

1. SORU TİPİ

POLİNOM KAVRAMI

Tanım: $n \in \mathbb{N}$ ve $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n \in \mathbb{R}$ olmak üzere $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ ifadesine x değişkenine bağlı **POLİNOM** denir.

POLİNOM İLE İLGİLİ KAVRAMLAR: $n \in \mathbb{N}$ ve $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n \in \mathbb{R}$ olmak üzere $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ polinomu için,

- Derece $\rightarrow \deg[P(x)] = n$
- Terimler $\rightarrow a_n x^n, a_{n-1} x^{n-1}, \dots, a_2 x^2, a_1 x, a_0$
- Katsayılar $\rightarrow a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1, a_0$
- Sabit terim $\rightarrow a_0$
- Başkatsayı $\rightarrow a_n$

ACİL MATEMATİK



ÖRNEK

$$P(x) = (a-5)x^{a-7} + 5x^{\frac{48}{a}} - x^{11-a} + a^2$$

ifadesi bir polinom belirttiğine göre, başkatsayısı ile sabit terimin toplamı kaçtır?

- A) 63 B) 64 C) 67 D) 69 E) 72



ÇÖZÜM

Bir polinomda x 'li terimlerin kuvvetleri doğal sayı olmalıdır.

$$P(x) = (a-5)x^{a-7} + 5x^{\frac{48}{a}} - x^{11-a} + a^2$$

- $a-7 \in \mathbb{N}$ • $\frac{48}{a} \in \mathbb{N}$ • $11-a \in \mathbb{N}$
- $a-7 \geq 0$ $a \geq 7$ $a = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48$ $11-a \geq 0$ $11 \geq a$

Bu şartları sağlayan yalnızca 8 sayısı olduğu için $a = 8$ olmalıdır.

$$\text{Bu durumda, } P(x) = 3x + 5x^6 - x^3 + 64$$

Başkatsayısı = 5, Sabit terim = 64

Toplamları 69 dur.

ACİL MATEMATİK

1. ✓ $P(x) = 5x^2 - 3x + 1$

$$Q(x) = 7x^3 - \frac{5}{x} + \sqrt{3} \rightarrow x$$

$$R(x) = -5x^2 - 3\sqrt{x} + 2 \rightarrow x$$

✓ $S(x) = 4x^6 + 3x + \frac{x}{2}$

✓ $K(x) = 50$

Yukarıda verilen ifadelerden kaç tanesi bir polinom belirtir?

- C) 1 B) 2 **C) 3** D) 4 E) 5

2. $P(x) = -13x^3 + 7x^2 + 5x^4 + 13 - x$

Yukarıda verilen $P(x)$ polinomunun başkatsayısı ile sabit teriminin toplamı kaçtır?

- A) -13 B) -16 C) 0 D) 13 **E) 18**

$$5 + 13 = 18$$

3. $P(x) = 5x^{n-12} + 13x^{24-n} + 13$

ifadesi bir polinom belirttiğine göre, n sayısının alabileceği kaç farklı doğal sayı değeri vardır?

- D) 10 B) 11 C) 12 **D) 13** E) 14

$$n-12 \geq 0 \quad 24-n \geq 0$$

$$n \geq 12 \quad 24 \geq n$$

$$12, 13, \dots, 24 \rightarrow \text{Terim Sayısı} = \frac{24-12}{1} + 1 = 13 \text{ tane}$$

4. $P(x) = 7x^{\frac{48}{a}} + 3\sqrt{-2x^{\frac{a}{6}}} + 13$

Yukarıdaki ifade bir polinom belirttiğine göre, a doğal sayısının alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 30 B) 60 C) 70 D) 80 **E) 90**

$$\frac{48}{a} \rightarrow a = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48$$

$$\frac{a}{6} \rightarrow a = 0, 6, 12, 18, 24, 36, 42, 48$$

$$6 + 12 + 24 + 48 = 90$$

– PEKİŞTİRME TESTİ –

1. ~~I.~~ $P(x) = 2x^2 + 3x + \sqrt{x} - 3 \rightarrow x^{1/2}$ olmaz.

~~II.~~ $Q(x) = \sqrt{3}x^7 + x^2 + 7$

~~III.~~ $R(x) = x^7 - 11x^4 + \frac{1}{x} + 3 \rightarrow x^{-1}$ olmaz.

~~IV.~~ $S(x) = 5x^8 + \sqrt{-3}x^2 - 2x + 1 \rightarrow \sqrt{-3}$ olmaz.

~~V.~~ $T(y) = 3y^2 + 5x^{-2} + 4y^3 + 3, (x > 0)$ 2 tane

Yukarıda verilen ifadelerden kaç tanesi bir polinom belirtir?

- B A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. ~~I.~~ $P(x) = 8$

~~II.~~ $R(x) = 3x^2 + 4x + \sqrt{3}$

~~III.~~ $Q(x) = \sqrt{x} + \frac{\sqrt{2}}{x} \rightarrow x^{1/2} + \sqrt{2} \cdot x^{-1}$ olmaz.

~~IV.~~ $H(x) = \sqrt{2} \cdot 3^x + 2 \cdot 3^{2x} + 4$

~~V.~~ $T(x) = \frac{x^2 + x + 7}{x} = x + 1 + \frac{7}{x}$ olmaz.

~~VI.~~ $K(x) = 3\sqrt{2}x^2 + \sqrt{2}x + \sqrt{5}$

Yukarıdaki ifadelerden kaç tanesi bir polinom belirtir?

- C A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $P(x) = 5x^{a-3} + 12x^{\frac{36}{a}} - 7x^{\frac{a}{6}} + 4$

ifadesi bir polinom belirttiğine göre, a sayısının alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- C A) 36 B) 66 C) 72 D) 81 E) 91

$a-3 \geq 0$
 $a \geq 3$
 $\frac{36}{a} \rightarrow a = 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36$
 $\frac{a}{6} \rightarrow a = 0, 6, 12, 18, 24, 30, 36$

$a = 6, 12, 18, 36$
Toplamı = 72

5. $P(x) = (k-5)x^4 + 5x^{m-3} + k + m^2$

Yukarıda verilen P(x) polinomunun derecesi 3 olduğuna göre, sabit terimi kaçtır?

- E A) 5 B) 25 C) 31 D) 34 E) 41

$m-3=3 \rightarrow m=6$

$k-5=0 \rightarrow k=5$ yerine yazalım.

$P(x) = 5x^3 + 5 + 6^2$

$P(x) = 5x^3 + 41 \rightarrow$ sbt terim = 41

3. $Q(x) = (a-5)x^7 + 6x^6 + 12 - 7x^{a-5}$

Yukarıda verilen Q(x) polinomu altıncı dereceden olduğuna göre, bu polinomun sabit terimi kaçtır?

- B A) -7 B) 5 C) 12 D) 13 E) 19

$a-5=0$
 $a=5$
 $Q(x) = 6x^6 + 12 - 7x^0$
 $= 6x^6 + 12 - 7$
 $= 6x^6 + 5$
Sbt terim 5

6. $P(x) = (m-4)x^{m+1} + 4x^2 + 5$

polinomunun derecesi 4 olduğuna göre, başkatsayısı kaçtır?

- B A) 1 B) -1 C) 3 D) -2 E) 4

$m+1=4$

$m=3$ yerine yazalım

$P(x) = -1 \cdot x^4 + 4x^2 + 5$

$= -x^4 + 4x^2 + 5 \rightarrow$ başkatsayısı -1

– PEKİŞTİRME TESTİ –

7. $P(x) = 6x^3 + 2x^{\frac{12}{m}} + x^{m-1} - 3$
ifadesi bir polinom belirttiğine göre m'nin alabileceği doğal sayı değerleri toplamı kaçtır?
- B
- A) 27 B) 28 C) 26 D) 30 E) 31

$$\begin{aligned} m-1 &\geq 0 \\ m &\geq 1 \end{aligned}$$

$$\frac{12}{m} \rightarrow m = 1, 2, 3, 4, 6, 12$$

$$\checkmark \text{ Toplamı} = 28$$

10. $P(x) = 13x^5 + 13 - 7x^6 + 4x^2 \rightarrow \text{Başkatsayısı} = -7$
 $Q(x) = (k-5)x^{12} - 4x^2 + 7x - 10 + k \rightarrow \text{Başkatsayısı } k-5$
Yukarıda verilen P(x) ve Q(x) polinomlarının başkatsayıları aynı olduğuna göre, Q(x) polinomunun katsayıları toplamı kaçtır?

- A) -16 B) -12 C) 6 D) 12 E) 24

$$k-5 = -7 \Rightarrow k = -2$$

$$\begin{aligned} Q(x) &= -7x^{12} - 4x^2 + 7x - 12 \\ &\downarrow \\ -7 - 4 + 7 - 12 &= -16 \end{aligned}$$

8. $P(x) = 4x^{a-2} + 3x^3 + (b-5)x^2 + 2x - 1$
polinomunun derecesi 4 ve ikinci dereceden teriminin katsayısı 3 olduğuna göre, a - b farkı kaçtır?
- B
- A) 2 B) -2 C) 1 D) -1 E) 0

$$\begin{aligned} a-2 &= 4 & b-5 &= 3 \\ a &= 6 & b &= 8 \Rightarrow a-b = -2 \end{aligned}$$

11. $P(x) = 3x^{n-4} + 5x^{6-n} + 4$
ifadesi bir polinom olduğuna göre, n'nin alabileceği en büyük ve en küçük değerler toplamı kaçtır?
- A) 10 B) 11 C) 9 D) 8 E) 12

$$\begin{aligned} n-4 &\geq 0 & 6-n &\geq 0 \\ n &\geq 4 & 6 &\geq n \Rightarrow 4 \leq n \leq 6 \end{aligned}$$

en küçük $\downarrow$ en büyük $\downarrow$

$$4 + 6 = 10$$

9. $P(x) = ax^5 + 3x^3 + 5 - a$
polinomunun başkatsayısı 5 olduğuna göre, sabit terimi kaçtır?
- B
- A) 1 B) 0 C) -1 D) 2 E) 3

$$\begin{aligned} \text{Başkatsayısı} &= a = 5 \\ \text{Sabit terim} &= 5 - a = 0 \end{aligned}$$

12. $P(x) = \frac{8x^2 - 6x + 15 - a}{(a-5)x + 2}$
Yukarıda verilen P(x) ifadesi derecesi 2 olan bir polinom belirttiğine göre, P(x) polinomunun sabit terimi kaçtır?
- C
- A) 1 B) 3 C) 5 D) 10 E) 15

$$\begin{aligned} a-5 &= 0 \Rightarrow P(x) = \frac{8x^2 - 6x + 10}{2} = 4x^2 - 3x + 5 \\ a &= 5 \end{aligned}$$

Sbt terim = 5

2. SORU TİPİ

POLİNOMLARDA DEĞER BULMA

Reel katsayılı her polinom aynı zamanda reel sayılarda tanımlı bir fonksiyon belirtir.

Sonuç olarak verilen bir $P(x)$ polinomunda x yerine uygun değer yazılarak istenen bulunur.

Örneğin, $P(x)$ polinomunda $x = 3$ yazılarak $P(3)$ değeri veya $x = -2$ yazılarak $P(-2)$ gibi farklı değerler bulunur.

ACIL MATEMATİK



ÖRNEK

$P(x)$ bir polinom olmak üzere,

$P(x + 1) = x^2 - 3x + 10$ polinomu veriliyor.

Buna göre, $P(3)$ değeri kaçtır?



ÇÖZÜM

$P(3)$ değerini bulmak için $P(x + 1)$ polinomunda x yerine 2 yazılırsa $P(x + 1)$ ifadesi $P(3)$ değerine eşit olacaktır.

$$x = 2 \text{ için } P(3) = 2^2 - 3 \cdot 2 + 10$$

$$P(3) = 8 \text{ olacaktır.}$$

ACIL MATEMATİK

1. $P(x) = 3x^3 - 5x^2 + 4x + 12$ polinomu veriliyor.

Buna göre, $P(3)$ değeri kaçtır?

- A) 40 B) 50 C) 60 D) 70 E) 80

$$\begin{aligned} x=3 \text{ için } P(3) &= 3 \cdot 27 - 5 \cdot 9 + 4 \cdot 3 + 12 \\ &= 81 - 45 + 12 + 12 \\ &= 60 \end{aligned}$$

3. $P(x + 2) = x^2 + 4x + 4$

polinomu veriliyor.

Buna göre, $P(x)$ polinomu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 - 4x + 4$ B) $x + 2$ C) x^2
D) $x^2 - 2$ E) $x^2 + 4x + 2$

$$\begin{aligned} P(x-2+2) &= (x-2)^2 + 4 \cdot (x-2) + 4 \\ P(x) &= x^2 - 4x + 4 + 4x - 8 + 4 \\ P(x) &= x^2 \end{aligned}$$

2. $P(x) = 3x + 5$ polinomu veriliyor.

Buna göre, $P(2x + 4)$ polinomunun eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $6x + 17$ B) $6x - 10$ C) $6x + 20$
D) $6x + 12$ E) $6x + 9$

$$\begin{aligned} x &= 2x + 4 \text{ yazalım polinomda} \\ P(2x+4) &= 3(2x+4) + 5 \\ &= 6x + 12 + 5 \\ &= 6x + 17 \end{aligned}$$

4. $P(2x - 1) = x^3 - 4x^2 + x - 3$ polinomu veriliyor.

Buna göre, $P(7)$ değeri kaçtır?

- A) -1 B) 4 C) 64 D) 16 E) 1

$$\begin{aligned} P(7) &= 4^3 - 4 \cdot 4^2 + 4 - 3 \\ P(7) &= 1 \end{aligned}$$

– PEKİŞTİRME TESTİ –

1. $P(x+2) = x^3 - 2x + 3$ polinomu veriliyor.

$x = -1$ yazalım

Buna göre, $P(1)$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$\begin{aligned} P(1) &= (-1)^3 - 2(-1) + 3 \\ &= -1 + 2 + 3 \\ &= 4 \end{aligned}$$

4. $P(x^2 - 3) = x^6 - 2x^4 + 3x^2$

olduğuna göre, $P(x - 3)$ polinomu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^3 - 2x^2 + 3x$ B) $x^3 - 1$ C) $x^6 - 2x^2 + 3x^2 - 3$
D) $x^3 - 2x^2 + 3x - 3$ E) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

$$P(x^2 - 3) = x^6 - 2x^4 + 3x^2 = (x^2)^3 - 2(x^2)^2 + 3x^2$$

$\downarrow$
 x olsun.

$$P(x-3) = x^3 - 2x^2 + 3x$$

2. $P(x) = x^2 - 3x + 6$ polinomu veriliyor.

Buna göre, $P(x - 3)$ polinomunun eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 - 9x + 24$ B) $x^2 + 6x + 9$ C) $x^2 + 3x + 18$
D) $x^2 + 12x + 6$ E) $x^2 - 6x + 15$

$$\begin{aligned} P(x-3) &= (x-3)^2 - 3(x-3) + 6 \\ &= x^2 - 6x + 9 - 3x + 9 + 6 \\ P(x-3) &= x^2 - 9x + 24 \end{aligned}$$

5. $x \cdot P(x+1) = x^3 - 2x^2 + 3x$

olduğuna göre, $P(x - 2)$ polinomu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 - 1$ B) $x^2 - 9$ C) $x^2 - 6x + 12$
D) $x^2 - 8x + 18$ E) $x^2 - 6x + 9$

$$P(x+1) = x^2 - 2x + 3 \rightarrow x \text{ yerine } x-3 \text{ yazılırsa}$$

$$\begin{aligned} P(x-2) &= (x-3)^2 - 2(x-3) + 3 = x^2 - 6x + 9 - 2x + 6 + 3 \\ P(x-2) &= x^2 - 8x + 18 \end{aligned}$$

3. $P(x^2 - x + 3) = 3x^2 - 3x + 5$ polinomu veriliyor.

Buna göre, $P(12)$ değeri kaçtır?

- A) 28 B) 31 C) 32 D) 45 E) 54

$$P(\underbrace{x^2 - x + 3}_{12 \text{ olsun}}) = 3(\underbrace{x^2 - x + 3}_{12 \text{ olsun}}) - 4$$

$$P(12) = 3 \cdot 12 - 4 = 32$$

6. $x^2 \cdot P(x^3 - 2x + 1) = 2x^5 - 4x^3 + x^2$

olduğuna göre, $P(10)$ kaçtır?

