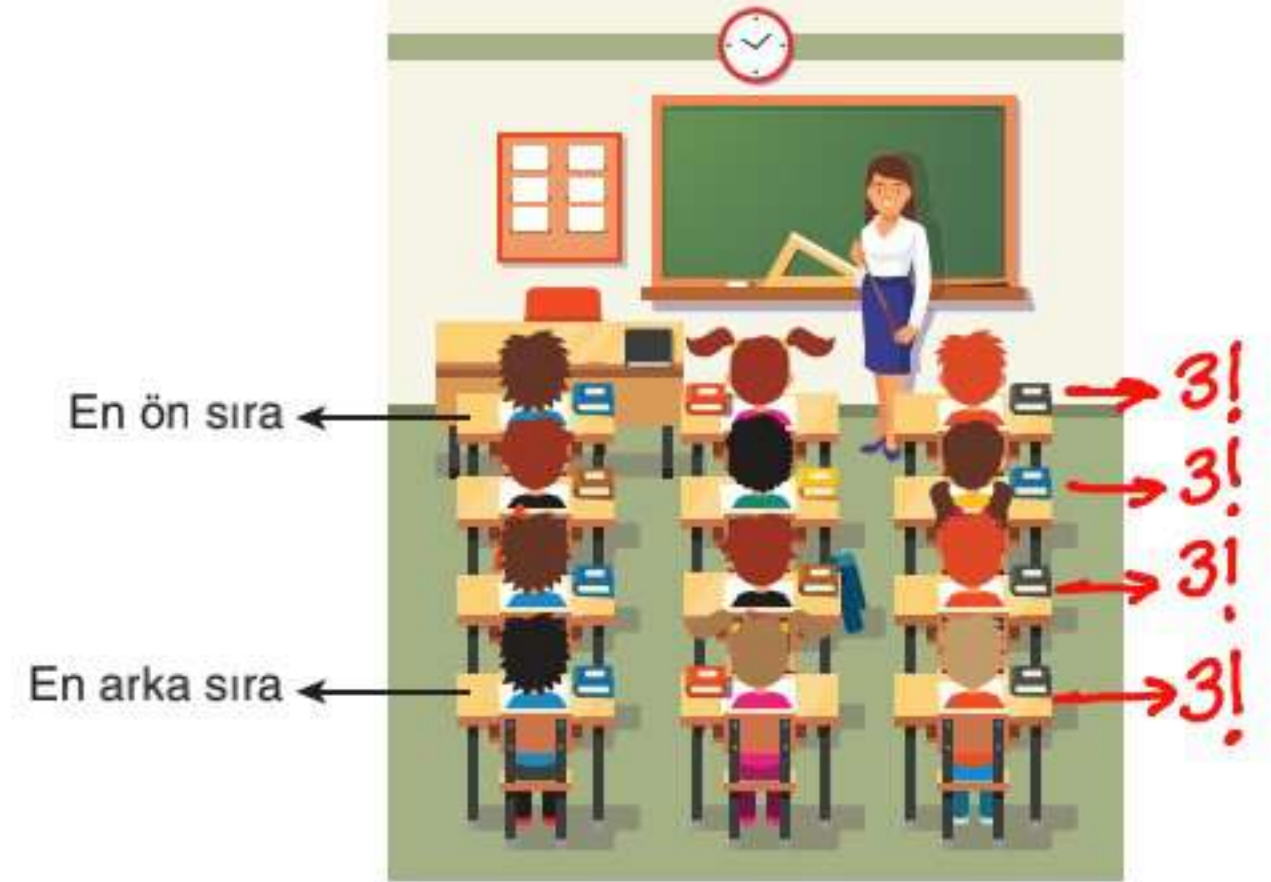
Kaşıkların tamamı bir arada olmak koşuluyla görseldeki nesneler yan yana kaç farklı şekilde dizilebilir?

- A) $6!$ B) $7!$ C) $2 \cdot 6!$
 D) $3! \cdot 6!$ E) $4! \cdot 6!$

$3! \cdot 6!$

8.

Harbiye Öğretmen, 12 kişilik bir sınıfta her öğrenciyi birer birer tahtaya kaldırarak her bir öğrenciye sözlü sınav yapacaktır.



Öğrencilerin sınıftaki sıra düzeni şekildeki gibidir. Harbiye Öğretmen, öğrencileri tahtaya kaldırmaya en arka hizada başlayacaktır.

En arkadaki öğrencilerin sözlü sınavı bittikten sonra bir ön hizada öğrencilere geçecek ve bu işlem en ön hizada öğrencilere kadar devam edecektir. (Öğrencilerin yeri sabittir.)

Buna göre, Harbiye Öğretmen öğrencileri tahtaya kaç farklı şekilde kaldırır?

- A) $5!$ B) $6!$ C) 5^4 D) 6^4 E) $6^2 \cdot 4!$

$6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^4$

9.

5 erkek ve 4 kız öğrenci düz bir sırada sıralanacaklardır.

Herhangi iki erkek yan yana gelmeyeceğine göre, bu öğrenciler kaç farklı şekilde sıralanabilirler?

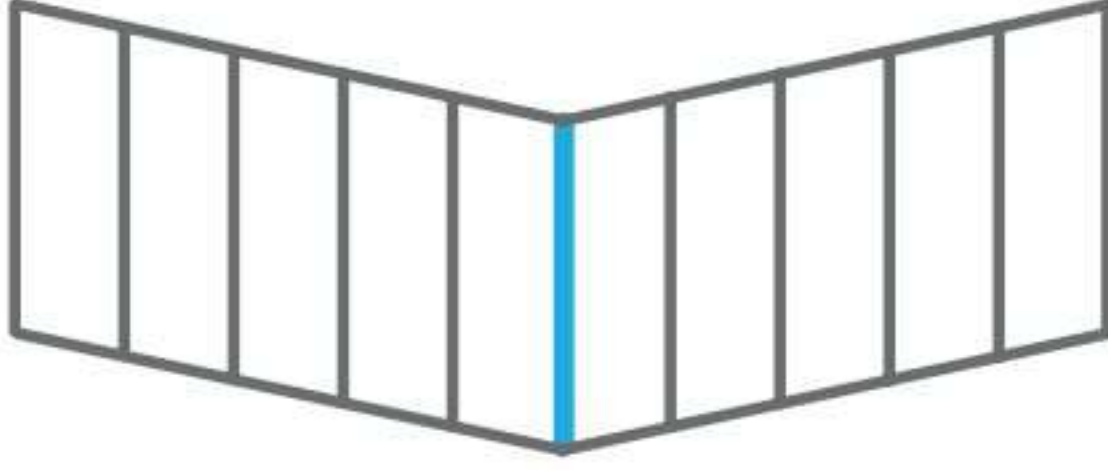
- A) $3! \cdot 5!$ B) $4! \cdot 5!$ C) $5! \cdot 5!$
 D) $2^4 \cdot 5!$ E) $2^5 \cdot 5!$

$4! \cdot 5!$

$4! \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

$4! \cdot 5!$

10. Tuğba, balkonda sabitlenmiş halde bulunan çamaşır askısına yıkadığı çamaşırları kurutmak için asacaktır.



Askının her iki tarafında da beşer adet askı demiri bulunmaktadır. Tuğba, askılığın bir tarafına gömlekleri diğer tarafına ise kazakları asacaktır.

Tuğba, her askı demirine bir adet kıyafet asacağına göre, elindeki 4 kazak ve 3 gömleği bu askılığa kaç farklı şekilde asabilir?

- A) 90^2 B) 100^2 C) 120^2 D) 140^2 E) 180^2

$$2! \cdot P(5,4) \cdot P(5,3)$$

$$2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3$$

$$120 \cdot 120 = (120)^2$$

11. Nedim Bey, yeni aldığı cep telefonuna bazı uygulamalar yüklemiştir. Telefonun ana ekranında 3 sütun 4 satırlık alanda toplam 12 tane boş blok vardır.

Nedim Bey, indirdiği uygulamaları bu bloklardan istediğine yerleştirebilmektedir.

Buna göre Nedim Bey, indirdiği 4 uygulamayı her satırda bir uygulama olacak ve art arda gelen iki satırın aynı sütununda 2 uygulama olmayacağına göre, kaç farklı biçimde yerleştirebilir?

- A) $9 \cdot 4!$ B) $12 \cdot 4!$ C) $18 \cdot 4!$ D) $24 \cdot 4!$ E) $36 \cdot 4!$

a	a	a
	b	b
c		c
d	d	

$$3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4!$$

$$24 \cdot 4!$$

12. $A = \{a, b, c, d, e, f\}$

kümesinin 4'lü permütasyonlarının kaç tanesinde a ve e harfleri yan yana olur?

- A) 36 B) 48 C) 64 D) 72 E) 96

$$\begin{array}{cccc} \overline{a} & \overline{e} & \overline{e} & \overline{e} \\ a & a & e & e \end{array}$$

$$3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 = 72$$

13. abcdef altı basamaklı sayısı için,

$$a + f = b + e = c + d$$

eşitliği sağlanıyorsa bu sayıya "Topak Sayı" denir.

Örneğin; 251736

$$2 + 6 = 5 + 3 = 1 + 7 = 8 \text{ dir.}$$

Bu nedenle 251736 sayısı bir topak sayıdır.

Buna göre, 162375 altı basamaklı sayısının rakamlarının yerleri değiştirilerek elde edilecek sayıların kaç tanesi topak sayı olur?

- A) 24 B) 30 C) 36 D) 42 E) 48

$$\begin{array}{ccc} \overbrace{1+7}^{2!} & \overbrace{6+2}^{2!} & \overbrace{5+3}^{2!} \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ & 3! & \end{array}$$

$$(2!)^3 \cdot 3! = 48$$

Permütasyon - Test

14.



6 kişilik bir ekipte bulunan Emir ve Ela için aşağıdaki bilgiler bilinmektedir.

- Aynı sırada olacaklar.
- Yan yana oturmayacaklar.

Buna göre, 6 kişilik bu ekip yukarıda gösterilen yerlere kaç farklı şekilde oturabilir?

- A) 48 B) 72 C) 96 D) 108 E) 120

$$2! \cdot 4! \cdot 2 = 96$$

15. Dört basamaklı 2504 sayısının rakamlarının yerleri değiştirilerek yazılan tüm dört basamaklı sayılardan kaç tanesi çift sayıdır?

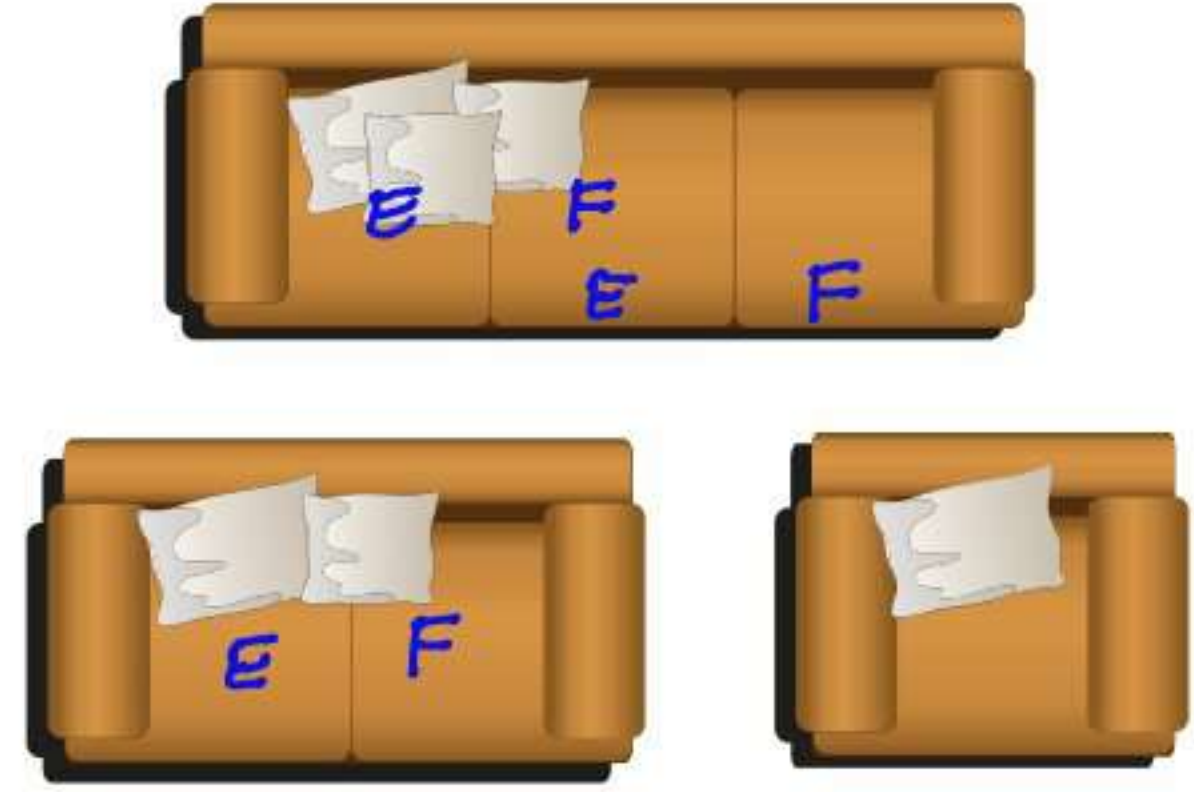
- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 15

$$\underbrace{\quad \quad \quad}_{3!} \frac{1}{0} \rightarrow 6$$

$$\frac{2}{2} \frac{2}{2} \frac{1}{2} \frac{2}{4} \rightarrow 8$$

$$8 + 6 = 14$$

16.



Yukarıda biri 3, biri 2 ve biri tek kişilik olan üç koltuk gösterilmiştir.

Aralarında Emre ve Fatih'in de bulunduğu 3 kişilik bir arkadaş grubu bu koltuklara oturacaktır.

Emre ve Fatih yan yana oturmayacaklarına göre, kaç farklı şekilde oturabilirler?

- A) 72 B) 80 C) 88 D) 92 E) 96

$$P(6, 3) - [2 \cdot 2! \cdot 4 + 2! \cdot 4]$$

$$6 \cdot 5 \cdot 4 - 24$$

$$120 - 24 = 96$$

17. KALEM

kelimesindeki harflerin yerleri değiştirilerek beş harfli birbirinden farklı anlamlı ya da anlamsız kelimeler yazılacaktır.

Buna göre, yazılacak kelimelerin kaç tanesinde E harfi tüm sessiz harflerin sağında kalır?

- A) 24 B) 30 C) 32 D) 36 E) 40

E

 K L M E

K için 1 yer
L için 2 yer
M için 3 yer

A için 5 yer
 $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$

1. A	2. D	3. C	4. C	5. C	6. D
7. D	8. D	9. B	10. C	11. D	12. D
13. E	14. C	15. D	16. E	17. B	



YANINDA BULUNSUN

n tane nesnenin $n_1, n_2, n_3, \dots, n_k$ tanesi kendi aralarında aynı (özdeş) ve $n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k = n$ olmak üzere, bu n nesnenin kendi aralarındaki birbirinden farklı sıralanışlarının sayısı;

$$\frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot n_3! \cdot \dots \cdot n_k!} \text{ dir.}$$



ÖRNEK 1.

22331 sayısındaki rakamların yerleri değiştirilerek birbirinden farklı 5 basamaklı kaç sayı yazılır?



ÇÖZÜM

$$\frac{5!}{2! \cdot 2!} = 30$$



ÖRNEK 2.

HAMZA

kelimesindeki harflerin yerleri değiştirilerek 5 harfli anlamlı ya da anlamsız kaç farklı kelime yazılabilir?



ÇÖZÜM

$$\frac{5!}{2!} = 60$$



ÖRNEK 3.

ALAKADAR

kelimesindeki harflerin yerleri değiştirilerek 8 harfli anlamlı veya anlamsız kelimeler yazılıyor.

Bu kelimelerden kaç tanesi R ile başlar ve D ile biter?



ÇÖZÜM

ALAKADAR

(R) ALAKAA (D)

$$\frac{6!}{4!} = 30$$



ÖRNEK 4.

ADANA

kelimesindeki harflerin yerleri değiştirilerek anlamlı veya anlamsız 5 harfli kelimeler yazılıyor.

Bu kelimelerin kaç tanesinde tüm A harfleri yan yanadır?



ÇÖZÜM

AAA D N

$$3! = 6$$



ÖRNEK 5.

33225 sayısının rakamları birer defa kullanılarak beş basamaklı sayılar yazılacaktır.

Buna göre, tek sayı ile başlayıp tek sayı ile biten kaç farklı sayı yazılabilir?



ÇÖZÜM

(3) 2 2 5 (3) + (3) 2 2 3 (5)

$$\frac{3!}{2!} = 3$$

$$2! \cdot \frac{3!}{2!} = 6$$

$$3 + 6 = 9$$

ÖRNEK 6.

3300011 sayısının rakamlarının yerleri değiştirilerek 7 basamaklı birbirinden farklı kaç sayı yazılır?

ÇÖZÜM

$$\frac{7!}{2! \cdot 3! \cdot 2!} \cdot \frac{4}{7} = 120$$

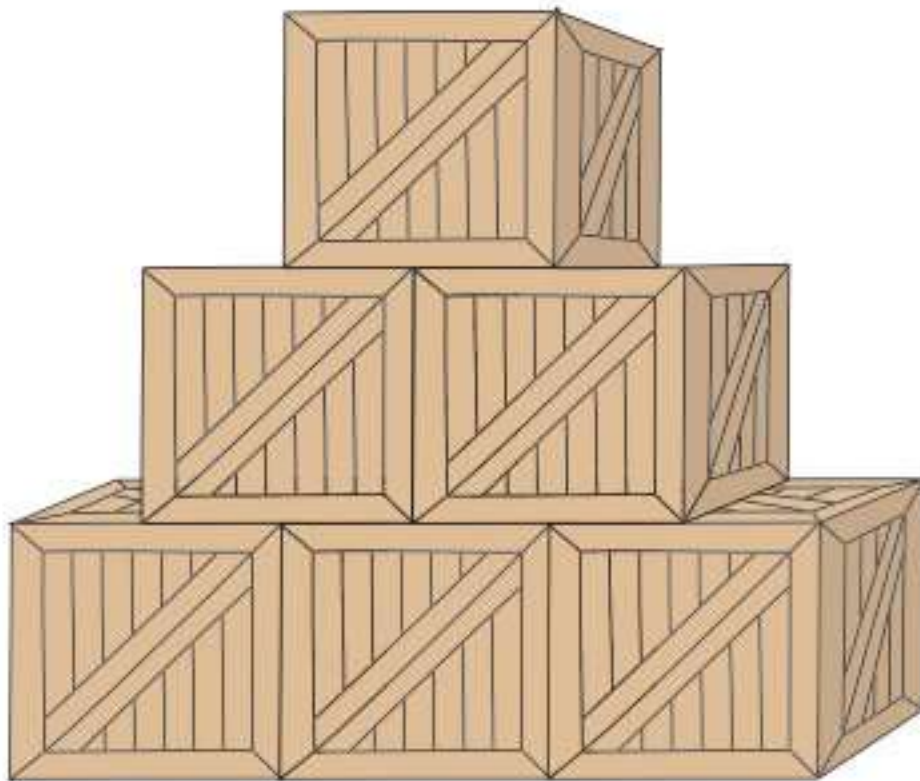
ÖRNEK 7.

2, 2, 3, 3, 3, 5

rakamlarının tümü yan yana sıralanarak, ilk ve son rakamı aynı olan birbirinden farklı 6 basamaklı kaç sayı yazılabilir?

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} & \textcircled{2} 3335 \textcircled{2} + \textcircled{3} 2235 \textcircled{3} \\ & \frac{4!}{3!} = 4 \quad \frac{4!}{2!} = 12 \\ & 4 + 12 = 16 \end{aligned}$$

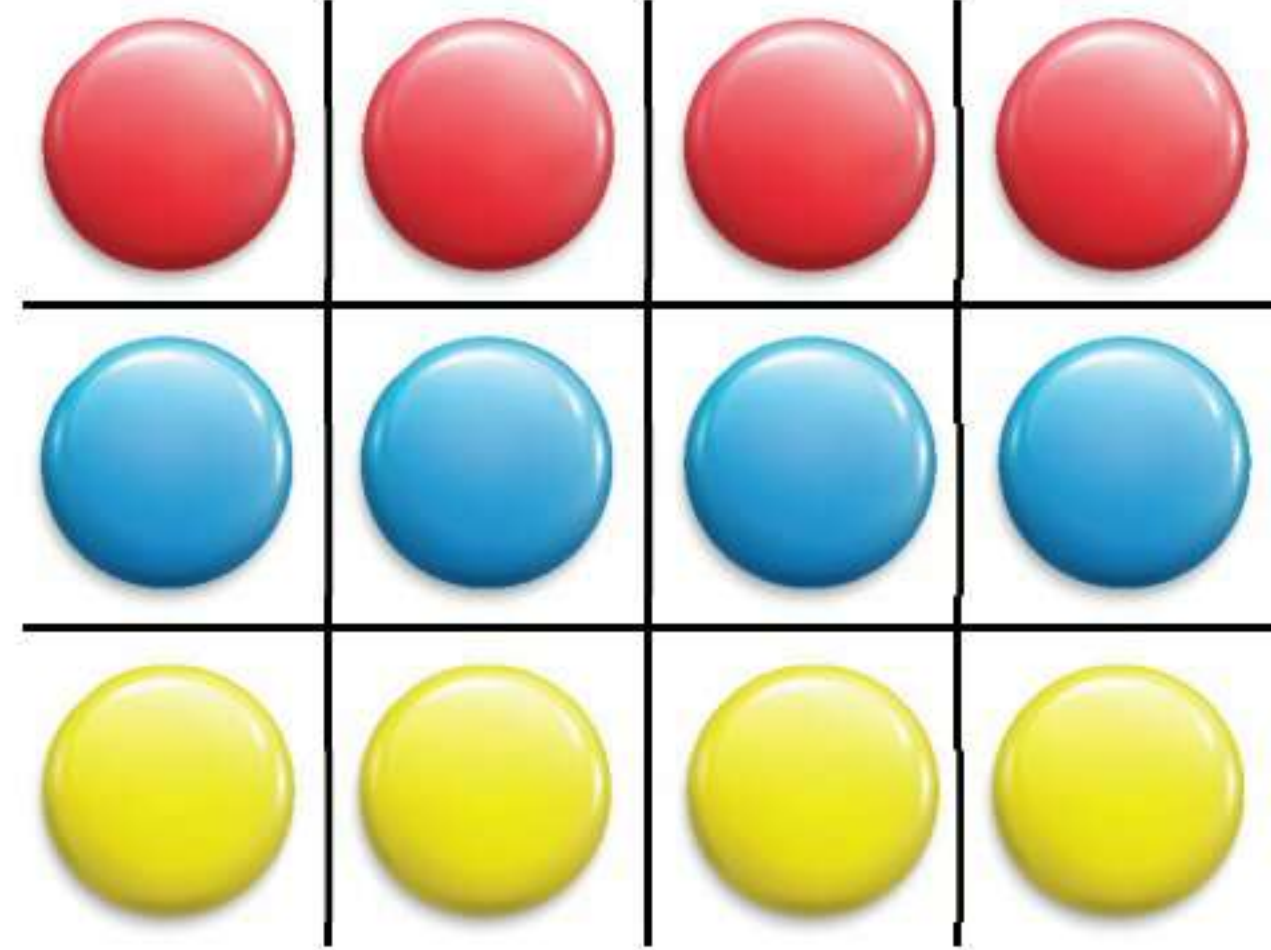
ÖRNEK 8.

Yukarıda verilen özdeş 6 sandığın ön yüzleri boyanacaktır. Sandıkların konumları değiştirilmeden 2 tanesinin ön yüzü maviye, 2 tanesinin ön yüzü pembeye ve 2 tanesinin ön yüzü siyaha boyanacaktır.

Buna göre, tüm sandıkların sadece ön yüzlerini görebilen bir kişi kaç farklı görüntü görebilir?

ÇÖZÜM

$$\frac{6!}{2! \cdot 2! \cdot 2!} = 90$$

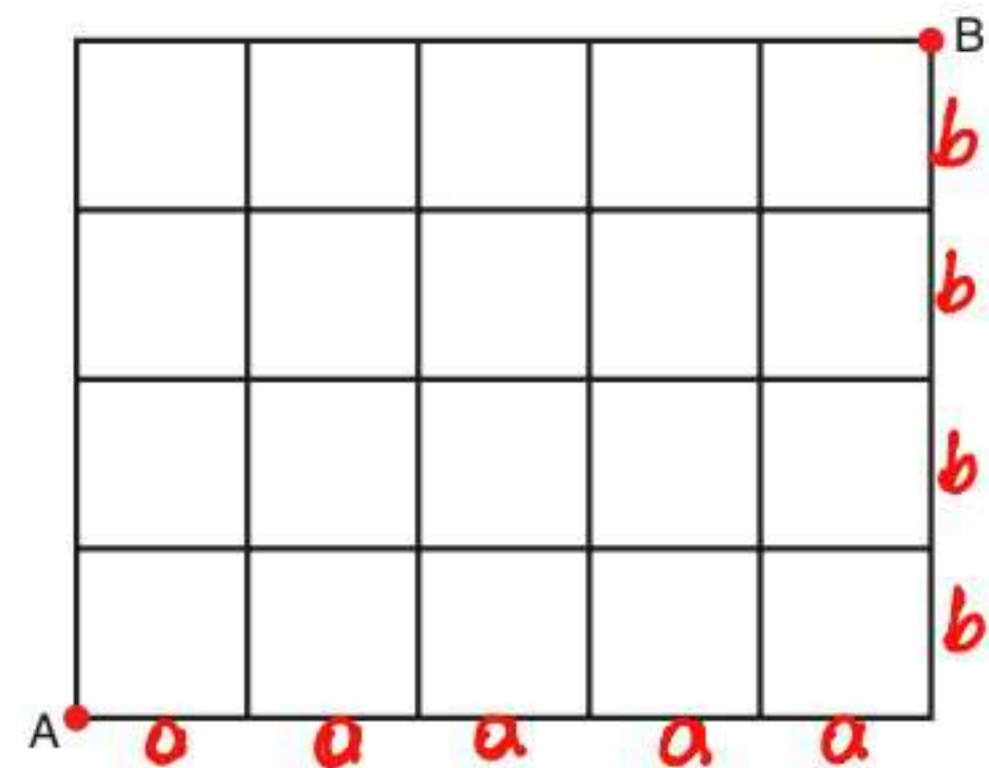
ÖRNEK 9.

Şekilde gösterilen dörder tane kırmızı, mavi ve sarı düğmeler 3 satır ve 4 sütun şeklinde sıralanacaktır.

Kırmızı düğmelerin tamamı aynı satırda olmak üzere, kaç farklı şekilde sıralanırlar? (Aynı renkli düğmeler özdeştir.)

ÇÖZÜM

$$3 \cdot \frac{8!}{4! \cdot 4!} = 210$$

ÖRNEK 10.

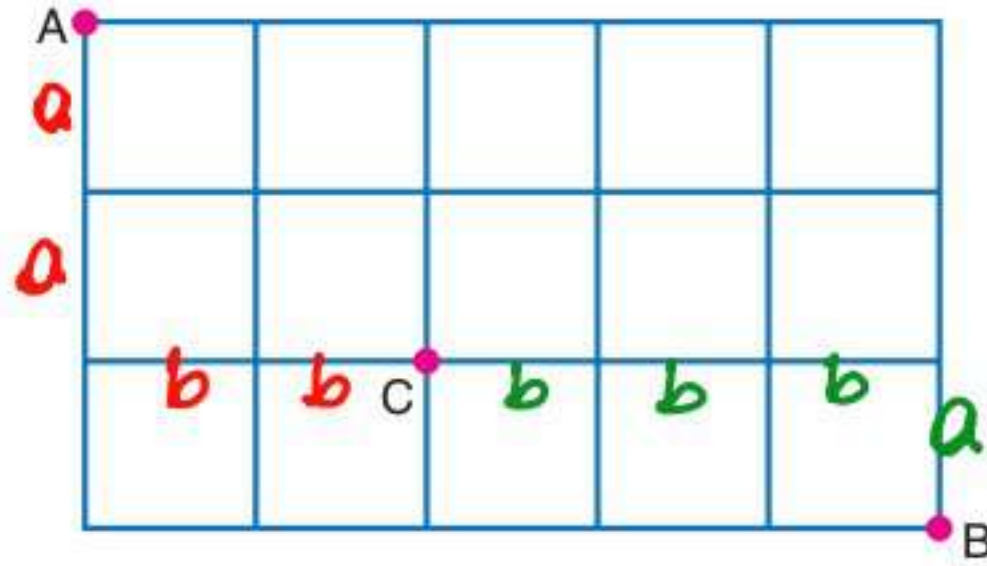
Şekilde A noktasında bulunan bir hareketli, çizgiler üzerinden sağa ve yukarı doğru hareket ederek B noktasına gidecektir.

Buna göre, hareketli kaç farklı yoldan gidebilir?

✓ ÇÖZÜM

$$\frac{9!}{5! \cdot 4!} = 126$$

? ÖRNEK 11.



Şekilde A noktasında bulunan bir hareketli çizgiler üzerinden sağa ve aşağı doğru hareket ederek B noktasına gidecektir.

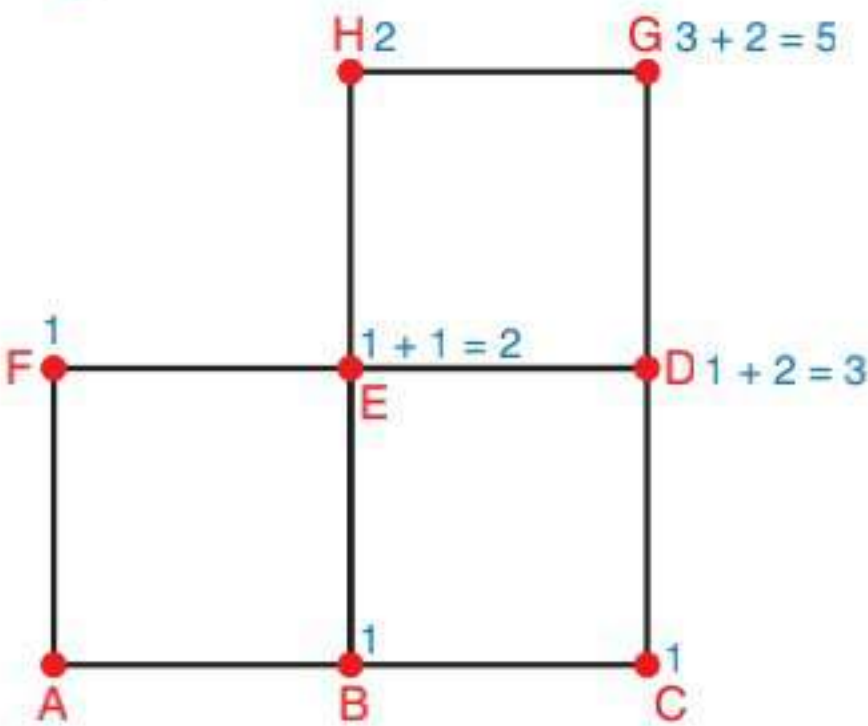
Buna göre, bu hareketli C noktasına uğramak koşuluyla kaç farklı şekilde B noktasına gidebilir?

✓ ÇÖZÜM

$$\frac{4!}{2! \cdot 2!} \cdot \frac{4!}{3!} = 6 \cdot 4 = 24$$



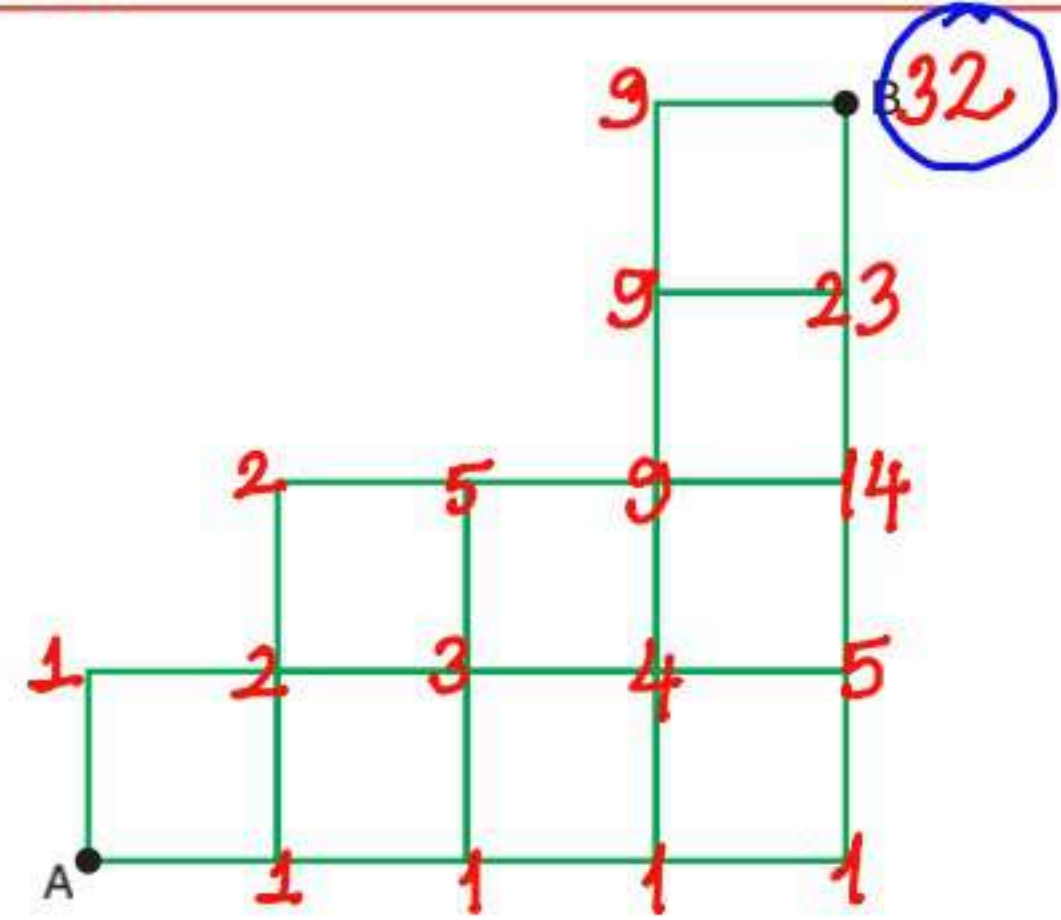
NOT



A noktasından yola çıkıp sağa ve yukarı doğru hareket eden bir hareketlinin G noktasına kaç farklı şekilde geleceğini toplama yoluyla yanda gösterildiği gibi bulabiliriz.

Örneğin; E noktasındaki sayı F ve B noktalarına gidebilen yol sayılarının toplamıdır. Sonuç olarak A'dan G'ye 5 farklı yoldan gidilebilir.

? ÖRNEK 12.



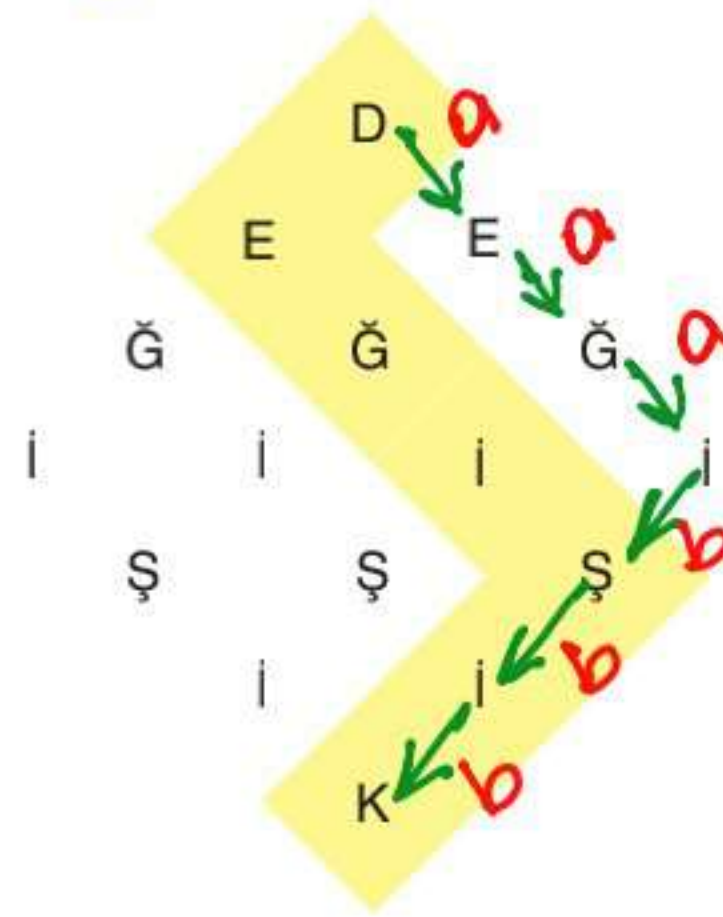
Şekilde A noktasında bulunan bir hareketli çizgiler üzerinde sağa ve yukarı doğru giderek B noktasına ulaşacaktır.

Buna göre, bu hareketli kaç farklı yoldan gidebilir?

✓ ÇÖZÜM

32

? ÖRNEK 13.



Şekilde yukarıdan aşağıya doğru harfler takip edilerek kaç farklı yolla "DEĞİŞİK" kelimesi okunabilir? (Sarı renklerle bir örnek gösterilmiştir.)

✓ ÇÖZÜM

$$\frac{6!}{3! \cdot 3!} = 20$$

? ÖRNEK 14.

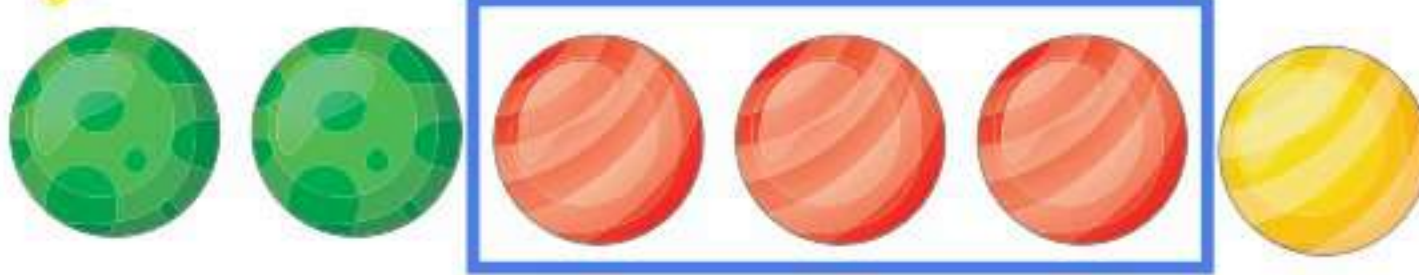
B	İ	L	E
İ	L	E	Ş
L	E	Ş	K
E	Ş	K	E

Şekilde soldan sağa veya aşağı doğru ilerleyerek kaç farklı yolla "BİLEŞKE" kelimesi okunabilir? (Pembe renklerle bir örnek gösterilmiştir.)

✓ ÇÖZÜM

$$\frac{6!}{3! \cdot 3!} = 20$$

? ÖRNEK 15.



Özdeş 2 yeşil, 3 kırmızı ve 1 sarı bilye düz bir sırada sıralanacaktır.

Kırmızı bilyelerin tamamı yan yana olmak üzere, kaç farklı şekilde sıralanabilir?

✓ ÇÖZÜM

$$\frac{4!}{2!} = 12$$

? ÖRNEK 16.

Rakamları çarpımı 12 olan dört basamaklı kaç doğal sayı vardır?

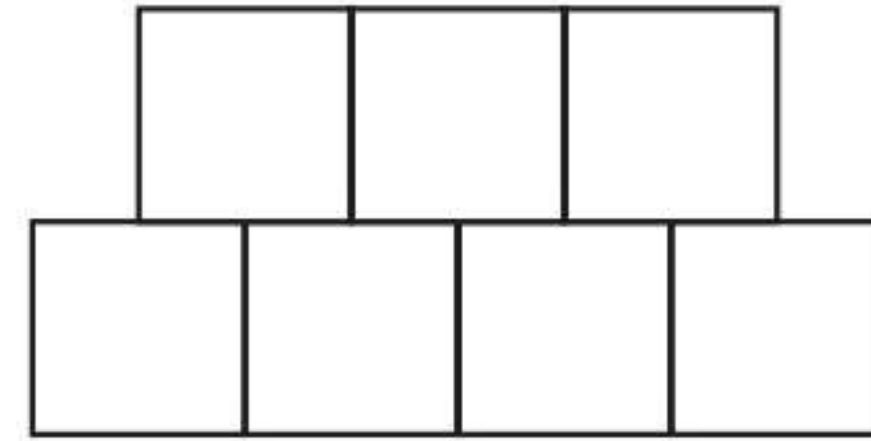
✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} a \cdot b \cdot c \cdot d &= 12 \\ 1 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 3 &\rightarrow \frac{4!}{2!} = 12 \\ 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 6 &\rightarrow \frac{4!}{2!} = 12 \\ 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 &\rightarrow \frac{4!}{2!} = 12 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} a \cdot b \cdot c \cdot d &= 12 \\ 1 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 3 &\rightarrow \frac{4!}{2!} = 12 \\ 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 6 &\rightarrow \frac{4!}{2!} = 12 \\ 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 &\rightarrow \frac{4!}{2!} = 12 \end{aligned}} \right\} 36$$

? ÖRNEK 17.

ANATOMİ

kelimesindeki harflerin tamamı aşağıdaki kutucuklara sessiz harfler üst kutucuklara gelecek biçimde yerleştirilecektir.



Buna göre, harfler kaç farklı şekilde yerleştirilebilir?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} N \ T \ M &\rightarrow 3! = 6 \\ A \ A \ O \ İ &\rightarrow \frac{4!}{2!} = 12 \end{aligned}$$

$$6 \cdot 12 = 72$$

? ÖRNEK 18.

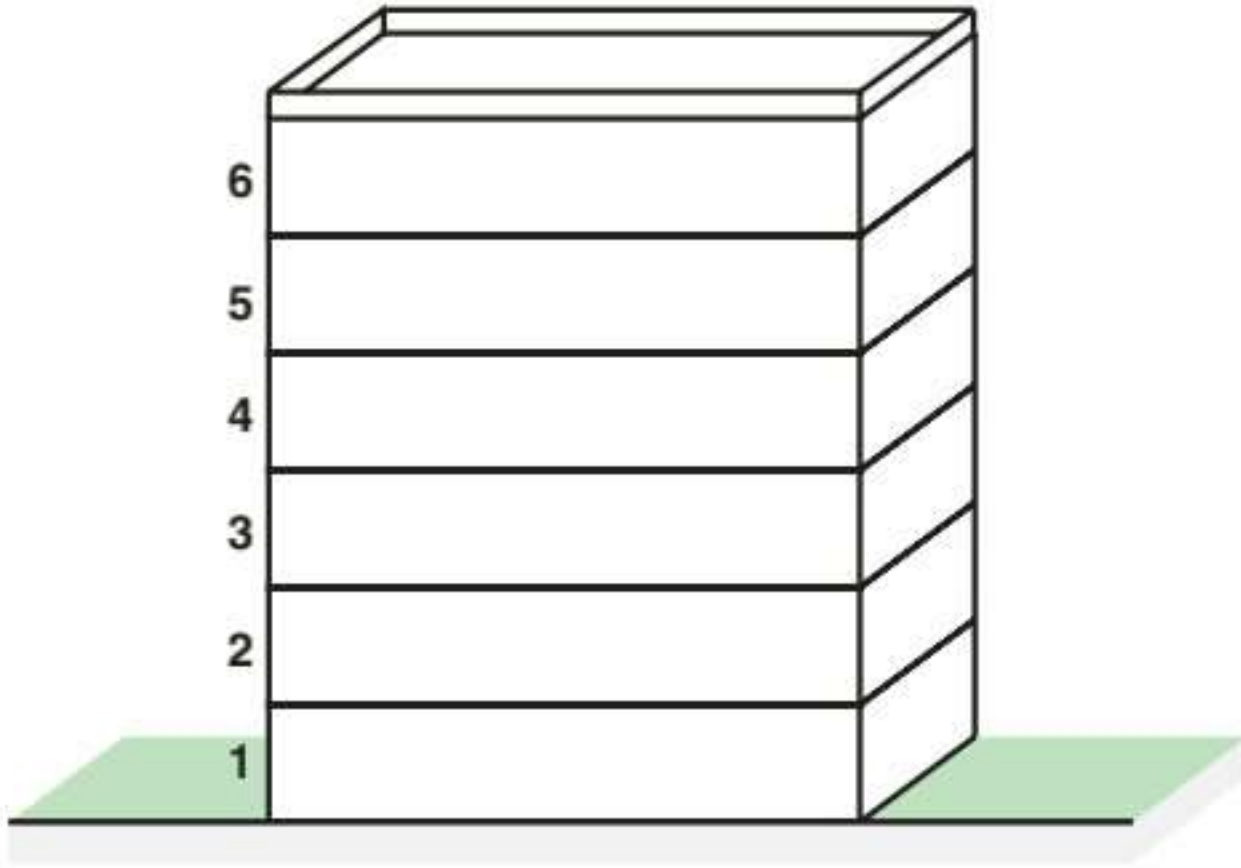
3 farklı matematik kitabı, 2 özdeş kimya kitabı ve 2 farklı tarih kitabı bir kitaplığın rafına matematik kitaplarının tamamı yan yana olmak şartıyla kaç farklı biçimde yerleştirilebilir?

✓ ÇÖZÜM

$$mmm \ K \ K \ T \ T$$

$$3! \cdot \frac{5!}{2!} = 360$$

ÖRNEK 19.



6 katlı bir binanın her katı sarı, mavi, yeşil ve pembe renklerinden biri ile boyanacaktır.

Tek numaralı katlar aynı renge ve çift numaralı katlar birbirlerinden ve tek numaralı katlardan farklı bir renge boyanacaktır.

Buna göre, binanın tamamı kaç farklı şekilde boyanabilir?

ÇÖZÜM

$$4 \cdot (3 \cdot 2 \cdot 1) = 24$$

↓
Tekler
4 renkten
biri ile boyanır.

ÖRNEK 20.

A ve B takımları arasında oynanan bir futbol karşılaşmasında maç 2 - 2 bitmiştir. Maçtaki gollerin atılış sırası aşağıdaki gibidir.

Gölü Atan Takım	A	B	B	A
Skor	1 - 0	1 - 1	1 - 2	2 - 2

A ve B takımları arasında oynanan başka bir maçın sonucu A takımı lehine 4 - 2 bitmiştir.

Buna göre, bu maçtaki gollerin atılış sırası kaç farklı şekilde gerçekleşebilir?

ÇÖZÜM

$$4 - 2$$

$$\frac{6!}{4! \cdot 2!} = 15$$

ÖRNEK 21.

5 arkadaş bir restorandan aşağıdaki gibi sipariş veriyorlar.

3 kişi aynı cins çorbadan birer çorba, 2 kişi de aynı cins tatlıdan birer tatlı istiyor.

Garson verilen siparişleri getirip tabakları, herkesin önüne rastgele bırakmıştır.

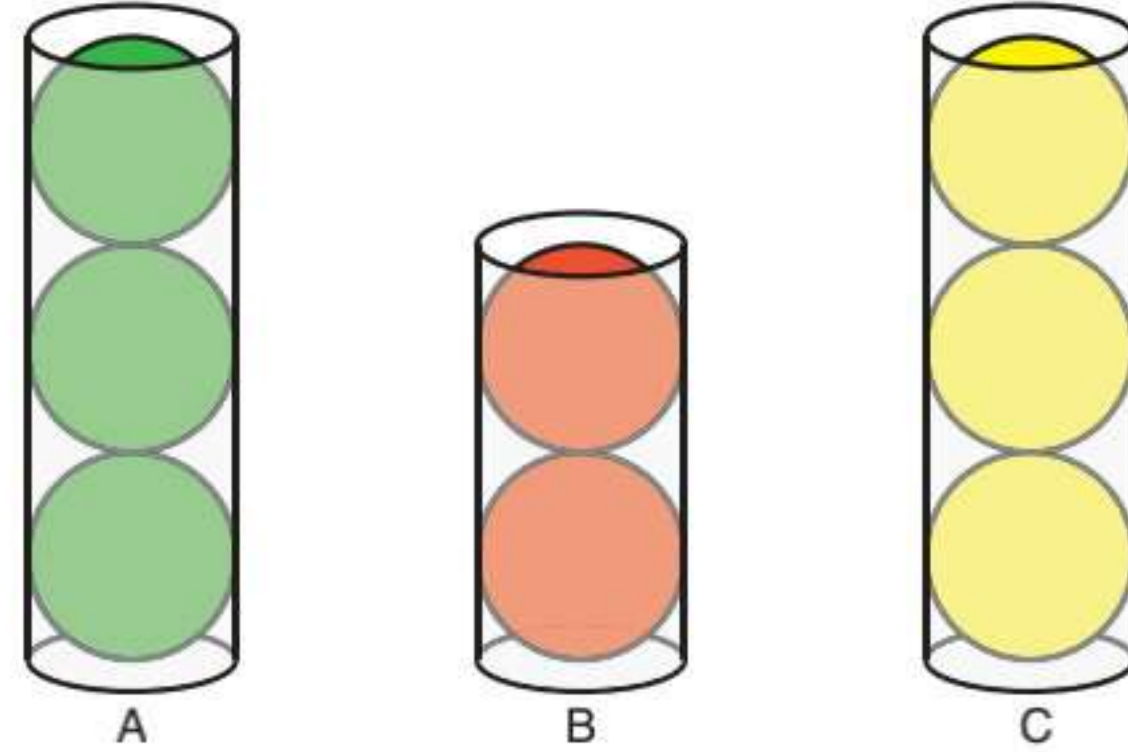
Buna göre, garsonun tüm siparişleri doğru servis yapamayacağı kaç farklı durum vardır?

ÇÖZÜM

$$\frac{5!}{3! \cdot 2!} - 1 = 9$$

↓
Doğru
Sipariş

ÖRNEK 22.



Yukarıda gösterilen kutularda sırasıyla üç, iki ve üç top bulunmaktadır. Aynı renkli toplar özdeşdir.

Kutuların A, B ve C kısımları topların çıkabileceği büyüklükteki deliklerdir.

Herhangi bir sırayla toplar bu deliklerden teker teker alınarak çıkarılacaktır.

Buna göre, toplar kaç farklı şekilde çıkarılabilir?

ÇÖZÜM

$$\frac{8!}{3! \cdot 2! \cdot 3!} = 560$$

1. "112333"

sayısının rakamları yer değiştirilerek 6 basamaklı kaç farklı sayı yazılabilir?

- A) 40 B) 48
- ☒
- C) 60 D) 68 E) 72

$$\frac{6!}{2! \cdot 3!} = 60$$

2. "11100121"

sayısının rakamları yer değiştirilerek 8 basamaklı sayılar oluşturuluyor.

Bu sayıların kaç tanesi 1 ile başlayıp 0 ile biter?

- A) 18 B) 24 C) 28
- ☒
- D) 30 E) 36

$$\textcircled{1} 111102 \textcircled{0}$$

$$\frac{6!}{4!} = 6 \cdot 5 = 30$$

3. "BELGESEL"

kelimesindeki harflerin yerleri değiştirilerek yazılan anlamlı ya da anlamsız 8 harfli kelimelerden kaç tanesi B harfi ile başlar?

- A) 340 B) 380
- ☒
- C) 420 D) 460 E) 500

$$\frac{7!}{3! \cdot 2!} = 420$$

4. 223300

sayısının rakamlarının yerleri değiştirilerek altı basamaklı kaç tek sayı yazılabilir?

- A) 12 B) 16
- ☒
- C) 18 D) 20 E) 22

$$22300 \textcircled{3}$$

$$\frac{5!}{2! \cdot 2!} \cdot \frac{3}{5} = 18$$

5.

İ	B	R	A
B	R	A	H
R	A	H	İ
A	H	İ	M

Şekilde verilen İ harfinden başlayarak sağa veya aşağı doğru ilerleyerek kaç farklı yolla İBRAHİM kelimesi okunabilir?

- A) 12 B) 16
- ☒
- C) 20 D) 24 E) 30

$$\frac{6!}{3! \cdot 3!} = 20$$

6. Dört basamaklı sayıların kaç tanesinde 4 rakamı tam olarak üç kez kullanılır?

A) 32 B) 35 C) 39 D) 42 E) 45

Sıfır yok

$$8 \cdot \frac{4!}{3!} = 32$$

$$32 + 3 = 35$$

3 tane

7. Emre, ajandasına gün sonunda, günü güzel geçtiyse G, kötü geçtiyse K ve normal geçtiyse N yazmaktadır.

Emre bir hafta sonunda ajandasına baktığında 3 tane G, 2 tane N ve 2 tane de K harfi yazdığını görüyor.

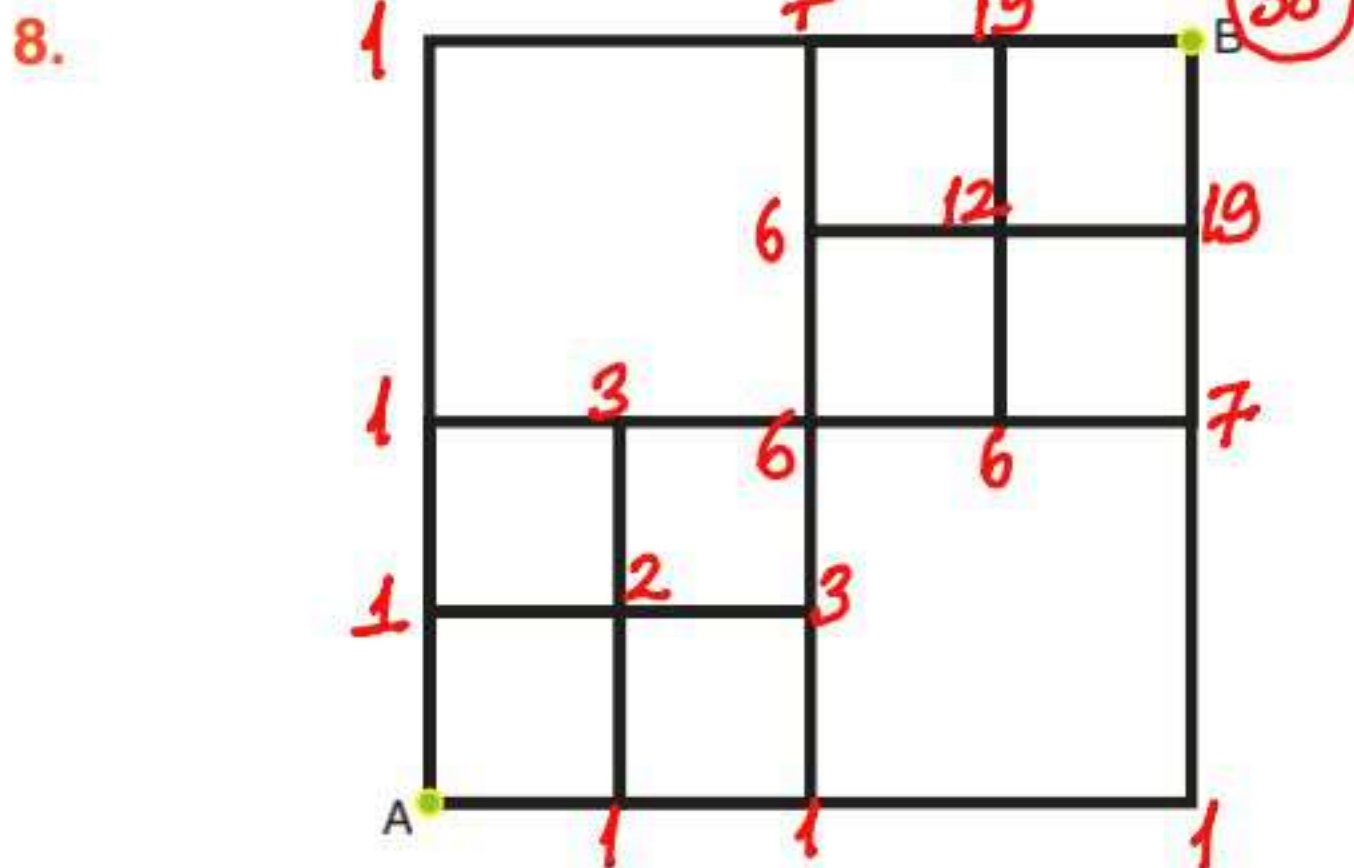
Aşağıda Emre'nin ajandasından bir kesit gösterilmiştir.

Pazartesi	Salı	Çarşamba	Perşembe	Cuma	Cumartesi	Pazar
	N		G			

Buna göre, Emre bu harfleri kaç değişik sırada yazabilir?

A) 30 B) 32 C) 35 D) 36 E) 40

$$GGNKK \rightarrow \frac{5!}{2! \cdot 2!} = 30$$



A noktasında bulunan bir hareketli sadece sağa ve yukarı hareket ederek B noktasına kaç farklı şekilde ulaşabilir?

A) 32 B) 36 C) 38 D) 40 E) 48

- 9.



Yukarıda verilen düğmelerden aynı renkli olanlar özdeşdir.

Kırmızı düğmelerin tamamı yan yana veya üst üste olmak şartıyla verilen düğmeler kaç farklı şekilde dizilebilir?

A) 60 B) 80 C) 100 D) 120 E) 140

$$3 \cdot \frac{6!}{3! \cdot 3!} \cdot 2 = 120$$

Yanyana veya üst üste

10. Aşağıda soldan sağa Yılmaz, Kerem ve Selin adında üç arkadaşın bir selfie (özçekim) anındaki görüntüleri verilmiştir.



Bu fotoğrafta soldan sağa doğru dizilen kişilerin baş harflerini yazıp, özçekimi yapan kişinin baş harfini kırmızı ile göstermeye "Özçekim Şifresi" diyelim.

Örneğin; Yukarıda verilen fotoğrafın özçekim şifresi;

Y K S dir. Aynı fotoğrafta çekimi Yılmaz adındaki kişi yapmış olsaydı özçekim şifresi; Y K S olurdu.

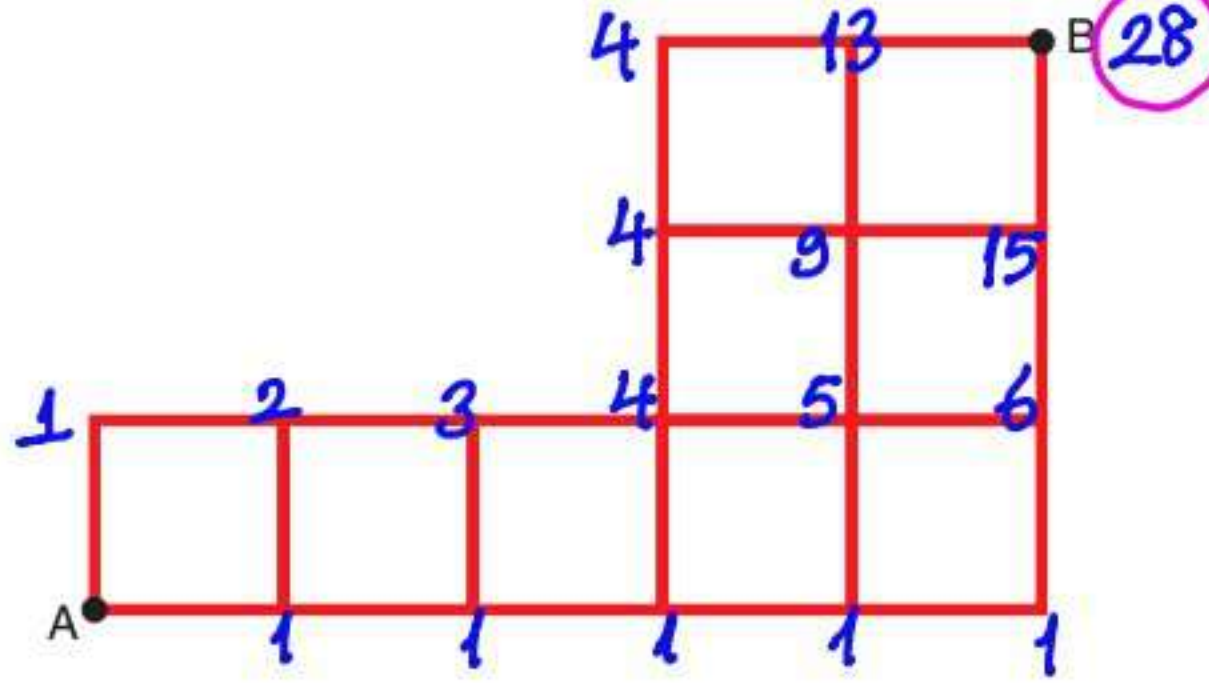
Buna göre, bu üç arkadaşta Kenan adında biri daha katılsaydı kaç farklı özçekim şifresi oluşurdu?

A) 20 B) 24 C) 32 D) 48 E) 60

$$Y K K S$$

$$4 \cdot \frac{4!}{2!} = 48$$

11.

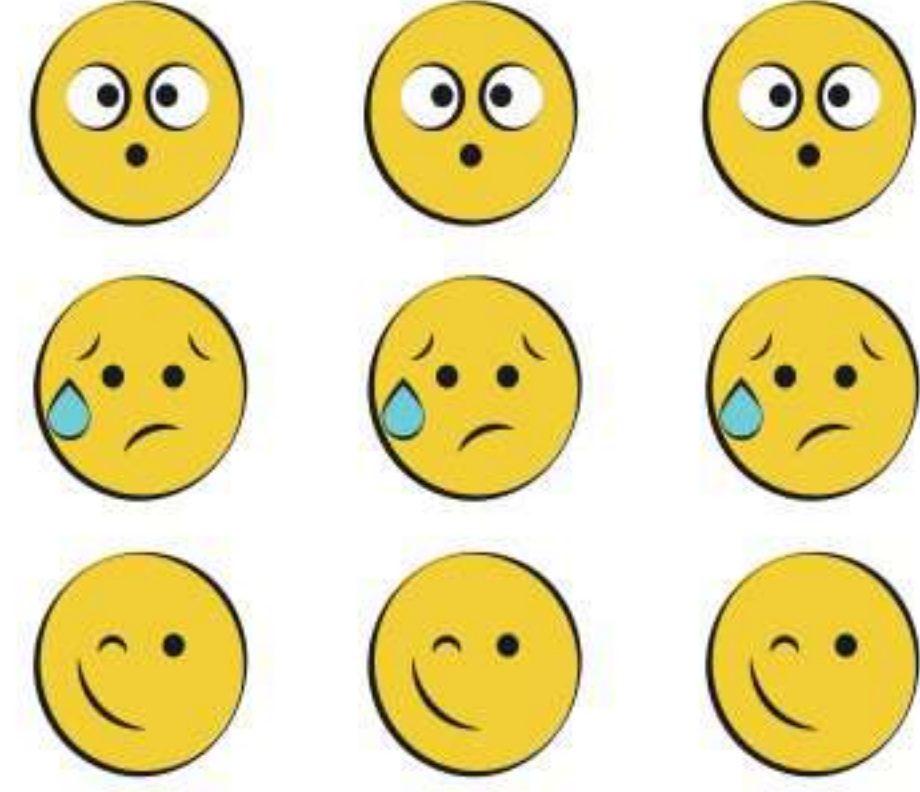


Şekilde A noktasındaki bir hareketli, çizgiler üzerinden sağa veya yukarı doğru hareket ederek B noktasına en kısa yoldan gidecektir.

Buna göre, hareketli kaç farklı şekilde gidebilir?

- A) 18 B) 24 ☒ C) 28 D) 35 E) 42

13.



Yukarıda gösterilen yüz ifadelerinden aynı satırda bulunanlar özdeştir. Bu yüz ifadelerinden 8 tanesi alınıp düz bir sırada sıralanacaktır.

Buna göre, kaç farklı şekilde sıralama yapılabilir?

- A) 1000 B) 1240 C) 1450 D) 1600 ☒ E) 1680

$$3. \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = 1680$$

12. Tersten ve düzden okunuşları aynı olan sayılara "Palindrom Sayı" denir.

Örneğin; 21012 ve 4331334 sayıları birer palindrom sayıdır.

223333011 dokuz basamaklı bir sayıdır.

Bu sayının rakamlarının yerleri değiştirilerek dokuz basamaklı sayılar elde ediliyor.

Buna göre, elde edilen sayılardan kaç palindrom sayıdır?

- A) 4 B) 8 ☒ C) 12 D) 16 E) 20

2 1 3 3 0 - - - -

$$\frac{4!}{2!} = 12$$

14. 331122

sayısının rakamlarının yerleri değiştirilerek 6 basamaklı tüm sayılar yazılıyor ve bu sayılar küçükten büyüğe doğru sıralanıyor.

Buna göre, baştan 60. sayı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 223311 B) 232311 ☒ C) 233211
D) 211323 E) 323211

$$\begin{aligned} \textcircled{1} 12233 &\rightarrow \frac{5!}{2! \cdot 2!} = 30 \\ \textcircled{2} 11233 &\rightarrow \frac{5!}{2! \cdot 2!} = 30 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} \textcircled{1} 12233 &\rightarrow \frac{5!}{2! \cdot 2!} = 30 \\ \textcircled{2} 11233 &\rightarrow \frac{5!}{2! \cdot 2!} = 30 \end{aligned}} \right\} 60$$

$$233211 \rightarrow 60. \text{ sayı}$$

1. C	2. D	3. C	4. C	5. C	6. B	7. A
8. C	9. D	10. D	11. C	12. C	13. E	14. C



YANINDA BULUNSUN

A kümesinin r elemanlı alt kümelerinin her birine "**A Kümesinin r 'li Kombinasyonu**" denir.

$n, r \in \mathbb{N}$, $n \geq r$ olmak üzere, n elemanlı bir A kümesinin r 'li kombinasyonlarının sayısı $C(n, r)$ ya da $\binom{n}{r}$ ile gösterilir.

$$C(n, r) = \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!} \text{ dir.}$$

Kombinasyon sayısı hesaplanırken kümenin elemanlarının sıralama sayısı değil kümenin elemanlarının oluşturduğu grup sayısı önemlidir.

$\binom{n}{r}$ ifadesi " n elemanlı bir kümeden r elemanlı kaç farklı grup seçebiliriz." demektir.

Not : $C(n, r) \cdot r! = P(n, r)$ dir.



ÖRNEK 1.

$$\binom{6}{3} + \binom{7}{2} - \binom{5}{4}$$

işleminin sonucu kaçtır?



ÇÖZÜM

$$20 + 21 - 5 = 36$$



NOT

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-r+1) \cdot \cancel{(n-r)!}}{\cancel{(n-r)!} \cdot r!}$$

$$\binom{n}{r} = \frac{\overbrace{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-r+1)}^{r \text{ tane}}}{r!}$$

$$\text{Örneğin; } \binom{6}{3} = \frac{\overbrace{6 \cdot 5 \cdot 4}^{3 \text{ tane}}}{3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 20 \text{ olur.}$$

$$\binom{8}{4} = \frac{\overbrace{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}^{4 \text{ tane}}}{4!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 70 \text{ olur.}$$



ÖRNEK 2.

$$\binom{10}{3} + P(7, 2) = 2 \cdot a^2$$

olduğuna göre, a doğal sayısı kaçtır?



ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} 120 + 7 \cdot 6 &= 2a^2 \\ 162 &= 2 \cdot a^2 \\ a^2 &= 81 \\ a &= 9 \end{aligned}$$



YANINDA BULUNSUN

- $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$ dir.
- $\binom{n}{1} = n$ dir.
- $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$ dir.
- $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$ dir.
- $\binom{n}{r} = \binom{n}{k}$ ise $r = k$ veya $r + k = n$ dir.



ÖRNEK 3.

$$\binom{6}{0} + \binom{7}{7} + \binom{9}{1}$$

toplamının sonucu kaçtır?



ÇÖZÜM

$$1 + 1 + 9 = 11$$

Seçim

ÖRNEK 4.

Aşağıdaki eşitliklerin doğruluğunu gösteriniz.

$$\bullet \binom{6}{2} = \binom{6}{4} \quad \bullet \binom{8}{3} = \binom{8}{5} \quad \bullet \binom{7}{1} = \binom{7}{6}$$

ÇÖZÜM

$$\star \binom{n}{r} = \binom{n}{n-r} \star$$

$$\bullet \binom{6}{2} = \binom{6}{4} \quad \bullet \binom{7}{6} = \binom{7}{1}$$

$$\bullet \binom{8}{3} = \binom{8}{5}$$

ÖRNEK 5.

$$\binom{10}{x} = \binom{10}{3x-6}$$

olduğuna göre, x'in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} x &= 3x-6 \quad \vee \quad x+3x-6=10 \\ 2x &= 6 & 4x &= 16 \\ x &= 3 & x &= 4 \end{aligned}$$

$$3+4=7$$

ÖRNEK 6.

$$\binom{5}{0} + \binom{5}{1} + \binom{5}{2} + \binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5}$$

toplamının sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\bullet \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n \text{ dir.}$$

$$2^5 = 32$$

ÖRNEK 7.

$$\binom{6}{1} + \binom{6}{2} + \binom{6}{3} + \dots + \binom{6}{6}$$

toplamının sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\bullet \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n \text{ dir.}$$

$$2^6 - \binom{6}{0} = 63$$

ÖRNEK 8.

8 elemanlı bir kümenin 2 elemanlı alt küme sayısı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\binom{8}{2} = 28$$

ÖRNEK 9.

6 elemanlı bir kümenin en az 4 elemanlı alt kümelerinin sayısı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\binom{6}{4} + \binom{6}{5} + \binom{6}{6}$$

$$15 + 6 + 1 = 22$$

? ÖRNEK 10.

Bir kümenin 3 elemanlı alt küme sayısı ile 6 elemanlı alt küme sayısı birbirine eşittir.

Buna göre, aynı kümenin 2 elemanlı alt küme sayısı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\binom{n}{3} = \binom{n}{6} \Rightarrow n = 3 + 6$$

$$n = 9$$

$$\binom{9}{2} = 36$$

? ÖRNEK 11.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

kümesinin 3 elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde 1 eleman olarak bulunur?

✓ ÇÖZÜM

$$\underline{1} \quad \underline{\quad} \quad \underline{\quad}$$

$$\binom{5}{2} = 10$$

? ÖRNEK 12.

$$A = \{1, 2, 3, a, b, c\}$$

kümesinin üç elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde,

- 3 eleman olarak vardır?
- 2 eleman olarak vardır ve a harfi yoktur?
- En az bir harf vardır?
- 1 elemanı ve c elemanı vardır?
- 1 elemanı veya c elemanı vardır?

✓ ÇÖZÜM

- $\underline{3} \quad \underline{\quad} \quad \underline{\quad} \quad \binom{5}{2} = 10$
- $\underline{2} \quad \underline{\quad} \quad \underline{\quad} \quad \binom{4}{2} = 6$
- $\binom{3}{1} \cdot \binom{3}{2} + \binom{3}{2} \cdot \binom{3}{1} + \binom{3}{3} = 19$ veya $\binom{6}{3} - \binom{3}{3} = 19$
- $\underline{1} \quad \underline{c} \quad \underline{\quad} \quad \binom{4}{1} = 4$
- $\binom{6}{3} - \binom{4}{3} = 16$

? ÖRNEK 13.

$$\{1, 2\} \subseteq A \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

olduğuna göre, 4 elemanlı kaç tane A kümesi yazılabilir?

✓ ÇÖZÜM

$$A = \{1, 2, -, -\}$$

$$\binom{4}{2} = 6$$

? ÖRNEK 14.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

kümesinin 3 elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde kümenin elemanları çarpımı 5'in bir katıdır?

✓ ÇÖZÜM

5 mutlaka olmalı.

$$\underline{5} \quad \underline{\quad} \quad \underline{\quad}$$

$$\binom{6}{2} = 15$$

? ÖRNEK 15.

6 kişilik bir arkadaş grubunda 2 kişi sinemaya, geri kalan 4 kişi tiyatroya gidecektir.

Buna göre, bu arkadaş grubu kaç farklı şekilde sinema ve tiyatroya gidebilir?

Seçim



ÇÖZÜM

$$\binom{6}{2} \cdot \binom{4}{4} = 15$$



ÖRNEK 16.

6 erkek ve 7 kadın arasından 2'si erkek ve 3'ü kadın olmak üzere, toplam 5 kişi kaç farklı şekilde seçilebilir?



ÇÖZÜM

$$\binom{6}{2} \cdot \binom{7}{3} = 15 \cdot 35 = 525$$



ÖRNEK 17.

5 mühendis ve 4 doktorun olduğu bir toplulukta en fazla 2 mühendisin olduğu 4 kişilik bir ekip kaç farklı yolla seçilebilir?



ÇÖZÜM

$$\binom{4}{4} + \binom{5}{1} \cdot \binom{4}{3} + \binom{5}{2} \cdot \binom{4}{2}$$

$$1 + 20 + 60 = 81$$



ÖRNEK 18.

3 doktor, 3 mühendis ve 2 öğretmen arasından 3 kişilik bir ekip oluşturulacaktır.

- Bu ekip kaç farklı şekilde oluşturulabilir?
- Bu ekibin içinde 2 doktor ve 1 öğretmen olacaksa ekip, kaç farklı şekilde oluşturulabilir?
- Her branştan birer kişi olacaksa ekip, kaç farklı şekilde oluşturulabilir?
- En az 1 mühendisin olduğu bu ekip kaç farklı şekilde oluşturulabilir?



ÇÖZÜM

$$a) \binom{8}{3} = 56$$

$$b) \binom{3}{2} \cdot \binom{2}{1} = 6$$

$$c) \binom{3}{1} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{2}{1} = 18$$

$$d) \binom{8}{3} - \binom{5}{3} = 46$$



ÖRNEK 19.

Bir okulda 10 seçmeli dersten 4'ü aynı saatte başlamaktadır.

Buna göre, 3 ders seçmek isteyen bir öğrenci bu dersleri kaç farklı şekilde seçebilir?



ÇÖZÜM

$$\binom{6}{3} + \binom{4}{1} \cdot \binom{6}{2}$$

$$20 + 4 \cdot 15 = 80$$



ÖRNEK 20.

Yiğit, 12 soruluk bir sınavda 9 soruyu cevaplandıracaktır.

Yiğit, bu sınavda ilk 6 sorudan en az 4 tanesini cevaplandırmıştır.

Buna göre, Yiğit cevaplandıracağı 9 soruyu kaç farklı şekilde seçebilir?

✓ ÇÖZÜM

$$\binom{6}{4} \cdot \binom{6}{5} + \binom{6}{5} \cdot \binom{6}{4} + \binom{6}{6} \cdot \binom{6}{3}$$

$$90 + 90 + 20 = 200$$

? ÖRNEK 21.

7 kişilik bir grup tiyatroya gidecektir.

Bilet almaya en az 2 kişi gideceğine göre, bu kişiler kaç farklı şekilde bilet almaya giderler?

✓ ÇÖZÜM

$$\binom{7}{2} + \binom{7}{3} + \dots + \binom{7}{7}$$

$$2^7 - \binom{7}{0} - \binom{7}{1} = 120$$

? ÖRNEK 22.



Yukarıda gösterilen 9 farklı renkteki camlardan 2 tanesi seçilecektir.

Siyah çerçeve içindeki camlardan en fazla 1 tane seçilebilmektedir.

Buna göre, camlar kaç farklı şekilde seçilebilir?

✓ ÇÖZÜM

$$\binom{5}{2} + \binom{4}{1} \cdot \binom{5}{1}$$

$$10 + 20 = 30$$

? ÖRNEK 23.

Aşağıdaki görselde 4 farklı aileden 12 kişi gösterilmiştir. Verilen kişilerden 2 kişi seçilecektir.



Seçilen kişiler aynı aileden olamayacağına göre, bu kişiler kaç farklı şekilde seçilebilir?

✓ ÇÖZÜM

$$\binom{12}{2} - \binom{2}{2} \cdot 2 - \binom{4}{2} \cdot 2$$

$$66 - 2 - 12 = 52$$

Seçim

ÖRNEK 24.



Ömer, 4 satır ve 8 sembolen oluşan yukarıdaki resimden 3 farklı sembol seçecektir.

Ömer, her satırdan en fazla bir sembol seçebilmektedir.

Buna göre, Ömer sembolleri kaç farklı şekilde seçebilir?

ÇÖZÜM

$$\binom{8}{3} - 4 \cdot \binom{6}{1} = 56 - 24 = 32$$

ÖRNEK 25.

Aşağıda gösterilen manav tezgahında 9 farklı çeşit ürün vardır. Emel ve Fevziye bu tezgahdan ikişer ürün alacaklardır.



Aldıkları ürünlerden bir tanesi aynı olduğuna göre, bu ürünleri kaç farklı şekilde alabilirler?

ÇÖZÜM

$$\binom{9}{1} \cdot \binom{8}{1} \cdot \binom{7}{1} = 9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$$

ÖRNEK 26.



Seher, 7 farklı elbisenin bulunduğu yukarıda gösterilen dolaptan rastgele 2 elbise seçecektir.

Seher,

- Yan yana olan elbiseleri seçmeyecektir.
- Kırmızı renkli giysi ile beyaz olanı birlikte seçmeyecektir.

Buna göre, Seher kaç farklı seçim yapabilir?

ÇÖZÜM

$$\binom{7}{2} - 6 - 1 = 14$$

↓ yan yana olanlar
↘ kırmızı ile Beyaz

ÖRNEK 27.



Recep Bey, iş yeri için 2 farklı çöp kutusu alacaktır. Yukarıda verilen şekilde Recep Bey'e sunulan 6 farklı çöp kutusu gösterilmiştir.

Recep Bey üstteki çöp kutularından herhangi birini alırsa, aldığı çöp kutusunun hemen altındaki çöp kutusu için indirim yapılmaktadır.

Recep Bey indirimden faydalanamadığına göre, alışverişini kaç farklı şekilde yapabilir?

✓ ÇÖZÜM

$$\binom{6}{2} - \binom{3}{2} = 15 - 3 = 12$$

↓
Üstten
Seçim

? ÖRNEK 28.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

kümesinin elemanları ile $a < b < c$ olacak şekilde üç basamaklı abc sayıları yazılacaktır.

Buna göre, kaç farklı sayı yazılabilir?

✓ ÇÖZÜM

$$\binom{6}{3} = 20$$

? ÖRNEK 29.

1. satır	A	B	C	1	2
2. satır	3	4	5	D	E

İrfan, iki satırdan oluşan 10 bölmeli bir sistemde, 1. satırdan 2 ve 2. satırdan 1 bölme seçecektir.

İrfan'ın seçtiği bölmeler 2 harf ve 1 rakamdan oluştuğuna göre, bu seçimi kaç farklı şekilde yapabilir?

✓ ÇÖZÜM

$$\binom{3}{2} \cdot \overbrace{\binom{3}{1}}^{\text{Alt rakam}} + \overbrace{\binom{3}{1} \binom{2}{1} \binom{2}{1}}^{\text{Alt harf}}$$

$$9 + 12 = 21$$

? ÖRNEK 30.

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{4, 5\}$$

kümeleri veriliyor.

A kümesinden 2 ve B kümesinden 1 eleman alınarak rakamları farklı üç basamaklı sayılar yazılıyor.

Buna göre, kaç farklı sayı yazılabilir?

✓ ÇÖZÜM

$$\binom{3}{2} \cdot \binom{2}{1} \cdot 3!$$

$$3 \cdot 2 \cdot 6 = 36$$

? ÖRNEK 31.

4 kız ve 4 erkek öğrenci düz bir sırada sıralanacaklardır.

Sıranın soldan ilk iki kişisi kız ve sağdan son iki kişisi erkek olacaktır.

Buna göre, kaç farklı şekilde sıralama yapılabilir?

✓ ÇÖZÜM

$$\binom{4}{2} \cdot 2! \cdot 4! \cdot \binom{4}{2} \cdot 2!$$

$$12 \cdot 2 \cdot 12 \cdot 12$$

$$2 \cdot 12^3$$

? ÖRNEK 32.

5 evli çiftten herhangi 2 evli çift seçilecek, seçilen bu kişiler düz bir sırada oturacaklardır.

Yapılan oturma düzeninde erkekler bir arada olacağına göre, bu kişiler kaç farklı şekilde oturabilirler?

Seçim

✓ ÇÖZÜM

K K E E

$$\binom{5}{2} \cdot 2! \cdot 3! = 120$$



YANINDA BULUNSUN

n tane özdeş nesne r kişiye,

$$\binom{n+r-1}{n} = \binom{n+r-1}{r-1}$$

farklı şekilde dağıtılabılır.



ÖRNEK 33.

6 özdeş oyuncak 3 kişiye kaç farklı şekilde dağıtılabılır?

✓ ÇÖZÜM

$$n=6 \quad \binom{6+3-1}{3-1} = \binom{8}{2} = 28$$

$$r=3$$



ÖRNEK 34.

8 özdeş kalem 4 kişiye, her birine en az bir kalem vermek koşuluyla kaç farklı şekilde dağıtılabılır?

✓ ÇÖZÜM

Her bir çocuğa birer tane dağıtalım.

$$n=4 \quad \binom{4+4-1}{4-1} = \binom{7}{3} = 35$$

$$r=4$$



YANINDA BULUNSUN

Aynı düzlemde bulunan, herhangi üçü doğrusal olmayan n tane nokta en çok $\binom{n}{2}$ tane doğru belirtir.

ÖRNEK 35.

Aynı düzlemde bulunan, herhangi üçü doğrusal olmayan 7 nokta en çok kaç doğru belirtir?

ÇÖZÜM

$$\binom{7}{2} = 21$$



ÖRNEK 36.

Aynı düzlemde bulunan ve dördü doğrusal olan 6 nokta en çok kaç doğru belirtir?

ÇÖZÜM

$$\binom{6}{2} - \binom{4}{2} + 1$$

$$15 - 6 + 1 = 10$$



YANINDA BULUNSUN

Aynı düzlemde bulunan ve herhangi ikisi paralel olmayan n farklı doğru, en çok $\binom{n}{2}$ tane noktada kesişir.

ÖRNEK 37.

Aynı düzlemde bulunan ve herhangi ikisi paralel olmayan 8 farklı doğru, en çok kaç noktada kesişir?

✓ ÇÖZÜM

$$\binom{8}{2} = 28$$

? ÖRNEK 38.

Aynı düzlemde bulunan 9 farklı doğrudan 4'ü paraleldir.
Buna göre, bu doğrular en çok kaç noktada kesişir?

✓ ÇÖZÜM

$$\binom{9}{2} - \binom{4}{2} = 30$$



NOT

Aynı düzlemde bulunan n tane farklı çember en çok $\binom{n}{2} \cdot 2$ tane noktada kesişir.



YANINDA BULUNSUN

Aynı düzlemde bulunan ve herhangi üçü doğrusal olmayan n tane nokta ile en çok $\binom{n}{3}$ tane farklı üçgen çizilebilir.
(Bu noktalar üçgenin köşeleri olacaktır.)

? ÖRNEK 39.

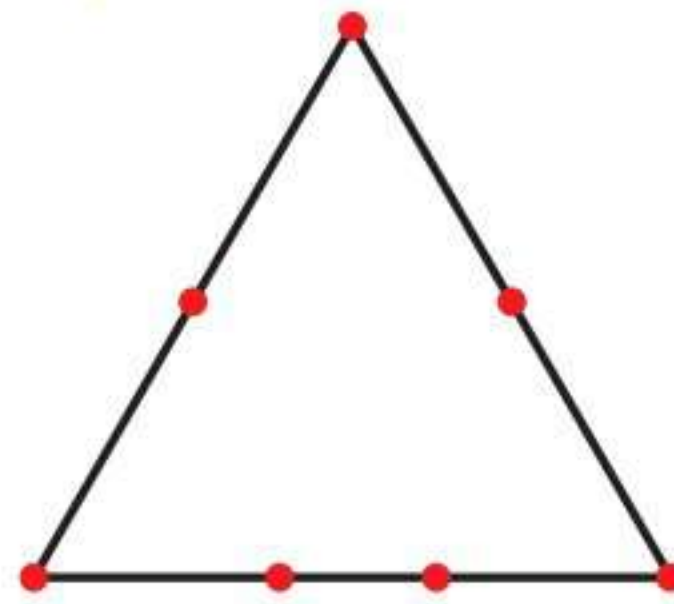
Aynı düzlemde bulunan ve herhangi üçü doğrusal olmayan 6 nokta veriliyor.

Köşeleri bu noktalardan seçilen en fazla kaç farklı üçgen çizilebilir?

✓ ÇÖZÜM

$$\binom{6}{3} = 20$$

? ÖRNEK 40.



Şekilde 7 farklı nokta gösterilmiştir.

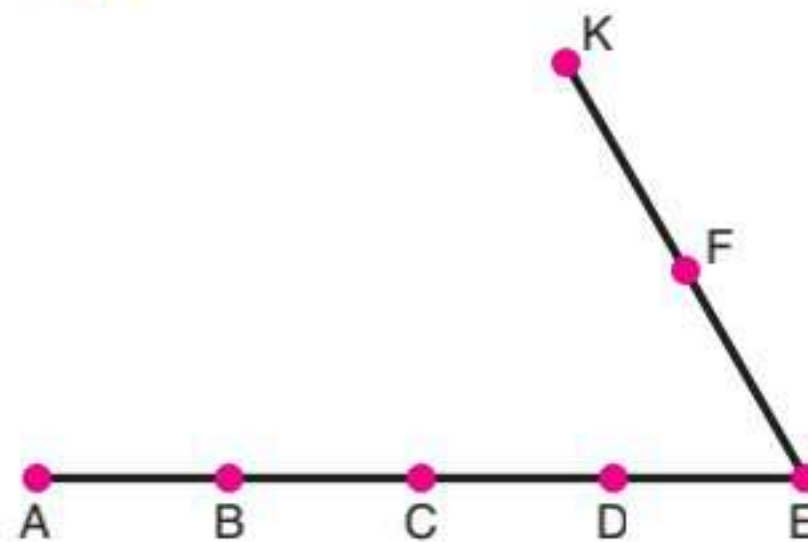
Buna göre, köşeleri bu 7 noktadan üçü olan kaç farklı üçgen çizilebilir?

✓ ÇÖZÜM

$$\binom{7}{3} - \binom{3}{3} - \binom{3}{3} - \binom{4}{3}$$

$$35 - 1 - 1 - 4 = 29$$

? ÖRNEK 41.



Şekilde 7 farklı nokta gösterilmiştir.

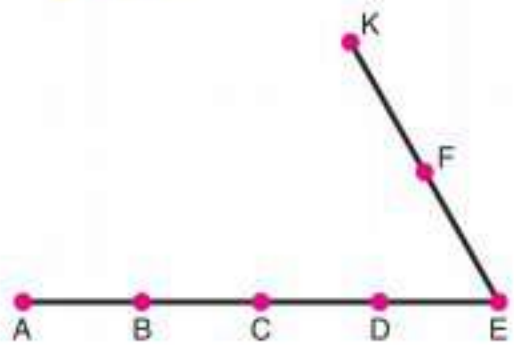
Köşeleri şekilde gösterilen noktalardan seçilen üçgenler çizilecektir.

Buna göre,

- Kaç farklı üçgen çizilebilir?
- Bir köşesi E olan kaç farklı üçgen çizilebilir?
- Bir köşesi C olan kaç farklı üçgen çizilebilir?

Seçim

✓ ÇÖZÜM



$$a) \binom{7}{3} - \binom{5}{3} - \binom{3}{3} = 24$$

$$b) \binom{4}{1} \cdot \binom{2}{1} = 8$$

$$c) \binom{2}{2} + \binom{4}{1} \cdot \binom{2}{1} = 9$$

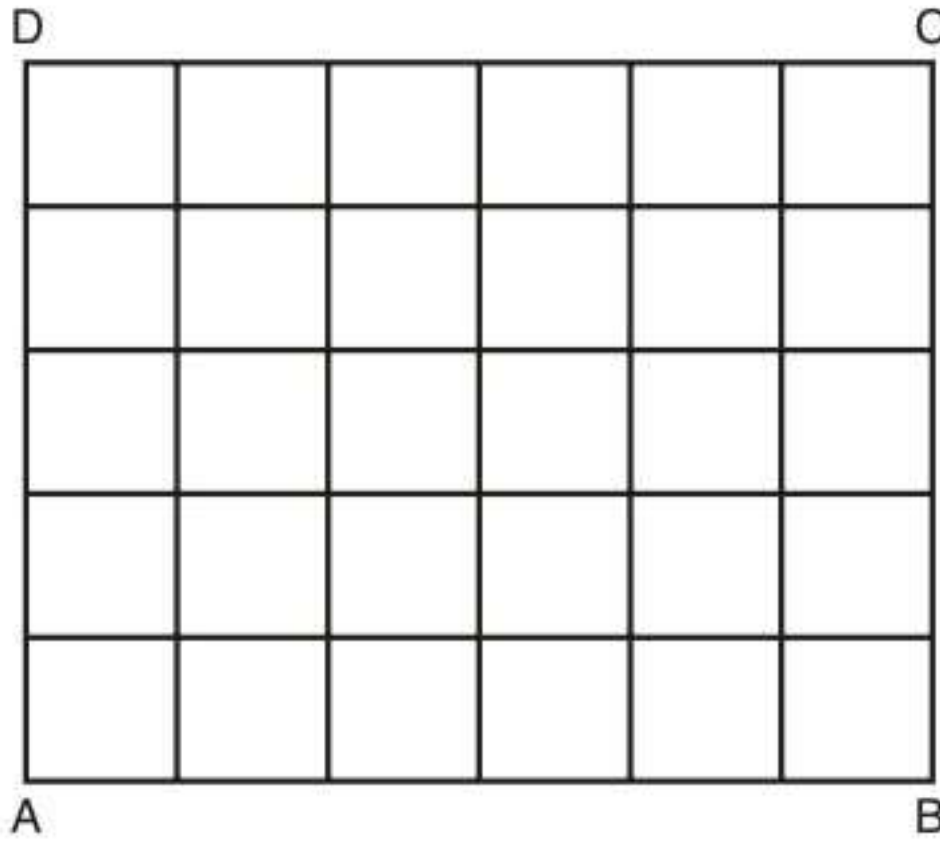


YANINDA BULUNSUN

Birbirine paralel a tane doğru ile bunlarla kesişen ve birbirine paralel olan b tane doğru en çok $\binom{a}{2} \cdot \binom{b}{2}$ tane paralelkenar oluşturur.

- Kesişen doğrular birbirine dik olursa yine $\binom{a}{2} \cdot \binom{b}{2}$ tane dikdörtgen oluşur.

? ÖRNEK 42.



Şekilde verilen ABCD dikdörtgeni 30 eş kareye bölünmüştür.

Buna göre,

- Şekilde kaç farklı dikdörtgen vardır?
- Şekilde kaç farklı kare vardır?
- Alanı 1 birimkareden büyük olan kaç kare vardır?

✓ ÇÖZÜM

$$a) \binom{7}{2} - \binom{6}{2} = 21 - 15 = 315$$

$$b) 5 \cdot 6 + 4 \cdot 5 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \\ 30 + 20 + 12 + 6 + 2 = 70$$

$$c) 70 - 30 = 40$$

? ÖRNEK 43.

Aynı düzlemde bulunan 12 nokta için aşağıdaki bilgiler bilinmektedir.

- Bu noktalardan 5 tanesi aynı doğru üzerindedir.
- Doğrusal olan 5 nokta dışında herhangi üçü doğrusal olan noktalar yoktur.

Buna göre, bu 12 nokta en fazla kaç doğru belirtir?

✓ ÇÖZÜM

$$\binom{12}{2} - \binom{5}{2} + 1 = 57$$

? ÖRNEK 44.

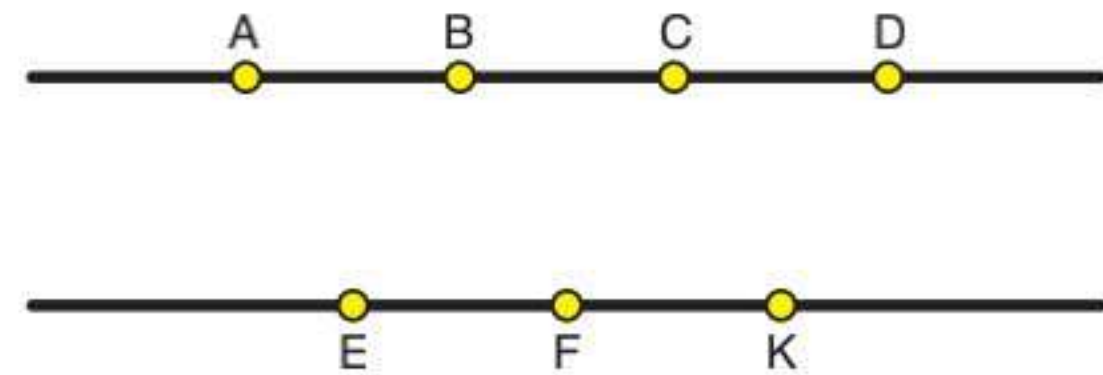
Bir çember üzerindeki 7 noktadan ikisi A ve B dir.

Buna göre, köşeleri çember üzerindeki noktalardan seçilen ve iki köşesi A ve B olan kaç farklı dörtgen çizilebilir?

✓ ÇÖZÜM

$$\binom{5}{2} = 10$$

? ÖRNEK 45.

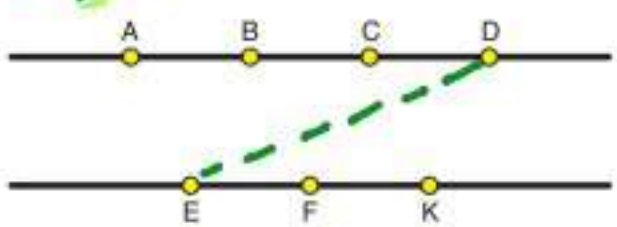


Yukarıdaki şekilde 7 farklı nokta gösterilmiştir.

Buna göre,

- Köşeleri bu noktalardan seçilecek kaç farklı üçgen çizilebilir?
- Köşeleri bu noktalardan seçilecek ve bir köşesi F olan kaç farklı üçgen çizilebilir?
- Köşeleri bu noktalardan seçilecek ve bir kenarı [DE] olan kaç farklı üçgen çizilebilir?

✓ ÇÖZÜM

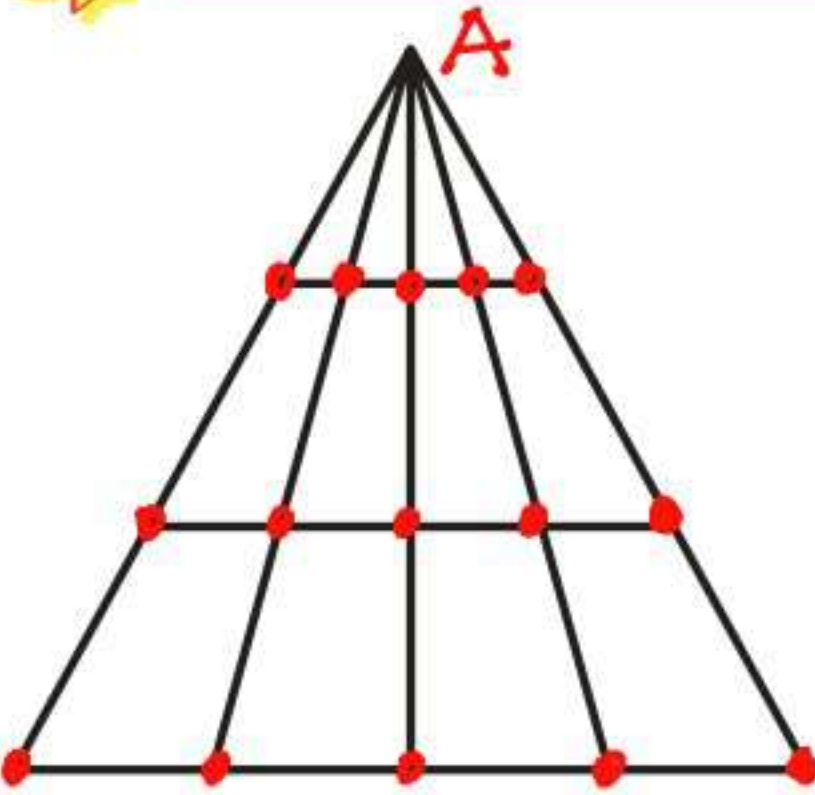


$$a) \binom{7}{3} - \binom{4}{3} - \binom{3}{3} = 30$$

$$b) \binom{4}{2} + \binom{2}{1} \cdot \binom{4}{1} = 14$$

$$c) \binom{2}{1} + \binom{3}{1} = 5$$

? ÖRNEK 46.

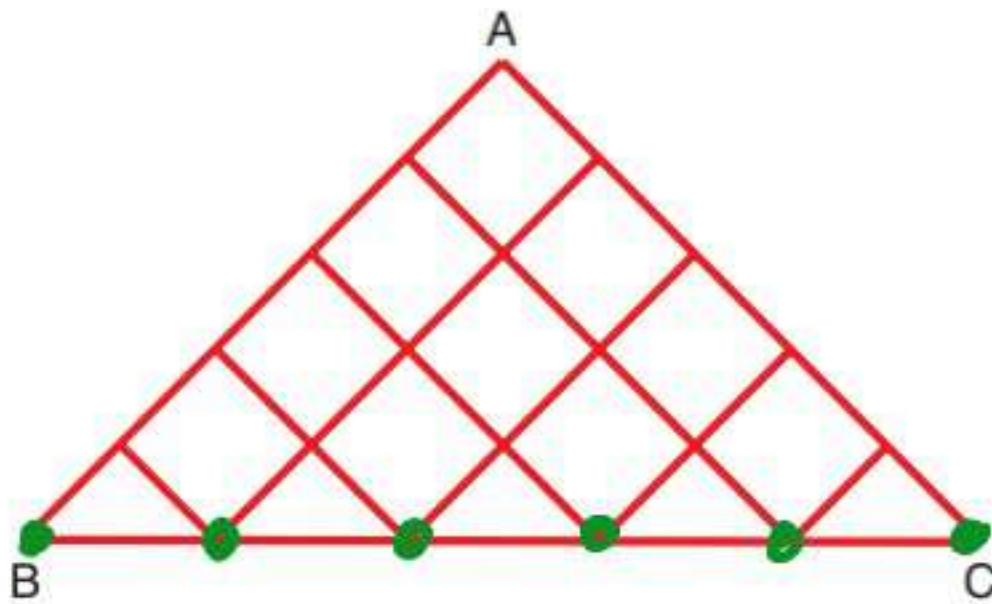


Yanda verilen şekilde kaç farklı üçgen bulunmaktadır?

✓ ÇÖZÜM

$$\binom{5}{2} \cdot 3 = 30$$

? ÖRNEK 47.

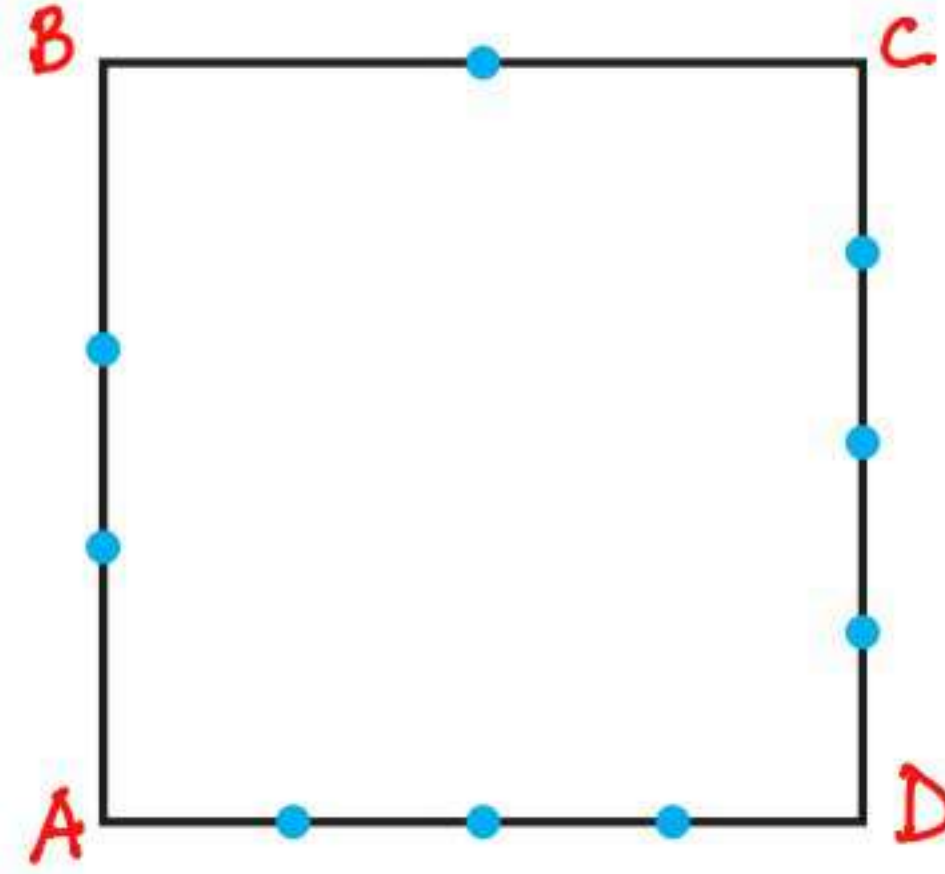


Yanda verilen şekilde kaç farklı üçgen bulunmaktadır?

✓ ÇÖZÜM

$$\binom{6}{2} = 15$$

? ÖRNEK 48.



Şekilde verilen dörtgen üzerinde 9 nokta işaretlenmiştir.

Buna göre, bu noktaları köşe kabul eden ve bir kenarı dörtgenin bir kenarı üzerinde bulunan kaç farklı üçgen çizilebilir?

✓ ÇÖZÜM

$$[AB] \text{ için } \binom{7}{1} = 7$$

$$[CD] \text{ için } \binom{3}{2} \cdot \binom{6}{1} = 18$$

$$[AD] \text{ için } \binom{3}{2} \cdot \binom{6}{1} = 18$$

$$7 + 18 + 18 = 43$$

Test - I

1. $3 \cdot C(n, 0) + 2 \cdot C(n, 1) = C(6, 2)$

eşitliğine göre, n kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

$$3 \cdot 1 + 2 \cdot n = 15$$

$$2n = 12$$

$$n = 6$$

2. Bir manavda 5 farklı çeşit meyve ve 6 farklı çeşit sebze bulunmaktadır.

Buna göre, 2 çeşit meyve ve 3 çeşit sebze alacak olan İpek, bu manavdan kaç farklı seçim yapabilir?

- A) 100 B) 140 C) 180 D) 200 E) 240

$$\binom{5}{2} \cdot \binom{6}{3} = 200$$

3. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

kümesinin 3 elemanlı kaç alt kümesi vardır?

- A) 12 B) 16 C) 20 D) 24 E) 30

$$\binom{6}{3} = 20$$

4. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

kümesinin 3 elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde kümenin elemanları toplamı tek sayıdır?

- A) 5 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

TTT

GGT

$$\binom{3}{3} + \binom{3}{2} \cdot \binom{3}{1} = 10$$

5. 4 elemanlı alt küme sayısı ile 6 elemanlı alt küme sayısı eşit olan bir kümenin 2 elemanlı kaç alt kümesi vardır?

- A) 25 B) 30 C) 36 D) 45 E) 48

$$\binom{n}{4} = \binom{n}{6} \Rightarrow n = 10$$

$$\binom{10}{2} = 45$$

6. Ela, girdiği 10 soruluk bir sınavda ilk beş sorudan en az üçünü ve son iki sorudan en az birini cevaplandırmak zorundadır.

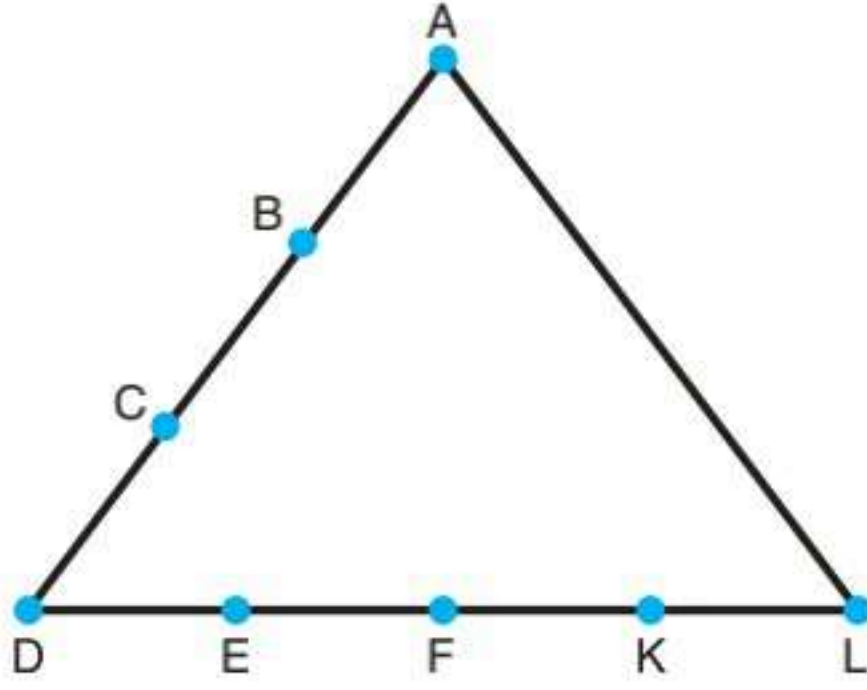
Ela bu sınavda toplam 5 soruyu cevaplayacağına göre, bu soruları kaç farklı şekilde seçebilir?

- A) 50 B) 60 C) 70 D) 80 E) 90

$$\binom{5}{3} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{2}{1} + \binom{5}{4} \cdot \binom{2}{1} + \binom{5}{3} \cdot \binom{2}{2}$$

$$60 + 10 + 10 = 80$$

7.



Yukarıdaki şekilde 8 farklı nokta gösterilmiştir.

Buna göre, köşeleri verilen noktalardan seçilecek kaç farklı üçgen çizilebilir?

- A) 36 B) 42 C) 48 D) 52 E) 56

$$\binom{8}{3} - \binom{4}{3} - \binom{5}{3} = 42$$

8.



Yukarıda 5 bölümden oluşan bir elbise dolabı gösterilmiştir.

Emine, elindeki 3 farklı elbiseyi askılarına takarak dolabın herhangi bir bölümündeki beyaz çubuğa dizecektir.

Elbiselerin tamamı aynı bölüme konulacağına göre, elbiseler kaç farklı şekilde dizilebilir?

- A) 15 B) 24 C) 30 D) 40 E) 45

$$\binom{5}{1} \cdot 3! = 30$$

9.

1	2	3	4	5	6	7
---	---	---	---	---	---	---

Yukarıda verilen 7 bölmeden iki tanesi seçilerek biri maviye diğeri kırmızıya boyanacaktır.

Komşu kareler boyanmayacağına göre, boyama işlemi kaç farklı şekilde yapılabilir?

- A) 15 B) 23 C) 27 D) 30 E) 36

$$1. \text{ Boyandı } \binom{5}{1} = 5$$

$$2. \text{ Boyandı } \binom{4}{1} = 4$$

$$\vdots$$

$$5. \text{ Boyandı } \binom{1}{1} = 1$$

$$2! \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5) = 30$$

10. Aşağıdaki görselde gösterilen 2 erkek ve 2 kız toplam 4 arkadaşın 2'si koltukta oturarak, geri kalan 2 kişi de ayakta kalarak fotoğraf çektirecektir.



Erkek ve kızlardan birer kişi ayakta kalacağına göre, kaç farklı şekilde fotoğraf çektirebilirler?

- A) 8 B) 12 C) 16 D) 18 E) 24

$$\binom{2}{1} \cdot \binom{2}{1} \cdot 2! \cdot 2!$$

$$16$$

Test - I

11.



Dönme Dolap



Atlı Karınca



Sirk



Hız Treni

Yukarıda bir lunaparka ait 4 farklı bölüm gösterilmiştir.

Lunaparka gelen 5 arkadaş yukarıda gösterilen lunapark bölümlerine, her bölüme en az bir kişi gidecek şekilde dağılıyorlar.

Buna göre, bu dağılım kaç farklı şekilde yapılabilir?

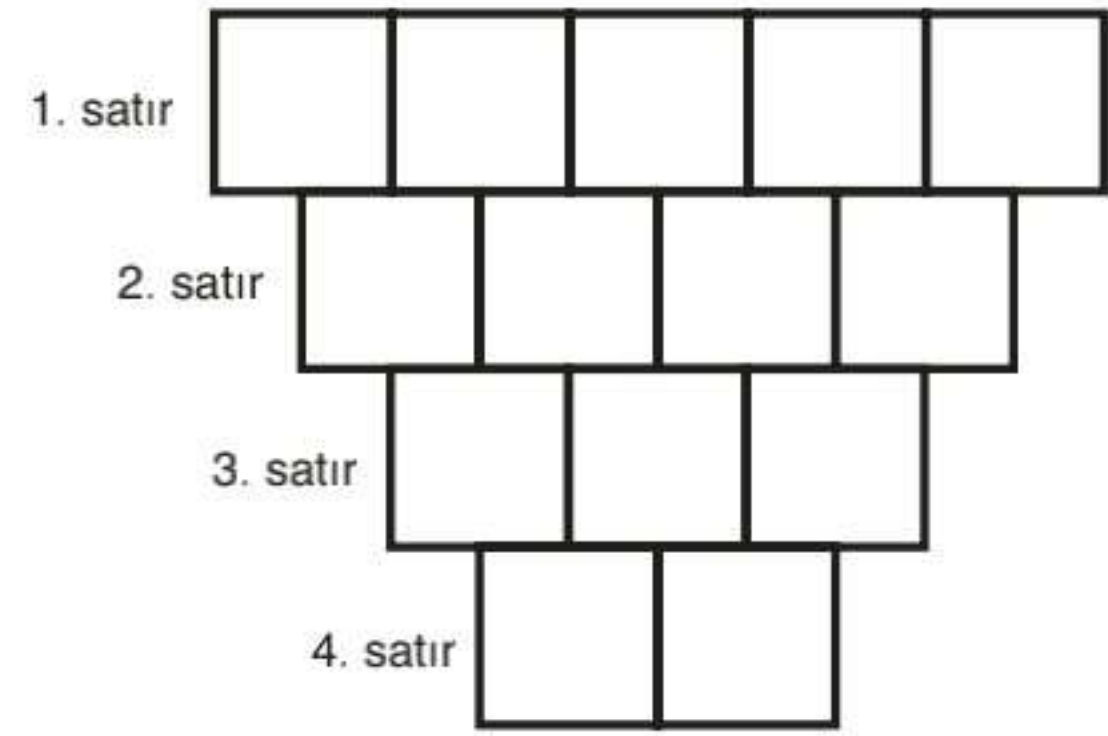
- A) 120 B) 160 C) 180 ☒ D) 240 E) 300

1112

$$\binom{5}{1} \cdot \binom{4}{1} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{2}{2} \cdot \frac{4!}{3!}$$

$$60 \cdot 4 = 240$$

12. Aşağıda dört satırda toplam 14 kare görülmektedir.



Her satırdan iki kare seçilerek karelerden biri maviye diğeri kırmızıya boyanacaktır.

Buna göre, boyama işlemi kaç farklı şekilde yapılabilir?

- A) $3! \cdot 5!$ B) $3! \cdot 6!$ ☒ C) $4! \cdot 5!$
D) $2! \cdot 6!$ E) $5! \cdot 6!$

$$\binom{2}{2} \cdot 2! \cdot \binom{3}{2} \cdot 2! \cdot \binom{4}{2} \cdot 2! \cdot \binom{5}{2} \cdot 2!$$

$$2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 2$$

$$24 \cdot 120$$

$$4! \cdot 5!$$

1. B	2. D	3. C	4. C	5. D	6. D
7. B	8. C	9. D	10. C	11. D	12. C

1. $C(n, 2) + n \cdot C(4, 1) = 39$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, n değeri kaçtır?

- A) 4 B) 5 ☒ C) 6 D) 7 E) 8

$$\frac{n \cdot (n-1)}{2} + n \cdot 4 = 39$$

$$n^2 + 7n - 78 = 0$$

$$n = 6$$

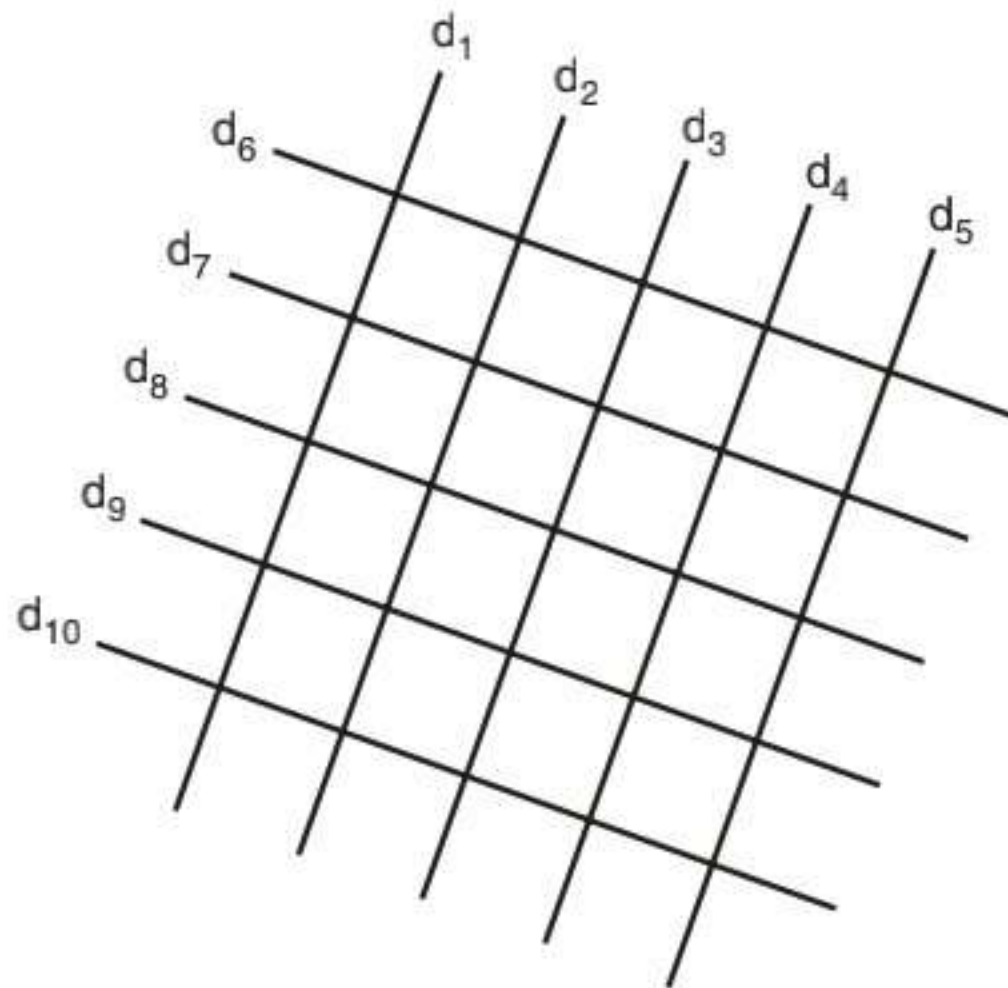
2. Bir sınıfta 8 kız 7 erkek öğrenci vardır. Kızlardan 6 kişilik kız voleybol takımı ve erkeklerden de 5 kişilik bir erkek basketbol takımı kurulacaktır.

Bu takımlar kaç farklı şekilde kurulur?

- A) 300 B) 444 ☒ C) 588 D) 620 E) 740

$$\binom{8}{6} \cdot \binom{7}{5} = 28 \cdot 21 = 588$$

3.



Şekilde,

$d_1 \parallel d_2 \parallel d_3 \parallel d_4 \parallel d_5$ ve

$d_6 \parallel d_7 \parallel d_8 \parallel d_9 \parallel d_{10}$ dur.

Buna göre, verilen şekilde toplam kaç tane paralelkenar bulunmaktadır?

- A) 75 B) 85 C) 90 ☒ D) 100 E) 120

$$\binom{5}{2} \cdot \binom{5}{2} = 10 \cdot 10 = 100$$

4. 6 mühendis ve 3 doktorun bulunduğu bir ekipten üç kişi seçilecektir.

Seçilen bu kişiler içinde en az bir doktor bulunacaktır.

Buna göre, bu üç kişilik ekip kaç farklı şekilde oluşturulabilir?

- A) 25 B) 36 C) 49 ☒ D) 64 E) 80

$$\binom{9}{3} - \binom{6}{3} = 84 - 24 = 60$$

5. $\binom{7}{1} + \binom{7}{2} + \binom{7}{3} + \dots + \binom{7}{7}$

toplamının sonucu kaçtır?

- A) 64 B) 80 C) 96 ☒ D) 127 E) 255

$$2^7 - \binom{7}{0} = 127$$

6. Aynı düzlemde bulunan ve herhangi üçü doğrusal olmayan 10 nokta en fazla kaç doğru belirtir?

- ☒ A) 45 B) 42 C) 40 D) 36 E) 32

$$\binom{10}{2} = 45$$

Test - 2

7. $a \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere,

$$\binom{19}{a+1} = \binom{19}{2a-6}$$

olduğuna göre, a 'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 9 B) 12 ☒ C) 15 D) 18 E) 21

$$a+1=2a-6 \quad \checkmark \quad a+1+2a-6=19$$

$$a=7$$

$$3a=24$$

$$a=8$$

$$7+8=15$$

8. Bir öğretmen elinde bulunan birbirinden farklı 3 hediye, 6 kişinin bulunduğu bir sınıftan 3 kişi seçerek her birine birer tane verecektir.

Buna göre, öğretmen bu paylaşımı kaç farklı şekilde yapabilir?

- A) 60 B) 90 ☒ C) 120 D) 150 E) 180

$$\binom{6}{3} \cdot 3! = 120$$

9.

6	
5	
4	
3	
2	
1	

Melis, 1'den 6'ya kadar numaralandırdığı bölmelerden 3 tanesini aynı renge boyayacaktır.

- En alttaki bölme boyanacaksa en üstteki bölmede boyanacaktır.
- 2 numaralı bölme boyanacaksa 3 numaralı bölme de boyanacaktır.

Buna göre, Melis boyayacağı bu 3 bölmeyi kaç farklı şekilde seçebilir?

- A) 7 B) 8 C) 9 ☒ D) 10 E) 11

$$1 \text{ ve } 6 \text{ var, } 2 \text{ yok} \quad \binom{3}{1} = 3$$

$$2 \text{ ve } 3 \text{ var, } 1 \text{ yok} \quad \binom{3}{1} = 3$$

$$1 \text{ ve } 2 \text{ yok} \quad \binom{4}{3} = 4 \quad 3+3+4=10$$

10. 5'i gözlüklü olan 9 kişi arasından, 3'ü gözlüklü olan 6 kişi ayrılacaktır.

Buna göre, kalacak kişiler kaç farklı şekilde belirlenebilir?

- A) 24 B) 32 ☒ C) 40 D) 48 E) 60

$$\binom{5}{3} \cdot \binom{4}{3} = 10 \cdot 4 = 40$$

11.



Yukarıda gösterilen şifreli bir kilidin şifresi 4 haneden oluşmaktadır.

En az 3 hanesindeki rakamları aynı olan şifrelere "Zayıf Şifre" diyelim.

Örneğin; 1211,
0030,
4444 şifreleri birer zayıf şifredir.

Buna göre, kilidin şifresi olarak belirlenebilecek kaç farklı zayıf şifre vardır?

- A) 330 B) 340 C) 350 D) 360 ☒ E) 370

$$\binom{10}{2} \cdot \binom{2}{1} \cdot \frac{4!}{3!} + \binom{10}{1} = 45 \cdot 2 \cdot 4 + 10 = 370$$

12. $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

kümesi ve $A \subseteq B$ olmak üzere,

$$A \cap \{1, 3, 4, 5\} = \{1, 4\}$$

eşitliği veriliyor.

A kümesinin eleman sayısı 4 olduğuna göre, kaç farklı A kümesi yazılabilir?

- A) 3 B) 5 ☒ C) 6 D) 8 E) 9

$$A \text{ da } 1, 4 \text{ var, } 3 \text{ ve } 5 \text{ yok} \quad \binom{4}{2} = 6$$

1. C	2. C	3. D	4. D	5. D	6. A
7. C	8. C	9. D	10. C	11. E	12. C

1. $\frac{P(n+1, 3)}{C(n, 2)} = 12$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

$$\frac{(n+1) \cdot n \cdot (n-1)}{\frac{n \cdot (n-1)}{2}} = 12$$

$$n+1=6$$

$$n=5$$

2. $\binom{2n}{n+2} = \binom{2n}{6-n}$

eşitliğine göre, n'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$$n+2=6-n \quad \checkmark \quad n+2+6-n=2n$$

$$2n=4$$

$$n=2$$

$$2n=8$$

$$n=4$$

$$2+4=6$$

3. **Doğru:** Her iki yönden sonsuza kadar giden aynı doğrultudaki noktalar kümesidir. Doğru isimlendirilirken ya küçük bir harfle tek nokta alınır ya da doğru üzerinden iki nokta alınır.

Örneğin;



AB doğrusu
BA doğrusu
ℓ doğrusu

Yukarıda doğru ile ilgili bazı bilgiler verilmiştir.

Verilen bilgilere göre aşağıdaki doğru,



kaç farklı şekilde isimlendirilir?

- A) 7 B) 11 C) 13 D) 15 E) 16

$$\binom{4}{2} \cdot 2 + 1 = 13$$

d doğrusu

4. $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

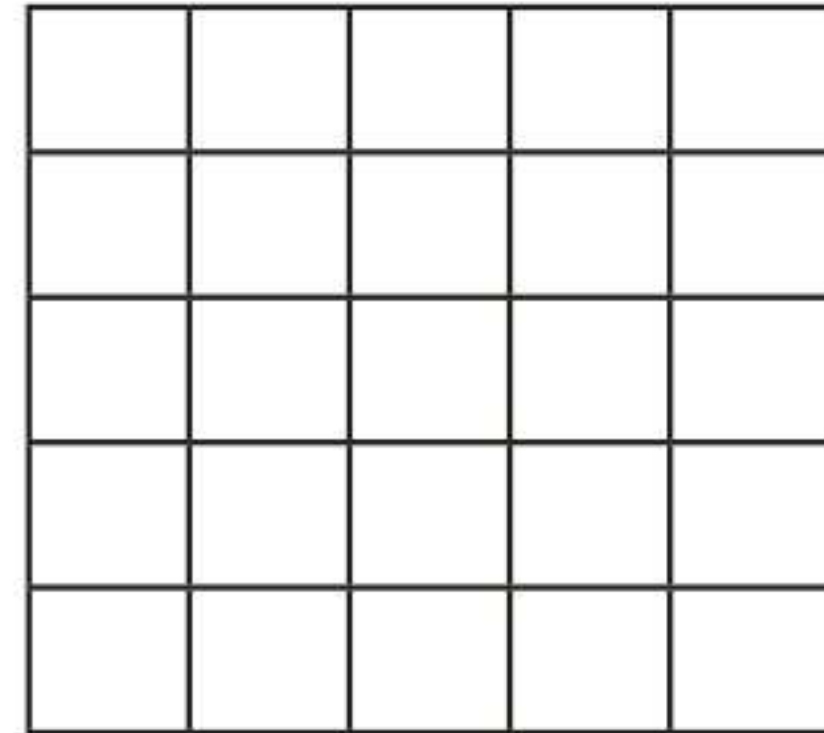
kümesinin 3 elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde kümenin elemanlar çarpımı sıfır olur?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

0 var

$$\binom{4}{2} = 6$$

5. Aşağıda verilen şekil 25 tane birim kareden oluşmaktadır.



Buna göre, verilen şekilde toplam kaç tane kare bulunmaktadır?

- A) 42 B) 48 C) 50 D) 55 E) 62

$$5 \cdot 5 + 4 \cdot 4 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1$$

$$25 + 16 + 9 + 4 + 1 = 55$$

Test - 3

6. İçlerinde Fatih ve Emine'nin de bulunduğu 6 kişilik bir gruptan üç kişilik bir ekip seçilecektir.

Fatih : "Emine ekibe seçilecekse ben de seçilmek istiyorum."

Emine : "Fatih ekibe seçilmeyecekse ben de seçilmek istemiyorum."

demiştir.

Buna göre, Fatih ve Emine'nin isteklerine bağlı kalınarak kaç farklı ekip seçilebilir?

- A) 4 B) 6 ☒ 8 D) 10 E) 12

ikisi var $\binom{4}{1} = 4$

ikisi yok $\binom{4}{3} = 4$

$4 + 4 = 8$

7. $a \in A$ ve $b \in A$ olmak üzere, A kümesinin içinde a'nın eleman olarak bulunduğu ve b'nin eleman olarak bulunmadığı 3 elemanlı alt kümelerinin sayısı 6'dır.

Buna göre, A kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 4 B) 5 ☒ 6 D) 7 E) 8

$\underline{a} \quad \underline{b} \quad \binom{n-2}{2} = 6$

$n-2=4$

$n=6$

8. $A = \{1, 2, 3, 4\}$

$B = \{3, 4, 5\}$

kümeleri veriliyor.

A kümesinden iki ve B kümesinden bir eleman alınarak rakamları farklı 3 basamaklı sayılar yazılıyor.

Buna göre, kaç farklı sayı yazılabilir?

- A) 36 B) 48 ☒ 60 D) 72 E) 90

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$\underline{5} \cdot \underline{4} \cdot \underline{3} = 60$

- 9.



Yukarıda üst kısımda 2 kişinin gözlüklü olduğu 8 kişilik A ailesi, alt kısımda ise 1 kişinin gözlüklü olduğu 6 kişilik B ailesi gösterilmiştir.

A ve B ailelerinden karşılıklı olarak ikişer kişi yer değiştirmiş ve bu değişiklik sonunda B ailesinde hala 1 kişinin gözlüklü olduğu saptanmıştır.

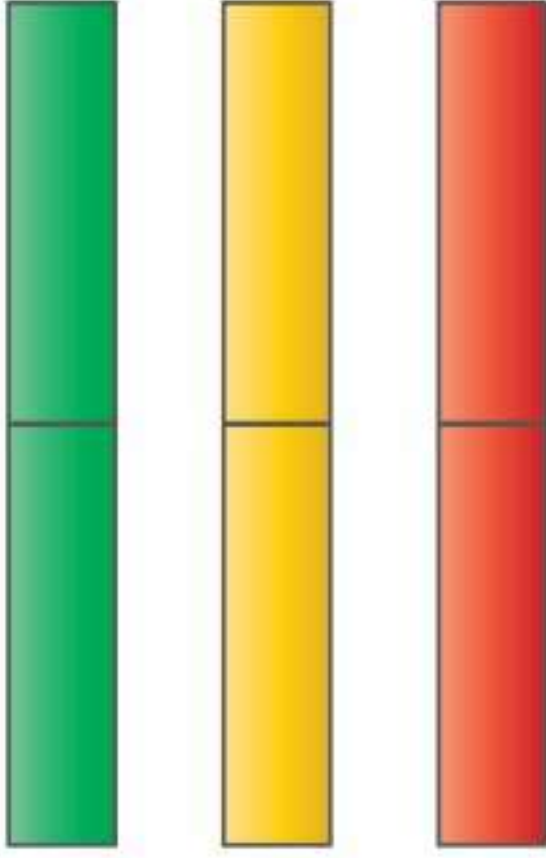
Buna göre, yer değiştirme işlemi kaç farklı şekilde yapılabilir?

- A) 144 B) 160 C) 178 D) 195 ☒ 210

$\binom{2}{1} \cdot \binom{6}{1} \cdot \binom{1}{1} \cdot \binom{5}{1} + \binom{6}{2} \cdot \binom{5}{2} = 60 + 150$

$= 210$

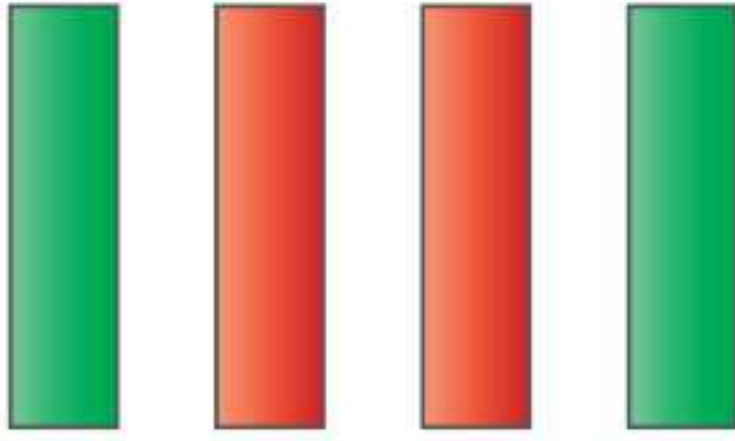
10.



Şekilde üç farklı renkteki çubuklar gösterilmiştir. Bu çubuklardan 2 tanesi seçilerek tam ortalarından ikiye parçaya ayrılıyor.

Oluşan parçalar yan yana konularak diziliyor.

Örneğin; Seçilen çubuklar yeşil ve kırmızı olursa meydana gelebilecek dizilişlerden biri aşağıdaki gibidir.



Buna göre, bu diziliş kaç farklı şekilde yapılabilir?

(Bir çubuğun ortadan bölünme işleminde oluşan parçalar özdeşdir.)

- A) 12 B) 14 C) 16 ☒ D) 18 E) 20

$$\binom{3}{2} \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 3 \cdot 6 = 18$$

11. 8 özdeş oyuncak 3 kardeşe, her kardeşe en az bir oyuncak verilmesi koşuluyla kaç farklı şekilde paylaştırılabilir?

- A) 42 B) 35 C) 27 D) 24 ☒ E) 21

Her çocuğa birer tane verelim.

$$n=5$$

$$r=3$$

$$\binom{5+3-1}{3-1} = \binom{7}{2} = 21$$

12.



Yukarıda her birinden istenilen sayıda bulunan dört farklı renkte mumlar gösterilmiştir.

- Mumların her birinin fiyatı 20 liradır.
- Aynı renkten iki mum alınırsa ikincisine %50 indirim yapılmaktadır.
- Aynı renkten üç mum alınırsa ikincisine %50 üçüncüsüne %75 indirim yapılmaktadır.

Örneğin; 2 kırmızı ve 1 yeşil mum alan biri toplam 50 lira ödeyecektir. 3 kırmızı mum alan biri ise 35 lira ödeyecektir.

Bir miktar mum alındığında 70 lira ödendiğine göre, bu mumlar kaç farklı şekilde alınabilir?

- A) 12 B) 14 C) 16 ☒ D) 18 E) 20

$$20 \quad 20 \quad \boxed{20 \quad 10} + 35 \quad 35$$

$$\binom{4}{3} \cdot \binom{3}{1} \quad \binom{4}{2}$$

$$12 + 6 = 18$$

13. $\binom{n}{r} + \binom{n}{r+1} = \binom{n+1}{r+1}$ dir.

Buna göre,

$$\binom{12}{5} + \binom{12}{6} + \binom{13}{7}$$

toplamının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\binom{15}{6}$ B) $\binom{16}{8}$ ☒ C) $\binom{14}{7}$ D) $\binom{12}{5}$ E) $\binom{11}{6}$

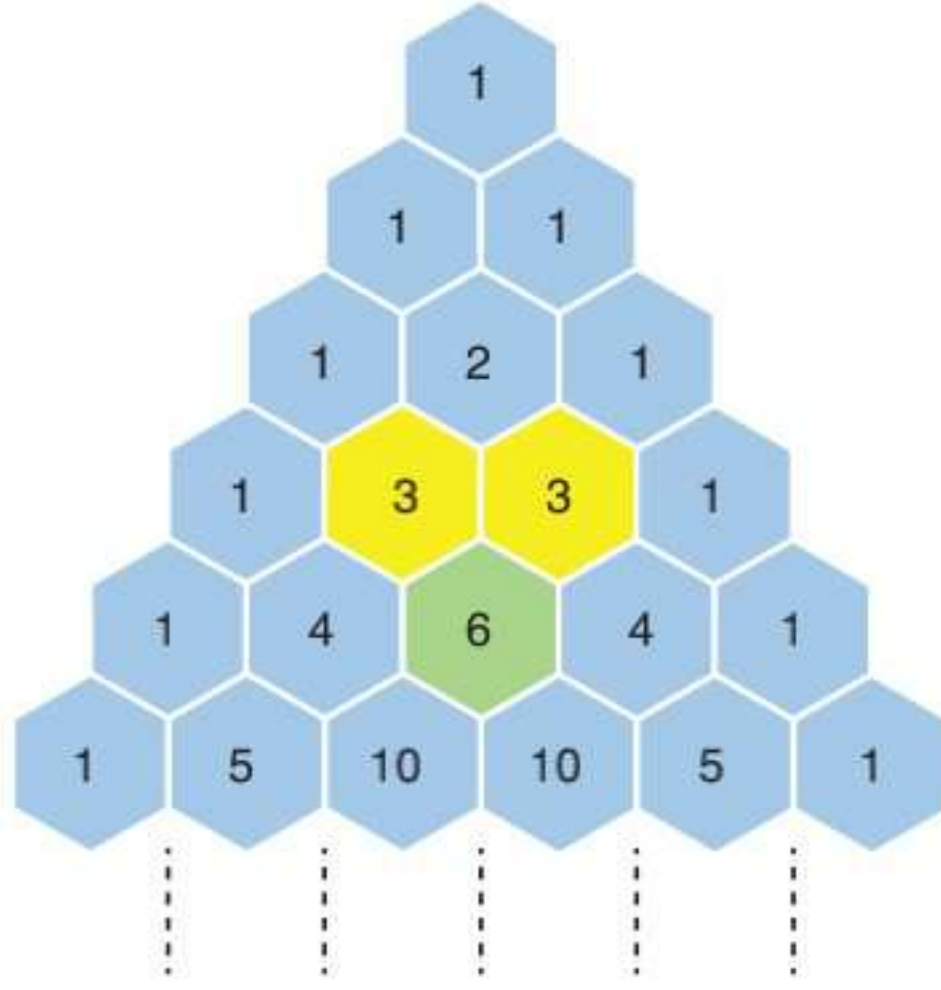
$$\binom{12}{5} + \binom{12}{6} = \binom{13}{6}$$

$$\binom{13}{6} + \binom{13}{7} = \binom{14}{7}$$

1. B	2. D	3. C	4. B	5. D	6. C	7. C
8. C	9. E	10. D	11. E	12. D	13. C	



YANINDA BULUNSUN



Pascal üçgeni, en üstte 1 sayısı ile başlar ve diğer satırların da tamamı 1 ile başlayıp 1 ile biter.

Her satırda bulunan eleman sayısı bir üstteki satırın eleman sayısından 1 fazladır.

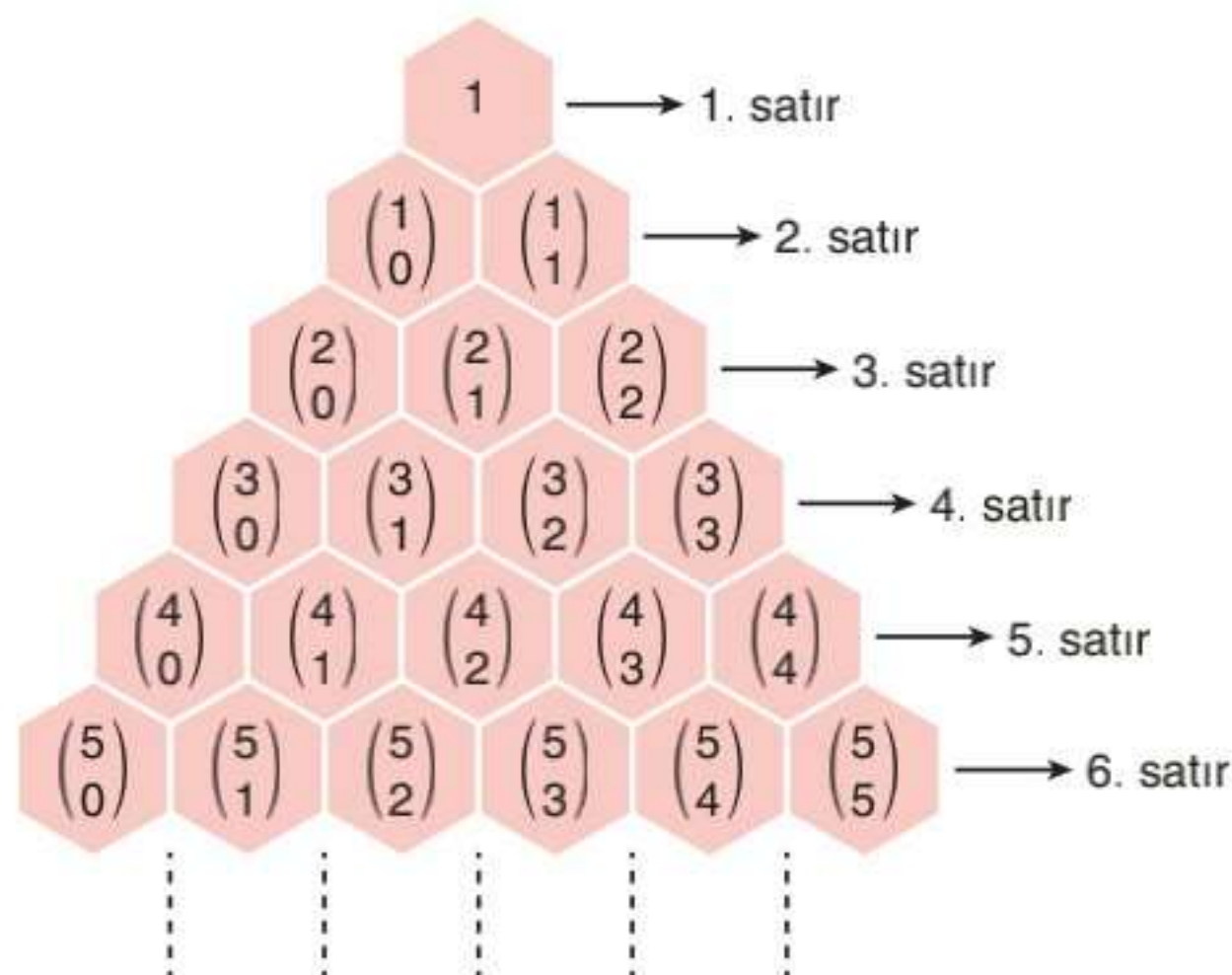
Her satırda satırın başında ve sonunda bulunan 1 sayıları hariç, geri kalan sayılar bir üst satırda kendisine komşu olan iki sayının toplamına eşittir.

Örneğin; yeşil renkle gösterilen 6 sayısı üst satırda kendisine komşu olan iki tane sarı renkli 3 sayısının toplamına eşittir.



YANINDA BULUNSUN

Pascal üçgeninde bulunan sayıları kombinasyon ile ilişkili bir biçimde yazarsak, aşağıdaki görüntü oluşur.



Örneğin;

Pascal üçgenindeki 5. satırda bulunan sayıların toplamı

$$= \binom{4}{0} + \binom{4}{1} + \binom{4}{2} + \binom{4}{3} + \binom{4}{4} = 2^4 = 16 \text{ olur.}$$

Genelleyecek olursak;

$$n. \text{ satırdaki tüm sayıların toplamı} = 2^{n-1} \text{ olur.}$$

Ayrıca yan yana duran 2 sayının toplamı bir altta her iki sayıya da komşu olan sayı olduğundan,

Örneğin;

$$\binom{4}{1} + \binom{4}{2} = \binom{5}{2}$$

$$\binom{3}{2} + \binom{3}{3} = \binom{4}{3} \text{ dir.}$$

Genelleyecek olursak,

$$\binom{n}{r} + \binom{n}{r+1} = \binom{n+1}{r+1} \text{ bulunur.}$$



ÖRNEK 1.

Pascal üçgeninin 6 elemanlı satırındaki sayıların toplamı kaçtır?



ÇÖZÜM

$$2^{6-1} = 2^5 = 32$$



ÖRNEK 2.

$$\binom{11}{3} + \binom{11}{4}$$

toplamının sonucu kaçtır?



ÇÖZÜM

$$\binom{11}{3} + \binom{11}{4} = \binom{12}{4}$$



ÖRNEK 3.

Pascal üçgeninin yedinci satırında bulunan en büyük sayı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\binom{6}{3} = 20$$



YANINDA BULUNSUN

BİNOM AÇILIMI

$x + y \neq 0$ ve $n \in \mathbb{N}$ olmak üzere,

$(x + y)^n$ ifadesinin,

$$(x + y)^n = \underbrace{\binom{n}{0} x^n \cdot y^0}_{1. \text{ terim}} + \underbrace{\binom{n}{1} x^{n-1} \cdot y^1}_{2. \text{ terim}} + \underbrace{\binom{n}{2} x^{n-2} \cdot y^2}_{3. \text{ terim}} + \dots + \underbrace{\binom{n}{n} x^0 \cdot y^n}_{(n+1). \text{ terim}}$$

şeklinde olan açılımına "Binom Açılımı" denir.

Yukarıda verilen açılım x 'in azalan kuvvetlerine göre yapılmıştır.

? ÖRNEK 4.

$$(x + y)^3$$

ifadesinin özdeşini binom açılımı yardımıyla bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$\binom{3}{0} x^3 y^0 + \binom{3}{1} x^2 y^1 + \binom{3}{2} x^1 y^2 + \binom{3}{3} x^0 y^3$$

$$x^3 + 3x^2 y + 3x y^2 + y^3$$

? ÖRNEK 5.

$$(2x - y)^4$$

ifadesinin özdeşini binom açılımı yardımıyla bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$\binom{4}{0} (2x)^4 \cdot y^0 + \binom{4}{1} (2x)^3 \cdot (-y)^1 + \binom{4}{2} (2x)^2 \cdot (-y)^2 + \binom{4}{3} (2x)^1 \cdot (-y)^3 + \binom{4}{4} (2x)^0 \cdot (-y)^4$$

$$16x^4 - 32x^3 y + 24x^2 y^2 - 8xy^3 + y^4$$



YANINDA BULUNSUN

$(x + y)^n$ ifadesinin açılımında,

- $(n + 1)$ tane terim vardır.
- Sabit terimi bulmak için değişkenler yerine 0 sayısı yazılır.
- Katsayılar toplamını bulmak için değişkenler yerine 1 sayısı yazılır.
- Her bir terimdeki x ve y değişkenlerinin üsleri toplamı n 'dir.



ÖRNEK 6.

$$(2x + 1)^5$$

ifadesinin açılımının,

- Kaç terimli olduğunu bulunuz.
- Sabit terimi kaçtır?
- Katsayılar toplamı kaçtır?



ÇÖZÜM

$$a) 5 + 1 = 6$$

$$b) x=0 \text{ için } 1^5 = 1$$

$$c) x=1 \text{ için } 3^5 = 243$$



ÖRNEK 7.

$$(5x - 3)^6$$

ifadesinin açılımının,

- Kaç terimli olduğunu bulunuz.
- Sabit terimi kaçtır?
- Katsayılar toplamı kaçtır?



ÇÖZÜM

$$a) 6 + 1 = 7$$

$$b) x=0 \text{ için } (-3)^6 = 3^6$$

$$c) x=1 \text{ için } 2^6$$

ÖRNEK 8.

a bir reel sayı olmak üzere,

$$(2ax + y)^9$$

ifadesinin açılımında elde edilen katsayılar toplamı 3^{27} dir.

Buna göre, a kaçtır?

ÇÖZÜM

$$x=1 \text{ için } (2a+1)^9 = (3^3)^9$$

$$2a+1=27$$

$$a=13$$

ÖRNEK 9.

$n \in \mathbb{N}$ olmak üzere,

$$(2x - 3y)^n$$

ifadesinin açılımında 9 terim vardır.

Buna göre, n kaçtır?

ÇÖZÜM

$$n+1=9$$

$$n=8$$

**YANINDA BULUNSUN**

$(x + y)^n$ ifadesi x'in azalan kuvvetlerine göre açıldığında baştan,

$(r + 1)$. terim; $\binom{n}{r} x^{n-r} \cdot y^r$ olur.

ÖRNEK 10.

$$\left(x^2 - \frac{1}{y}\right)^7$$

ifadesinin açılımındaki terimlerinden biri $k \cdot x^8 \cdot y^{-3}$ olduğuna göre, k kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\binom{7}{3} (x^2)^4 \cdot (-y^{-1})^3$$

$$-35 \cdot x^8 \cdot y^{-3} \Rightarrow k = -35$$

ÖRNEK 11.

$$\left(2x^3 - \frac{1}{x}\right)^5$$

ifadesinin açılımında x^7 li terimin katsayısı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\binom{5}{r} \cdot (2x^3)^{5-r} \cdot (-x^{-1})^r$$

$$15 - 4r = 7 \Rightarrow r = 2$$

$$\binom{5}{2} \cdot (2x^3)^3 \cdot (-x^{-1})^2 = \underline{80} \cdot x^7$$

ÖRNEK 12.

$$(2x^4 + 1)^m$$

açılımında katsayılar toplamı 243'tür.

Buna göre, bu ifadenin açılımında x^{12} li terimin katsayısı kaçtır?

$$x=1 \text{ için } 3^m = 243$$

$$m=5$$

ÇÖZÜM

$$\binom{5}{r} (2x^4)^{5-r}$$

$$20 - 4r = 12$$

$$r=2$$

$$\binom{5}{2} \cdot (2x^4)^3 = \underline{80} \cdot x^{12}$$

? ÖRNEK 13.

$$(2a + 3b)^5$$

ifadesinin a'nın azalan kuvvetlerine göre açılımında, baştan üçüncü terim $k \cdot a^x \cdot b^y$ olduğuna göre, $k + x + y$ toplamının sonucu kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\binom{5}{2} \cdot (2a)^3 \cdot (3b)^2 = 720 \cdot a^3 \cdot b^2$$

$$k + x + y = 720 + 3 + 2 = 725$$

? ÖRNEK 14.

$$(x - 2)^7 = \dots + k \cdot x^4 + \dots$$

eşitliğinde k kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\binom{7}{3} (x)^4 \cdot (-2)^3 = 35 \cdot -8 \cdot x^4 = -280 \cdot x^4$$

? ÖRNEK 15.

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^6$$

ifadesinin açılımında ortanca terim nedir?