- A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

$$P(\underbrace{x^3 - 2x + 1}_{9 \text{ olsun}}) = 2x^3 - 4x + 1 = 2(\underbrace{x^3 - 2x}_{9 \text{ olsun}}) + 1$$

$$P(9+1) = P(10) = 2 \cdot 9 + 1 = 19$$

– PEKİŞTİRME TESTİ –

7. $P(x-2) = 4x^2 - 3x - 2$ olduğuna göre,
C $P(2x-1)$ polinomu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $16x^2 + 8x - 1$
 B) $16x^2 - 10x + 1$
C) $16x^2 + 10x - 1$
 D) $8x^2 + 10x + 1$
 E) $16x^2 - 10x - 1$

$$\begin{aligned} P(2x-1) &= 4 \cdot (2x+1)^2 - 3(2x+1) - 2 \\ &= 4 \cdot (4x^2 + 4x + 1) - 6x - 3 - 2 \\ &= 16x^2 + 10x - 1 \end{aligned}$$

8. $P(3x-1) = 3x^2 - 3x - 12$ olduğuna göre,
D $P(5)$ değeri kaçtır?
 A) 6 B) 5 C) -5 **D) -6** E) 4

$$\begin{aligned} P(3x-1) &= 3x^2 - 3x - 12 \\ \downarrow \\ x &= 2 \text{ için} \\ P(5) &= 12 - 6 - 12 = -6 \end{aligned}$$

9. $P(x)$ gerçel katsayılı bir polinomdur.
 $P(x^2-5) = 3x^2 + n$ ve $P(2) = 5$
 olduğuna göre, $P(4)$ kaçtır?
A) 11 B) -17 C) -10 D) 10 E) 12

$$\begin{aligned} x^2 &= 7 \text{ olursa } P(2) = 2+n = 5 \\ n &= -16 \\ P(x^2-5) &= 3x^2 - 16 \\ x^2 &= 9 \text{ için } P(4) &= 3 \cdot 9 - 16 \\ &= 27 - 16 \\ &= 11 \end{aligned}$$

10. $P(x+1) = x^2 + 3x - 1$
 $Q(x-2) = x^2 - m$
 $x=4$ için $Q(2)$ polinomları veriliyor.
A $P(3) = Q(2)$ olduğuna göre, m kaçtır?
 A) 7 B) 5 C) 4 D) 2 E) -8

$$\begin{aligned} P(3) &= 4 + 6 - 1 = 9 \\ Q(2) &= 16 - m \\ 9 &= 16 - m \\ m &= 7 \end{aligned}$$

11. $Q(x-1) = x^2 - x - 3 = (x+2)^2 - (x+2) - 3$
 olduğuna göre, $Q(x+1)$ polinomu aşağıdakilerden hangisidir?
A) $x^2 + 3x - 1$ B) $x^2 - 3x - 1$ C) $2x^2 - 3x + 3$
 D) $x^2 - 3x + 1$ E) $x^2 - 6x + 3$

$$\begin{aligned} Q(x+1) &= x^2 + 4x + 4 - x - 2 - 3 \\ Q(x+1) &= x^2 + 3x - 1 \end{aligned}$$

12. a bir gerçel sayı olmak üzere, üçüncü dereceden bir $P(x)$ polinomu
 $x^2 \cdot P(x) = (a+3)x^6 + ax^5 + x^2$
 eşitliğini sağlıyor.
C Buna göre, $P(3)$ kaçtır?
 A) 80 B) 81 **C) -80** D) 82 E) -81

$$\begin{aligned} P(x) &= (a+3)x^4 + 0 \cdot x^3 + 1 \Rightarrow a+3=0 \Rightarrow a=-3 \\ P(x) &= -3x^4 + 1 \Rightarrow P(3) = -81 + 1 \\ &= -80 \end{aligned}$$

3. SORU TİPİ

POLİNOMLARDA SABİT TERİM VE KATSAYILAR TOPLAMI

x bir değişken, n bir doğal sayı $a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1, a_0$ birer gerçekte sayı olmak üzere,

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \text{ polinomunun}$$

Katsayılar toplamı

$$P(1) = a_n + a_{n-1} + \dots + a_2 + a_1 + a_0 \text{ biçiminde bulunur.}$$

Sabit terim

$$P(0) = a_0 \text{ biçiminde bulunur.}$$

Kısacası bir polinomda katsayılar toplamı sorulursa x yerine 1, sabit terim sorulursa x yerine 0 yazılır.

Örneğin,

- $P(x + 1)$ polinomunun katsayılar toplamı $P(2)$ dir.
- $P(x^2 - 5)$ polinomunun sabit terimi $P(-5)$ dir.

ACİL MATEMATİK



ÖRNEK

$$P(x + 2) = 3x^2 - 5x + 3 \text{ polinomu veriliyor.}$$

$P(2x + 4)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?



ÇÖZÜM

$P(2x + 4)$ polinomunun katsayılar toplamını bulabilmek için x yerine 1 yazarsak $P(6)$ ifadesini bulmamız gerekir.

$P(x + 2)$ ifadesinde x yerine 4 yazarsak $P(6)$ değerini bulmuş oluruz.

$$P(x + 2) = 3x^2 - 5x + 3$$

$$P(6) = 3 \cdot 4^2 - 5 \cdot 4 + 3 = 48 - 20 + 3$$

$$P(6) = 31 \text{ olarak bulunur.}$$

ACİL MATEMATİK

1. $P(x) = x^2 - 5x^3 + 7x + 10$

polinomunun katsayılar toplamı ile sabit terimi arasındaki farkın mutlak değeri kaçtır?

- C A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$|P(1) - P(0)| = ? \quad P(1) = 13 \quad P(0) = 10$$

$$|13 - 10| = |3| = 3$$

3. $P(x) = x^3 - 7x + 11$ polinomu veriliyor.

- B Buna göre, $P(x + 1)$ polinomunun sabit terimi kaçtır?
A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

$$P(1) = 1 - 7 + 11 = 5$$

2. $P(x) = x^2 - 2x + 10$ polinomu veriliyor.

- D $P(x - 3)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır? $P(-2) = ?$
A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

$$P(x) = x^2 - 2x + 10$$

$$P(-2) = 4 + 4 + 10 = 18$$

4. $P(x) = 3x^4 - 5x + 1$ polinomu veriliyor.

- E Buna göre, $P(x - 2)$ polinomunun katsayıları toplamı kaçtır?
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

$$P(-1) = 3 + 5 + 1 = 9$$

– PEKİŞTİRME TESTİ –

1. $P(x+2) = x^3 - 2x^2 + 5x + 4$
polinomu veriliyor.
Buna göre, $P(6-x)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?
A) 3 B) 5 C) 18 D) 27 E) 28
- $x=3$ yazalım.
 $x=1$ $P(5)=?$
 $P(5) = 27 - 18 + 15 + 4 = 28$

4. $P(x+3) = x^3 + ax + 3$
polinomu veriliyor.
 $P(x)$ polinomunun sabit terimi 0 olduğuna göre, a kaçtır?
A) -12 B) -10 C) -8 D) -6 E) -4
- $x=0$ $P(3)=0$
 $P(x+3) = x^3 + ax + 3$
 $x=-3$ için $P(0) = -27 - 3a + 3 = 0$
 $-24 - 3a = 0 \Rightarrow 3a = -24$
 $a = -8$

2. $P(x) = x^2 - ax + 6$
polinomu veriliyor.
 $P(x+1)$ polinomunun sabit terimi 5 olduğuna göre, $P(x+3)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?
A) 8 B) 12 C) 14 D) 16 E) 20
- $P(1)=5$ ise $P(4)=?$
 $P(x) = x^2 - ax + 6 \Rightarrow P(1) = 1 - a + 6 = 5$
 $a = 2$
 $P(x) = x^2 - 2x + 6$
 $P(4) = 16 - 8 + 6 = 14$

5. $P(x+2) = x \cdot Q(x-1) + 13x - x^2$ eşitliği veriliyor.
 $P(x-5)$ polinomunun katsayılar toplamı 18 olduğuna göre, $Q(-7+x^2)$ polinomunun sabit terimi kaçtır?
A) -30 B) -26 C) -22 D) -18 E) -14
- $x=1$
 $P(-4) = 18$ $Q(-7)=?$
 $P(x+2) = x \cdot Q(x-1) + 13x - x^2$
 $x=-6$ için
 $P(-4) = -6 \cdot Q(-7) - 78 - 36 \Rightarrow 18 + 78 + 36 = -6 \cdot Q(-7)$
 $18 - 6 \cdot Q(-7) = 132$
 $-6 \cdot Q(-7) = 132$
 $Q(-7) = -22$

3. $P(x+2) = x^3 - 7x + 12$
polinomu veriliyor.
Buna göre, $P(x^2+3)$ polinomunun katsayılar toplamı ile sabit terimi arasındaki fark kaçtır?
A) -6 B) -3 C) -1 D) 0 E) 6
- $x=1 \Rightarrow P(4)$
 $x=2 \Rightarrow P(3)$
 $P(4) - P(3) = ?$
 $x=2$ için $P(4) = 8 - 14 + 12 = 6$
 $x=1$ için $P(3) = 1 - 7 + 12 = 6$
 $6 - 6 = 0$

6. $P(x)$ ve $Q(x)$ birer polinomdur.
 $\frac{2 \cdot P(x-1) - 3}{Q(x+2)} = 1 - 2x$ eşitliği veriliyor.
 $P(x+4)$ polinomunun sabit terimi 15 olduğuna göre, $Q(x+6)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?
A) -6 B) -3 C) 0 D) 3 E) 9
- $x=0$
 $P(4) = 15$
 $Q(7) = ?$
 $\frac{2 \cdot P(x-1) - 3}{Q(x+2)} = 1 - 2x \Rightarrow x=5$ için
 $\frac{2 \cdot P(4) - 3}{Q(7)} = -9 \Rightarrow \frac{30 - 3}{Q(7)} = -9$ ise
 $Q(7) = -3$

– PEKİŞTİRME TESTİ –

7. $P(x - 3)$ polinomunun sabit terimi 11, $P(2x + 1)$ polinomunun katsayılar toplamı -5 'tir.

Buna göre, $P(-3) + P(3)$ toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 16 C) -6 D) 11 E) 3

$$\begin{aligned} P(-3) &= 11 \\ P(3) &= -5 \end{aligned} \Rightarrow \text{Toplamı } 6$$

$$f(0) = 4 \text{ ve } f(1) = 5$$

10. $P(x) = 2x^2 - x + 4$ polinomu veriliyor.

Buna göre, $(x - 3) \cdot P(x) + 3xP(x - 1)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır? $x=1$ için $-2 \cdot P(1) + 3 \cdot P(0)$

- A) 5 B) 12 C) 2 D) -10 E) 4

$$\begin{aligned} -2 \cdot 5 + 3 \cdot 4 &= -10 + 12 \\ &= +2 \end{aligned}$$

8. $\frac{P(x - 1) + 4}{Q(x + 5)} = x^2 - 3$ eşitliği veriliyor.

$Q(x)$ polinomunun katsayılar toplamı 3 olduğuna göre, $P(-5)$ kaçtır? $x=1$ $Q(1)=3$

- A) 25 B) 20 C) 35 D) 30 E) 26

$$\begin{aligned} x &= -6 \text{ için} \\ \frac{P(-5) + 4}{Q(1)} &= 16 - 3 \Rightarrow \frac{P(-5) + 4}{3} = 13 \\ P(-5) + 4 &= 39 \Rightarrow P(-5) = 35 \end{aligned}$$

11. m bir reel sayı olmak üzere $P(x)$ polinomu için

$$P(x - 4) = 3x^3 - mx^2 \text{ eşitliği veriliyor.}$$

$P(x - 2)$ polinomunun katsayılar toplamı 27 olduğuna göre, $P(x - 3)$ polinomunun sabit terimi kaçtır?

- A) -3 B) 0 C) 2 D) 4 E) 1

$$\begin{aligned} P(-1) &= 27 \quad \left\{ \begin{array}{l} x=3 \text{ için } P(-1) = 81 - 9m = 27 \\ 54 = 9m \Rightarrow m=6 \end{array} \right. \\ P(-3) &= ? \\ P(x - 4) &= 3x^3 - 6x^2 \quad x=1 \text{ için } P(-3) = -3 \end{aligned}$$

9. $P(x - 5) = x^2 - 12x + 9$ polinomu veriliyor.

Buna göre, $P(x + 5)$ polinomunun sabit terimi kaçtır? $x=0$

- A) -11 B) 11 C) 10 D) -16 E) -12

$$\begin{aligned} P(5) &= ? \\ P(x - 5) &= x^2 - 12x + 9 \\ x &= 10 \text{ için} \\ P(5) &= 100 - 120 + 9 \\ &= -11 \end{aligned}$$

12. $P(x)$ ve $Q(x)$ polinomları için,

$$\frac{Q(x + 1)}{P(x)} = 3x^2 - 4 \text{ eşitliği veriliyor.}$$

$Q(x + 2)$ polinomunun sabit terimi 5 olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?

- A) -5 B) 5 C) -3 D) 3 E) 2

$$\begin{aligned} Q(2) &= 5 \quad \left\{ \begin{array}{l} x=1 \text{ için} \\ Q(2) = 3 - 4 = -1 \\ \frac{Q(2)}{P(1)} = -1 \Rightarrow \frac{5}{P(1)} = -1 \\ P(1) &= -5 \end{array} \right. \end{aligned}$$

4. SORU TİPİ

TEK VE ÇİFT DERECELİ TERİMLERİN KATSAYILAR TOPLAMI

Bir $P(x)$ polinomunda,

- Çift dereceli terimlerin katsayılar toplamı: $\frac{P(1) + P(-1)}{2}$
- Tek dereceli terimlerin katsayılar toplamı: $\frac{P(1) - P(-1)}{2}$ olarak bulunur.

ACIL MATEMATİK



ÖRNEK

$$P(x) = (x^3 - 2x + 1)^{12}$$

polinomunun çift dereceli terimlerinin katsayılar toplamını bulalım.



ÖRNEK

$$P(x) = (x^2 + x + 1)^{10}$$
 polinomu veriliyor.

Buna göre, $P(x - 2)$ polinomunun tek dereceli terimlerinin katsayılar toplamını bulalım.



ÇÖZÜM

$$P(1) = 0^{12} = 0$$

$$P(-1) = 2^{12}$$

$$\text{Çift dereceli terimlerin katsayılar toplamı} = \frac{P(1) + P(-1)}{2}$$

$$\frac{P(1) + P(-1)}{2} = \frac{0 + 2^{12}}{2} = \frac{2^{12}}{2} = 2^{11} \text{ olarak bulunur.}$$



ÇÖZÜM

$P(x - 2)$ polinomunun tek dereceli terimlerinin toplamı için $P(x - 2)$ polinomunda x yerine,

- $x = 1$ ve $x = -1$ yazarak $P(-1)$ ve $P(-3)$ değerlerini bulmamız gerekiyor.

$$P(x) = (x^2 + x + 1)^{10}$$

$$\bullet x = -1 \rightarrow P(-1) = 1 \quad \bullet x = -3 \rightarrow P(-3) = 7^{10}$$

$$\text{Buna göre, } P(x - 2) \text{ polinomunun tek dereceli terimlerinin katsayılar toplamı} = \frac{P(-1) - P(-3)}{2} = \frac{1 - 7^{10}}{2} \text{ olur.}$$

ACIL MATEMATİK

$$1. \quad P(1) = 2^4 \quad P(-1) = 0$$

$P(x) = (x^3 + 1)^4$ polinomu veriliyor.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun tek dereceli terimlerinin katsayılar toplamı kaçtır?

- B) A) 4 B) 8 C) 12 D) 14 E) 16

$$\frac{2^4 - 0}{2} = 2^3 = 8$$

2. $P(x) = (x^2 - 2x - 1)^{16}$ polinomu veriliyor.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun çift dereceli terimlerinin katsayıları toplamı kaçtır?

- D) A) 1 B) $\frac{2^{16} + 1}{2}$ C) $\frac{2^{16} - 1}{2}$ D) 2^{16} E) 2^{17}

$$P(1) = 2^{16} \Rightarrow \frac{2^{16} + 2^{16}}{2} = \frac{2^{17}}{2} = 2^{16}$$

3. $P(x) = x^3 - 4x^2 + 5$ polinomu veriliyor.

Buna göre, $P(x^3 + 1)$ polinomunun çift dereceli terimlerinin katsayılar toplamı kaçtır?

- C) A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 10

$$P(2) = -3 \Rightarrow \frac{-3 + 5}{2} = 1$$

4. $(2x^3 - 3x^2)^{12} = a_1x^{36} + a_2x^{35} + a_3x^{34} + \dots + a_{13}x^{24}$

olduğuna göre, $a_2 + a_4 + \dots + a_{12}$ terimlerinin toplamı kaçtır?