✓ ÇÖZÜM

$$\binom{6}{3} \cdot (x)^3 \cdot (-x^{-1})^3 = -\binom{6}{3} = -20$$

? ÖRNEK 16.

$$\left(x^2 - \frac{1}{x^3}\right)^5$$

açılımında sabit terim kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\binom{5}{r} \cdot (x^2)^{5-r} \cdot (-x^{-3})^r$$

$$10 - 2r - 3r = 0 \Rightarrow r = 2$$

$$\binom{5}{2} \cdot \underbrace{x^6 \cdot x^{-6}}_1 = 10$$

? ÖRNEK 17.

$$\left(\frac{1}{x} + 3x^2\right)^7$$

ifadesinin açılımında x^{-1} li teriminin katsayısı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\binom{7}{r} \cdot (x^{-1})^{7-r} \cdot (3x^2)^r$$

$$-7 + r + 2r = -1 \Rightarrow 3r = 6 \Rightarrow r = 2$$

$$\binom{7}{2} \cdot x^{-5} \cdot 3^2 x^4 = 189 \cdot x^{-1}$$

? ÖRNEK 18.

$$\left(\frac{4}{x} + \frac{x^2}{2}\right)^6$$

ifadesinin açılımında x^6 lı terimin katsayısı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\binom{6}{r} \cdot (4x^{-1})^{6-r} \cdot \left(\frac{x^2}{2}\right)^r$$

$$-6 + r + 2r = 6 \Rightarrow 3r = 12 \Rightarrow r = 4$$

$$\binom{6}{4} \cdot 16 \cdot x^{-2} \cdot \frac{x^8}{16} = 15 \cdot x^6$$

? ÖRNEK 19.

$$\left(\frac{9}{x} + \frac{x}{3}\right)^6$$

ifadesinin açılımında ortadaki terim nedir?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} & \binom{6}{3} \cdot (9x^{-1})^3 \cdot \left(\frac{x}{3}\right)^3 \\ & 20 \cdot 9^3 \cdot x^{-3} \cdot \frac{x^3}{3^3} = 20 \cdot 3^3 \\ & = 540 \end{aligned}$$

? ÖRNEK 20.

$$\left(x^3 - \frac{1}{x}\right)^{10}$$

ifadesinin açılımında baştan kaçınıcı terimin derecesi 6'dır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} & \binom{10}{r} \cdot (x^3)^{10-r} \cdot (-x^{-1})^r \\ & 30 - 3r - r = 6 \Rightarrow 4r = 24 \\ & r = 6 \end{aligned}$$

$r=6$ ise baştan 7. terimin derecesi 6'dır.

? ÖRNEK 21.

$$(3x - 1)^3 \cdot (x^3 - 5)$$

ifadesinin x^5 li teriminin katsayısı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} & \binom{3}{1} (3x)^2 \cdot (-1)^1 \\ & 3 \cdot 3^2 \cdot x^2 \cdot -1 = -\underline{27} \cdot x^2 \end{aligned}$$

? ÖRNEK 22.

$$(x + 1)^5 - (2x - 3)^3$$

ifadesinin açılımında x^2 li terimin katsayısı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} & \binom{5}{3} x^2 \cdot 1^3 - \binom{3}{1} (2x)^2 \cdot (-3)^1 \\ & 10 \cdot x^2 + 36 \cdot x^2 \\ & 46 \cdot x^2 \end{aligned}$$

? ÖRNEK 23.

$x = 2 + \sqrt{3}$ olmak üzere,

$$x^3 - 6x^2 + 12x - 8$$

ifadesinin değeri kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} & x - 2 = \sqrt{3} \\ & (x - 2)^3 = (\sqrt{3})^3 \\ & = 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

? ÖRNEK 24.

$$(x^2 - y^3)^n$$

açılımında terimlerden biri $k \cdot x^6 \cdot y^6$ dir.

Buna göre, k kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} & \binom{n}{r} \cdot (x^2)^{n-r} \cdot (-y^3)^r \\ & 2n - 2r = 6 \quad 3r = 6 \\ & n - r = 3 \quad r = 2 \Rightarrow n = 5 \\ & \binom{5}{2} \cdot (x^2)^3 \cdot (-y^3)^2 = \underline{10} \cdot x^6 \cdot y^6 \end{aligned}$$

ÖRNEK 25.

$$(x^2 - 2x + 1)^5$$

ifadesinin açılımında ortanca terimin katsayısı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$(x-1)^{10}$$

$$\binom{10}{5} \cdot (x)^5 \cdot (-1)^5 = -\binom{10}{5} \cdot x^5$$

ÖRNEK 26.

$$(xy^2 + x^2y)^5$$

ifadesinin açılımında terimlerden biri $k \cdot x^7 \cdot y^8$ dir.

Buna göre, k kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\binom{5}{r} \cdot (xy^2)^{5-r} \cdot (x^2y)^r$$

$$5-r+2r=7 \Rightarrow r=2$$

$$\binom{5}{2} \cdot (xy^2)^3 \cdot (x^2y)^2 = 10 \cdot x^7 \cdot y^8$$

ÖRNEK 27.

$$\left(\frac{2}{x} + \frac{y}{3}\right)^n$$

ifadesinin açılımında 5 tane terim vardır.

Buna göre, bu açılımda ortanca terim nedir?

ÇÖZÜM

$$n+1=5 \Rightarrow n=4$$

$$\binom{4}{2} (2x^{-1})^2 \cdot \left(\frac{y}{3}\right)^2 = 24x^{-2} \cdot \frac{y^2}{9}$$

$$= \frac{8y^2}{3x^2}$$

ÖRNEK 28.

$$1 + 7 \cdot \binom{5}{1} + 7^2 \cdot \binom{5}{2} + 7^3 \cdot \binom{5}{3} + 7^4 \cdot \binom{5}{4} + 7^5 \cdot \binom{5}{5}$$

toplamının sonucu kaçtır?

ÇÖZÜM

$$(1+7)^5 = 8^5$$

$$= 2^{15}$$

ÖRNEK 29.

$$(x^4 + y^3)^n$$

ifadesinin açılımında terimlerden biri $A \cdot (x \cdot y)^{12}$ dir.

Buna göre, A kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\binom{n}{r} (x^4)^{n-r} \cdot (y^3)^r$$

$$3r=12 \quad 4(n-r)=12$$

$$r=4 \quad n-r=3$$

$$n=7$$

$$\binom{7}{4} (x \cdot y)^{12} = 35 \cdot (x \cdot y)^{12}$$

$$A=35$$

ÖRNEK 30.

$$(x^2 + x)^5$$

ifadesinin açılımında tek dereceli terimlerin katsayıları toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\binom{5}{r} \cdot (x^2)^{5-r} \cdot (x)^r$$

$$10-2r+r=10-r=1 \Rightarrow r=9$$

$$\binom{5}{1} + \binom{5}{3} + \binom{5}{5} = 16$$

Binom - Test

- 1.
- n
- bir doğal sayı olmak üzere,

$$(2x + 3)^n$$

ifadesinin açılımında,

+ I. $(n + 1)$ terim vardır. ✓+ II. $n = 2$ için katsayılar toplamı 25'tir. $x=1$ için 5^2 III. $n = 3$ için sabit terim 8'dir. $x=0$ için $3^3=27$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) II ve III
 D) I ve II E) I, II ve III

- 2.
- $(a + b)^8$

ifadesi a 'nın azalan kuvvetlerine göre açıldığında baştan 4. terim aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $28a^4b^4$ B) $56a^5b^3$ C) $56a^2b^6$
 D) $70a^6b^2$ E) $70a^4b^4$

$$\binom{8}{3} \cdot a^5 \cdot b^3 = 56 \cdot a^5 \cdot b^3$$

- 3.
- $\left(x + \frac{2}{x}\right)^6$

ifadesinin açılımında baştan 3. terim aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $240x^2$ B) $60x^4$ C) $60x^2$ ✓
 D) $\frac{240}{x^2}$ E) $\frac{60}{x^2}$

$$\binom{6}{2} \cdot (x)^4 \cdot (2x^{-1})^2 = 60 \cdot x^2$$

- 4.
- $(2x + y)^n$

ifadesinin açılımında 7 tane terim olduğuna göre, bu terimlerin katsayılarının toplamı kaçtır?

- A) 27 B) 81 C) 243 D) 729 ✓ E) 2187

$$n+1=7$$

$$n=6$$

$$x=1 \text{ için } 3^6 = 729$$

- 5.
- $(x + y)^7$

ifadesinin açılımında bir terim $A \cdot x^4 \cdot y^3$ olduğuna göre, A kaçtır?

- A) 15 B) 21 C) 35 ✓ D) 42 E) 56

$$\binom{7}{3} \cdot x^4 \cdot y^3 = 35 \cdot x^4 \cdot y^3$$

6. Pascal üçgeninde 10 elemanlı satırdaki tüm sayıların toplamı kaçtır?

- A) 64 B) 128 C) 256 D) 512 ✓ E) 1024

$$2^{10-1} = 2^9 = 512$$

7. $\left(x^4 - \frac{1}{x}\right)^{20}$

ifadesinin açılımında sabit terim kaçtır?

- ☒ A) $\binom{20}{4}$ B) $\binom{18}{3}$ C) $\binom{16}{5}$
D) $\binom{15}{4}$ E) $\binom{12}{3}$

$$\binom{20}{r} \cdot (x^4)^{20-r} \cdot (-x^{-1})^r$$

$$80 - 5r = 0$$

$$r = 16$$

$$\binom{20}{16} \cdot \underbrace{x^{16} \cdot x^{-16}}_1 = \binom{20}{16} = \binom{20}{4}$$

8. $\left(\frac{1}{x} - x\right)^n$

ifadesinin açılımında 10 terim vardır.

Buna göre, x'li terimin katsayısı kaçtır?

- ☒ A) $-\binom{9}{4}$ B) $-\binom{8}{5}$ C) $-\binom{7}{3}$
D) $\binom{6}{3}$ E) $\binom{7}{4}$

$$n+1 = 10 \Rightarrow n=9$$

$$\binom{9}{r} (x^{-1})^{9-r} \cdot (-x)^r$$

$$-9+2r=1 \Rightarrow r=5$$

$$\binom{9}{5} \cdot x^{-4} \cdot -x^5 = -\binom{9}{4} \cdot x$$

9. $\left(a + \frac{1}{\sqrt{a}}\right)^8$

açılımında ortanca terim aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $35a^2$ B) $56a^2$ ☒ C) $70a^2$
D) $84a^4$ E) $96a^4$

$$\binom{8}{4} a^4 \cdot (a^{-\frac{1}{2}})^4$$

$$70 \cdot a^4 \cdot a^{-2} = 70 \cdot a^2$$

10. $\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right)^6$

ifadesinin açılımında terimlerinden biri $k \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^2$ olduğuna göre, k kaçtır?

- A) 9 B) 11 C) 13 ☒ D) 15 E) 18

$$\binom{6}{r} \left(\frac{x}{y}\right)^{6-r} \cdot \left(-\frac{y}{x}\right)^r$$

$$6-r-r=2 \Rightarrow r=2$$

$$\binom{6}{2} \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^4 \cdot \left(\frac{y}{x}\right)^2 = 15 \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^2$$

11. $\left(a^2 - \frac{1}{2a}\right)^9$

açılımında sabit terim kaçtır?

- ☒ A) $\frac{21}{16}$ B) $\frac{45}{16}$ C) $\frac{-21}{16}$
D) 84 E) -84

$$\binom{9}{r} \cdot (a^2)^{9-r} \cdot \left(-\frac{1}{2a}\right)^r$$

$$18-3r=0 \Rightarrow r=6$$

$$\binom{9}{6} \cdot a^6 \cdot \frac{1}{64} \cdot a^{-6} = \frac{84}{64} = \frac{21}{16}$$

12. $(x + a \cdot y^2)^n$

açılımında x^3y^8 lü terimin katsayısı 560 olduğuna göre, a kaç olabilir?

- A) 1 ☒ B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$\binom{n}{r} (x)^{n-r} \cdot (ay^2)^r$$

$$2r=8 \quad n-4=3$$

$$r=4 \quad n=7$$

$$\binom{7}{4} \cdot a^4 = 560 \Rightarrow a^4 = 16$$

$$a = 2$$

Binom - Test

13. $\left(x^3 - \frac{1}{x}\right)^8$

açılımında x^{12} li terimin katsayısı kaçtır?

- A) -21 B) -35 C) -42
- ☒
- D) -56 E) -84

$$\binom{8}{r} \cdot (x^3)^{8-r} \cdot (-x^{-1})^r$$

$$24 - 4r = 12 \Rightarrow r = 3$$

$$\binom{8}{3} \cdot x^{15} \cdot -x^{-3} = -56 \cdot x^{12}$$

14. $(x-2)^5 \cdot (x+2)^5$

ifadesinin açılımında x^6 li terimin katsayısı kaçtır?

- A) 120 B) 140
- ☒
- C) 160 D) 180 E) 200

$$(x^2 - 4)^5$$

$$\binom{5}{r} (x^2)^{5-r} \cdot (-4)^r$$

$$10 - 2r = 6 \Rightarrow r = 2$$

$$\binom{5}{2} \cdot x^6 \cdot 4^2 = 160 \cdot x^6$$

15. $(x^2 + 4x + 4)^n$

ifadesinin açılımında terim sayısı 21'dir.

Buna göre, n kaçtır?

- A) 6
- ☒
- B) 10 C) 12 D) 16 E) 20

$$(x+2)^{2n}$$

$$2n+1=21$$

$$2n=20$$

$$n=10$$

16. $\left(2x - \frac{3}{y}\right)^{10}$

ifadesinin açılımında kaç terimin katsayısı pozitif olur?

- A) 4 B) 5
- ☒
- C) 6 D) 7 E) 8

$$\binom{10}{r} \cdot (2x)^{10-r} \cdot (-3 \cdot y^{-1})^r$$

$$r = 0, 2, 4, 6, 8, 10$$

6 tane

17. $(x+1)^5 + (x-2)^4$

toplamında x^2 li terimin katsayısı kaçtır?

- A) 30 B) 32
- ☒
- C) 34 D) 36 E) 38

$$\binom{5}{3} x^2 + \binom{4}{2} \cdot x^2 \cdot (-2)^2$$

$$10 \cdot x^2 + 24 \cdot x^2$$

$$34 \cdot x^2$$

18. $(x^3 - 2x)^n$

ifadesinde ortanca terim $A \cdot \binom{10}{5} \cdot x^{20}$ dir.

Buna göre, A kaçtır?

- ☒
- A) -32 B) -36 C) -40 D) -45 E) -48

$$n=10 \quad \binom{10}{5} \cdot (x^3)^5 \cdot (-2x)^5$$

$$-32 \cdot \binom{10}{5} \cdot x^{15}$$

$$A = -32$$

1. D	2. B	3. C	4. D	5. C	6. D
7. A	8. A	9. C	10. D	11. A	12. B
13. D	14. C	15. B	16. C	17. C	18. A

YANINDA BULUNSUN

BASİT OLAYLARIN OLASILIĞI

Tekrarlanabilen ve farklı tekrarında farklı sonuçlar elde edilebilen işleme "**Deney**" denir.

Bir deneyde elde edilen sonuçların her birine o deneye ait "**Çıktı**" denir.

Bir deneyin bütün çıktılarının kümesine o deneyin "**Örnek Uzayı**" denir ve genellikle E harfi ile gösterilir.

Örnek uzayın her bir çıktısına "**Olay**" denir.

Mesela havaya bir zarın atılması bir deney, zarın üst yüzüne gelebilecek sayılar; 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 bu deneye ait birer çıktı (olay) ve $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kümesi bu deneye ait tüm farklı çıktılar kümesi olduğundan örnek uzayıdır.

ÖRNEK 1.

Bir madeni paranın arka arkaya 2 kez atılması deneyinde örnek uzayı bulunuz.

ÇÖZÜM

$$E = \{(Y, Y), (Y, T), (T, Y), (T, T)\}$$

ÖRNEK 2.

$$A = \{a, b\}$$

$$B = \{1, 2, 3\}$$

kümeleri veriliyor.

Bir öğrenci A kümesinden bir harf ve B kümesinden bir rakam seçecektir.

Buna göre, örnek uzay kaç elemanlı olur?

ÇÖZÜM

$$\binom{2}{1} \cdot \binom{3}{1} = 6$$

ÖRNEK 3.

Bir madeni para ve 2 zarın havaya atılması deneyinde örnek uzayın eleman sayısı kaç olur?

ÇÖZÜM

$$2 \cdot 6^2 = 72$$

ÖRNEK 4.

Bir torbada üzerlerinde,

$$5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40$$

sayıları yazan 8 top bulunmaktadır.

Bu torbadan aynı anda üç top çekiliyor.

K olayı "Çekilen toplar üzerindeki sayıların toplamının 3 ile tam bölünmesi" olarak tanımlanıyor.

Buna göre,

$$I. \{5, 20, 30\}$$

$$II. \{10, 25, 40\}$$

$$III. \{5, 25, 30\}$$

öncüllerinde verilenlerden hangileri K olayının elemanıdır?

ÇÖZÜM

$$I. 5 + 20 + 30 = 55$$

$$II. 10 + 25 + 40 = 75 \rightarrow 3\text{'ün katı}$$

$$III. 5 + 25 + 30 = 60 \rightarrow 3\text{'ün katı}$$



YANINDA BULUNSUN

EŞ OLASI OLAYLAR

Aynı örnek uzaydaki bir olaya ait olası durumların sayısı, başka bir olaya ait olası durumların sayısına eşit ise bu olaylara "**Eş Olası Olaylar**" denir.

Örneğin, bir madeni paranın 3 defa havaya atılması deneyinde,
A olayı; en az 2 kere tura gelmesi,

B olayı; en az 2 kere yazı gelmesi olsun.

$A = \{(TTY), (TYT), (YTT), (TTT)\}$ ve $s(A) = 4$ tür.

$B = \{(YYT), (YTY), (TTY), (YYY)\}$ ve $s(B) = 4$ tür.

$s(A) = s(B)$ olduğundan A ve B olayları eş olası olaylardır.

Örneğin, MERCEK kelimesindeki harflerin yerleri değiştirilerek 6 harfli anlamlı veya anlamsız kelimeler yazılıyor olsun.

x olayı: Yazılan kelimenin M harfiyle başlıyor olması,

y olayı: Yazılan kelimenin E harfiyle başlıyor olması,

z olayı: Yazılan kelimenin C harfiyle başlıyor olması olsun.

Bu durumda x ve z olaylarının olası durumlarının sayısı eşit olduğundan bu olaylar eş olası olaylardır.

$s(x) = s(z) = 60$ dir.

y olayının olası durumlarının sayısı x ve z olaylarının olası durumlar sayısından fazladır.

$s(y) = 120$ dir.



ÖRNEK 5.

Bir toplulukta 4 öğretmen, 3 doktor ve 3 mühendis bulunmaktadır. Bu topluluktan rastgele 2 kişi seçilecektir.

A olayı: Seçilen kişilerin ikisinin de öğretmen olması,

B olayı: Seçilen kişilerden birinin öğretmen diğerinin mühendis olması,

C olayı: Seçilen kişilerden birinin öğretmen diğerinin doktor olması,

D olayı: Seçilen kişilerden birinin doktor, diğerinin mühendis olması,

şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre; verilen A, B, C ve D olaylarından hangileri eş olası olaylardır?



ÇÖZÜM

$$s(A) = \binom{4}{2} = 6$$

$$\left. \begin{aligned} s(B) &= \binom{4}{1} \cdot \binom{3}{1} = 12 \\ s(C) &= \binom{4}{1} \cdot \binom{3}{1} = 12 \end{aligned} \right\} s(B) = s(C)$$

$$s(D) = \binom{3}{1} \cdot \binom{3}{1} = 9$$



YANINDA BULUNSUN

Bir örnek uzayda tanımlanan iki olayın ortak elemanı yoksa bu iki olaya "**Ayrık Olay**" denir.

Ayrık olayların aynı anda gerçekleşme imkanı yoktur.

Örneğin, bir zar atma deneyinde;

A olayı: Zarın 5 gelmesi

B olayı: Zarın 2 gelmesi olayları

ayrık olaylardır.

(Zar hem 5 hem de 2 gelemez.)

Bir zar atma deneyinde,

C olayı: Zarın çift sayı gelmesi ve

D olayı: Zarın asal sayı gelmesi

olayları ayrık olaylar değildir.

Çünkü zarın 2 gelmesi durumunda her iki olay da gerçekleşmiş olur.

(2 hem çift hem de asal sayıdır.)



YANINDA BULUNSUN

KESİN OLAY VE İMKANSIZ OLAY

Bir deneyde örnek uzaya eşit olan olaya "**Kesin Olay**" denir.

Olası tüm durumlarının kümesi, boş küme olan olaya "**İmkansız Olay**" denir.

Örneğin; $\{1, 3, 5, 9\}$ kümesinin elemanları kullanılarak rakamları birbirinden farklı 4 basamaklı sayılar yazılacak olsun.

A olayı: Yazılan sayının 3 ile tam bölünebiliyor olması ve

B olayı: Yazılan sayının çift sayı olması olsun.

A olayı kesin olaydır. Çünkü kümede verilen 4 sayının toplamı 3'ün katı olduğundan yazılan her sayı 3'ün katı olur.

B olayı imkansız olaydır. Çünkü kümede çift sayı yoktur.



YANINDA BULUNSUN

BİR OLAYIN TÜMLEYENİ

Bir deney sonucunda elde edilen iki olayın kesişimi boş küme ve birleşimi örnek uzayı meydana getiriyorsa bu iki olay birbirinin tümleyenidir.

Bir A olayının tümleyeni A' şeklinde gösterilir.

Sonuç olarak; $A \cap A' = \emptyset$ ve
 $A \cup A' = E$ yazılır.

Örneğin, bir zar atma deneyinde,

A olayı: Zarın çift sayı gelmesi olsun.

Yani $A = \{2, 4, 6\}$ olur.

A' olayı: Zarın çift sayı gelmemesi olur.

Yani $A' = \{1, 3, 5\}$

$A \cap A' = \emptyset$ ve $A \cup A' = E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ olur.



YANINDA BULUNSUN

OLASILIK KAVRAMI

Her bir çıktısının gerçekleşme şansı eşit olan örnek uzay E ve bu örnek uzaya ait bir olay A olmak üzere, A olayının gerçekleşme olasılığı $P(A)$ ile gösterilir.

$$P(A) = \frac{\text{A olayının eleman sayısı}}{\text{Örnek uzayın eleman sayısı}} = \frac{s(A)}{s(E)}$$

- Bir A olayının olma olasılığı;
en çok 1 (kesin olay), en az 0 (imkansız olay) dır.
- $0 \leq P(A) \leq 1$ dir.
- $P(A) + P(A') = 1$ olduğundan,
 $P(A') = 1 - P(A)$ olur.



ÖRNEK 6.

İki madeni para aynı anda havaya atılıyor.

Buna göre, paraların farklı gelme olasılığı kaçtır?



ÇÖZÜM

$$E = \{(Y, Y), (Y, T), (T, Y), (T, T)\}$$

$$A = \{(Y, T), (T, Y)\}$$

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$



ÖRNEK 7.

İki zar atılması deneyinde üst yüzlere gelen sayıların toplamının 10 olma olasılığı kaçtır?



ÇÖZÜM

$$(4, 6), (6, 4), (5, 5)$$

$$\frac{3}{6^2} = \frac{1}{12}$$



ÖRNEK 8.

Bir sınıfta 3 kız ve 5 erkek öğrenci vardır.

Buna göre, bu sınıftan rastgele seçilen 3 öğrenciden birinin erkek, diğer ikisinin kız olma olasılığı kaçtır?



ÇÖZÜM

$$\frac{\binom{3}{2} \cdot \binom{5}{1}}{\binom{8}{3}} = \frac{15}{56}$$



ÖRNEK 9.

Bir küpün iki yüzüne 1 rakamı, diğer üç yüzüne 2 rakamı ve geriye kalan bir yüzüne de a harfi yazılıyor.

Bu küp bir kez havaya atıldığında görülebilen yüzlerinde harf bulunma olasılığı kaçtır?



ÇÖZÜM

$$1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

↓
a'nın alt yüzüne
gelme olasılığı

? ÖRNEK 10.



Şekilde verilen 8 tane zardan aynı renkli olanlar özdeşdir.
Bu zarlardan rengine bakılmadan rastgele iki tanesi alınıyor.
Buna göre, alınan zarların aynı renkte olma olasılığı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\frac{\binom{4}{1}}{\binom{8}{2}} = \frac{4}{28} = \frac{1}{7}$$

? ÖRNEK 11.

2 mavi, 2 yeşil ve 3 turuncu topun bulunduğu bir torbadan aynı anda rastgele 2 top çekilecektir.

Buna göre,

- Çekilen topların aynı renkte olma olasılığını bulunuz.
- Çekilen toplardan en az birinin yeşil olma olasılığını bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$a) \frac{\binom{2}{2} + \binom{2}{2} + \binom{3}{2}}{\binom{7}{2}} = \frac{5}{21}$$

$$b) 1 - \frac{\binom{5}{2}}{\binom{7}{2}} = \frac{11}{21}$$

? ÖRNEK 12.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Şekilde gösterilen 10'a kadar çarpım tablosunda, sonuçların olduğu kısımdan rastgele bir sayı alınıyor.

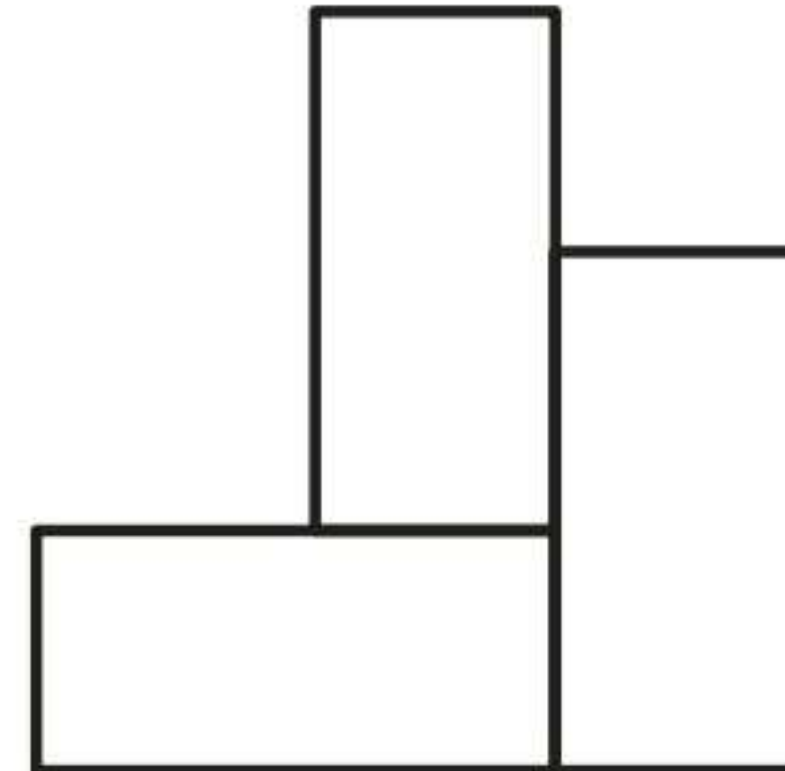
Buna göre, bu sayının 5'in bir tam katı olma olasılığı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\frac{36}{\binom{100}{1}} = \frac{36}{100} = \frac{9}{25}$$

? ÖRNEK 13.

Aşağıda özdeş 3 dikdörtgen gösterilmiştir.



Bu dikdörtgenlerin her biri mavi ya da yeşil renklerinden birine boyanacaktır.

Buna göre, dikdörtgenlerden yalnızca iki tanesinin aynı renge boyanma olasılığı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\frac{\binom{3}{2} \cdot 2}{2^3} = \frac{3}{4}$$

? ÖRNEK 14.

Matematik ve kimya kitaplarının bulunduğu bir kütüphanede başka türden bir kitap bulunmamaktadır.

Rastgele seçilen bir kitabın kimya kitabı olma olasılığı $\frac{3}{7}$ dir.

Kütüphanedeki toplam matematik kitaplarının sayısı 20'dir.

Buna göre, kütüphanede kaç tane kimya kitabı vardır?

✓ ÇÖZÜM

$$\frac{x}{20+x} = \frac{3}{7}$$

$$4x = 60$$

$$x = 15$$

? ÖRNEK 15.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

kümesinin elemanları kullanılarak yazılan rakamları farklı 2 basamaklı sayılardan rastgele biri seçiliyor.

Buna göre, seçilen bu sayının rakamları toplamının 7 olma olasılığı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$16, 25, 34, 61, 52, 43$$

$$\frac{6}{6.5} = \frac{1}{5}$$

? ÖRNEK 16.

Bir torbada mavi, yeşil, kırmızı ve siyah renkli toplar vardır.

$s(x)$; x renkteki topların sayısı olmak üzere,

$$s(\text{Mavi}) + s(\text{Yeşil}) = s(\text{Kırmızı})$$

$$s(\text{Mavi}) + s(\text{Yeşil}) + s(\text{Kırmızı}) = s(\text{Siyah})$$

eşitlikleri veriliyor.

Torbadan rastgele seçilen bir topun mavi olma olasılığı $\frac{1}{6}$ dir.

Buna göre, torbadan rastgele seçilen bir topun yeşil olma olasılığı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\frac{m}{m+y+k+s} = \frac{1}{6} \Rightarrow y+k+s = 5m$$

$$\frac{m}{2s} = \frac{1}{6} \Rightarrow s = 3m$$

$$y+m+k+s = 6m \Rightarrow k = \frac{3m}{2}$$

$$y = \frac{m}{2}$$

$$\frac{\frac{m}{2}}{m + \frac{m}{2} + \frac{3m}{2} + 3m} = \frac{m}{12m} = \frac{1}{12}$$

? ÖRNEK 17.

$$(x+y)^6$$

ifadesinin açılımından elde edilen terimlerin her biri bir karta yazılarak bir kutuya konuyor.

Buna göre, kutudan seçilen herhangi bir kartın üzerinde yazan terimin katsayısının çift sayı olma olasılığı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$6+1=7 \text{ terim var.}$$

$$\binom{6}{1}, \binom{6}{3}, \binom{6}{5} \rightarrow \text{çift}$$

$$\frac{3}{7}$$

? ÖRNEK 18.

2 çocuk bir binanın zemin katından asansöre binecektir.

Bina 4 katlı olduğuna göre, çocuklardan birinin birinci katta diğerinin dördüncü katta asansörden inme olasılığı kaçtır?

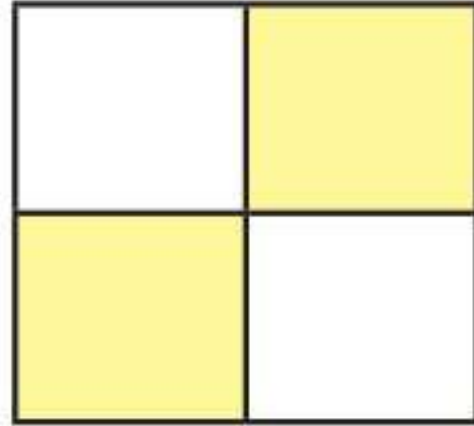
✓ ÇÖZÜM

$$\frac{2}{4 \cdot 4} = \frac{1}{8}$$

? ÖRNEK 19.

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

kümesinin elemanları her kareye bir rakam gelecek şekilde yerleştirilecektir.



Her rakam birer kez kullanılacağına göre, sarı renkli bölgelere ardışık sayıların yerleştirilme olasılığı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$(1, 2), (2, 3), (3, 4)$$

$$\frac{3 \cdot 2! \cdot 2!}{4!} = \frac{1}{2}$$

? ÖRNEK 20.

4 kız ve 5 erkek öğrenci arasından önce bir sınıf başkanı sonra geri kalan kişiler arasından bir başkan yardımcısı seçiliyor.

Buna göre; başkanın erkek, yardımcının ise kız olma olasılığı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\frac{\binom{4}{1} \cdot \binom{5}{1}}{\binom{9}{1} \cdot \binom{8}{1}} = \frac{5}{18}$$

? ÖRNEK 21.

12



10



8



6

Şekilde lira cinsinden etiket fiyatları altlarında yazan 4 farklı çöp kutusundan rastgele 2 tanesi satın alınacaktır.

Buna göre, ödenecek ücretin 20 liranın altında olma olasılığı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$(12, 6), (10, 8), (10, 4), (8, 6)$$

$$\frac{4}{\binom{4}{2}} = \frac{2}{3}$$

? ÖRNEK 22.

20 öğrencinin bulunduğu bir sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin erkek olma olasılığı $\frac{2}{5}$ tir. $\rightarrow \frac{8}{20}$

Buna göre, sınıfa kaç erkek öğrenci daha alınırsa rastgele seçilen bir öğrencinin erkek olma olasılığı $\frac{2}{3}$ olur?

✓ ÇÖZÜM

8 erkek 12 kız

$$\frac{8+x}{20+x} = \frac{2}{3} \Rightarrow x=16$$

? ÖRNEK 23.

Bir bilgi yarışmasına Erdem, Elif ve Mert adında 3 kişi katılmıştır.

Erdem'in yarışmayı kazanma olasılığı, Elif'in kazanma olasılığının 3 katı, Mert'in kazanma olasılığının yarısı kadardır.

Buna göre, yarışmayı Mert'in kazanma olasılığı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{array}{ccc} \text{Erdem} & \text{Elif} & \text{Mert} \\ 3x & x & 6x \end{array}$$

$$3x + x + 6x = 1$$

$$x = \frac{1}{10}$$

$$6 \cdot \frac{1}{10} = \frac{3}{5}$$

? ÖRNEK 24.

Kırmızı/Siyah	Kırmızı/Sarı	Siyah/Beyaz	Sarı/Lacivert
Gençlerbirliği	Galatasaray	Beşiktaş	Fenerbahçe
Gaziantepspor	Kayserispor		Ankaragücü
	Göztepe		

Yukarıda Süper Lig'deki bazı takımlar ve bu takımlara ait forma renkleri verilmiştir.

Bu takımlardan herhangi ikisinin Süper Lig'deki bir karşılaşmasında takımların forma renklerinden sadece birinin aynı olma olasılığı kaçtır?

(Örneğin; Gençlerbirliği ile Beşiktaş'ın renklerinden sadece siyah renk, ortak renktir.)

✓ ÇÖZÜM

$$2 \cdot 3 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 14$$

$$\frac{14}{\binom{8}{2}} = \frac{1}{2}$$

? ÖRNEK 25.

Aşağıda 5 çift ayakkabı gösterilmiştir.



Buna göre, rastgele 2 tek ayakkabı seçen birinin, seçtiği ayakkabılardan birinin sağ diğerinin sol ayağa ait olma olasılığı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

5 sağ 5 sol

$$\frac{\binom{5}{1} \cdot \binom{5}{1}}{\binom{10}{2}} = \frac{5}{9}$$

? ÖRNEK 26.

3 özdeş Türkçe kitabı ile 2 özdeş tarih kitabı yan yana dizilecektir.

Buna göre, Türkçe kitaplarının tamamının yan yana gelme olasılığı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\frac{5!}{3! \cdot 2!} = 10$$

$$\frac{3!}{2!} = 3$$

$$\frac{3}{10}$$

ÖRNEK 27.

a, a, a, b, b, c

harfleri rastgele yan yana diziliyor.

Buna göre, a harflerinin tamamının bir arada olma olasılığı kaçtır?**ÇÖZÜM**

$$\frac{6!}{3! \cdot 2!} = 60 \quad \frac{4!}{2!} = 12$$

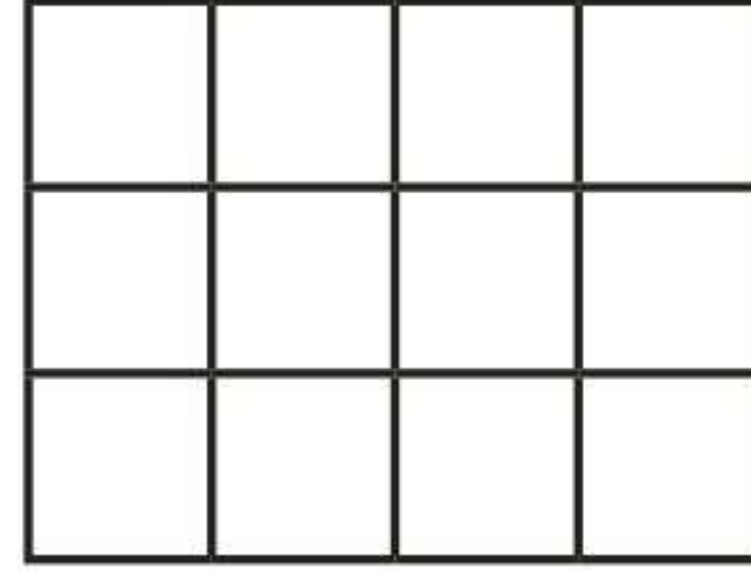
$$\frac{12}{60} = \frac{1}{5}$$

ÖRNEK 28.

Şekilde gösterilen 3 çift içinden rastgele 3 kişi seçiliyor.

Buna göre, seçilen kişilerin arasında herhangi bir çift olma olasılığı kaçtır?**ÇÖZÜM**

$$\frac{\binom{3}{1} \cdot \binom{4}{1}}{\binom{6}{3}} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

ÖRNEK 29.

Yukarıda verilen şekil 12 eş birim kareden oluşmaktadır.

Bu birim karelerden 3 tanesi maviye boyanacaktır.

Buna göre, boyanan birim karelerin aynı satırda olma olasılığı kaçtır?**ÇÖZÜM**

$$\frac{\binom{3}{1} \cdot \binom{4}{3}}{\binom{12}{3}} = \frac{3}{55}$$

**YANINDA BULUNSUN**

- A ve B ayrık iki olay ise A veya B olayının olma olasılığı, bu olayların olasılıkları toplamıdır.

$$P(A \text{ veya } B) = P(A \cup B) \text{ olmak üzere,}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \text{ olur.}$$

- A ve B ayrık olmayan iki olay ise,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \text{ olur.}$$

**NOT****DE MORGAN KURALI**

- $P((A \cup B)') = P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B)$
- $P((A \cap B)') = P(A' \cup B') = 1 - P(A \cap B)$

ÖRNEK 30.

A ve B, E örnek uzayında iki olay olmak üzere,

$$P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{2} \text{ ve}$$

$$P(A \cup B) = \frac{3}{4} \text{ tür.}$$

Buna göre, $P(A \cap B)$ kaçtır?

ÇÖZÜM

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{3}{4} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{12}$$

ÖRNEK 31.

A ve B, E örnek uzayında iki olay olmak üzere,

$$P(A) = \frac{3}{4}, P(B) = \frac{1}{2} \text{ ve}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{8} \text{ dir.}$$

Buna göre, $P(A \cup B)$ kaçtır?

ÇÖZÜM

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{8}$$

$$\quad \quad \quad (2) \quad (4) \quad (1)$$

$$= \frac{5}{8}$$

ÖRNEK 32.

30 kişilik bir sınıftaki öğrencilerin 12'si erkektir. Bu sınıftaki kızların yarısı ve erkeklerin dörtte biri gözlüklüdür.

Buna göre, sınıftan rastgele seçilen birinin kız veya gözlüklü olma olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM

12 erkek 18 kız
3 erkek 9 kız gözlüklü

$$P(K \cup G) = \frac{18}{30} + \frac{12}{30} - \frac{9}{30}$$

$$= \frac{21}{30}$$

$$= \frac{7}{10}$$

ÖRNEK 33.

$$(x + y)^6$$

ifadesinin açılımından rastgele bir katsayı seçiliyor.

Buna göre, bu sayının 3'ün tam katı bir sayı veya çift sayı olma olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\binom{6}{0}, \binom{6}{1}, \binom{6}{2}, \binom{6}{3}, \binom{6}{4}, \binom{6}{5}, \binom{6}{6}$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$1 \quad 6 \quad 15 \quad 20 \quad 15 \quad 6 \quad 1$$

$$\frac{4}{7} + \frac{3}{7} - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$$

ÖRNEK 34.

Bir zar atılması deneyinde zarın üst yüzüne gelen sayının 4'den küçük bir sayı veya asal sayı gelme olasılığı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\frac{3}{6} + \frac{3}{6} - \frac{2}{6}$$

$$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Test - I

1. 3 mühendis ve 5 doktor düz bir sırada yan yana oturacaklardır.

Buna göre, sıranın bir başında mühendis diğer başında doktor olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{14}$ B) $\frac{5}{16}$ C) $\frac{8}{27}$ ☒ D) $\frac{15}{28}$ E) $\frac{17}{36}$

$$\frac{\binom{3}{1} \cdot \binom{5}{1} \cdot 2! \cdot 6!}{8!} = \frac{15}{28}$$

2. $A = \{-10, -4, -1, 0, 1, 2\}$

kümesinden rastgele seçilen iki sayının çarpımının negatif bir sayı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{3}{8}$ ☒ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{3}{5}$

$$\frac{\binom{3}{1} \cdot \binom{2}{1}}{\binom{6}{2}} = \frac{2}{5}$$

3. 4 evli çift arasından rastgele 2 kişi seçiliyor.

Seçilen bu kişilerin evli çift olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{14}$ B) $\frac{2}{11}$ C) $\frac{3}{10}$ ☒ D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{2}{7}$

$$\frac{\binom{4}{1}}{\binom{8}{2}} = \frac{1}{7}$$

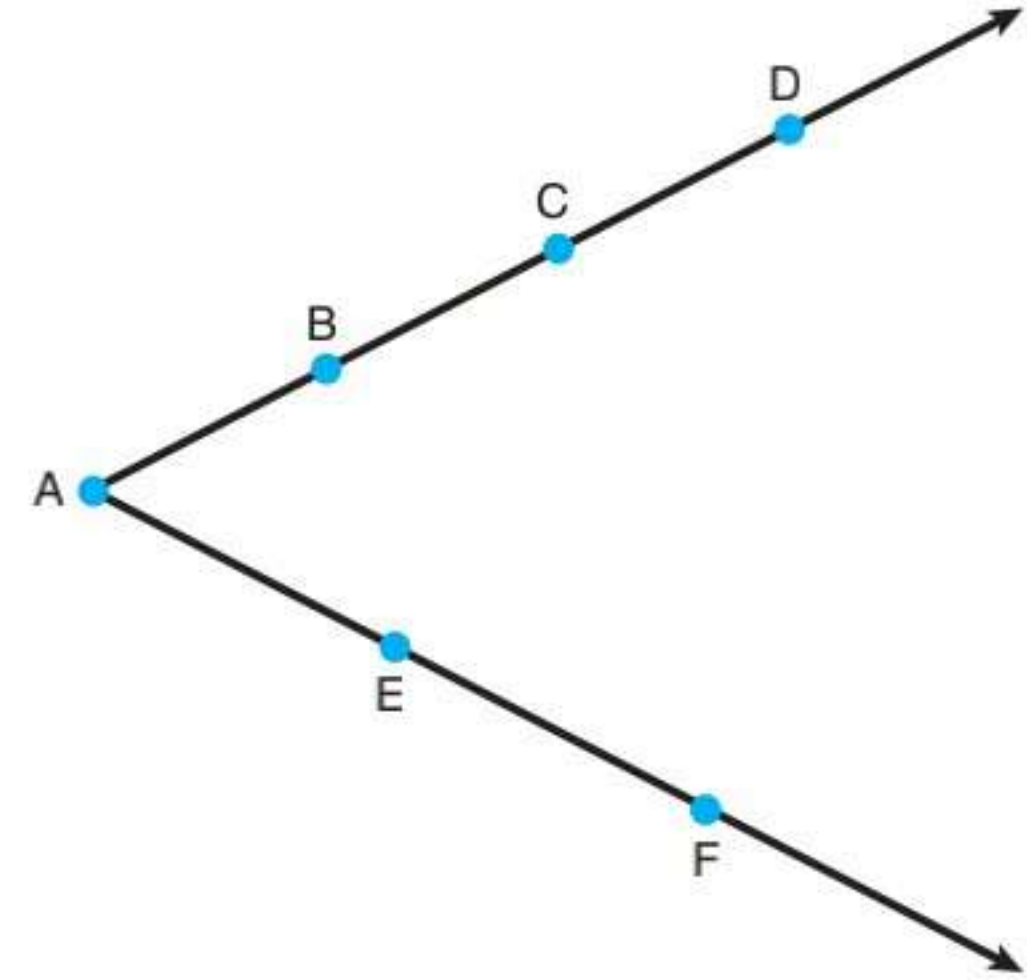
4. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

kümesinin elemanları kullanılarak yazılan rakamları farklı 3 basamaklı sayılardan rastgele seçilen birinin içinde 1 ve 3 rakamlarından sadece birinin bulunma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{9}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{5}$ ☒ E) $\frac{3}{5}$

$$\frac{\binom{4}{2} \cdot 2}{\binom{6}{3}} = \frac{3}{5}$$

- 5.



Yukarıda 6 farklı nokta gösterilmiştir.

Köşeleri bu noktalardan oluşan tüm üçgenler içinden rastgele biri seçiliyor.

Seçilen bu üçgenin bir köşesinin A olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{5}$ ☒ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{5}$

$$\frac{\binom{3}{1} \cdot \binom{2}{1}}{\binom{6}{3} - \binom{4}{3} - \binom{3}{3}} = \frac{2}{5}$$

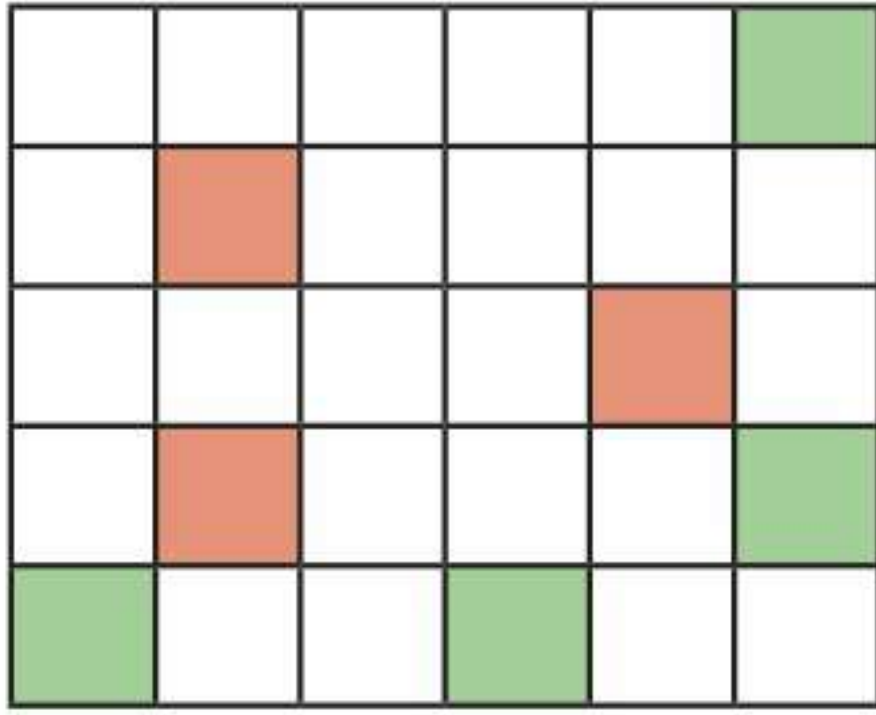
6. İki zar atılması deneyinde üst yüzlere gelen sayıların her ikisinin de çift olmayan asal sayı olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{10}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{5}$

$(3,3), (3,5), (5,3), (5,5)$

$$\frac{4}{6^2} = \frac{1}{9}$$

7. Aşağıda verilen şekil 30 tane özdeş birim kareden oluşmaktadır.



Verilen birim karelerin bazıları kırmızıya bazıları yeşile boyanmıştır. Şekilde gösterildiği gibi en az 3 kare kırmızıya ve en az 4 kare yeşile boyanmıştır.

Bu 30 birim kareden rastgele biri seçildiğinde yeşil renkli bir kare olma olasılığı $\frac{1}{5}$ tir. $\frac{6}{30}$ 6 tane yeşil

2 birim kare daha kırmızıya boyansaydı seçilen bir birim karenin kırmızı olma olasılığı $\frac{1}{3}$ olurdu. $\frac{10}{30}$ 10 tane kırmızı

Buna göre, şekilde boyalı kaç birim kare vardır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

Başlangıçta

6 tane yeşil, 8 tane kırmızı

$$6 + 8 = 14$$

8. A ve B, E örnek uzayında iki olay olmak üzere,

$$P(A) = \frac{1}{5}, P(B) = \frac{2}{3} \text{ ve}$$

$$P(A' \cap B') = \frac{1}{6} \text{ dir. } P((A \cup B)') = \frac{1}{6}$$

Buna göre, $P(A \cap B)$ kaçtır?

A) $\frac{1}{30}$ B) $\frac{1}{25}$ C) $\frac{1}{20}$ D) $\frac{1}{15}$ E) $\frac{1}{10}$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{5}{6} = \frac{1}{5} + \frac{2}{3} - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{5} + \frac{2}{3} - \frac{5}{6}$$

$$= \frac{1}{30}$$

9. Tuğba, tatil için Paris'e seyahat edecektir. Bu nedenle Paris'in bir haftalık gündüz hava raporlarını araştırmıştır. Şehrin bir haftalık gündüz hava tahminleri aşağıdaki tablodadır.

Pazartesi	Salı	Çarşamba	Perşembe	Cuma	Cumartesi	Pazar
18° Bulutlu	22° Güneşli	24° Güneşli	19° Yağmurlu	22° Bulutlu	22° Güneşli	20° Bulutlu

Tuğba, Paris'e bu tarihlerden birinde ve gündüz vardığına göre, şehrin güneşli veya 22° olma ihtimali kaçtır?

A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{7}$

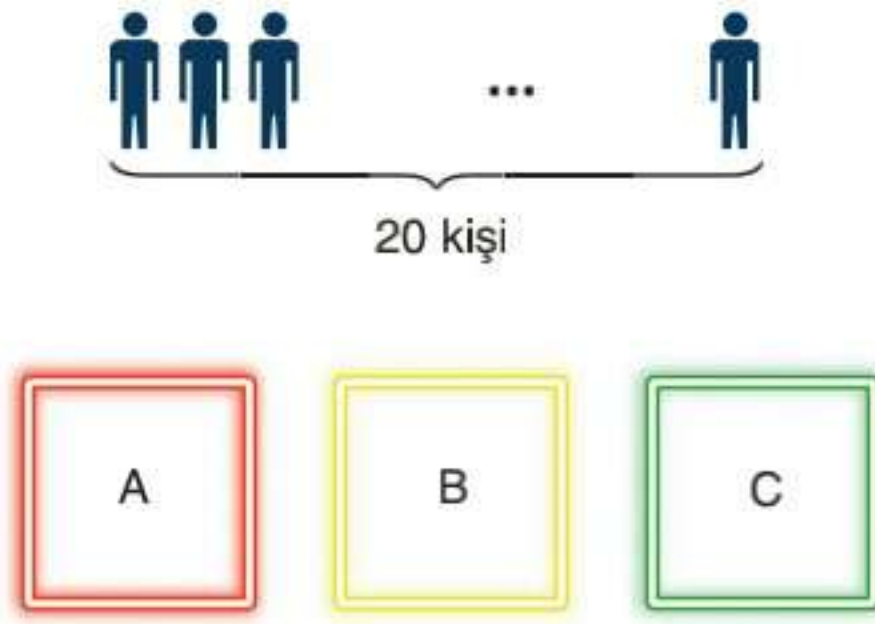
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{3}{7} + \frac{3}{7} - \frac{2}{7}$$

$$= \frac{4}{7}$$

Test - I

10. Aşağıda gösterilen 20 kişilik öğrenci grubu A, B ve C isimli sinema salonlarına girecektir.



- A ve B salonlarını tercih eden öğrencilerin sayısı eşittir.
- C salonunu tercih eden öğrencilerin sayısı, A salonunu tercih eden öğrencilerin sayısından daha fazladır.

Buna göre, öğrencilerden rastgele seçilen birinin C isimli salonu tercih etmiş olma olasılığı en az kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{7}$

$$A = B < C$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$6 \quad 6 \quad 8$$

$$\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

11.



Şekilde gösterilen sıvı sabun şişelerinin hacimleri birbirine eşittir.

A şişesinin $\frac{1}{3}$ 'ü, B şişesinin $\frac{3}{4}$ 'ü ve C şişesinin $\frac{2}{5}$ 'i doludur.

Bu şişelerden herhangi birinde bulunan sıvı sabunun tamamı diğer şişelerden birine konulacaktır.

Buna göre, seçilen şişedeki tüm sıvı sabunun bir diğer şişeye sığma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{9}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{4}{9}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{3}$

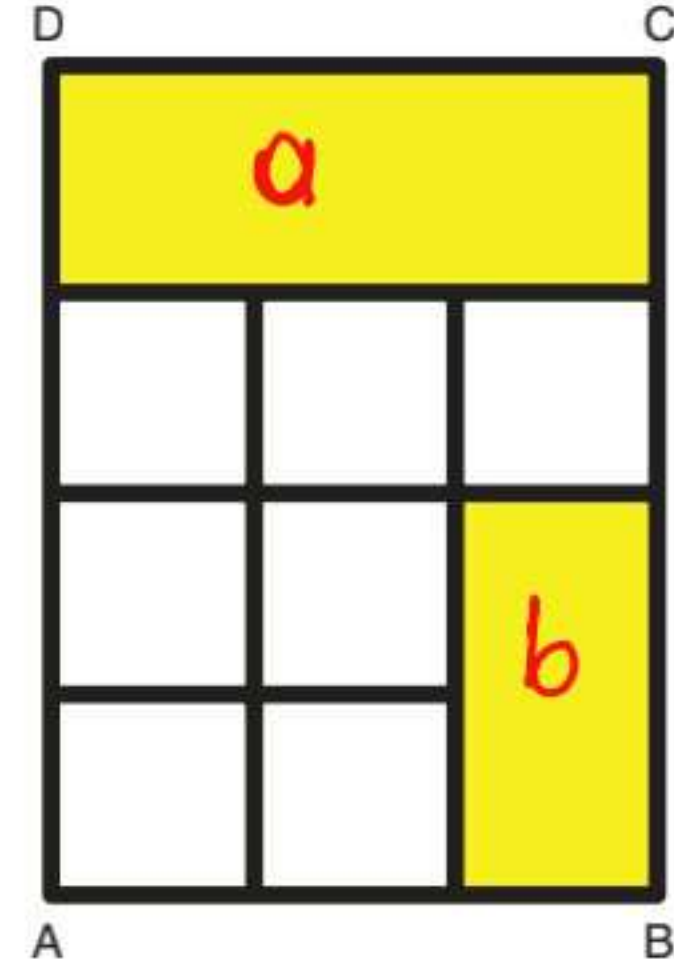
(A, C), (C, A)

$$\frac{2}{3!} = \frac{1}{3}$$

12.

$$\frac{2! \cdot 7!}{9!}$$

$$\frac{2}{9 \cdot 8} = \frac{1}{36}$$



Şekilde gösterilen ABCD dikdörtgeni birbirine eş 7 kare ve 2 farklı dikdörtgenden oluşmaktadır.

$$A = \{a, b, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

kümesinin her bir elemanı birer kez kullanılarak yukarıda verilen boşluklara yazılacaktır.

Buna göre, harflerin sarı renkli dikdörtgenlere yazılma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{1}{18}$ D) $\frac{1}{24}$ E) $\frac{1}{36}$

13. Bir asansörde daire numaralarının yazılı olduğu tuşlar şekildeki gibidir.

31	32	33	34	35	36
25	26	27	28	29	30
19	20	21	22	23	24
13	14	15	16	17	18
7	8	9	10	11	12
1	2	3	4	5	6

→ 5 durum

Asansörün bulunduğu apartmanda 9 kat vardır ve her kat-
ta 4 daire vardır. Asansöre binen iki kişi yan yana duran iki
tuşa basmıştır.

Buna göre, bu iki kişinin farklı katlarda oturuyor olma
olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{20}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{3}{11}$

1. D	2. D	3. D	4. E	5. C	6. C	7. E
8. A	9. E	10. C	11. E	12. E	13. B	

1. İçlerinde Emin'in de olduğu 4 erkek ve içlerinde Aslı'nın da bulunduğu 5 kız arasından 2 erkek ve 2 kızdan oluşan 4 kişilik bir ekip oluşturuluyor.

Buna göre, meydana gelen bu ekipte Emin ve Aslı'nın beraber bulunma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{11}$ C) $\frac{3}{27}$ D) $\frac{2}{21}$ E) $\frac{3}{28}$

$$\frac{\binom{3}{1} \cdot \binom{4}{1}}{\binom{4}{2} \cdot \binom{5}{2}} = \frac{1}{5}$$

2. İçinde 3 mavi, 3 kırmızı ve 2 beyaz top bulunan bir torbadan rastgele 3 top seçiliyor.

Buna göre, seçilen toplardan en az birinin kırmızı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{5}{9}$ B) $\frac{7}{15}$ C) $\frac{24}{29}$ D) $\frac{23}{28}$ E) $\frac{25}{32}$

$$1 - \frac{\binom{5}{3}}{\binom{8}{3}} = \frac{23}{28}$$

3.



Şekilde 6 farklı kahve fincanı gösterilmiştir.

Bu fincanlar düz bir sırada yan yana konuluyor.

Buna göre, uçlarda beyaz ve siyah renkli fincanların olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{30}$ B) $\frac{2}{25}$ C) $\frac{1}{15}$ D) $\frac{2}{15}$ E) $\frac{1}{5}$

$$\frac{2! \cdot 4!}{6!} = \frac{1}{15}$$

4. Bir madeni para art arda 5 kez havaya atılıyor.

Buna göre, en az üçünün yazı gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

$$\frac{\binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5}}{2^5} = \frac{1}{2}$$

5.



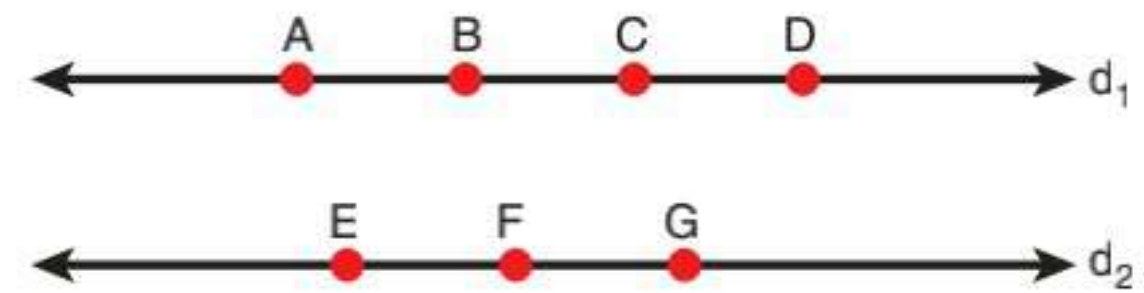
4 arkadaş şekilde gösterilen sandalyelere oturacaklardır.

Buna göre, uçlardaki sandalyelerden birinin boş kalma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

$$\frac{2 \cdot 4!}{P(5, 4)} = \frac{2}{5}$$

6.



Yukarıda verilen d_1 doğrusu üzerinde 4 nokta, d_2 doğrusu üzerinde 3 nokta gösterilmiştir.

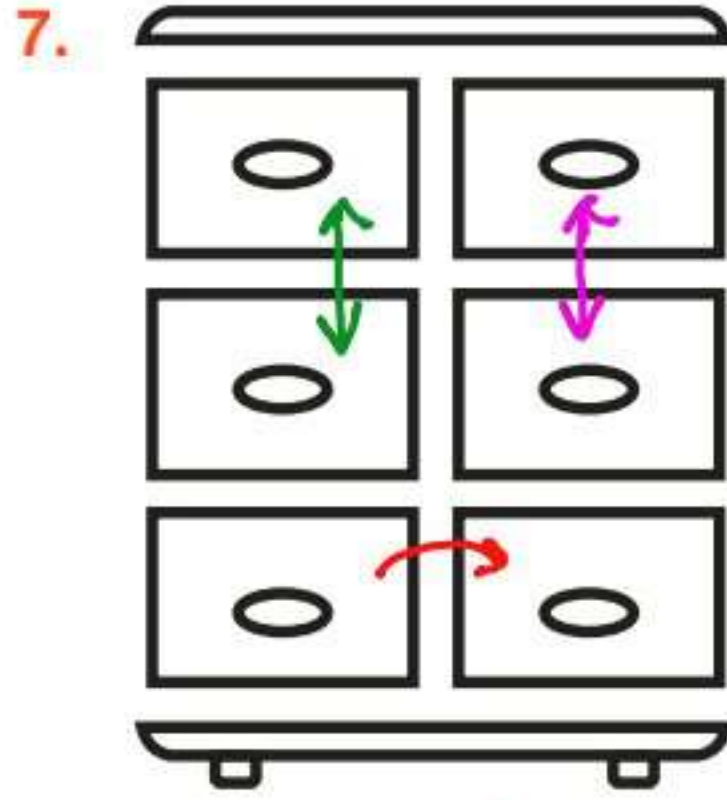
Bu noktalardan herhangi iki tanesi seçilerek bu noktaların birleştirilmesiyle bir doğru parçası çizilecektir.

Buna göre, çizilen bu doğru parçasının d_1 ve d_2 doğrularından farklı bir doğru üzerinde olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{3}{7}$ C) $\frac{4}{7}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{2}{3}$

$$\frac{\binom{4}{1} \binom{3}{1}}{\binom{7}{2}} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$$

Test - 2



Şekilde verilen dolabın 6 gözü Ali, Emre ve İrfan adında 3 öğrenciye, her öğrenciye ikişer göz verilecek şekilde dağıtılacaktır.

Buna göre, Ali'ye ait gözlerin yan yana ve İrfan'a ait gözlerin üst üste olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{80}$ B) $\frac{2}{45}$ C) $\frac{1}{30}$ D) $\frac{1}{15}$ E) $\frac{2}{15}$

$$\frac{2 \cdot 2!}{\binom{6}{2} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{2}{2}} = \frac{2}{45}$$

9.

$$A = \{a, b\}$$

$$B = \{a, b, c, 1, 2, 3\}$$

kümeleri veriliyor.

$A \subseteq K \subseteq B$ olmak üzere, rastgele bir K kümesi seçiliyor.

Seçilen bu kümenin 4 elemanlı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{4}{11}$ E) $\frac{5}{16}$

$$\frac{\binom{4}{2}}{2^4} = \frac{3}{8}$$

8. Bir futbol müsabakasında penaltı kullanacak olan Emir adında bir futbolcunun penaltıyı gole çevirme olasılığı, penaltıyı kaçırma olasılığının $\frac{2}{3}$ katıdır.

Buna göre, Emir'in penaltıyı kaçırma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{4}{9}$

Atılı $2x$ Atmadı $3x$

$$5x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{5}$$

$$3 \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

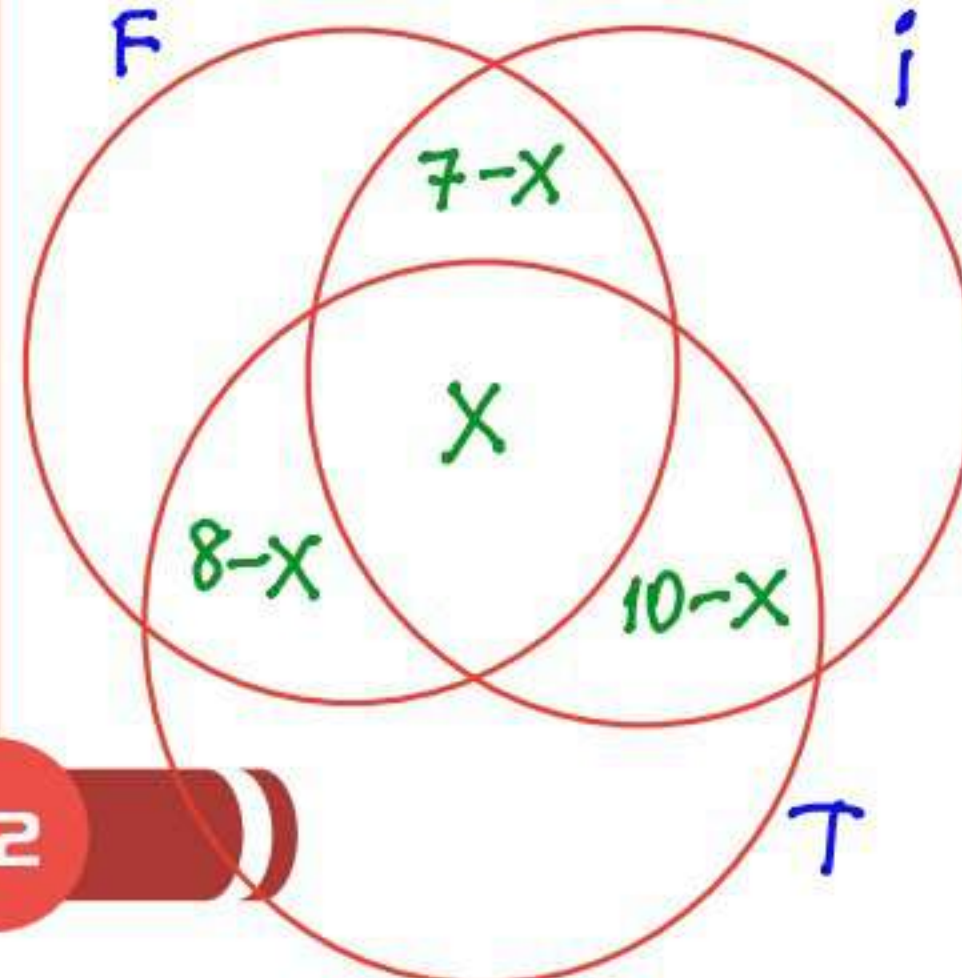
10. Herkesin en az iki dersten başarılı olduğu bir sınıfta fizik, tarih ve İngilizce derslerinden başarılı olan kişilerin sayısı sırasıyla $s(F)$, $s(T)$ ve $s(i)$ dir.

$$s(i \cap F) = 7, s(F \cap T) = 8 \text{ ve } s(T \cap i) = 10 \text{ olur.}$$

Sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin her üç dersten de başarılı biri olma olasılığı $\frac{1}{3}$ 'tür.

Buna göre, her üç dersten başarılı olan öğrenci sayısı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6



$$\frac{x}{25-2x} = \frac{1}{3}$$

$$3x = 25-2x$$

$$5x = 25$$

$$x = 5$$

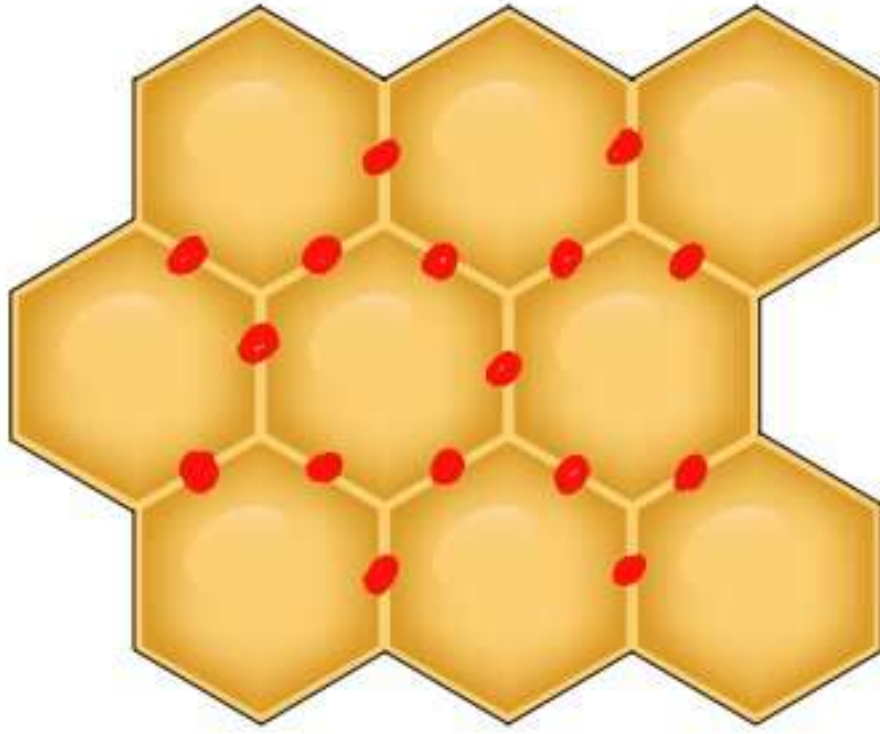
11. Serpil'in 4 çift eldiveni, 3 tane de eşi olmayan tek eldiveni vardır.

Çekmecesinde her biri tek tek ve karışık halde bulunan eldivenlerden iki adet seçecek olan Serpil'in seçtiği eldivenlerin eş olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{11}$ B) $\frac{2}{11}$ C) $\frac{3}{22}$ ☒ D) $\frac{4}{55}$ E) $\frac{5}{66}$

$$\frac{\binom{4}{1}}{\binom{11}{2}} = \frac{4}{55}$$

12.



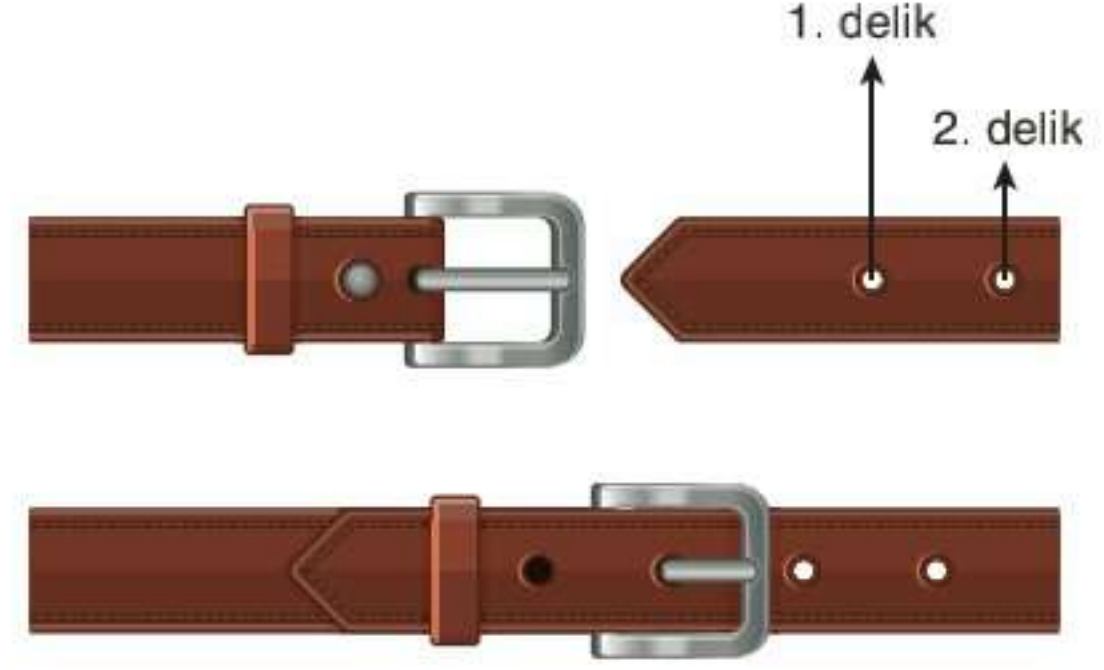
Şekilde gösterilen altıgenlerden rastgele 2 tanesi seçiliyor.

Buna göre, seçilen bu altıgenlerin ortak kenarının olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{7}$ ☒ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{5}{12}$

$$\frac{16}{\binom{9}{2}} = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$$

13.



Yukarıda bir kemer görseli verilmiştir. Aşağıda kişinin ağırlığına göre kemeri kaçınıcı delikten bağladığını gösteren bir tablo verilmiştir.

Ağırlık (kg)	Delik
30 - 40	5. delik
40 - 50	4. delik
50 - 60	3. delik
60 - 70	2. delik
70 - 80	1. delik

4. 3. 3. 2. 2.

Ağırlıkları kg cinsinden 45, 52, 57, 63, 65 ve x olan 6 kişi arasından rastgele 2 kişi seçildiğinde bu kişilerin kemeri aynı delikten bağlama olasılığı $\frac{1}{5}$ 'tir.

Buna göre, x aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 35 ☒ B) 46 C) 58 D) 69 E) 75

$$\frac{\binom{3}{1}}{\binom{6}{2}} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5} \quad \times \quad 4. \text{ delikte olmalıdır.}$$

14. BARIŞ

kelimesindeki harflerin yerleri değiştirilerek anlamlı veya anlamsız 5 harfli kelimeler yazılıyor.

Yazılan bu kelimelerden rastgele biri seçildiğinde, seçilen bu kelimenin A harfiyle başlıyor olma veya Ş harfiyle bitiyor olma olasılığı kaçtır?

- ☒ A) $\frac{7}{20}$ B) $\frac{5}{12}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{2}{7}$ E) $\frac{1}{3}$

$$\frac{4!}{5!} + \frac{4!}{5!} - \frac{3!}{5!} = \frac{42}{120} = \frac{7}{20}$$

1. A	2. D	3. C	4. C	5. B	6. C	7. B
8. C	9. C	10. D	11. D	12. D	13. B	14. A

Test - 3

1. $A = \{a, b, c, 1, 2\}$

kümesinin her elemanı aşağıda verilen kutucuklara birer kez yazılacaktır.