- C) A) 1 B) $\frac{1 + 5^{12}}{2}$ C) $\frac{1 - 5^{12}}{2}$ D) $\frac{5^{12}}{2}$ E) 0

$$P(1) = 1 \Rightarrow \frac{P(1) - P(-1)}{2} = \frac{1 - 5^{12}}{2}$$

– PEKİŞTİRME TESTİ –

1. $P(x) = (3x + 1)^5$ $\frac{P(1)+P(-1)}{2} = ?$
 C polinomunun çift dereceli terimlerini katsayıları toplamı kaçtır?
 A) 468 B) 484 C) 496 D) 510 E) 528

$$P(1) = 4^5 \quad P(-1) = (-2)^5 \Rightarrow \frac{4^5 + (-2)^5}{2} = \frac{1024 - 32}{2} = 496$$

4. $P(x + 1) = x^2 + 2$ polinomu veriliyor. $\frac{P(4)+P(2)}{2}$
 Buna göre, $P(x + 3)$ polinomunun çift dereceli terimlerinin katsayılar toplamı kaçtır?
 C $\frac{P(4)+P(2)}{2}$
 A) -2 B) 2 C) 7 D) 6 E) $\frac{1+2^{10}}{2}$
 $x=1 \rightarrow P(4) = 11$
 $x=-1 \rightarrow P(2) = 3 \Rightarrow \frac{11+3}{2} = 7$

2. $P(x) = (x^2 - x + 1)^{12}$
 polinomunun çift dereceli terimlerini katsayıları toplamı kaçtır?
 E $\frac{1-3^{12}}{2}$ $\frac{3^{12}+1}{2}$
 A) 0 B) 1 C) 3^{12} D) $\frac{1-3^{12}}{2}$ E) $\frac{3^{12}+1}{2}$

$$P(1) = 1 \quad P(-1) = 3^{12}$$

$$\frac{1+3^{12}}{2}$$

5. $P(x + 2) = (x^2 + 2x + 1)^5$ polinomu veriliyor. $\frac{P(2)-P(0)}{2}$
 Buna göre, $P(x + 1)$ polinomunun tek dereceli terimlerinin katsayıları toplamı kaçtır?
 C $\frac{P(2)-P(0)}{2}$
 A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2
 $x=1 \rightarrow P(2) = 1$
 $x=-1 \rightarrow P(0) = 1 \Rightarrow \frac{1-1}{2} = 0$

3. $P(x) = x^4 - 8x^2 + x + 6$ polinomu veriliyor.
 Buna göre, $P(x + 3)$ polinomunun çift dereceli terimlerinin katsayılar toplamı kaçtır?
 C $\frac{P(4)+P(2)}{2}$
 A) 55 B) 60 C) 65 D) 70 E) 75

$$x=1 \rightarrow P(4) = 138 \quad x=-1 \rightarrow P(2) = -8 \Rightarrow \frac{138 + (-8)}{2} = \frac{130}{2} = 65$$

6. $P(x) = (x^2 + 4x - 4)^6$ polinomu veriliyor.
 Buna göre, $P(x)$ polinomunun çift ve tek dereceli terimlerinin katsayılar toplamı kaçtır?
 B $\frac{3^6-1}{2}$
 A) -1 B) 1 C) 12 D) 0 E) $\frac{3^6-1}{2}$

$$P(1) = (1+4-4)^6 = 1$$

– PEKİŞTİRME TESTİ –

7. $(x^2 + 5x - 3)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{20}x^{20}$

olduğuna göre, tek indisli katsayıların toplamı olan $a_1 + a_3 + \dots + a_{19}$ toplamı kaçtır? (Tek dereceli)

- B
- A) $\frac{3^{10} + 7^{10}}{2}$ B) $\frac{3^{10} - 7^{10}}{2}$ C) $\frac{2^{10} - 7^{10}}{2}$
D) $\frac{7^{10} - 3^{10}}{2}$ E) $\frac{2^{10} + 7^{10}}{2}$

$$P(1) = (1+5-3)^{10} = 3^{10}$$

$$P(-1) = (1-5-3)^{10} = 7^{10} \Rightarrow \frac{3^{10} - 7^{10}}{2}$$

10. $P(x) = (x^2 + 2x + k)^2$

polinomunun tek dereceli terimlerinin katsayıları toplamı 4 ise çift dereceli terimlerinin katsayıları toplamı kaçtır?

- C
- A) 8 B) 9 C) 5 D) 11 E) 12

$$P(1) = (3+k)^2 = k^2 + 6k + 9 = 9$$

$$P(-1) = (-1+k)^2 = k^2 - 2k + 1 = 1 \Rightarrow \text{Çift dereceli}$$

$$\frac{P(1) + P(-1)}{2} = \frac{9+1}{2} = 5$$

$$\frac{P(1) - P(-1)}{2} = \frac{k^2 + 6k + 9 - k^2 + 2k - 1}{2} = \frac{8k + 8}{2} = 4k + 4 = 4$$

$$k = 0$$

8. $P(x) = (x^5 - x^4 + 2x^3 - x^2 + 2)^3 \cdot (x^2 - 2x + 1)^3$

çok terimlisinin çift dereceli terimlerinin katsayıları toplamı kaçtır?

- A
- A) -864 B) 860 C) -850 D) 800 E) 810

$$P(1) = (1-1+2-1+2)^3 \cdot (1-2+1)^3 = 0$$

$$P(-1) = (-1-1-2-1+2)^3 \cdot (1+2+1)^3 = (-2)^3 \cdot (6)^3 = -1728$$

$$\frac{P(1) + P(-1)}{2} = \frac{0 - 1728}{2} = -864$$

11. $(2x + 2)^{12} = a_{13}x^{12} + a_{12}x^{11} + \dots + a_4x^3 + a_3x^2 + a_2x + a_1$

olduğuna göre, $a_{13} + a_{11} + a_9 + \dots + a_3$ işleminin sonucu kaçtır? (Çift dereceliden sabit terimi çıkart!)

- D
- A) $2^{24} - 2^{16}$ B) $2^{20} - 2^8$ C) $2^{20} - 2^{10}$
D) $2^{23} - 2^{12}$ E) 1

$$P(1) = 4^{12}$$

$$P(-1) = 0 \Rightarrow \frac{P(1) + P(-1)}{2} - P(0) = \frac{4^{12} + 0}{2} - 2^{12}$$

$$P(0) = 2^{12}$$

$$= \frac{4^{12}}{2} - 2^{12} = \frac{2^{24}}{2} - 2^{12} = 2^{23} - 2^{12}$$

9. $(x^2 - 3x + 4)^6 = a_{12}x^{12} + a_{11}x^{11} + \dots + a_2x^2 + a_1x + a_0$

olduğuna göre, $a_0 + a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10} + a_{12}$ (Çift dereceli) toplamı kaçtır?

- C
- A) $2^6 + 2^{12}$ B) $2^6 - 2^{17}$ C) $2^5 + 2^{17}$
D) $2^5 - 2^{17}$ E) $2^4 - 2^{12}$

$$P(1) = (1-3+4)^6 = 2^6$$

$$P(-1) = (1+3+4)^6 = 8^6 \Rightarrow \frac{2^6 + 8^6}{2} = 2^5 + 2^{17}$$

12. $(x^3 + x^2 + x + 2)^{10}$

polinomunun tek dereceli terimlerinin katsayısı ile çift dereceli terimlerinin katsayısı toplamının mutlak farkı kaçtır?

- C
- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

$$P(1) = 5^{10} \Rightarrow \text{Tek dereceli} = \frac{5^{10} - 1}{2}$$

$$P(-1) = 1 \Rightarrow \text{Çift dereceli} = \frac{5^{10} + 1}{2}$$

$$\text{Fark} = \frac{5^{10} + 1}{2} - \frac{5^{10} - 1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

5. SORU TİPİ

SABİT POLİNOM, SIFIR POLİNOM, POLİNOMLARIN EŞİTLİĞİ

Sabit Polinom: $c \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $P(x) = c$ polinomuna sabit polinom denir.

Sıfır Polinom: $P(x) = 0$ polinomuna sıfır polinom denir. Aynı zamanda sabittir.

Polinomların Eşitliği: $P(x)$ ve $Q(x)$ dereceli eşit olan iki polinom olmak üzere $P(x)$ ve $Q(x)$ polinomlarının aynı dereceli terimlerinin katsayıları eşit ise $P(x)$ ve $Q(x)$ polinomları eşit polinomlardır.

ACIL MATEMATİK



ÖRNEK

$$P(x) = 7x^4 - 5x^2 + (a-3)x + 12$$

$$Q(x) = (b-1)x^4 + (c-7)x^2 + 6x + d$$

Yukarıda verilen $P(x)$ ve $Q(x)$ polinomları eşit polinomlar olduğuna göre, $a + b + c + d$ kaçtır?



ÇÖZÜM

$P(x)$ ve $Q(x)$ polinomları eşit olduğu için aynı dereceli terimlerin katsayıları eşittir.

$$P(x) = Q(x)$$

$$7x^4 - 5x^2 + (a-3)x + 12 = (b-1)x^4 + (c-7)x^2 + 6x + d$$

$$\begin{aligned} 7 &= b-1 & -5 &= c-7 & a-3 &= 6 & 12 &= d \\ 8 &= b & 2 &= c & a &= 9 & & \end{aligned}$$

$$a + b + c + d = 9 + 8 + 2 + 12$$

$$a + b + c + d = 31 \text{ olur.}$$



ÖRNEK

$$P(x) = (a-5)x^3 - (b+2)x^2 + (c-7)x + 12$$

polinomu sabit polinom olduğuna göre, $a + b + c$ toplamını bulunuz.



ÇÖZÜM

$P(x)$ sabit polinom olduğuna göre, x 'li terim olamaz.

$$P(x) = \underbrace{(a-5)}_0 x^3 - \underbrace{(b+2)}_0 x^2 + \underbrace{(c-7)}_0 x + 12$$

$$\begin{aligned} a-5 &= 0 & b+2 &= 0 & c-7 &= 0 \\ a &= 5 & b &= -2 & c &= 7 \end{aligned}$$

$$\text{Buna göre, } a + b + c = 5 + (-2) + 7 = 10 \text{ olur.}$$

ACIL MATEMATİK

1. $P(x) = (a-5)x^2 + (b+3)x + c-7$
polinomu sıfır polinom olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

E

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8

E) 9

$$a=5 \quad b=-3 \quad c=7 \rightarrow a+b+c=9$$

3. $P(x)$ sabit ve $Q(x)$ sıfır polinom olmak üzere,

$$2P(5) - Q(x) + 13 = P(x) + 33$$

$$P(x)=c \quad Q(x)=0$$

eşitliği sağlandığına göre, $P(2024)$ kaçtır?

B

- A) 13 B) 20 C) 25 D) 30 E) 33

$$2c - 0 + 13 = c + 33 \rightarrow c = 20 \rightarrow P(x) = 20$$

$$P(2024) = 20$$

2. $P(x) = (a-2)x^3 - (a+b-5)x + 2a + b$
polinomu sabit bir polinom olduğuna göre, $P(3)$ kaçtır?

C

- A) 3 B) 5 C) 7 D) 12 E) 15

$$\begin{aligned} a &= 2 \\ b &= 3 \rightarrow P(x) = 7 \\ P(3) &= 7 \end{aligned}$$

4. $P(x) = (a-5)x^7 + 3x^4 + b$

$$Q(x) = (c-2)x^4 + (d+1)x^2 + 19$$

polinomları veriliyor.

$$\begin{aligned} a &= 5 & c &= 5 & d &= -1 & b &= 19 \end{aligned}$$

$P(x) = Q(x)$ olduğuna göre, $a + b + c + d$ kaçtır?

C

- A) 20 B) 24 C) 28 D) 30 E) 32

$$a+b+c+d = 28$$

1.E 2.C 3.B 4.C

– PEKİŞTİRME TESTİ –

1. $P(x) = 3x^3 - (a+1)x^3 + (a+b-5)x^2 - 3$
polinomu sabit polinom olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 5 D) 9 E) 0

$$P(x) = x^3(3-a-1) + (a+b-5)x^2 - 3$$

$$\begin{aligned} 3-a-1 &= 0 & a+b-5 &= 0 \\ a &= 2 & -3+b &= 0 \rightarrow b=3 \\ a+b &= 5 \end{aligned}$$

4. $P(x) = (a-5)x^3 - 7x + c$
 $Q(x) = (b+2)x^4 - 3x^3 + dx + 8$
polinomları veriliyor.

$P(x) = Q(x)$ olduğuna göre, $\frac{a+c}{b-d}$ oranı kaçtır?

A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$c=8 \quad b=-2 \quad d=-7 \quad a=2$$

$$\frac{a+c}{b-d} = \frac{2+8}{-2-(-7)} = \frac{10}{5} = 2$$

2. $P(x)$ bir polinom ve $Q(x)$ sabit bir polinom olmak üzere,
 $P(x) = 2x + 5 - Q(3)$ ifadesi veriliyor.
Buna göre, $P(1) + Q(1)$ toplamının değeri kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 11

$$\begin{aligned} P(x) &= 2x + 5 - c \\ \downarrow x=1 \text{ için} & P(1) = 2+5-c \\ P(1)+c &= 7 \end{aligned}$$

5. $P(x)$ ve $Q(x)$ eşit polinomlardır.

$$P(x) \cdot Q(x) = 16(x^2 - 6x + 9)$$

$$P(4) \cdot Q(4) \text{ çarpımı kaçtır?}$$

A) 16 B) 15 C) 10 D) 5 E) 1

$$P(x) \cdot Q(x) = 4^2 \cdot (x-3)^2$$

$$P^2(x) = [4(x-3)]^2 \quad x=4 \text{ için} \quad P^2(4) = (4 \cdot 1)^2 = 16$$

3. $P(x) = (a-7)x^6 + (b-2)x^3 + 7x^{a-7} + 12$
polinomu sabit bir polinom olduğuna göre, $P(12)$ kaçtır?

A) 5 B) 7 C) 10 D) 12 E) 19

$$\begin{aligned} a-7 &= 0 & b-2 &= 0 \\ a &= 7 & b &= 2 \text{ yerine yazalım!} \end{aligned}$$

$$P(x) = 7 \cdot x^0 + 12$$

$$P(x) = 19 \text{ ise } P(12) = 19 \text{ olur.}$$

6. $P(x) = (a-b)x^3 - (b-2)x^{a-1} + a + b$

polinomu sabit polinom olduğuna göre, $P(4)$ değeri en az kaçtır?

A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

$$a=1 \text{ ise } a=b=1 \Rightarrow P(x) = -(-1)+1+1=3 \text{ en az}$$

$$b=2 \text{ ise } a=b \text{ den } a=2$$

$$P(x) = 0 \cdot x^{2-1} + 2 + 2$$

$$P(x) = 4$$

– PEKİŞTİRME TESTİ –

7. $P(x) = (2a + 4)x^3 + (a + 2b - 4)x + 1$

ifadesi sabit polinomdur.

Buna göre $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) -1 D) 2 E) -2

$$\begin{aligned} 2a + 4 &= 0 & a + 2b - 4 &= 0 \\ 2a &= -4 & -6 + 2b &= 0 \\ a &= -2 & b &= 3 \\ a + b &= 1 \end{aligned}$$

10. $P(x) = 2x + 3$

$Q(x) = x^2 + x - 2$

$P(x) \cdot Q(x) - Q(x)$ polinomu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x^2 - 4x + 1$ B) $2x^3 + 5x^2 - 2x$
C) $2x^3 + 4x^2 - 2x - 4$ D) $2x^3 - 4x^2 - 2x - 4$

$$\begin{aligned} E) 2x^3 + 3x^2 - 2x + 3 \\ (2x+3)(x^2+x-2) - (2x+3) &= (x^2+x-2)(2x+2) \\ &= 2x^3 + 2x^2 + 2x^2 + 2x - 4x - 4 = 2x^3 + 4x^2 - 2x - 4 \end{aligned}$$

8. $P(x) = 4x^2 + (a + 1)x + c - 3$

$Q(x) = (b - 2)x^2 + 4x + 1$

polinomları eşit olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

- A) 13 B) 10 C) 11 D) 12 E) 14

$$\begin{aligned} b - 2 &= 4 & a + 1 &= 4 & c - 3 &= 1 \\ b &= 6 & a &= 3 & c &= 4 \\ a + b + c &= 13 \end{aligned}$$

11. $P(x) = 3x^2 + 3x - 1$

$Q(x) = ax^2 + bx + c$

polinomları veriliyor.

$2P(x) - Q(x) = 3x^2 - 7x + 5$ olduğuna göre, $a - b - c$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 2

$$\begin{aligned} (6-a)x^2 + (6-b)x - 2 - c &= 3x^2 - 7x + 5 \\ 6-a &= 3 & 6-b &= -7 & -2-c &= 5 \\ a &= 3 & b &= 13 & c &= -7 \\ a - b - c &= -3 \end{aligned}$$

9. Her x reel sayısı için,

$(x + 1) \cdot (2x - 1) = ax^2 + bx - 1$

olduğuna göre, $a - b$ farkı kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) 3 D) 4 E) 5

$$\begin{aligned} 2x^2 - x + 2x - 1 &= 2x^2 + x - 1 = ax^2 + bx - 1 \\ a &= 2 & b &= 1 \\ a - b &= 1 \end{aligned}$$

12. $P(x) = x^2 + 2x - 3$

$Q(x) = 2x - m$

polinomları veriliyor.

$P(x^2) - 3P(x) \cdot Q(x^2)$ polinomunda x^2 li terimin katsayısı 26 olduğuna göre, m kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$\begin{aligned} x^4 + 2x^2 - 3 - 3(x^2 + 2x - 3)(2x^2 - m) &= \\ = 2x^2 + 3mx^2 + 18x^2 &\Rightarrow x^2(2 + 3m + 18) \\ 26 \text{ ise } m &= 2 \end{aligned}$$

6. SORU TİPİ

POLİNOMLARDA TOPLAMA, ÇIKARMA VE ÇARPMA İŞLEMİ

Toplama – Çıkarma: Polinomlar toplanırken veya çıkarılırken eşit dereceli olan terimlerin katsayıları kendi aralarında işleme alınır.

Çarpma: İki polinom çarpılırken polinomlardan birinin her bir terimi, diğer polinomun her bir terimi ile çarpılıp, her bir çarpımın sonucu toplanır.