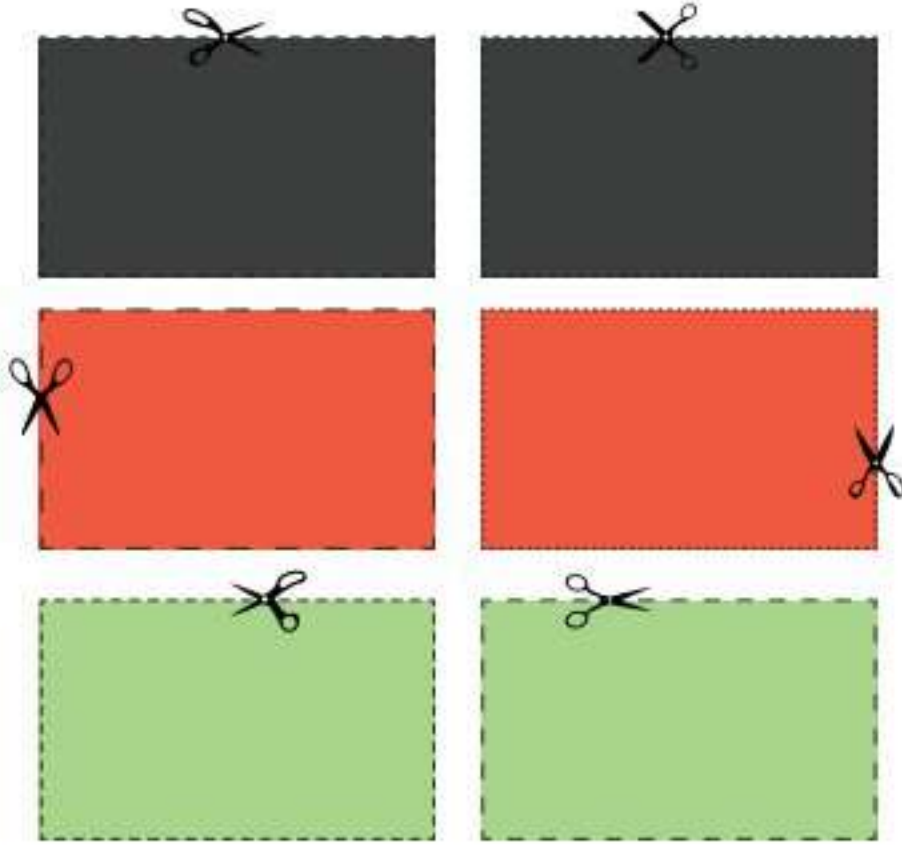
1		2			
---	--	---	--	--	--

Buna göre, rakamların yazıldığı kutucukların arasında boş bir kutucuk olma olasılığı kaçtır?
(Rakamlar arasında yalnızca bir kutu olacaktır.)

- A) $\frac{1}{30}$ B) $\frac{1}{15}$ C) $\frac{1}{14}$ D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{1}{10}$

$$\frac{4 \cdot 2! \cdot 3!}{P(6,5)} = \frac{1}{15}$$

- 2.



Bir karton parçası şekilde gösterildiği gibi makasla 6 özdeş dikdörtgen parçaya ayrılarak bu parçalardan iki tanesi siyah, iki tanesi kırmızıya ve iki tanesi de yeşil renge boyanıyor.

Elde edilen bu parçalardan iki tanesi rastgele seçilerek boyalı kısımları dışardan görünecek şekilde üst üste konularak yapıştırılıyor.

Buna göre, elde edilen iki katlı karton parçasının iki yüzünün farklı renkte olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{7}{10}$ E) $\frac{9}{10}$

$$1 - \frac{\binom{3}{2}}{\binom{6}{2}} = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

3. $A = \{1, 2, 3, a, b\}$

kümesinin tüm alt kümeleri, aynı büyüklükteki kartlara yazılarak bir torbaya konuyor.

Buna göre, torbadan rastgele seçilen bir kartta en az bir rakam yazıyor olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{6}{7}$ E) $\frac{7}{8}$

$$1 - \frac{2^2}{2^5} = 1 - \frac{4}{32} = \frac{1}{7}$$

4. Tuğba annesi Harbiye Hanım'a hediye olarak baharatlık takımı almıştır. Bu baharatlık takımında her birinden ikişer adet olmak üzere üç farklı boyda toplam 6 adet baharat kavanozu vardır.

Harbiye Hanım, bu kavanozları mutfağındaki rafa dizdiğinde kavanozların boy sırasına göre dizilmiş olma olasılığı kaçtır?

(Aynı boyda olan kavanozlar özdeşdir.)

- A) $\frac{2}{105}$ B) $\frac{1}{105}$ C) $\frac{1}{90}$ D) $\frac{1}{45}$ E) $\frac{1}{15}$

$$\frac{2}{\frac{6!}{2! \cdot 2! \cdot 2!}} = \frac{2}{90} = \frac{1}{45}$$

Kısdan uzuna veya uzundan kısaya

5. Emir ■ ▲ ●
Salih 1 2 3 4 5
Ela a b c d ...

Yukarıda Emir, Salih ve Ela'nın yazdığı bazı şekil, rakam ve harfler gösterilmiştir.

Emir 3 şekil, Salih 5 rakam ve Ela bazı harfleri yazmıştır. Bu kişilerin yazdığı ifadelerden rastgele bir tanesi seçiliyor.

Seçilen ifadenin şekil olmama olasılığı $\frac{4}{5}$ 'tir.

Buna göre, Ela kaç harf yazmıştır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

$$1 - \frac{3}{x} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{3}{x} = \frac{1}{5} \Rightarrow x = 15$$

$$3 + 5 + \text{Harf} = 15$$

$$\text{Harf} = 7$$

6. A ve B, E örnek uzayında iki olay olmak üzere,

$$P(A') = \frac{3}{8}, P(B) = \frac{1}{4} \text{ ve}$$

$$P(A' \cup B') = \frac{15}{16} \text{ dir. } P((A \cup B)') = \frac{15}{16}$$

Buna göre, $P(A \cup B)$ kaçtır?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{4}{9}$ C) $\frac{11}{16}$ D) $\frac{7}{8}$ ☒ E) $\frac{13}{16}$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{5}{8} + \frac{1}{4} - \frac{1}{16}$$

$$= \frac{13}{16}$$

7. Taylan, bir araç kiralama şirketine gidip otomobil kiralayacaktır. Taylan araçlarla ilgili bilgi almak istediğini söylemiş ve "Elimizde A ve B marka araçlar mevcut olup her markanın dizel ve benzinli farklı modelleri vardır." yanıtını almıştır.

A marka araçların %40'ı dizel, B marka araçların %60'ı benzinlidir. A markasından 30 araç vardır.

Taylan'ın A markasından veya dizel araç kiralama olasılığı $\frac{4}{5}$ olduğuna göre, B marka benzinli araç kiralama olasılığı yüzde kaçtır?

- A) 10 B) 16 ☒ C) 20 D) 24 E) 25



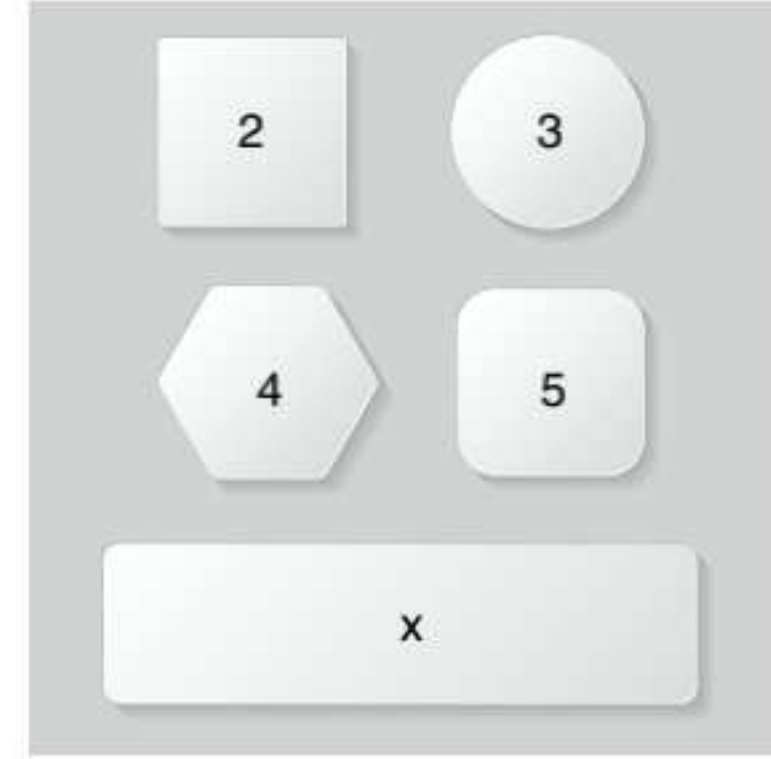
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{30}{30+10x} + \frac{12+4x}{30+10x} - \frac{12}{30+10x} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{30+4x}{30+10x} = \frac{4}{5} \Rightarrow 2x = 3$$

$$\frac{9}{30+15} = \frac{9}{45} = \frac{1}{5} = \%20$$

8. Aşağıda dördünün üzerinde rakam, birinin üzerinde çarpı (x) yazan 5 farklı tuş gösterilmiştir.



Orhan, üzerinde sayı yazan tuşlardan birine rastgele bastıktan sonra çarpı tuşuna basmış devamında yine üzerinde sayı yazan herhangi bir tuşa rastgele basmıştır.

Buna göre, Orhan'ın elde edeceği sonucun çift sayı olma olasılığı kaçtır?

- ☒ A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $\frac{7}{8}$ D) $\frac{15}{16}$ E) $\frac{1}{2}$

$$(3,3), (3,5), (5,3), (5,5)$$

$$1 - \frac{4}{4 \cdot 4} = \frac{3}{4}$$

9. $A = \{1, 2, 3, a, b\}$

kümesinin alt kümelerinden biri seçiliyor.

Seçilen bu alt kümenin 3 elemanlı olması veya a harfini eleman olarak bulunduruyor olması olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{4}{9}$ ☒ E) $\frac{5}{8}$

$$\frac{\binom{5}{3}}{2^5} + \frac{2^4}{2^5} - \frac{\binom{4}{2}}{2^5}$$

$$\frac{10}{32} + \frac{16}{32} - \frac{6}{32} = \frac{20}{32} = \frac{5}{8}$$

Test - 3

10. **Bilgi :** $m \times n$ 'lik bir dikdörtgen ifadesinde m dikdörtgeninin satır sayısını, n ise sütun sayısını göstermektedir.

Örneğin;

dikdörtgeni 3 satır ve 2 sütundan oluştuğu için 3×2 'lik bir dikdörtgendir.

Aşağıda $m \times 7$ 'lik bir dikdörtgen gösterilmiştir.

1	1	1	1	1	1	1
1	2	2	2	2	2	2
1	2	3	3	3	3	3
1	2	3	4	4	4	4
⋮	⋮	⋮	⋮			
1	2	3	4	5	6	7

Şekilde sarı renkli bölümlere 1, mavi renkli bölümlere 2, yeşil renkli bölmelere 3 ve devamında aynı düzende gidilerek 4, 5, 6 ve 7 rakamları yazılmıştır. Tablodan seçilen bir sayının 3 olma olasılığı $\frac{1}{6}$ 'dır.

Buna göre, m kaçtır?

- A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 21

$$\frac{5+m-3}{7 \cdot m} = \frac{1}{6} \Rightarrow 6m+12=7m \Rightarrow m=12$$

11.



Şekilde 10'lu priz verilmiştir. Yan yana bulunan her beş priz için A ve B anahtarları bulunmaktadır.

Herhangi bir anahtar kapalı iken anahtarın bulunduğu hizadaki prizler çalışmamaktadır. A anahtarına bağlı iki priz ile B anahtarına bağlı bir priz (şekilde belirtilen yerde) bozuktur.

Bilgisayar ve telefonunu şarj edecek olan Nedim, bu 10'lu prizi kullanacaktır. Anahtarların biri açık biri kapalı olup, Nedim anahtarlara dikkat etmeden rastgele iki prize elindeki fişleri takmıştır.

Bu iki prizin de çalışıyor olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{3}{5}$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\binom{3}{2} + \binom{4}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$$

12. Bir kütüphane rafında matematik, fizik ve Türkçe olmak üzere, üç farklı branştan kitaplar vardır.

Bu raftan rastgele seçilen bir kitabın matematik ya da Türkçe kitabı olma olasılığı birbirine eşittir.

Raftan 3 tane matematik kitabı alındıktan sonra rastgele seçilen bir kitabın fizik kitabı olma olasılığı, matematik kitabı olma olasılığının 2 katı olmaktadır.

Buna göre, başlangıçta Türkçe ve matematik kitaplarının toplam sayısı, fizik kitaplarının sayısından kaç fazladır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

$$\begin{array}{ccc} \text{Fizik} & \text{Mat.} & \text{Türkçe} \\ y & x & x \\ \frac{y}{2x+y-3} = 2 \cdot \frac{x-3}{2x+y-3} \\ y = 2x-6 \Rightarrow 2x = y+6 \end{array}$$

13.



Şekilde gösterilen masanın bir tarafında bir, geri kalan taraflarında ikişer kişi olmak üzere toplam yedi kişi oturmaktadır.

Bir süre sonra masadan dört kişi ayrılıyor.

Buna göre, son durumda masanın herhangi iki tarafının boş kalma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{4}{9}$ E) $\frac{5}{12}$

$$\frac{\binom{2}{2} \cdot 3 + \binom{1}{1} \cdot \binom{2}{2} \cdot \binom{4}{1} \cdot 3}{\binom{7}{4}} = \frac{15}{35} = \frac{3}{7}$$

1. B	2. C	3. E	4. D	5. C	6. E	7. C
8. A	9. E	10. B	11. A	12. D	13. C	



YANINDA BULUNSUN

FONKSİYON KAVRAMI VE GÖSTERİMİ

Fransızcadan dilimize geçen "**Fonksiyon**" sözcüğünün Türkçedeki karşılığı "**İşlev**" dir.

Matematikte, "bir çokluğun belli bir kurala bağlı olarak değişmesi" anlamında kullanılır. Bu nedenle fonksiyon en genel anlamıyla bir "**Kural**" dır.

"Matematik fonksiyonlar üzerine kurulmuştur." cümlesi fonksiyon kavramının önemini idrak etmede yeterlidir. Öyle ki, fonksiyon, dört işlemde sonra beşinci işlem olarak kabul edilmektedir.

Şimdi bu önemli terimin matematiksel tanımını görelim:

A ve B boş olmayan iki küme olsun. A kümesinin her bir elemanını B kümesinin bir ve yalnız bir elemanına eşleyen bağıntıya "**A'dan B'ye Tanımlı Fonksiyon**" denir. A'dan A'ya tanımlı bir fonksiyona kısaca "**A'da Tanımlı Fonksiyon**" da denir. Fonksiyonlar genellikle f, g, h gibi harflerle gösterilir.

Bir A kümesinden B kümesine tanımlı f fonksiyonu kısaca şu şekilde gösterilir,

$$f : A \rightarrow B$$

Burada, A'ya "**Fonksiyonun Tanım Kümesi**",

B'ye ise "**Fonksiyonun Değer Kümesi**" denir.

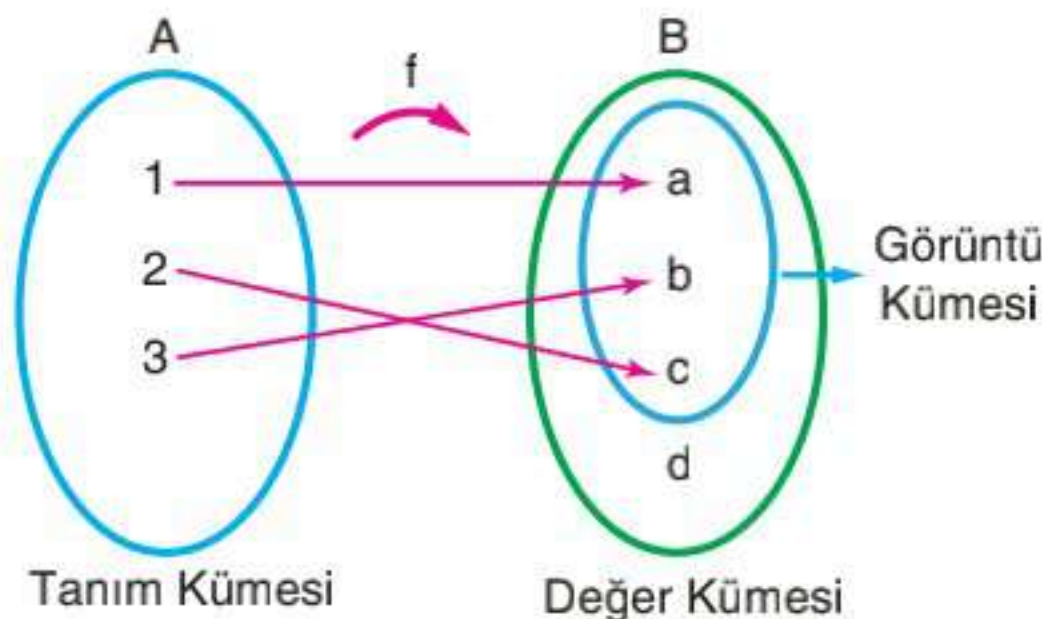
Eğer f fonksiyonu A kümesinden alınan bir x elemanını, B kümesindeki bir y elemanı ile ilişkilendiriyor ise " **y, x in f altındaki görüntüsü veya f 'nin x teki değeri y 'dir.**" denir ve bu durum " **$y = f(x)$** " şeklinde ifade edilir. Tanım kümesindeki elemanların fonksiyon altındaki görüntülerinin oluşturduğu kümeye "**Fonksiyonun Görüntü Kümesi**" denir ve $f(A)$ ile gösterilir. Görüntü kümesi ortak özellik yöntemiyle aşağıdaki şekilde gösterilir.

$$f(A) = \{f(x) : x \in A\}$$

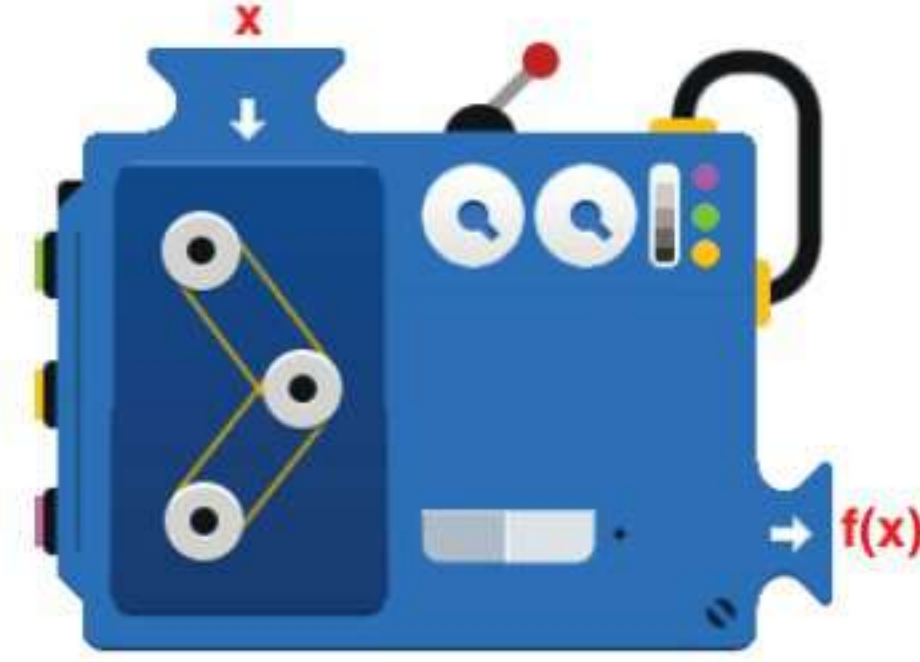
Yapmış olduğumuz fonksiyon tanımındaki şu iki özelliği vurgulayalım.

1. Tanım kümesindeki her bir eleman değer kümesinden bir elemanla mutlaka ilişkilendirilmiştir.
2. Tanım kümesindeki herhangi bir eleman değer kümesinden en fazla bir elemanla ilişkilendirilmiştir.

Dikkat edilecek olursa bir fonksiyonun görüntü kümesi, değer kümesinin bir alt kümesidir, yani $f(A) \subset B$ dir. Bu durum aşağıdaki gibi Venn şemasıyla açıklanabilir.

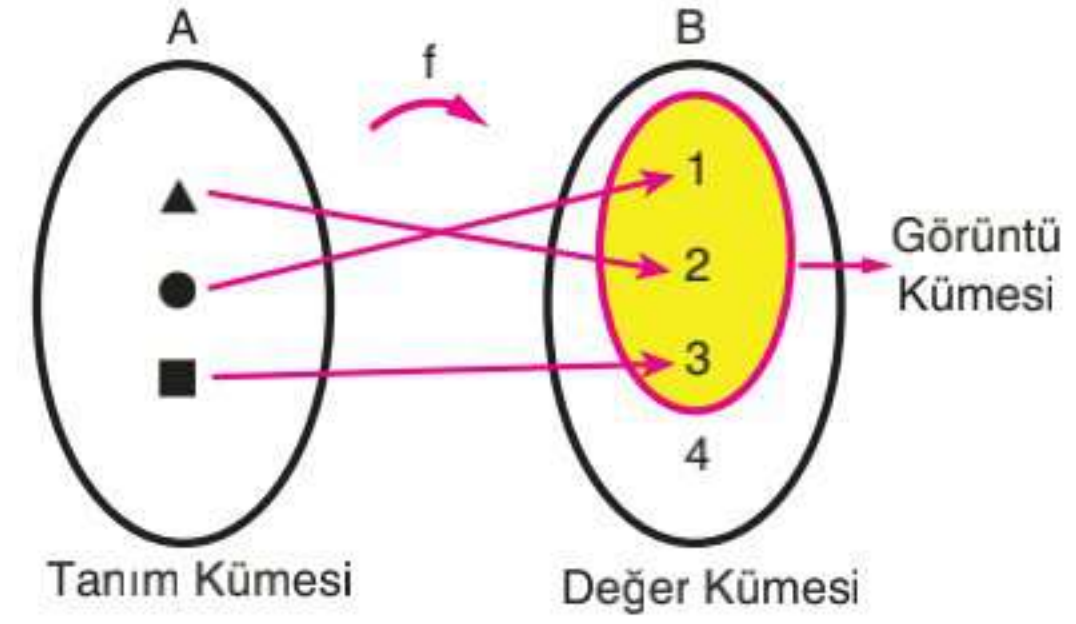


Başka bir deyişle fonksiyonu makineye benzetirsek f fonksiyonu x girdisini alıp $f(x)$ çıktısına götüren bir makine şeklinde düşünülebilir.



NOT

$f : A \rightarrow B$ bir fonksiyondur.



- f fonksiyonunun tanım kümesi $A = \{\triangle, \bullet, \blacksquare\}$
- f fonksiyonunun değer kümesi $B = \{1, 2, 3, 4\}$
- f fonksiyonunun görüntü kümesi $f(A) = \{1, 2, 3\}$ ve $f(\blacksquare) = 3$ tür.

Burada; $f(\triangle) = 2$, $f(\bullet) = 1$ ve $f(\blacksquare) = 3$ tür.



ÖRNEK 1.

$$A = \{k, m, n\}$$

$$B = \{0, 1, 2\}$$

olmak üzere, aşağıdaki ifadelerden hangileri A kümesinden B kümesine bir fonksiyon belirtir?

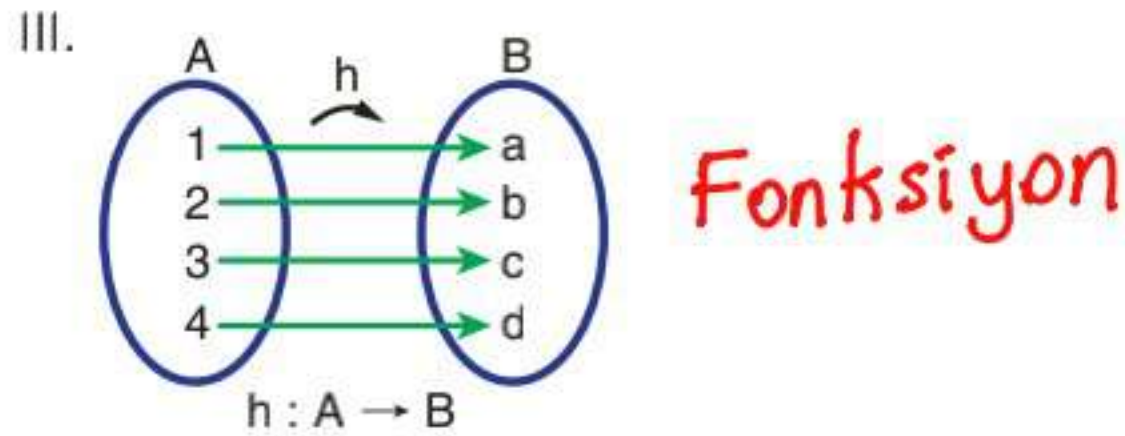
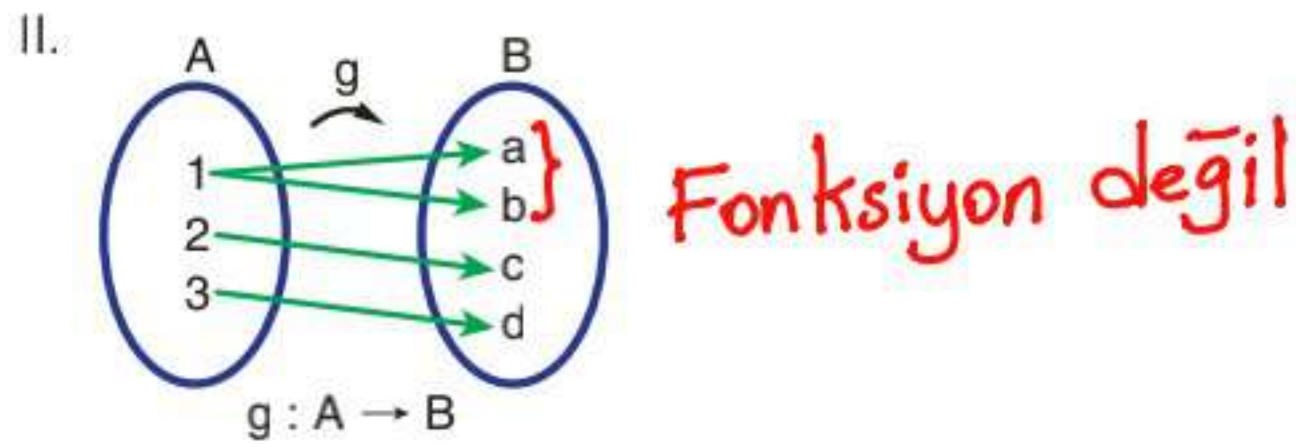
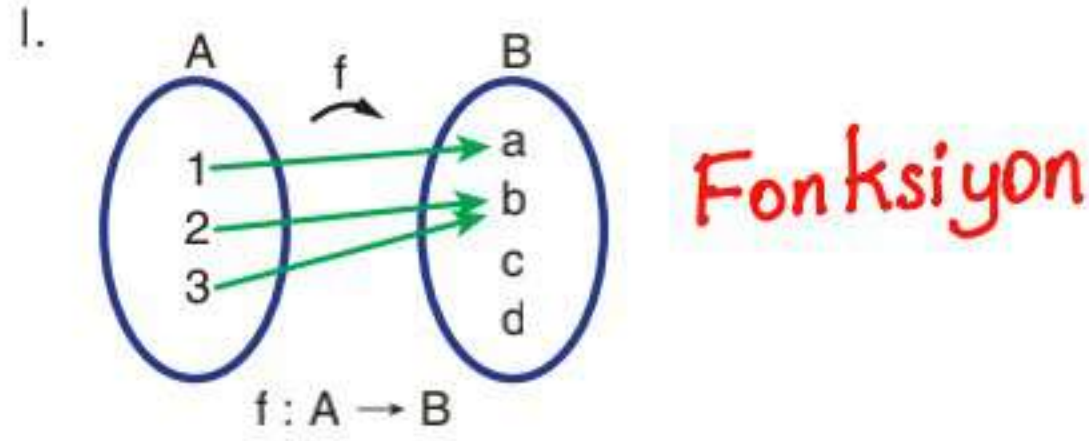
- I. $f = \{(k, 1), (m, 0), (n, 2)\}$
- II. $g = \{(k, 1), (k, 0), (m, 1), (n, 2)\}$
- III. $h = \{(m, 0), (n, 1)\}$
- IV. $t = \{(1, m), (2, k), (0, n)\}$

✓ ÇÖZÜM

- I. $f = \{(k, 1), (m, 0), (n, 2)\}$ **Fonksiyon**
 II. $g = \{(k, 1), (k, 0), (m, 1), (n, 2)\}$ **Fonk. değil**
 III. $h = \{(m, 0), (n, 1)\}$ **k boşta Fonk. değil**
 IV. $t = \{(1, m), (2, k), (0, n)\}$ **$A \rightarrow B$ ye Fonk. değil**

? ÖRNEK 2.

Aşağıdaki Venn şemaları ile verilen ifadelerden hangilerinin bir fonksiyon olduğunu bulunuz.



✓ ÇÖZÜM

I ve III fonksiyon

? ÖRNEK 3.



Kazım, bir zarı atıp zarın üst yüzüne gelebilecek tüm sonuçları bir fonksiyonun tanım kümesi olarak yazmıştır. Değer kümesine ise tüm rakamları yazmıştır.

Kazım, tanım kümesindeki her elemanı 1 eksiği ile eşleştirerek bir fonksiyon oluşturmuştur.

Buna göre, Kazım'ın bulduğu fonksiyonun tanım, değer ve görüntü kümelerini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$T.K = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$D.K = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$G.K = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

? ÖRNEK 4.

$$A = \{x : -1 < x \leq 2, x \in \mathbb{Z}\}$$

kümesi veriliyor.

$$f: A \rightarrow B$$

$$f(x) = 2x - 1$$

fonksiyonu için $f(A)$ kümesini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$A = \{0, 1, 2\}$$

$$f(0) = -1, f(1) = 1, f(2) = 3$$

$$f(A) = \{-1, 1, 3\}$$

? ÖRNEK 5.

$$f: A \rightarrow B$$

$$f(x) = 1 - 2x$$

fonksiyonu veriliyor.

$A = [-1, 4]$ olduğuna göre, $f(A)$ kümesini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$-1 \leq x \leq 4$$

$$-8 \leq -2x \leq 2$$

$$-7 \leq 1-2x \leq 3$$

$$[-7, 3]$$

? ÖRNEK 6.

$f: A \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = x^3 + 1 \text{ ve } f(A) = \{-7, 1, 9\}$$

olduğuna göre, A kümesinin elemanlarını bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{array}{ccc} x^3 + 1 = -7 & x^3 + 1 = 1 & x^3 + 1 = 9 \\ x^3 = -8 & x^3 = 0 & x^3 = 8 \\ x = -2 & x = 0 & x = 2 \end{array}$$

$$A = \{-2, 0, 2\}$$

? ÖRNEK 7.

f bir fonksiyon olmak üzere,

$$f = \{(a, a), (a+2, 3), (3, a-1)\} \text{ ve } f(b) = 1$$

olduğuna göre, f fonksiyonunun tanım kümesindeki elemanların toplamı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$a = 2 \text{ olmalı}$$

$$f = \{(2, 2), (4, 3), (3, 1)\}$$

$$2 + 4 + 3 = 9$$

? ÖRNEK 8.

$\mathbb{N}$: Doğal sayılar

$\mathbb{R}$: Reel sayılar

$\mathbb{Z}$: Tam sayılar

olmak üzere,

I. $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x - 1$

II. $g: \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{N}, g(x) = \frac{x-4}{3}$

III. $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = \frac{1}{x+3}$

IV. $t: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}, t(x) = \sqrt{7-x}$

ifadelerinden hangileri bir fonksiyon belirtir?

✓ ÇÖZÜM

I. $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x - 1$ Fonksiyon

II. $g: \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{N}, g(x) = \frac{x-4}{3}$ $g(1) = -1 \notin \mathbb{N}$

III. $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = \frac{1}{x+3}$ $h(-3) = \frac{1}{0} \notin \mathbb{R}$

IV. $t: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}, t(x) = \sqrt{7-x}$ $h(8) = \sqrt{-1} \notin \mathbb{R}$

? ÖRNEK 9.

$$f(x) = \frac{1}{25-x^2}$$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$25 - x^2 = 0$$

$$x^2 = 25 \Rightarrow x = 5 \vee x = -5$$

$$\mathbb{R} - \{-5, 5\}$$

ÖRNEK 10.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = ax - 9$$

fonksiyonu veriliyor.

$$f(-2) = 15 \text{ tir.}$$

Buna göre, $f(1)$ kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} f(-2) &= -2a - 9 = 15 \\ -2a &= 24 \\ a &= -12 \\ f(1) &= -12 - 9 = -21 \end{aligned}$$

ÖRNEK 11.

$$f(3^x) = x^2 + 2$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(9) - f(1)$ farkı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} x &= 2 & f(9) &= 2^2 + 2 = 6 \\ x &= 0 & f(1) &= 0^2 + 2 = 2 \\ 6 - 2 &= 4 \end{aligned}$$

ÖRNEK 12.

f bir fonksiyon olmak üzere,

$$f(3x + 7) + f(x + 3) = 8 - 3x$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $f(1)$ kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} x &= -2 & f(1) + f(1) &= 8 + 6 \\ & & 2 \cdot f(1) &= 14 \\ & & f(1) &= 7 \end{aligned}$$

ÖRNEK 13.

$f(x)$ fonksiyonu,

$$f(x) = "x \text{ doğal sayısının asal çarpanlarının toplamı}"$$

şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre, $f(x) = 13$ eşitliğini sağlayan iki basamaklı en büyük sayı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$2^3 \cdot 11 = 88$$

ÖRNEK 14.

f bir fonksiyondur.

$$f(x) + 3f(-x) = 20$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $f(3)$ kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} x &= 3 & -/ & f(3) + 3 \cdot f(-3) = 20 \\ x &= -3 & 3/ & f(-3) + 3 \cdot f(3) = 20 \\ & & 8 \cdot f(3) &= 40 \\ & & f(3) &= 5 \end{aligned}$$

ÖRNEK 15.

$$f(x) = \frac{2x - 3}{4}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(x + 1)$ fonksiyonunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} f(x+1) &= \frac{2 \cdot (x+1) - 3}{4} \\ &= \frac{2x - 1}{4} \end{aligned}$$

? ÖRNEK 16.

$$f(x) = 5x - 1$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(2x)$ fonksiyonunun $f(x)$ cinsinden eşitini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$f(2x) = 10x - 1$$

$$f(2x) = 2 \cdot \underbrace{(5x - 1)}_{f(x)} + 1$$

$$f(2x) = 2 \cdot f(x) + 1$$

? ÖRNEK 17.

$$f(x) = 3^{-x}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(2 - x)$ fonksiyonunun $f(x)$ cinsinden eşitini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$f(2-x) = 3^{-(2-x)} = 3^{x-2}$$

$$f(2-x) = \frac{1}{9 \cdot 3^{-x}}$$

$$f(2-x) = \frac{1}{9 \cdot f(x)}$$

? ÖRNEK 18.

$$f(x) - f(x-1) = 3$$

fonksiyonu veriliyor.

$$f(0) = 1 \text{ dir.}$$

Buna göre, $f(12)$ kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$x=1 \quad f(1) - f(0) = 3$$

$$x=2 \quad f(2) - f(1) = 3$$

$$\vdots$$

$$x=12 \quad f(12) - f(11) = 3$$

$$f(12) - \underbrace{f(0)}_1 = 3 \cdot 12$$

$$f(12) = 37$$

? ÖRNEK 19.

n pozitif bir tam sayıdır.

$$\frac{f(n+1)}{f(n)} = n \text{ ve } f(1) = 1$$

olduğuna göre, $f(n)$ ifadesinin eşitini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$\frac{f(2)}{f(1)} \cdot \frac{f(3)}{f(2)} \cdots \frac{f(n)}{f(n-1)} = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (n-1)$$

$$\frac{f(n)}{1} = (n-1)! \Rightarrow f(n) = (n-1)!$$

? ÖRNEK 20.

$$f(x^2 - x) = -3x^2 + 3x + 11$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(5)$ kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$f(\underbrace{x^2 - x}_x) = -3 \cdot \underbrace{(x^2 - x)}_x + 11$$

$$f(x) = -3x + 11$$

$$f(5) = -3 \cdot 5 + 11 = -4$$

? ÖRNEK 21.

$$f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(\sqrt{3})$ kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$f\left(x + \frac{1}{x}\right) = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2$$

$$f(\sqrt{3}) = (\sqrt{3})^2 = 3$$

ÖRNEK 22.

$$f(x + y) = f(x) \cdot f(y)$$

fonksiyonu veriliyor.

$f(2) = 3$ olduğuna göre, $f(10)$ kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} \star f(x) &= m^x \star \\ f(2) &= 3 \Rightarrow m^2 = 3 \Rightarrow m = \sqrt{3} \\ f(x) &= (\sqrt{3})^x \\ f(10) &= (\sqrt{3})^{10} = 3^5 \end{aligned}$$

ÖRNEK 23.

Aşağıda dik silindir biçiminde olan sarı, kırmızı, mavi ve yeşil renkte 4 tane beher görseli verilmiştir.



$f(x)$ = "x rengindeki kabın hacminin tüm kapların hacimlerinin toplamına oranı" şeklinde tanımlanır.

$$f(S) = \frac{1}{8} \text{ ve } f(M) = \frac{3}{10}$$

olduğuna göre, $f(K) + f(Y)$ toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$f(S) = \frac{5}{40}, \quad f(M) = \frac{12}{40}$$

$$f(K) + f(Y) = \frac{40 - (5 + 12)}{40}$$

$$f(K) + f(Y) = \frac{23}{40}$$



YANINDA BULUNSUN

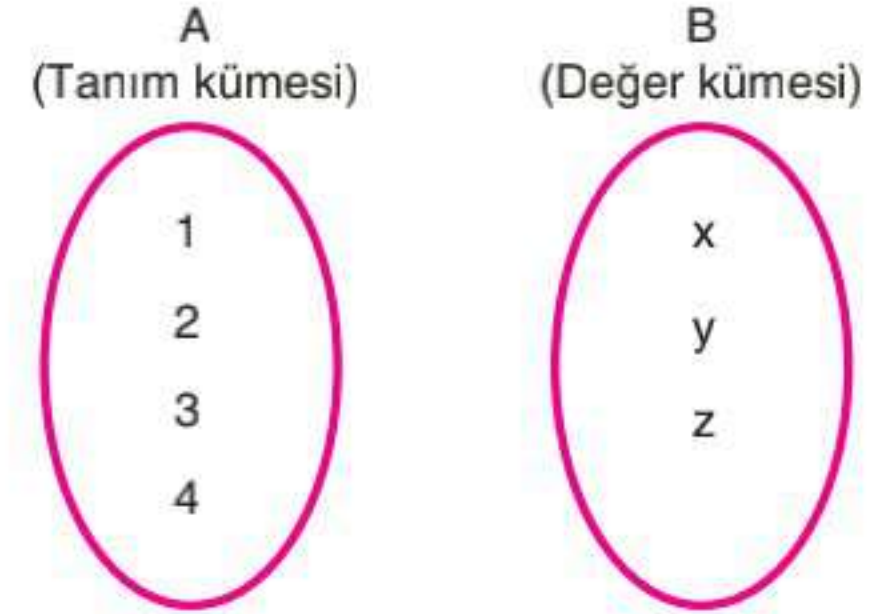
FONKSİYON SAYISI

Fonksiyon sayısını örneklendirerek kuralını bulalım.

Örneğin; $A = \{1, 2, 3, 4\}$

$B = \{x, y, z\}$

kümeleri veriliyor.



$f: A \rightarrow B$ fonksiyon olması için tanım kümesinde açıkta eleman kalmaması ve her elemanın yalnız bir görüntüsünün olması gerektirir.

Şimdi tanım kümesindeki elemanların her birini değer kümesinin elemanlarıyla eşleştirmeye başlayalım.

1, 2, 3 ve 4 sayılarının her birinin değer kümesinde eşleşebileceği 3 eleman vardır. Dolayısıyla çarpma yoluyla saymadan,

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4 \text{ tane}$$

fonksiyon tanımlanabilir.

SONUÇ

A ve B boştan farklı iki küme olsun.

$s(A) = m$ ve $s(B) = n$ olmak üzere,

A'dan B'ye tanımlanabilecek fonksiyonların sayısı n^m dir.



ÖRNEK 24.

A ve B ayrık iki kümedir.

$$s(A \cup B) = 12$$

$$s(B - A) = 8$$

olduğuna göre, A'dan A'ya kaç tane fonksiyon yazılabilir?



ÇÖZÜM

$$s(A) = 12 - 8$$

$$s(A) = 4$$

$$f: A \rightarrow A : 4^4$$

ÖRNEK 25.

Hasan, aşağıda verilen kümelerden birini tanım, diğerini değer kümesi olarak seçip bir f fonksiyonu tanımlayacaktır.

Kış ayları = {Aralık, Ocak, Şubat}

Kış sporları = {Kayak, Buz hokeyi, Snowboard, Kar rafting}

Buna göre, Hasan kaç farklı fonksiyon tanımlayabilir?

ÇÖZÜM

$$3^4 + 4^3 = 81 + 64 = 145$$

ÖRNEK 26.

$A = \{a, e, i, o\}$ ve

$B = \{1, 2, 3\}$

kümeleri veriliyor.

$f : A \rightarrow B$ olmak üzere, $f(a) = f(e) = 1$ koşuluna uygun kaç tane f fonksiyonu yazılabilir?

ÇÖZÜM

i için 3
 o için 3 yer var.

$$3 \cdot 3 = 9$$



NOT

Bu bölümde fonksiyon çeşitleri işlenecektir.

Fonksiyon çeşitlerini;

- İçine Fonksiyon
- Örten Fonksiyon
- Bire Bir Fonksiyon
- Birim Fonksiyon
- Sabit Fonksiyon
- Doğrusal Fonksiyon
- Tek-Çift Fonksiyonlar
- Parçalı Tanımlı Fonksiyonlar

şeklinde sıralayabiliriz.



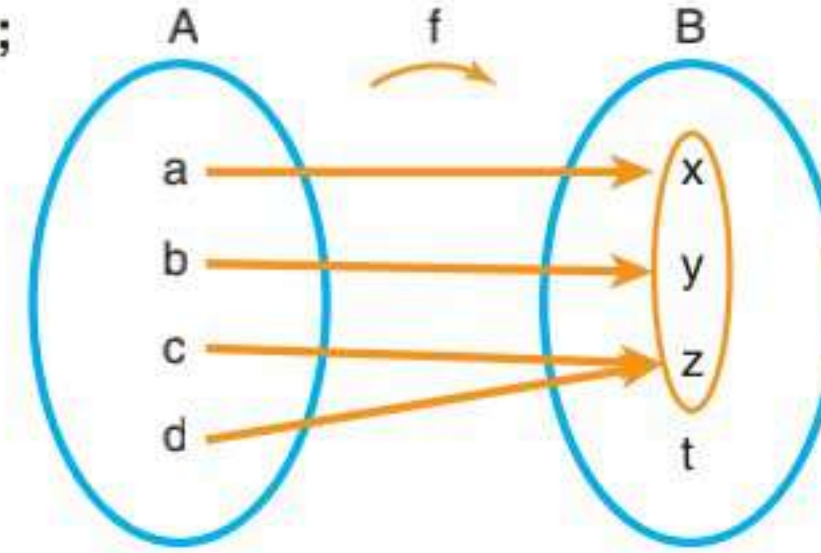
YANINDA BULUNSUN

A) İÇİNE FONKSİYON

A ve B boştan farklı iki küme olsun.

$f : A \rightarrow B$ fonksiyonu için $f(A) \neq B$ ise yani değer kümesinde eşlenmeyen en az bir eleman kalıyorsa f fonksiyonuna "İçine Fonksiyon" denir.

Örneğin;



Yukarıda verilen f fonksiyonunda,

$B = \{x, y, z, t\}$ ve $f(A) = \{x, y, z\}$ dir.

$f(A) \neq B$ olduğundan f içine fonksiyondur.



ÖRNEK 27.

$A = \{-2, 0, 2\}$ ve

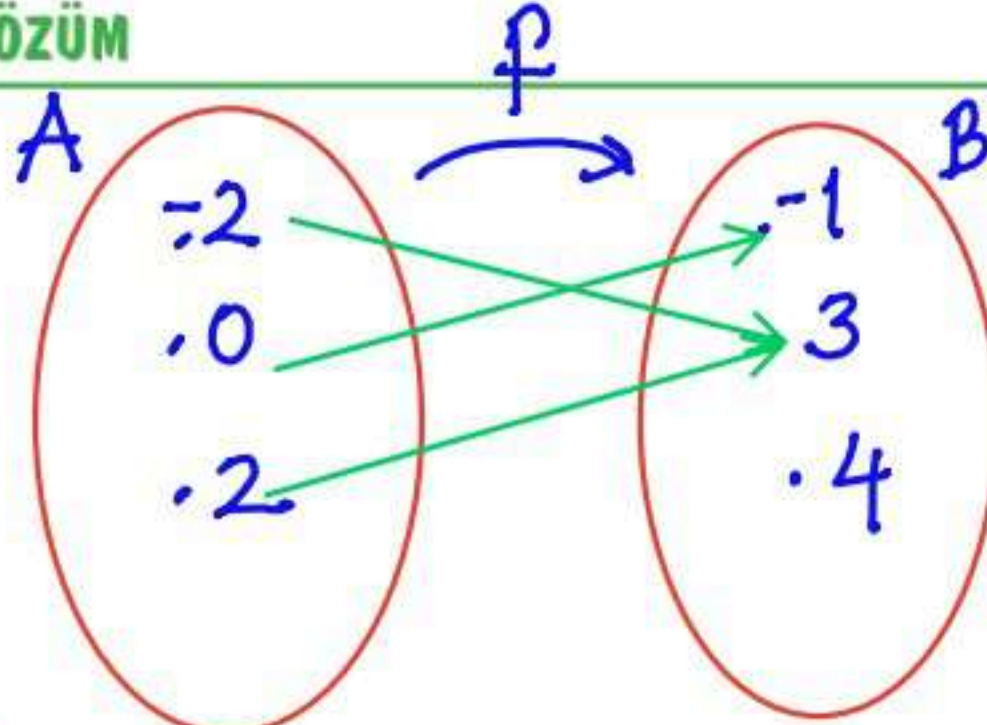
$B = \{-1, 3, 4\}$

kümeleri veriliyor.

$f : A \rightarrow B$ bir fonksiyon olmak üzere, $f(x) = x^2 - 1$ fonksiyonunun içine olup olmadığını Venn şeması ile gösteriniz.



ÇÖZÜM



ÖRNEK 28.

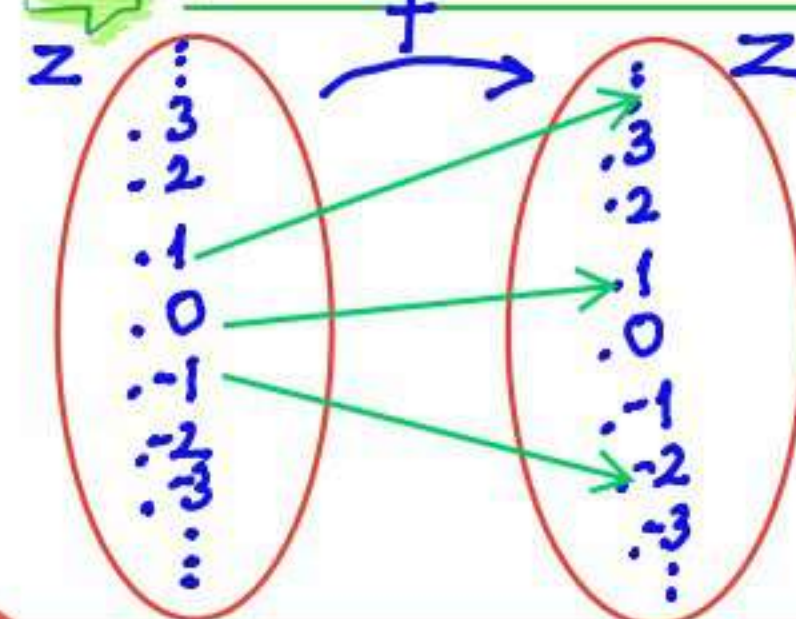
$f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ olmak üzere,

$$f(x) = 3x + 1$$

fonksiyonunun içine olduğunu gösteriniz.



ÇÖZÜM

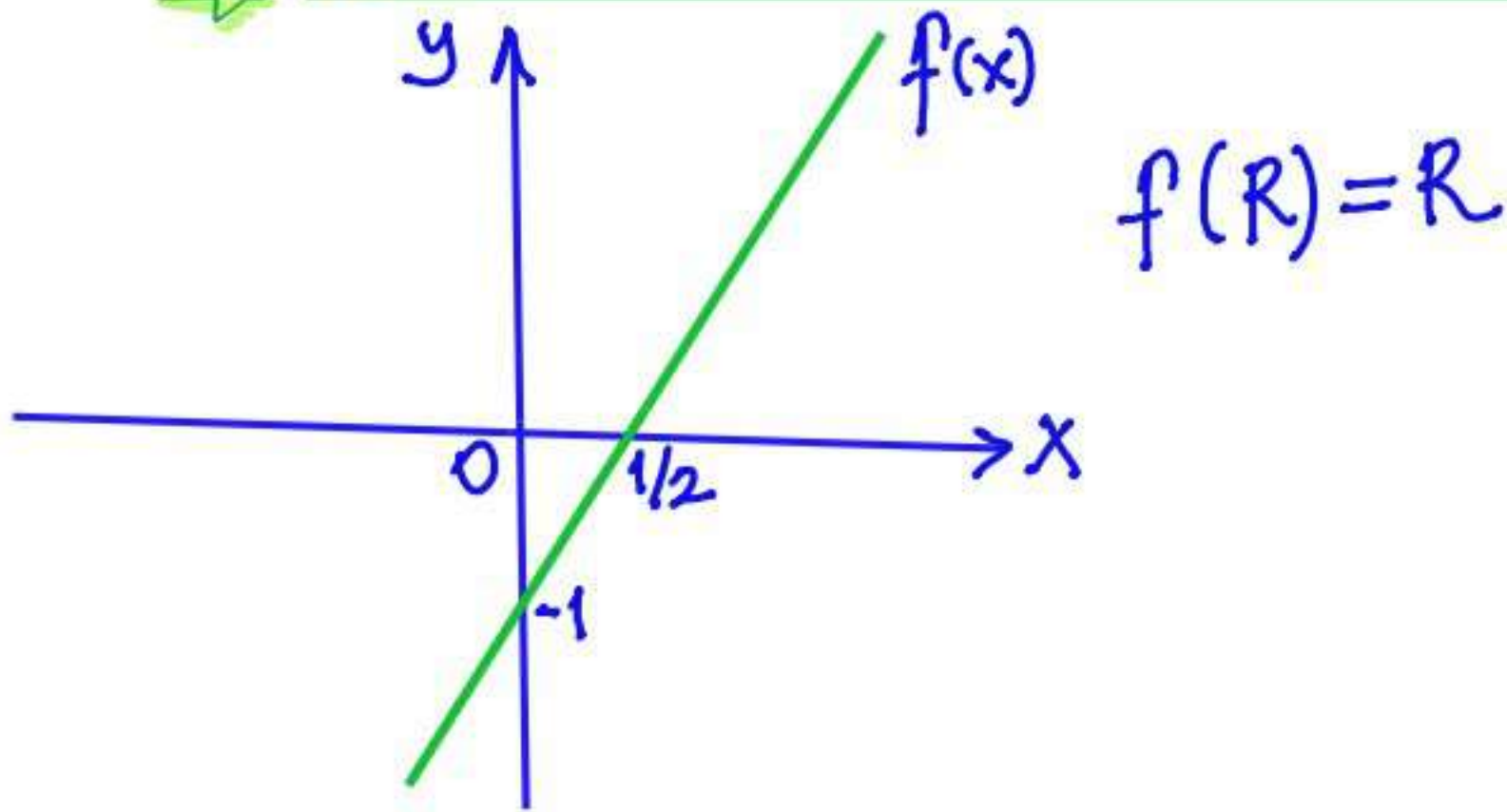


ÖRNEK 29.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = 2x - 1$$

fonksiyonunun içine olmadığını gösteriniz.

ÇÖZÜM

YANINDA BULUNSUN

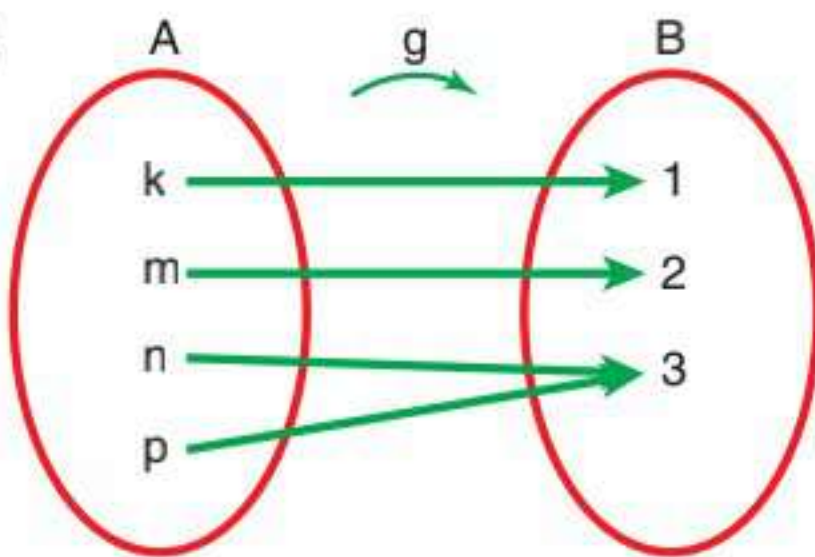
B) ÖRTEN FONKSİYON

A ve B boş kümeden farklı birer küme olmak üzere, bir fonksiyonun değer kümesindeki her eleman, tanım kümesinden en az bir eleman ile eşleşmiş ise f fonksiyonuna "**Örten Fonksiyon**" denir.

Cebirsel olarak ifade edilirse,

$f: A \rightarrow B$ fonksiyonu için $f(A) = B$ ise f örtendir denir.

Örneğin;

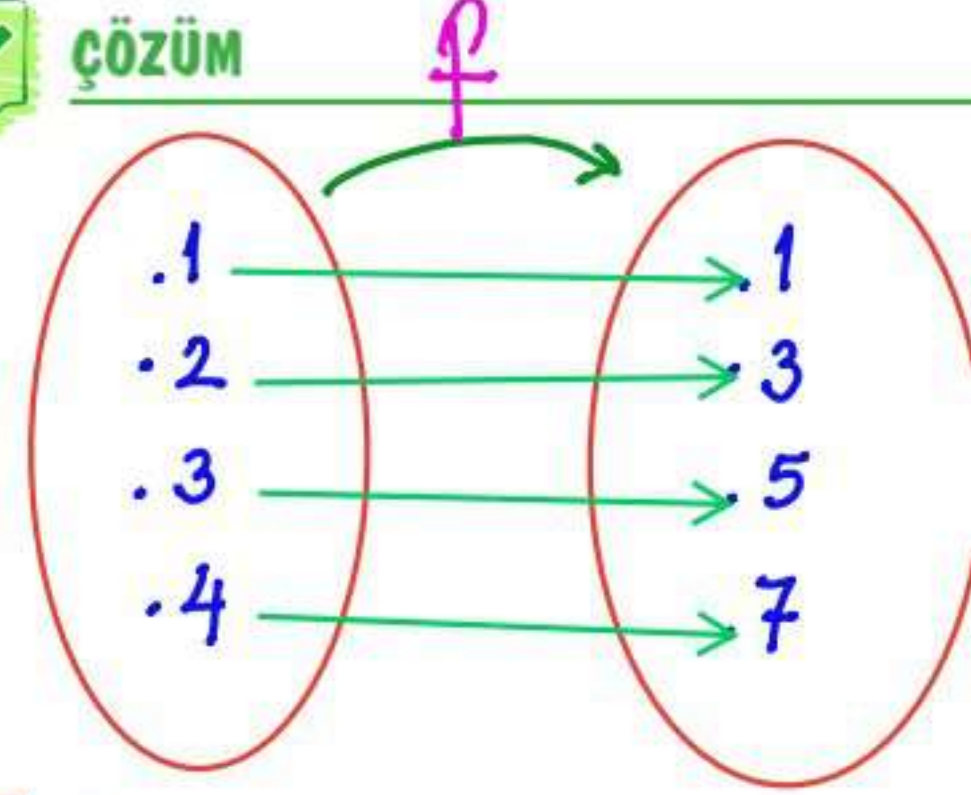


Yukarıda verilen g fonksiyonunda B kümesinde açıkta eleman kalmadığından yani $f(A) = B$ olduğundan f fonksiyonu örtendir.

ÖRNEK 30.

$$f: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 3, 5, 7\}$$

olmak üzere, $f(x) = 2x - 1$ fonksiyonunun örten bir fonksiyon olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM**ÖRNEK 31.**

I. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 5x + 1$

II. $g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, g(x) = 3x + 2$

fonksiyonların örten olup olmadıklarını inceleyiniz.

ÇÖZÜM

I. Örten $f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$

II. içine $f(\mathbb{Z}) \neq \mathbb{Z}$

ÖRNEK 32.

A ve B boştan farklı iki kümedir.

$$s(A) = 3n - 7 \text{ ve } s(B) = n - 1 \text{ dir.}$$

Buna göre, $f: A \rightarrow B$ fonksiyonunun örten olması için n en az kaç olmalıdır?

ÇÖZÜM

$$s(A) \geq s(B)$$

$$3n - 7 \geq n - 1$$

$$2n \geq 6 \Rightarrow n \geq 3$$

n en az 3 olmalıdır.

SONUÇ

A ve B boştan farklı iki kümedir.

$f: A \rightarrow B$ fonksiyonunun örten olması için,

$$s(A) \geq s(B) \text{ olmalıdır.}$$



YANINDA BULUNSUN

C) BİRE BİR FONKSİYON

Bir fonksiyonun tanım kümesindeki her bir elemanın görüntüsü diğer elemanların görüntülerinden farklı ise o fonksiyona "**Bire Bir Fonksiyon**" denir. Bu tanıma daha net ifade etmek için bire bir olma kavramının cebirsel olarak ne anlama geldiğini belirtelim.

Bir $f : A \rightarrow B$ fonksiyonu verildiğinde, herhangi $a \in A$ ve $b \in A$ için

$$a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b)$$

şartı sağlanıyorsa f fonksiyonuna bire bir fonksiyon denir.

Bu tanıma şu şekilde de ifade edebiliriz.

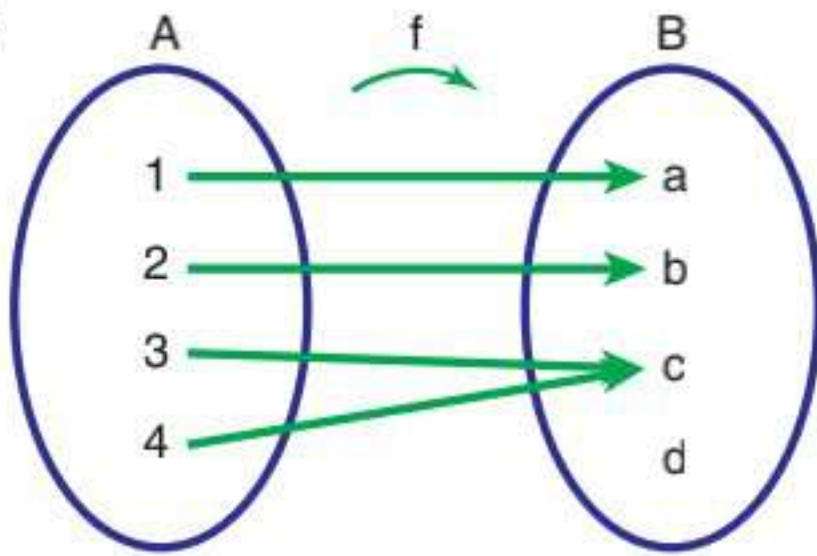
Herhangi $a \in A$ ve $b \in A$ için

$$f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$$

şartı sağlanıyorsa f fonksiyonu bire bir fonksiyondur.

Bir f fonksiyonunun bire bir olma durumu " f fonksiyonu bire birdir" şeklinde ifade edilebilir.

Örneğin;



Yukarıda verilen f fonksiyonunda $3 \neq 4$ iken $f(3) = f(4)$ olduğundan f fonksiyonu bire bir değildir.



ÖRNEK 33.

- I. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = |x + 3|$
- II. $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x^2 + 1$
- III. $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = x + 3$
- IV. $u : \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{Z}^+, u(x) = x^2$

Yukarıda verilen fonksiyonlardan hangileri bire birdir?



ÇÖZÜM

- I. $f(-1) = f(-5)$ olduğundan 1-1
- II. $g(-1) = g(1)$ değil
- III. Birebir
- IV. Birebir.



ÖRNEK 34.

$A = \{2, 3, 5\}$ ve

$B = \{4, 7, 9\}$

kümeleri veriliyor.

$$f = \{(2, 4), (3, 9), (a, a - 2b)\}$$

f fonksiyonu bire bir olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

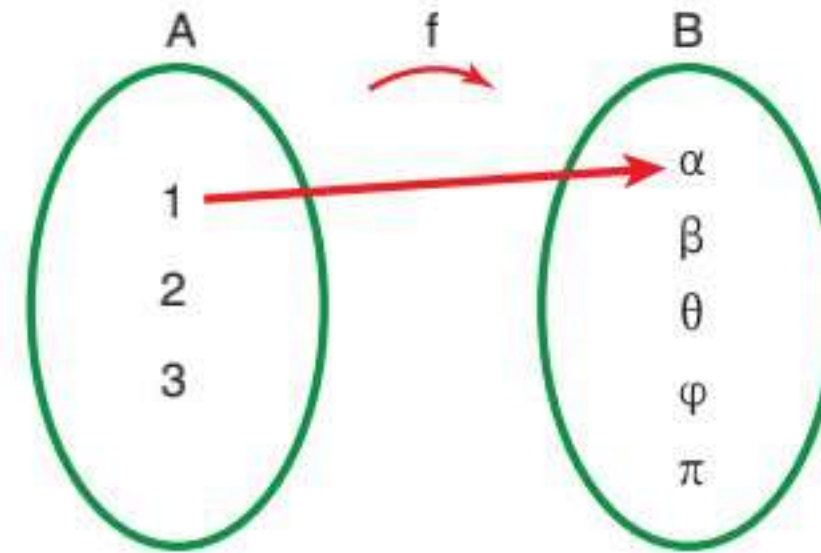


ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} a &= 5 & a - 2b &= 7 \\ & & \downarrow & \downarrow \\ & & 5 & -1 \\ a + b &= 5 - 1 = 4 \end{aligned}$$



ÖRNEK 35.



$f : A \rightarrow B$ bir fonksiyondur.

Buna göre, $f(1) = \alpha$ şartını sağlayan kaç tane bire bir f fonksiyonu tanımlanabilir?



ÇÖZÜM

2 4 yere
3 3 yere gidebilir.
4. 3 = 12

? ÖRNEK 36.

Aşağıda aile ve otellerin isimlerinin yazıldığı bir tablo gösterilmiştir.

Aileler	Oteller
Sinan Ailesi	Deniz Otel
Demir Ailesi	Güneş Otel
Bahar Ailesi	Kumsal Otel
Sönmez Ailesi	

Bu tablodaki aileler tanım kümesi ve oteller değer kümesi olmak üzere, aileler kümesinden oteller kümesine bir f fonksiyonu tanımlanacaktır.

Her otelin bu ailelerden en az birini misafir edeceği bilindiğine göre, f fonksiyonun bire birlik, örtenlik ve içine durumlarını inceleyiniz.

✓ ÇÖZÜM

- 1-1 değil
- Örten
- içine değil

**YANINDA BULUNSUN****D) BİRİM FONKSİYON**

A boş kümeden farklı bir küme ve f , A 'dan A 'ya bir fonksiyon olmak üzere, $\forall x \in A$ için $f(x) = x$ oluyorsa, yani tanım kümesindeki her değeri kendisiyle eşliyorsa f fonksiyonuna "**Birim Fonksiyon**" denir.

Birim fonksiyon genellikle I ile gösterilir ve birim fonksiyonun kuralı, $I(x) = x$ olarak belirtilir.

Örneğin; $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, f birim fonksiyon ise,

- $f(5) = 5$
- $f(\sqrt{3} - 1) = \sqrt{3} - 1$
- $f(x + 7) = x + 7$ olur.

? ÖRNEK 37.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = (2k - 3)x + m - 4$$

fonksiyonu birim fonksiyondur.

Buna göre, $m \cdot k$ çarpımı kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} 2k - 3 &= 1 & m - 4 &= 0 \\ k &= 2 & m &= 4 \\ 2 \cdot 4 &= 8 \end{aligned}$$

? ÖRNEK 38.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(5x - 1) + f(3) = 2x + f(104)$$

f fonksiyonu birim fonksiyondur.

Buna göre, x kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} 5x - 1 + 3 &= 2x + 104 \\ 3x &= 102 \\ x &= 34 \end{aligned}$$

? ÖRNEK 39.

$A = \{-2, 0, 3, 5\}$ ve

$B = \{1\}$

kümeleri veriliyor.

$f: A \rightarrow B$ bir fonksiyon olmak üzere,

- f birim fonksiyondur.
- f bire birdir.
- f örtendir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

✓ ÇÖZÜM

$$f(-2) = f(0) = f(3) = f(5) = 1$$

I. Birim fonksiyon değil
II. 1-1 değil
III. ÖRTEN



YANINDA BULUNSUN

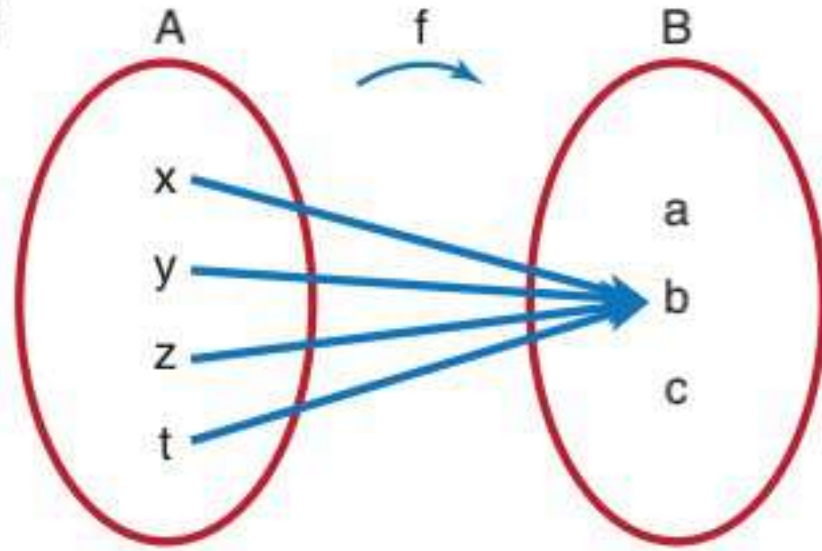
E) SABİT FONKSİYON

A ve B boştan farklı birer kümedir.

$f: A \rightarrow B$ ile verilen bir f fonksiyonu A kümesinin bütün elemanlarını B kümesinden yalnızca bir eleman ile eşleştiriyorsa bu fonksiyonlara "**Sabit Fonksiyon**" denir.

Eşleme yapılan eleman b ile gösterilirse, sabit fonksiyon $\forall x \in A$ için $f(x) = b$ şeklinde gösterilir.

Örneğin;



Yukarıda gösterilen fonksiyonun görüntü kümesi tek elemanlı olduğundan f fonksiyonu sabit fonksiyondur.

NOT

a, b, c ve d sıfırdan farklı gerçek sayılardır.

Tanımlı olduğu aralıkta,

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$$

fonksiyonu sabit fonksiyon ise $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ dir.



ÖRNEK 40.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = (m - 3)x^2 + (n + 1)x + 9$$

fonksiyonu sabit bir fonksiyondur.

Buna göre, $m + n + f(x)$ toplamı kaçtır?



ÇÖZÜM

$$m - 3 = 0, n + 1 = 0, f(x) = 9$$

$$m = 3, n = -1$$

$$3 + (-1) + 9 = 11$$



ÖRNEK 41.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere, f fonksiyonu sabit fonksiyondur.

$$f(3) \cdot f(4) = 36$$

olduğuna göre, $f(5)$ kaçtır?



ÇÖZÜM

$$f(x) = c \text{ olsun.}$$

$$c \cdot c = 36 \Rightarrow c^2 = 36$$

$$c = -6$$

$$f(5) = -6$$



ÖRNEK 42.

Tanımlı olduğu aralıkta,

$$f(x) = \frac{ax + 6}{x - 3}$$

fonksiyonu sabit fonksiyondur.

Buna göre, a kaçtır?



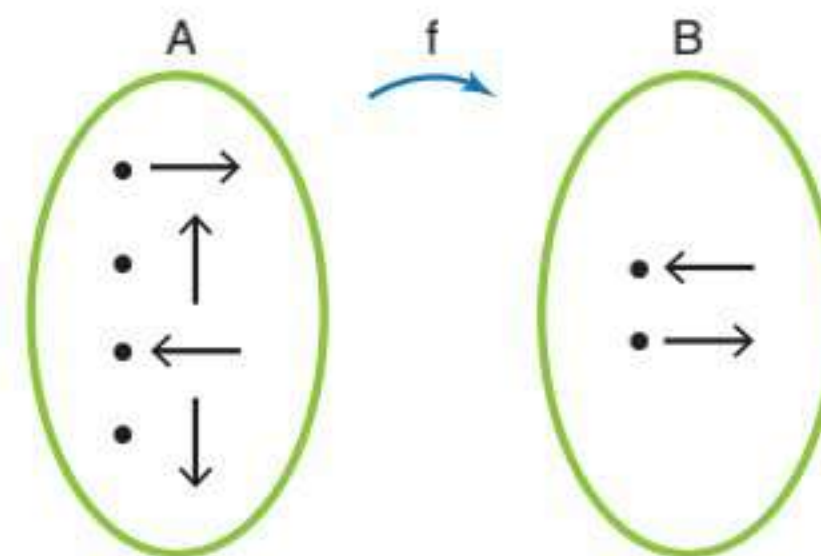
ÇÖZÜM

$$\frac{a}{1} = \frac{6}{-3}$$

$$a = -2$$



ÖRNEK 43.



A'dan B'ye sabit olmayan kaç tane f fonksiyonu tanımlanabilir?

✓ ÇÖZÜM

$$2^4 - 2 = 14$$

↓
sabit
fonksiyon



YANINDA BULUNSUN

F) DOĞRUSAL FONKSİYON

$a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ ve $b \in \mathbb{R}$ şeklindeki a ve b sabitleri verilsin.

Bir $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonunun kuralı, $f(x) = ax + b$ biçiminde ise bu fonksiyona "**Doğrusal Fonksiyon**" denir.

? ÖRNEK 44.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

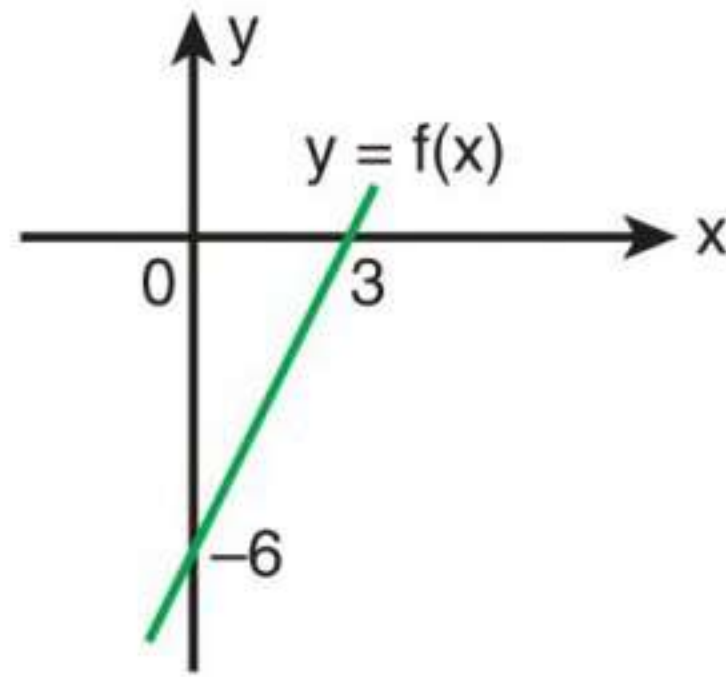
$$f(x) = 2x - 6$$

doğrusal fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

✓ ÇÖZÜM

$$x=0 \text{ için } y=-6$$

$$y=0 \text{ için } x=3$$



? ÖRNEK 45.

f fonksiyonu gerçekte sayılarda tanımlı doğrusal bir fonksiyondur.

$$f(-1) = 6 \text{ ve } f(2) = 18 \text{ dir.}$$

Buna göre, $f(0)$ kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$f(x) = ax + b$$

$$f(x) = 4x + 10$$

$$f(0) = 10$$

$$-1 \cdot a + b = 6$$

$$2a + b = 18$$

$$\underline{3a = 12}$$

$$a = 4$$

$$b = 10$$

? ÖRNEK 46.

f fonksiyonu gerçekte sayılarda tanımlı doğrusal bir fonksiyondur.

$$2 \cdot f(x) + f(x+2) = 6x - 5$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $f(0)$ kaçtır?

$$f(x) = ax + b$$

$$f(x+2) = ax + 2a + b$$

✓ ÇÖZÜM

$$20x + 2b + ax + 2a + b = 6x - 5$$

$$3ax + 2a + 3b = 6x - 5$$

$$3a = 6$$

$$a = 2$$

$$4 + 3b = -5$$

$$b = -3$$

$$f(x) = 2x - 3$$

$$f(0) = -3$$

? ÖRNEK 47.