ACIL MATEMATİK

ÖRNEK

$$P(x) = x^2 - x + 1$$

$$Q(x) = 3x^2 + 5x$$

polinomları veriliyor.

Buna göre, $P(x) \cdot Q(x)$ çarpımının eşitini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$P(x) \cdot Q(x) = (x^2 - x + 1) \cdot (3x^2 + 5x)$$

$$P(x) \cdot Q(x) = 3x^4 + 5x^3 - 3x^3 - 5x^2 + 3x^2 + 5x$$

$$P(x) \cdot Q(x) = 3x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 5x$$

ÖRNEK

$$P(x) = 3x^4 - 5x^2 + 7x + 12$$

$$Q(x) = 5x^3 + 6x^2 + 4x - 8$$

polinomları veriliyor.

Buna göre, $P(x) + 2Q(x)$ toplamının eşitini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$P(x) + 2Q(x)$$

$$3x^4 - 5x^2 + 7x + 12 + 2(5x^3 + 6x^2 + 4x - 8)$$

$$3x^4 - 5x^2 + 7x + 12 + 10x^3 + 12x^2 + 8x - 16$$

$$P(x) + 2Q(x) = 3x^4 + 10x^3 + 7x^2 + 15x - 4$$

1. $P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x + 1$
 $Q(x) = x^3 + 3x^2 + 7x + 9$
 polinomları veriliyor. $= 5x^2 - 12x + 10$

Buna göre, $P(x) - Q(x)$ farkı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2x^3 - x^2 + 2x - 8$ B) $5x^2 + 2x + 10$ C) $5x^2 - 12x + 10$
 D) $-x^2 + 12x + 10$ E) $x^2 - 2x + 8$

3. $P(x)$ ve $Q(x)$ birer polinomdur.

$$P(x) = x^3 + 2x^2 + 5x + 13 \rightarrow P(2) = 8 + 8 + 10 + 13 = 39$$

$$Q(x) = -2x^2 + 7x + 9 \rightarrow 3 \cdot Q(1) = 3 \cdot 14 = 42$$

olmak üzere, $P(2) + 3Q(1)$ toplamının sonucu kaçtır?

A) 47 B) 48 C) 53 D) 55 E) 81

2. $P(x) = 2x^2 - 5x + 10 \rightarrow 2P(x) = 4x^2 - 10x + 20$
 $Q(x) = -x^3 + 3x^2 + 8 \rightarrow 3Q(x) = -3x^3 + 9x^2 + 24$
 polinomları veriliyor. $= -3x^3 + 13x^2 - 10x + 44$

Buna göre, $2P(x) + 3Q(x)$ toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^3 - 2x + 18$ B) $-x^3 + 5x^2 - 5$ C) $7x^3 + 8x^2 + 18$
 D) $-x^3 + 13x^2 - 12x + 44$ E) $-3x^3 + 13x^2 - 10x + 44$

4. $P(x) = 5x + 2$
 $Q(x) = x^2 + 1$
 polinomları veriliyor. $P(x) \cdot Q(x) = (5x+2)(x^2+1)$
 $= 5x^3 + 5x + 2x^2 + 2$

Buna göre, $P(x) \cdot Q(x)$ çarpımının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $5x^3 + 2x^2 + 5x + 2$ B) $5x^3 + 7x + 2$ C) $5x^2 + 10x + 2$
 D) $5x^4 + 2x^2 + 10$ E) $5x^3 - 2x^2 + 10x - 2$

– PEKİŞTİRME TESTİ –

1. $P(x) = x^4 - 3 \rightarrow P(2) = 16 - 3 = 13$
 $Q(x) = x^2 + x \rightarrow Q(2) = 4 + 2 = 6$
 $R(x) = P(x) + Q(x)$
 polinomları veriliyor.
 Buna göre, $R(2)$ kaçtır?
 A) 11 B) 13 C) 17 **D) 19** E) 21
 $R(2) = P(2) + Q(2) = 13 + 6 = 19$

4. $P(x)$ ve $Q(x)$ birer polinomdur.
 $\frac{2}{P(x) + Q(x) = x^2 - 2x + 4}$
 $+ P(x) - 2Q(x) = -2x^2 + x - 11$
 Yukarıdaki eşitliklere göre, $P(3) + Q(1)$ kaçtır?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
 $3P(x) = -3x - 3$ $Q(x) = x^2 - x + 5$
 $P(x) = -x - 1$ $Q(1) = 5$
 $P(3) = -4$ $\checkmark$
 $\text{Toplam} = 1$

2. $P(x) = x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$
 $+ Q(x) = -x^4 + x^3 + P(x)$
 polinomları veriliyor.
 Buna göre, $P(x) + Q(x)$ toplamının eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $x^4 + 2x^2 - 2x + 2$ B) $2x^2 - 2x + 2$ C) $2x^4 - 2x^3$
D) $x^4 - x^3 + 2x^2 - 2x + 2$ E) $x^4 - x^3$
 $P(x) + Q(x) = P(x) + x^2 - x + 1$
 $Q(x) = x^2 - x + 1$ ise
 $P(x) + Q(x) = x^4 - x^3 + 2x^2 - 2x + 2$

5. $P(x) = x^2 - 2x + 1$
 $Q(x) = x^3 - 4$ $P(x) + R(x) = x^4 + x^2$
 $R(x) = x^4 + 2x - 1$
 polinomları veriliyor.
 Buna göre, $[P(x) + R(x)] \cdot Q(x)$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?
 A) $x^7 + 4x^5 + x^4 - 4$ B) $x^7 + x^5 - 4$ C) $x^7 + 4x^2 + 4$
D) $x^7 + x^5 - 4x^4 - 4x^2$ E) $x^4 + x^2 - 4$
 $(x^4 + x^2) \cdot (x^3 - 4) = x^7 + x^5 - 4x^4 - 4x^2$

3. $P(x) = x^4 - x^3 - 2x \rightarrow P(2) = 4$
 $Q(x) = x^3 + x \rightarrow Q(2) = 10$
 polinomları veriliyor.
 Buna göre, $Q(2) \cdot P(x) - P(2) \cdot Q(x)$ işleminin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
 A) $8x^4 - 16x^3 - 12x$ **B) $10x^4 - 14x^3 - 24x$**
 C) $14x^4 - 10x^3 + 24x$ D) $4x^4 + 12x^3 - 14x$
 E) $-14x^4 + 10x^3 - 24x$

6. $P(x) = 2x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 4x - 2$
 $Q(x) = 5x^3 + 2x^2 + 4x + 6$
 polinomları veriliyor.
 Buna göre, $P(x) \cdot Q(x)$ çarpımındaki x^5 li terimin katsayısı kaçtır?
 A) 29 B) 31 C) 33 D) 35 **E) 37**
 $2x^4 \cdot 4x - 3x^3 \cdot 2x^2 + 7x^2 \cdot 5x^3$
 $= 8x^5 - 6x^5 + 35x^5 = 37x^5$

10. $P(x) - 4 \cdot Q(x)$
 $= 10x^4 - 10x^3 - 20x - 4x^3 - 4x = 10x^4 - 14x^3 - 24x$

– PEKİŞTİRME TESTİ –

7. $(P(x))^2 = (3x-1)^2 = 9x^2 - 6x + 1$

$Q(x) = 5x + 2$

olduğuna göre, $P^2(x) - Q(x)$ polinomu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $9x^2 - 11x + 1$ B) $9x^2 - 11x - 1$ C) $9x^2 - 10x + 1$
D) $9x^2 + 10x + 1$ E) $8x^2 - 12x - 1$

$9x^2 - 6x + 1 - 5x - 2 = 9x^2 - 11x - 1$

10. $P(x) = (x-3)^2 \cdot (x^2+1)^2$

polinomunda x^4 lü terimin katsayısı kaçtır?

- A) 25 B) 27 C) 21 D) 20 E) 11

$(x^2 - 6x + 9)(x^4 + 2x^2 + 1)$

$= x^2 \cdot 2x^2 + 9x^4 = 2x^4 + 9x^4 = 11x^4$

8. $P(x) = 3x - 2$

$Q(x) = 6x + 3$

$P(x) \cdot Q(x) = (3x-2) \cdot (6x+3) = 18x^2 - 3x - 6$

$P(x) \cdot Q(x) = ax^2 + bx + c$ olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

$ax^2 + bx + c = 18x^2 - 3x - 6$ ise $a=18, b=-3, c=-6$

$a+b+c=9$

11. $P(x) = 3x^2 + ax - 3$

$\rightarrow 3P(x) = 9x^2 + 3ax - 9$

$Q(x) = bx^2 + 5x + c$

$\rightarrow -2Q(x) = -2bx^2 - 10x - 2c$

polinomları veriliyor.

$3P(x) - 2Q(x) = 11x^2 + 5x + 9$ olduğuna göre, $a - b - c$ ifadesinin eşiti kaçtır?

- A) -12 B) -13 C) -15 D) 15 E) 16

$11x^2 + 5x + 9 = x^2(9-2b) + x(3a-10) - 9-2c$

$9-2b=11$

$b=-1$

$3a-10=5$

$a=5$

$9=-9-2c$

$-2c=18$

$c=-9 \rightarrow a-b-c=15$

9. $P(x) = 3x^5 - x^4 + 2x^3 + x^2 + 3$

$Q(x) = x^3 + 2x^2 + 3x + 2$

polinomları veriliyor.

Buna göre, $P(x) \cdot Q(x)$ çarpım polinomunda x^6 li terim ile x^5 li terimlerin katsayılar toplamı kaçtır?

- A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

$x^6 \rightarrow 3x^5 \cdot 3x + (-x^4) \cdot 2x^2 + 2x^3 \cdot x^3 = 9x^6$

$x^5 \rightarrow 3x^5 \cdot 2 + (-x^4) \cdot 3x + 2x^3 \cdot 2x^2 + x^2 \cdot x^3 = 8x^5$

$9+8=17$

12. $P(x) = x^2 + 7x + 10$

$\rightarrow P(x^2) = x^4 + 7x^2 + 10$

$Q(x) = x + m + 1$

$\rightarrow Q(x^2) = x^2 + m + 1$

olmak üzere, $P(x^2) + 3P(x) \cdot Q(x^2)$ polinomunda x^2 li terimin katsayısı -2 olduğuna göre, m değeri kaçtır?

- A) -12 B) -13 C) -14 D) 13 E) 14

$x^4 + 7x^2 + 10 + 3 \cdot (x^2 + 7x + 10) \cdot (x + m + 1) \cdot (x^2 + m + 1)$

$7x^2 + 3(m x^2 + x^2 + 10x^2)$

$40x^2 + 3mx^2 = (40+3m)x^2$

$40+3m=-2 \Rightarrow 3m=-42 \Rightarrow m=-14$

7. SORU TİPİ

POLİNOMLARDA DERECE

$P(x)$ ve $Q(x)$ birer polinom olmak üzere $\text{der}[P(x)] = m$ ve $\text{der}[Q(x)] = n$ olsun. ($m > n$ ve $m, n \in \mathbb{N}$)

- $\text{der}[P(x) \pm Q(x)] = m$ • $\text{der}[P(x) \cdot Q(x)] = m + n$
- $\text{der}[k \cdot P(x)] = m$ • $\text{der}[P(k)] = m$
- $\text{der}[P(x^k)] = k \cdot m$ • $\text{der}[P^k(x)] = k \cdot m$
- $Q(x)$ polinomu $P(x)$ polinomu tam bölüyor ise;

$$\text{der} \left[\frac{P(x)}{Q(x)} \right] = m - n$$

UYARI:

- $\text{der}[P(x)] \text{ der}[Q(x)] = m + n$
- $\text{der}[P(x)] \cdot \text{der}[Q(x)] = m \cdot n$
- $\text{der} \left[\frac{P(x)}{Q(x)} \right] = \frac{m}{n}$
- $(\text{der}[P(x)])^k = m^k$

ACİL MATEMATİK



ÖRNEK

$$P(x) = 7x^5 - 5x^4 + 3x^2 + 7$$

$$Q(x) = 5x^4 - 13x^3 + 12x$$

Yukarıda verilen $P(x)$ ve $Q(x)$ polinomları için yanda verilen polinomların derecelerini bulunuz.



ÇÖZÜM

a) $\text{der}[P(x) + Q(x)]$

• Toplama yapılırken büyük olan derece alınır.

$$\text{der} \left[\underbrace{P(x)}_5 + \underbrace{Q(x)}_4 \right] = 5$$

c) $\text{der}[P(2x + 1)]$

• $P(x)$ içerisindeki x herhangi bir sabit sayı ile çarpılırsa derece değişmez.

$$\text{der} \left[\underbrace{P(2x + 1)}_5 \right] = 5$$

b) $\text{der}[P(x) \cdot Q(x)]$

• Çarpma yapılırken dereceler toplanır.

$$\text{der} \left[\underbrace{P(x)}_5 \cdot \underbrace{Q(x)}_4 \right] = 5 + 4 = 9$$

d) $\text{der}[x^6 \cdot P(x)]$

• Çarpma yapılırken dereceler toplanır.

$$\text{der} \left[\underbrace{x^6}_6 \cdot \underbrace{P(x)}_5 \right] = 6 + 5 = 11$$

1. $\text{der}[P(x)] = 7$

$\text{der}[Q(x)] = 5$

Yukarıda dereceleri verilen $P(x)$ ve $Q(x)$ polinomları için $\text{der}[P(x) + Q(x)]$ kaçtır?

- B A) 5 B) 7 C) 9 D) 12 E) 140

Toplama yapılırken büyük olan alınır. 7

2. $P(x) = x^5 + 2x$

$Q(x) = x^4 + 1$

$R(x) = 2x^5 - x^2$

polinomları veriliyor.

Buna göre, $\text{der}[R(x) + P(x) \cdot Q(x)]$ ifadesinin sonucu kaçtır?

- E A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

ACİL MATEMATİK

3. $\text{der}[P(x)] = 6 \rightarrow P^2(x) = (x^6)^2 = x^{12}$
 $\text{der}[Q(x)] = 5 \rightarrow Q(3x+1) = (3x+1)^5 = 5x^5$
 $\text{der}[R(x)] = 3 \rightarrow R^3(x) = (x^3)^3 = x^9$

Yukarıda dereceleri verilen polinomlar için $\text{der}[P^2(x) + Q(3x+1) \cdot R^3(x)]$ ifadesinin sonucu kaçtır? $x^{12} + x^5 \cdot x^9 = x^{12} + x^{14} \rightarrow \text{derece } 14$

- C A) 10 B) 12 C) 14 D) 20 E) 26

4. $P(x) = x^4 - 6x^3 + 2x^2 + 1 \rightarrow \text{derece} = 4 \rightarrow P^2(x) = x^8$
 $Q(x) = x^6 + 7x^5 + 3x^3 + 4x \rightarrow \text{derece} = 6$
 polinomları veriliyor.

Buna göre, $\text{der}[x^4 P^2(x) - x^3 \cdot Q(5x)]$ ifadesinin sonucu kaçtır? $x^4 \cdot x^8 - x^3 \cdot x^6 = x^{12} - x^9 \rightarrow \text{derece} = 12$

- D A) 3 B) 7 C) 9 D) 12 E) 15

– PEKİŞTİRME TESTİ –

1. $\text{der}[P(x)] = 5 \rightarrow P^2(x) = (x^5)^2 = x^{10}$

Yukarıda derecesi verilen $P(x)$ polinomu için $\text{der}[x^4 P^2(x+1)]$ ifadesinin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 10 C) 14 D) 20 E) 22

$$x^4 \cdot (x^5)^2 = x^4 \cdot x^{10} = x^{14}$$

4. $P(x)$ ve $Q(x)$ birer polinomdur. $\text{der}[P(x)] = m$
 $\text{der}[Q(x)] = n$

$$\text{der}[P(x) \cdot Q(x)] = 6$$

$$\text{der}\left[\frac{P^2(x)}{Q^3(x)}\right] = 7$$

olduğuna göre, $\text{der}[P(x)] \cdot \text{der}[Q(x)]$ ifadesinin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 5 C) 6 D) 10 E) 15

$$\begin{aligned} 3/ \quad m+n &= 6 \Rightarrow 3m+3n=18 \\ 2m-3n &= 7 \quad + \quad 2m-3n=7 \\ \hline 5m &= 25 \quad m=5 \quad n=1 \end{aligned}$$

2. $P(x) = x^3 + 2 \rightarrow P^2(x^3) = ((x^3)^3)^2 = x^{18}$
 $Q(x) = x^7 - x^5 \rightarrow Q(2x) = x^{14} - x^{10}$

polinomları veriliyor.

Buna göre, $\text{der}[P^2(x^3) + x^9 \cdot Q(2x)]$ ifadesinin sonucu kaçtır?

- A) 32 B) 18 C) 14 D) 9 E) 6

$$x^{18} + x^9 \cdot x^7 = x^{18} + x^{16}$$

derece = 18

5. $P(x) = (x^2 - 2x + 3)^7 \rightarrow \text{derece} = 14$
 $Q(x) = (4 - x^3)^5 \rightarrow \text{derece} = 15$

polinomları veriliyor.