Bir taşıma şirketinin nakliye aracının aylık 800 lira masrafı bulunmaktadır. Buna ek olarak kamyonun 100 km de 8 litre benzin tükettiği bilinmektedir. 1 litre benzinin maliyeti 5 liradır.

Kamyon bir ayda x km yol yaptığına göre, kamyonun bir aydaki toplam masrafını f fonksiyonu cinsinden ifade ediniz.

✓ ÇÖZÜM

$$1 \text{ km de } \frac{8}{100} \cdot 5 = \frac{40}{100} = 0,4$$

$$x \text{ km de } 0,4 \cdot x \text{ lira maliyet olur.}$$

$$f(x) = 800 + 0,4 \cdot x$$



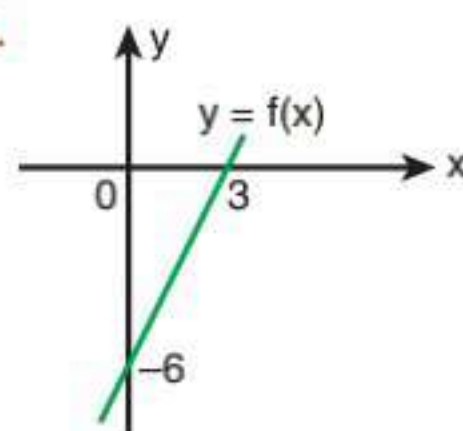
YANINDA BULUNSUN

G) TEK-ÇİFT FONKSİYONLAR

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere, $\forall x \in \mathbb{R}$ için,

- $f(-x) = f(x)$ olan f fonksiyonuna "**Çift Fonksiyon**" denir.
- $f(-x) = -f(x)$ olan f fonksiyonuna "**Tek Fonksiyon**" denir.

44.



45. 10

46. -3

47. $f(x) = 800 + 0,4x$



NOT

f çift fonksiyon ise fonksiyonun grafiği y eksenine göre simetrik-
tir. (Örneğin; $y = x^2$)

f tek fonksiyon ise fonksiyonun grafiği orijine göre simetrik-
tir. (Örneğin; $y = x^3$)



ÖRNEK 48.

Aşağıda gerçekte sayılarda tanımlı olan fonksiyonların tek-
çift olup olmadıklarını bulunuz.

- a) $f(x) = x^3 + 2x$
- b) $g(x) = x^2 + 5$
- c) $h(x) = x^2 - 3x$
- d) $k(x) = 4$
- e) $t(x) = x^3 + 1$



ÇÖZÜM

- a) $f(x) = x^3 + 2x$ **Tek fonksiyon**
- b) $g(x) = x^2 + 5$ **Çift fonksiyon**
- c) $h(x) = x^2 - 3x$ **ne tek, ne çift fonksiyon**
- d) $k(x) = 4$ **Çift fonksiyon**
- e) $t(x) = x^3 + 1$ **ne tek, ne çift fonksiyon**



ÖRNEK 49.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = x^3 + (m - 2)x^2 - 3x$$

funksiyonu tektir.

Buna göre, $f(m)$ kaçtır?



ÇÖZÜM

$$m - 2 = 0 \Rightarrow m = 2$$

$$f(x) = x^3 - 3x$$

$$f(2) = 2^3 - 3 \cdot 2$$

$$f(2) = 2$$



ÖRNEK 50.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere, $y = f(x)$ fonksiyonu çift fonksiyondur.

$$f(-x) + 4 + f(x) = 2x^2$$

olduğuna göre, $f(-1)$ kaçtır?



ÇÖZÜM

$$f(-x) = f(x)$$

$$2f(x) = 2x^2 - 4$$

$$f(x) = x^2 - 2$$

$$f(-1) = -1$$



ÖRNEK 51.

f fonksiyonunun grafiği orijine göre, **Tek fonksiyon**
 g fonksiyonunun grafiği y eksenine göre simetrik-
tir. **Çift fonksiyon**

Buna göre,

$$\frac{f(-5) + g(-4)}{g(4) - f(5)}$$

oranı kaçtır?



ÇÖZÜM

$$\frac{f(-5) + g(4)}{g(4) + f(-5)} = 1$$



YANINDA BULUNSUN

H) PARÇALI FONKSİYONLAR

Tanım aralığının alt aralıklarında farklı kurallarla tanımlanmış
fonksiyonlara "**Parçalı Fonksiyonlar**" denir.

Örneğin; Bir $f(x)$ fonksiyonunun alt aralıklarının uç noktaları

$$x = m \text{ ve } x = n \text{ olsun. } (m < n)$$

$$f(x) = \begin{cases} v(x), & x \leq m \quad \text{ise} \\ g(x), & m < x < n \quad \text{ise} \\ h(x), & x \geq n \quad \text{ise} \end{cases}$$

şeklinde yazılabilir.

Burada, $x = m$ ve $x = n$ noktalarına "**Parçalı Fonksiyonun Kritik Noktaları**"

v, g, h fonksiyonlarına da "**Parçalı Fonksiyonun Dalları**" denir.

**NOT**

Parçalı fonksiyonların günlük hayatta ne işe yaradığını bir örnekle açıklayalım.

Bir otoparkın ücret tarifesini aşağıdaki gibi olsun.

Park Süresi (Saat)	Ücret (TL)
1 saate kadar (1 saat dahil)	5 TL
1 ile 2 saat arası (2 saat dahil)	8 TL
2 saatten sonrası	16 TL

Buna göre, park ücretinin parkta kalma süresine bağlı ilişkisini gösteren $f(x)$ fonksiyonu;

$$f(x) = \begin{cases} 5, & 0 < x \leq 1 \\ 8, & 1 < x \leq 2 \\ 16, & x > 2 \end{cases}$$

şeklinde ifade edilir.

**ÖRNEK 52.**

Tanım kümesi gerçekte sayılar olan bir f fonksiyonu parçalı tanımlı olarak aşağıda verilmiştir.

$$f(x) = \begin{cases} x - 3, & x < -2 \\ x^2, & -2 \leq x < 0 \\ 4x + 1, & x \geq 0 \end{cases}$$

Buna göre, $f(-3) + f(2)$ toplamı kaçtır?

**ÇÖZÜM**

$$f(-3) = -3 - 3 = -6$$

$$f(2) = 4 \cdot 2 + 1 = 9$$

$$-6 + 9 = 3$$

**ÖRNEK 53.**

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x+3) = \begin{cases} x+a, & x < 0 \\ 2x-5, & x \geq 0 \end{cases}$$

parçalı fonksiyonu veriliyor.

$f(3) = f(1)$ olduğuna göre, a kaçtır?

**ÇÖZÜM**

$$x=0 \text{ için } f(3) = 2 \cdot 0 - 5 = -5$$

$$x=-2 \text{ için } f(1) = a - 2$$

$$a - 2 = -5 \Rightarrow a = -3$$

**YANINDA BULUNSUN****FONKSİYONLARDA DÖRT İŞLEM**

$f: A \rightarrow \mathbb{R}$ ve $g: B \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonları verilsin. ($A \cap B \neq \emptyset$)

a) $f+g: A \cap B \rightarrow \mathbb{R}$ ve $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$

b) $f-g: A \cap B \rightarrow \mathbb{R}$ ve $(f-g)(x) = f(x) - g(x)$

c) $f \cdot g: A \cap B \rightarrow \mathbb{R}$ ve $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$

d) $\frac{f}{g}: A \cap B \rightarrow \mathbb{R}$ ve $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, $g(x) \neq 0$

e) $c \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$c \cdot f: A \rightarrow \mathbb{R}$ ve $(c \cdot f)(x) = c \cdot f(x)$

biçiminde tanımlanır.

**NOT**

Fonksiyonlarda dört işlem yapılırken fonksiyonların tanım kümelerinin kesişimi alınır.

**ÖRNEK 54.**

$$f = \{(-2, 3), (0, 4), (3, 6), (1, -5)\}$$

$$g = \{(0, -1), (2, -5), (-2, 4), (4, 7)\}$$

fonskiyonları veriliyor.

Buna göre,

a) $f+g$

b) $2f-g$

c) $f \cdot g$

fonskiyonlarını bulunuz.

**ÇÖZÜM**

a) $f+g = \{(-2, 7), (0, 3)\}$

b) $2f-g = \{(-2, 2), (0, 9)\}$

c) $f \cdot g = \{(-2, 12), (0, -4)\}$

ÖRNEK 55.

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 5x + 4$$

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x^2 + 2$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(f - 2g)(x)$ ifadesinin eşitini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} f(x) - 2 \cdot g(x) &= (5x + 4) - 2 \cdot (x^2 + 2) \\ &= -2x^2 + 5x \end{aligned}$$

ÖRNEK 56.

$f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = x^3 + 1$$

$$g(x) = 2x^2 - 1$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(f + g)(-1)$ kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} f(-1) + g(-1) &= -1^3 + 1 + 2 \cdot (-1)^2 - 1 \\ &= -1 + 1 + 2 - 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

ÖRNEK 57.

$g(x) \neq 0$ olmak üzere,

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = x^2 - x + 1 \text{ ve}$$

$$(f \cdot g)(x) = x^2 - 3$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $f(2)$ nin pozitif değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\frac{f(2)}{g(2)} = 2^2 - 2 + 1 = 3$$

$$f(2) \cdot g(2) = 2^2 - 3 = 1$$

$$\frac{f(2)}{g(2)} \cdot f(2) \cdot g(2) = 3 \Rightarrow f^2(2) = 3$$

$$f(2) = \sqrt{3}$$

ÖRNEK 58.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ve $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} 2g(x) - 5, & x \geq 0 \\ 3x + 2, & x < 0 \end{cases}$$

parçalı fonksiyonu veriliyor.

$$f(-2) + f(3) = 17 \text{ dir.}$$

Buna göre, $g(3)$ kaçtır?

ÇÖZÜM

$$f(-2) = 3 \cdot (-2) + 2 = -4$$

$$f(3) = 2 \cdot g(3) - 5$$

$$-4 + 2 \cdot g(3) - 5 = 17$$

$$g(3) = 13$$

ÖRNEK 59.

Bir havaalanında yolcuların uçağa geçiş yapabilmeleri için 16 farklı kapı bulunmaktadır. Kapılar 1'den 16'ya kadar numaralandırılmıştır.

x numaralı kapıdaki yolcu sayısı $f(x)$ olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} 10 \cdot x, & 1 \leq x < 8 \\ 15 \cdot x, & x \geq 8 \end{cases}$$

fonksiyonu için;

- I. 10 numaralı kapıdan 150 yolcu giriş yapmıştır.
- II. 255 yolcunun geçiş yaptığı bir kapı yoktur.
- III. En fazla yolcu girişinin yapıldığı kapı 16 numaralı kapıdır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

✓ ÇÖZÜM

$$I. f(10) = 15 \cdot 10 = 150$$

II. 255 sayısı 10 veya 15 in katı değil

$$III. f(16) = 16 \cdot 15 = 240$$

I - II - III doğrudur.



YANINDA BULUNSUN

EŞİT FONKSİYONLAR

$f: A \rightarrow B$ ve $g: C \rightarrow D$ fonksiyonları verilsin.

Eğer,

1. $A = C$, (tanım kümelerinin eşitliği)
2. $B = D$, (değer kümelerinin eşitliği)
3. Her bir $x \in A = C$ için $f(x) = g(x)$, (tanım kümelerindeki elemanlara karşılık gelen görüntülerin eşitliği) şartları sağlanırsa, f ile g fonksiyonlarına "**Eşit Fonksiyonlar**" denir ve $f = g$ biçiminde gösterilir.

Fonksiyonların eşit olması için iki önemli hususa dikkat etmemiz gerekir:

1. Fonksiyonların eşit olması için tanım ve değer kümelerinin eşit olması
2. Tanım kümesinin her bir elemanı için fonksiyonların görüntülerinin aynı olması

? ÖRNEK 60.

$$A = \{-3\}$$

$$B = \{-7, -8, -9, -10\}$$

kümeleri veriliyor.

$$f: A \rightarrow B, f(x) = 3x - 1$$

$$g: A \rightarrow B, g(x) = x - 7$$

fonksiyonlarının eşit olup olmadıklarını gösteriniz.

✓ ÇÖZÜM

$$\left. \begin{array}{l} f(-3) = 3 \cdot (-3) - 1 = -10 \\ g(-3) = -3 - 7 = -10 \end{array} \right\} \text{Eşit fonksiyonlar}$$

? ÖRNEK 61.

$f(9 - 2x)$ fonksiyonu ile $g(x)$ fonksiyonu eşit fonksiyonlardır.

$$f(11) = g(m + 4)$$

olduğuna göre, m kaçtır?

✓ ÇÖZÜM

$$x = -1 \text{ için } f(11) = g(-1)$$

$$m + 4 = -1$$

$$m = -5$$

? ÖRNEK 62.

$$f: (-4, 2) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + x$$

$$g: (-3, 3) \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 2 - x^2$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre,

- a) $f + g$ fonksiyonunun tanım kümesini bulunuz.
- b) $(f + g)(x)$ fonksiyonunun görüntü kümesini bulunuz.

✓ ÇÖZÜM

$$a) \left. \begin{array}{l} A = (-4, 2) \\ B = (-3, 3) \end{array} \right\} A \cap B = (-3, 2)$$

$$b) (f + g)(x) = x^2 + x + 2 - x^2 = x + 2$$

$$-3 < x < 2$$

$$-1 < x + 2 < 4$$

$$(-1, 4)$$

1. a ve b birer gerçekte sayıdır.

$$f(ax + b) = 5x - 8$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(b - a) + f(b)$ toplamı kaçtır?

- A) -23 B) -22 ☒ C) -21 D) -20 E) -19

$$x = -1 \quad f(b-a) = -5-8 = -13$$

$$x = 0 \quad f(b) = 5 \cdot 0 - 8 = -8$$

$$-13 - 8 = -21$$

2. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(5 - 7x) = (2a + b)x + b - a$$

biçiminde tanımlanan f fonksiyonu birim fonksiyondur.

Buna göre, $f(a) + f(b)$ toplamı kaçtır?

- A) -5 B) -4 ☒ C) -3 D) 3 E) 5

$$2a + b = -7$$

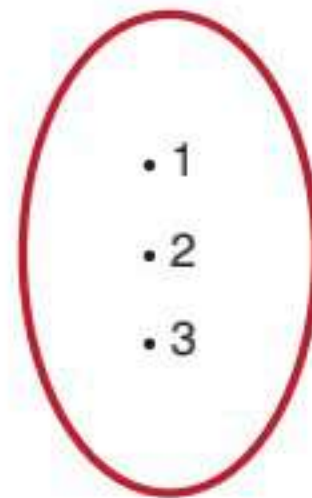
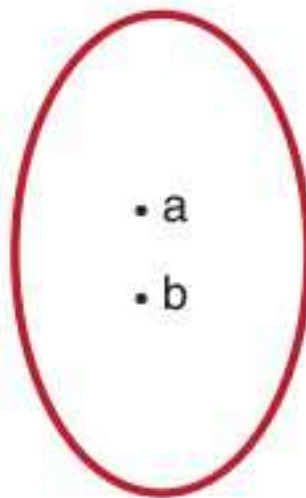
$$-1 \quad b - a = 5$$

$$3a = -12$$

$$a = -4, b = 1$$

$$f(-4) + f(1) = -4 + 1 = -3$$

3. Bir öğretmen, tahtaya aşağıdaki kümeleri yazdıktan sonra öğrencilerine, "Bu kümelerin birinden diğer kümeye bir fonksiyon oluşturunuz." demiştir.



Buna göre, öğrenciler kaç farklı fonksiyon oluşturabilirler?

- A) 21 B) 20 C) 19 ☒ D) 17 E) 15

$$3^2 + 2^3 = 17$$

4. Gerçek sayılar kümesinde tanımlı,

$$f(x) = ax + b \text{ doğrusal}$$

$$g(x) = (3 - a) \cdot x + 6 \text{ sabit}$$

fonksiyonlardır.

$$g(5) = f(3) \text{ tür.}$$

Buna göre, $f(-1)$ kaçtır?

- A) -9 B) -8 ☒ C) -6 D) -3 E) 0

$$3 - a = 0 \Rightarrow a = 3$$

$$6 = 3 \cdot 3 + b \Rightarrow b = -3$$

$$f(x) = 3x - 3$$

$$f(-1) = 3 \cdot (-1) - 3 = -6$$

5. $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(A) = \{-1, 1, 3\}$$

kümesi veriliyor.

$$f(x) = \frac{x+1}{3}$$

olduğuna göre, A kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\{2, 4, 8\}$ ☒ B) $\{-4, 2, 8\}$ C) $\{-8, -4, 2\}$
D) $\{-8, 2, 4\}$ E) $\{-2, 4, 8\}$

$$x+1 = -3, \quad x+1 = 3, \quad x+1 = 9$$

$$x = -4, \quad x = 2, \quad x = 8$$

$$A = \{-4, 2, 8\}$$

6. $f(x) = 3^{x-1}$ olduğuna göre,

$$f(x) - f(x-1)$$

farkının $f(x)$ cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3f(x)$ B) $\frac{3f(x)}{2}$ ☒ C) $\frac{2f(x)}{3}$

D) $\frac{f(x)}{3}$ E) $\frac{2f(x)}{9}$

$$f(x) - f(x-1) = 3^{x-1} - 3^{x-2} = 3^{x-1} \cdot (1 - 3^{-1})$$

$$= 3^{x-1} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2f(x)}{3}$$

Test - I

7. x bir rakam olmak üzere f fonksiyonu,
 $f: x \rightarrow "x\text{'ten büyük ilk asal sayı}"$
 olarak tanımlanıyor.

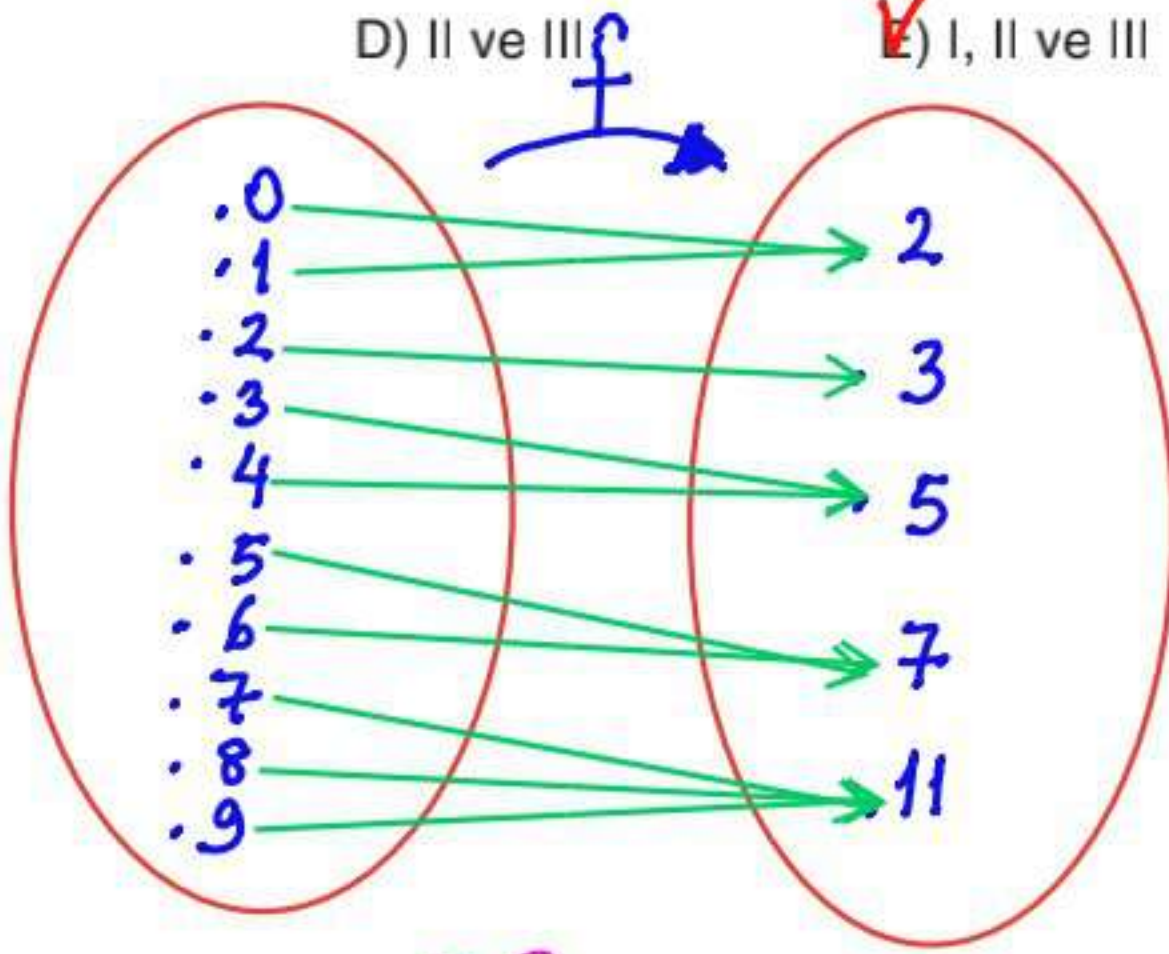
Buna göre,

- I. f fonksiyonunun görüntü kümesi 5 elemanlıdır. ✓
 II. f fonksiyonu bire bir değildir. ✓
 III. $f(a) = 11$ ise a 'nın alabileceği 3 farklı değer vardır. ✓

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız III

D) II ve III E) I, II ve III ✓



$$a = 7, 8, 9$$

8. $f = \{(a, -1), (b, 3), (c, 2), (d, 4)\}$
 $g = \{(a, 2), (b, 6), (c, -2)\}$

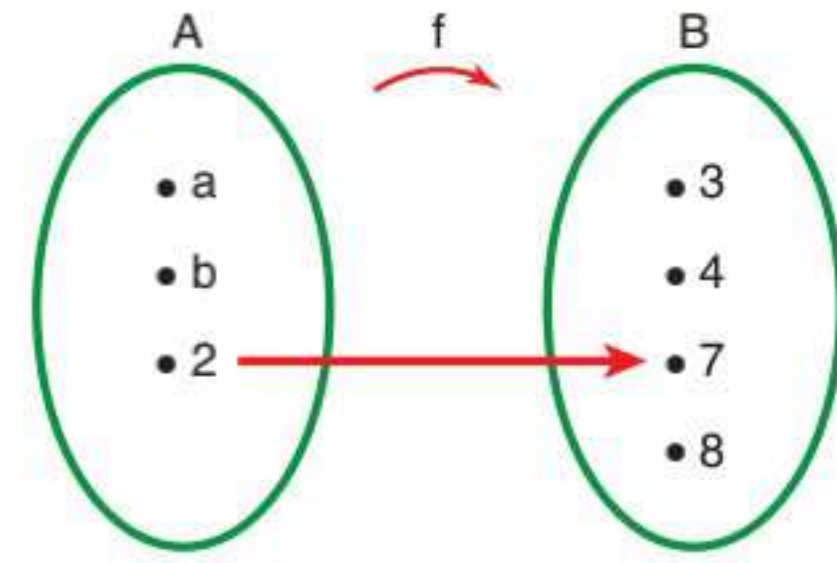
fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(f + g)$ fonksiyonunun eşiti aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\{(a, 1), (b, 9), (c, 0), (d, 4)\}$
 B) $\{(a, 1), (b, 9), (c, 0)\}$ ✓
 C) $\{(a, 1), (b, 9)\}$
 D) $\{(d, 4)\}$
 E) $\{0, 1, 9\}$

$$(f+g) = \{(a, 1), (b, 9), (c, 0)\}$$

9. Aşağıda $f: A \rightarrow B$ bire bir fonksiyonu verilmiştir.



Buna göre, $f(a) + f(b)$ toplamı en çok kaçtır?

- A) 16 B) 15 C) 12 ✓ D) 11 E) 10

$$f(a) = 8 \text{ ise } f(b) = 4$$

$$8 + 4 = 12$$

10. $f: [-3, m] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = x^2 - (n+1)x - 5$$

fonksiyonu çift fonksiyondur.

Buna göre, $f(m \cdot n)$ kaçtır?

- A) -8 B) -4 C) 0 D) 4 ✓ E) 8

$$n+1=0 \Rightarrow n=-1$$

$$f(x) = x^2 - 5$$

$$f(-3) = (-3)^2 - 5 = 4$$

11. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} x+3, & x < 0 \\ 5-x, & x \geq 0 \end{cases}$$

biçiminde tanımlanan f fonksiyonu için $f(x) > 0$ koşulunu sağlayan kaç tane x tam sayısı vardır?

- A) 9 B) 8 C) 7 ✓ D) 6 E) 5

$$\bullet 5-x > 0$$

$$5 > x$$

$$0 \leq x < 5$$

$$\bullet x+3 > 0$$

$$x > -3$$

$$-3 < x < 0$$

$$0, 1, 2, 3, 4, -2, -1 \rightarrow 7 \text{ tane}$$

12. $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2-3x}$$

bağıntısının bir fonksiyon olması için A kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

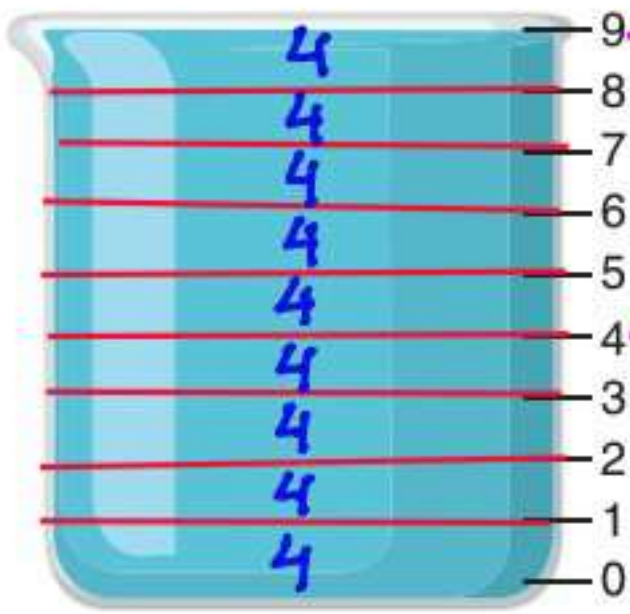
- A) $\mathbb{R}$ B) $\mathbb{R} - \{3\}$ C) $\mathbb{R} - \{1\}$
☒ D) $\mathbb{R} - \{0, 3\}$ E) $\mathbb{R} - [0, 3]$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x = 0, x = 3$$

$$\mathbb{R} - \{0, 3\}$$

13.



Yanda 9 eş aralığa sahip bir ölçü kabı gösterilmiştir.

Kaptaki ölçüm değerlerinin kümesi,

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \text{ dur.}$$

Kap 36 litre su almaktadır ve başlangıçta tamamen su ile doludur.

A kümesinden $\mathbb{R}$ 'ye tanımlı bir f fonksiyonu,

$$f: A \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \rightarrow f(x) = \text{"Kapta } x \text{ seviyesinde su kaldığında kullanılan su miktarı (litre)"}$$

biçiminde tanımlanıyor.

Örneğin; $f(9) = 0$

$$f(0) = 36 \text{ dır.}$$

Buna göre, $f(x) = 20$ denkleminin kökü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2 B) 3 ☒ C) 4 D) 5 E) 6

$$f(x) = 20$$

→ Kullanılan 20 litre

$$x = 4$$

14. f ve g gerçekte sayılarda tanımlı iki fonksiyondur.

$$f(x) = 8^x + 1$$

$$g(x) = x^6 - 1$$

olduğuna göre, $(f \cdot g)(4)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $2^{48} - 1$ ☒ B) $2^{24} - 1$ C) $2^{24} + 1$
D) $4^{24} + 1$ E) $4^{48} - 1$

$$f(4) \cdot g(4) = (8^4 + 1) \cdot (4^6 - 1)$$

$$= (2^{12} + 1) \cdot (2^{12} - 1)$$

$$= 2^{24} - 1$$

15. Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı bir f fonksiyonu için,

- Her $x \in [-8, 8]$ için $f(x) = x^2$

- Her $x \in \mathbb{R}$ için $f(x) = f(x + 13)$

özelliklerini sağladığına göre, $f(23)$ kaçtır?

- A) 1 B) 4 ☒ C) 9 D) 16 E) 36

$$f(23) = f(10) = f(-3)$$

$$= (-3)^2$$

$$= 9$$

1. C	2. C	3. D	4. C	5. B
6. C	7. E	8. B	9. C	10. D
11. C	12. D	13. C	14. B	15. C

Test - 2

1. p ve q birer gerçekte sayıdır.

$$f(x) = px + q$$

fonksiyonu veriliyor.

$f(-3) = p$ olduğuna göre, $f(-4)$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 ☒ C) 0 D) 1 E) 12

$$f(-3) = -3p + q = p$$

$$q = 4p$$

$$f(-4) = -4p + 4p = 0$$

2. $f(x)$ = "x sayısının tüm basamaklarındaki rakamların çarpımı"

şeklinde tanımlanıyor.

Örneğin; $f(42) = 4 \cdot 2 = 8$ dir.

Buna göre, $f(x) = 3$ eşitliğini sağlayan üç basamaklı en küçük x doğal sayısının rakamları toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 4 ☒ C) 5 D) 6 E) 7

$$f(113) = 1 \cdot 1 \cdot 3$$

$$x = 113$$

$$1 + 1 + 3 = 5$$

3. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ olmak üzere,

$$f: A \rightarrow B$$

$$f(x) = 2x - 1$$

fonksiyonu örten olduğuna göre, B kümesi aşağıdaki-lerden hangisine eşittir?

- A) $\{1, 2, 3, 4\}$ ☒ B) $\{1, 3, 5, 7\}$ C) $\left\{0, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}\right\}$

D) $\{1, 2, 3, 5\}$

E) $\{3, 5, 7, 9\}$

$$f(1) = 1$$

$$f(2) = 3$$

$$f(3) = 5$$

$$f(4) = 7$$

$$B = \{1, 3, 5, 7\}$$

4. Gerçekte sayılarda tanımlı f fonksiyonu için,

$$f(x) - f(x + 1) = x \text{ ve}$$

$$f(1) = 5$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $f(11)$ kaçtır?

- A) -71 B) -60 ☒ C) -50 D) 50 E) 60

$$\begin{aligned} x=1 & f(1) - f(2) = 1 \\ x=2 & f(2) - f(3) = 2 \\ & \vdots \\ x=10 & f(10) - f(11) = 10 \\ \hline 5 - f(11) &= 1 + 2 + 3 + \dots + 10 \Rightarrow f(11) = -50 \end{aligned}$$

$$\frac{10 \cdot 11}{2} = 55$$

5. $f(x - 1) = 2^{x-3}$ ve $\rightarrow f(x) = 2^{x-2}$

$$g(x) = 4^{ax}$$

fonksiyonları veriliyor.

$$K(x) = f(x) \cdot g(x)$$

fonksiyonu sabit fonksiyon olduğuna göre, $g(5)$ kaç-
tır?

- A) $\frac{1}{64}$ ☒ B) $\frac{1}{32}$ C) $\frac{1}{16}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{4}$

$$K(x) = 2^{x-2} \cdot 2^{2ax} = 2^{(2a+1)x-2}$$

$$2a + 1 = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$g(x) = 2^{-x}$$

$$g(5) = 2^{-5} = \frac{1}{32}$$

6. Pozitif tam sayılarda tanımlı,

$$f(x) = \begin{cases} x + 1, & x \text{ çift ise} \\ x, & x \text{ tek ise} \end{cases} \quad \begin{aligned} f(2) &= 3, f(4) = 5, f(6) = 7, \dots \\ f(1) &= 1, f(3) = 3, f(5) = 5, \dots \end{aligned}$$

fonksiyonu için,

I. Bire birdir. $\rightarrow f(2) = f(3) = 3$ —

II. $f(10) = 11$ dir. $\rightarrow f(10) = 10 + 1 = 11$ ✓

III. Görüntü kümesi pozitif tek tam sayılardır. ✓

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II ☒ C) II ve III
D) Yalnız III E) I ve II

7. $f: [-1, 3] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + 4$
 $g: (-5, 1] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 2x - 1$
fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(f + g)$ fonksiyonunun görüntü kümesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $(0, 6]$ B) $[-6, 0)$ C) $[0, 6)$
D) $[0, 6]$ E) $[-6, 6]$

$T. K = [-1, 1]$ $(f+g)(x) = 3x+3$
 $-1 \leq x \leq 1$
 $0 \leq 3x+3 \leq 6$
G. K = $[0, 6]$

8. Ali, Utku, Osman ve Feraye dört arkadaştır.

A, gruptaki kişilerin kümesi olmak üzere,

$$f: A \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$$

$f(x)$ = "x'in ismindeki farklı sesli harf sayısı"

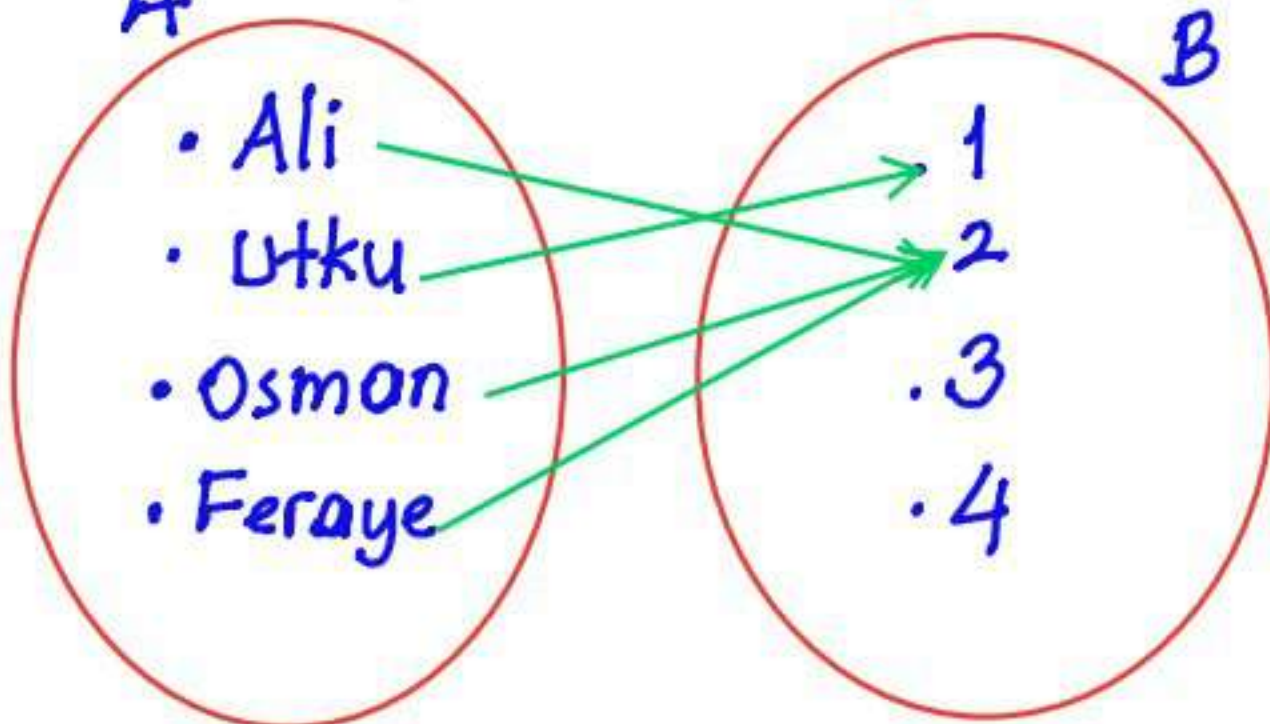
şeklinde tanımlanan f fonksiyonu için,

- I. Bire bir değildir. ✓
II. İçinedir. ✓
III. f fonksiyonunun görüntü kümesi 2 elemanlıdır. ✓

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız II

- D) II ve III E) I, II ve III



9. Gerçek sayılarda tanımlı $f_n(x)$ fonksiyonu,

$$f_n(x) = x + n$$

biçiminde tanımlanmıştır.

Buna göre, $(f_1 + f_2)(3)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 12 B) 9 C) 8 D) 6 E) 3

$f_1(3) = 3+1 = 4$
 $f_2(3) = 3+2 = 5$
 $4+5 = 9$

10. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere, $y = f(x)$ fonksiyonu tek fonksiyondur.

$$f(7) = 5m - 2$$

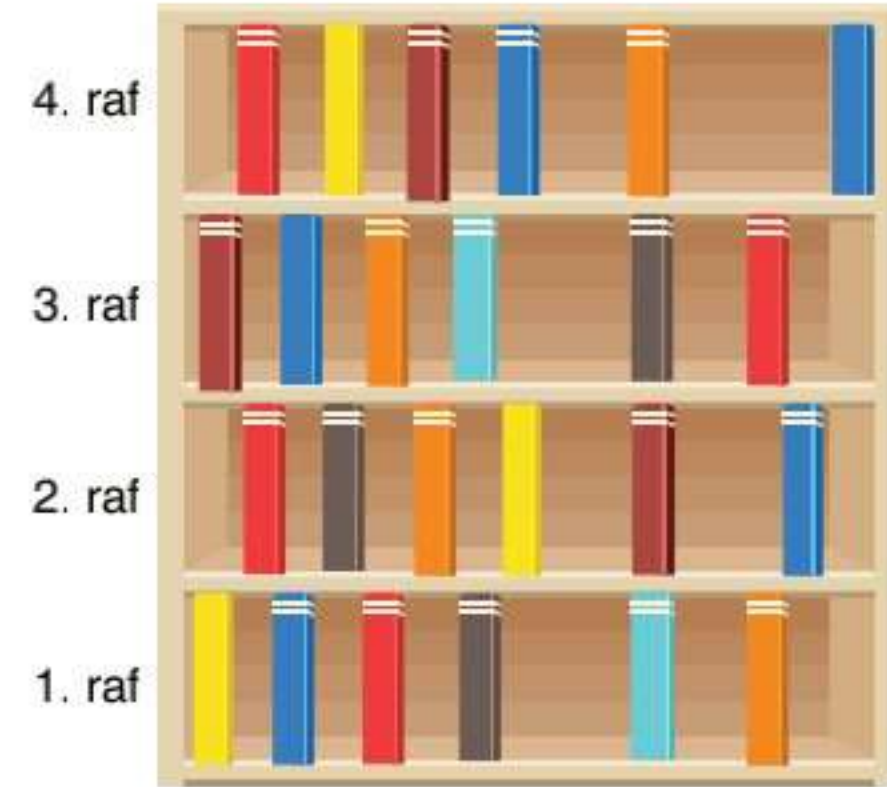
$$f(-7) = -4 - 2m$$

olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -2 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

$f(-7) = -f(7)$
 $-4 - 2m = -5m + 2$
 $3m = 6 \Rightarrow m = 2$

11. Aşağıda her bir rafında 6 kitap bulunan ve 4 raftan oluşan bir kitaplık görseli verilmiştir.



$\frac{72}{24} = 3$
Her kitap 3 sn de alınır.

Musa, en üstteki raftan başlayarak sabit bir hızla kitapları tek tek kitaplıktan 72 saniyede almıştır.

t saniye birimine göre süre ve $0 \leq t \leq 72$ olmak üzere,

$$f: [0, 72] \rightarrow \mathbb{R}$$

$f(t) \rightarrow$ "t. saniye sonunda kitaplıktaki kitapların kaçta kaçının kaldığı"

biçiminde bir f fonksiyonu tanımlanıyor.

Buna göre, $f(18)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{5}{8}$

18 sn de $\frac{18}{3} = 6$ kitap alır.

$24 - 6 = 18$ kitap kalır.

$f(18) = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$

12. Gerçek sayılarda tanımlı bir f fonksiyonu için,

$$f(x) + f(x + 1) = 6x + 1$$

olduğuna göre, $f(5)$ kaçtır?

- A) 17 B) 14 C) 11 D) 8 E) 5

$f(x) = ax + b$
 $ax + b + a(x+1) + b = 6x + 1$
 $2ax + a + 2b = 6x + 1$
 $a = 3, b = -1$
 $f(x) = 3x - 1 \Rightarrow f(5) = 3 \cdot 5 - 1 = 14$

Test - 2

13. $f(x) = |x - 2| + |x + 5|$

fonksiyonunun görüntü kümesindeki en küçük sayı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 3 D) 5 ☒ E) 7

$x = 2$ için $f(2) = 7$

$x = -5$ için $f(-5) = 7$

14. f ve g reel sayılarda tanımlı iki fonksiyondur.

$f(x) = 2x - 8$

$(f - g)(x) = 4x + 6$

olduğuna göre, $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ fonksiyonunda hangi elemanın görüntüsü bulunmaz?

- A) -4 B) -6 ☒ C) -7 D) -8 E) -9

$\underbrace{f(x)}_{2x-8} - g(x) = 4x + 6$

$g(x) = -2x - 14$

$g(x) \neq 0$

$-2x - 14 = 0 \Rightarrow x = -7$

15.

$f(x, n)$: "Bir kenar uzunluğu x birim olan n kenarlı düzgün çokgenin alanına götürür."

şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre,

$f(4\sqrt{3}, 3) + f(6 - \sqrt{3}, 4)$

toplamının sonucu kaçtır?

- A) 13 B) 17 C) $13\sqrt{3}$ ☒ D) 39 E) $39\sqrt{3}$

Eşkenar Üçgen Kare

$\frac{(4\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} + (6 - \sqrt{3})^2$

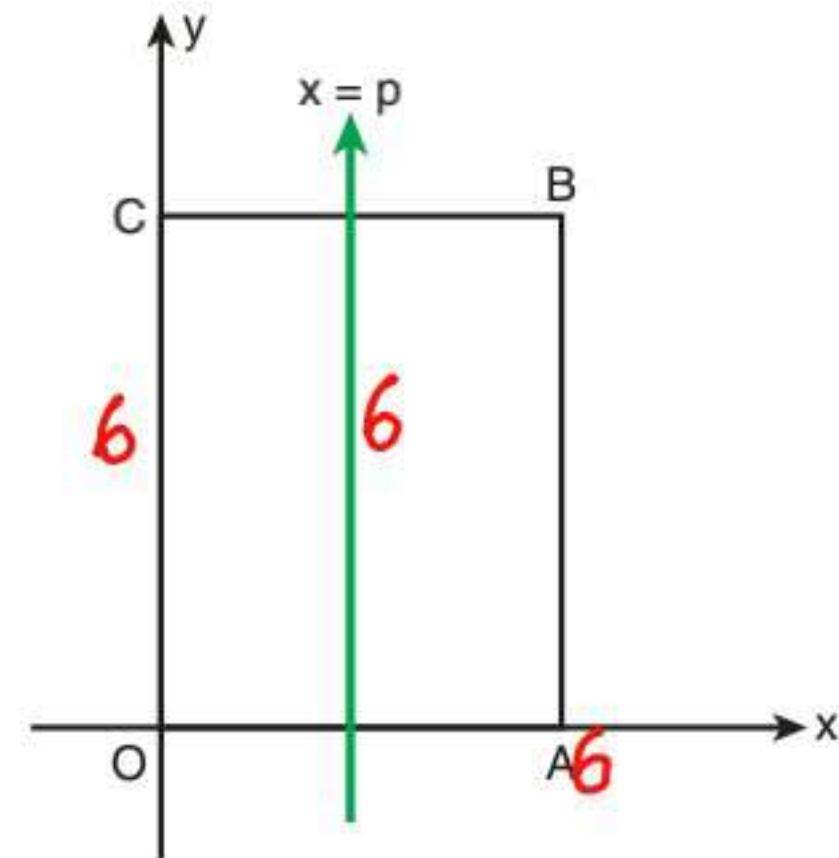
$12\sqrt{3} + 36 - 12\sqrt{3} + 3$

$36 + 3 = 39$

16. $f : [0, 6] \rightarrow \mathbb{R}$,

$f(x)$: " $x = p$ doğrusu, y eksen ve OABC karesi arasında kalan bölgenin çevresinin ölçüsü"

olarak tanımlanıyor.



Buna göre, $f(3) + f(1)$ toplamı kaçtır?

- A) 24 B) 27 C) 30 ☒ D) 32 E) 34

$f(3) = 2 \cdot (3 + 6) = 18$

$f(1) = 2 \cdot (1 + 6) = 14$

$18 + 14 = 32$

17. n sıfırdan farklı bir gerçel sayıdır.

$$f(3x - n) = \frac{3x + 2n}{n}$$

olduğuna göre, $f(0) + f(-n)$ toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 ☒ D) 5 E) 4

$$x = \frac{n}{3} \text{ için } f(0) = \frac{3n}{n} = 3$$

$$x = 0 \text{ için } f(-n) = \frac{2n}{n} = 2$$

$$3 + 2 = 5$$

18. $f = \{(a, 7), (-2, a - b)\}$

fonksiyonu birim fonksiyondur.

Buna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- ☒ A) 63 B) 56 C) 49 D) 42 E) 35

$$a = 7, \quad a - b = -2$$

$$7 - b = -2$$

$$b = 9$$

$$a \cdot b = 7 \cdot 9 = 63$$

19. $f: \mathbb{R} - \{m\} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \frac{(m+1)x - 7}{x - 3}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(8)$ kaçtır?

- A) 7 B) 6 ☒ C) 5 D) 4 E) 3

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$m = 3$$

$$f(x) = \frac{4x - 7}{x - 3}$$

$$f(8) = \frac{4 \cdot 8 - 7}{8 - 3} = \frac{25}{5} = 5$$

20. m ve n birer gerçel sayıdır.

$$f(x) = \begin{cases} mx + 4, & x < 0 \\ 2x + n - 1, & x > 0 \end{cases}$$

fonksiyonu tek fonksiyondur.

Buna göre, $m \cdot n$ çarpımı kaçtır?

- ☒ A) -6 B) -8 C) -10 D) -12 E) -15

$$f(-x) = -f(x)$$

$$-mx + 4 = -(2x + n - 1)$$

$$-mx + 4 = -2x - n + 1$$

$$m = 2, \quad -n + 1 = 4 \Rightarrow n = -3$$

$$m \cdot n = 2 \cdot (-3) = -6$$

1. C	2. C	3. B	4. C	5. B
6. C	7. D	8. E	9. B	10. D
11. C	12. B	13. E	14. C	15. D
16. D	17. D	18. A	19. C	20. A



YANINDA BULUNSUN

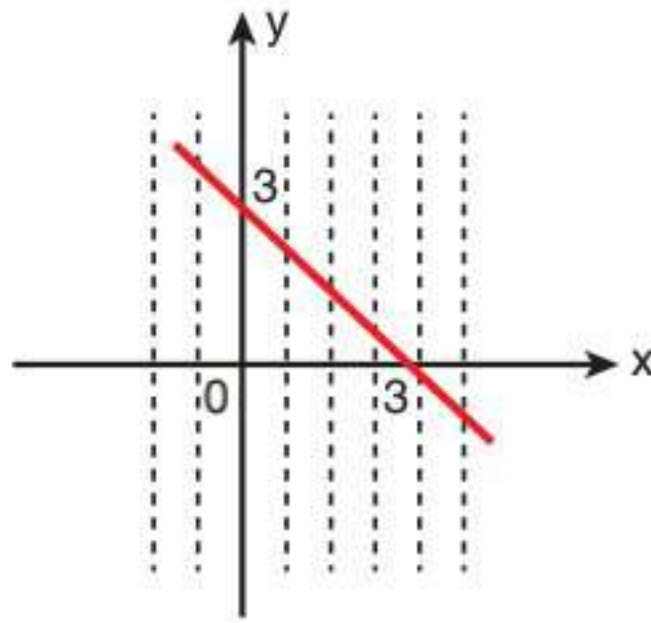
DÜŞEY (DİKEY) DOĞRU TESTİ

Grafiği verilen bir bağıntının fonksiyon olup olmadığını belirlemek için tanım aralığının her noktasından y eksenine paralel doğrular çizilir. Çizilen bu doğrular, grafiği yalnız bir noktada kesiyorsa bu bağıntı bir fonksiyondur. Diğer durumlarda fonksiyon değildir.

Grafiği verilen bir bağıntının fonksiyon olup olmadığını tespit etmek için uygulanan bu teste "Düşey (Dikey) Doğru Testi" denir.

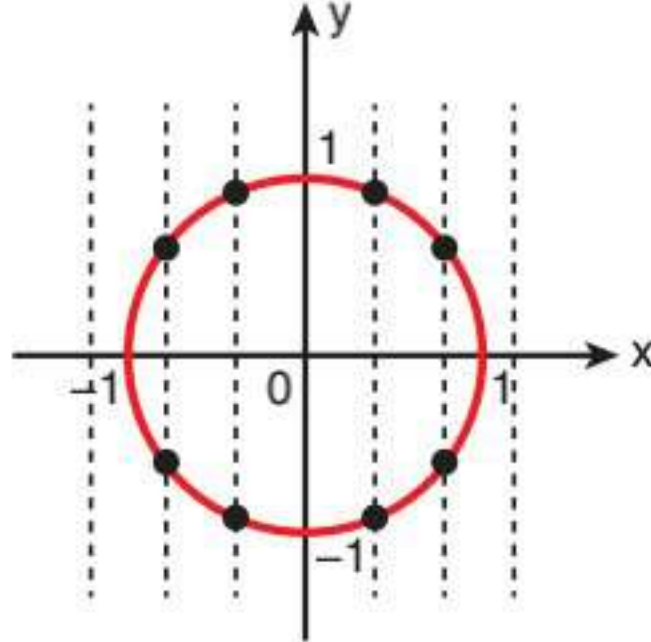
Örneğin;

• $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

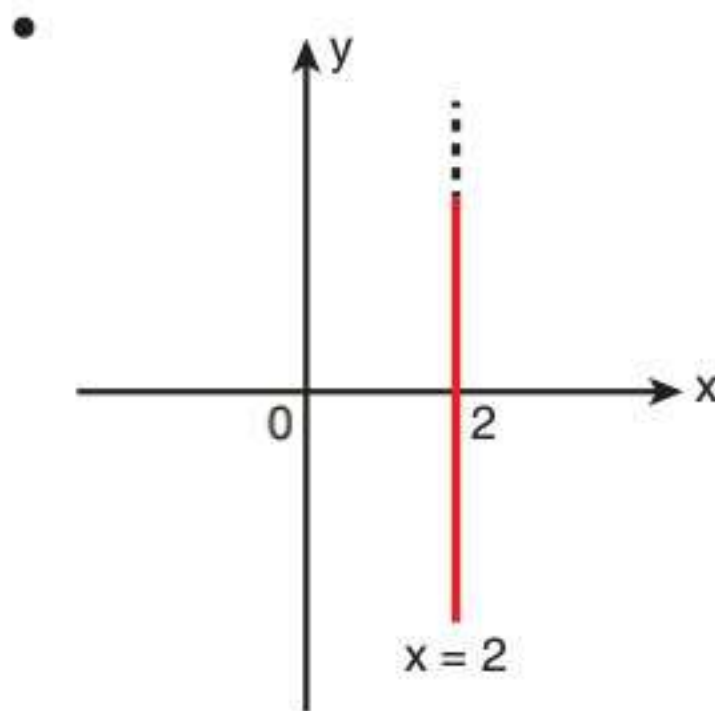


Düşey doğru testi ile fonksiyondur.

• $g: [-1, 1] \rightarrow [-1, 1]$



Düşey doğru testi ile fonksiyon değildir.



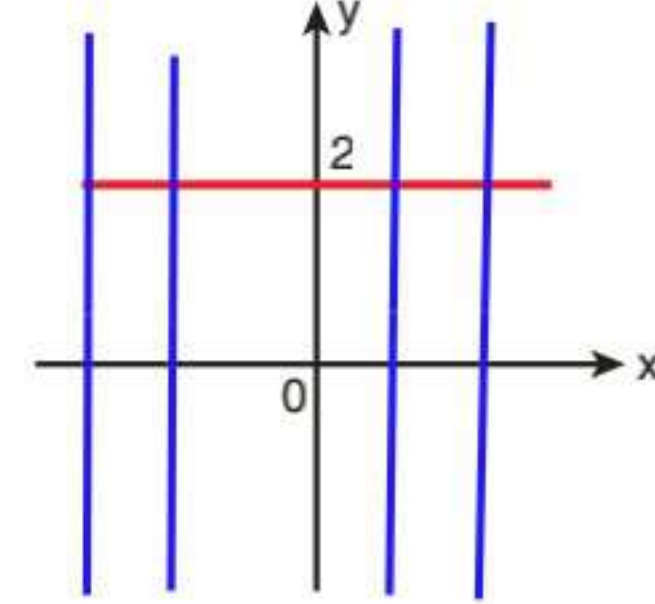
$x = 2$ doğrusu bir fonksiyon değildir.



ÖRNEK 1.

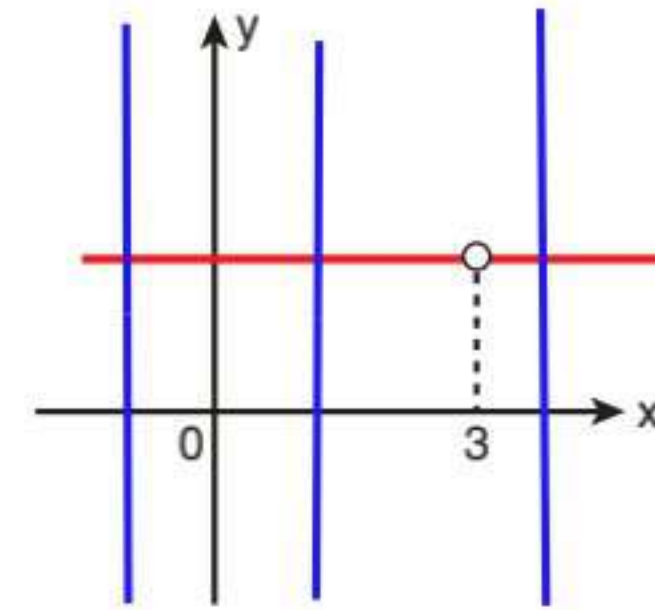
Aşağıda verilen bağıntıların fonksiyon olup olmadıklarını gösteriniz.

I. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$



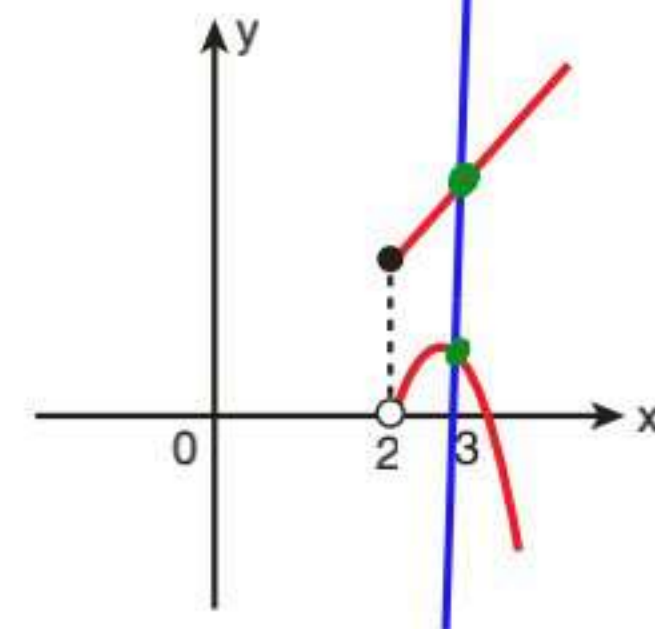
Fonksiyon

II. $g: \mathbb{R} - \{3\} \rightarrow \mathbb{R}$



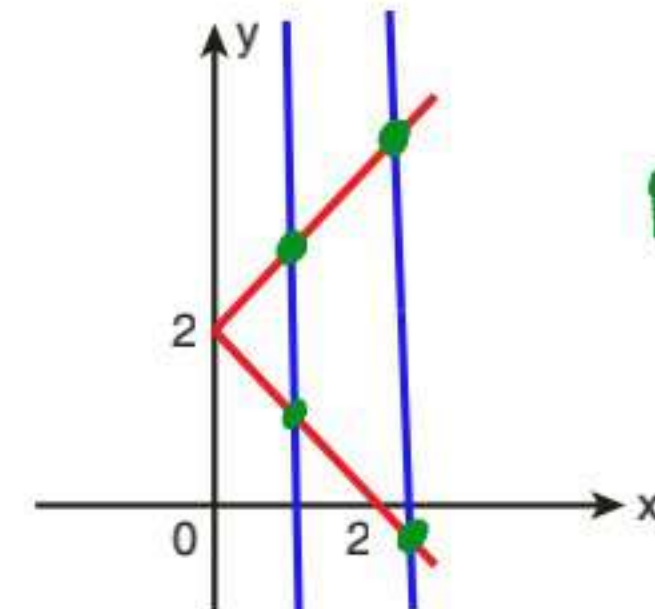
Fonksiyon

III. $h: [2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$



Fonksiyon değil

IV. $k: \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$



Fonksiyon değil

✓ ÇÖZÜM

I ve II fonksiyondur.

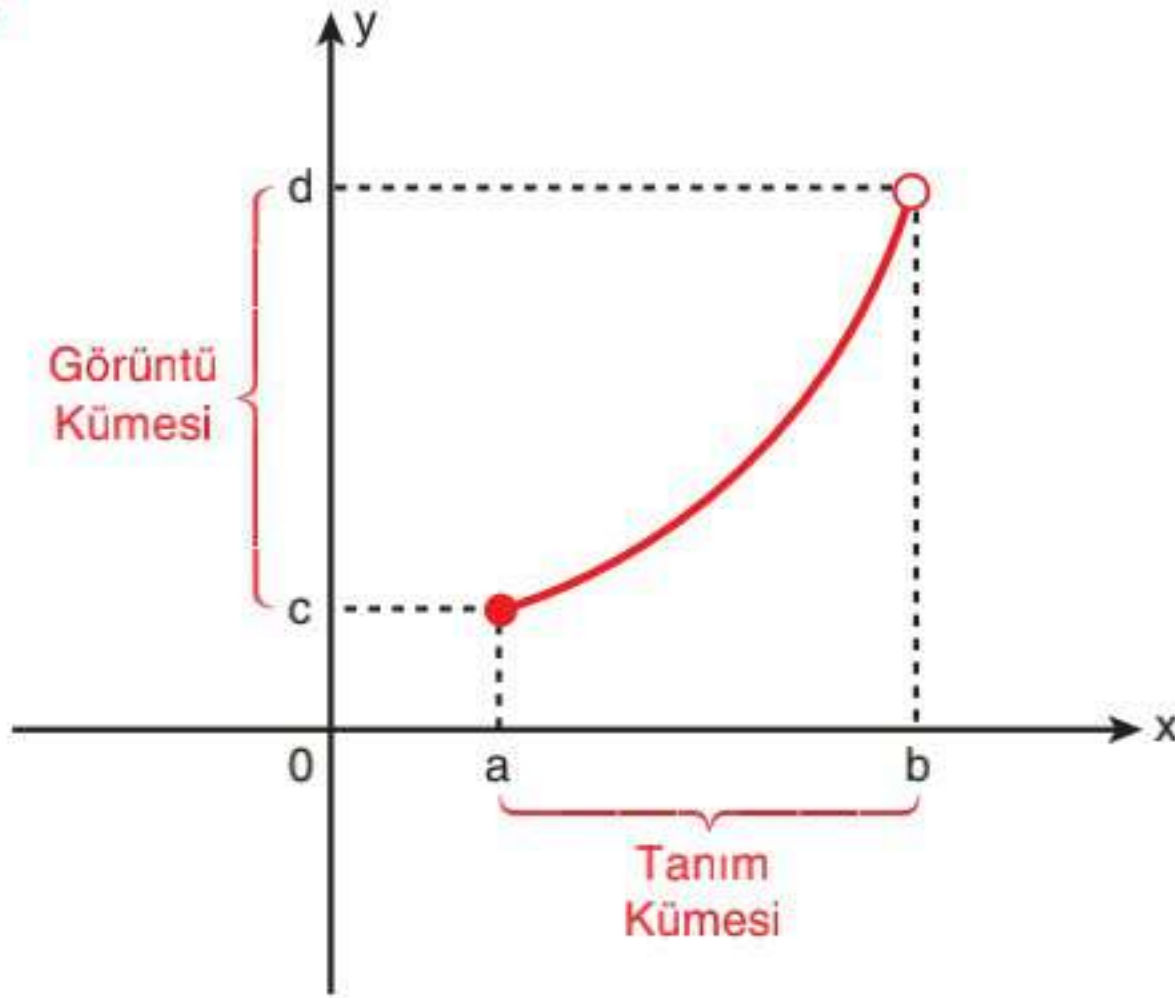


NOT

Bir fonksiyon grafiğinde fonksiyonun tanım kümesini bulmak için x eksenine bakılır. Fonksiyona yazılabilecek bütün x değerlerinin oluşturduğu küme fonksiyonunun tanım kümesidir.

Fonksiyonun görüntü kümesini bulmak için ise y eksenine bakılır. Fonksiyona yazılan her x değeri için bulunabilecek tüm y değerlerinin kümesi de fonksiyonun görüntü kümesidir.

Örneğin;



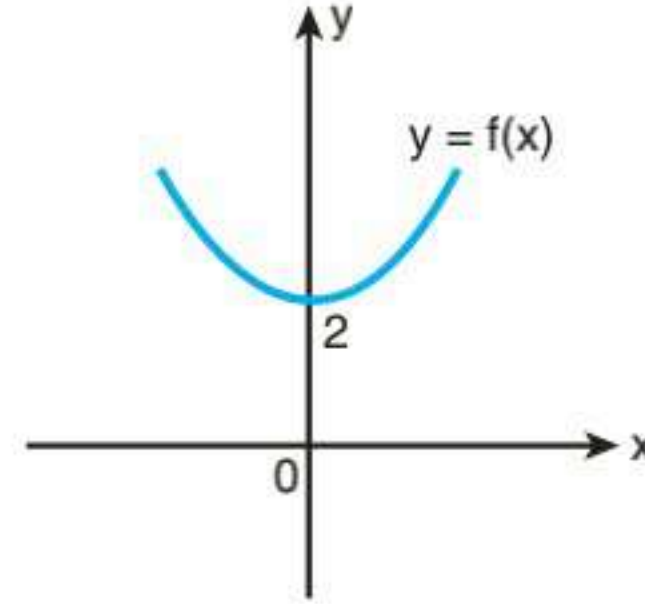
f fonksiyonunun

- Tanım Kümesi : $[a, b]$
- Görüntü Kümesi : $[c, d]$ dir.
- f fonksiyonunun alabileceği en küçük değer c dir.

? ÖRNEK 2.

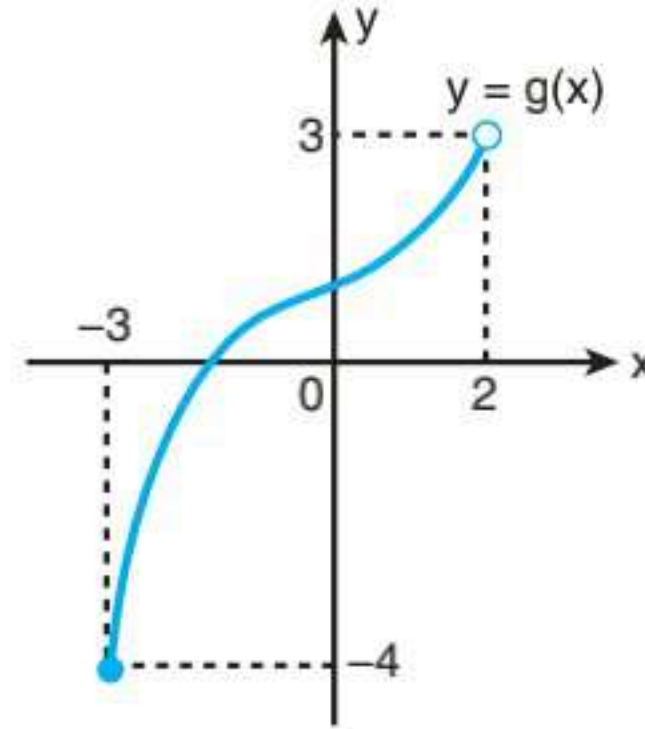
Aşağıda verilen fonksiyon grafiklerinin tanım ve görüntü kümelerini bulunuz.

I.



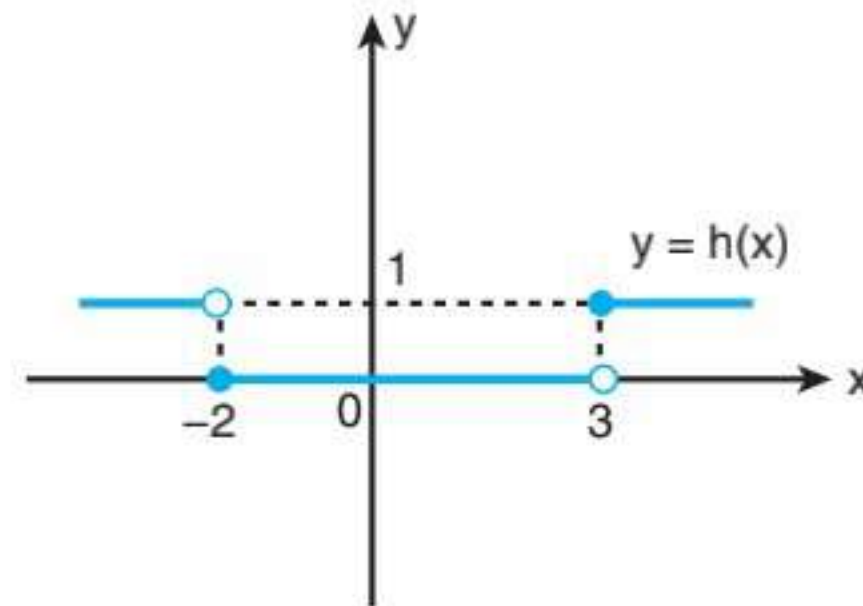
$$\begin{aligned} T.K &= \mathbb{R} \\ G.K &= [2, \infty) \end{aligned}$$

II.



$$\begin{aligned} T.K &= [-3, 2) \\ G.K &= [-4, 3) \end{aligned}$$

III.



$$\begin{aligned} T.K &= \mathbb{R} \\ G.K &= \{0, 1\} \end{aligned}$$

✓ ÇÖZÜM



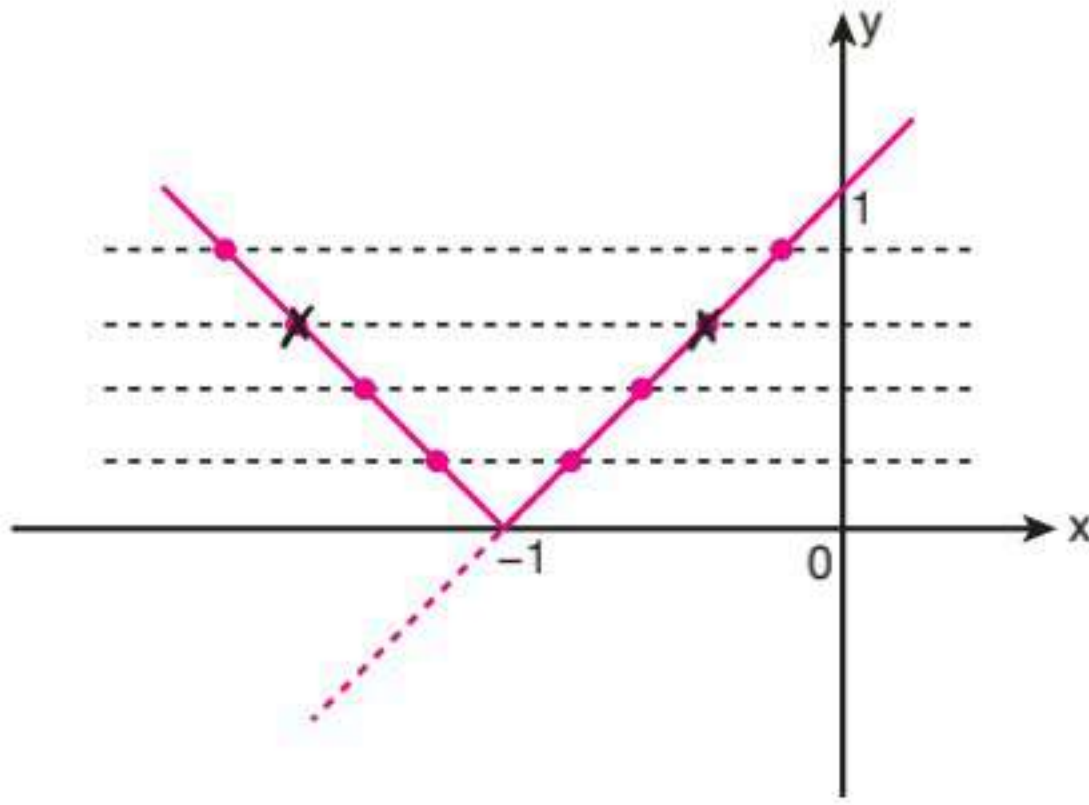
NOT

Grafiklerde Bire Birlik ve Örtelik Testi

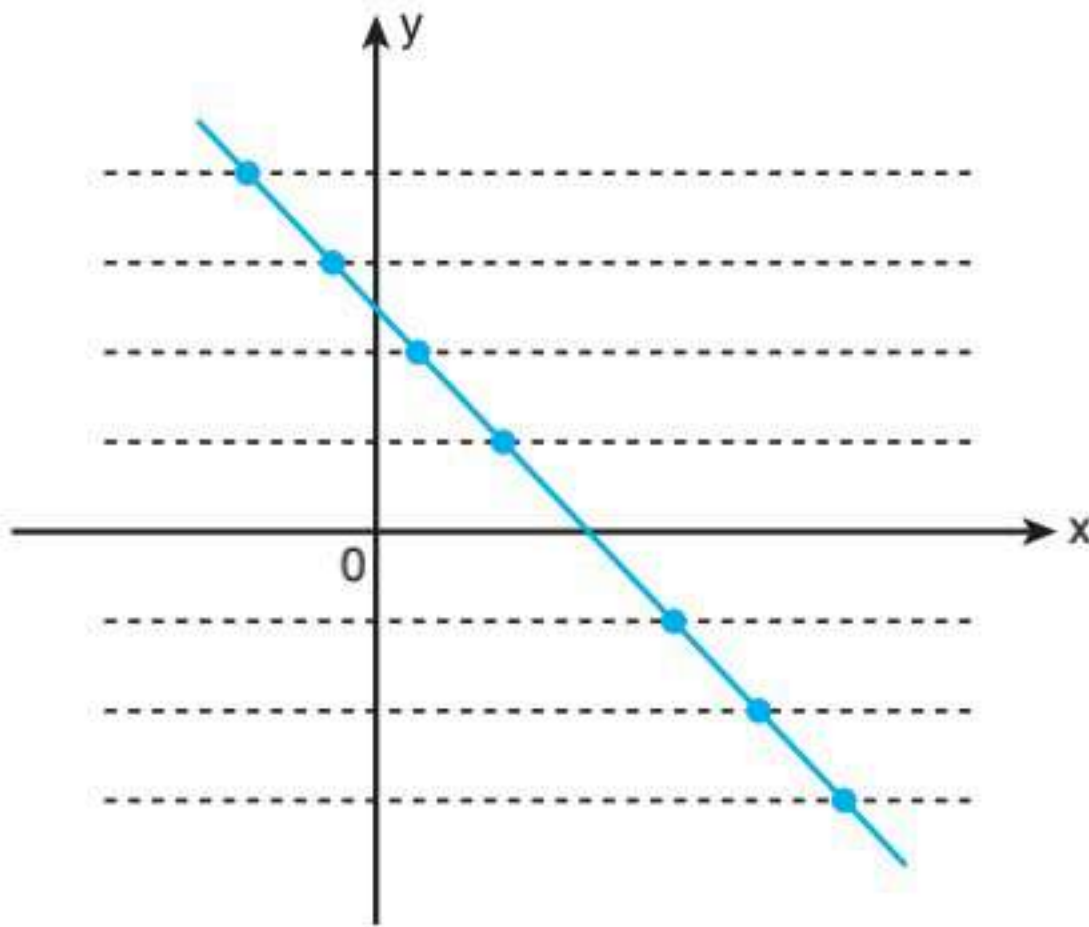
Bir fonksiyonun bire bir olup olmadığını, yukarıdaki örneklerde kullandığımız cebirsel yaklaşımla tespit edebileceğimiz gibi fonksiyonun grafiğinden yararlanarak da belirleyebiliriz.

Bir fonksiyonun grafiği üzerinden x eksenine paralel çizilen her doğru grafiği en fazla bir noktada kesiyorsa grafik bire bir fonksiyon grafiğidir. Bu grafiği birden fazla noktada kesen en az bir yatay doğru varsa bu fonksiyon bire bir değildir. Bu yöntemle "Yatay Doğru Testi" adı verilir.

Örneğin, aşağıdaki grafikte yatay çizgileri çizdiğimizde fonksiyonu iki noktada kesen çizgiler olduğundan fonksiyonunun bire bir olmadığını görürüz.