Buna göre, $\text{der}[P(x) \cdot Q(x)]$ ifadesinin sonucu kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 15 D) 29 E) 35

$$\text{der}(x^{14} \cdot x^{15}) = x^{29} \rightarrow \text{derece} = 29$$

3. $P(x)$ ve $Q(x)$ birer polinomdur.

$$\text{der}[P(x) \cdot Q(x)] = 32$$

$$\frac{\text{der}[P(x)]}{\text{der}[Q(x)]} = \frac{3}{5}$$

$$\begin{aligned} d[P(x)] &= m \\ d[Q(x)] &= n \end{aligned}$$

olduğuna göre, $\text{der}[x^5 P(x) \cdot Q(5x+1)]$ ifadesinin sonucu kaçtır?

- A) 5 B) 12 C) 20 D) 32 E) 37

$$\begin{aligned} m+n &= 32 \\ \frac{m}{n} &= \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{m}{3} = \frac{n}{5} \\ 5m &= 3n \\ 5m &= 3 \cdot \frac{32-m}{5} \\ 25m &= 96 - 3m \\ 28m &= 96 \\ m &= 12 \\ n &= 20 \end{aligned}$$

derece 37

6. $P(x) = x^7 - 2x^5 + x^2 + 17 \rightarrow \text{derece} = 7$
 $Q(x) = x^3 - 2x + 3 \rightarrow \text{derece} = 3$

polinomları veriliyor.

Buna göre, $\text{der}[P(2x)] + \text{der}[x^3 \cdot Q^2(x)]$ ifadesinin sonucu kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 16

$$\begin{aligned} d(x^7) &+ d(x^3 \cdot x^6) \\ 7 &+ 9 = 16 \end{aligned}$$

– PEKİŞTİRME TESTİ –

7. $P(x) = x^2 - 3x + 1 \rightarrow d[P(x)] = 2$

$Q(x) = x^4 + 5x \rightarrow d[Q(x)] = 4$

polinomları veriliyor.

Buna göre, $der[P(x) \cdot Q(x)]$ kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$4 + 2 = 6$

10. $P(x)$ ve $Q(x)$ polinomları için

$der\left[\frac{P(x)}{Q(x)}\right] = 1$

$d[P(x)] = m$
 $d[Q(x)] = n$

$der[P(x) \cdot Q(x)] = 11$

olduğuna göre, $der[P(x^2) \cdot Q(x)]$ kaçtır?

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

$m - n = 1$

$m + n = 11$

$2m = 12$

$m = 6 \quad n = 5$

$2m + n = 17$

8. $P(x)$ ve $Q(x)$ polinomları için $d[P(x)] = m$

$der[P(2x) \cdot Q(x^2)] = 14$

$der[P^2(x) \cdot Q(3x + 1)] = 16$

olduğuna göre, $der[P(x)] + der[Q(x)]$ kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 10 D) 12 E) 14

$m + 2n = 14$

$2m + n = 16$

$3m + 3n = 30$

$m + n = 10$

11. $der[P(x)] = 5$

$der[Q(x)] = 4$

$d[x^2 \cdot x^5 + (x^4)^2]$

olmak üzere, $der[x^2 \cdot P(x) + Q^2(x)]$ kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

$d[x^7 + x^8] = 8$

9. $P(x)$ ve $Q(x)$ polinomları için

$der[x^7 + P(x)] = 8$

$der[P(x) + Q(x)] = 8 \rightarrow d[Q(x)] \leq 8$

$der[x^3 + Q(x)] = der[Q(x)] \rightarrow d[Q(x)] \geq 3$

olduğuna göre, $der[Q(x)]$ polinomunun alabileceği kaç farklı değer vardır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

$3 \leq \downarrow \leq 8$

$3, 4, 5, 6, 7, 8 \Rightarrow 6 \text{ tane}$

12. $P(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 1$

$Q(x) = -x^3 + 2x^2 + 5x + 4$

olmak üzere, $der[P(x) + Q(x)]$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$d(P(x) + Q(x)) = (8x + 5) \rightarrow \text{derece} = 1$

8. SORU TİPİ

POLİNOMLARDA BÖLME İŞLEMİ

$P(x)$, $Q(x)$, $R(x)$ ve $K(x)$ birer polinomdur. ($Q(x) \neq 0$)

$$\begin{array}{l} P(x) \\ \hline Q(x) \end{array} \left| \begin{array}{l} Q(x) \\ R(x) \end{array} \right. \begin{array}{l} \bullet P(x) = Q(x) \cdot R(x) + K(x) \\ \bullet \text{der}[Q(x)] > \text{der}[K(x)] \\ \bullet K(x) = 0 \text{ ise } P(x) \text{ polinomu } Q(x) \text{ polinomuna tam bölünür denir.} \end{array}$$

ACİL MATEMATİK



ÖRNEK

$$\begin{array}{l} x^2 - 2x - 8 \\ \hline K(x) \end{array} \left| \begin{array}{l} x - 4 \\ B(x) \end{array} \right.$$

Yandaki bölme işlemine göre, $B(x)$ ve $K(x)$ polinomlarını bulunuz.



ÇÖZÜM

$$\begin{array}{l} x^2 - 2x - 8 \\ \hline x^2 - 4x \\ \hline 2x - 8 \\ \hline 2x - 8 \\ \hline 0 \end{array} \left| \begin{array}{l} x - 4 \\ x + 2 \end{array} \right.$$

Polinomlarda bölme yapılırken bölünen kısmındaki polinomun en büyük dereceli terimi ile bölen kısmındaki polinomun en büyük dereceli terimine bakılır.

ACİL MATEMATİK

1. $B(x)$ ve $K(x)$ birer polinomdur.

$$\begin{array}{l} x^2 + 7x + 14 \\ \hline K(x) \end{array} \left| \begin{array}{l} x + 3 \\ B(x) \end{array} \right.$$

Yukarıda verilen bölme işlemine göre, $B(x) + K(x)$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x + 4$ B) $x + 6$ C) $x + 8$ D) $x + 10$ E) $x + 14$

$$\begin{array}{l} x^2 + 7x + 14 \\ \hline x^2 + 3x \\ \hline 4x + 14 \\ \hline 4x + 12 \\ \hline 2 \rightarrow K(x) \end{array} \left| \begin{array}{l} x + 3 \\ x + 4 \rightarrow B(x) \end{array} \right. \Rightarrow B(x) + K(x) = x + 6$$

3. $K(x)$ bir polinomdur.

$$\begin{array}{l} 2x^4 + 3x^3 - 4x^2 + 5x + 2 \\ \hline K(x) \end{array} \left| \begin{array}{l} x^2 + 2x + 3 \\ 2x^2 - x - 8 \end{array} \right.$$

Yukarıda verilen bölme işlemine göre, $K(x)$ polinomu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $13x + 24$ B) $24 - 13x$ C) $-12x + 40$ D) $17x + 30$ E) $24x + 26$

$$\begin{array}{l} -x^3 - 10x^2 + 5x + 2 \\ \hline -x^3 - 2x^2 - 3x \\ \hline -8x^2 + 8x + 12 \\ \hline -8x^2 - 16x - 24 \\ \hline 24x + 26 = K(x) \end{array}$$

2. $B(x)$ ve $K(x)$ birer polinomdur.

$$\begin{array}{l} x^3 + 8 \\ \hline K(x) \end{array} \left| \begin{array}{l} x + 2 \\ B(x) \end{array} \right.$$

Yukarıdaki bölme işlemine göre, $B(3)$ kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

$$\begin{array}{l} x^3 + 8 \\ \hline x^3 + 2x^2 \\ \hline -2x^2 + 8 \\ \hline -2x^2 - 4x \\ \hline 4x + 8 \\ \hline 4x + 8 \\ \hline 0 \rightarrow K(x) \end{array} \left| \begin{array}{l} x + 2 \\ x^2 - 2x + 4 = B(x) \end{array} \right. \Rightarrow B(3) = 3 - 6 + 4 = 7$$

4. $P(x)$ ve $K(x)$ birer polinomdur.

$$\begin{array}{l} x^7 - x^3 + x^2 + 1 \\ \hline K(x) \end{array} \left| \begin{array}{l} x^4 - 2 \\ P(x) \rightarrow x^3 \end{array} \right.$$

Yukarıda verilen bölme işlemine göre, $\text{der}[P(x) \cdot Q(x)]$ ifadesinin sonucu en çok kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 6 D) 9 E) 12

$$x^3 \cdot x^3 = x^6 \rightarrow \text{derece} = 6$$

– PEKİŞTİRME TESTİ –

$$\begin{array}{r} x^2 + 5x + 7 \\ \hline K(x) \end{array} \begin{array}{r} x + 3 \\ \hline B(x) \end{array}$$

Yukarıda verilen bölme işlemine göre, $B(x) + K(x)$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x + 1$ B) $x + 3$ C) $x + 5$ D) 1 E) 0

$$\begin{array}{r} x^2 + 5x + 7 \\ -x^2 + 3x \\ \hline 2x + 7 \\ -2x + 6 \\ \hline 1 = K(x) \end{array} \quad \begin{array}{r} x + 3 \\ \hline B(x) \end{array}$$

$B(x) + K(x) = x + 3$

4. a bir gerçekte sayıdır.

$$(x+1) \cdot P(x) = x^2 + ax + 8 \quad x = -1 \text{ için}$$

$$= 1 - a + 8 \Rightarrow a = 9$$

eşitliğini sağlayan $P(x)$ polinomu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x + 1$ B) $x + 5$ C) $x + 6$ D) $x + 8$ E) $x + 9$

$$(x+1) \cdot P(x) = x^2 + 9x + 8 = (x+1)(x+8)$$

$$P(x) = x + 8$$

2. $P(x) = x^3 + 3x^2 - 5x + 12$ polinomunun $x^2 + 1$ ile bölümünden kalan $R(x)$ polinomu olduğuna göre,

$R(2)$ kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

$$x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -1 \text{ yazalım!}$$

$$= x^2 \cdot x + 3x^2 - 5x + 12 \Rightarrow R(x) = -x - 3 - 5x + 12$$

$$R(x) = -6x + 9$$

$$R(2) = -3$$

5.

$$\begin{array}{r} P(x) \\ \hline Q(x) \end{array} \begin{array}{r} x^3 + 2 \\ \hline x^6 + 1 \end{array}$$

Bölen katından büyük olmalı mantığını kullanalım!

Yukarıdaki bölme işlemine göre, $\deg[P(x)]$ en az kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

$Q(x)$ in derecesi en az 7 olur.

$$P(x) = Q(x) \cdot (x^3 + 2) + x^6 + 1 \text{ ise } P(x) \text{ in derecesi en az 10 olur.}$$

$$(x+2) \cdot P(x) = \frac{x^3 + 8}{x+2} = \frac{(x+2)(x^2 - 2x + 4)}{x+2}$$

eşitliğini sağlayan $P(x)$ polinomu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 - 2x + 4$ B) $x^2 - x + 2$ C) $x^2 + x - 1$ D) $x^2 + 2x + 4$ E) $x + 2$

$$P(x) = x^2 - 2x + 4$$

6.

$$\begin{array}{r} P(2x) \\ \hline P(x) \end{array} \begin{array}{r} 8 \\ \hline K(x) \end{array}$$

Yukarıdaki bölme işlemine göre, $P(x)$ polinomunun derecesi kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$$P(x) = a \cdot x^m \text{ olsun. } P(2x) = 2^m \cdot a \cdot x^m \text{ olur.}$$

$$\begin{array}{r} 2^m \cdot x^m \cdot a \\ \hline 2^m = 8 \text{ ise } m = 3 \end{array}$$

$$P(x) = a \cdot x^3 \text{ derece } = 3$$

– PEKİŞTİRME TESTİ –

7.
$$\begin{array}{r} P(x) \overline{) x^3 - 3} \\ \underline{000} \\ K(x) \end{array}$$
 Bölün kalenden büyük olur. $x^3 > K(x)$ ise derece en çok 2 olur.

Yukarıdaki bölme işlemine göre, $K(x)$ polinomuunun derecesi en çok kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10.
$$\begin{array}{r} x^4 + 3x^3 + 2x^2 + 5 \overline{) x - 2} \\ \underline{000} \\ B(x) \end{array}$$

olduğuna göre, $B(2)$ kaçtır?

- A) 68 B) 72 C) 74 D) 76 E) 80

$$\begin{array}{r} x^4 + 3x^3 + 2x^2 + 5 \overline{) x - 2} \\ \underline{y^4 - 2x^3} \\ 5x^3 + 2x^2 + 5 \\ \underline{- 5x^3 - 10x^2} \\ 12x^2 + 5 \\ \underline{- 12x^2 - 24x} \\ 24x + 5 \\ \underline{- 24x - 18} \\ 33 = K(x) \end{array}$$
 $B(2) = 76$

8.
$$\begin{array}{r} P(x) \overline{) x^2 - 2x + 1} \\ \underline{000} \\ K(x) \end{array}$$

Yukarıdaki bölme işlemine göre, $\deg[K(x)]$ kaç farklı değer alabilir?

- A) 3 B) 4 C) 2 D) 5 E) 1

$K(x) < x^4$ ise derecesi 3, 2, 1, 0 olabilir.

11.
$$\begin{array}{r} P(x) \overline{) Q(x)} \rightarrow \text{derecesi en az olur} \\ \underline{000} \\ x^5 - 1 \end{array}$$

Yukarıdaki bölme işlemine göre, $\deg[P(x)]$ en az kaçtır?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

$$\deg(P(x)) = \deg(x^6 \cdot x^4 + x^5) = 10$$

9.
$$\begin{array}{r} P(x) \overline{) 3x - 2} \\ \underline{000} \\ 5 \end{array}$$

Yukarıdaki bölme işlemine göre, $P(x)$ polinomu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3x^2 + 6x - 4$ B) $3x^2 + 10x - 3$
C) $3x^2 - 10x - 3$ D) $3x^2 - 10x + 3$
E) $3x^2 - 6x - 4$

$$P(x) = (3x - 2)(x + 4) + 5$$

$$P(x) = 3x^2 + 12x - 2x - 8 + 5$$

$$P(x) = 3x^2 + 10x - 3$$

12.
$$\begin{array}{r} P(3x) \overline{) P(x)} \\ \underline{000} \\ 81 \end{array} \quad \begin{array}{r} Q(2x) \overline{) Q(x)} \\ \underline{000} \\ 32 \end{array}$$

Yukarıdaki bölme işlemine göre, $\deg[P(x) + Q(x)]$ ifadesinin sonucu kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$$P(x) = a \cdot x^m \text{ olsun.}$$

$$P(3x) = a \cdot 3^m \cdot x^m \text{ olsun.}$$

$$\begin{array}{r} a \cdot 3^m \cdot x^m \overline{) a \cdot x^m} \\ \underline{000} \\ 81 = 3^m \end{array}$$

$$m = 4$$

$$Q(x) = b \cdot x^n \text{ olsun.}$$

$$Q(2x) = b \cdot 2^n \cdot x^n \text{ olsun.}$$

$$\begin{array}{r} b \cdot 2^n \cdot x^n \overline{) b \cdot x^n} \\ \underline{000} \\ 32 = 2^n \end{array}$$

$$n = 5$$

5 (büyük olan alınır)

9. SORU TİPİ

BÖLME İŞLEMİ YAPMADAN KALAN BULMA

Bir $P(x)$ polinomunun $(x - a)$ ile bölümünden kalan $P(a)$ 'dır.

$$\begin{array}{r|l} P(x) & x - a \\ \hline & Q(x) \\ \hline K & \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Bölme eşitliğinden} \\ P(x) = (x - a) \cdot Q(x) + K \\ x = a \text{ yazılırsa } P(a) = K \text{ olur.} \end{array} \right\}$$

- $P(x)$ polinomu $(x - a)$ ile tam bölünüyorsa,
- i) $(x - a)$ ifadesi $P(x)$ polinomunun bir çarpanıdır.
- ii) $x = a$ sayısına $P(x)$ polinomunun sıfırı (kökü) denir.

Örneğin;

$P(x)$ polinomunun $(x - 3)$ ile bölümünden kalan $P(3)$ dür.

$P(2x + 1)$ polinomunun $(x - 2)$ ile bölümünden kalan $P(5)$ dir.

$P(x)$ polinomunun $(x - 4)$ ile tam bölünüyorsa $P(4) = 0$ dır.

$P(x)$ polinomunun çarpanlarından biri $(x + 2)$ ise $P(-2) = 0$ dır.

ACİL MATEMATİK



ÖRNEK

$P(x + 2) = x^2 + 3x + 11$ polinomu veriliyor.

Buna göre, $P(x - 1)$ polinomunun $(x - 4)$ ile bölümünden kalan kaçtır?



ÇÖZÜM

$P(x - 1)$ polinomunun $(x - 4)$ ile bölümünden kalanı bulmak için $x = 4$ alalım.

$$P(x - 1) = (x - 4) \cdot Q(x) + \text{Kalan}$$

$$x = 4 \Rightarrow P(3) = \text{Kalan}$$

$P(x + 2) = x^2 + 3x + 11$ polinomunda

$P(3)$ ü bulmak için $x = 1$ yazalım.

$$x = 1 \text{ yazarsak } P(3) = 1^2 + 3 \cdot 1 + 11$$

$$P(3) = 1 + 3 + 11$$

$$P(3) = 15 \text{ (Kalan)}$$

ACİL MATEMATİK

1. $P(x) = x^3 - 4x + 12$

D polinomunun $(x - 2)$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 15

$$x - 2 = 0 \quad x = 2 \text{ yazalım!}$$

$$P(2) = 8 - 8 + 12 = 12$$

3. $P(x) = x^3 - x^2 + 2x + a$

polinomu $(x + 1)$ ile tam bölünebildiğine göre, a kaçtır?

$$x = -1 \Rightarrow P(-1) = 0$$

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

$$P(-1) = -1 - 1 - 2 + a = 0 \Rightarrow a = 4$$

2. $P(x + 2) = x^3 - 25$

polinomu veriliyor.

Buna göre, $P(x - 1)$ polinomunun $(x - 6)$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- E A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

$$P(x + 2) = x^3 - 25$$

$$x = 3 \text{ iken } P(5) = 27 - 25 = 2$$

4. $P(x - 4) = x^2 - 5x + 4$

polinomu veriliyor.

Buna göre, $P(x + 2)$ polinomunun x ile bölümünden kalan kaçtır?

- B A) 6 B) 10 C) 12 D) 14 E) 36

$$P(x - 4) = x^2 - 5x + 4$$

$$x = 6 \text{ iken } P(2) = 36 - 30 + 4 = 10$$

1.D 2.E 3.A 4.B

– PEKİŞTİRME TESTİ –

1. $P(x+2) = x^3 - 4x^2 + 7x + 10$ polinomu veriliyor.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $(x-5)$ ile bölümünden kalan kaçtır? $x=5$ $P(5)=?$

- B A) 17 B) 22 C) 32 D) 37 E) 41

$$P(x+2) = x^3 - 4x^2 + 7x + 10$$

$x=3$ için

$$P(5) = 27 - 36 + 21 + 10 = 22$$

4. $P(x+2) = x^3 - 4x + 2$ polinomu veriliyor.

$P(x-3)$ polinomunun $(x-1)$ ile bölümünden kalan kaçtır? $x=1$ $P(-2)=?$

- B A) -50 B) -46 C) -40 D) 24 E) 38

$$P(x+2) = x^3 - 4x + 2$$

$x=-4$ için

$$P(-2) = -64 + 16 + 2 = -46$$

2. $P(x) = x^3 - 4x^2 + 5$ polinomu veriliyor.

$P(x^2 + 2x)$ polinomunun $(x+1)$ ile bölümünden kalan kaçtır? $x=-1$ $P(-1)=?$

- B A) -3 B) 0 C) 4 D) 6 E) 8

$x=-1$ için

$$P(-1) = -1 - 4 + 5 = 0$$

5. $P(x) = x \cdot Q(x+1) + x^3 - 10$ polinomu veriliyor.

$P(x+1)$ polinomunun x ile bölümünden kalan 12 olduğuna göre, $Q(x+3)$ polinomunun $(x+1)$ ile bölümünden kalan kaçtır? $x=-1$ $Q(2)=?$

- C A) 12 B) 18 C) 21 D) 24 E) 27

$$P(1) = 12 \quad Q(2) = ?$$

$$P(x) = x \cdot Q(x+1) + x^3 - 10$$

$x=1$ için

$$P(1) = Q(2) - 9 \Rightarrow Q(2) = 21$$

3. $P(x) = x^3 + 2x + 5$ polinomunun $(x-2)$ ile bölümünden kalan kaçtır? $x=2$ $P(2)=?$

- D A) 3 B) 9 C) 11 D) 17 E) 19

$$P(2) = 8 + 4 + 5 = 17$$

6. $P(x)$ polinomunun $(x+4)$ ile bölümünden bölüm $Q(x+2)$ ve kalan -3 'tür.

$Q(x)$ polinomunun x ile bölümünden kalan 18 olduğuna göre, $P(-2)$ kaçtır? $Q(0)=18$ $P(-2)=?$

- B A) 31 B) 33 C) 36 D) 37 E) 40

$$\begin{array}{r} P(x) \mid x+4 \\ -3 \end{array} \Rightarrow P(x) = (x+4) \cdot Q(x+2) - 3$$

$x=-2$ için

$$P(-2) = 2 \cdot Q(0) - 3$$

$$= 36 - 3$$

$$= 33$$

– PEKİŞTİRME TESTİ –

7. $P(x)$ ve $Q(x)$ birer polinomdur. $x=1$ için

$$P(x+2) + 3Q(x-1) = x^2 + 5x + 2$$

eşitliği sağlanmaktadır.

$P(x)$ polinomunun $(x-3)$ ile bölümünden kalan -1 olduğuna göre, $Q(x)$ polinomunun x ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$P(3) = -1 \quad Q(0) = ?$$

$$P(3) + 3 \cdot Q(0) = 8 \Rightarrow 3 \cdot Q(0) = 9$$

$$Q(0) = 3$$

10. $x=0$ için $P(x+2) = x^2 - 2x + m$ polinomu veriliyor.

$P(x)$ polinomunun $(x-2)$ ile bölümünden kalan 7 olduğuna göre, $P(x-3)$ polinomunun x ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 37 B) 42 C) 47 D) 52 E) 55

$$P(2) = 7$$

$$P(-3) = ?$$

$$P(2) = m = 7$$

$$P(x+2) = x^2 - 2x + 7$$

$$x = -5 \text{ için}$$

$$P(-3) = 25 + 10 + 7 = 42$$

8. $P(x) = x^3 - x^2 + ax + 6$

polinomu $(x-3)$ ile tam bölündüğüne göre, a kaçtır?

- A) -10 B) -8 C) 3 D) 6 E) 9

$$P(3) = 0$$

$$= 27 - 9 + 3a + 6 = 0$$

$$a = -8$$

11. $P(x)$ polinomunun $Q(x^2 + 1)$ ile bölümünden kalan -17 'dir.

$$P(x) = Q(x^2 + 1) \cdot B(x) - 17$$

$Q(x-7)$ polinomu $(x-8)$ ile tam bölünebildiğine göre, $P(x)$ polinomunun x ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) -21 B) -17 C) -13 D) -9 E) -5

$$P(0) = Q(1) \cdot B(0) - 17 \Rightarrow P(0) = -17$$

9. $x=3$ için $P(x-1) = -x^3 + x^2 + 3x + 2$ polinomu veriliyor.

Buna göre, $P(x+5)$ polinomunun $(x+3)$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) -11 B) -9 C) -7 D) -5 E) -3

$$P(2) = -27 + 9 + 9 + 2$$

$$= -7$$

12. $x=0$ için $\frac{P(1-x^2)}{Q(x+1)} = x^3 - 2R(x+3) + 4$

eşitliği veriliyor.

$P(x+3)$ polinomunun $(x+2)$ ile bölümünden kalan 12 ve $R(x)$ polinomunun $(x-3)$ ile bölümünden kalan -6 olduğuna göre, $Q(x)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{7}{8}$

$$P(1) = 12$$

$$R(3) = -6$$

$$Q(1) = ?$$

$$\frac{P(1)}{Q(1)} = -2 \cdot R(3) + 4 \Rightarrow \frac{12}{Q(1)} = 16$$

$$Q(1) = \frac{3}{4}$$

10. SORU TİPİ

BÖLME İŞLEMİ YAPMADAN KALAN BULMA

- Bir $P(x)$ Polinomunun $(x - m) \cdot (x - n)$ ile Bölümünden Kalanı Bulmak

Bir $P(x)$ polinomu $(x - m) \cdot (x - n)$ ile bölümünden kalan $(ax + b)$ şeklinde olur.

$$P(x) = (x - m) \cdot (x - n) \cdot Q(x) + (ax + b)$$

$x = m$ yazılırsa $P(m) = a \cdot m + b$

$x = n$ yazılırsa $P(n) = a \cdot n + b$ ifadelerinden kalan bulunur.

ACİL MATEMATİK

ÖRNEK

Bir $P(x)$ polinomunun $(x - 2)$ ile bölümünden kalan 7 ve $(x - 3)$ ile bölümünden kalan 10 ise $P(x)$ polinomunun $(x - 2)(x - 3)$ ile bölümünden kalanını bulalım.



ÇÖZÜM

$P(x)$ polinomunun $(x - 2)$ ile bölümünden kalan 7 ise $P(2) = 7$
 $P(x)$ polinomunun $(x - 3)$ ile bölümünden kalan 10 ise $P(3) = 0$
 Kalanını bulalım

$$P(x) = (x - 2) \cdot (x - 3) \cdot Q(x) + ax + b$$

$$\begin{array}{l} x = 2 \rightarrow P(2) = 2a + b = 7 \\ x = 3 \rightarrow P(3) = 3a + b = 10 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Bu iki denklemden} \\ a = 3, b = 1 \end{array} \right\}$$

Kalan = $ax + b = 3x + 1$ olarak bulunur.

1. $P(x)$ polinomunun $(x^2 - 2x)$ ile bölümünden kalan $5 - 2x$ olduğuna göre, $P(0) + P(2)$ toplamı kaçtır?
- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$p(x) \mid x^2 - 2x$
 $\underline{5-2x}$ (Kettenkriterium)
 $p(x) = 5 - 2x \rightarrow p(0) = 5$
 $p(2) = 1$

3. Bir $P(x)$ polinomunun $(x + 1)$ ile bölümünden kalan 5 ve $(x - 2)$ ile bölümünden kalan 17 olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun $(x + 1) \cdot (x - 2)$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

A) $6x + 7$ B) $5x + 2$ **C) $4x + 9$**
D) $x + 3$ E) $3x + 5$

$x = -1$ in 5
 $x = 2$ in 19

2. $P(x)$ polinomunun $(x^2 - 9)$ ile bölümünden kalan $5x + 2$ olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun $(x + 3)$ ile bölümünden kalan kaçtır?
- A) -17 B) -15 C) -13 D) -11 E) -9

$f(x) = 5x + 2$ (kalan ile işlem yapıldım)
 $\downarrow$
 $f(-3) = -15 + 2 = -13$

4. Bir $P(x)$ polinomunun $(x - 2)$ ile bölümünden kalan 3 ve $(x + 4)$ ile bölümünden kalan 9 olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun $(x^2 + 2x - 8)$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-x + 5$ B) $2x + 1$ C) $2x - 1$
D) $x + 7$ E) $6x + 2$

– PEKİŞTİRME TESTİ –

1. $P(x)$ polinomunun $(x^2 - 36)$ ile bölümünden kalan $4x + 12$ olduğuna göre, $P(x)$ 'in $(x - 6)$ ile bölümünden kalan kaçtır?

A) 12 B) 24 C) 36 D) 48 E) 60

Kalan ile işlem yaparsak.

$$f(x) = 4x + 12$$

$$f(6) = 36$$

4. $P(x)$ polinomu için

- $P(x - 3)$ polinomunun katsayılar toplamı 10
- $P(5 - x)$ polinomunun sabit terimi 24

olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun $(-x^2 + 3x + 10)$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $4x + 18$ B) $3x + 9$ C) $x + 12$
D) $-2x + 34$ E) $2x + 14$

$$x = -2 \text{ için } 10$$

$$x = 5 \text{ için } 24$$

2. $P(x)$ polinomunun $(x^2 - 5x + 6)$ ile bölümünden kalan $20 - 7x$ olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun $(x - 2)$ ile bölümünden kalan kaçtır?

A) -4 B) -2 C) 2 D) 4 E) 6

Kalan ile işlem yapabiliriz.

$$f(x) = 20 - 7x$$

$$f(2) = 20 - 14 = 6$$

5. $P(x)$ polinomunun $(x^2 - 2x - 8)$ ile bölümünden kalan $2x + 5$ olduğuna göre, $P(5 - x)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

Kalan ile işlem yapabiliriz.

$$f(x) = 2x + 5$$

$$f(4) = 8 + 5 = 13$$

3. $P(x)$ polinomunun $(x + 2)$ ile bölümünden kalan 7 ve x ile bölümünden kalan 5 olduğuna göre, $P(x)$ 'in $(x^2 + 2x)$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2x + 5$ B) $3x + 5$ C) $2x + 11$
D) $5 - x$ E) $4x + 5$

$$x = 0 \text{ için } 5$$

$$x = -2 \text{ için } 7$$

6. $P(x)$ polinomu için
- $x^2 - 4x - 12$ ile bölümünden kalan $3x + 2$
 - $x^2 - 11x + 28$ ile bölümünden kalan $2x - 6$
- olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun $(x^2 - 2x - 8)$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3x - 10$ B) $x - 2$ C) $5x + 12$
D) $x - 3$ E) $4x + 11$

$$f(4) = 2$$

$$f(-2) = -6$$

7. $P(x)$ polinomu için
- $P(x+2)$ polinomunun katsayılar toplamı 10
 - $P(5-x)$ polinomunun sabit terimi 16

olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun $(x^2 - 8x + 15)$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3x$ B) $3x + 1$ C) $9x + 2$
D) $3x + 3$ E) $3x + 4$

$x=3$ için 10
 $x=5$ için 16

0.

$$\begin{array}{r} (x-4)(x+1) \\ P(x) \overline{) (x^2 - 3x - 4)} \\ \underline{-(x^2 - 4x - 4)} \\ 9x \end{array} \quad \begin{array}{r} (x-4)(x+1) \\ P^2(x) \overline{) (x^2 - 3x - 4)} \\ \underline{-(x^2 - 4x - 4)} \\ 9x \end{array}$$

$B(x)$ $K(x)$

Yukarıdaki bölme işlemine göre, $K(x)$ polinomu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $6x + 5$ B) $5x + 4$ C) $3x + 4$
D) $6x + 7$ E) $7x + 8$

$P(4) = 6 \rightarrow P^2(4) = 36 \Rightarrow K(x) = ax + b \Rightarrow \begin{cases} 4a + b = 36 \\ -a + b = 1 \end{cases}$
 $P(-1) = 1 \rightarrow P^2(-1) = 1$
 $a = 7 \quad b = 8$
 $K(x) = 7x + 8$

8. $P(x)$ polinomunun $(x^2 - 2x)$ ile bölümünden bölüm ve kalan $Q(x)$ olmak üzere $P(x)$ polinomunun $(x - 1)^2$ ile bölümünden bölüm ve kalanın toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $Q(x) - 2$ B) $Q(x) + 1$ C) $Q(x)$
D) $(x - 2) \cdot Q(x)$ E) $x \cdot Q(x)$

$$\begin{array}{r} P(x) \overline{) x^2 - 2x} \\ \underline{-(x^2 - 2x)} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} P(x) \overline{) (x-1)^2} \\ \underline{-(x^2 - 2x + 1)} \\ 1 \end{array} \Rightarrow P(x) = (x-1)^2 \cdot Q(x) + K(x)$$

$$P(x) = (x^2 - 2x) \cdot Q(x) + Q(x)$$

$$P(x) = Q(x)(x^2 - 2x + 1)$$

$$P(x) = Q(x)(x-1)^2$$

$$B(x) = Q(x) \quad K(x) = 0$$

$$B(x) + K(x) = Q(x)$$

8. $P(x)$ polinomunun $(x^2 - 7x + 10)$ ile bölümünden bölüm $Q(x)$ ve kalan $3x - 13$ 'tir. Buna göre, $P(x)$ polinomunun $(x - 5)$ ile bölümünden bölüm polinomu aşağıdakilerden hangisi olur?

A) $(x - 2) \cdot Q(x) + 3$
B) $(x + 2) \cdot Q(x) + 3$
C) $(x - 3) \cdot Q(x) - 3$
D) $(x + 2) \cdot Q(x) + 3$
E) $(x - 2) \cdot Q(x) - 3$

$$\begin{array}{r} P(x) \overline{) x^2 - 7x + 10} \\ \underline{-(x^2 - 5x + 10)} \\ -2x \end{array} \quad \begin{array}{r} P(x) \overline{) x-5} \\ \underline{-(x-5)} \\ 0 \end{array}$$

$$P(x) = (x-5) \cdot Q(x) + K(x)$$

$$P(x) = (x-5)(x-2) \cdot Q(x) + 3x - 13$$

$$B(x) = (x-2) \cdot Q(x) + 3$$

9. $P(x+2)$ polinomunun $(x^2 + 4x + 3)$ ile bölümünden kalan $(7 - 5x)$ olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun çift dereceli terimlerinin katsayılar toplamı kaçtır?

- A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

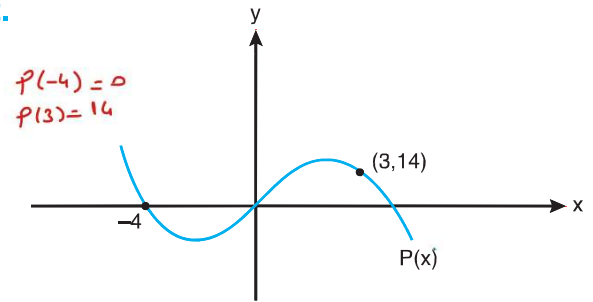
$$\frac{P(1) + P(-1)}{2}$$

$$\frac{12 + 22}{2} = \frac{34}{2} = 17$$

$$x = -3 \text{ için } P(-1) = 22$$

$$x = -1 \text{ için } P(1) = 12$$

2.