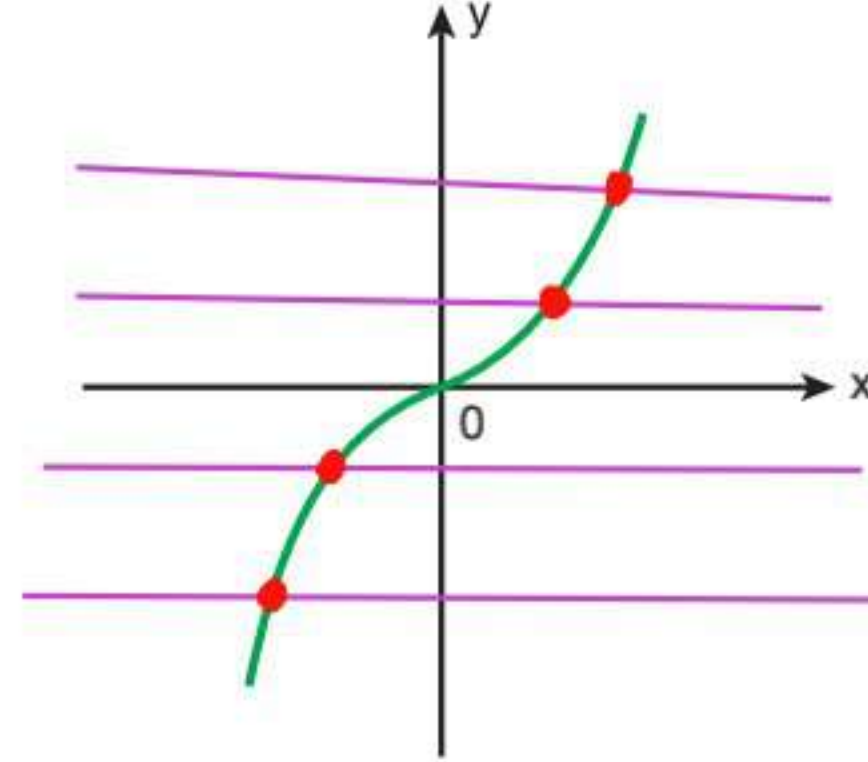
Örneğin, aşağıdaki grafikte yatay çizgileri çizdiğimizde çizilen her doğru grafiği en fazla bir noktada kestiğinden fonksiyon bire birdir.



ÖRNEK 3.

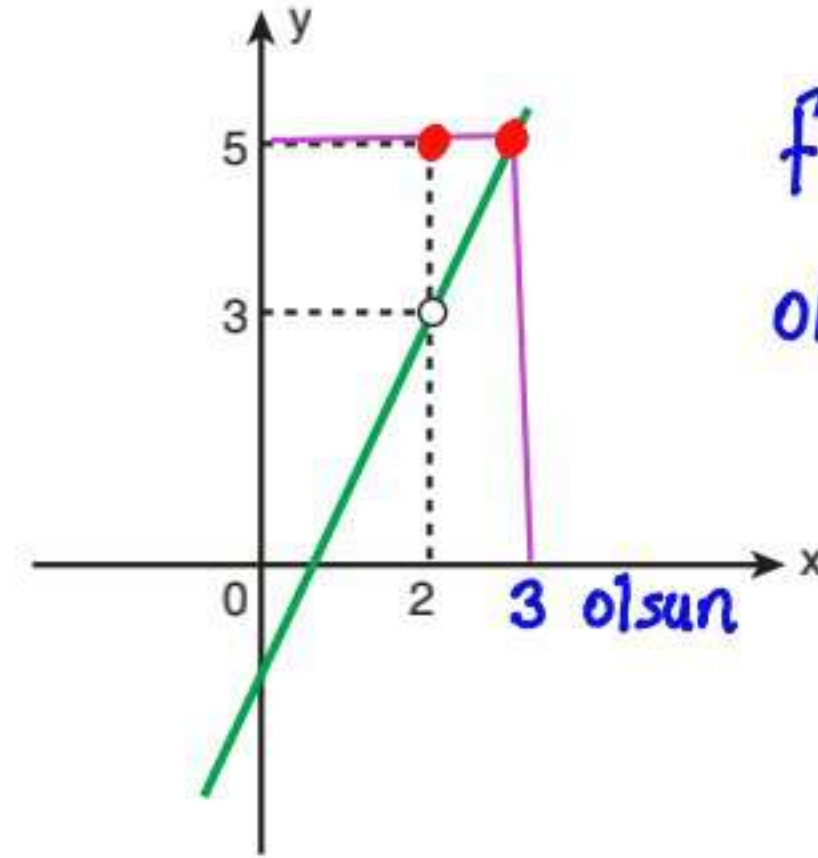
Aşağıda grafikleri verilen fonksiyonların bire bir olup olmadıklarını gösteriniz.

I. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$



Birebir

II. $g: \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$



$f(2) = f(3) = 5$
olduğundan 1-1
değildir.



ÇÖZÜM

I. Bire birdir.

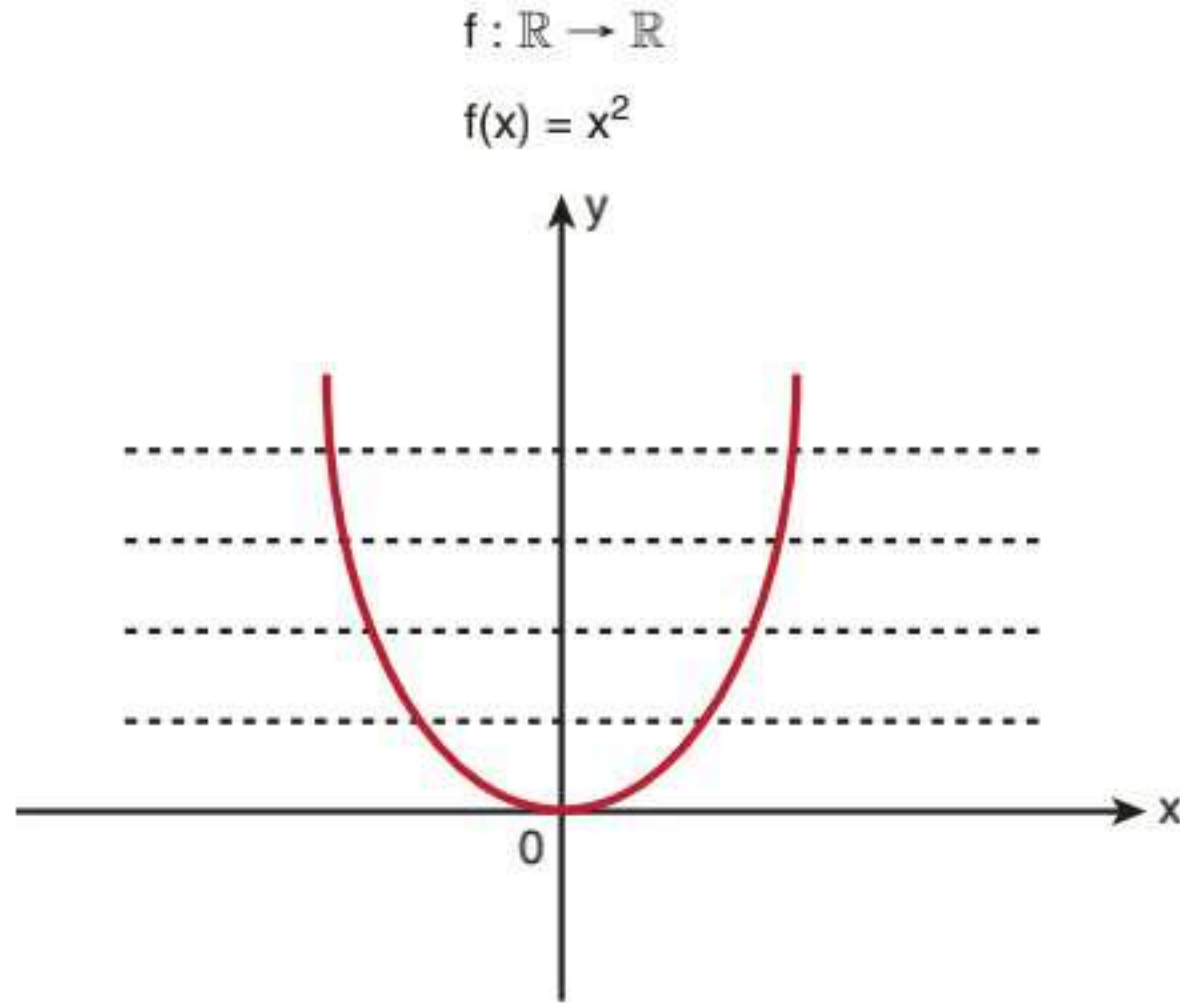
II. Bire bir değildir.



NOT

Grafiği verilen bir fonksiyonun örten olup olmadığını araştırırken değer kümesi için seçtiğimiz her y için x eksenine paralel doğru çizdiğimizde bu paralel doğru grafiği en az bir noktada kesiyorsa örten, en az bir noktada kesmiyorsa örten değildir.

Örneğin;



Grafiğe yatay doğrular çizildiğinde değer kümesindeki negatif değerlerle eşlenen x değerlerinin olmadığı görülür.

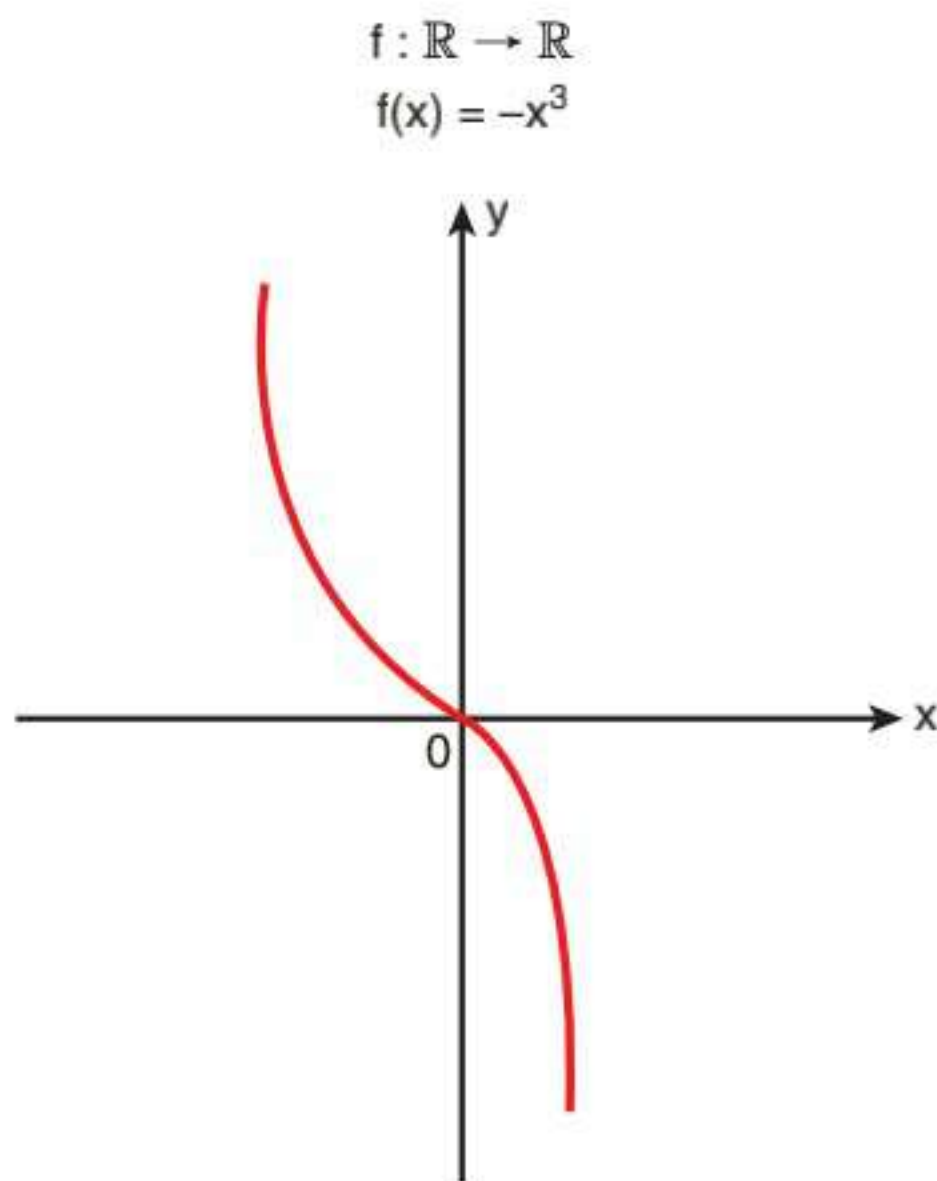
Bu durumda fonksiyon örten değildir.

Fonksiyonun değer kümesi $\mathbb{R}$

Fonksiyonun görüntü kümesi $[0, \infty)$

D.K $\neq$ G.K

olduğundan f örten değildir.



fonksiyonun değer kümesi $\mathbb{R}$ ve görüntü kümesi $\mathbb{R}$ dir.

D.K = G.K

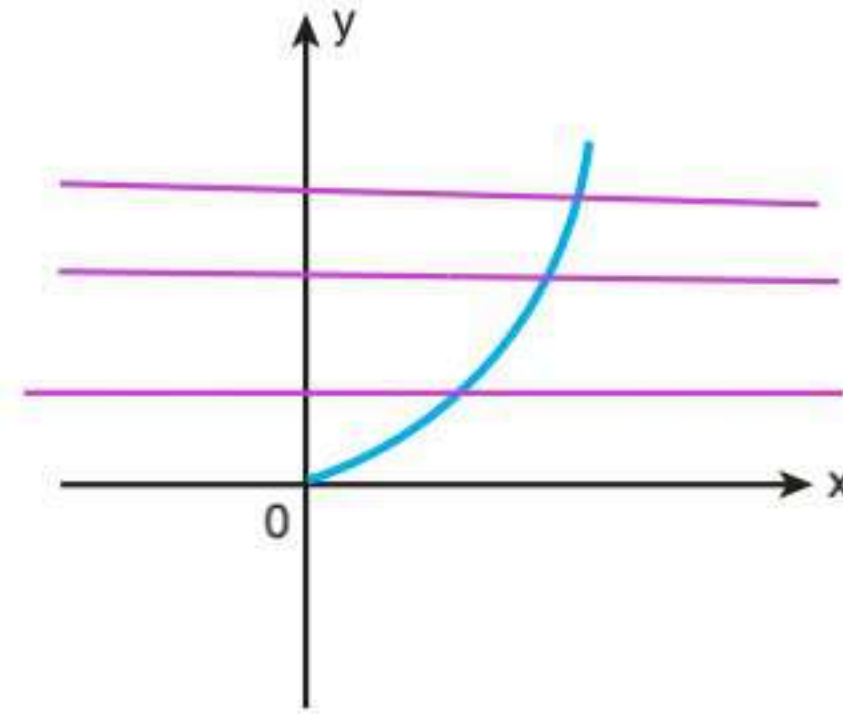
olduğundan f örtendir.



ÖRNEK 4.

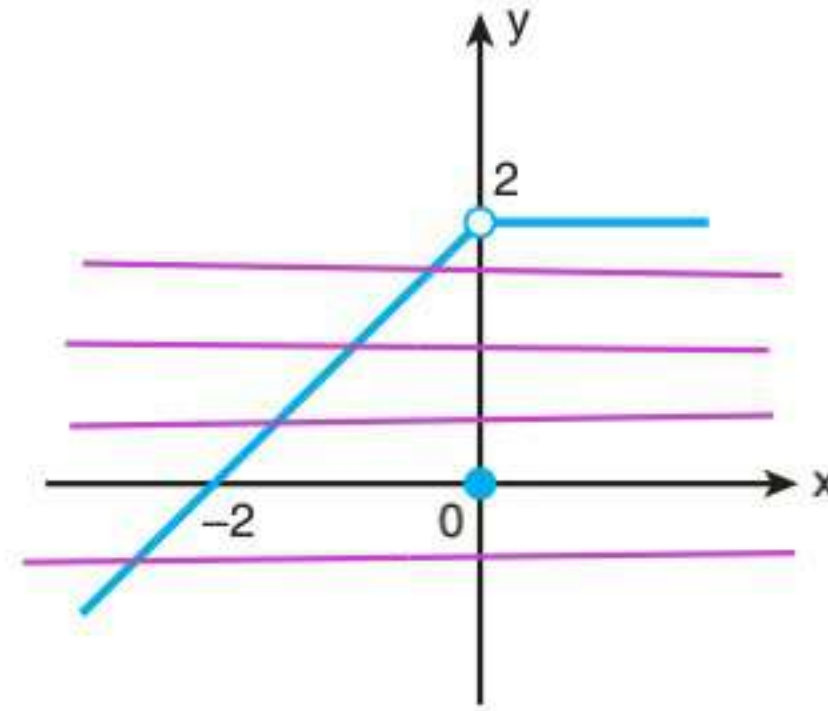
Aşağıda grafikleri verilen fonksiyonların örten olup olmadıklarını bulunuz.

I. $f: \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \rightarrow [0, \infty)$



Örten

II. $g: \mathbb{R} \rightarrow (-\infty, 2]$



Örten



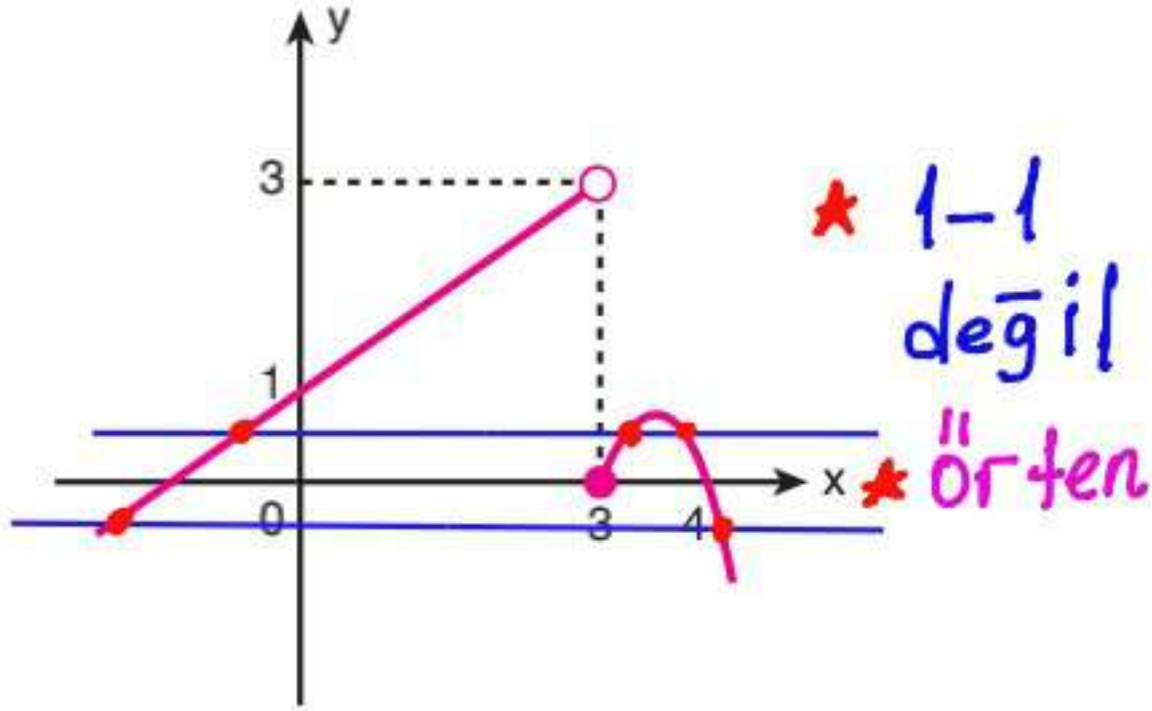
ÇÖZÜM

I ve II Örten

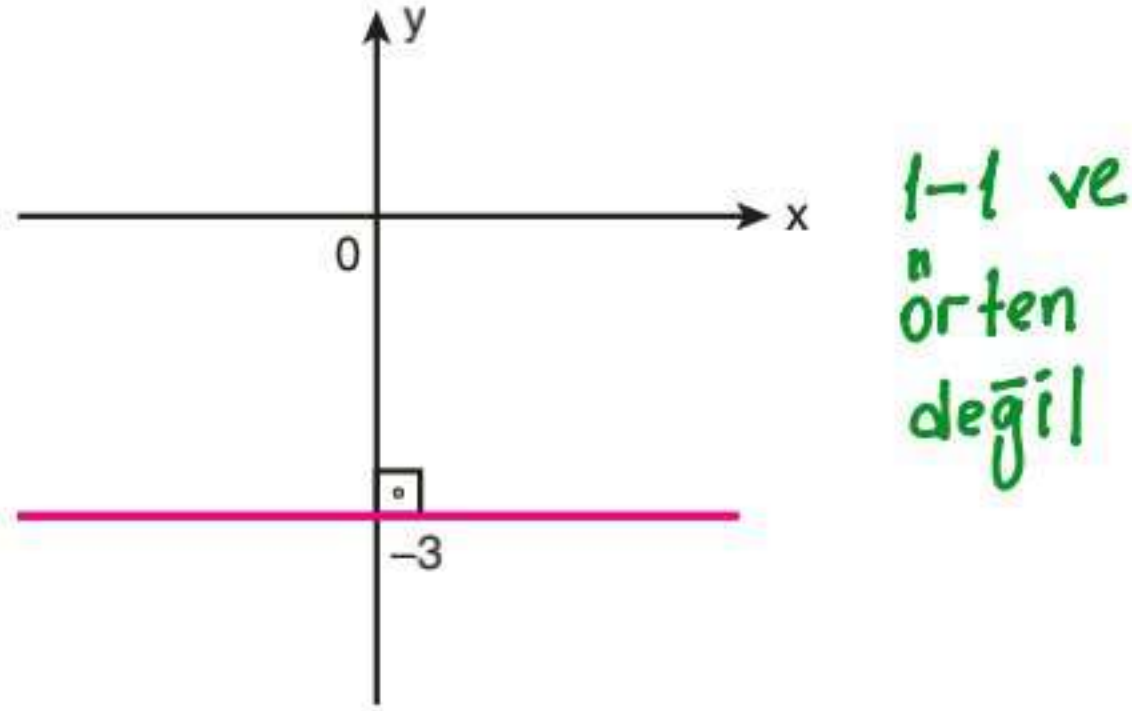
ÖRNEK 5.

Aşağıda grafiği verilen fonksiyonlardan hangilerinin tersi de bir fonksiyondur?

I. $f: \mathbb{R} \rightarrow (-\infty, 3)$



II. $g: \mathbb{R} \rightarrow \{-3\}$



ÇÖZÜM

NOT: Ters olması için 1-1 ve örten olmalıdır.

I. f'nin tersi fonksiyon değildir.

II. g'nin tersi bir fonksiyon değildir.



NOT

Bir (a, b) sıralı ikilisini oluşturan bileşenler bir f fonksiyonunun kuralı olan $y = f(x)$ eşitliğini $b = f(a)$ şeklinde sağlarsa koordinatları (a, b) olan nokta f fonksiyonunun grafiği üzerindedir.

Bunun tersi de doğrudur. Şöyle ki, eğer $y = f(x)$ ile verilen fonksiyonun grafiği üzerindeki bir noktanın koordinatları (a, b) ise a ile b arasında $b = f(a)$ ilişkisi vardır.

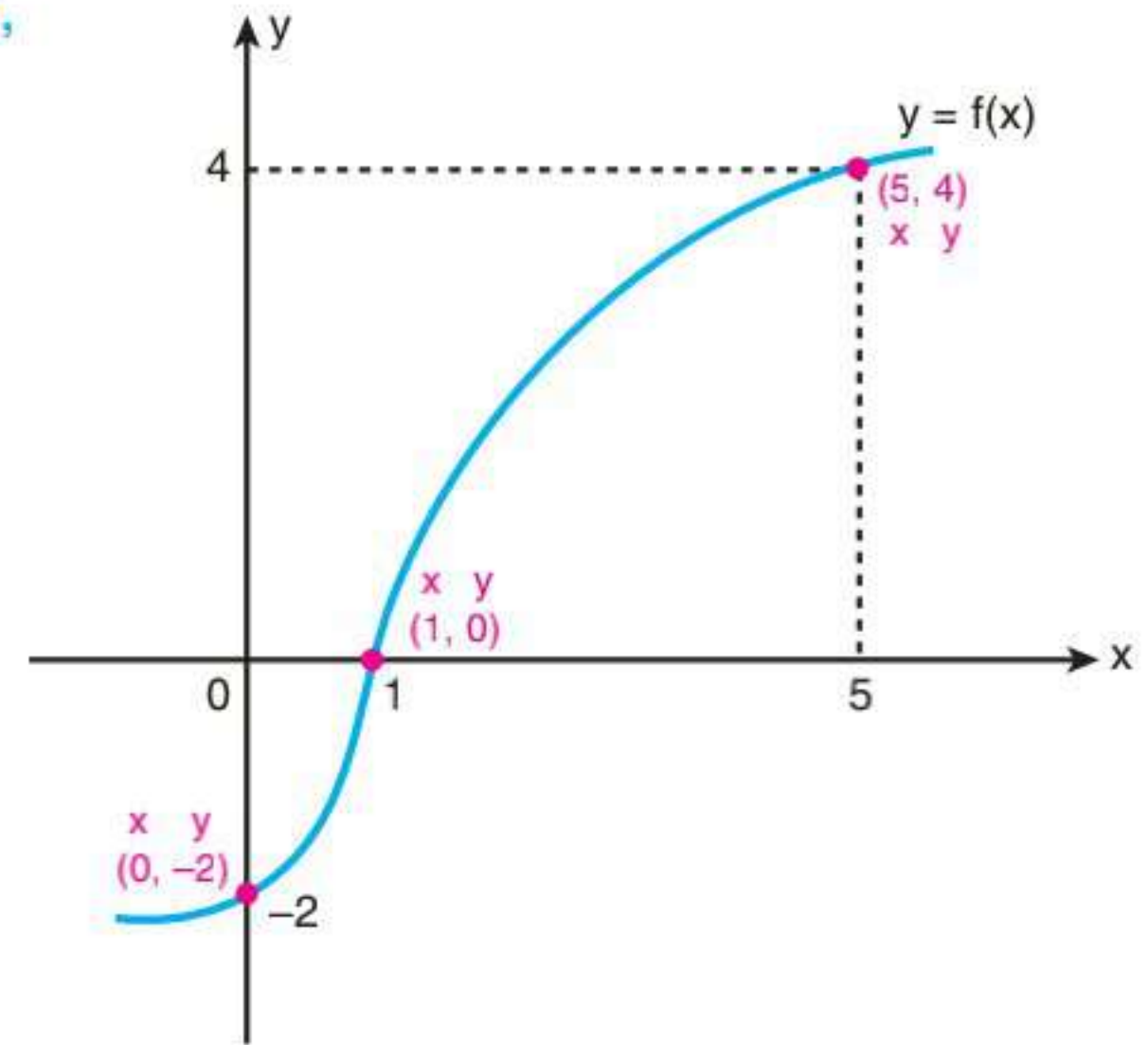
Hatırlayacağınız gibi, a tanım kümesinden bir eleman ve $b = f(a)$ ise b görüntü kümesine ait bir eleman olmalıdır. Bu durumda " b , a 'nın f altındaki görüntüsüdür veya f 'nin a daki değeri b 'dir." deriz.

b görüntü kümesinden bir eleman ise $b = f(a)$ eşitliğini sağlayan ve tanım kümesinin elemanı olan bir a vardır.

Ancak, $b = f(a)$ eşitliğini sağlayan a değerleri birden fazla olabilir ve hepsinin tanım kümesinde bir eleman olma zorunluluğu yoktur.

b değer kümesinden bir eleman, $b = f(a)$ ve a tanım kümesinin bir elemanı ise " b 'nin f altındaki bir ters görüntüsü a 'dır." deriz.

Örneğin,



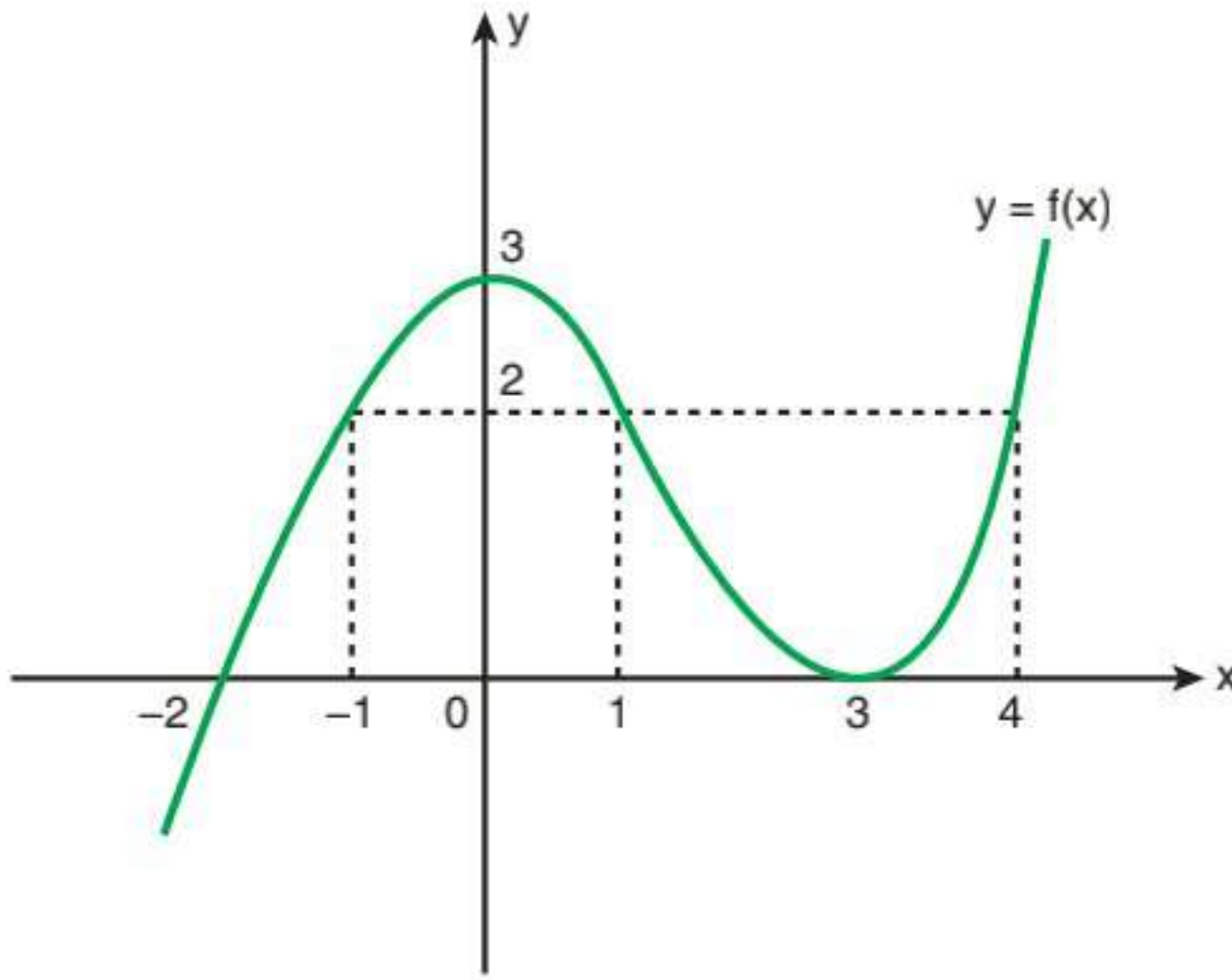
Yukarıda verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğindeki noktalar $(5, 4)$, $(1, 0)$ ve $(0, -2)$ olduğundan,

$$f(5) = 4, f(1) = 0 \text{ ve } f(0) = -2 \text{ dir.}$$

Ayrıca, 4'ün f altındaki ters görüntüsü 5'tir.

ÖRNEK 6.

Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $f(x + 1) = 2$ denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$f(x+1) = 2$$

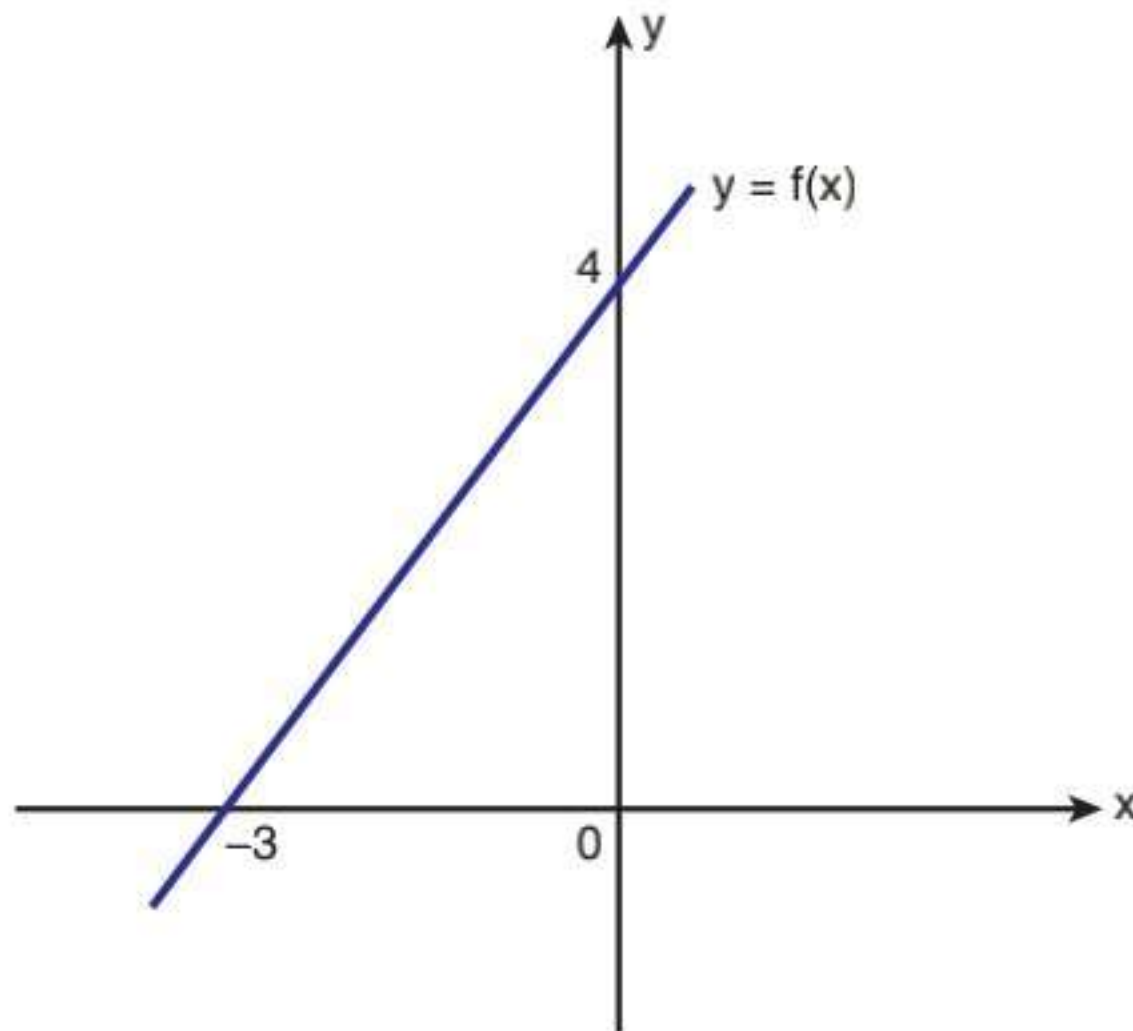
-1
1
4

$$x = -2, x = 0, x = 3$$

$$-2 + 0 + 3 = 1$$

ÖRNEK 7.

Aşağıda $y = f(x)$ doğrusal fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $f(5)$ kaçtır?

ÇÖZÜM

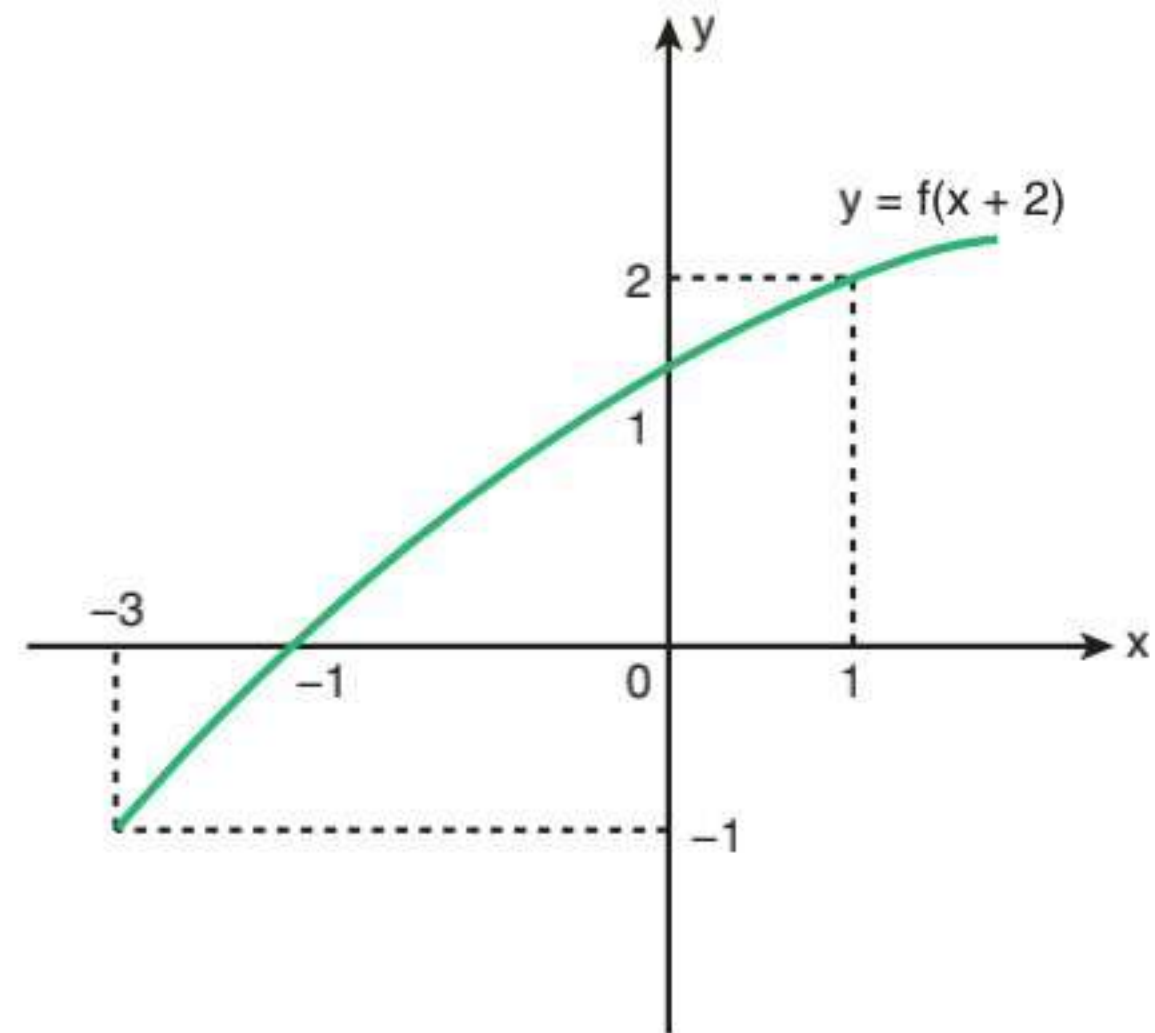
$$\frac{x}{-3} + \frac{y}{4} = 1$$

$$4x - 3y = -12 \Rightarrow 3 \cdot f(x) = 4x + 12$$

$$3 \cdot f(5) = 32 \Rightarrow f(5) = \frac{32}{3}$$

ÖRNEK 8.

Aşağıda $y = f(x + 2)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $f(-1) + f(1)$ toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$x = -3 \text{ için } f(-1) = -1$$

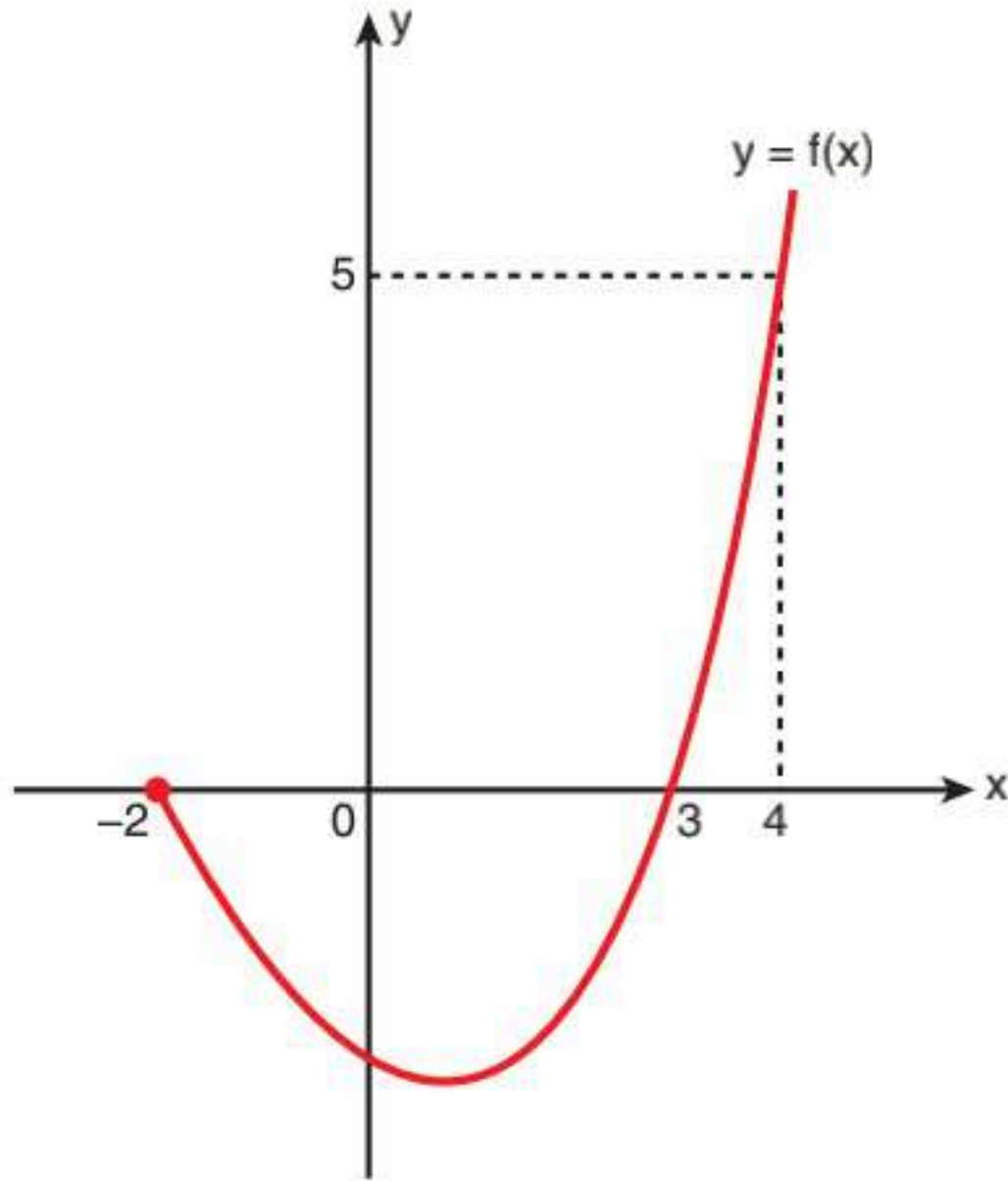
$$x = -1 \text{ için } f(1) = 0$$

$$-1 + 0 = -1$$

ÖRNEK 9.

Aşağıda, f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$$f: [-2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$$



Buna göre,

- I. $f(0) \cdot f(-1) > 0$ ✓
- II. $f(-2) < f(2)$
- III. 5'in f altındaki ters görüntüsü 4'tür. ✓

İfadelerinden hangileri doğrudur?

ÇÖZÜM

$$\text{I. } f(0) < 0, f(-1) < 0$$

$$f(0) \cdot f(-1) > 0$$

$$\text{II. } f(-2) = 0, f(2) < 0$$

$$f(-2) > f(2)$$

$$\text{III. } f(4) = 5 \Rightarrow f^{-1}(5) = 4$$

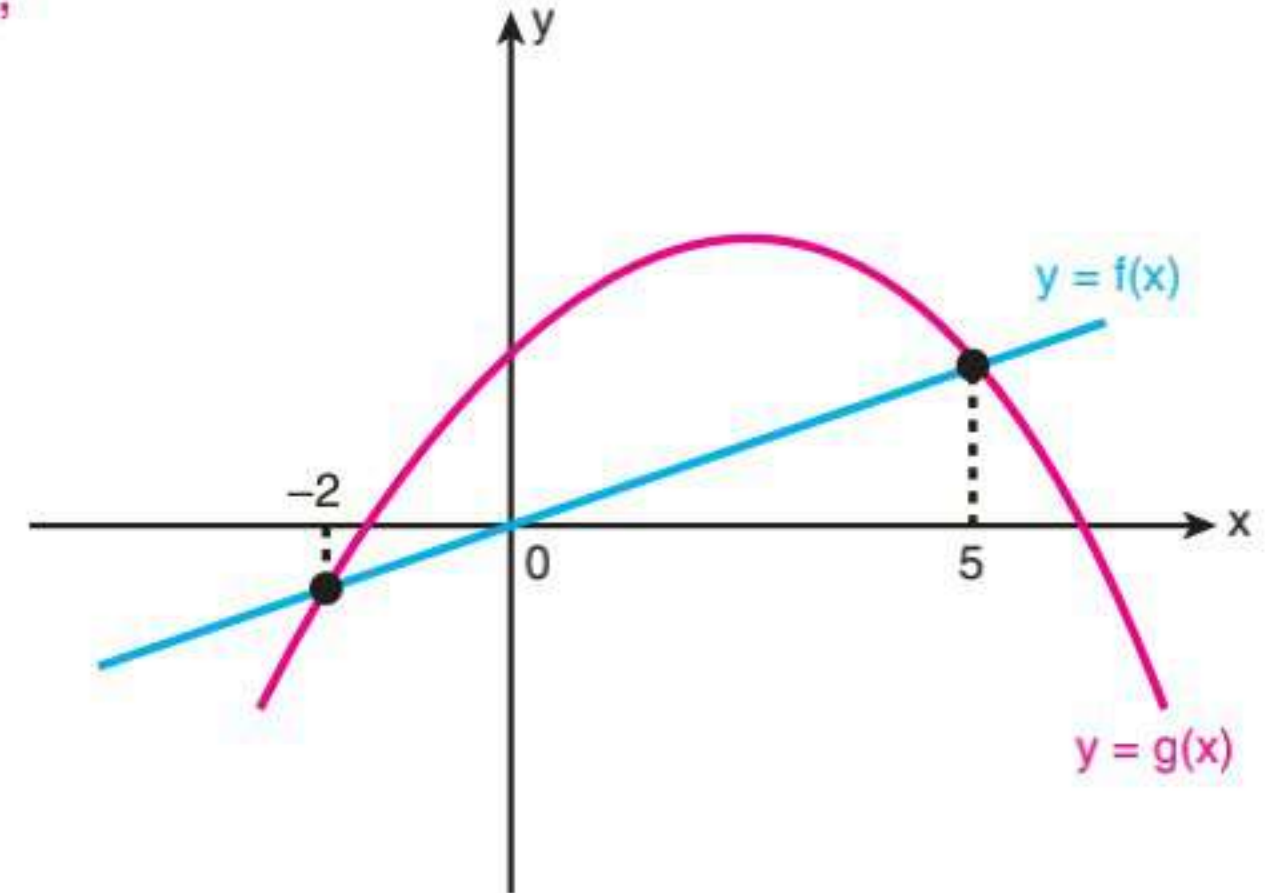
**NOT**

$y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonu verilmiş olsun.

$f(x) = g(x)$ denkleminin kökleri bu iki fonksiyonun grafiklerinin kesim noktalarının apsisleridir.

Eğer $f(x) = g(x)$ denkleminin kökü yoksa bu iki fonksiyonun grafikleri kesişmez.

Örneğin;

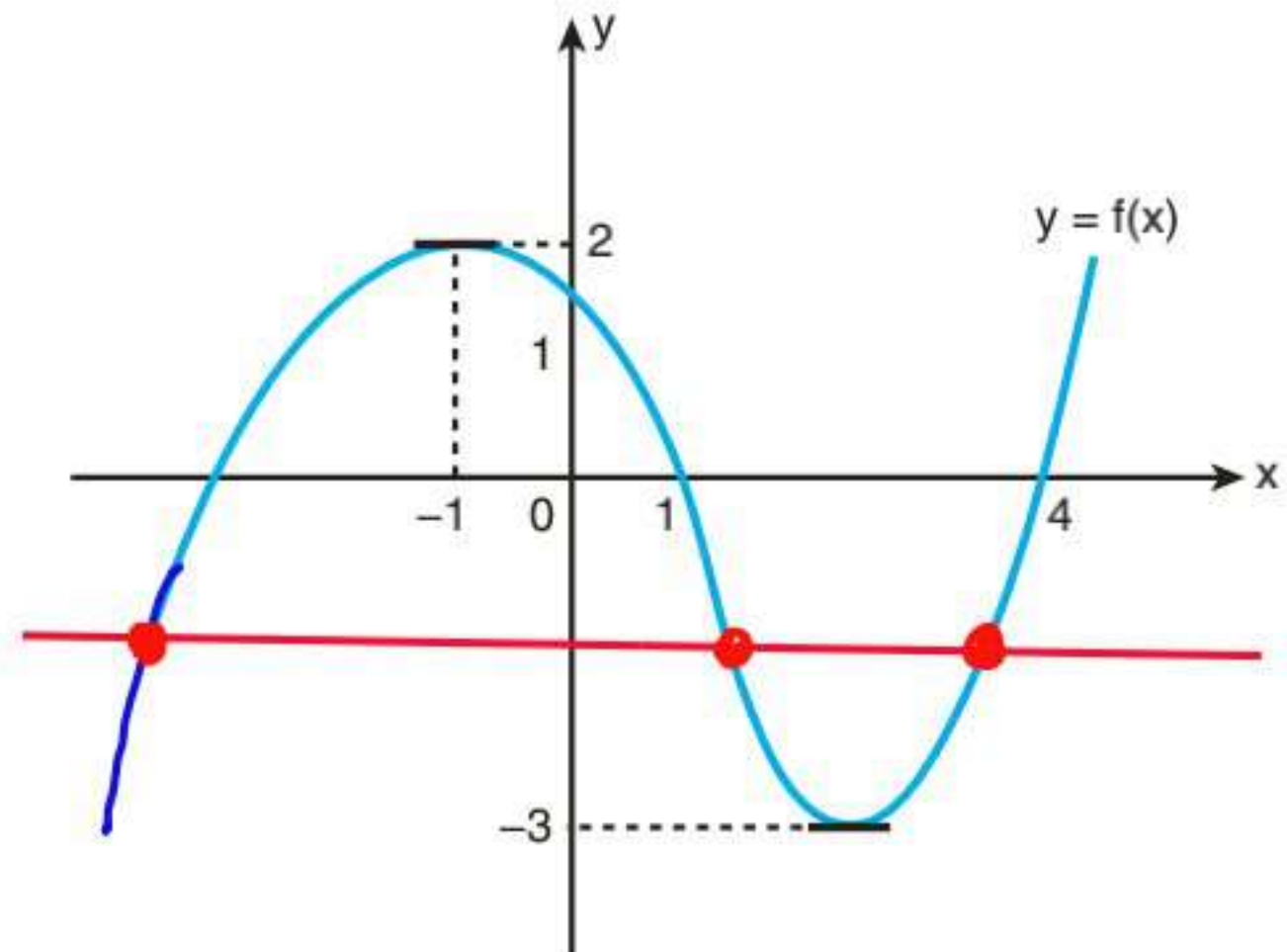


Yukarıda grafiği verilen $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri iki noktada kesişmektedir.

Buna göre, $f(x) = g(x)$ denkleminin iki kökü olup $x = -2$ ve $x = 5$ tir.

**ÖRNEK 10.**

Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $f(x) = -2$ denkleminin kaç tane kökü vardır?

**ÇÖZÜM**

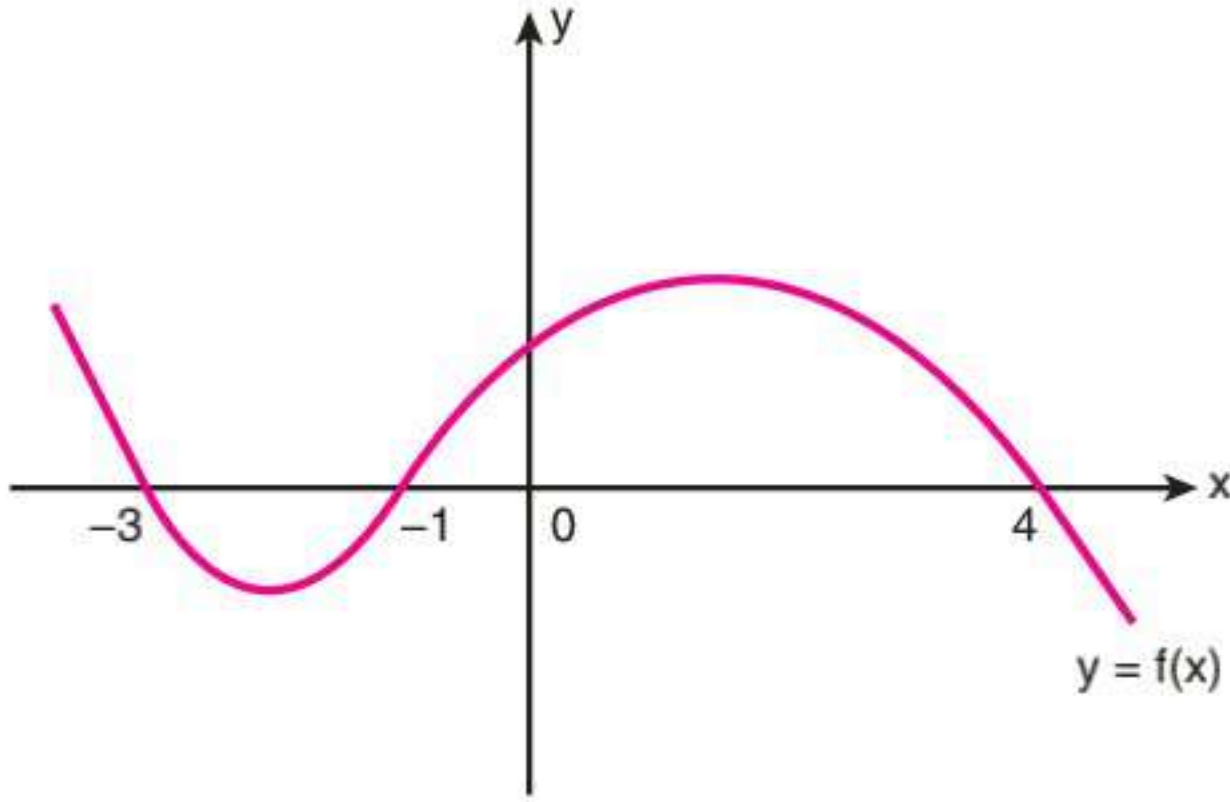
3 tane kök vardır.

**NOT**

Bir fonksiyonun grafiğinde $f(x) = 0$ denkleminin çözüm kümesinin elemanlarına "**f fonksiyonunun sıfırları**" denir.

**ÖRNEK 11.**

Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $y = f(x)$ fonksiyonunun sıfırları toplamı kaçtır?

**ÇÖZÜM**

$$f(x) = 0$$

$$\begin{array}{l} \downarrow \\ -3 \\ -1 \\ 4 \end{array} \quad (-3) + (-1) + 4 = 0$$

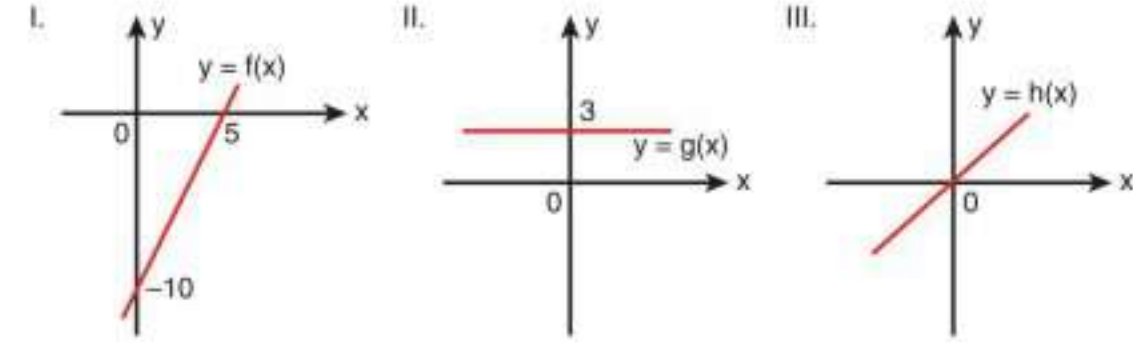
**NOT**

Parçalı fonksiyonlarının grafiklerini çizmek için kullanacağımız sabit fonksiyon ve doğrusal fonksiyonların grafiklerini hatırlayalım.

**ÖRNEK 12.**

- I. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 2x - 10$
- II. $g: \mathbb{R} \rightarrow \{3\}$
 $g(x) = 3$
- III. $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $h(x) = 4x$

fonksiyonlarının grafiklerini çiziniz.

**ÇÖZÜM****NOT**

Parçalı fonksiyon grafiği çizilirken her parçanın grafiği aynı analitik düzlemde ayrı ayrı çizilip grafik belirlenir.

**ÖRNEK 13.**

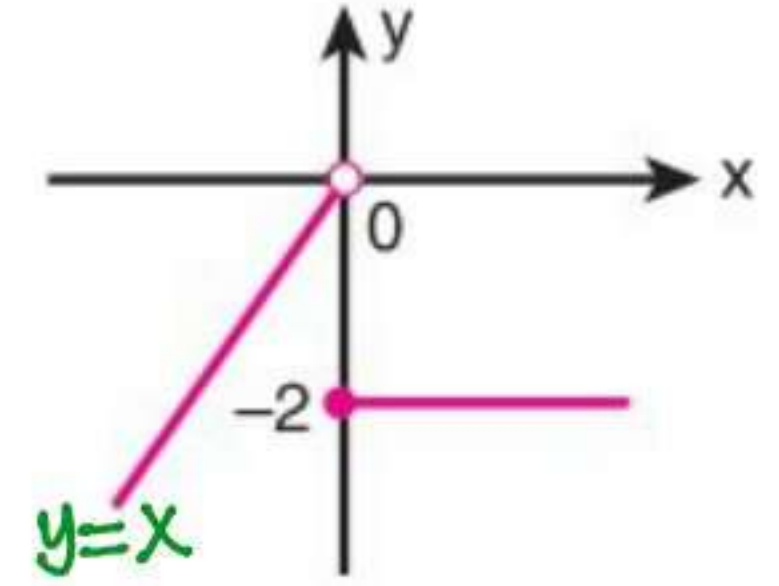
Gerçek sayılarda tanımlı,

$$f(x) = \begin{cases} x, & x < 0 \\ -2, & x \geq 0 \end{cases}$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

**ÇÖZÜM**

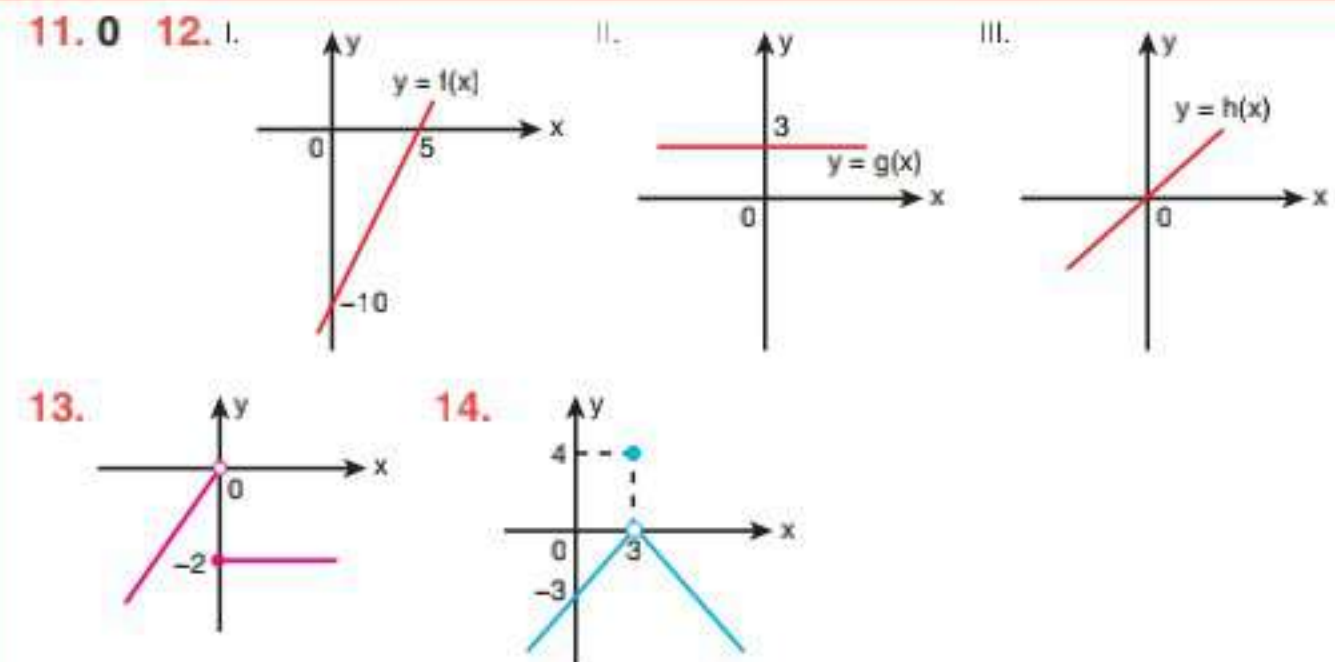
$$\begin{array}{ll} x < 0 \text{ için } y = x \\ x \geq 0 \text{ için } y = -2 \end{array}$$

**ÖRNEK 14.**

Gerçek sayılarda tanımlı,

$$f(x) = \begin{cases} x - 3, & x < 3 \\ 4, & x = 3 \\ 6 - 2x, & x > 3 \end{cases}$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

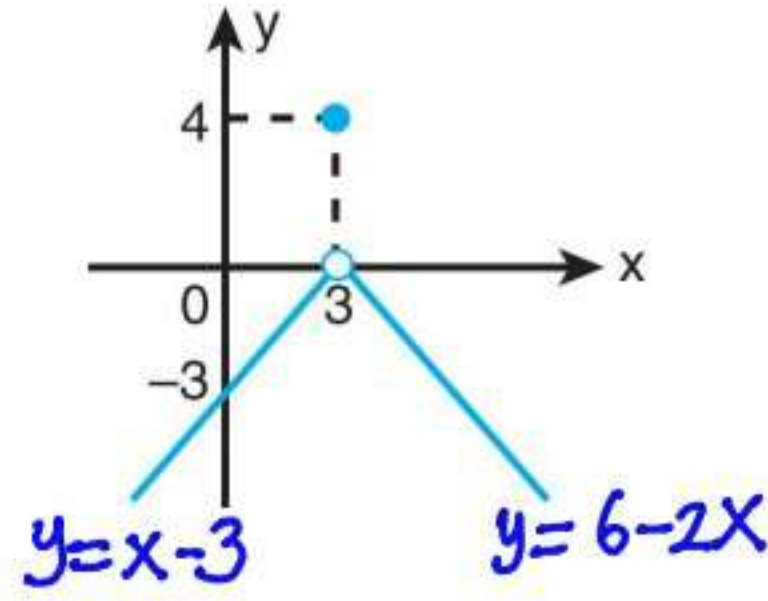


✓ ÇÖZÜM

$$x < 3, y = x - 3$$

$$x = 3, y = 4$$

$$x > 3, y = 6 - 2x$$



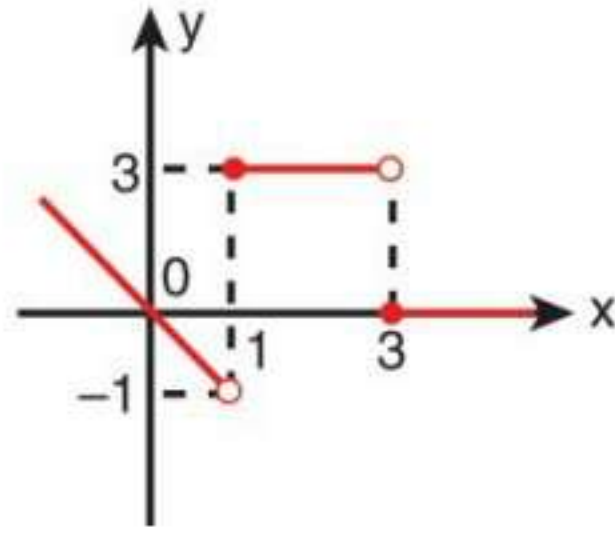
? ÖRNEK 15.

Gerçek sayılarda tanımlı,

$$f(x) = \begin{cases} -x, & x < 1 \\ 3, & 1 \leq x < 3 \\ 0, & x \geq 3 \end{cases}$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

✓ ÇÖZÜM



NOT

Mutlak değerli ifadeler içeren fonksiyonlar aynı zamanda parçalı tanımlı fonksiyonlardır.

Verilen fonksiyonlarda mutlak değerli ifadenin içini sıfır yapan değer, fonksiyonun parçalı yazılmasını sağlar. Bu değere aynı zamanda "Kritik Nokta" denir.

Örneğin;

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$f(x) = |x - 2|$ fonksiyonunu parçalı olarak yazalım.

$x - 2 = 0$ ise $x = 2$ kritik noktadır.

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x, & x \leq 2 \\ x - 2, & x > 2 \end{cases}$$

şeklinde parçalı fonksiyon olarak yazılır.

? ÖRNEK 16.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

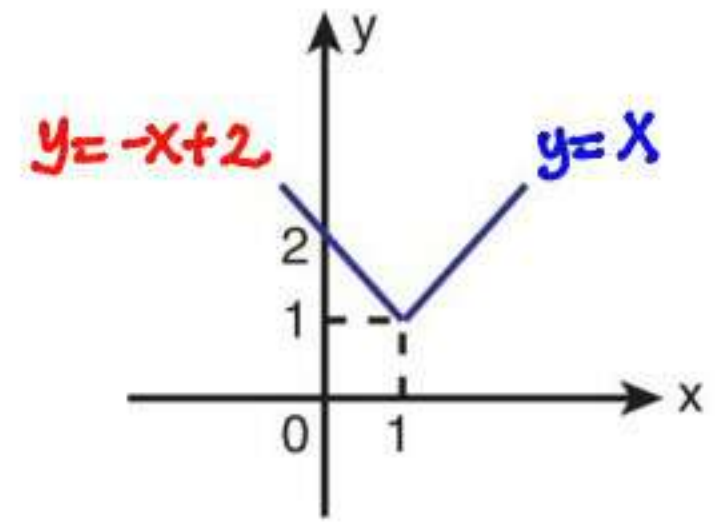
$$f(x) = |x - 1| + 1$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

✓ ÇÖZÜM

$$x \geq 1, y = x - 1 + 1 \\ y = x$$

$$x < 1, y = -x + 1 + 1 \\ y = -x + 2$$



? ÖRNEK 17.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = |x| + |x - 2|$$

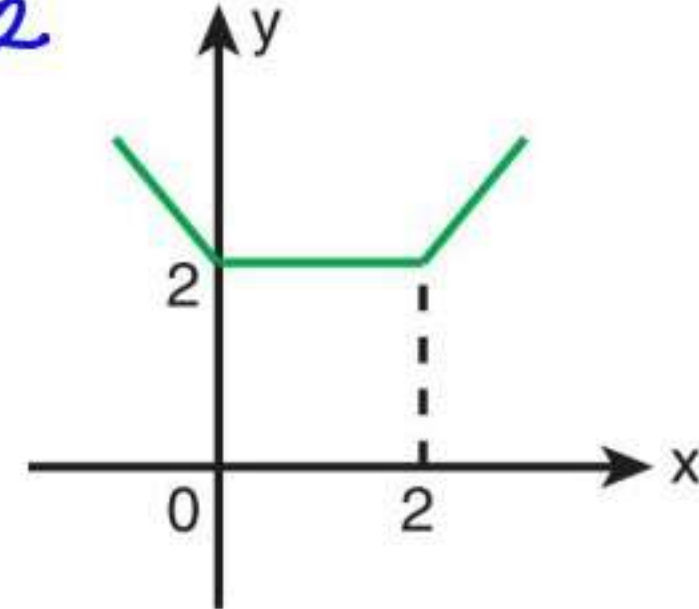
fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

✓ ÇÖZÜM

$$x \leq 0, y = -x - x + 2 = -2x + 2$$

$$0 < x < 2, y = x - x + 2 = 2$$

$$x \geq 2, y = x + x - 2 = 2x - 2$$



? ÖRNEK 18.