Yukarıda $P(x)$ polinomunun grafiği verilmiştir.

$P(x+2)$ polinomunun $(x^2 + 5x - 6)$ ile bölümünden kalan aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x + 11$ B) $x + 4$ C) $2x - 8$
D) $5x - 1$ E) $6x + 2$

11. SORU TİPİ

POLİNOM YAZMA

a bir reel sayı olmak üzere, $P(a) = 0$ oluyorsa a sayısı $P(x)$ 'in sıfırı denir.

a sayısı $P(x)$ polinomunun sıfırı ise $(x - a)$ ifadesi $P(x)$ polinomunun bir çarpanıdır.

Örneğin; $P(1) = 0$, $P(2) = 0$ ve $P(3) = 0$ ise $P(x)$ polinomu

$P(x) = a(x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 3) \cdot Q(x)$ diye yazılabilir.

ACIL MATEMATİK



ÖRNEK

Üçüncü dereceden bir $P(x)$ polinomu $(x - 2)$, $(x + 1)$ ve $(x - 3)$ polinomları ile tam bölünebilmektedir.

$P(x)$ polinomunun katsayılar toplamı 12 olduğuna göre, $P(x)$ polinomunu bulalım.



ÇÖZÜM

$P(x)$ polinomu $(x - a)$ ile tam bölünüyorsa $P(a) = 0$ demektir. ve $(x - a)$ bir çarpanıdır.

Bu durumda

$$\begin{aligned} P(2) = 0 \\ P(-1) = 0 \\ P(3) = 0 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Başkatsayısı} \\ P(x) = a \cdot (x - 2) \cdot (x + 1) \cdot (x - 3) \\ P(1) = 12 \text{ olduğundan (Katsayılar toplamı)} \\ P(1) = a \cdot (-1) \cdot (2) \cdot (-2) = 12 \\ 4a = 12 \\ a = 3 \text{ olarak bulunur.} \end{array} \right\} \quad \begin{aligned} \text{olur.} \\ P(x) = 3 \cdot (x - 2) \cdot (x + 1) \cdot (x - 3) \text{ olur} \end{aligned}$$

ACIL MATEMATİK

1. Başkatsayısı -2 olan ikinci dereceden bir $P(x)$ polinomu için,

$$P(3) = 0$$

$$P(-4) = 0$$

olduğu biliniyor.

Buna göre, $P(2)$ kaçtır?

- A) 12 B) 10 C) 8 D) 14 E) 16

3. Üçüncü dereceden bir $P(x)$ polinomu için,

$$P(2) = 0$$

$$P(3) = 0$$

$$P(5) = 0$$

olduğu biliniyor.

$$P(1) = -24$$

$P(x)$ polinomunun katsayılar toplamı -24 olduğuna göre, $P(10)$ kaçtır?

- D) 840 A) 720 B) 760 C) 800 E) 860

2. Başkatsayısı 2 olan üçüncü dereceden bir $P(x)$ polinomu için,

$$P(1) = 0, P(2) = 0, P(3) = 0$$

olmaktadır.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $(x - 4)$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- D) 12 A) 0 B) 4 C) 6 E) 24

4. Üçüncü dereceden bir $P(x)$ polinomu için,

$$P(10) = 2$$

$$P(15) = 2$$

$$P(20) = 2$$

olduğu biliniyor.

$$P(25) = 1502$$

$P(x)$ polinomunun $(x - 25)$ ile bölümünden kalan 1502 olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun başkatsayısı kaçtır?

- C) 2 A) -1 B) 1 D) 3 E) 4

– PEKİŞTİRME TESTİ –

1. Başkatsayısı 3 olan ikinci dereceden bir $P(x)$ polinomu için,

$$P(1) = 1 \quad P(x) = 3 \cdot (x-1)(x-2) + x$$

$$P(2) = 2 \quad = 9$$

olduğu biliniyor.

Buna göre, $P(3)$ kaçtır?

- A) 3 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

2. Üçüncü dereceden bir $P(x)$ polinomu için,

$$P(-2) = 0 \quad P(x) = a \cdot (x+2)(x-1)(x-4)$$

$$P(1) = 0 \quad P(0) = a \cdot 2 \cdot (-1) \cdot (-4) = 24$$

$$P(4) = 0 \quad P(x) = 3(x+2)(x-1)(x-4)$$

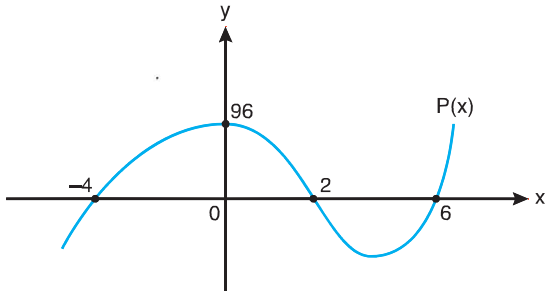
olduğu biliniyor.

$P(x)$ polinomunun sabit terimi 24 olduğuna göre, $P(2)$ kaçtır?

- A) 44 B) 36 C) 32 D) -24 E) -16

$$P(2) = 3 \cdot 4 \cdot (1) \cdot (-2) = -24$$

3.



Yukarıda üçüncü derece olan $P(x)$ polinomunun grafiği verilmiştir.

$$P(x) = a \cdot (x+4)(x-2)(x-6)$$

Buna göre, $P(x)$ polinomunun başkatsayısı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. Başkatsayısı 2 olan üçüncü dereceden $P(x)$ polinomu için,

$$P(0) = 0 \quad P(x) = 2 \cdot (x)(x-1)(x-3) + x^2$$

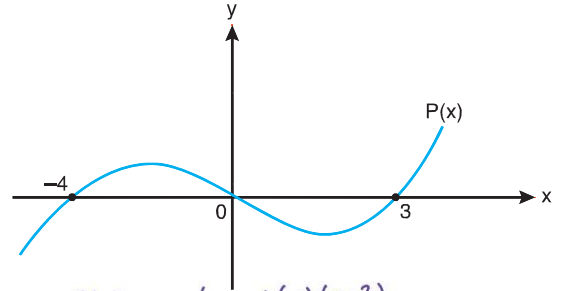
$$P(1) = 1 \quad P(5) = 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 2 + 25$$

$$P(3) = 9 \quad = 105$$

olduğuna göre, $P(5)$ kaçtır?

- A) 72 B) 80 C) 102 D) 105 E) 116

5.



Yukarıda üçüncü derece olan $P(x)$ polinomunun grafiği verilmiştir.

$P(x)$ polinomunun $(x-2)$ ile bölümünden kalan -18 olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?

- A) -15 B) -5 C) -3 D) -1 E) 5

$$P(x) = \frac{3}{2} \cdot (x+4)(x)(x-3)$$

$$P(1) = -15$$

6. Üçüncü dereceden $P(x)$ polinomu için,

$$P(0) = 1, P(1) = 5, P(2) = 9 \text{ ve}$$

$P(x)$ polinomunun $(x+1)$ ile bölümünden kalan -39 olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun $(x-3)$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 12 B) 24 C) 30 D) 32 E) 49

$$P(x) = a \cdot (x)(x-1)(x-2) + 4x + 1$$

$$P(-1) = a \cdot (-1) \cdot (-2) \cdot (-3) - 4 + 1 = -39 \quad a = 6$$

$$P(3) = 6 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 + 12 + 1 = 49$$

– PEKİŞTİRME TESTİ –

7. Başkatsayısı 4 olan ikinci dereceden $P(x)$ polinomu için,

$$P(x) = P(-x) \quad \text{çift polinom.}$$

$$P(2) = 0 \quad P(x) = 4x^2 + c$$

$$\text{olduğu biliniyor. } P(2) = 16 + c = 0 \Rightarrow c = -16$$

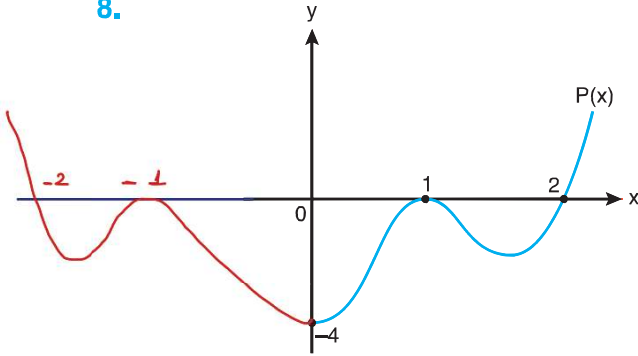
Buna göre, $P(4)$ kaçtır?

- A) 60 B) 48 C) 36 D) 24 E) 12

$$P(x) = 4x^2 - 16$$

$$P(4) = 64 - 16 = 48$$

8.



Yukarıdaki $P(x)$ polinomunun $x \geq 0$ değerleri için grafiği verilmiştir. $P(x)$ polinomu hakkında;

- $\deg[P(x)] = 6$

- $P(x) = P(-x) \quad P(0) = -4$

olduğu biliniyor.

Buna göre, $P(3)$ kaçtır?

- A) -160 B) 320 C) -320 D) 480 E) 640

$$P(x) = a \cdot (x+1)^2 \cdot (x+2) \cdot (x-2) \cdot (x-1)^2$$

$$P(0) = a \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot (-2) = -4$$

$$a = 1$$

$$P(x) = (x+1)^2 (x+2) (x-2) (x-1)^2$$

$$P(3) = 320$$

9. Üçüncü dereceden bir $P(x)$ polinomunun

- $(x+1)$ ile bölümünden kalan 2, $P(-1) = 2$

- $(x+2)$ ile bölümünden kalan -1, $P(-2) = -1$

- $(x+3)$ ile bölümünden kalan -4, $P(-3) = -4$

olduğu bilinmektedir.

$P(1-x)$ polinomunun sabit terimi 12 olduğuna göre, $P(2)$ kaçtır?

- A) 18 B) 20 C) 24 D) 21 E) 34

$$P(x) = a \cdot (x+1)(x+2)(x+3) + 3x + 5$$

$$P(1) = a \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + 8 = 12 \Rightarrow 24a = 4 \Rightarrow a = \frac{1}{6}$$

$$P(2) = \frac{1}{6} \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 + 6 + 5 \Rightarrow P(2) = 21$$

10. Başkatsayısı 2 olan üçüncü dereceden $P(x)$ polinomu için,

$$P(x) + P(-x) = 0 \Rightarrow P(-x) = -P(x) \quad \text{tek polinom fonksiyondur.}$$

$$P(1) = 0$$

olduğu biliniyor.

$$P(x) = 2x^3 + ax \quad \text{olsun.}$$

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $(x-3)$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) -48 B) -24 C) 0 D) 24 E) 48

$$P(1) = 2 + a = 0 \Rightarrow a = -2$$

$$P(x) = 2x^3 - 2x \Rightarrow P(3) = 54 - 6 = 48$$

11. a bir reel sayı olmak üzere,

$P(a) = 0$ oluyorsa a sayısı $P(x)$ polinomunun sıfırı denir.

Üçüncü dereceden bir $P(x)$ polinomunun sıfırları -2, 3 ve 5'tir.

$P(x)$ polinomunun $(x+3)$ ile bölümünden kalan 96 olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun başkatsayısı kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 2 E) 3

$$P(x) = a \cdot (x+2)(x-3)(x-5)$$

$$P(-3) = a \cdot (-1)(-6)(-8) = 96 \Rightarrow a = -2$$

KARMA TEST – 1

1. $P(x) = 5x^4 - 3x^2 + 2x + 3$ ✓
 $Q(x) = 2x^3 - 7x^3 + 4$ ✓
 $R(x) = \frac{5x^2}{2} + \frac{3}{x} - 1 = \frac{5x^2}{2} + 3 \cdot x^{-1} - 1$ ✗

Yukarıda verilen ifadelerden hangileri bir polinom belirtir?

- A) Yalnız P B) Yalnız R C) P ve Q
D) P ve R E) P, Q ve R

4. $P(x) = x^3 + 4x^2 + a$

polinomu veriliyor.

$p(1) = 12$

P(x) polinomunun katsayılar toplamı 12 olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

$p(1) = 1 + 4 + a = 12$
 $a = 7$

2. $P(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 4$
polinomu veriliyor. $x = 3$ için

Buna göre, P(3) kaçtır?

- A) 10 B) 25 C) 40 D) 54 E) 81

$P(3) = 27 - 3 \cdot 9 + 2 \cdot 3 + 4$
 $= 10$

5. $P(x) = x^4 - 3x^2 + 2$

$Q(x) = x^5 - 2x + 17$

polinomları veriliyor. x^4 $(x^2)^5 = x^{10}$

Buna göre, $\text{der}[P(2x + 1) \cdot Q(x^2)]$ kaçtır?

- A) 18 B) 16 C) 14 D) 12 E) 10

$x^4 \cdot x^{10} = x^{14}$

3. $P(x) = x^2 + x + 3$

polinomu veriliyor.

Buna göre, P(x - 2) polinomu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x^2 - 2x + 8$ B) $x^2 - 4x + 10$ C) $x^2 - 2x + 3$
D) $x^2 - 3x + 5$ E) $x^2 + 5x + 10$

$P(x-2) = (x-2)^2 + (x-2) + 3$
 $= x^2 - 4x + 4 + x - 2 + 3$
 $= x^2 - 3x + 5$

6. $P(x) = (a - 5)x^6 - (3 + b)x^3 - cx + a + b^c$

polinomu sabit polinom olduğuna göre, P(5) kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

$a - 5 = 0$ $3 + b = 0$ $-c = 0$
 $a = 5$ $b = -3$ $c = 0$

$P(x) = 5 + (-3)^0$
 $P(x) = 5 + 1 = 6 \rightarrow P(5) = 6$

KARMA TEST – 1

7. $P(x) = x^3 - 2x^2 + 5x + 2$

$Q(x) = 2x^3 - 5x^2 + 3x + 8$

polinomları veriliyor.

Buna göre, $2P(x) - Q(x)$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x^2 + 3x + 5$ B) $x^2 + 7x - 4$ C) $x^3 + 2x^2 + 2x - 6$
D) $x^3 - 2x^2 + x - 6$ E) $x^2 - 7x + 4$

$$\begin{array}{r} 2P(x) = 2x^3 - 4x^2 + 10x + 4 \\ - Q(x) = 2x^3 - 5x^2 + 3x + 8 \\ \hline = x^2 + 7x - 4 \end{array}$$

10. $P(x - 2) = x^3 - 7x + 10$

polinomu veriliyor.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $(x + 3)$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 0 B) 4 C) 8 D) 12 E) 16

$x = -3$
 $P(-3) = ?$
 $P(x-2) = x^3 - 7x + 10$
 $x = -1$ için
 $P(-3) = -1 + 7 + 10 = 16$

8. $\begin{array}{r} x^3 + 2x^2 + 3x + 4 \\ \hline x + 1 \end{array}$ B(x)
K(x)

Yukarıdaki bölme işlemine göre, B(2) kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

$$\begin{array}{r} x^3 + 2x^2 + 3x + 4 \\ - x^3 + x^2 \\ \hline x^2 + 3x + 4 \\ - x^2 + x \\ \hline 2x + 4 \\ - 2x + 2 \\ \hline 2 = K(x) \end{array}$$

$B(2) = 8$

1. $P(x - 1) = x^2 + 2x + 3Q(x + 2)$

Yukarıda verilen $P(x)$ ve $Q(x)$ polinomları için $P(x)$ polinomunun $(x - 5)$ ile bölümünden kalan 69 olduğuna göre, $Q(x + 9)$ polinomunun $(x + 1)$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 14 B) 17 C) 7 D) 25 E) 29

$P(5) = 69$
 $x = 6$ için
 $P(5) = 36 + 12 + 3 \cdot Q(8) = 69$
 $69 = 48 + 3 \cdot Q(8)$
 $21 = 3 \cdot Q(8)$
 $Q(8) = 7$

9. $P(x) = 5x^2 + 2x + a$

polinomu veriliyor.

$P(x)$ polinomunun $(x + 2)$ ile bölümünden kalan 0 olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -20 B) -16 C) -8 D) 4 E) 12

$P(-2) = 5 \cdot (-2)^2 + 2(-2) + a = 0$
 $20 - 4 + a = 0$
 $a = -16$

12. $P(x)$ polinomunun $(x^2 - 2x - 8)$ ile bölümünden kalan $(-2x + 10)$ olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun $(x - 4)$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

Kalan ile işlem yapalım!
 $P(x) = -2x + 10$
 $P(4) = -8 + 10 = 2$

KARMA TESTİ – 2

1. $P(x) = 5x^{n-7} - 3x^{15-n} + 5$

$P(x)$ ifadesi bir polinom belirttiğine göre, n doğal sayısının alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- E A) 55 B) 66 C) 77 D) 88 E) 99

$$n-7 \geq 0 \quad 15-n \geq 0$$

$$n \geq 7 \quad 15 \geq n \Rightarrow 7 \leq n \leq 15$$

$$7+8+\dots+15=99$$

4. $P(x+2) = x^3 + 4x^2 + 3$

polinomları veriliyor.

Buna göre, $P(x-1)$ polinomunun sabit terimi kaçtır?