$\mathbb{R} - \{0\}$ da tanımlı,

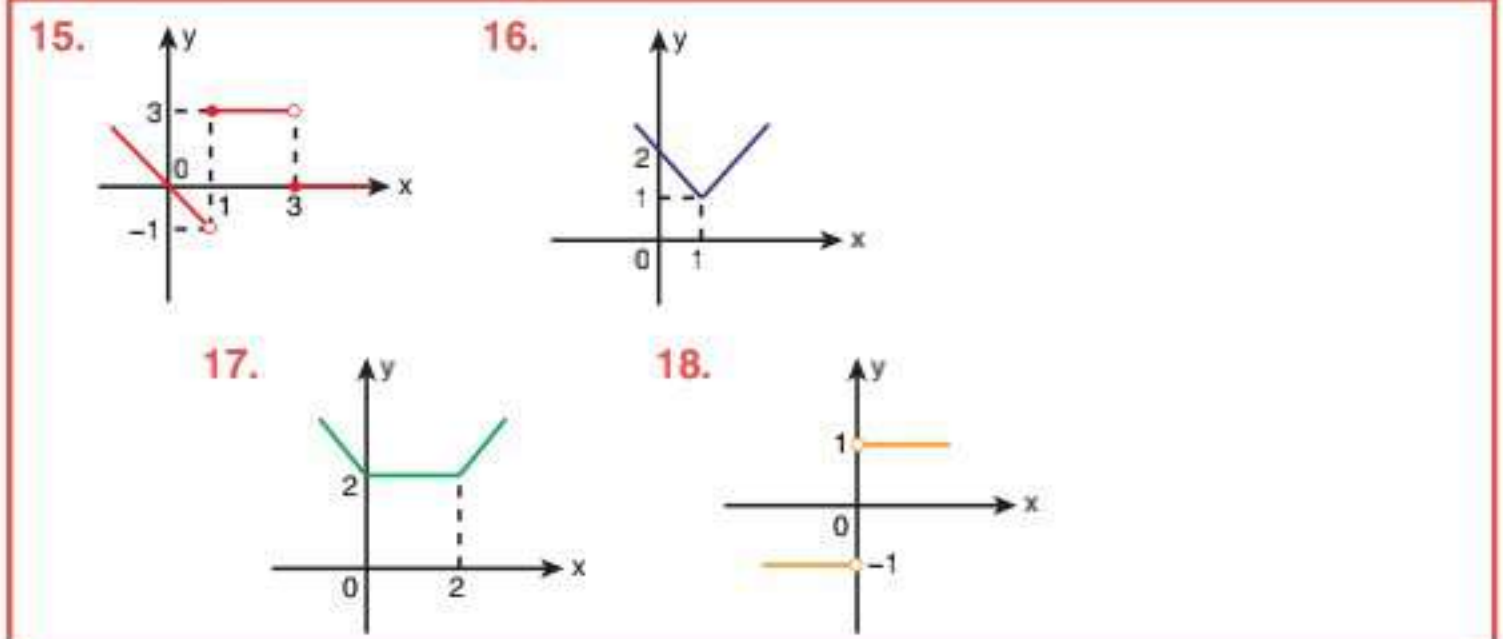
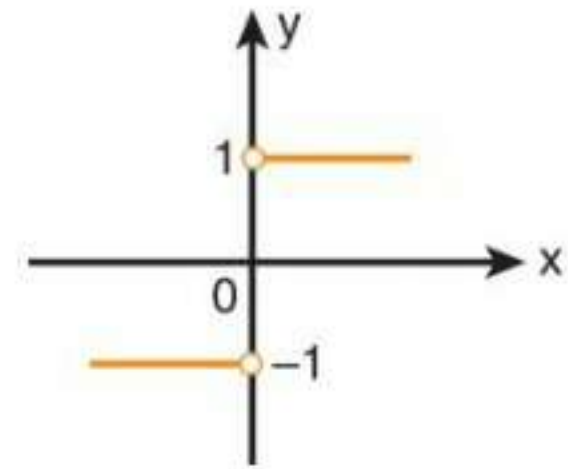
$$f(x) = \frac{|x|}{x}$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

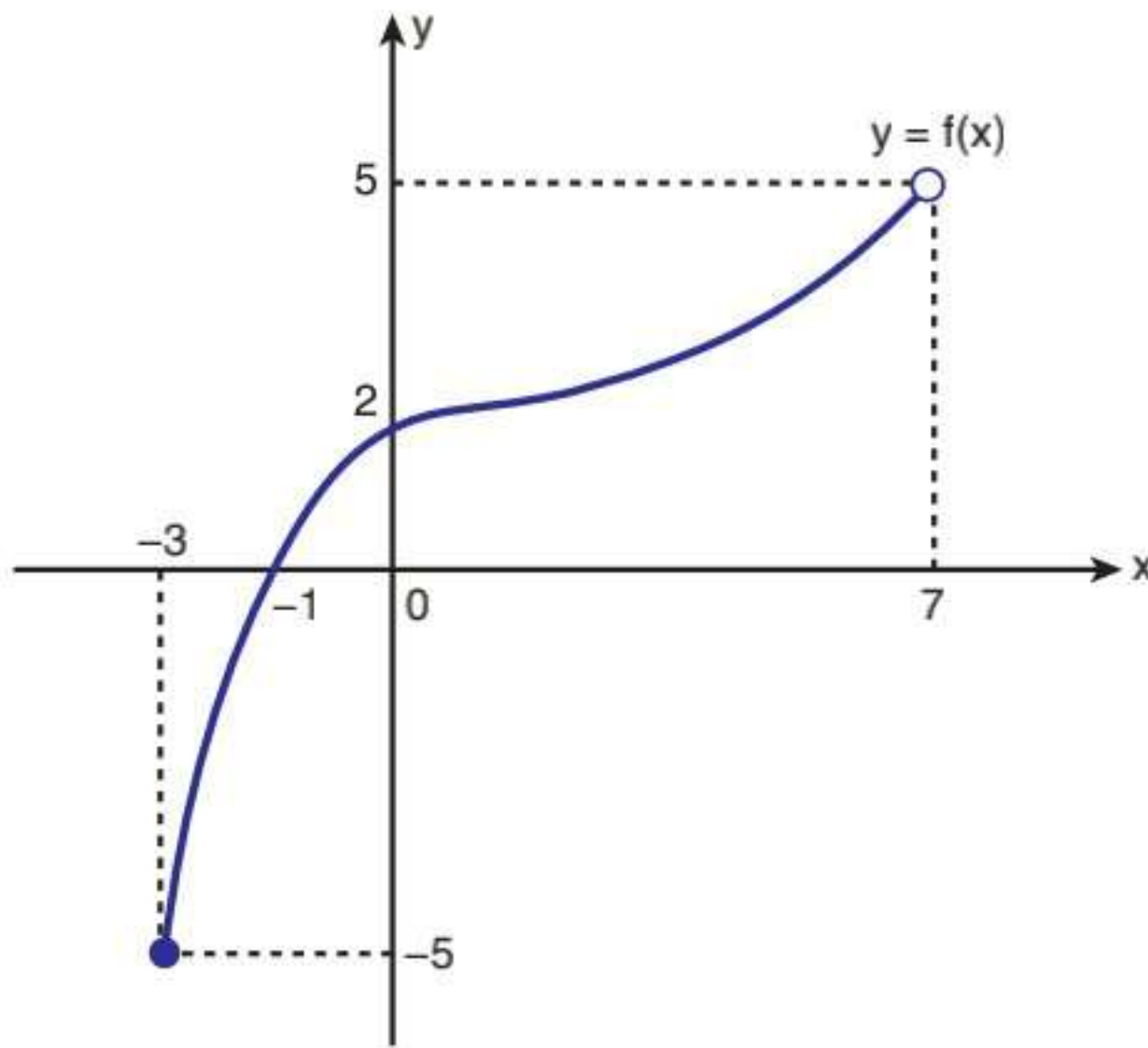
✓ ÇÖZÜM

$$x > 0, y = 1$$

$$x < 0, y = -1$$



1. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

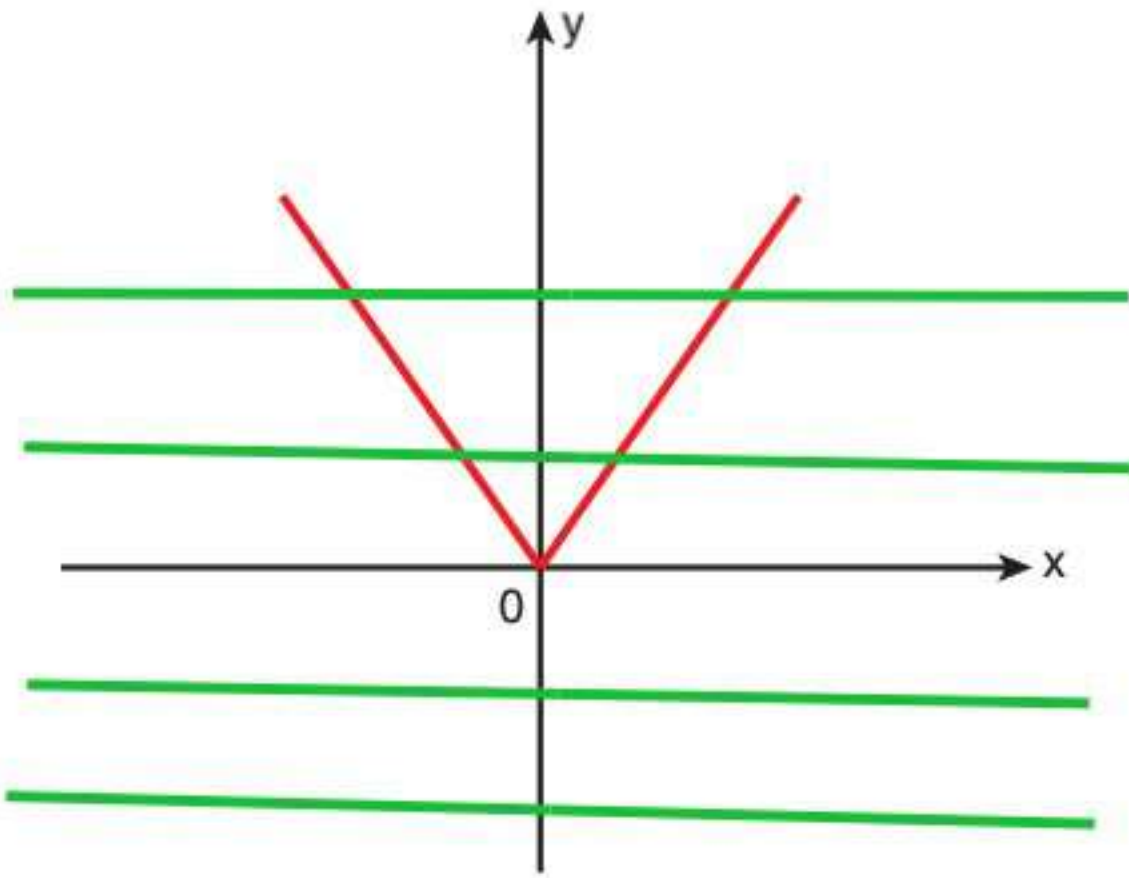


Buna göre, $y = f(x)$ fonksiyonunun tanım ve görüntü kümelerinin kesişimi olan küme aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-3, 5]$ B) $(-3, 7]$ C) $[-5, 3]$
D) $[-3, 3]$ E) $(-3, 5]$

$T.K = [-3, 7]$
 $G.K = [-5, 5]$
 $T.K \cap G.K = [-3, 5]$

2. Aşağıda $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



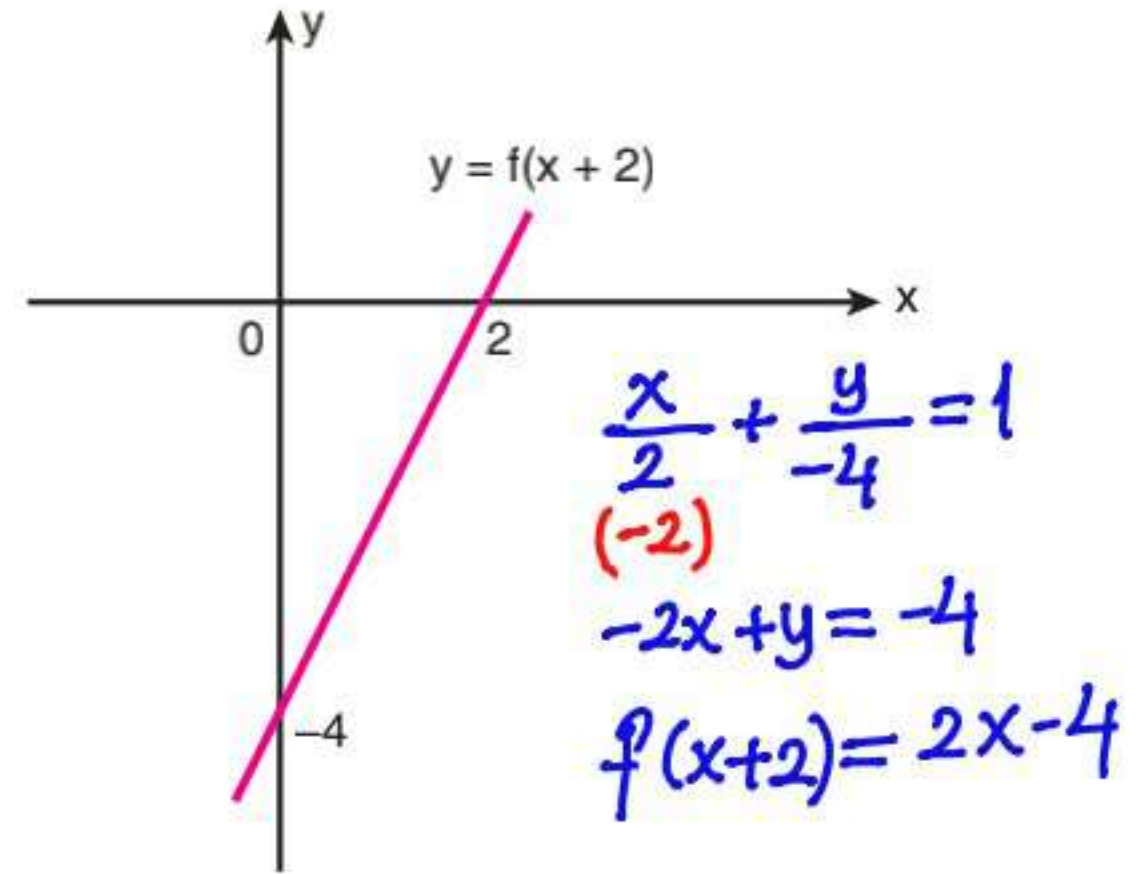
Buna göre h fonksiyonu,

- I. İçinedir. **Negatif reel sayılar başta**
II. Bire birdir. **-**
III. $f(3) \cdot f(-3) > 0 \Rightarrow + \cdot + = + > 0$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) I, II ve III

3. Aşağıda $y = f(x + 2)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

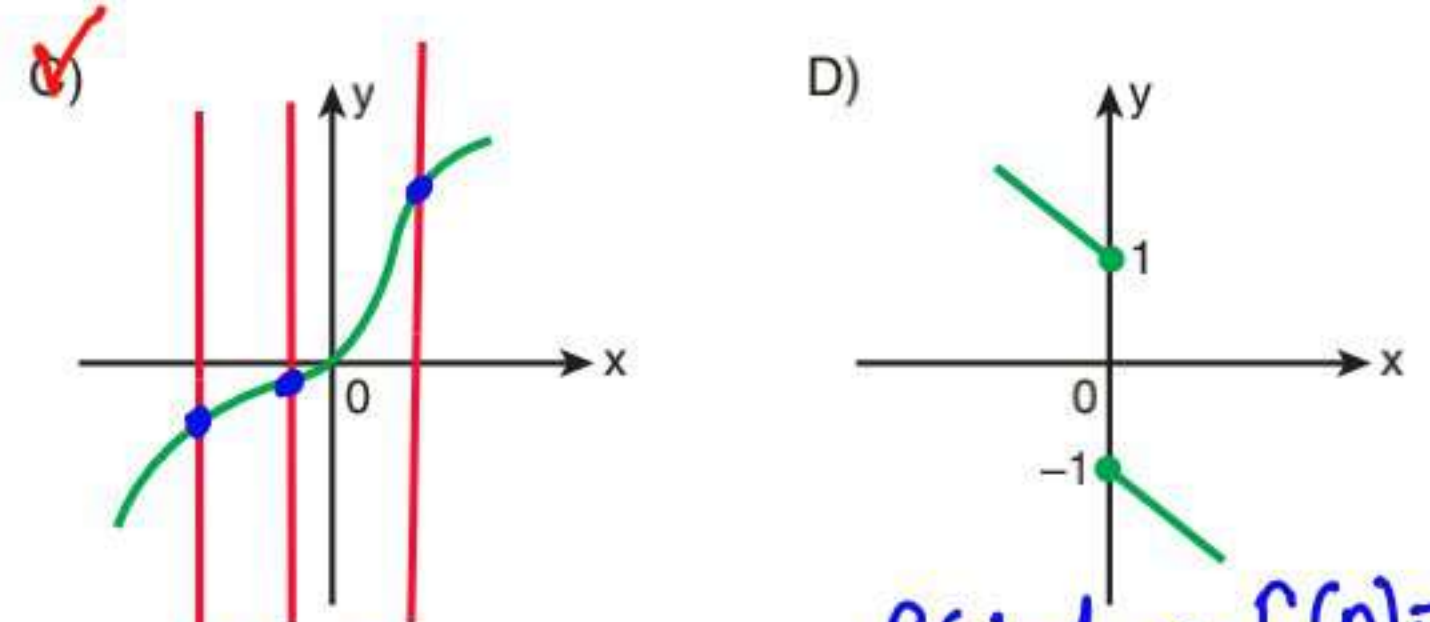
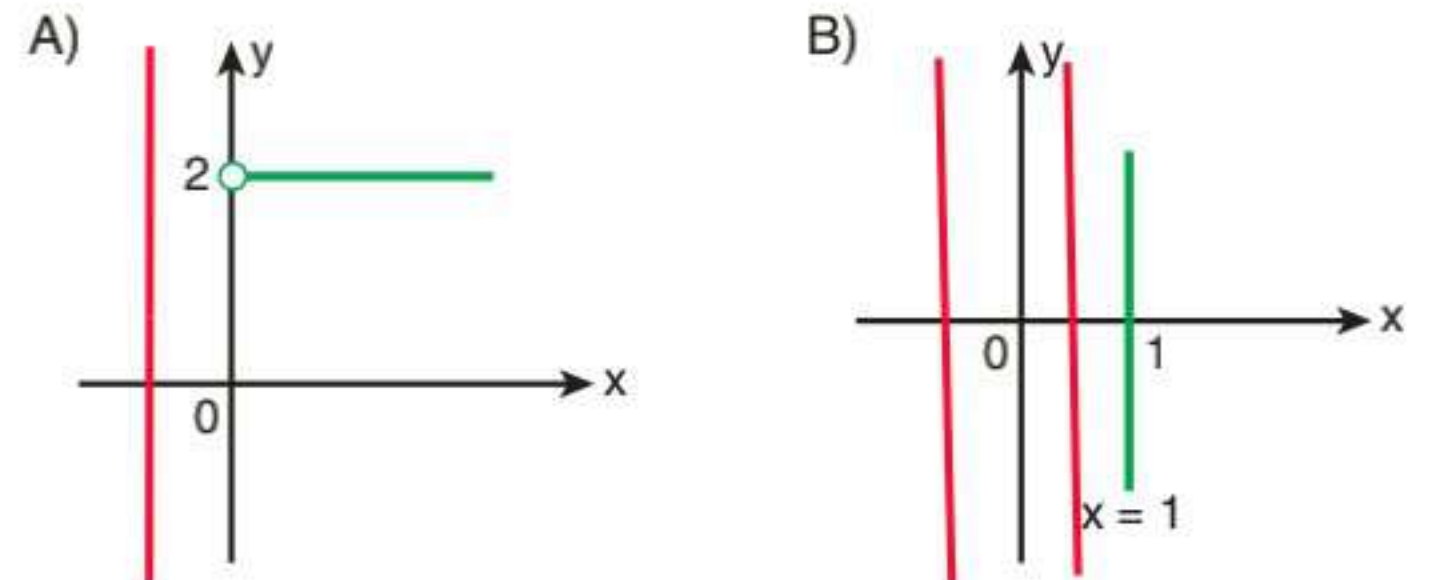


Buna göre, $f(5)$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

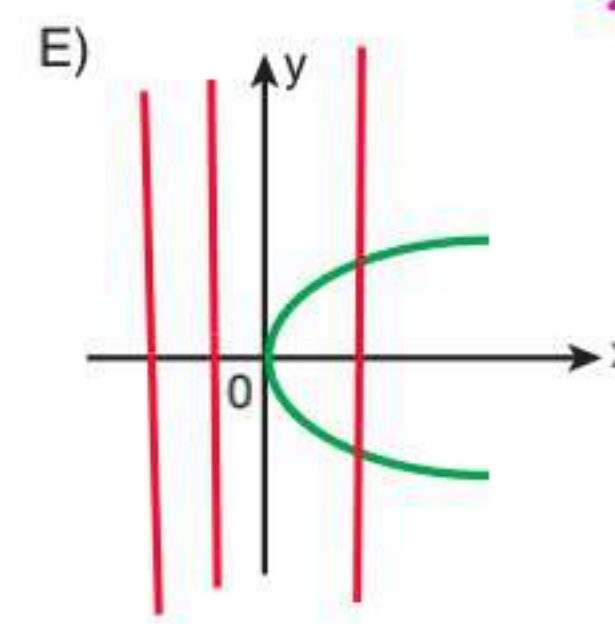
$x = 3$ için $f(5) = 2 \cdot 3 - 4 = 2$

4. Aşağıda grafiği verilen bağıntılardan hangisi $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ye bir fonksiyondur?



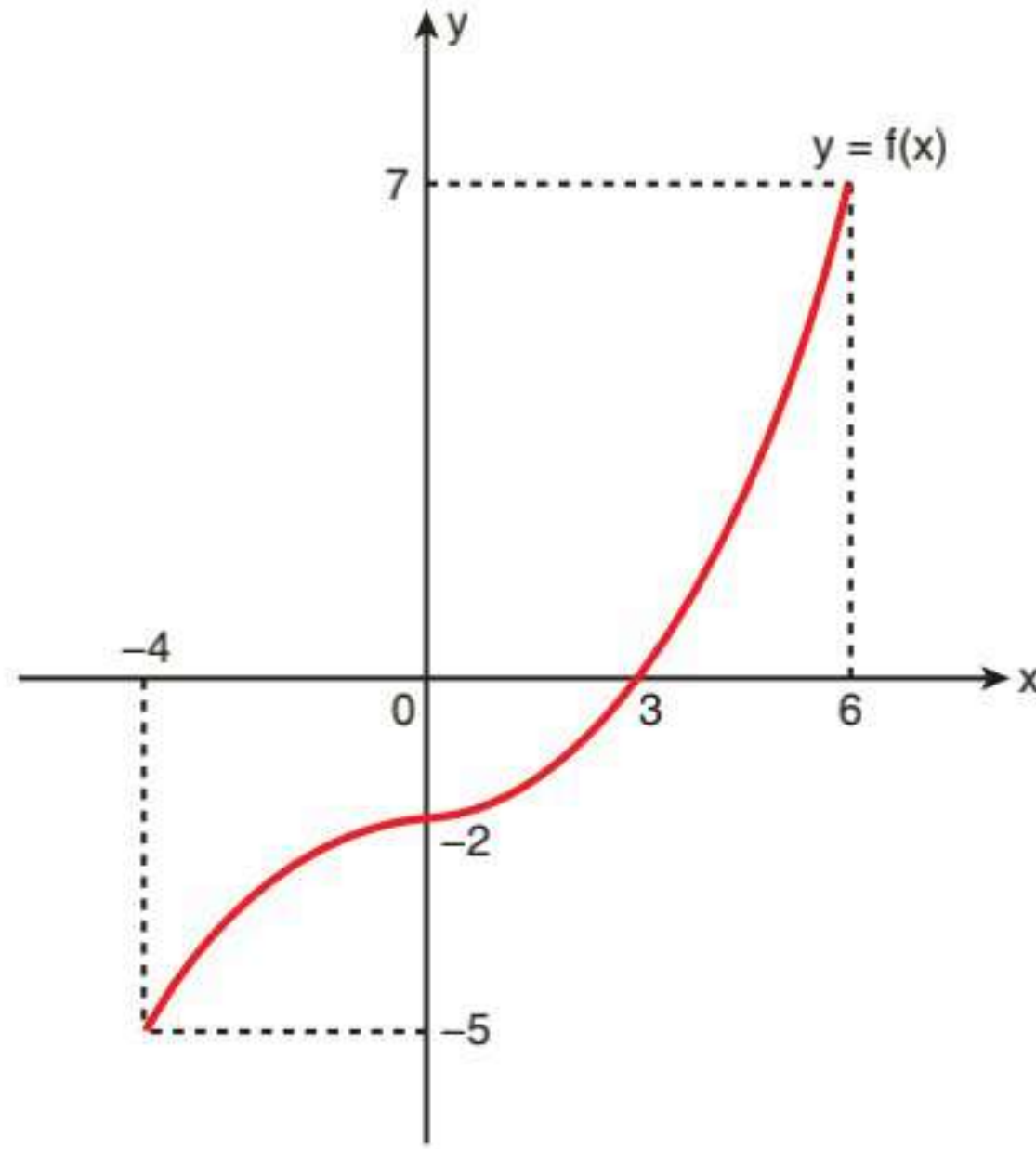
Fonksiyon

$f(0) = 1$ ve $f(0) = -1$
fonksiyon olamaz



Test

5. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



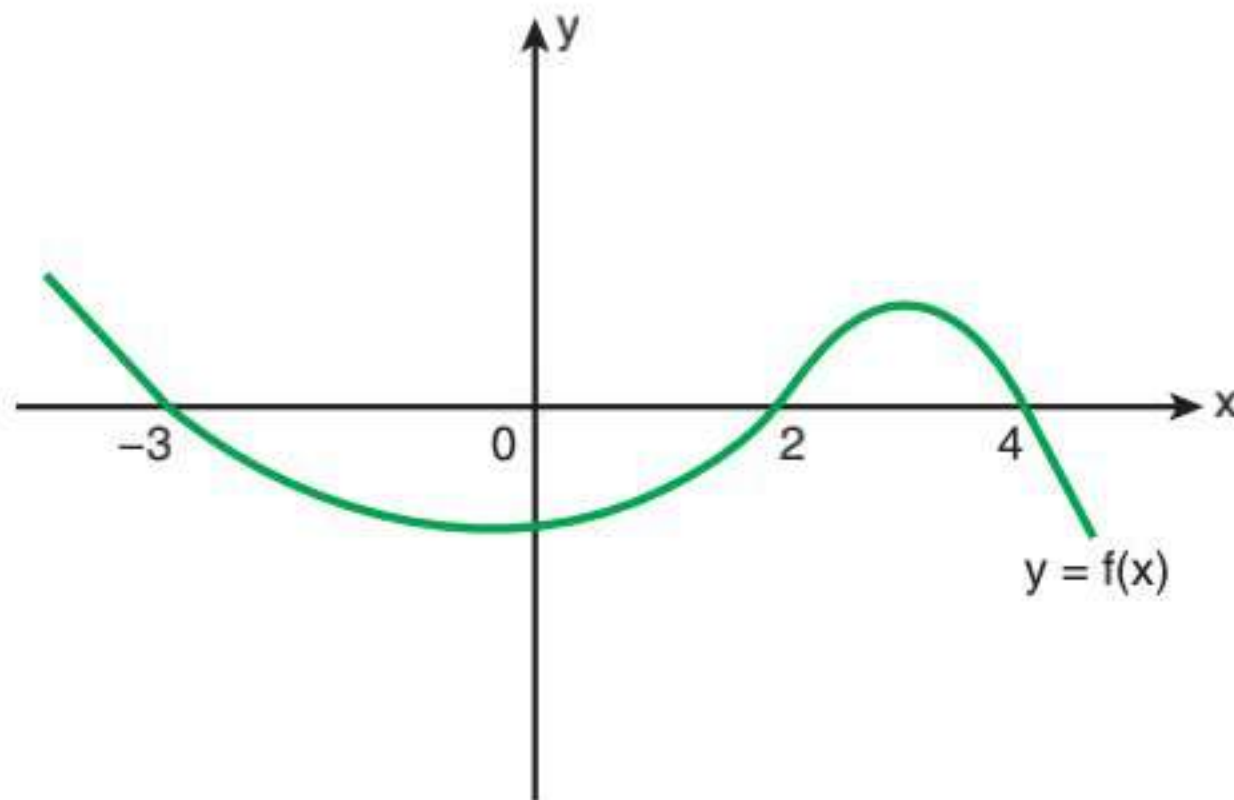
Buna göre, $\frac{f(-4) + f(6)}{f(0) + f(3)}$ oranı kaçtır?

- A) -2 B) $-\frac{3}{2}$ ☒ C) -1 D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{4}$

$$\begin{aligned} f(-4) &= -5 \\ f(0) &= -2 \\ f(3) &= 0 \\ f(6) &= 7 \end{aligned}$$

$$\frac{-5+7}{-2+0} = -1$$

6. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $f(x+4) = 0$ denklemini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

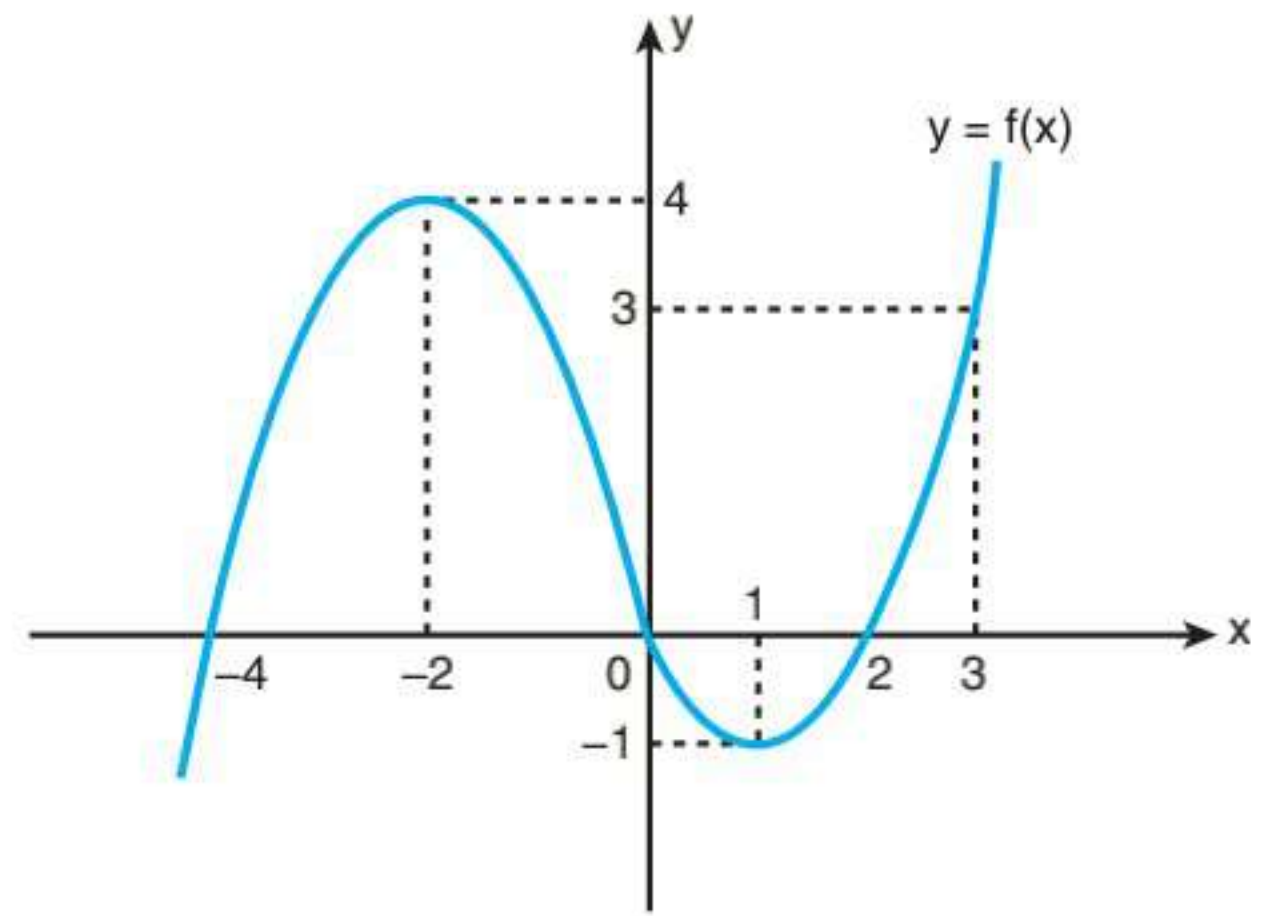
- A) -6 B) -4 ☒ C) 0 D) 2 E) 4

$$f(x+4) = 0$$

$$\begin{aligned} &\underbrace{-3}_{-3} \\ &\underbrace{2}_{2} \\ &\underbrace{4}_{4} \end{aligned}$$

$x = -7, -2, 0 \rightarrow$ çarpımları 0 olur.

7. Aşağıda f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



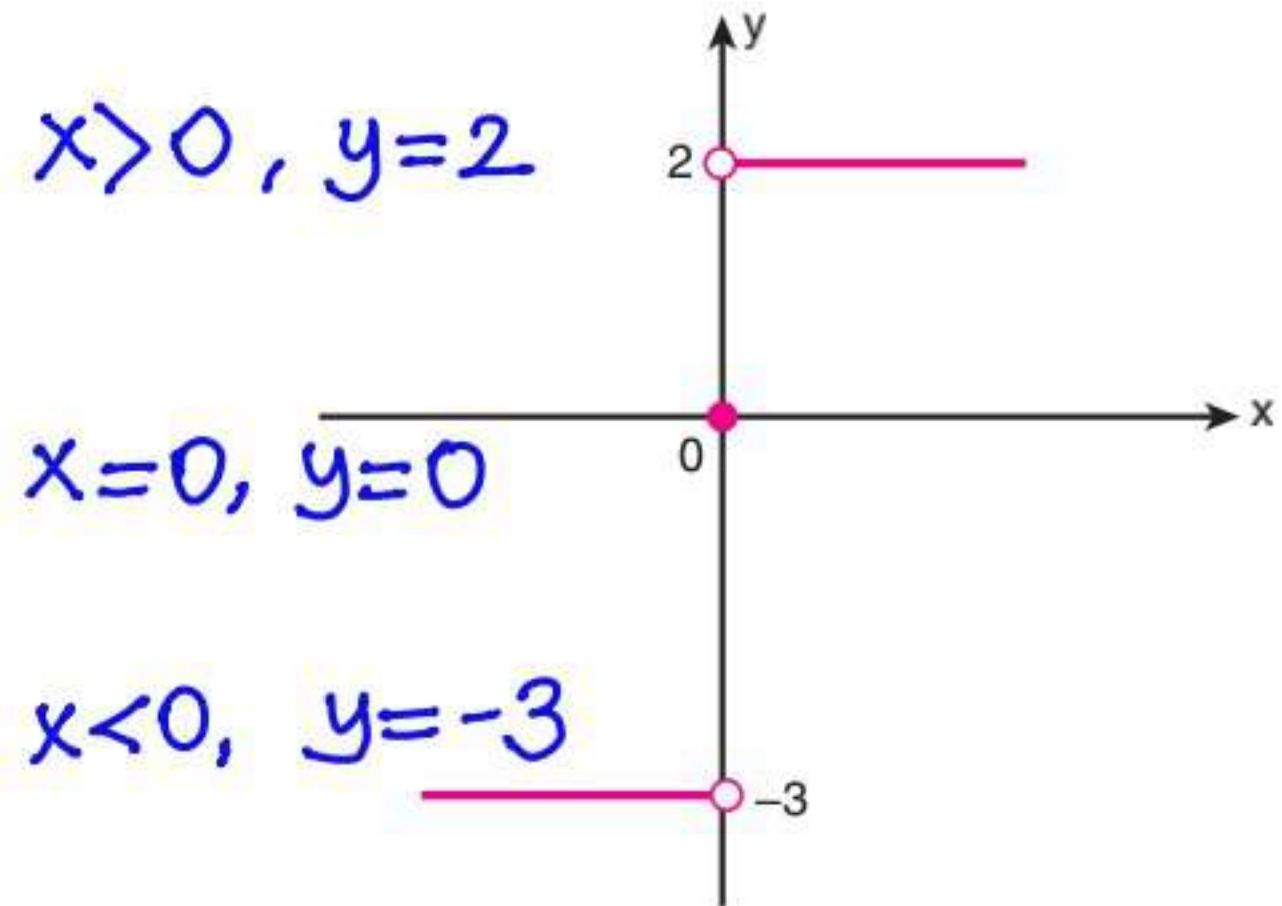
$$g(x) = 3 - f(x - 2)$$

olduğuna göre, $g(-2) + g(5)$ toplamı kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 1 D) 2 ☒ E) 3

$$\begin{aligned} g(-2) &= 3 - \underbrace{f(-4)}_0 = 3 \\ g(5) &= 3 - \underbrace{f(3)}_3 = 0 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} g(-2) &= 3 \\ g(5) &= 0 \end{aligned}} \right\} 3+0=0$$

8. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



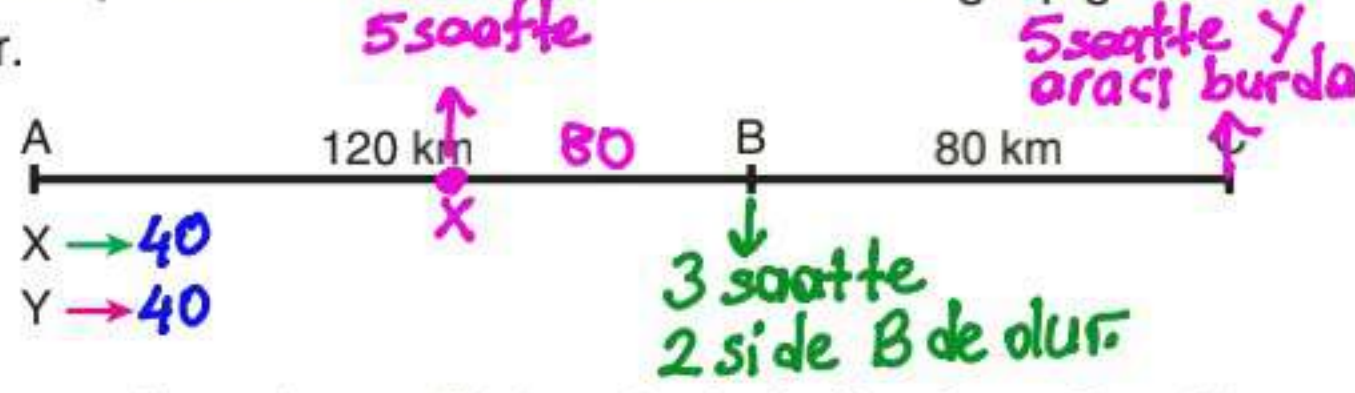
Buna göre, f fonksiyonunun parçalı olarak yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f(x) = \begin{cases} 2, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ -3, & x > 0 \end{cases}$ ☒ B) $f(x) = \begin{cases} 2, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -3, & x < 0 \end{cases}$

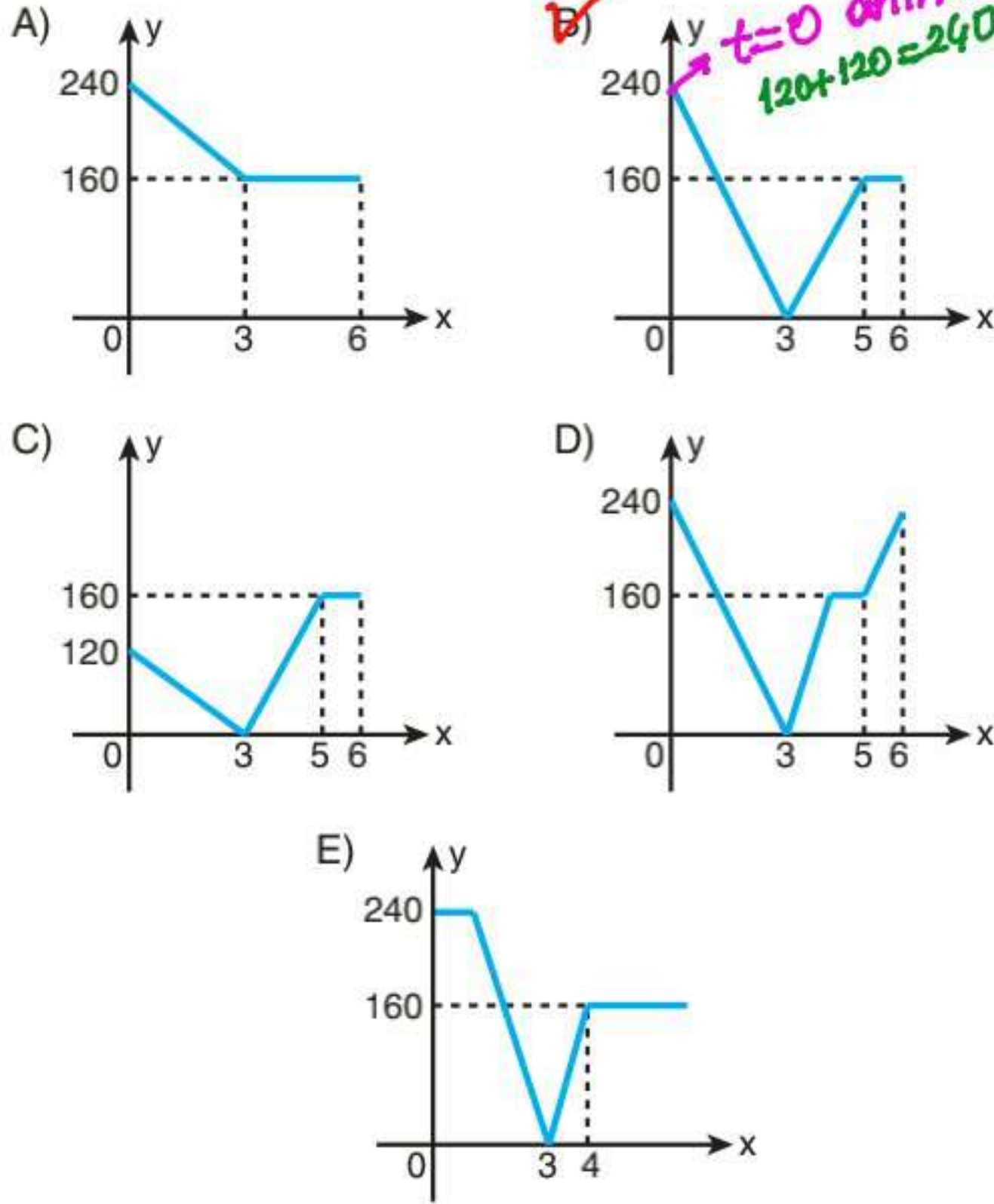
C) $f(x) = \begin{cases} 2, & x < 2 \\ -3, & x > -3 \end{cases}$ D) $f(x) = \begin{cases} 2, & x > 2 \\ 0, & x = 0 \\ -3, & x < -3 \end{cases}$

E) $f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 2, & x > 0 \end{cases}$

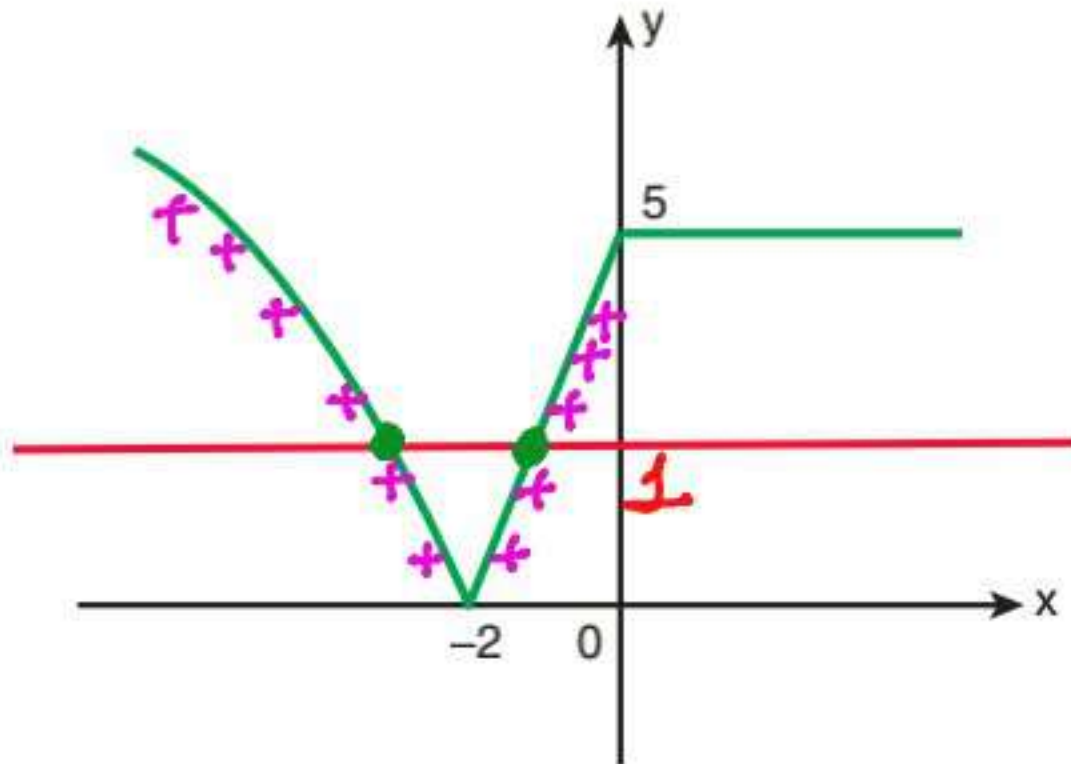
9. Aşağıda hızları eşit ve 40 km/sa olan X ve Y araçları gösterilmiştir. X aracı sadece A ve B kentleri arasında gidip gelmekte, Y aracı ise A ve C kentleri arasında gidip gelmektedir.



Buna göre, altı saatlik hareketleri süresince X ve Y araçlarının B noktasına olan uzaklıkları toplamını gösteren grafik aşağıdakilerden hangisidir?



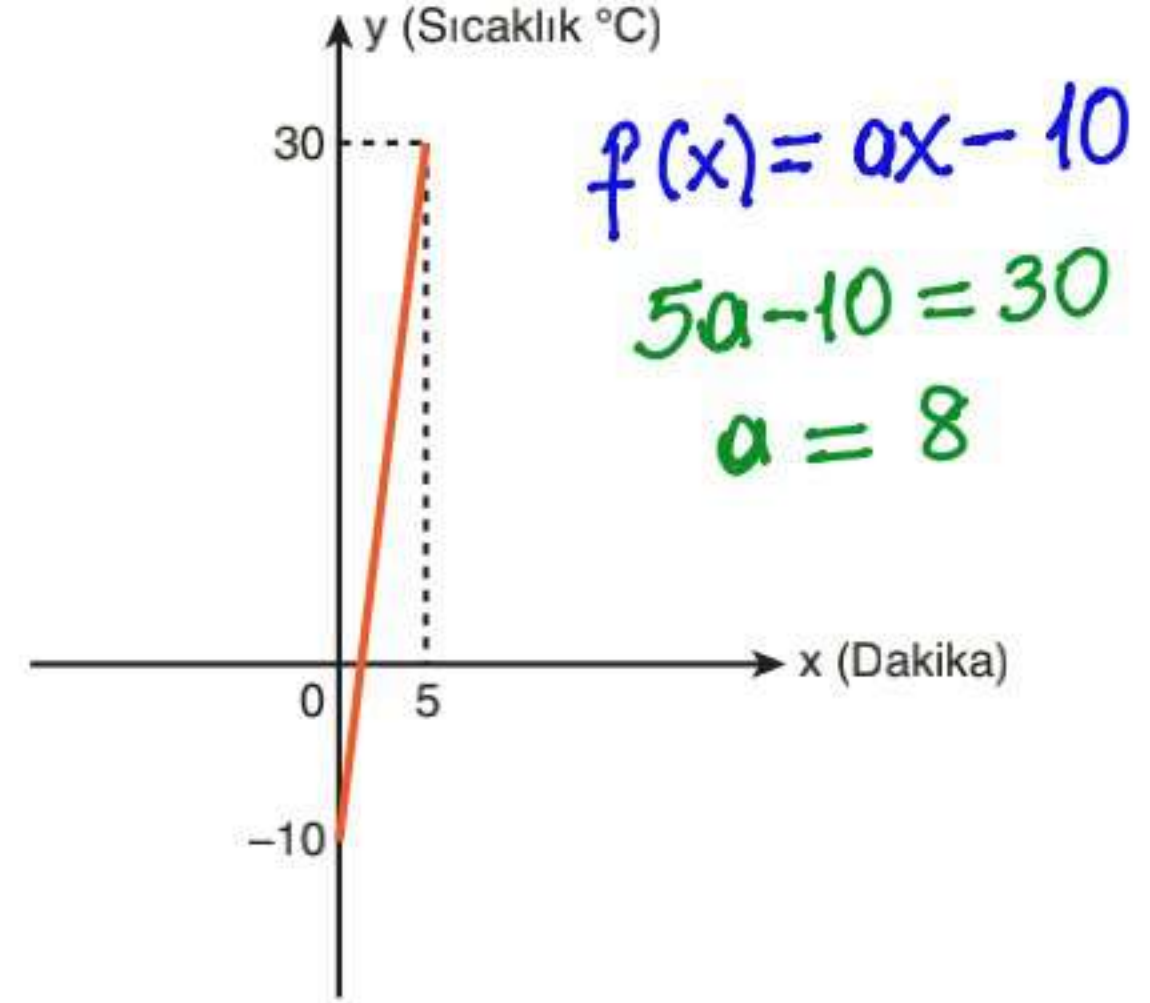
10. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $f(2) = f(10) = 5$ ✓
- B) $[-2, 0]$ aralığında $f(x) \geq 0$ dir. ✓
- C) Fonksiyonun alabileceği en küçük değer sıfırdır. $f(-2)=0$
- D) Fonksiyon bire birdir. *İçine fonksiyondur.*
- E) $f(x) = 1$ denkleminin birbirinden farklı iki kökü vardır. ✓

11. Aşağıda verilen doğrusal grafikte, başlangıç sıcaklığı -10 derece olan bir demir çubuğun 30 dereceye kadar ısıtılma deneyinde harcanan zamanı göstermektedir.



Buna göre, deney başladıktan kaç dakika sonra demir çubuk sıfır dereceye ulaşmıştır?

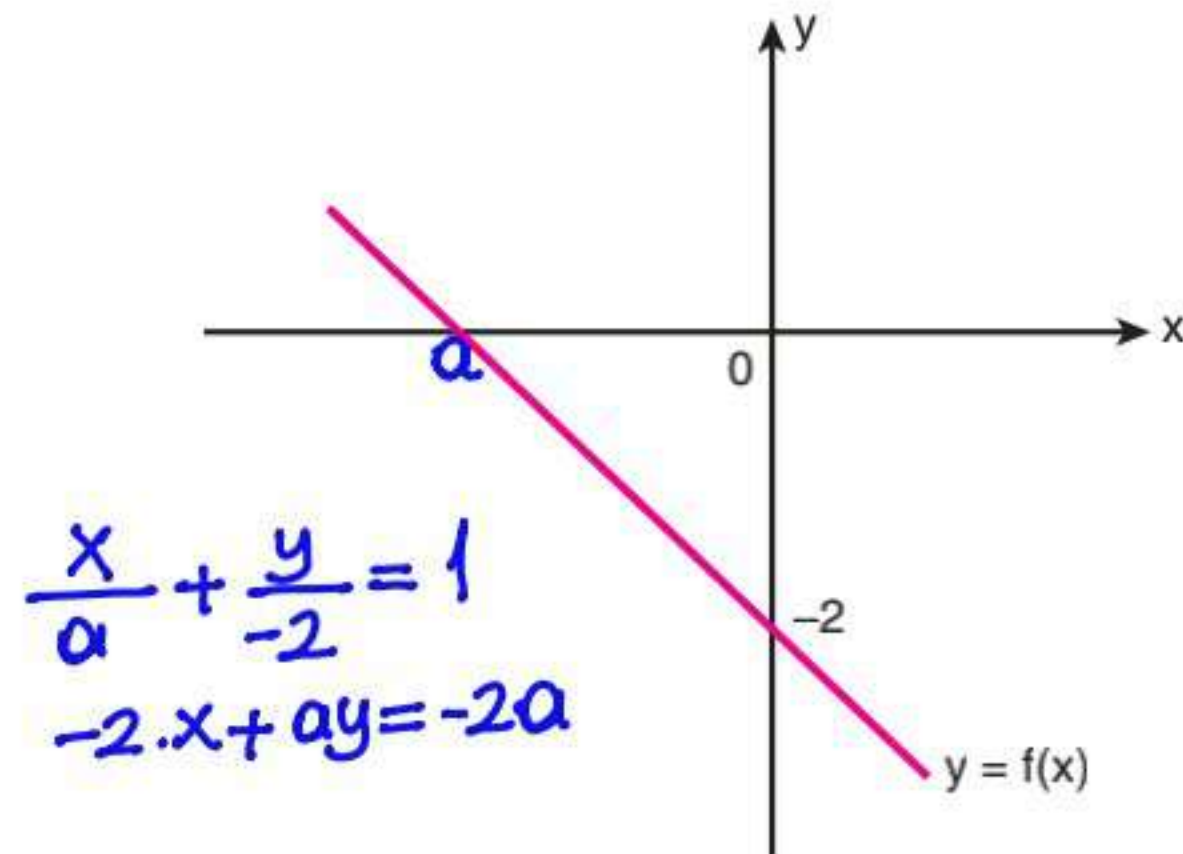
- A) 1 B) 1,2 C) 1,25 D) 1,5 E) 1,75

$$f(x) = 8x - 10 = 0$$

$$8x = 10 \Rightarrow x = \frac{5}{4}$$

$$x = 1,25$$

- 12.



Yukarıda grafiği verilen fonksiyonun denklemi aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) $f(x) = -3x - 2$
- B) $f(x) = x - 2$
- C) $f(x) = -x - 2$
- D) $\frac{f(x)}{2} + x = -1$

$$f(x) = \frac{2x - 2a}{a}$$

E) $f(x) + 2 = -4x$

$$f(x) = \frac{2}{a}x - 2 \quad (a < 0)$$

1. A	2. D	3. B	4. C	5. C	6. C
7. E	8. B	9. B	10. D	11. C	12. B

ÖSYM ÇIKMIŞ SORULAR - Karma Test I

1. Aynı düzlemde alınan 4 farklı çember en fazla kaç noktada kesişir?

A) 12 B) 14 C) 15 D) 16 E) 18

(2009 - ÖSS)

$$\binom{4}{2} \cdot 2 = 6 \cdot 2 = 12$$

2. Bir çiçekçide 5 farklı renkten çok sayıda gül ve 2 çeşit vazo vardır. Bir müşteri, 2 farklı renkten toplam 3 gül ve 1 vazo satın almak istiyor.

Bu müşteri alışverişini kaç farklı şekilde yapabilir?

A) 15 B) 20 C) 25 D) 40 E) 50

(2012 - LYS)

$$\binom{5}{2} \cdot \binom{2}{1} \cdot \binom{2}{1} = 40$$

2 renkten aynı olan

3. 5 farklı bilyenin tamamı, yaşları farklı 3 kardeş arasında paylaştırılacaktır.

Bu kardeşlerden en büyüğü 1, diğer ikisi ise en az birer bilye alacak biçimde bu paylaşım kaç farklı şekilde yapılabilir?

A) 45 B) 50 C) 60 D) 70 E) 75

(2013 - YGS)

$$\binom{5}{1} \cdot (2^4 - 1 - 1)$$

$$5 \cdot 14 = 70$$

4. Bir sözcükte harflerin soldan sağa sıralanışıyla sağdan sola sıralanışı aynıysa bu sözcüğe bir palindrom sözcük denir.

Örneğin; NEDEN, bir palindrom sözcüktür.

Engin, birbirinden farklı 3 sesli ve 4 sessiz harfin her birini istediği sayıda kullanarak 5 harfli bir palindrom sözcük oluşturacaktır. Bu sözcükte iki sesli harfin yan yana gelmemesi ve iki sessiz harfin de yan yana gelmemesi gerekmektedir.

Buna göre, Engin bu koşulları sağlayan kaç farklı palindrom sözcük oluşturabilir?

A) 72 B) 84 C) 96 D) 108 E) 120

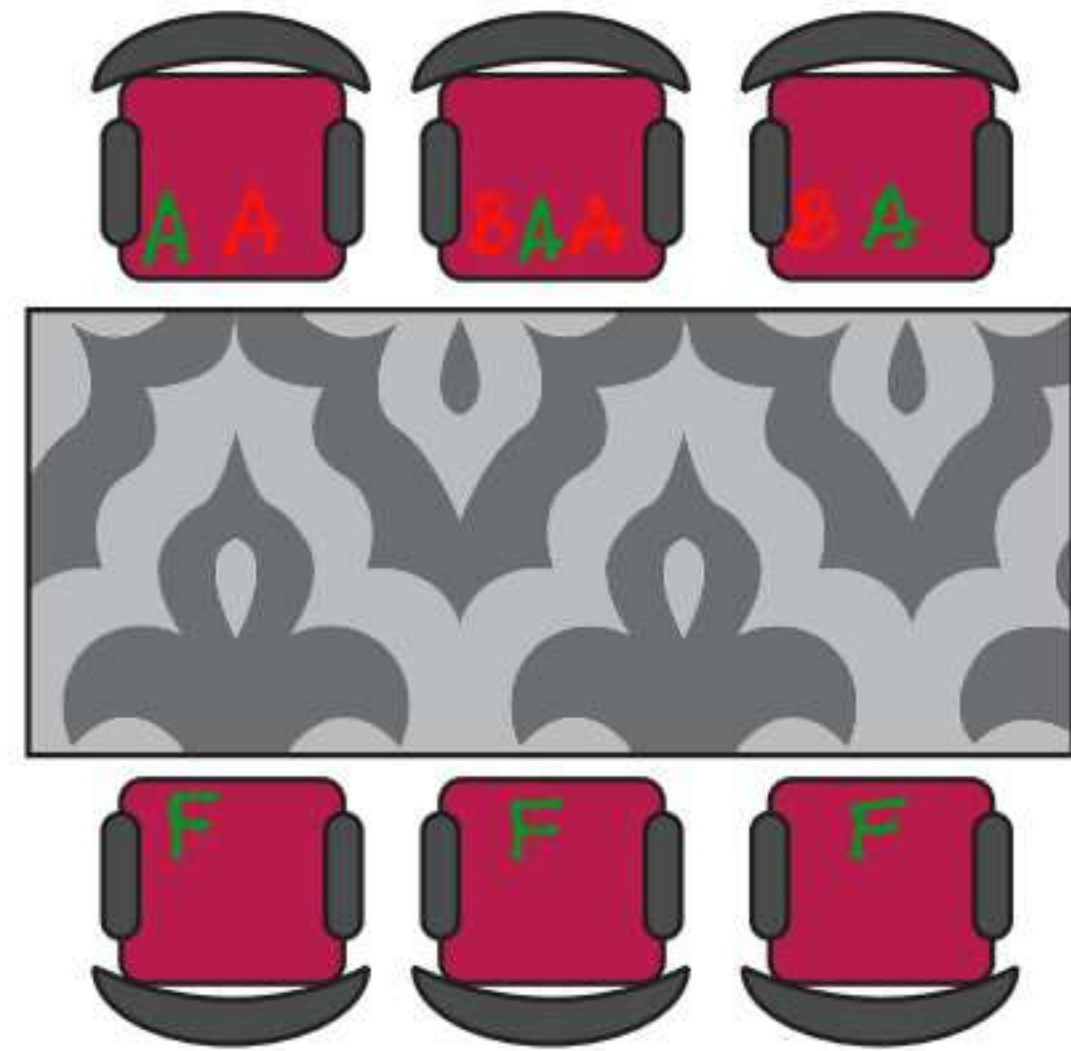
(2018 - AYT)

$$\underline{3} \underline{4} \underline{3} _ _ \rightarrow 36$$

$$\underline{4} \underline{3} \underline{4} _ _ \rightarrow 48$$

$$36 + 48 = 84$$

5. Bir davete katılan Ayça, Büşra, Ceyda, Deniz, Erdem ve Furkan isimli altı arkadaş için etrafında 6 sandalye bulunan şekilde gösterilen üzeri desenli bir masa ayrılmıştır.



Araları bozuk olan Ayça ve Büşra, bu masadaki yan yana olan sandalyelere de karşı karşıya olan sandalyelere de oturmak istememektedirler.

Buna göre, bu altı arkadaş masa etrafındaki bu sandalyelere kaç farklı şekilde oturabilirler?

A) 432 B) 384 C) 360 D) 288 E) 240

$$6! - [2 \cdot 2! \cdot 4! \cdot 2 + 2! \cdot 3 \cdot 4!]$$

$$6! - 14 \cdot 4! = 16 \cdot 24 = 384$$

6. Bir hava yolu şirketine ait bir uçağın sabah ve akşam gerçekleştirileceği birer uçuş için iş tecrübeleri birbirinden farklı toplam 8 kabin çalışanı bulunmaktadır.

Bu çalışanlardan her biri yalnızca bir ekipte yer alacak ve bu çalışanlar arasından en tecrübeli üç çalışan aynı ekipte olmayacak şekilde dörder kişilik iki uçuş ekibi oluşturulacaktır.

Buna göre, sabah ve akşam uçuş ekipleri kaç farklı şekilde oluşturulabilir?

- A) 48 B) 54 C) 56 ☒ D) 60 E) 64

(2019 - TYT)

1.yol
$$\binom{8}{4} - \binom{3}{3} \cdot \binom{5}{1} \cdot 2 = 60$$

↳ 2 gruptan birinde

2.yol
$$\binom{3}{1} \binom{5}{3} + \binom{3}{2} \binom{5}{2}$$

$$30 + 30 = 60$$

7. Pelin; bir kafeteryaya ait, yalnızca sıcak içecekler kısmı yırtılmış olan aşağıdaki menüyü evinde buluyor.



Pelin bu kafeteryayı arayıp "bir çeşit gözleme ve bir çeşit soğuk içecek" veya "bir çeşit poğaç ve bir çeşit sıcak içecek" siparişi vermek istiyor. Kafeterya çalışanı bu siparişi 22 farklı şekilde verebileceğini söylüyor.

Buna göre, bu kafeteryada kaç farklı sıcak içecek çeşidi vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 ☒ E) 5

(2017 - YGS)

$$3 \cdot 4 + 2 \cdot x = 22$$

$$2 \cdot x = 10$$

$$x = 5$$

8. Şekilde iki satır ve 7 hücreden oluşan bir tablo veriliyor.

Bu tablonun 4 hücresi siyaha boyanarak desenler oluşturuluyor.

Her satırda en az bir tane boyalı hücre olacak biçimde kaç farklı desen vardır?

- A) 26 B) 28 C) 30 D) 32 ☒ E) 34

(2016 - LYS)

$$\binom{3}{3} \cdot \binom{4}{1} + \binom{3}{2} \cdot \binom{4}{2} + \binom{3}{1} \cdot \binom{4}{3}$$

$$4 + 18 + 12 = 34$$

9. Bir kümenin eleman sayısı o kümenin bir elemanı ise bu kümeye "gizemli küme" denir.

Örneğin; $K = \{3, 4, 5\}$ bir gizemli kümedir.

Buna göre, $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kümesinin alt kümelerinden kaç tanesi gizemli kümedir?

- A) 16 B) 24 ☒ C) 32 D) 40 E) 48

(2017 - YGS)

1 var $\binom{5}{0}$

2 var $\binom{5}{1}$

...

6 var $\binom{5}{5}$

$$\binom{5}{0} + \binom{5}{1} + \dots + \binom{5}{5} = 2^5 = 32$$

10. 8 takımın katıldığı bir turnuvada her takım diğer takımlarla birer kez karşılaşmıştır. Turnuvada görevlendirilen 4 hakem arasından her karşılaşma için 3 hakem belirlenmiş ve tüm hakemler eşit sayıda karşılaşmada görev almıştır.

Buna göre, her bir hakemin görev aldığı karşılaşma sayısı kaçtır?

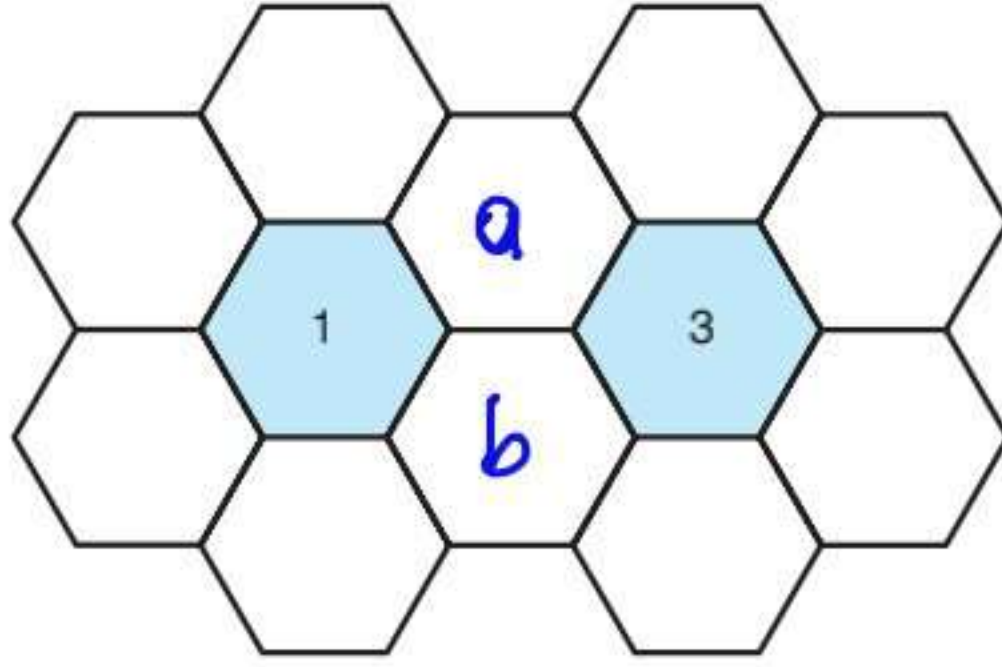
- A) 14 B) 15 C) 18 D) 20 ☒ E) 21

(2017 - YGS)

$$\frac{\binom{8}{2} \cdot 3}{4} = 21$$

ÖSYM ÇIKMIŞ SORULAR - Karma Test I

11. Aşağıda düzgün altıgen şeklindeki hücrelerden oluşturulmuş bir düzenek verilmiştir. Beyaz hücrelerin bazıları turuncu renge boyanacaktır.



Her bir mavi hücrenin içerisinde yazan sayı, o mavi hücre ile ortak kenarı olan ve turuncuya boyanacak toplam hücre sayısını göstermektedir.

Buna göre, hücreler kaç farklı biçimde boyanabilir?

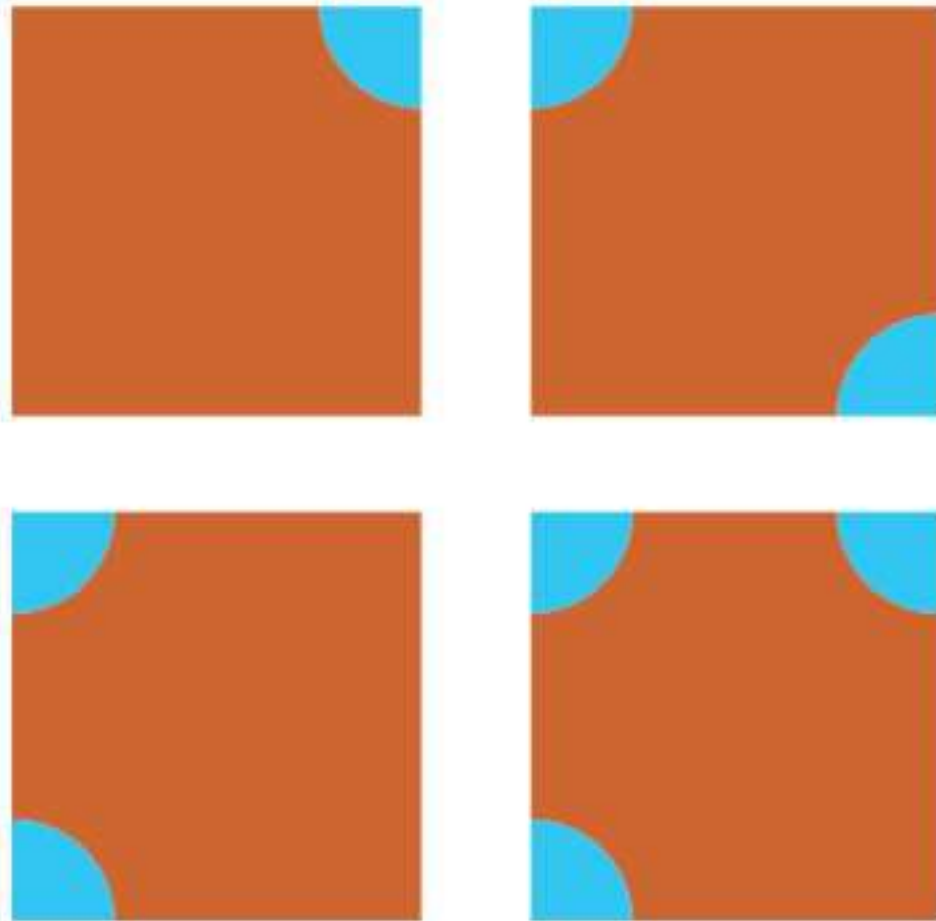
- A) 24 B) 28 C) 30 D) 32 E) 36

a ve b yok $\binom{4}{1} \cdot \binom{4}{3} = 16$ (2017 - LYS)

a ve b den biri var $\binom{2}{1} \cdot \binom{4}{2} = 12$

$16 + 12 = 28$

12. Aşağıda, kenar uzunlukları 1 birim olan kare biçimindeki dört kartonun bazı köşelerini merkez kabul eden mavi renkli eş çeyrek daireler şeklindeki gibi gösterilmiştir.



Her bir karton, yeri değiştirilmeden kendi merkezi etrafında döndürüldükten sonra kenar uzunluğu 2 birim olan bir kare oluşturulacak biçimde kartonlar birleştirilecektir.

Buna göre, oluşturulan bu karenin merkezinde mavi renkli bir tam daire oluşma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{32}$ C) $\frac{3}{32}$ D) $\frac{1}{64}$ E) $\frac{3}{64}$

$\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{64}$

(2018 - MSÜ)

13. Simge, biri kız diğeri erkek olan ikiz bebeklerine birbirinden farklı birer isim verecektir. Bunun için yalnızca erkek bebeklere konulabilecek isimlerden 6 tane, hem erkek hem de kız bebeklere konulabilecek isimlerden ise 5 tane belirlenmiştir.

Buna göre, Simge bebeklerinin ismini kaç farklı şekilde seçebilir?

- A) 24 B) 30 C) 36 D) 45 E) 50

(2018 - MSÜ)

$\binom{6}{1} \cdot \binom{5}{1} + \binom{5}{2} \cdot 2!$

$30 + 20 = 50$

14. Çağrı, rastgele seçtiği iki basamaklı bir doğal sayının önce onlar basamağındaki rakamı sonra birler basamağındaki rakamı 3 ile çarpıp bulduğu değerleri sırasıyla yan yana yazarak yeni bir sayı elde etmektedir.

Örnek: 16 → 318

40 → 120

Buna göre, Çağrı'nın bu işlem sonucunda dört basamaklı bir sayı elde etme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{4}{9}$ D) $\frac{3}{10}$ E) $\frac{7}{15}$

$10, 11, 12, \dots, 99 \rightarrow 90 \text{ tane}$ (2020 - MSÜ)

$44, 45, \dots, 49 \rightarrow 6$

$54, 55, \dots, 59 \rightarrow 6$

$\vdots$
 $94, 95, \dots, 99 \rightarrow 6$
 $\frac{36}{36}$

$\frac{36}{90} = \frac{2}{5}$

15. Bir şirketin; A ofisinde 3 mimar ve 2 grafiker olmak üzere 5 kişi, B ofisinde ise 3 mimar ve 4 grafiker olmak üzere 7 kişi çalışmaktadır. Bu şirkette, A ofisinde çalışan 2 kişi B ofisine ve B ofisinde çalışan 2 kişi A ofisine aynı anda geçecek biçimde bir yer değişimi yapılacaktır. Bu değişim sonucunda A ofisinde 4 mimar ve 1 grafiker olacaktır.

Buna göre, bu değişim kaç farklı şekilde yapılabilir?

- A) 24 B) 27 C) 30 D) 33 E) 36

$\binom{2}{1} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{3}{2} + \binom{2}{2} \cdot \binom{4}{1} \cdot \binom{3}{1}$

(2020 - MSÜ)

$18 + 12 = 30$

1. A	2. D	3. D	4. B	5. B	6. D	7. E	8. E
9. C	10. E	11. B	12. E	13. E	14. B	15. C	

1. Anıl, sadece bir yüzünde harf yazılı olan Şekil 1'deki küpleri Şekil 2'deki düzenekte yerlerine tam yerleştirerek adını yazmak istiyor.



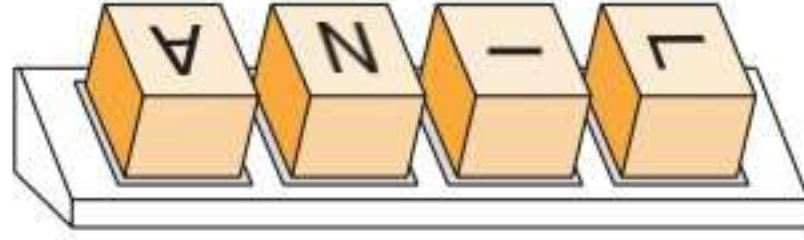
Şekil 1



Şekil 2

Anıl adını yazarken küplerin harf yazılı yüzleri üste gelecek şekilde doğru sırayla fakat harflerin nasıl duracaklarını karıştırdığı için yerlerine rastgele yerleştiriyor.

Örnek:

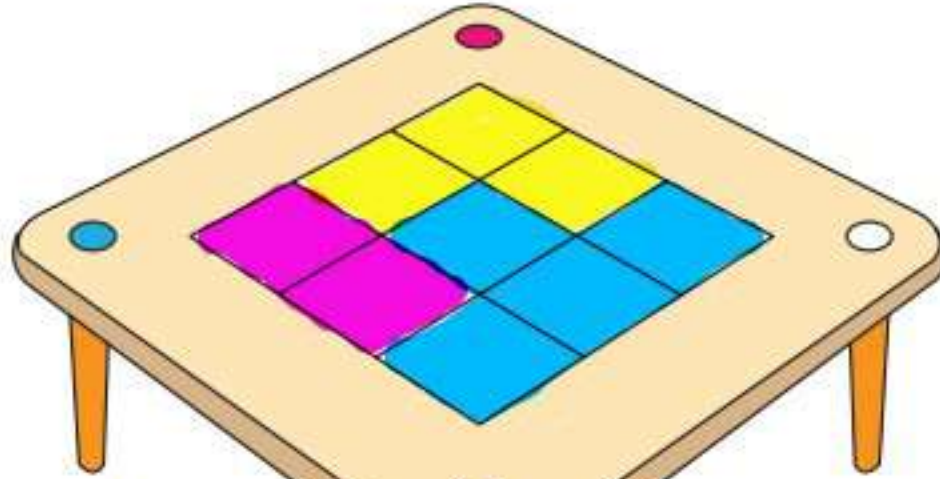


Buna göre, Anıl'ın bu küpleri kullanarak adını doğru yazma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{16}$ D) $\frac{1}{32}$ ☒ E) $\frac{1}{64}$

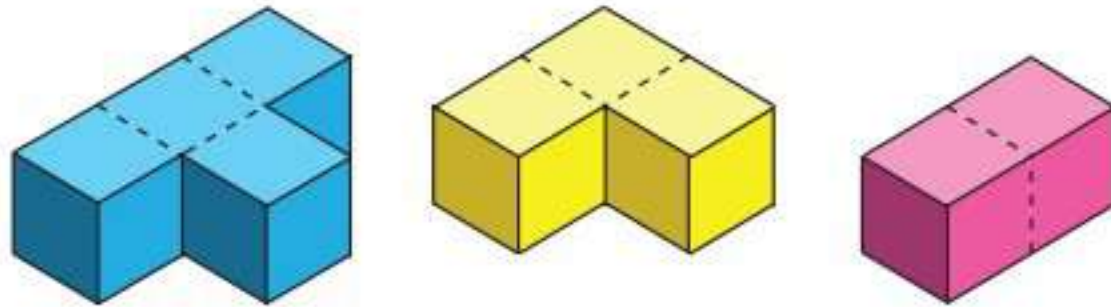
$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{64} \quad (2019 - MSÜ)$$

2.



mavinin her yerleşimi için diğerleri 2 farklı şekilde yerleşir

Birim küplerden oluşan aşağıdaki mavi, sarı ve pembe renkli üç yapboz parçası, şekilde bulunan masanın üzerindeki 3x3 boyutlarında birim karelerin oluşturduğu zemine, zeminin tamamını kaplayacak biçimde yerleştirilecektir.



Buna göre, bu yerleştirme işlemi kaç farklı şekilde yapılabilir?

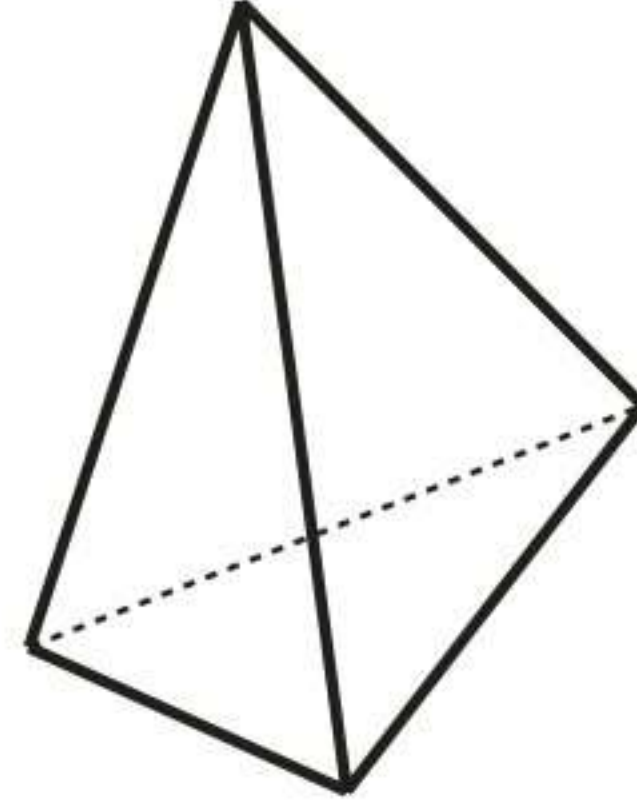
- A) 4 B) 6 ☒ C) 8 D) 10 E) 12

Mavi için 4 durum var.

$$4 \cdot 2 = 8$$

(2019 - MSÜ)

3. Şekilde verilen düzgün dörtyüzlünün 6 ayrıtından rastgele 3 tanesi boyanıyor.



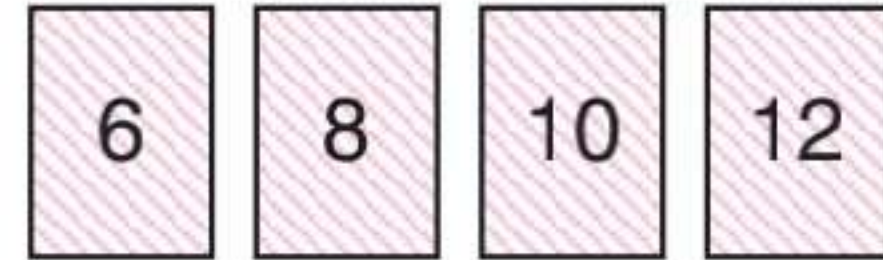
Buna göre, boyalı üç ayrıtın da aynı yüzde olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ ☒ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

(2016 - LYS)

$$\frac{4}{\binom{6}{2}} = \frac{1}{5}$$

4. Aşağıda; üzerlerinde 6, 8, 10 ve 12 sayıları yazan dört kart gösterilmiştir.



Bu kartları gören Yiğit,

"Kartlardan rastgele ikisini seçip üzerlerinde yazan sayıları toplayacak olsam, kendi yaşı bulma olasılığım $\frac{1}{3}$ olur."

iddiasında bulunuyor.

Bu iddia doğru olduğuna göre, Yiğit'in yaşı kaçtır?

- A) 14 B) 16 ☒ C) 18 D) 20 E) 22

(2019 - TYT)

$$6 + 8 = 14$$

$$6 + 10 = 16$$

$$6 + 12 = 18$$

$$8 + 10 = 18$$

$$8 + 12 = 20$$

$$10 + 12 = 22$$

$$\frac{x}{\binom{4}{2}} = \frac{1}{3}$$

$$x = 2 \text{ durum}$$

Yiğit 18 yaşında

ÖSYM ÇIKMIŞ SORULAR - Karma Test 2

5. Yalnızca birer uçları yanıcı olan 4 özdeş kibrit çöpü alınıyor. Bu kibrit çöpleri, uçları birbirine temas edecek biçimde, kenarı bir kibrit çöpü ile aynı uzunlukta olan karenin tüm kenarlarına rastgele diziliyor.

Bu dizilimde birbiriyle temas eden yanıcı uç bulunma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{1}{16}$ E) $\frac{3}{16}$

(2015 - LYS)

$$\frac{2}{2^4} = \frac{1}{8}$$

6. Bir küpün, 8 köşesinden 6'sı beyaza, diğer 2'si siyaha rastgele boyanıyor.

Bu küpte, iki ucu da siyaha boyalı olan bir ayırıt bulunma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{4}{7}$ E) $\frac{5}{7}$

(2016 - YGS)

$$\frac{12}{\binom{8}{2}} = \frac{12}{28} = \frac{3}{7}$$

7. Bir torbada 5 kırmızı ve 4 beyaz bilye vardır.

Bu torbadan aynı anda rastgele 3 bilye çekildiğinde her bir renkten en fazla 2 bilye olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{7}{8}$ E) $\frac{8}{9}$

$$\frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{4}{1} + \binom{5}{1} \cdot \binom{4}{2}}{\binom{9}{3}} = \frac{70}{84} = \frac{5}{6}$$

(2012 - LYS)

8. 6 kız ve 7 erkek öğrencinin bulunduğu bir gruptan 2 temsilci seçiliyor.

Seçilen bu iki temsilciden birinin kız, diğerinin erkek olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{2}{13}$ D) $\frac{7}{13}$ E) $\frac{9}{13}$

(2011 - LYS)

$$\frac{\binom{6}{1} \cdot \binom{7}{1}}{\binom{13}{2}} = \frac{7}{13}$$

9. Boyları farklı dört öğrenci bir çizgi boyunca rastgele sıraya giriyor.

Buna göre, en kısa ve en uzun boylu öğrencilerin uçlarda olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{12}$

(2012 - YGS)

$$\frac{2 \cdot 2!}{4!} = \frac{1}{6}$$

10. Z tam sayılar kümesi olmak üzere, $f: Z \rightarrow Z$ fonksiyonu,

$$f(x) = \begin{cases} x - 1, & x < 0 \text{ ise} \\ x + 1, & x \geq 0 \text{ ise} \end{cases}$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre,

- I. f bire birdir. ✓
II. f örtendir. *ikine*
III. f'nin görüntü kümesi $Z \setminus \{-1, 0\}$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) I ve III

(2012 - LYS)

11. Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı bir f fonksiyonu, her x gerçel sayısı için,

$$f(x) < f(x+2)$$

eşitsizliğini sağlıyor.

Buna göre,

- I. $f(1) < f(5)$
 II. $|f(-1)| < |f(1)|$
 III. $f(0) + f(2) < 2 \cdot f(4)$

ifadelerinden hangileri her zaman doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III
 D) II ve III E) I, II ve III

I. $f(1) < f(3) < f(5)$ (2012 - LYS)

II. $f(-1) < f(1) < 0$ ise $|f(-1)| > |f(1)|$

III. $f(0) < f(2)$ } $f(0) + f(2) < f(2) + f(4)$
 $f(2) < f(4)$ } $f(0) + f(2) < 2 \cdot f(4)$

12. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ olmak üzere, $f: A \rightarrow A$ fonksiyonu bire birdir.

Buna göre,

$$f(1) + f(2) + f(3) + f(4)$$

toplamının alabileceği en büyük değer ile en küçük değer arasındaki fark kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

$6+5+4+3=18 \rightarrow E.B$ (2013 - YGS)

$1+2+3+4=10 \rightarrow E.K$

$18-10=8$

13. I. $f(x) = 2x$
 II. $f(x) = 2^x$ ✓
 III. $f(x) = x^2$

fonksiyonlarından hangileri, her a ve b gerçel sayısı için $f(a+b) = f(a) \cdot f(b)$ eşitliğini sağlar?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
 D) I ve III E) II ve III

$f(a+b) = f(a) \cdot f(b)$

ise $f(x) = m^x$

olmalıdır.

(2013 - YGS)

14. $f(x) = -3x^3 + 5x^2 - 2x + 1$

olmak üzere, $x^3 \cdot f\left(\frac{1}{x}\right)$ çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x^3 - 2x^2 + 5x - 3$ B) $x^3 + 5x^2 - 2x + 1$
 C) $3x^3 - 5x^2 + 2x - 1$ D) $3x^3 - 2x^2 + 5x + 1$
 E) $5x^3 - x^2 + 2x - 3$

$x^3 \cdot f\left(\frac{1}{x}\right) = x^3 \cdot \left(-\frac{3}{x^3} + \frac{5}{x^2} - \frac{2}{x} + 1\right)$ (2013 - LYS)
 $= -3 + 5x - 2x^2 + x^3$

15. R gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı,

$$\beta_1 = \{(x, y): x^2 + y^2 = 1\}$$

$$\beta_2 = \{(x, y): x^2 + y = 2\}$$

$$\beta_3 = \{(x, y): x - y^2 = 3\}$$

bağlantılarından hangileri R üzerinde $y = f(x)$ şeklinde bir fonksiyon belirtir?

- A) Yalnız β_1 B) Yalnız β_2 C) β_1 ve β_3
 D) β_2 ve β_3 E) β_1, β_2 ve β_3

β_1 $x=0$ için $y=1$ v $y=-1$ (2013 - LYS)

β_2 $y=2-x^2$ fonksiyon

β_3 $x=4$ için $y=1$ v $y=-1$

16. Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı f ve g fonksiyonları,

$$(f+g)(x) = x^2$$

$$(f-g)(2x) = x$$

eşitlikleri sağlanıyor.

Buna göre, $f(4) \cdot g(4)$ çarpımı kaçtır?

- A) 45 B) 51 C) 54 D) 60 E) 63

$f(4) + g(4) = 16$

$+ f(4) - g(4) = 2$

$f(4) = 9, g(4) = 7$

$9 \cdot 7 = 63$

(2016 - LYS)

1. E	2. C	3. D	4. C	5. B	6. C	7. C	8. D
9. D	10. A	11. C	12. C	13. B	14. A	15. B	16. E

ÖSYM ÇIKMIŞ SORULAR - Karma Test 3

1. $A = \{1, 2, 3\}$ ve $B = \{2, 3, 4, 5\}$ kümeleri veriliyor.

Buna göre, her $a \in A$ için

$$a + f(a) \leq 6$$

koşulunu sağlayan kaç tane $f : A \rightarrow B$ fonksiyonu tanımlanabilir?

- A) 12 B) 18 C) 20 ☒ D) 24 E) 27

(2014 - YGS)

$$a=1 \text{ için } \underbrace{f(a) \leq 5}_{2,3,4,5}$$

$$a=2 \text{ için } \underbrace{f(a) \leq 4}_{2,3,4}$$

$$a=3 \text{ için } \underbrace{f(a) \leq 3}_{2,3}$$

$$4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$$

2. f fonksiyonu her $x \in (0, 3]$ için,

$$f(x) = 2x + 1$$

biçiminde tanımlanıyor ve her x gerçel sayısı için,

$$f(x) = f(x + 3)$$

eşitliği sağlanıyor.

Buna göre, $f(6) + f(7) + f(8)$ toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 12 ☒ C) 15 D) 18 E) 21

(2016 - LYS)

$$f(6) = f(3) = 7$$

$$f(7) = f(4) = f(1) = 3$$

$$f(8) = f(5) = f(2) = 5$$

$$7 + 3 + 5 = 15$$

3. Gerçel sayılar kümesi üzerinde f ve g fonksiyonları,

$$f(x) = \frac{x \cdot (x - 2)}{2}$$

$$g(x) = \frac{x \cdot (x - 1) \cdot (x - 2)}{3}$$

biçiminde tanımlanıyor.

$$f(2x) = g(x + 1)$$

eşitliğini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 4 ☒ D) 6 E) 8

$$\frac{2x \cdot (2x - 2)}{2} = \frac{(x+1) \cdot x \cdot (x-1)}{3}$$

(2017 - LYS)

$$3 \cdot 2 \cdot x(x-1) = (x+1) \cdot x \cdot (x-1) \quad x=0, x=1$$

$$x+1=6 \\ x=5$$

$$0+1+5=6$$

4. Gerçel sayılar kümesi üzerinde bir f fonksiyonu, her x gerçel sayısı için n tam sayı olmak üzere,

$$f(x) = x - n, \quad x \in [n, n + 1)$$

biçiminde tanımlanıyor.

Buna göre,

$$f(1) + f\left(\frac{7}{3}\right) + f\left(\frac{13}{6}\right)$$

toplamı kaçtır?

- ☒ A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{7}{6}$ D) 1 E) 2

(2017 - LYS)

$$1 \in [1, 2) \rightarrow f(x) = x - 1$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{7}{3} \in [2, 3) \\ \frac{13}{6} \in [2, 3) \end{array} \right\} \rightarrow f(x) = x - 2$$

$$1 - 1 + \frac{7}{3} - 2 + \frac{13}{6} - 2$$

$$0 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

5. a ve b sıfırdan farklı gerçel sayılar olmak üzere, gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı bir f fonksiyonu,

$$f(ax + b) = x$$

$$f(a) = \frac{b}{a}$$

eşitliklerini sağlamaktadır.

Buna göre, $f(0)$ değeri kaçtır?

- ☒ A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $-\frac{2}{3}$ D) 1 E) 2

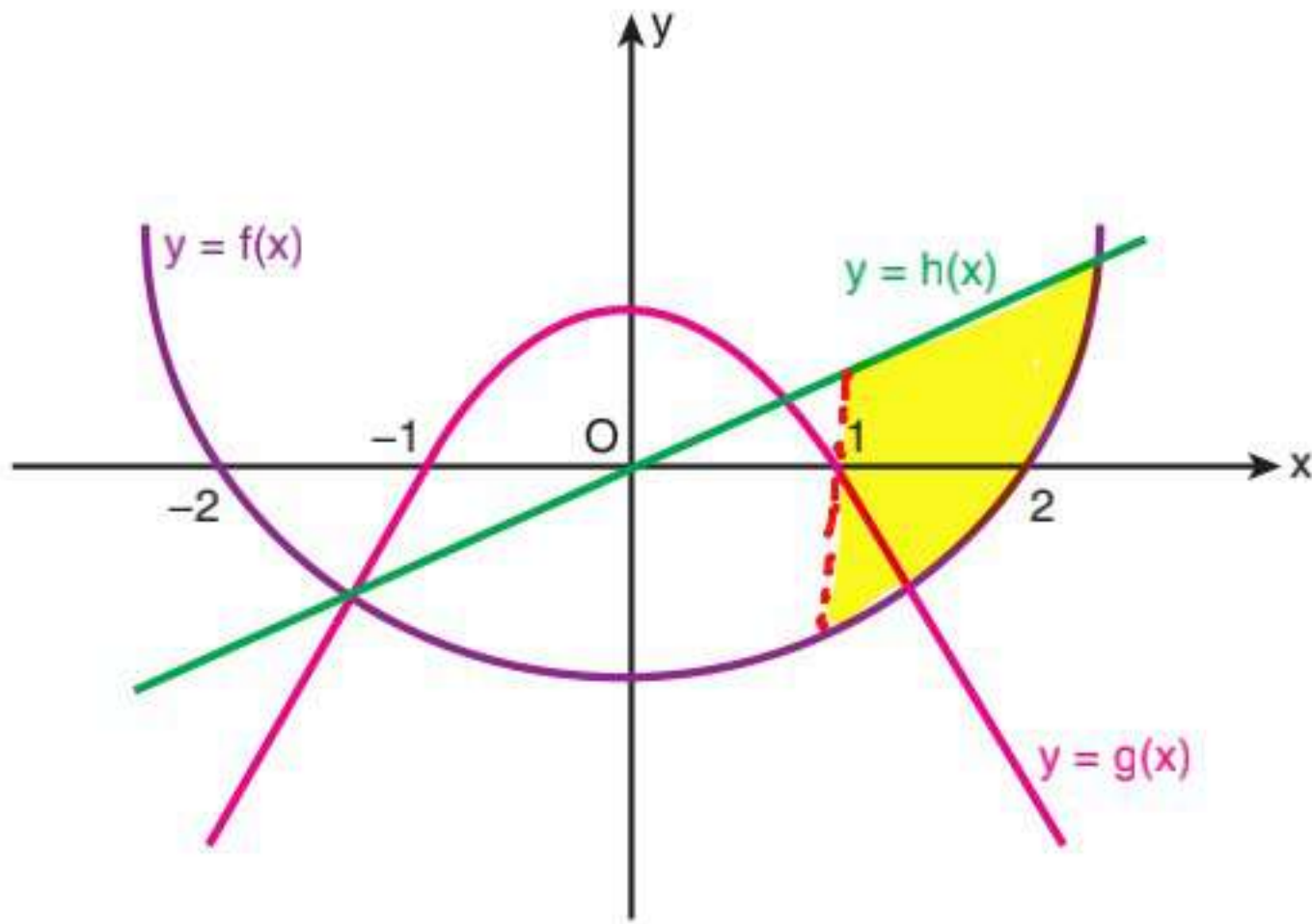
$$ax + b = a \Rightarrow x = \frac{a-b}{a} \quad (2018 - AYT)$$

$$f(a) = \frac{a-b}{a} = \frac{b}{a} \Rightarrow a = 2b$$

$$ax + b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$$

$$f(0) = -\frac{b}{a} = -\frac{b}{2b} = -\frac{1}{2}$$

6. Dik koordinat düzleminde, tanım kümeleri gerçel sayılardan oluşan f , g ve h fonksiyonlarının grafikleri şekilde verilmiştir.



Buna göre, $x \in [-2, 2]$ olmak üzere,

$$f(x) \cdot g(x) > 0$$

$$g(x) \cdot h(x) < 0$$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-2, -1)$ B) $(-1, 0)$ C) $(1, 2)$
D) $(-2, -1) \cup (1, 2)$ E) $(-1, 0) \cup (1, 2)$

(2018 - AYT)

Her iki eşitsizliği sağlayan
Ç.K = $(1, 2)$ dir.

7. Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı bir f fonksiyonu her x ve y gerçel sayısı için,

$$f(x + y) = f(x) + f(y) \Rightarrow f(x) = m \cdot x$$

eşitliğini sağlamaktadır.

$f(2) - f(1) = 10$ olduğuna göre,

$$\frac{f(3) \cdot f(4)}{f(5)}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 15 B) 16 C) 18 D) 21 E) 24

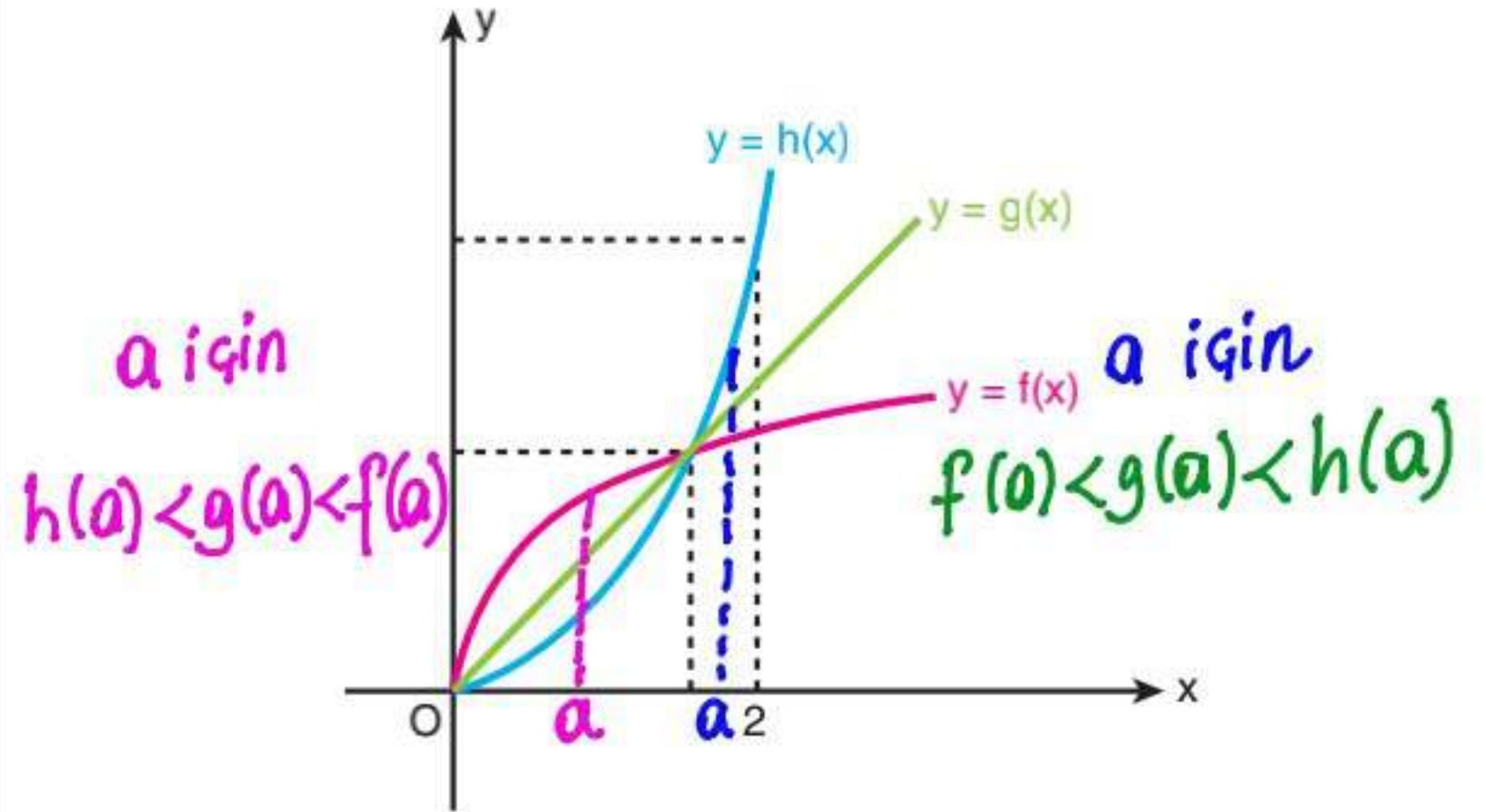
$$2m - 1m = 10 \Rightarrow m = 10$$

$$f(x) = 10 \cdot x$$

$$\frac{f(3) \cdot f(4)}{f(5)} = \frac{30 \cdot 40}{50} = 24$$

(2019 - AYT)

8. Dik koordinat düzleminde f , g ve h fonksiyonlarının grafikleri şekilde verilmiştir.



Buna göre, $0 < a < 2$ koşulunu sağlayan bir a gerçel sayısı için,

- I. $f(a) < g(a)$ olduğunda $g(a) < h(a)$ olur. ✓
II. $g(a) < h(a)$ olduğunda $h(a) < f(a)$ olur. $h(a) > f(a)$
III. $h(a) < f(a)$ olduğunda $f(a) < g(a)$ olur. $g(a) < f(a)$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) I ve III

(2018 - TYT)

9. a ve b gerçel sayılar olmak üzere, gerçel sayılar kümesi üzerinde f ve g fonksiyonları,

$$f(x) = ax - b$$

$$g(x) = bx - 2$$

biçiminde tanımlanıyor.

- $(f + g)(1) = f(1) \Rightarrow g(1) = 0$
• $(f + g)(2) = g(2) \Rightarrow f(2) = 0$

olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

$$b - 2 = 0 \Rightarrow b = 2$$

$$2a - b = 0 \Rightarrow 2a = 2 \Rightarrow a = 1$$

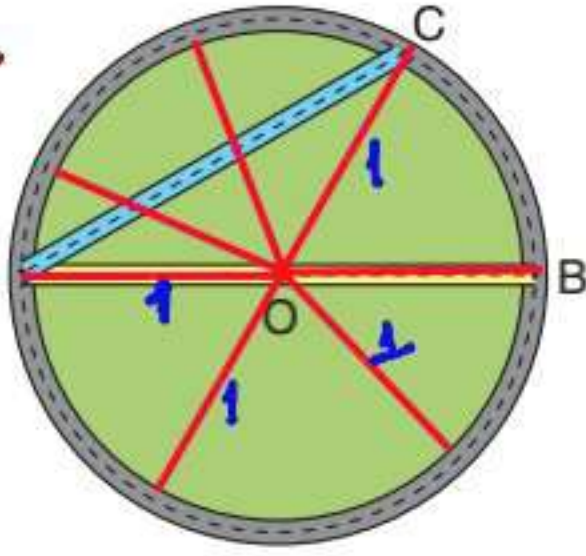
$$a \cdot b = 2 \cdot 1 = 2$$

(2019 - TYT)

ÖSYM ÇIKMIŞ SORULAR - Karma Test 3

10. $r = 1$ br olsun.

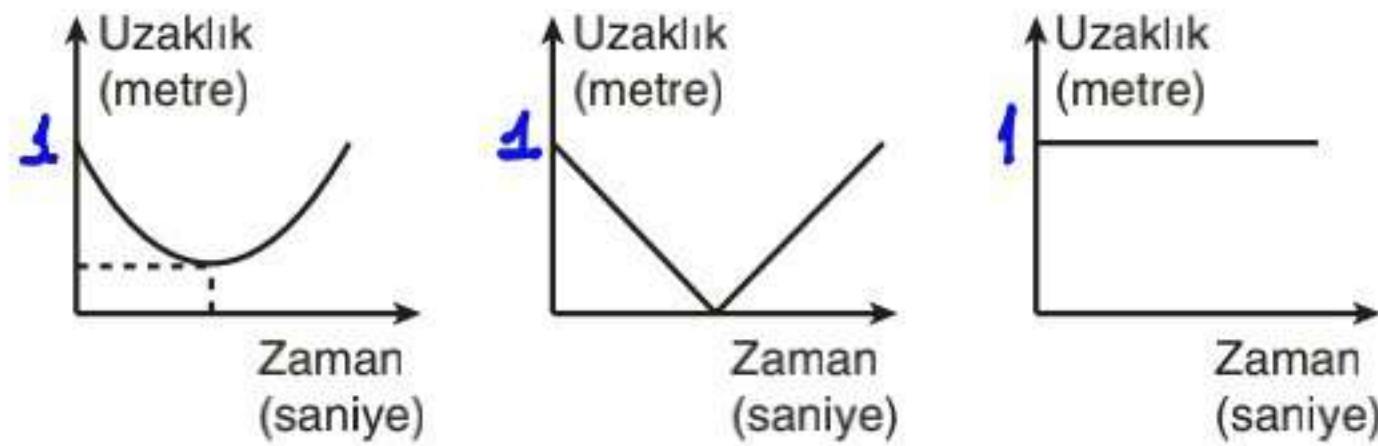
A her zaman
1 br uzaklıkta
yani grafik
sabit olmalı



Yukarıdaki şekilde gösterilen O merkezli dairesel bir park alanında, başlangıçta A noktasında bulunan ve hızları sabit olan üç koşucudan,

- Ali, gri renkli dairesel yol üzerinde B noktasına doğru,
- Berk, sarı renkli AB doğrusal yolu üzerinde B noktasına doğru,
- Cem, mavi renkli AC doğrusal yolu üzerinde C noktasına doğru,

koşmaktadır. Aşağıda, bu üç koşucunun hareketleri boyunca parkın merkezine olan uzaklıklarının zamana göre değişiminin grafikleri verilmiştir.



1. grafik **Cem** 2. grafik **Berk** 3. grafik **Ali**

Buna göre, bu üç koşucu ile grafikler arasındaki eşleşme aşağıdakilerden hangisinde doğru olarak verilmiştir?

	Ali	Berk	Cem
A)	1. grafik	2. grafik	3. grafik
B)	2. grafik	3. grafik	1. grafik
C)	3. grafik	1. grafik	2. grafik
D)	1. grafik	3. grafik	2. grafik
☒ E)	3. grafik	2. grafik	1. grafik

(2018 - MSÜ)

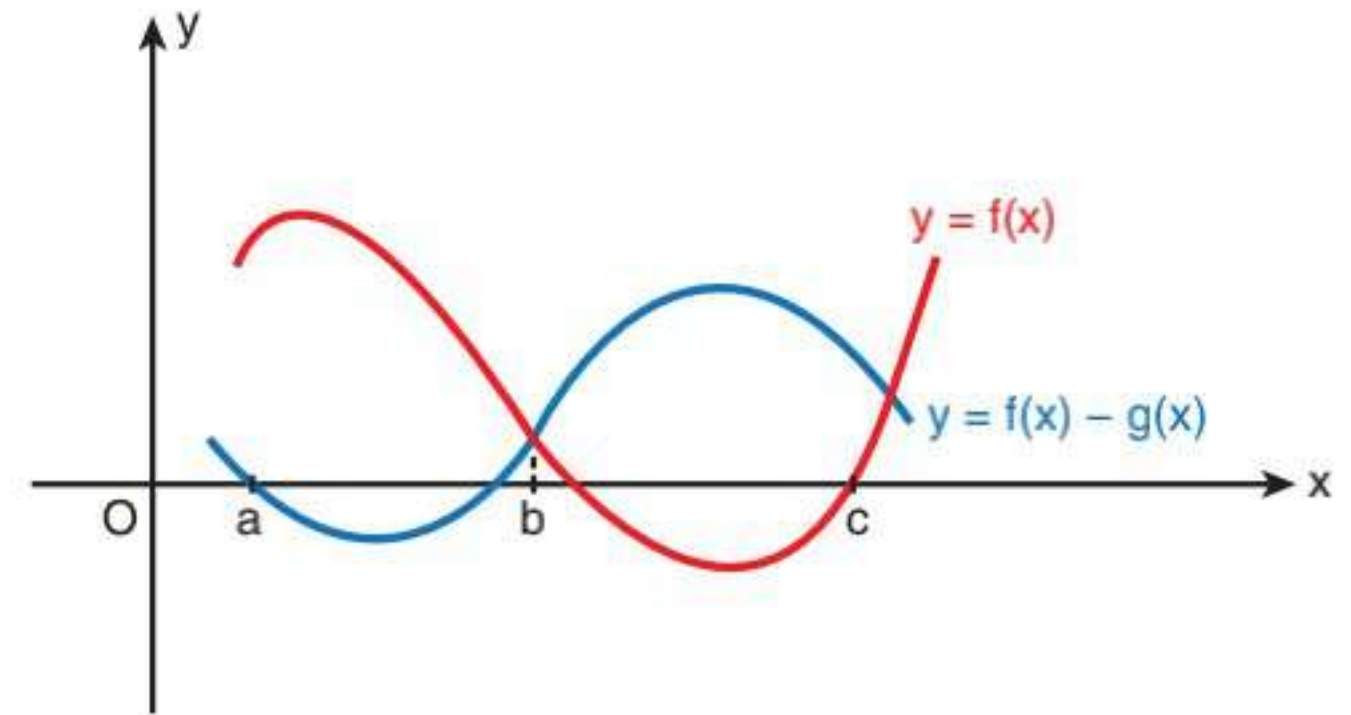
• AC yolu

Cem, 1 br uzaklıkta başlar
uzaklık azalır, sonra artar
ve C noktasına varınca uzaklık
tekrar 1 br olur.

• AB yolu

Berk, 1 br uzaklıkta başlar, azalır 0 olur
sonra artar ve tekrar 1 br olur.

11. Dik koordinat düzleminde f ve $f - g$ fonksiyonlarının grafikleri şekilde verilmiştir.



Buna göre,

- I. $g(a) > 0$
- II. $g(b) > 0$
- III. $g(c) > 0$

$$\text{III. } f(c) - g(c) > 0 \\ f(c) > g(c) \\ 0 \\ g(c) < 0$$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

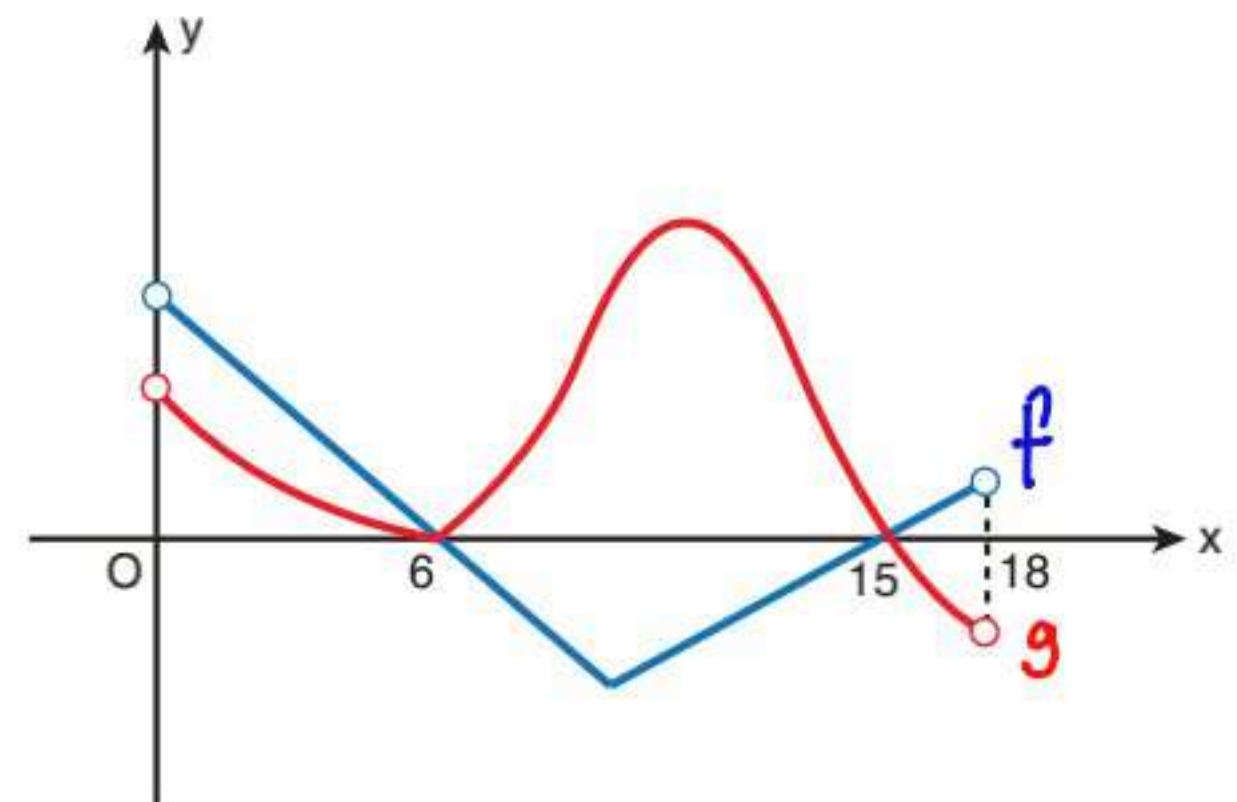
- ☒ A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) II ve III

$$\text{I. } f(a) - g(a) = 0 \Rightarrow f(a) = g(a) \quad (2019 - MSÜ)$$

$$f(a) > 0 \Rightarrow g(a) > 0$$

$$\text{II. } f(b) - g(b) = f(b) \Rightarrow g(b) = 0$$

12. Dik koordinat düzleminde $(0, 18)$ açık aralığında tanımlı $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri şekilde verilmiştir.

Buna göre, $(0, 18)$ açık aralığında,

$$(f(a) - g(a)) \cdot f(a) \cdot g(a) > 0$$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı a tam sayısı vardır?

- A) 7 B) 8 C) 10 ☒ D) 13 E) 15

$$(0, 6) \rightarrow + \cdot + \cdot + > 0$$

$$(6, 15) \rightarrow - \cdot - \cdot + > 0$$

$$(15, 18) \rightarrow + \cdot + \cdot - < 0$$

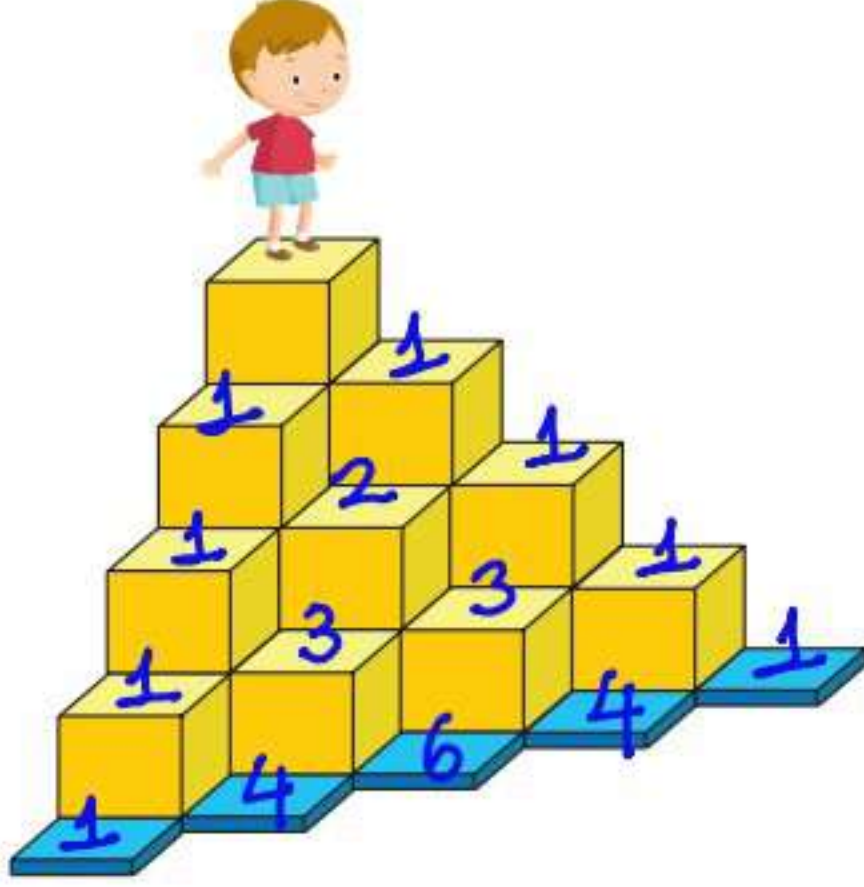
6, 15, 16, 17 seçilmez

(2020 - MSÜ)

$(0, 18)$ aralığında
17 tamsayı vardır

$$17 - 4 = 13$$

13. Bir anaokulunda; sarı renkli küplerden oluşan dört basamaklı bir oyuncağın en üst basamağında bulunan bir çocuk, şekilde gösterilen mavi renkli minderlerden herhangi birine ulaşmak istemektedir.



Bu çocuk ilk üç adımda, bulunduğu küple ortak ayrıta sahip olan bir basamak aşağıdaki küplerden herhangi birine, son adımda ise bulunduğu küple ortak ayrıta sahip olan minderlerden herhangi birine zıplayacaktır.

Buna göre, bu çocuk minderlere kaç farklı yoldan ulaşabilir?

- A) 8 B) 12 C) 16 D) 18 E) 20
(2018 - TYT)

$$1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16$$

14. Doğal sayılar kümesi üzerinde tanımlı bir fonksiyonu her n için,

$$f(n) = \begin{cases} 5n + 40, & 0 \leq n < 10 \\ f(n-10), & n \geq 10 \end{cases}$$

biçiminde tanımlanıyor.

Örnek:

$$f(23) = f(13) = f(3) = 5 \cdot 3 + 40 = 55$$

Buna göre, $f(AB) = AB$ eşitliğini sağlayan iki basamaklı AB sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 75 B) 80 C) 90 D) 100 E) 105
(2015 - YGS)

$$f(AB) = f(B) = AB$$

$$5 \cdot B + 40 = 10A + B \Rightarrow 4B + 40 = 10A$$

$$\left. \begin{array}{l} B=0 \text{ için } A=4 \quad AB=40 \\ B=5 \text{ için } A=6 \quad AB=65 \end{array} \right\} 40+65=105$$

15. $\mathbb{R}$ gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı bir f fonksiyonu,

- Her $x \in [-10, 10]$ için $f(x) = |x|$
- Her $x \in \mathbb{R}$ için $f(x) = f(x+20)$

özelliklerini sağladığına göre, $f(117)$ değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 7 E) 9

$$f(117) = f(97) = \dots = f(17) \quad (2012 - YGS)$$

$$f(17) = f(-3) = |-3| = 3$$

16. Gerçel sayılar kümesinde tanımlı,

- I. $f(x) = 2x - 1$
II. $g(x) = x^2 + 2$
III. $h(x) = x^3$

fonksiyonlarından hangileri bire birdir?

- A) I ve II B) Yalnız I C) I, II ve III
D) I ve III E) Yalnız II
(2011 - YGS)

$$\star f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$$

$$\text{I. } f(a) = f(b) \Rightarrow 2a - 1 = 2b - 1 \Rightarrow a = b \quad \text{1-1 fonksiyon}$$

$$\text{II. } f(a) = f(b) \Rightarrow a^2 + 2 = b^2 + 2 \Rightarrow a^2 = b^2 \Rightarrow a = b \vee a = -b \quad \text{1-1 fonksiyon değil}$$

$$\text{III. } f(a) = f(b) \Rightarrow a^3 = b^3 \Rightarrow a = b \quad \text{1-1 fonksiyon}$$

$$17. \quad f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = x^2 - x + 2$$

olduğuna göre, $f(3)$ değeri kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 11
(2010 - LYS1)

$$\frac{x-1}{x+1} = 3 \Rightarrow 3x+3 = x-1 \Rightarrow 2x = -4 \Rightarrow x = -2$$

$$f(3) = (-2)^2 - (-2) + 2 = 4 + 2 + 2 = 8$$

1. D	2. C	3. D	4. A	5. A	6. C
7. E	8. A	9. A	10. E	11. A	12. D
13. C	14. E	15. A	16. D	17. D	

ÖSYM ÇIKMIŞ SORULAR - Karma Test 4

1. f fonksiyonu $n \geq 1$ tam sayıları için,

$$f(n) = 2 \cdot f(n-1) + 1$$

eşitliğini sağlıyor.

$f(0) = 1$ olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?

- A) 8 ☒ B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

(2011 - LYS1)

$$n=1 \quad f(1) = 2 \cdot 1 + 1 = 3$$

$$n=2 \quad f(2) = 2 \cdot 3 + 1 = 7$$

2. $f(x) = \sqrt{2 - |x+3|}$

fonksiyonunun tanım aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3 \leq x \leq 5$ B) $-1 \leq x \leq 5$ C) $-3 \leq x \leq 4$

D) $-3 \leq x \leq 0$

☒ E) $-5 \leq x \leq -1$

(2010 - LYS1)

$$2 - |x+3| \geq 0$$

$$|x+3| \leq 2$$

$$-5 \leq x \leq -1$$

3. Gerçek sayılardan gerçel sayıların bir K alt kümesine tanımlı,

$$f(x) = \begin{cases} -x+8, & x < 3 \text{ ise} \\ x+2, & x \geq 3 \text{ ise} \end{cases}$$

$$f: \mathbb{R} \rightarrow K \subset \mathbb{R}$$

fonksiyonu örten olduğuna göre, K kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[3, \infty)$ ☒ B) $[5, \infty)$ C) $[3, 5]$

D) $(-\infty, 5)$

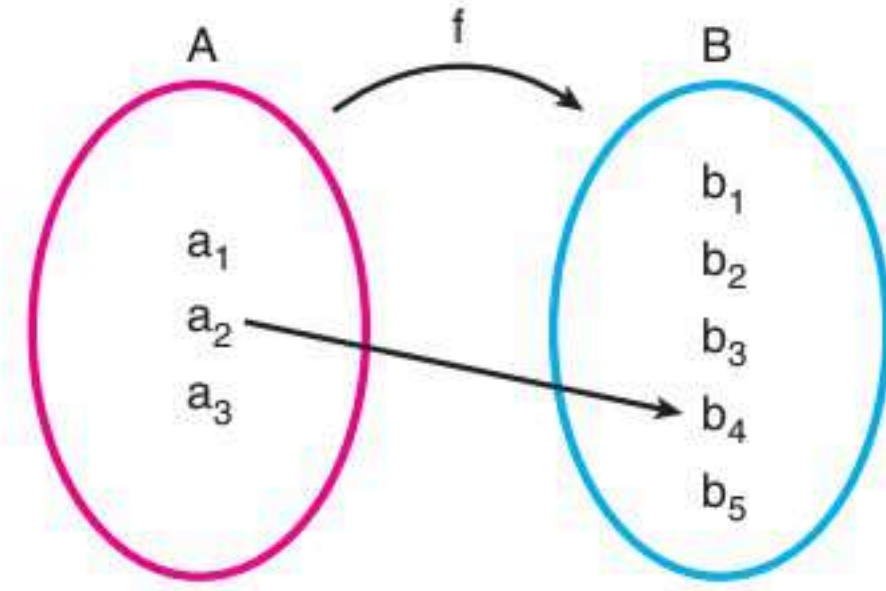
E) $(-\infty, 3)$

(2010 - LYS1)

$$y = -x + 8$$

$$y = x + 2$$

4. Aşağıda $A = \{a_1, a_2, a_3\}$ ve $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}$ kümeleri veriliyor.



A 'dan B 'ye $f(a_2) = b_4$ olacak biçimde kaç tane bire bir f fonksiyonu tanımlanabilir?

- A) 24 B) 20 C) 16 ☒ D) 12 E) 10

(2008 - ÖSS Mat2)

$$4 \cdot 3 = 12$$

5. $\mathbb{R}$ 'den $\mathbb{R}$ 'ye $f(x) = 3^{x+2}$ ile tanımlı f fonksiyonu için,

$$f(a+b-1)$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{f(a+b)}{9}$

B) $\frac{f(a+b)}{27}$

C) $\frac{f(a) \cdot f(b)}{9}$

☒ D) $\frac{f(a) \cdot f(b)}{27}$

E) $\frac{f(a) \cdot f(b)}{81}$

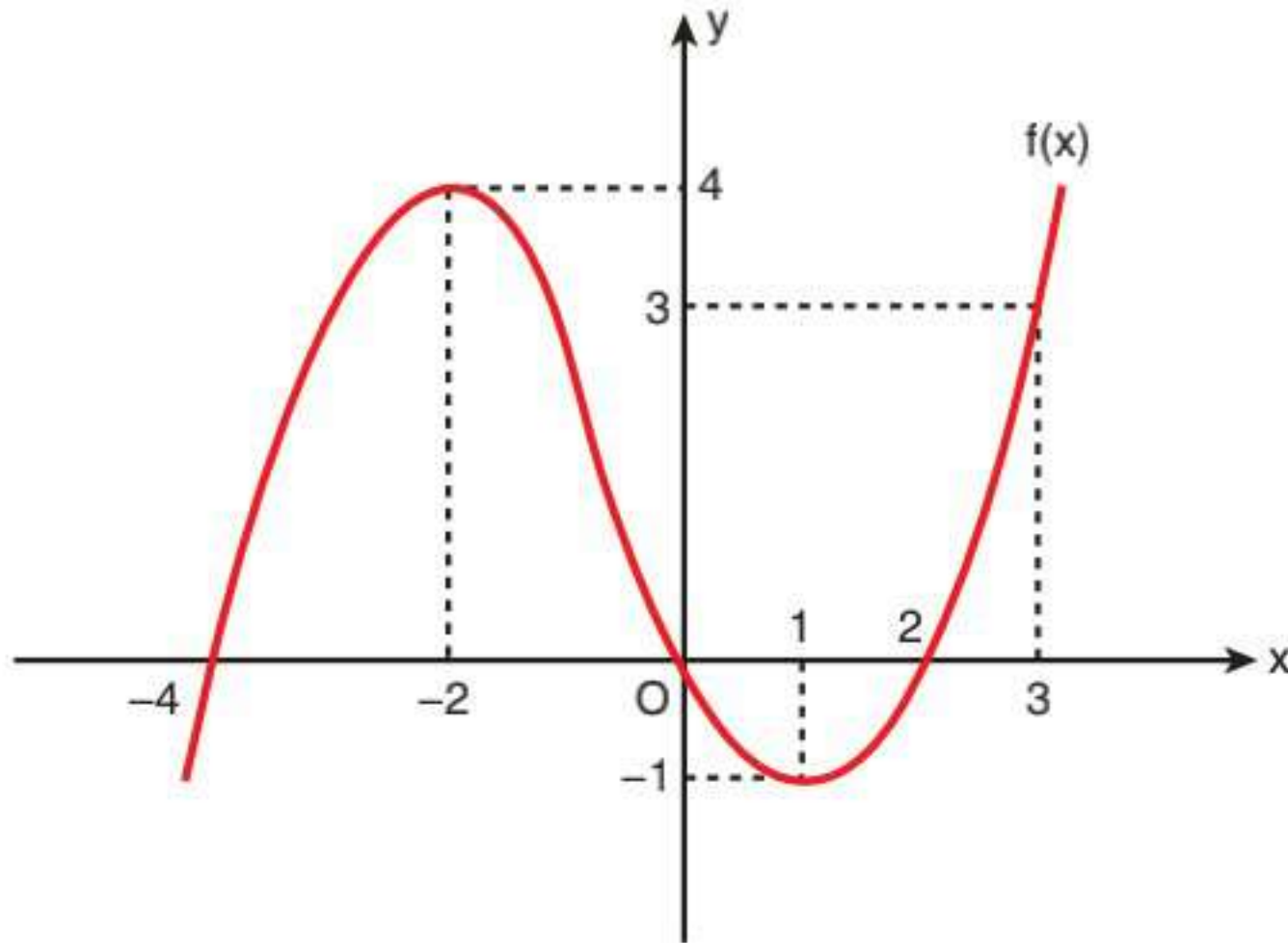
(2007 - ÖSS Mat2)

$$\begin{aligned} f(a+b-1) &= 3^{a+b+1} \\ &= \frac{3^{a+2} \cdot 3^{b+2}}{3^3} \\ &= \frac{f(a) \cdot f(b)}{27} \end{aligned}$$

6. $f(x) = |x - 2| - |x|$
olduğuna göre, $f(-1) + f(0) + f(1)$ toplamı kaçtır?
A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 ☒ E) 4
(2003 - ÖSS)

$$\begin{aligned} f(-1) &= 3 - 1 = 2 \\ f(0) &= 2 - 0 = 2 \\ f(1) &= 1 - 1 = 0 \\ 2 + 2 + 0 &= 4 \end{aligned}$$

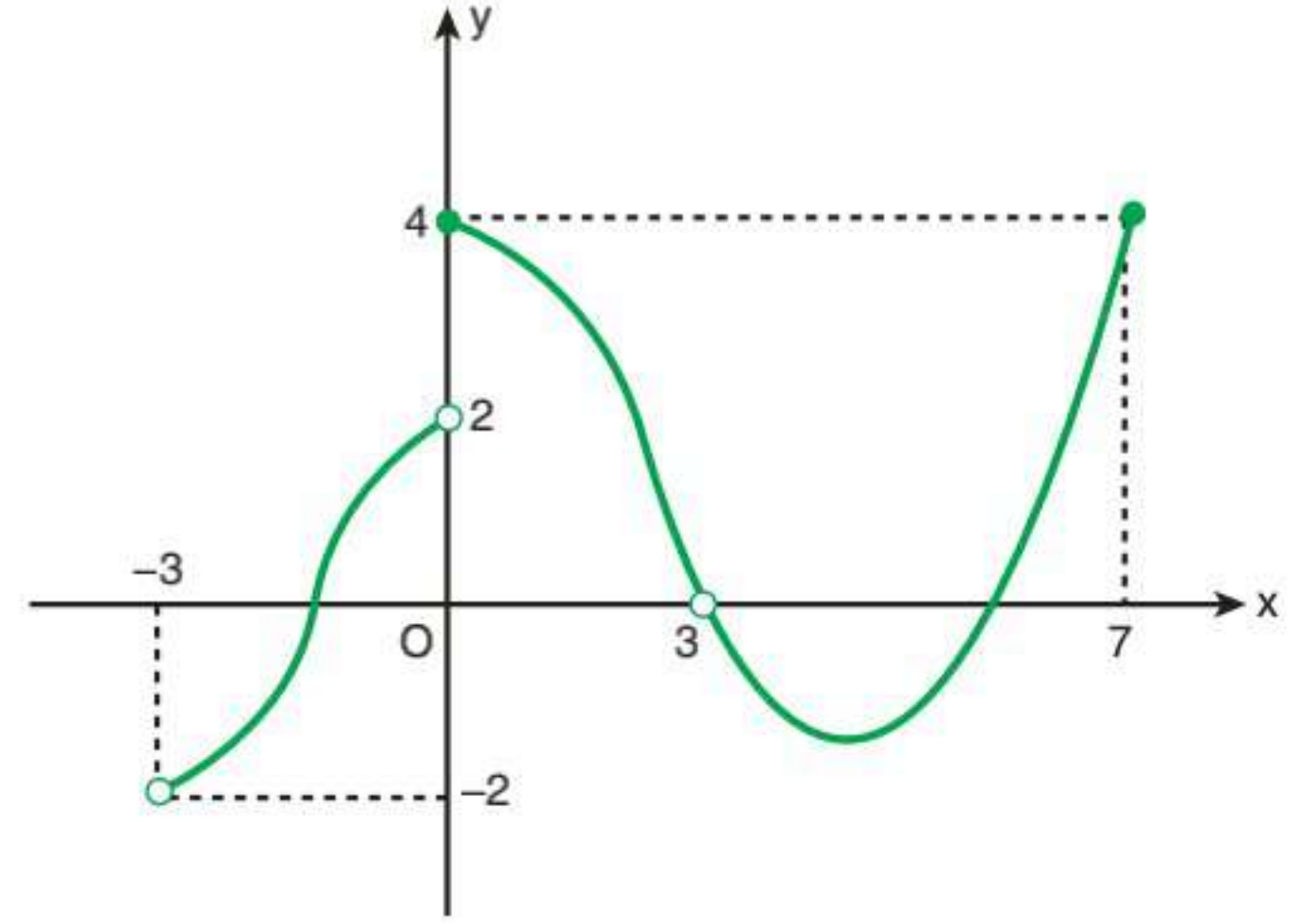
7. Aşağıda f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



- $g(x) = 3 - f(x - 2)$
olduğuna göre, $g(-2) + g(5)$ toplamı kaçtır?
A) -3 B) -1 C) 1 D) 2 ☒ E) 3
(2011 - LYS1)

$$\begin{aligned} g(-2) &= 3 - \underbrace{f(-4)}_0 = 3 \\ g(5) &= 3 - \underbrace{f(3)}_4 = -1 \\ 3 + (-1) &= 2 \end{aligned}$$

8.



Yukarıda grafiği verilen f fonksiyonunun tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-3, 0] \cup [4, 7]$ B) $(-3, 0) \cup (3, 7]$
C) $[-3, 2] \cup (3, 7)$ ☒ D) $(-3, 3) \cup (3, 7]$
E) $[-3, 2) \cup (4, 7]$

(2010 - LYS1)

$$T.K = (-3, 3) \cup (3, 7]$$

9. Rakamları birbirinden farklı üç basamaklı bir doğal sayının en büyük rakamı ile en küçük rakamı arasındaki farka, o sayının rakamsal genişliği denir.

Buna göre, rakamsal genişliği 8 olan kaç tane sayı vardır?

- ☒ A) 70 B) 72 C) 78 D) 80 E) 84
(2019 - TYT)

$$\begin{aligned} &\begin{array}{c} 9 \text{ } b \text{ } 1 \\ \downarrow \\ 2 \\ \vdots \\ 8 \end{array} \quad \begin{array}{c} 8 \text{ } b \text{ } 0 \\ \downarrow \\ 1 \\ \vdots \\ 7 \end{array} \\ &3! \cdot 7 + 3! \cdot \frac{2}{3} \cdot 7 \\ &42 + 28 = 70 \end{aligned}$$

ÖSYM ÇIKMIŞ SORULAR - Karma Test 4

10. Bir okulun basketbol takımında ikisi kardeş olmak üzere, toplam 8 oyuncu bulunmaktadır. Bu oyunculardan 5 tanesi maça başlayacak kadroda yer almak üzere seçilecektir.

Kardeşlerin ikisi de bu kadroda olacak biçimde kaç farklı seçim yapılabilir?

- A) 36 B) 24 C) 40 D) 30 E) 20

(2015 - YGS)

$$\binom{6}{3} = 20$$

11. m ve n gerçel sayılar olmak üzere,

$$\left(\frac{m}{nx} + \frac{nx^2}{m} \right)^3$$

ifadesinin açılımı x'in kuvvetlerine göre sıralandığında sabit terimi 6 oluyor.

Buna göre, $\frac{m}{n}$ oranı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

(2015 - LYS)

$$\binom{3}{r} \left(\frac{m}{n} x^{-1} \right)^{3-r} \cdot \left(\frac{n}{m} x^2 \right)^r$$

$$-3+r+2r=0 \Rightarrow r=1$$

$$\binom{3}{1} \cdot \frac{m^2}{n^2} \cdot \frac{n}{m} = 6 \Rightarrow \frac{m}{n} = 2$$

12. Bir torbada 1'den 9'a kadar numaralandırılmış dokuz top bulunmaktadır. Ayşe, 1'den 9'a kadar bir sayı belirleyecek ve daha sonra torbadan rastgele bir top çekecektir. Topun üzerinde yazılı olan sayı ile belirlediği sayının toplamı en fazla 9 ve çarpımı en az 9 olursa Ayşe oyunu kazanacaktır.

Ayşe hangi sayıyı belirlerse oyunu kazanma olasılığı en yüksek olur?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Ayşe'nin tuttuğu sayı x olsun. (2013 - LYS1)

$x+1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \rightarrow$ En fazla 9

$x \cdot 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \rightarrow$ En az 9

$x=3$ olursa olasılık en fazla olur.

13. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesinin elemanlarıyla, en az iki basamağındaki rakamı aynı olan üç basamaklı kaç sayı yazılabilir?

- A) 52 B) 40 C) 38 D) 30 E) 24

(2006 - ÖSS Mat1)

$$4 \cdot 4 \cdot 4 - \underbrace{4 \cdot 3 \cdot 2}_{\text{rakamları farklı}}$$

$$64 - 24 = 40$$

14. 3 tane madeni 1 YTL, kumbaralara istenen sayıda atılmak suretiyle değişik bankalardan alınmış 5 farklı kumbaraya kaç değişik şekilde atılabilir?

- A) 10 B) 21 C) 24 D) 35 E) 45

(2005 - ÖSS)

$$n=3$$

$$r=5$$

$$\binom{3+5-1}{5-1} = \binom{7}{4} = 35$$

15. 1, 2, 3, 4 ve 5 rakamları kullanılarak yazılabilen, rakamları tekrarlı veya tekrarsız tüm iki basamaklı tek sayıların toplamı kaçtır?

- A) 495 B) 497 C) 503 D) 515 E) 523

(2003 - ÖSS)

$$\begin{array}{c} 1 \\ 3 \\ 5 \end{array}$$

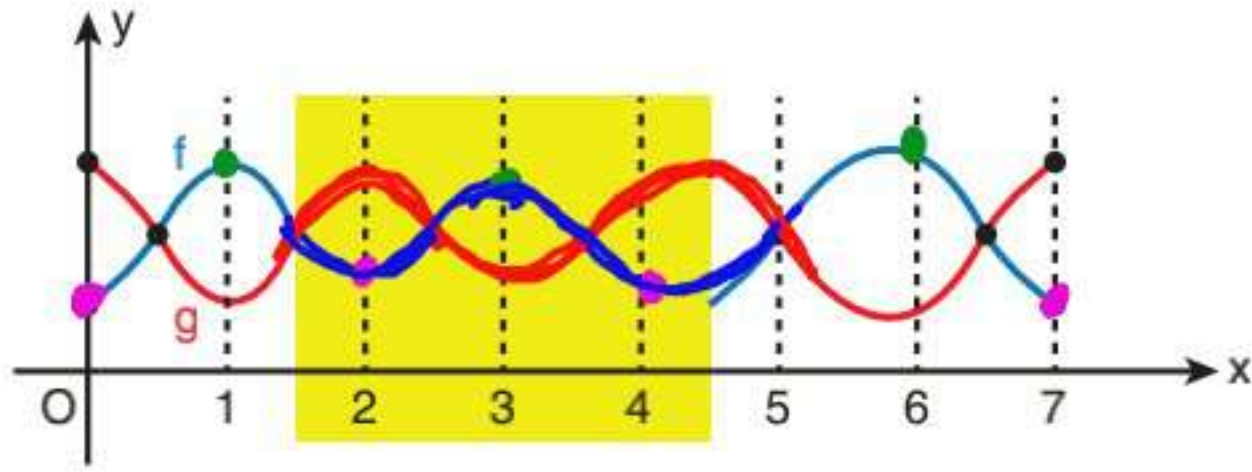
$$10(1+2+3+4+5) + 5 \cdot 1 = 155$$

$$10(1+2+3+4+5) + 5 \cdot 3 = 165$$

$$10(1+2+3+4+5) + 5 \cdot 5 = 175$$

$$155 + 165 + 175 = 495$$

16. Dik koordinat düzleminde $[0, 7]$ kapalı aralığında tanımlı f ve g fonksiyonlarının grafiklerinin bir kısmı şekilde verilmiştir.

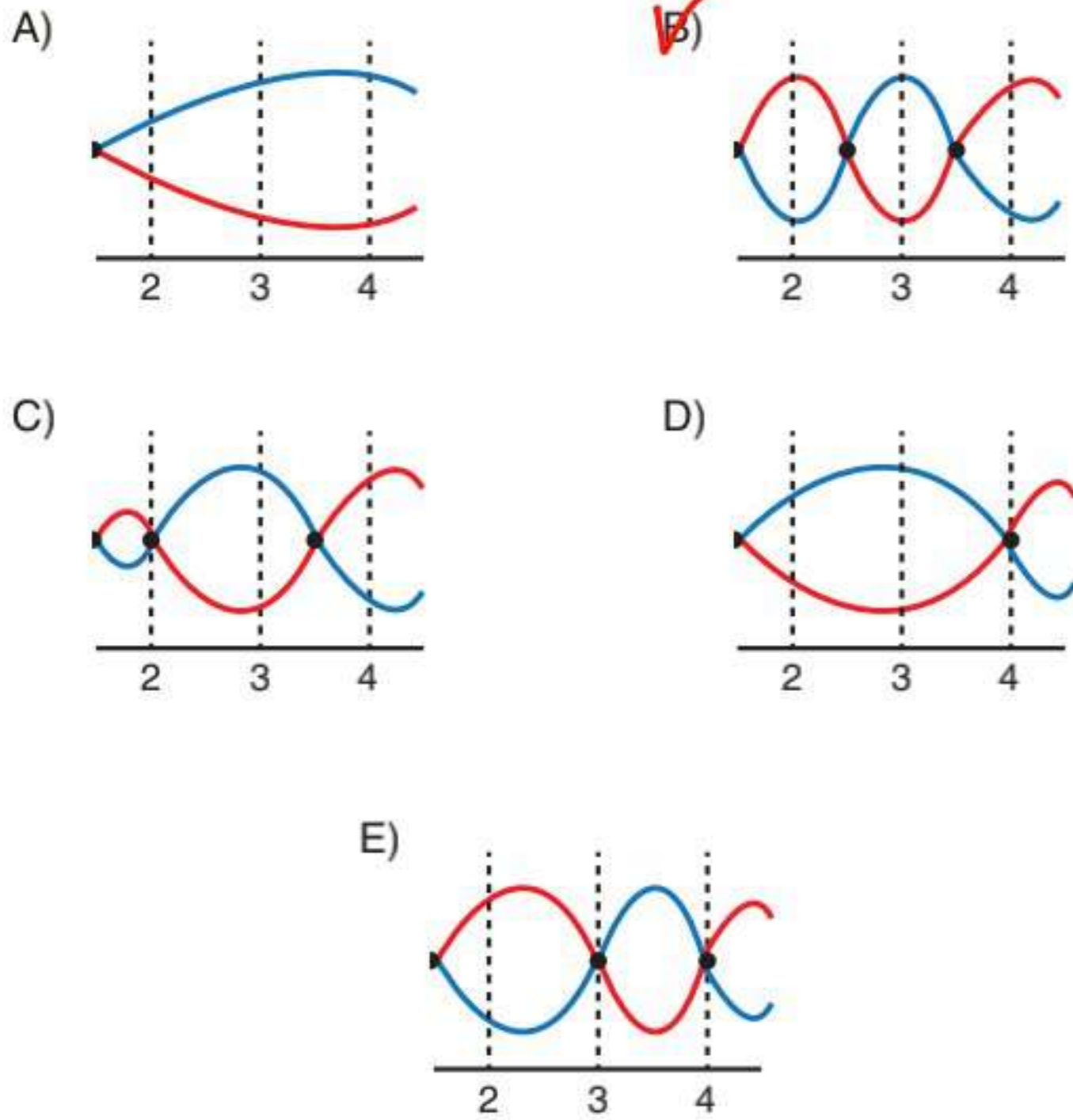


$[0, 7]$ kapalı aralığında;

- 4 farklı a tam sayısı için $f(a) < g(a)$, $0, 2, 4, 7$
- 3 farklı b tam sayısı için $f(b) > g(b)$, $1, 3, 6$

olduğu biliniyor.

Buna göre, f ve g fonksiyonlarının grafiklerinin eksik kısımları aşağıdakilerden hangisi olabilir?



(2020 - TYT)

17. Üç farklı okuldan ikişer öğrenci bir satranç turnuvasına katılacaklardır. Turnuvaların ilk turunda, her öğrenci maç yapmak için kendi okulundan olmayan bir öğrenciyle eşleştirilecektir.

Buna göre, ilk turdaki eşleştirme kaç farklı şekilde yapılabilir?

- A) 6 B) 8 C) 9 D) 12 E) 15

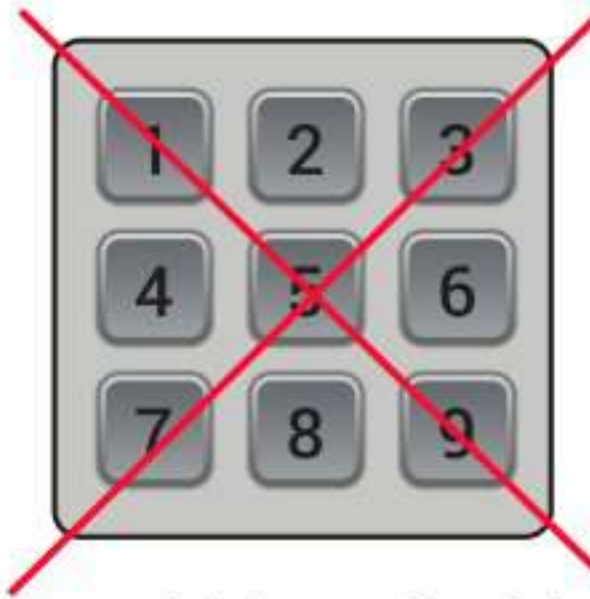
(2020 - TYT)

$$\begin{array}{c} A \\ a \\ b \end{array} \quad \begin{array}{c} B \\ c \\ d \end{array} \quad \begin{array}{c} C \\ e \\ f \end{array}$$

a için c, d, e, f 4 durum (c olsun)
 b için e, f 2 durum var.

$$4 \cdot 2 = 8 \text{ durum olur.}$$

18.



Kerem, dolabının şifresini oluşturmak için şekildeki tuşları kullanarak her biri farklı satırda ve farklı sütunda olacak biçimde 3 sayıyı rastgele seçiyor.

Buna göre, Kerem'in seçtiği sayıların tamamının tek sayı olma olasılığı kaçtır?

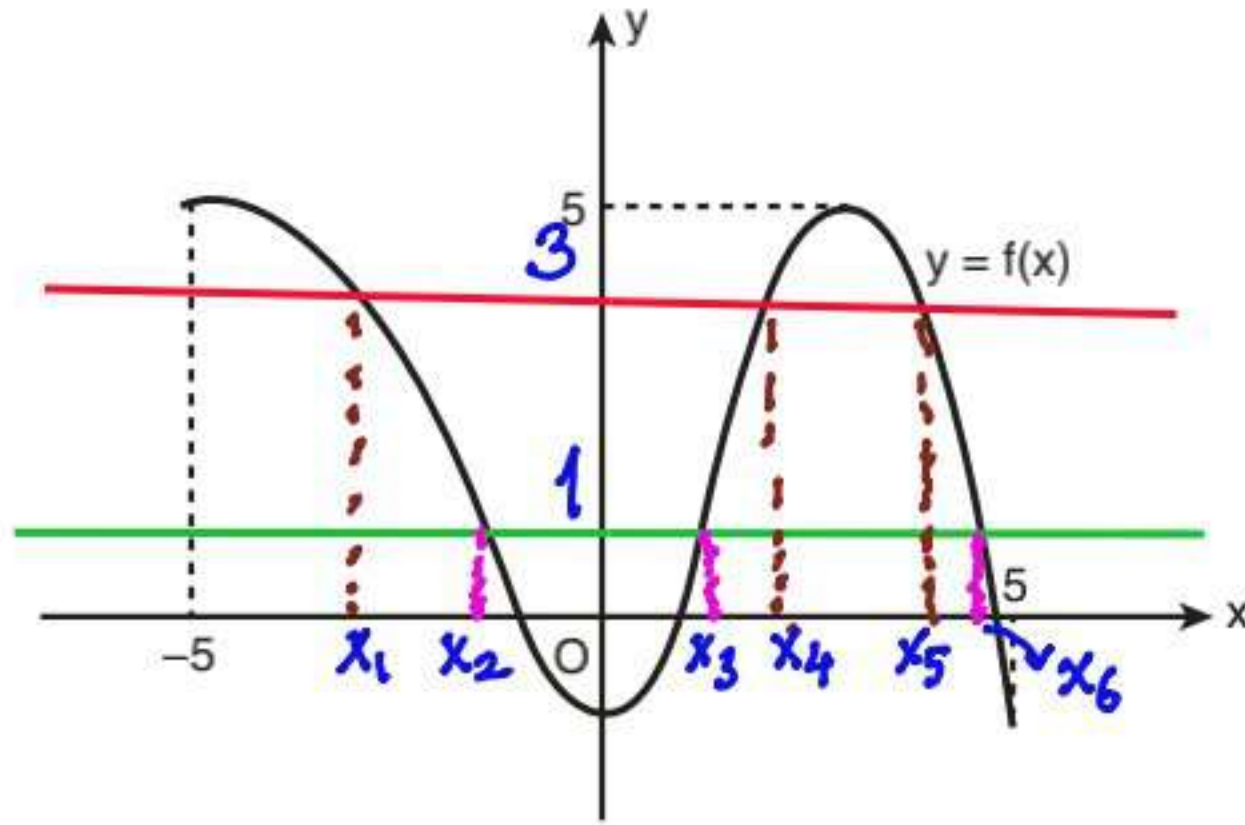
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{9}$ D) $\frac{5}{9}$ E) $\frac{4}{27}$

(2020 - TYT)

$$\frac{2}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{1}{3}$$

ÖSYM ÇIKMIŞ SORULAR - Karma Test 4

19. Dik koordinat düzleminde $[-5, 5]$ kapalı aralığında tanımlı bir f fonksiyonunun grafiği şekilde verilmiştir.



Bu fonksiyonun tanım kümesinde yer alan birbirinden farklı a, b, c ve d sayıları için

$$f(a) = f(b) = 1$$

$$f(c) = f(d) = 3$$

eşitlikleri sağlanmaktadır.

Buna göre, a, b, c ve d sayılarının sıralamasıyla ilgili

I. $a < b < c < d$

II. $c < a < b < d$

III. $c < d < a < b$

eşitsizliklerinden hangileri doğru olabilir?

A) Yalnız I

B) Yalnız II

☒ C) I ve II

D) II ve III

E) I, II ve III

I. $x_2 = a, x_3 = b, x_4 = c, x_5 = d$ (2020 - AYT)

$$a < b < c < d$$

II. $x_1 = c, x_2 = a, x_3 = b, x_4 = d$

$$c < a < b < d$$

III. Doğru olamaz

20. m ve n tam sayılar olmak üzere,

$$(x^2 + 2y)^7$$

ifadesinin açılımında terimlerinden biri mx^ny^2 olduğuna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

A) 56

B) 64

C) 72

D) 86

☒ E) 94

$$\binom{7}{r} (x^2)^{7-r} \cdot (2y)^r$$

$$r = 2, 14 - 2r = n$$

$$n = 10$$

$$m = \binom{7}{2} \cdot 2^2$$

$$m = 84$$

$$m + n = 84 + 10 = 94$$

(2020 - AYT)

21. 5 Ekim 2020 Pazartesi ile 18 Ekim 2020 günleri arasındaki günler ve bu iki gün de dahil olmak üzere, bu 14 günden iki farklı günde birer toplantı yapılacaktır.

Toplantılardan en az biri hafta içi olacak biçimde bir düzenleme yapılmak istendiğine göre, bu düzenleme kaç farklı şekilde yapılabilir?

A) 70

B) 75

C) 80

☒ D) 85

E) 90

(2020 - AYT)

4 gün hafta sonu

10 gün hafta içi

$$\binom{4}{1} \cdot \binom{10}{1} + \binom{10}{2}$$

$$40 + 45 = 85$$

22. Sözel ve sayısal bölümlerinde 4'er soru olmak üzere toplam 8 sorudan oluşan bir sınavın kitapçığında,

"Sınavı geçmek için sözel ve sayısal bölümlerin her birinden en az 2'şer soru olmak üzere toplam en az 5 soruyu doğru cevaplamalısınız."

ifadesi yer almaktadır.

Bu ifadeyi eksik okuyan Sevcan, sınavdaki 8 sorudan rastgele 5'ini seçmiş ve seçtiği her bir soruyu doğru cevaplamıştır.

Buna göre, Sevcan'ın sınavı geçme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{3}{4}$

B) $\frac{4}{5}$

C) $\frac{5}{6}$

☒ D) $\frac{6}{7}$

E) $\frac{7}{8}$

(2020 - AYT)

$$\binom{4}{2} \cdot \binom{4}{3} + \binom{4}{3} \cdot \binom{4}{2} = 48$$

$$\frac{48}{\binom{8}{5}} = \frac{48}{56} = \frac{6}{7}$$

1. B	2. E	3. B	4. D	5. D	6. E
7. E	8. D	9. A	10. E	11. B	12. B
13. B	14. D	15. A	16. B	17. B	18. B
19. C	20. E	21. D	22. D		