- A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

$$P(-1) = (-3)^3 + 4 \cdot (-3)^2 + 3$$

$$= -27 + 36 + 3 = 12$$

2. $P(x-2) = x^3 - 2x - 15$

polinomları veriliyor.

Buna göre, $P(3)$ kaçtır?

- C A) 60 B) 80 C) 100 D) 120 E) 125

$$P(3) = 5^3 - 2 \cdot 5 - 15 = 125 - 10 - 15 = 100$$

$$d[P(x)] = m \quad d[Q(x)] = n$$

5. $P(x)$ ve $Q(x)$ iki polinomdur.

$$\text{der}[P(x) \cdot Q(x)] = 13 \rightarrow m+n=13$$

$$\text{der}[x^2 \cdot P(x)] = 10 \rightarrow m+2=10 \Rightarrow m=8$$

$$n=5$$

olduğuna göre, $\text{der}[Q(x)]$ kaçtır?

- B A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

3. $P(x+3) = x^2 + 3 \rightarrow x = x^2 + 1$ yazalım!

polinomları veriliyor.

Buna göre, $P(x^2+4)$ polinomu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- B A) $x^4 + 4$ B) $x^4 + 2x^2 + 4$ C) $x^2 + 2x + 4$
D) $x^3 + 2x^2 + 1$ E) $x^2 + 2x + 3$

$$P(x^2+1+3) = (x^2+1)^2 + 3$$

$$P(x^2+4) = x^4 + 2x^2 + 4$$

6. $P(x) = (a-3)x^5 + (b+3)x^3 + (c-4)x + a+b-c+d$

polinomu sıfır polinom olduğuna göre, d kaçtır?

- A) 4 B) 10 C) -7 D) 7 E) 3

$$a-3=0 \quad b+3=0 \quad c-4=0 \quad a+b-c+d=0$$

$$a=3 \quad b=-3 \quad c=4 \quad d=4$$

KARMA TESTİ – 2

7. $P(x) = x^2 + 4x + 2$

$Q(x) = x + 1$

polinomları veriliyor.

Buna göre, $P(x) \cdot Q(x)$ çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $x^3 + 5x^2 + 6x + 2$ B) $2x^2 + 5x + 1$ C) $x^3 + 4x + 2$
D) $x^3 - 7x^2 + 4x + 3$ E) $x^3 - 5x^2 + 2x + 6$

$$\begin{aligned} P(x) \cdot Q(x) &= (x+1)(x^2+4x+2) \\ &= x^3+4x^2+2x+x^2+4x+2 \\ &= x^3+5x^2+6x+2 \end{aligned}$$

10. $P(x) = \frac{Q(x+2) + x^2}{12x+20}$

$P(x)$ ve $Q(x)$ polinomları için yukarıdaki eşitlik sağlanmaktadır.

$P(x^2 - 8)$ polinomunun $(x - 3)$ ile bölümünden kalan 2 olduğuna göre, $Q(2 - x)$ polinomunun $(x + 1)$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 21 B) 42 C) 63 D) 93 E) 124

$x = 1$ için

$$\frac{P(1)}{2} = \frac{Q(3)+1}{12+20} \Rightarrow 2 \neq \frac{Q(3)+1}{32}$$

$$64 = Q(3)+1 \Rightarrow Q(3) = 63$$

8. $\begin{array}{r} P(x) \\ x^5 + 2x \end{array} \overline{) \begin{array}{r} Q(x) \\ x^7 + 6x \end{array}}$

Yukarıdaki bölme işlemine göre, $\deg[P(x)]$ en az kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 11 D) 13 E) 15

$$\begin{aligned} \deg(x^5+2x) &< \deg[Q(x)] \text{ ise } Q(x) = x^6 \text{ bir ifade olabilir.} \\ P(x) &= \frac{Q(x) \cdot (x^2+6x) + x^5+2x}{x^6 \cdot x^2} \\ \deg[P(x)] &= 13 \text{ olur} \end{aligned}$$

9. $P(x) = x^3 + 2x^2 + ax + 7$

polinomu $(x - 1)$ ile tam bölündüğüne göre, a kaçtır?

- A) -12 B) -10 C) -8 D) -6 E) -4

$$\begin{aligned} P(1) &= 1+2+a+7=0 \\ a &= -10 \end{aligned}$$

11. $P(x) = 5x^3 + 3x^2 + 2x + 1$

polinomunun $(x - 1)$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 8 B) 11 C) 14 D) 27 E) 30

$$P(1) = 5+3+2+1 = 11$$

$$P(x) = -2 \cdot (x-3)(x+5)$$

12. Başkatsayısı -2 olan ikinci dereceden bir $P(x)$ polinomu için,

$$\begin{aligned} P(1) &= (-2)(-2)(6) \\ &= 24 \end{aligned}$$

$$P(3) = 0$$

$$P(-5) = 0$$

olduğu bilinmektedir.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 16 C) 24 D) 30 E) 36

KARMA TESTİ – 3

1. $\times$ $P(x) = 3x^4 - \frac{2x^2}{3} - 3x^{-2} + 3$

$\checkmark$ $Q(x) = 37$

$\times$ $R(x) = -5x^2 + 7x + \sqrt{-2x} + 11$

$\checkmark$ $S(x) = 17x^3 - 5x^2 + \frac{3}{2}$

Yukarıdaki ifadelerden kaç tanesi bir polinom belirtir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

4. $3P(x + 2) - 4Q(x - 6) = x^3 - 2x + 1$

eşitliği veriliyor.

$x = -3 \rightarrow Q(-3) = 2$
 $Q(1 - 4x)$ polinomunun katsayılar toplamı 2 olduğuna göre, $P(x + 5)$ polinomunun sabit terimi kaçtır? $P(5) = ?$

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

$x = 3$ için

$3 \cdot P(5) - 4 \cdot Q(3) = 27 - 6 + 1$

$3P(5) - 8 = 22 \Rightarrow 3P(5) = 30$
 $P(5) = 10$

2. $Q(x^2 + 2) = x^6 - 7x^4 + 4x^2 + 10$

polinomu veriliyor.

Buna göre, $Q(6)$ kaçtır?

- A) -50 B) -45 C) -22 D) -38 E) -30

$Q(6) = 2^6 - 7 \cdot 2^4 + 4 \cdot 2^2 + 10$
 $= 64 - 112 + 16 + 10 = -22$

5. $P(x) = x^3 - 2x^2 + 4$

$Q(x) = 5x^4 - 3x^2 + 20$

polinomları veriliyor.

Buna göre, $\text{der}[x^6 P(2x) + Q^2(x)]$ kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 17

$x^6 \cdot x^3$ $(x^4)^2$
 x^9 $x^8 \Rightarrow$ büyük olan

3. $R(x + 3) = 3x + 7$

polinomu veriliyor.

Buna göre, $R(2x - 6)$ polinomu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $6x - 20$ B) $6x - 24$ C) $6x - 27$

D) $6x - 33$

E) $6x - 40$

$R(2x - 6) = 3(2x - 9) + 7$
 $= 6x - 27 + 7$
 $= 6x - 20$

6. $P(x)$ sabit polinom olmak üzere $P(x) = c$ olsun.

$P(2) \cdot P(5) \cdot P(12) = 125$

olduğuna göre, $P(1881)$ kaçtır?

- A) 5 B) 25 C) 50 D) 75 E) 125

$c \cdot c \cdot c = 125 = c^3$

$c = 5 \Rightarrow P(x) = 5$

$P(1881) = 5$

KARMA TESTİ – 3

7. $P(x) = x^3 - 3x^2 + 4x + 7$

$Q(x) = x^2 + 3x + 4$

polinomları veriliyor.

$P(x) \cdot Q(x)$ çarpımındaki x^3 lü terimini katsayısı kaçtır?

- B A) -3 B) -1 C) 0 D) 3 E) 5

$$\begin{array}{r} x^3 \cdot 4 \\ -3x^2 \cdot 3x \\ 4x \cdot x^2 \end{array}$$

$$4x^3 - 9x^3 + 4x^3 = -1x^3 \Rightarrow -1$$

8. $(x^2 + 1) \cdot P(x) = x^5 + 5x^3 + 3x^2 + 4x + 3$

Yukarıdaki eşitliğe göre, $P(x)$ polinomu aşağıdakilerden hangisidir?

- C A) $x^3 - 3x + 2$ B) $x^2 + 3x + 1$ C) $x^3 + 4x + 3$ D) $x^3 + 2$ E) $x^2 - 4x + 1$

$$\begin{array}{r} x^5 + 5x^3 + 3x^2 + 4x + 3 \\ : x^2 + 1 \\ \hline x^3 + 4x + 3 = P(x) \end{array}$$

9. $P(x-1) = 4x^3 + 2x + a$

polinomu veriliyor.

$P(x)$ polinomu x ile tam bölündüğüne göre, $P(5-2x)$ polinomunun $(x-3)$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- B A) -10 B) -6 C) 2 D) 4 E) 10

$$\begin{array}{l} x=1 \text{ için } P(0)=0 \\ P(0) = 4 + 2 + a = 0 \\ a = -6 \\ P(x-1) = 4x^3 + 2x - 6 \\ x=0 \text{ için } P(-1) = -6 \end{array}$$

10. $P(x)$ polinomunun $(x^2 - 3x + 2)$ ile bölümünden kalan $(7 + 4x)$ polinomudur. $(x-2)(x-1)$ Kalan ile işleme devam edilir.

- $P(x)$ polinomunun $(x-2)$ ile bölümünden kalan a
- $P(x)$ polinomunun $(x-1)$ ile bölümünden kalan b

olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A A) 26 B) 21 C) 16 D) 15 E) 11

$$\begin{array}{l} P(x) = 7 + 4x \\ P(2) = a = 15 \\ P(1) = b = 11 \\ \hline a + b = 26 \end{array}$$

11. $P(x) = x^{56} + 3x^{49} - 2x^7 + 2$

polinomu veriliyor.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun $(x+1)$ ile bölümünden kalan kaçtır?

- C A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$\begin{array}{l} P(-1) = (-1)^{56} + 3 \cdot (-1)^{49} - 2 \cdot (-1)^7 + 2 \\ = 2 \end{array}$$

12. Üçüncü dereceden bir $P(x)$ polinomu için

$P(2) = 0, P(-1) = 0, P(0) = 0$ ve

$P(x)$ polinomunun katsayılar toplamı -12 olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun başkatsayısı kaçtır?

- D A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

$$\begin{array}{l} P(1) = -12 \\ P(x) = a \cdot (x-2)(x+1)(x) \\ P(1) = a \cdot (-1) \cdot 2 \cdot 1 = -12 \\ a = 6 \end{array}$$

KARMA TESTİ – 4

1. $P(x) = 5x^{30-n} - 7x^{\frac{n}{3}} + 17x^{\frac{108}{n}} + 3$

ifadesi bir polinom belirttiğine göre, n doğal sayısının alabileceği kaç farklı değer vardır?

- E A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$30-n \geq 0$
 $30 \geq n$
 $\frac{n}{3} \rightarrow 0, 3, 6, 9, 12, 15, \dots$
 $\frac{108}{n} \rightarrow 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 27, 36, 54, 108$
 $n = 3, 6, 9, 12, 18, 27 \rightarrow 6 \text{ tane}$

4. $P(x) = (2x^2 - x + 1)^{10}$

polinomu veriliyor.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun çift dereceli terimlerinin katsayıları toplamı kaçtır?

- B A) 1 B) $2^9 + 2^{19}$ C) $1 + 2^{10}$
D) $2^{10} + 2^{20}$ E) $1 + 2^{10}$

$P(1) = 2^{10}$
 $P(-1) = 4^{10} \Rightarrow \frac{2^{10} + 4^{10}}{2} = 2^9 + 2^{19}$

2. $P(mx + n) = 2x^3 - 7x^2 + 5x + 13$

polinomu veriliyor. $x = 1$ için

Buna göre, $P(m + n)$ kaçtır?

- C A) 20 B) 17 C) 13 D) 11 E) 19

$P(m+n) = 2 - 7 + 5 + 13 = 13$

5. $P(x)$ bir polinomdur.

$P(x + 1) + P(2x) = 6x + 12$

olduğuna göre, $P(x)$ polinomu aşağıdakilerden hangisidir?

- D A) $x + 7$ B) $x + 5$ C) $x + 3$ D) $2x + 5$ E) $2x + 7$

$P(x) = ax + b$ olsun.
 $P(x+1) = ax + a + b$
 $+ P(2x) = 2ax + b$
 $6x + 12 = 3ax + a + 2b \Rightarrow \begin{cases} 3a = 6 \\ a = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} a + 2b = 12 \\ b = 5 \end{cases}$
 $P(x) = 2x + 5$

$x^2 = x + 5$ yazalım!

3. $P(x^2 - 5) = 6x^2 + 21$

polinomu veriliyor.

Buna göre, $P(x)$ polinomu aşağıdakilerden hangisidir?

- E A) $x + 26$ B) $6x + 26$ C) $6x + 31$
D) $x + 21$ E) $6x + 51$

$P(x) = 6 \cdot (x + 5) + 21$
 $= 6x + 30 + 21$
 $= 6x + 51$

6. $P(x)$ sabit polinomdur. $P(x) = c$ olsun.

$P(2x + 1) - 2020 = 3P(5) - 1000$

eşitliği sağlandığına göre, $P(10)$ kaçtır?

- E A) -2000 B) -1510 C) -1010
D) -810 E) -510

$c - 2020 = 3c - 1000$
 $-1020 = 2c \Rightarrow c = -510 = P(x)$

7. $P(x) = 5x^3 - 2x^2 + Q(x)$
 $Q(x) = 3x^2 + R(x)$
 $R(x) = -x^2 + x + 1$
- olduğuna göre, $P(x)$ polinomu aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $5x^3 + x + 1$ B) $3x^3 - 2x + 1$ C) $5x^3 + 2x^2 + 1$
D) $x^2 + x + 2$ E) $5x^3 - x^2 + 2x + 1$

$$Q(x) = 2x^2 + x + 1 \text{ olur.}$$

$$P(x) = 5x^3 + x + 1$$

$$P(2) = 5 \text{ ve } P(5) = 17$$

10. $P(x)$ polinomunun $(x - 2)$ ile bölümünden kalan 5 ve $(x^2 - 25)$ ile bölümünden kalan $(3x + 2)$ olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun $(x^2 - 7x + 10)$ ile bölümünden kalan hangisidir?
- A) $4x - 3$ B) $2x + 10$ C) $5 - 3x$
D) $x + 3$ E) $3x - 4$

$$(x-5)(x+5) \text{ ile bölümünden kalan } 3x+2$$

$$(x-5)(x-2) \text{ ile bölümünden kalan } ax+b$$

$$P(2) = 2a + b = 5$$

$$P(5) = -5a + b = 17$$

$$a = 4 \quad b = -3 \Rightarrow 4x - 3 \text{ kalan}$$

8. $P(x)$ ve $Q(x)$ birer polinomdur.

$$\begin{array}{c|c|c|c} P(3x) & P(x) & Q(2x) & Q(x) \\ \hline 81 & 81 & 32 & 32 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Yukarıdaki bölme işlemine göre, $\deg[P(x)] + \deg[Q(x)]$ kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 9 D) 11 E) 20

$$\begin{array}{l} a \cdot 3^n \cdot x^n \mid a \cdot x^n \\ 3^n = 81 \\ n = 4 \\ \deg[P(x)] = 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a \cdot 2^m \cdot x^m \mid a \cdot x^m \\ 2^m = 32 \\ m = 5 \\ \deg[Q(x)] = 5 \end{array}$$

$$4 + 5 = 9$$

9. $P(x) = x^2 + 3x + a$ polinomu $(x - 1)$ ile tam bölünüyor. $P(1) = 0$
- Buna göre, $P(x^2)$ polinomunun $(x - 2)$ ile bölümünden kalan kaçtır?
- A) 30 B) 24 C) 16 D) 58 E) 0

$$P(1) = 1 + 3 + a = 0$$

$$a = -4$$

$$P(x) = x^2 + 3x - 4 \Rightarrow P(4) = 16 + 12 - 4 = 24$$

11. $P(x) = 2x^2 + 3x + 5$ polinomunun $(x - 2)$ ile bölümünden elde edilen bölüm polinomu hangisidir?
- A) 0 B) 1 C) $3x + 9$ D) $5 + 3x$ E) $2x + 7$

$$\begin{array}{r} 2x^2 + 3x + 5 \mid x - 2 \\ \underline{2x^2 - 4x} \\ 7x + 5 \\ \underline{7x - 14} \\ 19 \end{array}$$

12. $P(x)$ üçüncü dereceden bir polinomdur.
- $P(2) = 0$, $P(-3) = 0$, $P(-1) = 0$ ve $P(3) = 48$
- $P(x + 2)$ polinomunun katsayılar toplamı 48 olduğuna göre, $P(5)$ kaçtır?
- A) 274 B) 288 C) 292 D) 300 E) 304

$$P(x) = a \cdot (x - 2)(x + 3)(x + 1)$$

$$P(3) = a \cdot 1 \cdot 6 \cdot 4 = 48 \Rightarrow a = 2$$

$$P(5) = 2 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 6 = 288$$